OKTATÁSI HIVATAL

NAT 2020

Matematika

munkafüzet

8



MATEMATIKA 8.
MUNKAFÜZET

OKTATÁSI HIVATAL

A kiadvány 2022. 07. 18-tól 2027. 08. 31-ig tankönyvvé nyilvánítási engedélyt kapott a TKV/2286-7/2022. számú határozattal.

A tankönyv megfelel a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet alapján készült – 2020. 01. 31. után kiadott matematika tantárgy kerettantervének.

A tankönyvvé nyilvánítási eljárásban közreműködő szakértő: Szentes Katalin

Tananyagfejlesztők: Csahóczi Erzsébet, Csatár Katalin, Kovács Csongorné, Morvai Éva, Széplaki Györgyné

Kerettantervi szakértő és lektor: Hegyi Györgyné, Kulman Katalin

Szaktanácsadó: dr. Csapodi Csaba

Szerkesztette: dr. Wintsche Gergely

Fedélterv: Slezák Ilona, Bánáti János

A könyvben található szakábrákat Szalóki Dezső készítette.

A könyv illusztrációit Kemény Zsuzsa készítette.

Fotók
Borító: © Shutterstock Képügynökség
Sánta Balázs fotói: 53. oldal
A könyvben található további képek: © Shutterstock Képügynökség
© Shutterstock szerkesztői képek: 52. oldal: Stefano Zaccaria
Large: 92. oldal

© Oktatási Hivatal, 2022

ISBN 978-963-436-400-9

Oktatási Hivatal • 1055 Budapest, Szalay utca 10–14.
Telefon: (+36-1) 374-2100 • E-mail: tankonyv@oh.gov.hu
A kiadásért felel: Brassói Sándor elnök • Raktári szám: OH-MAT08MB
Tankönyvkiadási osztályvezető: Horváth Zoltán Ákos
Műszaki szerkesztő: Karácsony Orsolya • Grafikai szerkesztő: dr. Valaczka Bence
Nyomdai előkészítés: Fried Katalin
Terjedelem: 13,39 (A/5) ív, tömeg: 292 gramm • 1. kiadás, 2023
melléklet: 6,70 (A/5) ív, tömeg: 141 gramm

A könyvben felhasználtuk Csahóczi Erzsébet, Csatár Katalin, Kovács Csongorné, Morvai Éva, Széplaki Györgyné, Szeredi Éva Matematika 8. című művet. Raktári szám: AP-080809

Fotók:
© Shutterstock képügynökség

Ez a tankönyv a Széchenyi 2020 Emberi Erőforrás Fejlesztési Operatív Program EFOP-3.2.2-VEKOP-15-2016-00001. számú, „A köznevelés tartalmi szabályozóinak megfelelő tankönyvek, taneszközök fejlesztése és digitális tartalomfejlesztés” című projektje keretében készült. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

Gyártás: Könyvtárellátó Nonprofit Kft.

Nyomta és kötötte az Alföldi Nyomda Zrt., Debrecen

Felelős vezető: György Géza vezérigazgató

A nyomdai megrendelés törzsszáma



Előszó

Ne vágd el azt, amit kibogozhatsz!
(Joseph Joubert francia filozófus, 1754–1824)

Kedves gyerekek!

Ez a munkafüzet az Oktatási Hivatal által a 8. évfolyam számára kiadott matematika-tankönyvhöz készült, de attól függetlenül is jól használható matematikai tudásotok elmélyítésére.

A sok egyszerű, gyakorlást segítő feladat mellett rengeteg gondolkodásra szánt feladatot is találhattok benne érdeklődéseteknek megfelelően.

A munkafüzet munkáltató jellegű feladatokat is tartalmaz, melyeket az arra kijelölt helyeken (táblázatokban, bűvös négyzetekben stb.) oldhattok meg. Páros vagy csoportmunkában megoldandó feladatokat is találtok a kötetben.

A feladatokat a könnyebb eligazodás érdekében a következő piktogramokkal láttuk el:

1. Az új ismeretek elsajátítását, megértését igénylő alapfeladat, ezt meg kell tudnotok oldani a továbbhaladáshoz.

2. Az új ismeret alkalmazását, tudásotok rögzítését, elmélyítését segítő feladat.

3. Többféle ismeret és képesség alkalmazását igénylő feladat.

4. Fejtörők, versenyfeladatok azoknak, akik további érdekes feladatokat szeretnének megoldani.

Internettel támogatott feladatok.

A matematikát magasabb óraszámban tanuló csoportoknak és a matematika iránt érdeklődő tanulóknak javasoljuk ezeket a feladatokat.

A munkafüzet utolsó fejezete egy összefoglalás, amely egyben a középiskolai felvételitek sikeres megírását is segíti matematikából.

Ezen kívül javasoljuk még, hogy oldjátok meg a korábbi évek felvételi feladatsorait, és megoldásaitokat ellenőrizzétek a megoldókulcs segítségével. Ezek az interneten szabadon hozzáférhetők.

Eredményes tanulást kívánunk: *a szerzők és a kiadó*

Betűs kifejezések

Behelyettesítés, műveletek sorrendje, betűs kifejezések jelentése

1. Írd le a kifejezéseket úgy, hogy kiteszed pirossal a láthatatlan szorzásjeleket!

a) $z(3x+4y)$ *b)* $2x^2+5y^2+10xy$ *c)* $(5a-2b)(5a+2b)$

d) efg^2-2g *e)* $(8a^2b^2-10a)(a-b)$ *f)* $(a+b)(2a-1)$

2. Mennyi a kifejezés értéke, ha $x=5$?

a) $4x-20$ *b)* $x-x^2-20$ *c)* $\frac{x-x^2}{20}$ *d)* $(x-x^2)\cdot 0{,}05$

e) $x-(2x-5)$ *f)* $x(2x-5)$ *g)* $2x^2-5x$ *h)* $\frac{5(5x+5)}{x}$

3. Mennyi a kifejezés értéke, ha $a=3$?

a) $2a+a^2$ *b)* $a^3\cdot a^2\cdot a^7$ *c)* $10a^3-a^2$

d) $\frac{2a^4}{4a^2}$ *e)* $(3a^2)^3$ *f)* $\frac{4a^3\cdot a^5}{a^2-a}$

4. Melyik összeg, melyik szorzat?

a) $7xy-8xz$ *b)* $5a^2b+2$ *c)* $(2x-3)(5x+4)$

d) $5^6\cdot l^2$ *e)* $(a+b)^3$ *f)* $5x(2xy-1)+6$

g) $5x+3(4xy+6)$ *h)* $fg(f+g)$ *i)* $3pr+7pr$

Összefüggések megfogalmazása a matematika nyelvén

5. Válaszolj betűs kifejezésekkel a feltett kérdésekre! Egy új lakóparkban a lakások ára négyzetméterenként x forint volt.

a) Mennyibe került a Tóth család 68 m^2-es lakása?

b) Mennyibe került Szabóék y m^2 területű lakása?

c) Kovácsék lakása 10 m^2-rel nagyobb, mint Szabóéké. Mennyibe került Kovácsék lakása?

d) Nagyék lakása z millió forinttal drágább volt, mint Szabóéké. Mennyibe került Nagyék lakása?

6. Legyen a és b két tetszőleges szám! Írj kifejezést, amely megadja

a) a két szám szorzatát,

b) a két szám összegének a hatszorosát,

c) a számok hatszorosának az összegét,

d) a számok különbségének az ötödét,

e) a számok összegének és különbségének a szorzatát,

f) a számok összegénél c számmal nagyobb számot!

7. A feladat kérdéseire egy-egy kifejezéssel válaszolj! A 8. a osztályba p gyerek jár. A tanulók $\frac{2}{3}$ része lány. A 8. b osztály létszáma q. A b osztályba c-vel több fiú jár, mint az a osztályba.

Hány fiú és hány lány jár ezekbe az osztályokba?

	Fiúk	Lányok
8.a		
8.b		

8. Az x és az y tetszőleges racionális számok. Írd fel

a) a négyzetük összegét, *b)* az összegük négyzetét, *c)* az x négyzetének reciprokát,

d) a hányadosuk négyzetét, *e)* a négyzetük hányadosát, *f)* a szorzatuk négyzetét!

9. Az a és a b tetszőleges racionális számok. Írd fel

a) a négyzetük különbségének harmadrészét, *b)* a reciprok értékük négyzetének összegét,

c) az összegük reciprok értékének négyzetét, *d)* a négyzetük ellentettjének összegét,

e) az a négyzete reciprokának és a b ellentettje négyzetének összegét!

10. Károly fizetése f forint. Péter, Károly öccse, ennek 80%-át keresi. Írj olyan betűs kifejezést, ami megadja azt, hogy

a) mennyi Péter fizetése, *b)* mennyivel több Károly fizetése, mint Péteré,

c) hányszorosa Károly fizetése Péterének, *d)* mennyi az együttes fizetésük,

e) hány százaléka Károly fizetése Péterének!

11. Minden kérdésre egy betűs kifejezéssel válaszolj!



a) Múlt héten Éva x kg-ot fogyott. Ezen a héten 10 dkg-mal többet. Mennyit fogyott két hét alatt összesen?

b) Éva a fogyókúra kezdetekor e kilogramm volt. A zöldségkúra végére 12%-kal könnyebb lett. Mennyit mutat a mérleg a kúra végén?

c) Andinak híznia kellett. Minden héten a dkg-ot sikerült felszednie. Hány hét alatt hízott 8 kg-ot?

12. Ha egy háromjegyű szám számjegyei a, b és c, akkor a szám értékét így írhatjuk fel: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$.

Írd fel betűs kifejezéssel a szövegekben szereplő háromjegyű számok értékét!

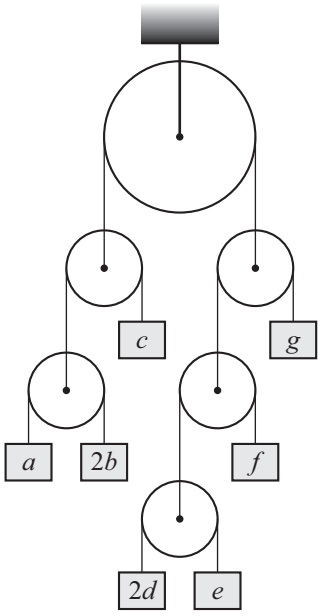
a) A háromjegyű számban az egyesek és a százasok helyén álló számjegyek összege éppen a tízesek számát adja.

b) Ebben a háromjegyű számban a tízesek száma kétszerese a százasok számának, és 7-tel több az egyesek számánál.

c) Egy háromjegyű szám középső jegye 5, és az első jegye éppen annyival több a középsőnél, mint amennyivel az utolsó jegye kevesebb a középsőnél.

d) A háromjegyű szám első jegye a, a második jegye 8, a jegyeinek összege pedig összesen $2a$.

13. A rendszer egyensúlyban van. A csigákra felfüggesztett testek tömegét jelölik a betűk (a csigák tömege elhanyagolható).



a) Eláruljuk, hogy $d = 5$ kg. Hány kilogramm a többi test?

b) Írd a tömegeket növekedő sorrendbe!

c) Igazak-e az alábbi állítások?

$c = 4b$ $\quad \frac{e}{2} = d$ $\quad f = 4d$ $\quad a = 4d$ $\quad 2b = 2d + e$ $\quad 2d = b$

d) Gyűjts igaz egyenlőségeket!

e) Határozd meg egy-egy tömegről, mi a kapcsolata a többivel!

Például: $a = 2b$, $\quad b = \frac{a}{2}$, $\quad c = g$, $\quad c = 4b$.

Pótold a keretekből hiányzó számokat, és írj magad is újabb egyenlőségeket!

$b = \square \cdot f$, $\quad b = \square \cdot g$, $\quad b = \square \cdot e$

Egytagú és többtagú betűs kifejezések

14. Írd le az alábbi kifejezések mindegyikének együtthatóját! Válaszd ki az egynemű kifejezéseket!

$\frac{ab}{5}$ $\quad -a^2b$ $\quad \frac{a \cdot 108}{0{,}1}$ $\quad 5a \cdot 2b \cdot a$ $\quad \frac{7ab}{2}$ $\quad 0{,}6a \cdot \frac{b}{3}$

$-\frac{a^2}{3}$ $\quad \frac{(-a)(-2b)}{2}$ $\quad 5a \cdot \frac{b}{7}$ $\quad \frac{b}{2} \cdot \frac{a}{3} \cdot 6a$ $\quad \left(\frac{3a}{2}\right)^2$

15. Vond össze az egynemű tagokat!

a) $2x + 3y^2 - 5x - 1$

b) $5xy + 5x^2 - 3xy + 4x + 7y^2$

c) $3x^2 + 3x + 3 + 5x - x^2 - 2x^2$

d) $2y + 7y^2 + 5y - 4y^2 - 3y^2 - 3$

16. Határozd meg a és b összegét és különbségét!

$a = 5x^2 - 2x - 1$ $\quad$ és $\quad$ $b = 3x^2 - 7x + 5$

17. Írd fel $-2a^2 + ab - 2{,}5$ $\quad$ és $\quad$ $-4a^2 - 5b + 7$ összegét és különbségét!

18. Az egyenlőség mindkét oldalán egy vagy több tagot elrejtettünk. Pótold a hiányzó tagokat! Többféle megoldás is lehetséges.

a) $3a + 2ab + \square = 5a + 2ab - \square$

b) $3x^2 + xy - \square = x^2 + xy - \square$

c) $6y^2 + 5y + \square = 3y^2 + y + \square + 4y + 5$

d) $2bc + \square + 3b^2c^2 - 7bc = 5b^2c^2 - \square$

e) $2x^2 + 2y + 7x^2 + \square = \square + 2y + 5$

f) $2a - 3b + 5a^2 + \square = 2a^2 + 6b + 1 - \square$

19. Betűs kifejezéseket írtunk fel többféle alakban. Keress közöttük azonosakat, és színezd egyformán a betűjelüket!

O	Á	E	B	J
$6-\frac{3}{2}\cdot(-2a)$	$(-3)\cdot(-2-a)$	$3a-6$	$9a-6(a+1)$	$-2a+2b$

É	T	L	T
$2(a-b)$	$3(b-a)-(b-a)$	$-3\cdot(2-a)$	$-(2a-8+2a)-(a+2)+8a$

Ö	B	N	N	T
$2(b-a)$	$4a-(a+6)$	$3a+6$	$2a-2b$	$a+b-(3a-b)$

Ő	A	B
$7a+2-(4a+8)$	$3(a+2)$	$7a-2b-(4a-b-6)+b$

E	M	C	S
$-2b+2a-4(a-b)$	$8b-(3b+a)\cdot 2$	$10a-(-6+7a)$	$3\cdot(2a+2)-3a$

Plusz egy vicc

Kinyílik a szülőszoba ajtaja, és a nővér odaszól egy izgatottan várakozó férfinak.

– Megszületett a fia! Három és fél kiló.

Erre egy szintén ott ülő férfi idegesen felugrik.

– .....!

A vicc poénját kitalálhatod, ha az előző feladat egyformán színezett betűiből értelmes szavakat készítesz.



20. Végezd el a lehetséges összevonásokat!

a) $ab+3+a^2b-ab-8$

b) $xy^2-y^2+5y^2x+2y^2+2xyx$

c) $6(x+3)-8(x+3)-3(x+3)$

d) $\frac{x^2}{2}-\frac{x^2}{3}+x^2-\frac{5x^2}{6}$

e) $xy+x+y+\frac{xy}{5}-4x-\frac{y}{3}$

f) $5abc+4ab+2ac-7abc-ac-5db$

21. Indulj ki az $\frac{a}{b}$ számból! Színezd egyformán azokat, amelyek ugyanarra az eredményre vezetnek!

$\frac{a}{b}\cdot\frac{2}{3}$ $\quad \frac{a:2}{b:2}$ $\quad \frac{a}{b}\cdot\frac{3}{2}$ $\quad \frac{a}{b}:\frac{3}{2}$ $\quad \frac{a}{2}:\frac{3}{b}$ $\quad \frac{a}{b}:\frac{2}{3}$ $\quad \frac{a\cdot 2}{b\cdot 3}$

$\frac{a}{b}\cdot 3:2$ $\quad \frac{a\cdot 3}{b\cdot 2}$ $\quad \frac{a\cdot b}{6}$ $\quad \frac{a:3}{b:2}$ $\quad \frac{a}{b}\cdot 2:3$ $\quad \frac{a}{2}\cdot\frac{3}{b}$ $\quad \frac{a}{2}:\frac{3}{b}$

22. Kösd össze a bekeretezett kifejezéssel azokat, amelyek egyenlők vele!

$15\cdot\frac{a}{b}$-nek a 25%-a $\quad \frac{a}{4}:\frac{b}{15}$ $\quad \frac{a}{b}$-nek a $\frac{15}{4}$ része

$\frac{a}{15}\cdot\frac{4}{b}$ $\quad \boxed{\frac{a}{b}\cdot\frac{15}{4}}$ $\quad \frac{a}{b}$-nek a 375%-a

$a:b:4\cdot 15$ $\quad \frac{1}{\frac{b}{a}\cdot\frac{4}{15}}$

23. Hozd egyszerűbb alakra!

a) $x^2+(2-3x-5x^2)-(x^2-7)$ $\quad$ *b)* $a-b-(a-b)-(2a-b)$

c) $-(8+7x)-(-3+5x)$ $\quad$ *d)* $5(x-3)-(5x-15)$

24. Hozd egyszerűbb alakra!

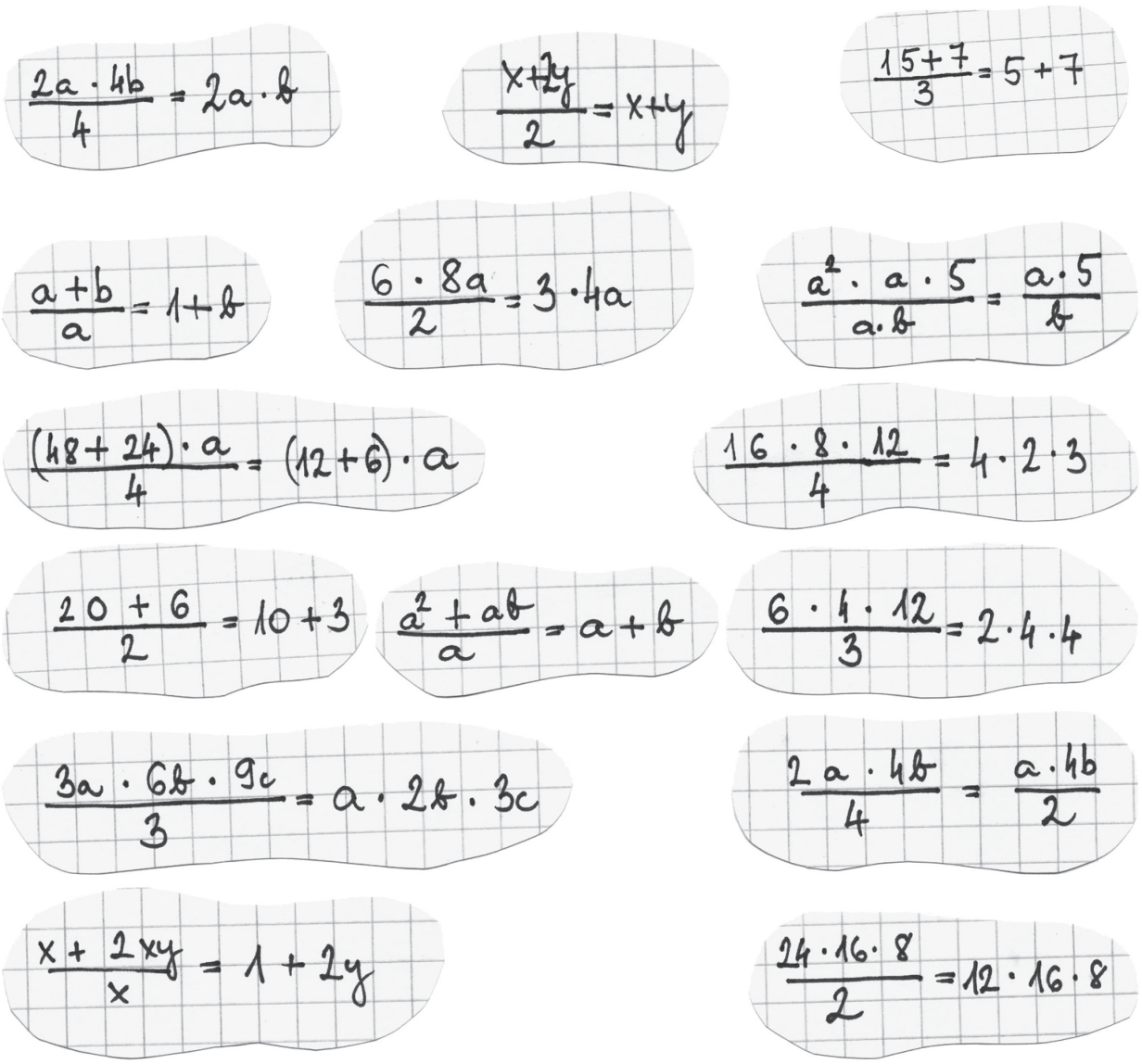
a) $3-(x-1)+(-4+3-2x)$ $\quad$ *b)* $(2x+3)\cdot x-2x^2$

c) $\left(-\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{4}x$ $\quad$ *d)* $-0{,}5x-\left(x-\frac{5}{2}+\frac{3}{4}+1{,}5x-x\right)$

25. A hagyományos dominóhoz hasonlóan készíts láncot! Azokat illesztheted össze, amelyek biztosan egyenlő értékűek, bármilyen számot írunk az a, illetve a b változók helyébe.

a^2+1	$(a-b)\cdot 3$	$\frac{2a-8}{2}$	$3-a$	$\frac{2a+3}{2}$	$a^2-a\cdot a$
$5ab$	$a(a-2)$	$2a-(a+a)$	$a-4$	$2a-1$	$a-(2a-3)$
$4-(3-a^2)$	$a+1{,}5$	a^2-2a	$\frac{6a-3}{3}$	$3a-3b$	$\frac{10ab}{2}$

26. A matematikadolgozatban a törtek egyszerűsítésekor a gyerekek sokszor hibáztak. Keresd meg a hibákat a dolgozatrészletekben, és javítsd is ki azokat!



27. Színezd azonos színűre az egyenlőket!

$\frac{15+a}{3}$ $(15+a):\frac{1}{3}$ $(15+a)\cdot\frac{1}{3}$ $\frac{15}{3}+\frac{a}{3}$ $3:\frac{1}{5}+3:a$

$15\cdot 3+a\cdot 3$ $3:\frac{1}{5}+a:\frac{1}{3}$ $5+\frac{a}{3}$ $15+a:3$

$(15+a):3$ $15\cdot\frac{1}{3}+a\cdot\frac{1}{3}$

$15+a\cdot 3$ $15:\frac{1}{3}+a\cdot 3$ $45+\frac{a}{3}$

$15:3+a:3$ $5+a:3$

28. Oldd meg az egyenleteket!

a) $-(6x+22-8x)=-90$

b) $(8-3x)-(3x+20)=12$

c) $(8+7x)-(3+5x)=-15$

d) $-(-66+4x)-(-88-2x)=-46$

29. Az alábbi kifejezésekben a, b és c pozitív számok. A kifejezések közül melyek azok, amelyeknél a helyettesítési érték lehet

a) pozitív, *b)* negatív, *c)* nulla?

A) a^2+b^2 *B)* a^2-b^2 *C)* $-a^2b^2$

D) a^2+1 *E)* a^3+1 *F)* $-a^2-1$

G) $a^2+b^2+c^2$ *H)* a^2-a^4 *I)* $2a^2-3a^2$

30. Oldd meg az egyenleteket!

a) $\frac{x}{2}+25=3x-12{,}5$ *b)* $\frac{2x}{3}-12\cdot\frac{x}{4}-\frac{4x}{12}=3-2x$

c) $\frac{2x}{3}-\frac{x}{6}=\frac{x}{4}+1$ *d)* $\frac{2x}{3}-\frac{x}{6}=\frac{x}{2}+1$

e) $5\cdot\frac{x}{3}-12\cdot\frac{x}{4}-\frac{4x}{12}=3-2x$ *f)* $\frac{4x}{3}-\frac{1}{15}\cdot 3x+\frac{7x}{20}=x+2$

31. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}-\frac{x}{4}=7$ *b)* $\frac{x}{5}+\frac{3x}{7}-\frac{x}{35}=21$

c) $\frac{3x}{2}+\frac{x}{6}-\frac{2x}{9}=13$ *d)* $x+\frac{2x}{3}-\frac{3x}{4}=11$

32. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $\frac{x-2}{6}=8$ *b)* $\frac{2x+5}{3}=7$ *c)* $\frac{3x+5}{7}=5$ *d)* $\frac{4x-3}{5}=13$

33. Oldd meg az egyenleteket!

a) $\frac{x-2}{3}=x+1$ *b)* $\frac{x}{2}=5x-3$ *c)* $\frac{2x+1}{2}=2x-6$

d) $\frac{3x-7}{5}=x-3$ *e)* $5+\frac{2x+1}{3}=2x$ *f)* $-6+\frac{3-x}{5}=2x-3$

34. Oldd meg az egyenleteket!

a) $\frac{x-2}{3}=x+1$ *b)* $3+\frac{x+1}{5}=\frac{2x}{5}+2$ *c)* $\frac{2x+2}{3}-5=3x$

d) $2-\frac{x-1}{2}=x$ *e)* $3-\frac{x+2}{2}=5-x$ *f)* $\frac{2x+1}{5}-(x+3)=2$

35. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $\frac{x-2}{3}+\frac{5+4x}{5}=6$ *b)* $\frac{5x+3}{2}-4=\frac{8-3x}{4}$

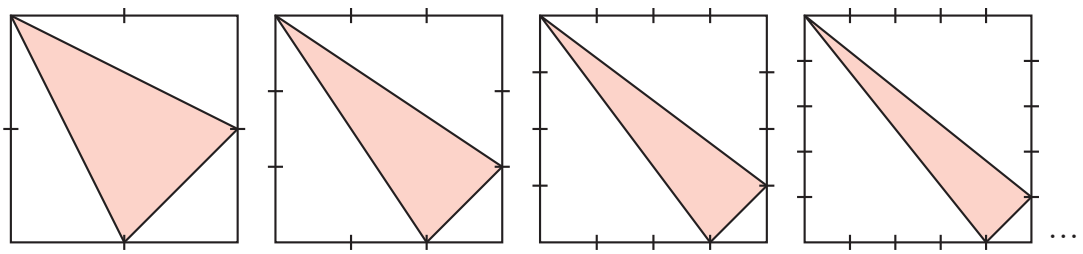
c) $y+1=\frac{5-y}{2}$ *d)* $2-\frac{1-3y}{4}=y$

36. Oldd meg az egyenleteket!

a) $12-\frac{2x-1}{5}=x+1$ *b)* $2x-\frac{1+2x}{2}=6x-\frac{5}{2}$

c) $\frac{5x-4}{3}+\frac{9-2x}{3}-\frac{x-7}{3}=8$ *d)* $\frac{11x}{2}-\frac{x-1}{3}-\frac{x+2}{6}=5$

37. A négyzet oldalait n egyenlő részre osztottuk. A négyzet területének mekkora része a színes háromszög területe? Folytasd! Keress szabályt!



38. Egy szám 12-vel nagyobb a másiknál. Ha a kisebbiket elosztjuk 3-mal, a nagyobbikat pedig 6-tal, akkor az első hányados a másodiknál 2-vel nagyobb lesz. Melyek ezek a számok?

39. Két szám összege 112. Ha a kisebbiket elosztjuk 4-gyel, a nagyobbikat pedig 12-vel, a hányadosok összege 16 lesz. Melyik ez a két szám?

Számoljunk hatványokkal!

40. Írd fel hatvány alakban!

a) $2^8\cdot 2^5$ $8\cdot 2^5$ $27\cdot 3^4$ $4^{20}:4$ $\frac{2^{10}}{4}$

b) $b^2\cdot b^3$ $a^4\cdot a^7$ $x\cdot x^2\cdot x^3$ $x^{10}\cdot x^{90}$ $\frac{b^5}{b^2}$ $c^8:c^2$ $x^2\cdot x^5:x^6$ $\frac{a^{71}}{a^{70}}$

41. Írd fel minél többféleképpen hatványok szorzataként vagy hányadosaként az adott kifejezést!

Például: $a^9=a^3\cdot a\cdot a^5=a\cdot a^8=\frac{a^{18}}{a^9}=a^{10}:a=\ldots$

a^5 a^3b^4 a^{10} x^2 $4x^2$ $(4x)^2$

42. Írj a kifejezéssel azonosat úgy, hogy ne használj zárójeleket!

$(3a)^3$ $\left(\frac{b^2}{2}\right)^2$ $(c^3)^2$ $(2d)^3$ $(2x^2)^3$

43. Mely kifejezés négyzete?

a) $4a^2$ *b)* $9a^4b^2$ *c)* $81a^2b^2$

d) $\frac{4}{9}x^4y^2$ *e)* $36x^6y^4$ *f)* $100x^8y^2$

44. Írd fel hatvány alakban!

a) $9 \cdot 3^5$ $\quad 8 \cdot 16^2 \cdot 2^7$ $\quad 25 \cdot 125$ $\quad 10 \cdot 2^3 \cdot 5^3$

b) $4 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 7$ $\quad 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ $\quad \dfrac{10^{10}}{5^9 \cdot 2^9}$

c) $a^4 \cdot 16 \cdot 81$ $\quad a^4 \cdot b^4 \cdot 10\,000$ $\quad a \cdot 3 \cdot a^2 \cdot 9$ $\quad \dfrac{3 \cdot 15 \cdot 5}{a \cdot (3 \cdot 5)}$ $\quad \dfrac{(7x)^2}{49}$ $\quad \dfrac{16a \cdot a^3}{(2a)^2}$ $\quad \dfrac{125x^3}{5x}$

45. Egészítsd ki a szorzótáblákat!

a)

·	5^3	2^2	3^2
2^3			
$5^2 \cdot 3$			

b)

·	a^2	ab	b^3
a^3			
b			

46. Építs egynemű kifejezéseket!

Minden feladatban egynemű kifejezéseket gyűjtöttünk össze, különféle alakokban. A kifejezések egy-egy részét letakartuk. Mi állhat a foltok alatt?

a) $2p^{\square}q^{\square}$ $\quad 3pq \cdot \square$ $\quad 2 \cdot p^3 \cdot q^4$ $\quad 0{,}5 \cdot p^3 q \cdot \square$

b) $\dfrac{1}{2}bc^2$ $\quad bc \cdot \dfrac{\square}{2}$ $\quad \square \cdot c^{\square}$ $\quad \dfrac{bc^2}{\square}$

c) $3x^2y$ $\quad 2x^{\square}y$ $\quad \square \cdot xy$

47. Fűzd láncba az egyenlőket! Mindegyik láncból megadtunk egy láncszemet, és azt ki is színeztük. A többit a felsorolt számokból válaszd ki! Folytasd!

1000, $\quad 2^4 \cdot 5^7 : 5^3$, $\quad 1\,000\,000$, $\quad 2^3 \cdot 5^3$, $\quad \dfrac{1^3}{2^3}$, $\quad 64$, $\quad \left(\dfrac{1}{2}\right)^3$, $\quad 2^2 \cdot 5^3 \cdot 2$,

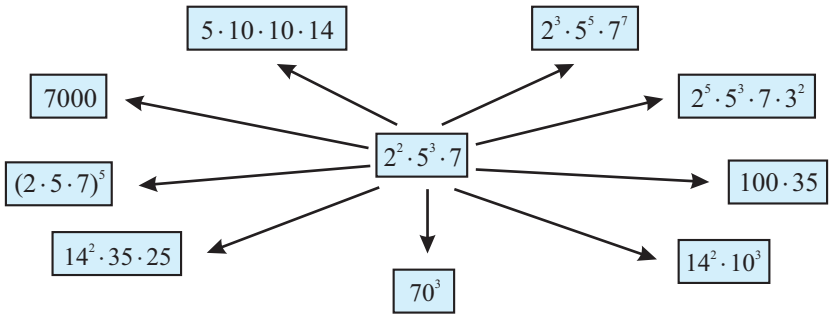
$10\,000$, $\quad 2^5 \cdot 2$, $\quad \dfrac{1}{2^2 \cdot 2}$, $\quad \dfrac{1}{32}$, $\quad 2^7$, $\quad \left(10^3\right)^2$, $\quad \dfrac{2^8}{2}$, $\quad (2 \cdot 5)^6$, $\quad \dfrac{10^4}{10^6}$,

$\left(\dfrac{1}{2}\right)^5$, $\quad 2 \cdot 2^4$, $\quad 2^5 \cdot 4$, $\quad \dfrac{2^2}{2^7}$, $\quad \dfrac{1}{100}$, $\quad (0{,}1)^2$

10^3 ○ ○ … $\quad \dfrac{1}{8}$ ○ … $\quad 10^6$ ○ … $\quad 2^6$ ○ …

$\dfrac{1}{2^5}$ ○ … $\quad 128$ ○ … $\quad 10^4$ ○ … $\quad \dfrac{1}{10^2}$ ○ …

48. A nyíl a többszörösre mutat. Írd a nyíl mellé, hogy hányszorosa a nyíl végén álló kifejezés a középsőnek!



49. Add meg a hiányzó kifejezést úgy, hogy $A = B\cdot C$ igaz legyen!

B	y		pq	$0{,}1x^3$	$2xy$		$\frac{7}{3}m^5n$	$0{,}1aa^3$
C		$2{,}3k^3$	q^2r			$\frac{5a^3b^2}{3}$	$\frac{3n^4}{7}$	$100a^5b$
A	$5xy^2$	$23k^5$		$10x^3y^4$	$3x^2y$	$10a^3b^4$		

50. Írd fel a felsorolt számok közös osztóit!

a) $2^2\cdot3^2$ és $2\cdot3$,
b) $3\cdot5^2$ és $2\cdot3\cdot5$,
c) $2\cdot3^2\cdot5$ és $2^2\cdot3^2$,
d) $2\cdot5^2\cdot11$ és $3\cdot5\cdot7$,
e) $7^2\cdot11\cdot13$ és $3^2\cdot5\cdot7$,
f) $2^2\cdot7^3\cdot13$ és $3^3\cdot5^2\cdot11$.

51. Ha lehet, egyszerűsítsd, majd számítsd ki!

a) $\frac{2^2-(3^3+5)}{2\cdot3}$ *b)* $\frac{48^4}{24^4}$ *c)* $\frac{2^4+5^3}{(2\cdot5)^2}$

52. Egyszerűsíts, majd végezd el a műveleteket!

a) $\frac{2^4\cdot3^2\cdot5^3}{3\cdot5^2}$ *b)* $\frac{3^3}{3\cdot5^2}$ *c)* $\frac{36^3}{48^3}$

Beszorzás, kiemelés

53. Válaszd ki az egyenletek közül azokat, amelyeket az ismeretlenek bármilyen értéke igazzá teszi!

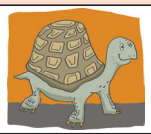
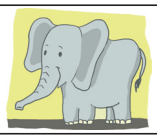
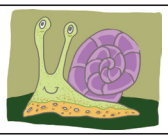
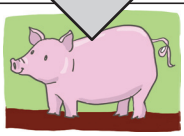
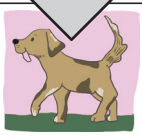
$2a-6=2(a-3)$ $5x+x^2=x(5+1)$ $4a+12b=4\cdot(a+3b)$
$x+3x-5x^2=x(1+3-5x)$ $2x^2-1=x(2x-x)$ $5x-(2x-1)=3x+1$
$5x+x^2=x(5+x)$ $a(2a+1)=2a^2+a$ $a^2+2a+a=a(a+2+a)$

54. Válaszd ki az egyenletek közül azokat, amelyeket az ismeretlenek bármilyen értéke igazzá teszi!

a) $(a+3)\cdot 2+1=2a+7$ *b)* $\frac{10a+7}{2}=5a+7$ *c)* $\frac{8x-6}{2}=4\cdot x-3$

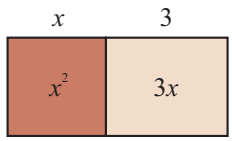
d) $(a+2a)\cdot a=3a^2$ *e)* $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=\frac{5x}{6}$ *f)* $a-(5-a)=-5$

55. Kinek mi a kedvenc állata? Megtudod, ha a fiúk nevéből kiindulva mindig az ott álló kifejezéssel azonos mezőre lépsz. Az a és a b egyike sem nulla. Jelöld a helyes útvonalat!

TOMI $4a^3b^2$	$a^2b^2a\cdot 2^2$	PALI $4a^2b^3$	$(2ab)^2b$	MIKLÓS $2a^2b^2$
		$a(2ab)^2$	$\frac{(2ab)^2}{2}$	$\frac{16(ab)^3}{4a}$
	$\frac{12(ab)^3}{3b}$	$\frac{2(ab)^3}{ab}$	$(a^2b+3a^2b)b^2$	
	$(ab^2+3ab^2)a^2$	$(ab+ab)^2\cdot 0{,}5$		$(3ab+ab)ab^2$
$(a^2b+ba^2)b$	$\frac{2a^4b^4}{(ab)^2}$	$(3ab+ab)a^2b$	$\frac{a^2bab^2}{b}\cdot 4$	$(2ab)^2b$
				

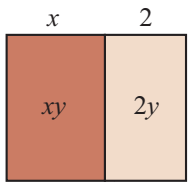
56. Mindegyik kifejezés egy téglalap területét adja meg. Készíts mindegyik kifejezéshez a példához hasonló módon téglalapot, és annak segítségével az összeget írd fel szorzat alakban, a szorzatot pedig összeg alakban!

Például: $T=x(x+3)\rightarrow$



$T=x^2+3x$

vagy $T=xy+2y\rightarrow$



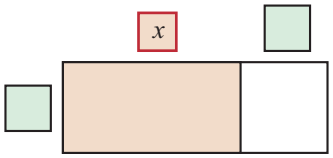
$T=y(x+2)$

a) $T=(3a+b)\cdot 2c$ *b)* $T=3xy+6x$

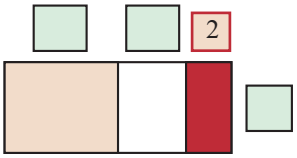
c) $T=4x^2+2x$ *d)* $T=5x(2y+1)$

e) $T=15k^2+3k$ *f)* $T=5pq+2p^2+3p$

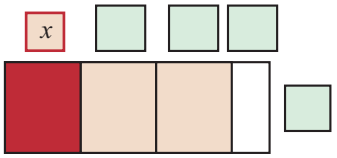
57. Mindegyik kifejezés a felette lévő téglalap területét adja meg. A téglalap oldalairól azonban részben vagy teljesen lemaradtak a megfelelő betűk, illetve számok.
Pótold azokat! Írd az összegeket szorzat alakba!



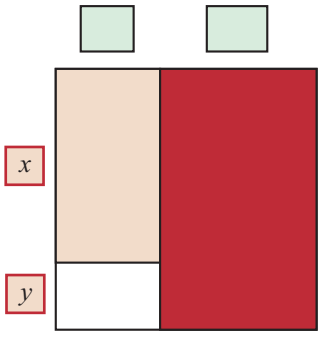
$xy+8y$



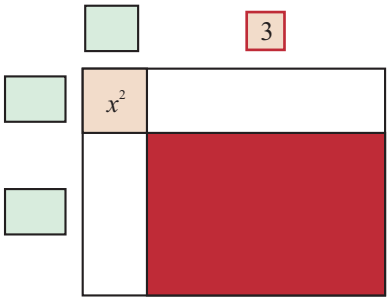
$5x+3x+2x$



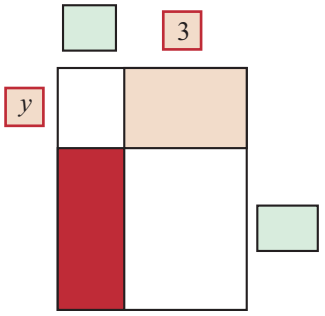
$3xy+5y$



$x\cdot 3+y\cdot 3+(x+y)\cdot 5$



x^2+5x+6



$xy+3y+4x+12$

58. Írd fel szorzat alakban!

a) $2a+2b$ *b)* $5x-5y$ *c)* $xy+x$

d) $7x+14y$ *e)* $8a-16b$ *f)* $15x^2-5x$

59. Írd fel az összegeket szorzat alakban!

a) $2a+a^2$ *b)* $33b^2+22ab$ *c)* $4a+12ab$

d) $xy-y^2$ *e)* $xy+y$ *f)* $15x+6xy+12x^2y^2$

60. Írd fel szorzat alakban!

a) $ab-ac$ *b)* a^5-a^4 *c)* $5ab-10ac$

d) $3xya-3xyb$ *e)* $7x^2+3x^3$ *f)* $5ab-10a^2b^2$

61. Egyszerűsítsd a kifejezéseket!

a) $\dfrac{a^2+ab}{a}$ *b)* $\dfrac{2x+4}{6y}$ *c)* $\dfrac{x+3xy}{5(1+3y)}$

d) $\dfrac{6b-15}{3}$ *e)* $\dfrac{9a+6+12b}{3ab}$ *f)* $\dfrac{5x+10xy}{2x^2}$

62. A szomszédos mezők közül arra gurítsd a labdát, amelyik bal felső sarkában megtalálod az adott egyenlet megoldását!

 INDULÁS	1 $\frac{x}{5}=1$	6 $\frac{-3}{x}=1$	0 $\frac{1}{x-1}=\frac{1}{4}$	5 $\frac{1}{x-1}=\frac{1}{x-1}$
−1 $\frac{1}{2}=x-1$	 $\frac{x}{2}=3$	3 $\frac{3}{x}=\frac{-1}{2}$	−3 $\frac{6}{x}-1=\frac{4}{x}-\frac{1}{2}$	−2 $\frac{x+4}{x-4}=1$
4 $\frac{1}{x-1}=\frac{1}{4}$	−6 $\frac{2}{x-1}+3=5$		1 $\frac{3x}{3-x}=3$	4 $\frac{x-1}{x}=2$
2 $\frac{1}{x-1}=\frac{1}{x+1}$	7 $\frac{7}{x+2}=2$	$\frac{1}{2}$ $\frac{8}{x-3}=2$	−1 $\frac{2}{x}+\frac{3}{x}+\frac{4}{x}=18$	0 $\frac{1}{x}+\frac{3}{x}=\frac{1}{x}$
	$1\frac{1}{2}$ $\frac{x+1}{x}=2$	−2 $\frac{x}{x-2}=1$	$\frac{1}{3}$ $\frac{3}{x+1}=1$	9 $\frac{x}{x-2}=0$
$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{x}+2=4$	−1 $\frac{2}{x-2}=1$	1 $\frac{1}{x}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$	−6 $\frac{2}{x}-2=0$	
nincsen megoldás $\frac{x}{x-2}=0$		6 $\frac{1}{x+1}+2=0$	$\frac{-2}{3}$ $\frac{1}{x}+\frac{1}{x}=1$	5 $\frac{2}{x}+\frac{1}{2}=\frac{5}{2x}$
0 $\frac{x-1}{x+3}=\frac{1}{3}$	4 $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}=\frac{x-2}{x(x-1)}$	$-1\frac{1}{2}$ $\frac{x+1}{2x}=1$	−2 $\frac{2}{x}=3$	10 $\frac{6}{x-2}=2$
3 $\frac{2}{x-1}-3=-1$	8 $\frac{1}{2}-\frac{1}{x}=\frac{1}{x}$	1 $\frac{3-x}{x}=2$		7 $\frac{1}{2x-1}-2=0$
2 GÓL	−6 $\frac{x}{x-1}-\frac{x-1}{x}=\frac{1}{x}$	1 $\frac{9-x}{x-7}=1$	−1 $\frac{5}{x}-1=\frac{1}{x}$	$\frac{4}{5}$ $\frac{3}{x}=9$

Szöveges feladatok

63. Egy hegedű tokkal együtt 220 000 Ft. Mennyi ebből a hegedű ára, ha a hegedű 176 000 Ft-tal drágább, mint a tokja?

64. Egy istállóban annyi ló van, hogy a fele 5-tel több, mint a negyedrésze. Hány ló van az istállóban?

65. Nagyanyó vendégségbe várta unokáit. Sütött nekik süteményt. Megszámlálta, és ezt gondolta: ha mindegyik unokámnak öt süteményt adnék, akkor hárommal kevesebb volna, ha azonban csak négyet adok, akkor három darab megmarad. Hány unokája volt, és hány süteményt sütött nagyanyó?

Segítséget adunk az egyenlet felállításához. Kövesd a lépéseket!

Nagyanyónak ennyi unokája van: x

A sütik darabszámát kétféleképpen is felírhatjuk:
- 5-ösével kiosztva: ____
- 4-esével kiosztva: ____

66. A ballagó nyolcadikosoktól a hetedikesek virággal búcsúztak. A nagy csokor margarétát először hatosával akarták szétosztani, de akkor egy valakinek 4-gyel kevesebb szál virág jutott volna. Ezért ötösével kötötték csokorba a virágokat, és így 14 szál megmaradt. Ebből az osztályfőnöknek kötöttek egy szép csokrot. Hány nyolcadikos ballagott, és hány szál margaréta volt?

67. Ildi egy számot maradékosan osztott először 7-tel, majd 9-cel. Az első esetben 4-et, másodszor 8-at kapott maradékul. Az első és a második hányados különbsége 8 volt. Melyik számot osztotta el Ildi kétszer?

68. A Zrínyi Ilona Matematikaversenyre az ötödikesek háromszor annyian jelentkeztek, mint a nyolcadikosok.

A hatodik és a hetedik osztályból összesen annyian indultak, mint az ötödikesek.

A felső tagozatból így összesen 80-nál több, de 90-nél kevesebb tanuló jelentkezett. Hány nyolcadikos indult a Zrínyi versenyen?

Segítség:

8. osztályosok: x
5. osztályosok:
6. és 7. osztályosok:

} Összesen:

69. Egy osztályban kétszer annyi lány van, mint fiú. Ha a lányok számából is, meg a fiúk számából is elveszünk ötöt, akkor háromszor annyi lány lesz, mint fiú. Hány lány és hány fiú jár az osztályba?

70. Egy turistaház két emeletén összesen 160 kirándulót helyeztek el. Amikor az első emeletről fölment a másodikra 36 ember, akkor a második emeleten háromszor annyian lettek, mint az elsőn. Hány kiránduló volt eredetileg egy-egy emeleten?

71. Gábor és Jutka a tanév folyamán összesen 12 000 Ft-ot gyűjtött. Miután Gábor kapott még 3400 Ft-ot, és Jutka elköltött 2500 Ft-ot, akkor Gábornak kétszer annyi pénze lett, mint Jutkának. Mennyi pénzt gyűjtött Gábor, mennyit Jutka?

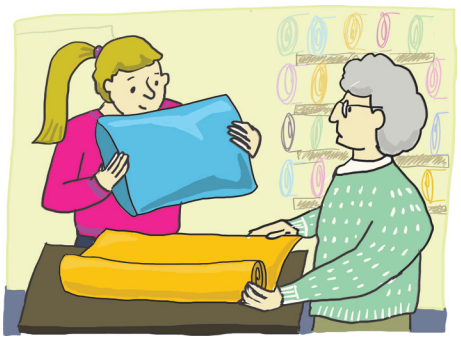
72. Katinak 1900 Ft-ja van, Évának 300 Ft-ja. Édesanyjuk ugyanannyi pénzt adott mindkettőnek, így Katinak háromszor annyi pénze lett, mint Évának. Hány forintot kaptak édesanyjuktól a gyerekek?

73. Egy kisebb és egy nagyobb vagon együttes teherbíró képessége 21 tonna. A 16 kisebb és 22 nagyobb vagonból álló szerelvény együttes teherbíró képessége 408 tonna.

Hány tonna áru fér a kisebb, és mennyi a nagyobb vagonba?

Segítség: 16 kisebb + 16 nagyobb együtt hány tonna? Honnan a többlet?

74. Egy párnahuzathoz és egy dunyhahuzathoz összesen 7 méter vászonra van szükség. 48 méter vászonból 6 párna- és 7 dunyhahuzatot varrtak. Mennyi vásznat használtak fel egy párnahuzathoz?



Segítség: $p + d = 7$ m

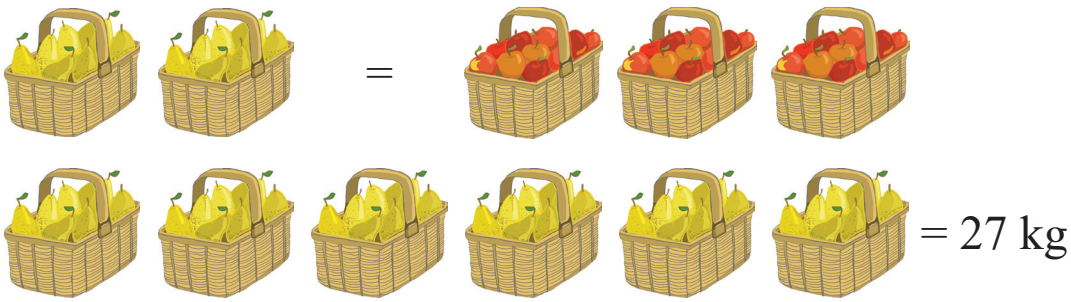
$6p + 6d = ?$

$6p + 7d = 48$ m

$d = ?$

75. Két kosár körte ugyanolyan tömegű, mint három kosár alma. Hat kosár körte 27 kg. Mennyi a tömege egy kosár almának?

Segítség: Képzeld el, és folytasd a rajzot!



76. Egy ketrecben nyulak és fácánok vannak. Hány nyúl és hány fácán van a ketrecben, ha az állatoknak összesen

a) 53 fejük és 168 lábuk van, *b)* 31 fejük és 124 lábuk van?

77. Egy játéküzlet polcán játékautók és motorkerékpárok vannak. A játékoknak összesen 69 kormányuk és 186 kerekük van. Hány kisautó és hány motorkerékpár van a polcokon?

78. András, Béla, Csaba és Dénes leültek kártyázni. Négy játszmát játszottak. Minden játszma végén a vesztes megduplázta a többiek pénzét.

Az első játszmában András, a másodikban Béla, a harmadikban Csaba, a negyedikben Dénes vesztett. A végén mindannyian egyformán 240 forinttal a zsebükben álltak fel az asztaltól. Kinek mennyi pénze volt a játék kezdetekor?

Számjegyekkel és életkorokkal kapcsolatos feladatok

79. Egy kétjegyű számban a jegyek összege 9. Ha a számjegyeket felcseréljük, az eredetinél 9-cel nagyobb számot kapunk.

Mi az eredeti szám?

Segítség:

	Első jegy	Második jegy	Értéke
Az eredeti szám	x	$9-x$	$10x+(9-x)$
Új szám			

Az új szám 9-cel nagyobb, mint az eredeti szám:

80. Egy kétjegyű szám jegyeinek aránya $3:4$. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti $\frac{3}{2}$-szeresénél 8-cal kisebb lesz. Melyik ez a szám?

81. Mónika felírt egy kétjegyű számot, majd a számjegyeket felcserélte, így egy 45-tel kisebb számot kapott, amelyben a számjegyek összege 9 volt. Melyik számot írta fel először Mónika?

Segítség: A számjegyek összege 9, ez a cserével nem változik. Folytasd a táblázat kitöltését! Keress összefüggést!

	Tízesek	Egyesek	A szám értéke
Csere előtt	$9-a$	a	$10(9-a)+a$
Csere után	a		

82. Egy kétjegyű szám jegyeinek összege 7. Ha a számjegyeket fölcseréljük, 27-tel nagyobb számot kapunk. Melyik az eredeti kétjegyű szám?

83. Egy kétjegyű szám egyik jegye 5-tel nagyobb a másiknál. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti háromszorosánál 9-cel kisebb lesz. Melyik ez a szám?

84. Egy kétjegyű szám egyik jegye 5-tel nagyobb a másiknál. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredetinek $\frac{8}{3}$-szorosa lesz. Melyik ez a szám?

85. Két szám összege 53,515. Ha a nagyobbik számban a tizedesvesszőt egy hellyel balra visszük, a kisebbik számot kapjuk. Melyik ez a két szám?

Segítség: Ha a tizedesvesszőt egy hellyel balra visszük, akkor a számot 10-zel osztottuk.

86. Két szám különbsége 3,87. Ha a kisebbik számban a tizedesvesszőt egy hellyel jobbra visszük, a nagyobbik számot kapjuk. Melyik ez a két szám?

87. Egy háromjegyű szám jegyeinek összege 21, a tízesek helyén álló számjegy a másik két számjegy számtani közepe. Ha a két szélső jegyet fölcseréljük, 198-cal nagyobb számot kapunk. Melyik volt az eredeti háromjegyű szám?

88. – Hány éves vagy, Péter? – kérdezte Luca.

Péter így válaszolt:

– A te éveid száma most $\frac{2}{5}$-e az én éveim számának. 4 évvel ezelőtt viszont a te éveid száma $\frac{1}{3}$-a volt az én mostani koromnak.

Hány éves Luca és mennyi Péter?

Segítség: Segíthet az egyenlet felállításában, ha kitöltöd a táblázatot:

	Luca	Péter
Most		x
4 évvel ezelőtt		

89. – Hány éves a fiad? – kérdezte egy ember a barátját. Az meg így válaszolt:

– Ha a fiam korához hozzáadod az évei számát és még a felét, akkor 10-et kapsz.

Hány éves a fiú?

90. Péter 12 éves, édesanyja háromszor annyi. Hány év múlva lesz Péter feleannyi idős, mint édesanyja?

Segítség: Segít, ha táblázatba gyűjtjük az adatokat, majd a szöveg alapján felírjuk az egyenletet:

	Péter	Édesanyja
Most	12	
x év múlva		

91. Három fiútestvér közül a középső két évvel idősebb a legfiatalabbnál, a legidősebb fiú életkora pedig néggyel kevesebb, mint a másik kettő életkorának az összege.

Hány évesek külön-külön, ha hármójuk életkora együtt 48 év?

Mozgásos feladatok

92. Imre reggel 8 órakor kerékpáron elindult a szomszédos faluba, és 16 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ átlagsebességgel haladt. Fél órával később motorkerékpárral utánament Béla, aki 40 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ átlagsebességgel követte Imrét. Mikor érte utol Imrét a motoros? Ekkor hány kilométerre voltak a falujuktól?

Segítség: Imre és Béla azonos utat tettek meg. Az $s = v \cdot t$ képlettel számolunk.

Gyűjtsük táblázatba az adatokat, majd a szöveg alapján írjuk fel az egyenletet!

	Idő (h)	Sebesség $\left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$	Út (km)
Imre	t	16	
Béla	$t - 0{,}5$	40	

93. Déli 12 órakor A városból a tőle 300 km távolságra levő B városba indul egy autós, ahol őt délután 5 órakor várják. Két órán keresztül $60\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel haladt, amikor motorhiba miatt egy órát állnia kellett, ezért az autópályán folytatta az útját. Milyen sebességgel kell haladnia, hogy a megadott időre B városba érjen?

94. Két szomszédos falu közti utat Gábor gyalog 1,2 óra alatt, Dénes kerékpárral 24 perc alatt tette meg. Dénes $8\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$-val nagyobb átlagsebességgel haladt, mint Gábor. Milyen messze van egymástól a két falu?

	Idő (h)	Sebesség $\left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$	Út (km)
Gábor	1,2	$\frac{s}{1{,}2}$	
Dénes			

Segítség: Segít, ha táblázatba gyűjtjük az adatokat, majd a szöveg alapján felírjuk az egyenletet.

Gábor sebessége $+\,8\ \frac{\text{km}}{\text{h}} =$ Dénes sebessége.

95. Két falu, A és B, 20 kilométernyire van egymástól. Péter az A faluból indul a B felé, Pál a B faluból indul az A felé. Mindketten óránként 4 kilométert tesznek meg. Hány órával induljon később Pál, mint Péter, ha az A falutól 8 km-re akarnak találkozni?

96. Egy kör alakú pálya 156 méter hosszú. Péter 6,5 métert tesz meg másodpercenként, Pál pedig 5,5 métert, és a pálya azonos pontjáról egyszerre indulnak el ellenkező irányban. Hány másodperc múlva találkoznak?

97. Péter 8 órakor indult útnak gyalog, Pál 10 órakor indult utána kerékpáron. Pál 11 órakor érte utol Pétert. Milyen sebességgel ment Péter, és milyen sebességgel ment Pál, ha Pál sebessége $8\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$-val volt nagyobb Péterénél?

98. Egy utazó útjából hátravan még 252 km. Eddigi tapasztalatai alapján naponta legalább 12 km-t, legfeljebb 18 km-t tesz meg. Hány napot tervezzen ennek alapján a hátralevő 252 km megtételéhez?

Munkavégzéssel kapcsolatos feladatok

99. A gazdaság kertjét 2 motoros szivattyúval öntözik. Ha csak a nagyobb szivattyú működik, 4 óra alatt lesznek készen, ha csak a kisebbik, 9 óra alatt. Mennyi idő alatt lennének készen, ha mind a két szivattyút használnák?

Segítség:

1 óra alatt a nagyobbik szivattyú a munka _____ részét végzi el.

1 óra alatt a kisebbik szivattyú a munka _____ részét végzi el.

Ha mindkét szivattyú dolgozik, x óra alatt lesz kész a munka, ezalatt a nagyobb $\frac{x}{4}$ részt, a kisebb pedig $\frac{x}{9}$ részt végez.

x idő alatt a teljes munka elkészül.

100. János a kertet 8 óra alatt ássa fel. Béla gyorsabban dolgozik, ő 6 óra alatt végez ugyanezzel a munkával. Tegnap együtt láttak munkához. Hány óra alatt végeztek vele?

101. Egy munkát az első brigád 12 nap alatt, a második brigád 15 nap alatt végezne el.

A két brigád együtt fogott hozzá ehhez a munkához, de néhány nap múlva az első brigád más munkát kapott, így a munka hátralevő részét a második brigád 6 nap alatt fejezte be. Hány napig tartott az egész munka elvégzése?

102. A fürdőmedencébe három csapon át tudunk vizet tölteni. Az első csap egyedül 10 óra alatt tölti meg a medencét. A második csap egyedül 6, a harmadik pedig 5 óra alatt tölti meg.

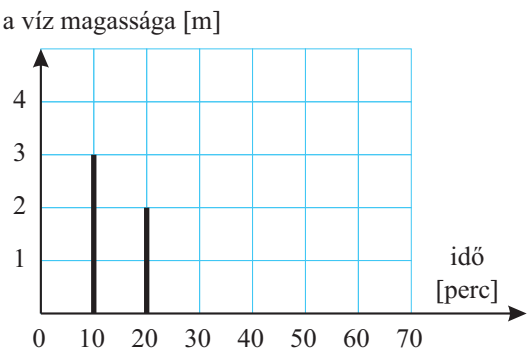
Mennyi idő alatt telik meg a medence, ha

a) mindhárom csapból együtt töltjük,

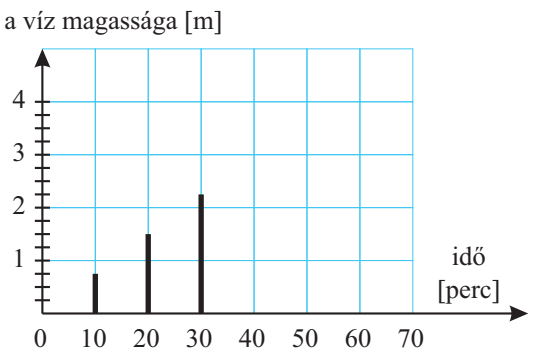
b) kezdetben mindhárom csap nyitva van, de 1 óra múlva az elsőt elzárjuk?

103. Egy medencében cserélik a vizet. Az egyik oldalon mérőbeosztás van. 10 percenként nézzük meg a víz szintjét. Miután a víz kifolyik, tiszta vizet engednek a medencébe. Ekkor is 10 percenként nézzük meg a víz állását. A víz szintje mindkét esetben egyenletesen változik.

Fejezd be a rajzot!



Mennyi idő alatt lett üres a medence?



Mennyi idő alatt telt meg a medence?

Állapítsd meg a rajz alapján, hogy leeresztéskor vagy feltöltéskor változik-e gyorsabban a vízszint!

104. Edisonnak – a szénszálas izzó feltalálójának – jó érzéke volt a szellemes megoldásokhoz. Nagyszámú vendégserege egyszer szóvá tette, hogy túl nehéz a ház előtti kertajtót kinyitni.

Egyik barátja így szólt:

– Egy ilyen technikai zseni, mint te, igazán megcsinálhatná a kertajtót, hogy rendesen működjön.

Edison mosolyogva válaszolt:

– Elhihetitek, hogy a kapumat értelmesen terveztem meg. Rákötöttem a ciszternára, és mindenki, aki hozzám jön, egy ajtónyitással 20 l vizet pumpál a víztárolómba.

Amikor Edison 20 literes edényről 25 literes edényre tért át, 12 látogatóval kevesebb kellett a ciszterna megtöltéséhez. Hány liter víz fért a ciszternába?

Százalékszámítással kapcsolatos feladatok

105. A matematikaverseny járási fordulóján kiesett a tanulók 95%-a. A döntőbe a megyei fordulóban részt vevők 2%-a jutott be. A döntőn 23 tanuló volt jelen. Hányan indultak a járási fordulón, és hányan jutottak be a megyei fordulóba?

106. Egy könyv ára kötve 2400 Ft. A kötés ára a kötetlen könyvek árának 20%-a. Mennyibe kerül a kötetlen könyv?

107. Egy város lakóinak száma az év végén 78 000. A szaporulat az év folyamán 4% volt. Hány lakosa volt a városnak az év elején?

108. Két szám összege 2490. Az egyik szám 13%-a egyenlő a másik szám 17%-ával. Melyik ez a két szám?

109. Két szám különbsége 420. Az egyik szám 3%-a egyenlő a másik szám 8%-ával. Melyik ez a két szám?

110. Egy kaszásokból álló brigád az első napon lekaszálta egy rét felét és még két hektárt, a második napon a megmaradt terület 25%-át és a még hátralevő 6 hektárt. Mekkora volt a rét területe?

111. Egy város lakóinak száma 1950-től a következő népszámlálásig – 1960-ig – 8%-kal növekedett. Újabb 10 év elteltével 10%-kal nőtt a lakosok száma az 1960-as népszámlálás adataihoz képest. 1970-ben a város lakóinak száma 52 272 volt. Hány lakója volt a városnak 1950-ben?

112. Két fiú sakkot szeretne venni. Az egyiknek hiányzik a pénzéből a sakk árának 10%-a, a másiknak az ár $\frac{1}{6}$ része. Megveszik a sakkot közösen. Kiderül, hogy a pénzük 4400 Ft-tal volt több, mint a sakk ára. Mennyibe kerül a sakk?

113. Két kannában összesen 16 liter benzin volt. Mindegyikből kivettek egy litert, és így az első kannában maradt benzin 25%-a a második kannában maradt benzin $\frac{1}{3}$ részével lett egyenlő. Hány liter benzin volt eredetileg az egyes kannákban?

Négyzetgyök, Pitagorasz-tétel

Számok sokféle alakban

1. Írd át tizedes tört alakba a törteket!

a) $\frac{7}{10}$ *b)* $\frac{32}{10}$ *c)* $\frac{17}{100}$ *d)* $\frac{358}{100}$ *e)* $\frac{512}{1000}$ *f)* $\frac{2022}{1000}$

2. Írd át tizedes tört alakba a törteket!

a) $\frac{21}{2}$ *b)* $\frac{34}{5}$ *c)* $\frac{203}{50}$ *d)* $\frac{28}{125}$ *e)* $\frac{21}{250}$ *f)* $\frac{323}{500}$

3. Írd át tizedes tört alakba a törteket!

a) $\frac{27}{30}$ *b)* $\frac{32}{40}$ *c)* $\frac{45}{150}$ *d)* $\frac{72}{60}$ *e)* $\frac{72}{800}$ *f)* $\frac{222\,222}{300\,000}$

4. Írd át tizedes tört alakba a törteket!

a) $\frac{7}{9}$ *b)* $\frac{5}{11}$ *c)* $\frac{11}{3}$ *d)* $\frac{31}{6}$ *e)* $\frac{24}{11}$ *f)* $\frac{123}{999}$

5. Készíts három végtelen nem szakaszos tizedes törtet!

6. Válaszd ki az alábbi számok közül a végtelen nem szakaszos tizedes törtet! Add meg a betűjelét és a képzési szabályát!

a) 12,2334 *b)* $987,\dot{9}8\dot{7}$ *c)* 5,51525354555657… *d)* 2022,022022022

A négyzetszámok négyzetgyöke

7. Sorold fel az összes 100-nál nagyobb, 1000-nél kisebb négyzetszámot!

8. Egészítsd ki a mondatokat úgy, hogy a kapott állítások igazak legyenek!

a) Ha egy természetes szám utolsó jegye 2, akkor a szám négyzete _____ végződik.

b) Ha egy természetes szám 4-re vagy 6-ra végződik, akkor a szám négyzetének utolsó jegye ___

c) Ha egy természetes szám négyzetének utolsó jegye 9, akkor a szám _____ végződik.

d) Van olyan négyzetszám, amely pontosan _____ nullára végződik.

e) Nincs olyan négyzetszám, amelynek az utolsó jegye _____

9. *a)* Az alábbi természetes számok első néhány jegyét letakartuk. Melyik lehet ezek közül négyzetszám?

A) □6 *B)* □7 *C)* □48 *D)* □25

E) □700 *F)* □250 *G)* □1010 *H)* □000 000

b) Szorzat alakban adtuk meg a természetes számokat. Melyik nem négyzetszám? Válaszodat indokold meg!

A) $1{,}44 \cdot 10^2$ *B)* $4 \cdot 10^3$ *C)* $6{,}25 \cdot 10^2$ *D)* $9 \cdot 10^5$

E) $9{,}61 \cdot 10^4$ *F)* $1{,}296 \cdot 10^3$

10. Természetes számok néhány jegyét letakartuk.

A) □2□ *B)* 2□□ *C)* □□2 *D)* □5□ *E)* 5□□ *F)* □□5

a) Melyik lehet négyzetszám? Add meg a betűjelét!

b) Add meg a négyzetszámok hiányzó számjegyeit! Keresd meg az összes lehetőséget!

11. Prímtényezős alakban adtuk meg a számokat.

a) Melyik nem négyzetszám? Add meg a betűjelét! Indokold meg a válaszodat!

A) $2^4 \cdot 3^4$ *B)* $2^4 \cdot 7^2$ *C)* $2^3 \cdot 5^6$ *D)* 3^8

E) $2 \cdot 5^4 \cdot 7^2$ *F)* $(2 \cdot 5)^4 \cdot 3^2$

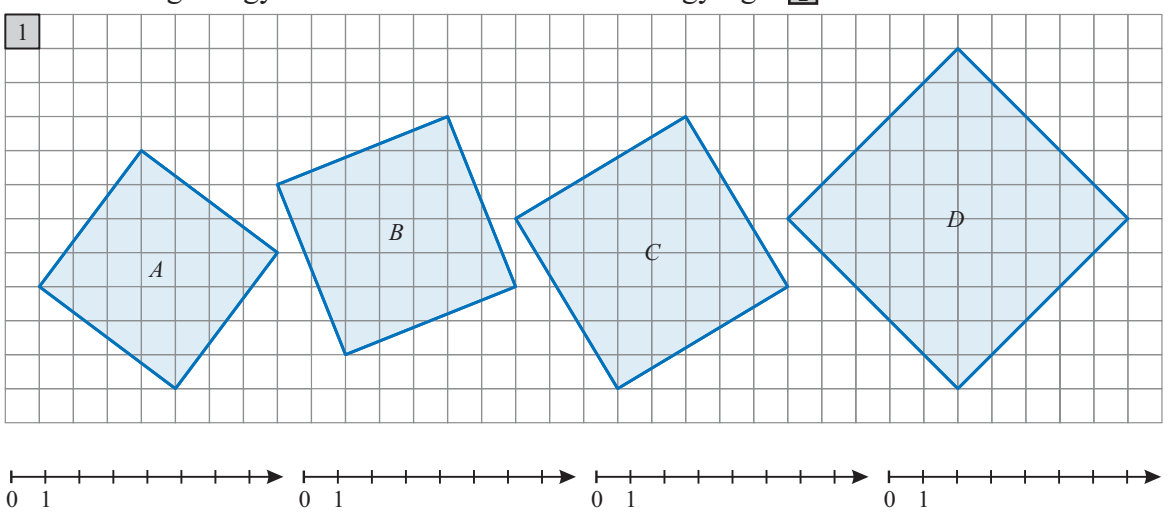
b) Melyik szorzatot tudod megadni egyetlen pozitív egész szám négyzeteként?

Például:

$2^2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) = 6 \cdot 6 = 6^2$

$5^2 \cdot 7^6 = 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = (5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) \cdot (5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) = 1715 \cdot 1715 = (1715)^2$

12. *a)* Határozd meg a négyzetek területét! A területmérés egysége: 1



b) Határozd meg a négyzetek oldalainak hosszát 1 tizedesjegy pontossággal (azaz tizedekre kerekítve) a területükből!

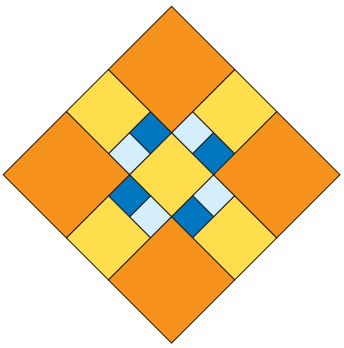
c) Melyik négyzet oldalának mérőszáma egész szám?

d) Az ábrák alatti számegyeneseken jelöld a négyzetek oldalainak hosszát!

13. Becsüld meg, melyik az az egész szám, amelynek négyzetét megadtuk! Négyzettáblázat vagy számológép segítségével határozd meg a számok pontos értékét!

a) 1369 *b)* 3136 *c)* 6889 *d)* 65 536 *e)* 35 721 *f)* 94 864

14. Egy uszodában a gyermekmedencét ilyen színes négyzeteket ábrázoló csempékkel burkolták. A csempe narancssárga négyzetének területe 225 cm^2.



a) Számítsd ki a citromsárga és a kék négyzetek területét!

b) Hány méter egy ilyen csempe kerülete?

Hány m^2 egy ilyen csempe területe?

15. Mekkora a négyzet területe, ha az oldala

a) 1,5 m, *b)* 15 m, *c)* 150 m, *d)* 0,15 m?

16. Mekkora a négyzet oldala, ha a területe

a) 1,44 cm^2, *b)* 14 400 cm^2, *c)* 144 cm^2, *d)* 0,0144 cm^2?

17. Mekkora a kocka felszíne, ha egy éle

a) 1,3 m, *b)* 13 m, *c)* 130 m, *d)* 0,13 m?

18. Mekkora a kocka egy éle, ha a felszíne

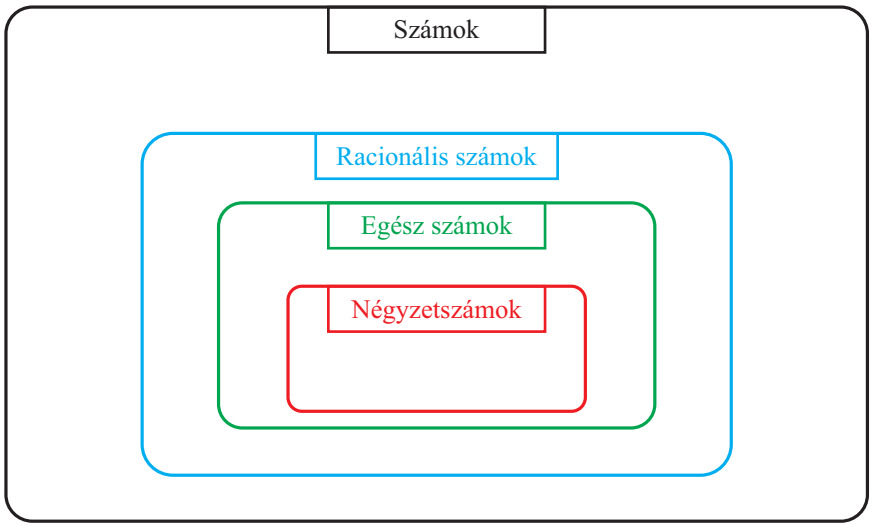
a) 2400 mm^2, *b)* 1350 cm^2, *c)* 5400 dm^2, *d)* 216 m^2?

19. Melyik az a nem negatív egész szám, amely igazzá teszi az egyenlőséget?

a) $x^2 = 81$ *b)* $x^2 = 6400$ *c)* $x^2 + 12 = 156$ *d)* $x^2 - 1 = 899$ *e)* $x^2 + 1 = 485$

20. Írd be a számokat a halmazábra megfelelő részébe! Ha szükséges, használj számológépet!

$\frac{5}{7}$; -4; 0; 225; $\sqrt{9}$; $0,\dot{3}$; $-\frac{12}{4}$; $\sqrt{10}$; $\sqrt{\frac{7}{4}}$; $5,\dot{4}\dot{2}$; $\sqrt{4,14}$; $\sqrt{6,25}$; 169



★ **21.** Becsült értékekkel közelítve döntsd el, melyik négyzetszám a fotó- és filmtörténet évszámai közül?

A) **1849**-ben tökéletesítették a háromdimenziós, térhatású fényképeket.

B) **1895**-ben a francia Lumière fivérek megtartották az első nyilvános filmvetítést, és ezzel mint a mozgókép feltalálói bevonultak a történelembe.

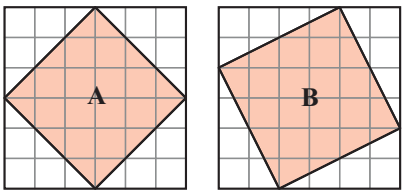
C) **1922**-ben három német mérnök levetítette az első hangosfilmet Berlinben.

D) **1936**-ban készítették az első egész estés háromdimenziós, térhatású filmet.

E) **1995**-ben mutatták be az első egész estés, teljes időtartamában számítógéppel készített filmet.

Hosszúság és terület meghatározása rácson

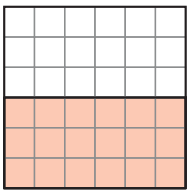
22. *a)* Mekkora az **A**, illetve a **B** négyzet területe? A területmérés egysége: 1.

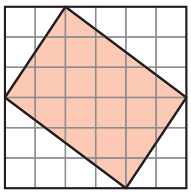


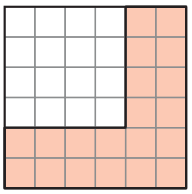
b) Mekkora része a nagy négyzet területének az **A**, illetve a **B** színezett négyzet területe?

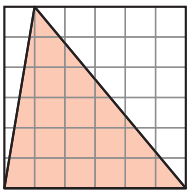
c) Add meg az **A**, illetve a **B** színezett négyzet oldalának hosszát egy tizedesjegy pontossággal!

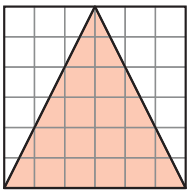
d) Melyik színezett terület egyezik meg az **A**, illetve a **B** négyzet területével?

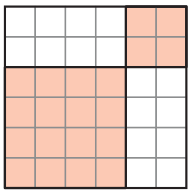
C)


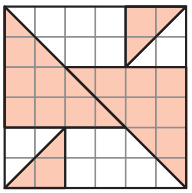
D)


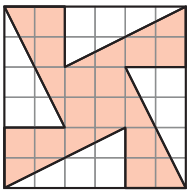
E)


F)


G)


H)


I)


J)


e) Melyik színezett alakzat tengelyesen szimmetrikus?

Add meg a betűjelét! _____

f) Melyik színezett alakzat középpontosan szimmetrikus?

Add meg a betűjelét! _____

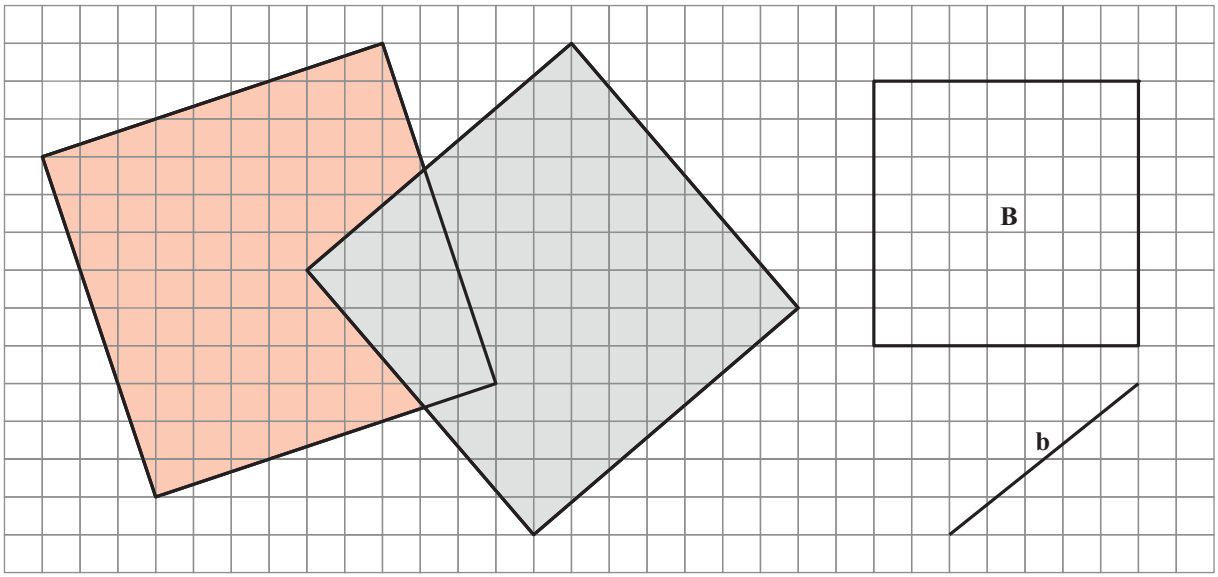
g) Melyik színezett alakzat szimmetrikus tengelyesen és középpontosan is?

Add meg a betűjelét! _____

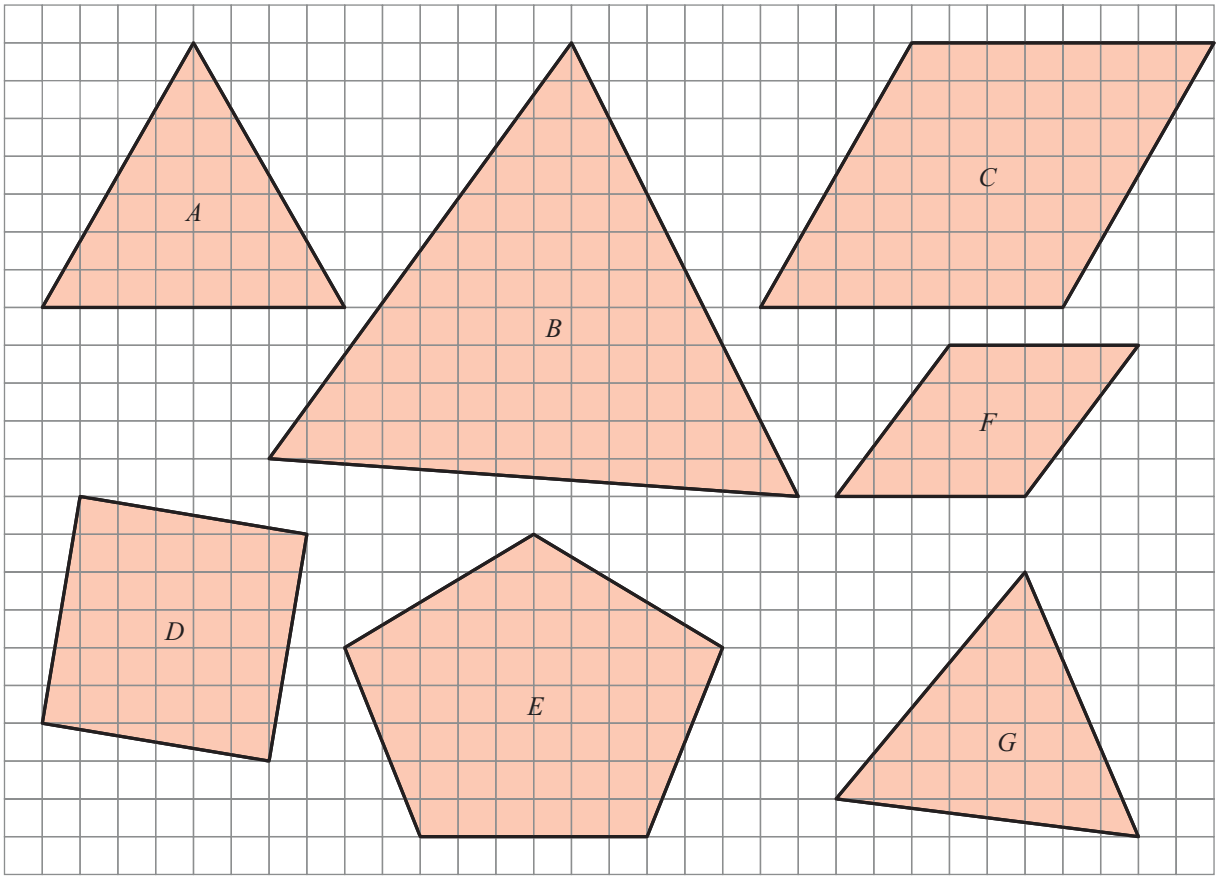
23. Melyik állítás igaz? Válaszodat indokold!

a) A piros és a szürke négyzet egybevágó.

b) A **b** szakasz hossza ugyanakkora, mint a **B** négyzet oldala.



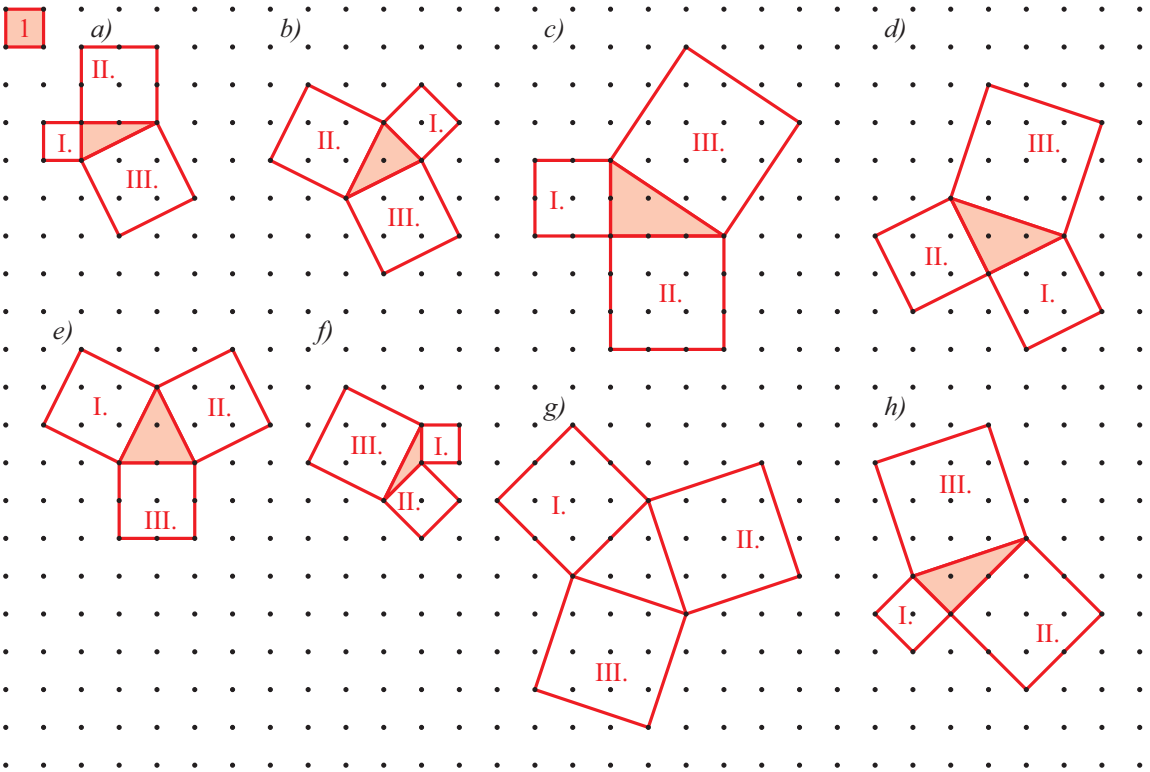
24. Melyik sokszög nem egyenlő oldalú? Mérd meg a szükséges adatokat, majd mérésedet számolással ellenőrizd!



Pitagorasz-tétel

25. Mennyi a háromszögek oldalaira rajzolt négyzetek területe? Írd be a táblázatba! Melyik háromszögekre igaz, hogy $t_{I.} + t_{II.} = t_{III.}$?

	a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*	*f)*	*g)*	*h)*
I.								
II.								
III.								



Pitagoraszi számhármasok

26. Az alábbi képlettel (formulával) pitagoraszi számhármasokat tudunk előállítani:

$$(m^2 - n^2)^2 + (2 \cdot m \cdot n)^2 = (m^2 + n^2)^2$$

A képletben m és n tetszőleges pozitív egész számok, amelyekre igaz, hogy $m > n$.

Ha azt akarjuk, hogy a kapott számhármasok ne legyenek egy másik számhármas többszörösei, például a (3; 4; 5) hármas kétszerese a (6; 8; 10), akkor az m és n változókra a következő kikötést kell tenni:

1. Legyenek különböző paritásúak (egyik páros, másik páratlan).
2. Legyenek relatív prímek, azaz $(m, n) = 1$.

A táblázat első sorában előállítottuk a már megismert (3; 4; 5) pitagoraszi számhármast, amely az $m = 2$ és az $n = 1$ számok behelyettesítésével kapható. Határozd meg a képlet segítségével a táblázat hiányzó számait!

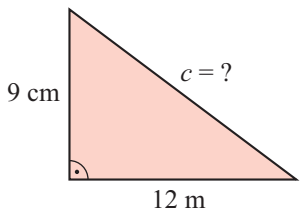
m	n	$x = m^2 - n^2$	$y = 2 \cdot m \cdot n$	$z = m^2 + n^2$	x^2	y^2	z^2
2	1	3	4	5	9	16	25
4	3						
4		15					
	2		20				
6				45			

@ Keresd meg a „formula” szó jelentéseit az Idegen szavak és kifejezések szótárában!

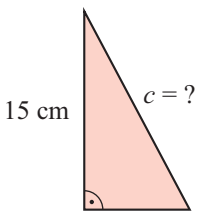
A Pitagorasz-tétel alkalmazása

27. *a)* Számítsd ki az átfogók hosszúságát!

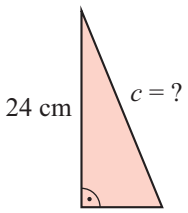
A)



B)



C)



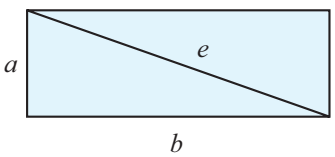
b) Számítsd ki a háromszögek területét!

c) Számítsd ki a háromszögek átfogóhoz tartozó magasságának hosszát!

28. A derékszögű háromszögek befogóit a-val, b-vel, átfogóját c-vel jelöltük. Számítsd ki a derékszögű háromszögek két oldalából a harmadikat!

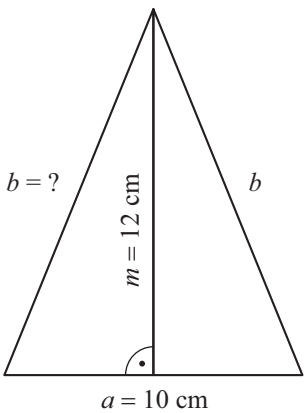
a	14	60	8		390	
b	48		15	120		65
c		65		123	890	97

29. Számítsd ki a téglalap kerületét, ha az egyik oldala $a = 9$ cm és átlója $e = 15$ cm!

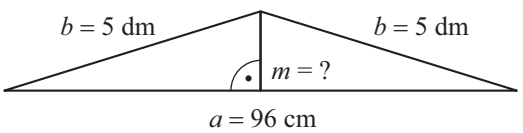


30. Számítsd ki az egyenlő szárú háromszögek kérdezett adatait!

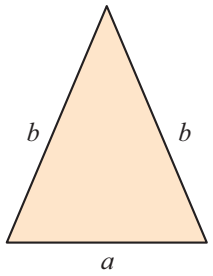
a)



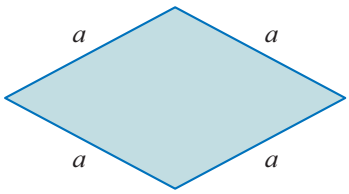
b)



31. Számítsd ki az egyenlő szárú háromszög területét, ha $a = 14$ cm, $b = 25$ cm!



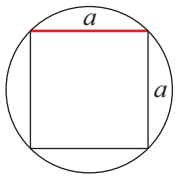
32.



Számítsd ki a rombusz kerületét, ha a rövidebb átlója 16 cm, a hosszabb 30 cm hosszú!

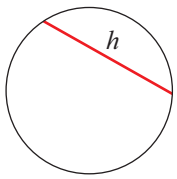
33. *a)* Mekkora a 14,4 dm sugarú körbe írt négyzet oldala?

b) Lehet-e egy 28 cm átmérőjű körbe 20 cm oldalú négyzetet szerkeszteni?

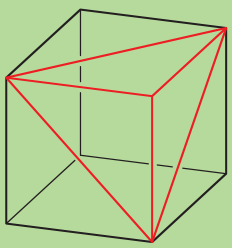


34. *a)* Milyen távol van a 4 cm sugarú kör középpontjától az a húr, amelynek hossza 6 cm?

b) Milyen hosszú az a húr, amely egy 3 cm sugarú körben a középponttól 2 cm távolságban halad?



35. Milyen hosszú drótból készíthető el az ábrán látható gúla pirossal színezett élváza? A kocka éle 15 cm.



36. Egy derékszögű háromszög oldalainak mérőszámai pitagoraszi számhármast alkotnak.

Mekkora a háromszög területe, ha a kerülete 120 cm?

Hozzárendelések, grafikonok

Hozzárendelések

1. Melyik megfeleltetés egyértelmű?

a)



b)



2. Az *A* alaphalmazba építészeti stílusok tartoznak, a *K* képhalmazba pedig az egyes stílusok jellegzetességei. Feleltesd meg őket egymásnak! Egyértelmű-e ez a megfeleltetés, és ha igen, akkor a megfordítása is egyértelmű-e?

A

gótika
román
barokk
copf
klasszicista
reneszánsz

K

füzérdíszítés
külső támpillérek
antik művészet továbbfejlesztése
látványosságra törekvés
ünnepélyes homlokzat
zömök falak

3. A megadott alaphalmazok és képhalmazok ismeretében létesíts megfeleltetést közöttük! Írd le a megfeleltetés szabályát is! Vizsgáld meg, hogy a megfeleltetés visszafelé is egyértelmű-e!

a)

A

1
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{16}$

K



b)

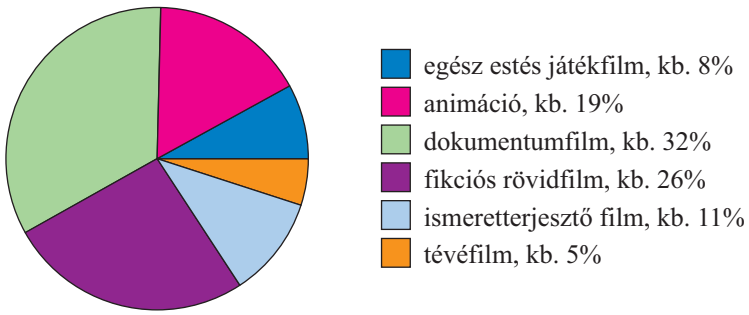
A

Bach
Händel
Liszt
Verdi
Csajkovszkij
Smetana
Mahler

K

cseh
olasz
német
magyar
orosz
osztrák

4. Mintegy 20 ezren látogattak el a 2014. október 13. és 19. között megrendezett első Magyar Filmhétre. A mustrán összesen 332 alkotás szerepelt.



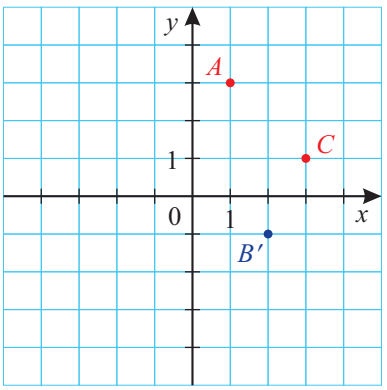
a) A diagrammal megadott hozzárendelésnél add meg a hozzárendelési utasítást!

b) Mi a hozzárendelésnek az alaphalmaza és a képhalmaza?

c) Hány egészestés játékfim készült el a filmszemlére?

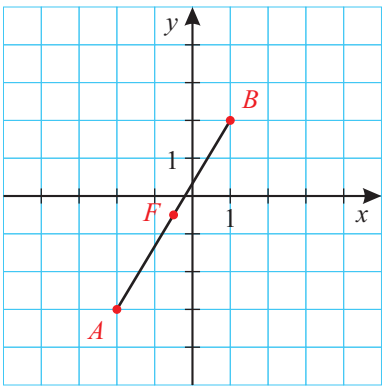
@ Nézz utána, hogy ki a rendezője és mi a címe annak a magyar játékfilmnek, amely Golden Globe-díjat kapott 2016-ban?

5. Az ABC háromszöget tükröztük az origóra. Az ábrán látható pontok felhasználásával rajzold meg pirossal az eredeti és kékkel a tükrözött háromszöget! Töltsd ki a táblázatot!



Eredeti pontok	$A(\ ;\ )$	$B(\ ;\ )$	$C(\ ;\ )$
Origóra tükrözött pontok	$A'(\ ;\ )$	$B'(\ ;\ )$	$C'(\ ;\ )$

6. Minden szakaszhoz egyértelműen hozzátartozik a szakasz felezőpontja. Töltsd ki a táblázatot!



Az egyik végpont	$A(-2;-3)$	$A(1;-2)$	$A(3;1)$	
A másik végpont	$B(1;2)$	$B(-3;3)$		$B(-1;1)$
A felezőpont	$F\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$		$F(0;0)$	$F(2;3)$

7. A megadott számokhoz rendeld hozzá a szám osztóinak számát! Töltsd ki a táblázatot! (A *d)* feladatban a p és q különböző prímszámok.)

a)

Szám	7	9	12	15	21
Osztók száma					

b)

Szám	1	3	9	27	81
Osztók száma					

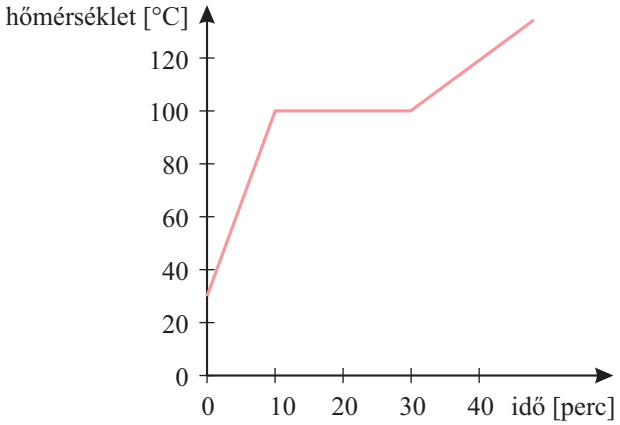
c)

Szám	2^3	3^5	$2\cdot3$	$2^3\cdot3$	$2^3\cdot3^5$
Osztók száma					

d)

Szám	p	q^2	pq	pq^2	p^3q^5
Osztók száma					

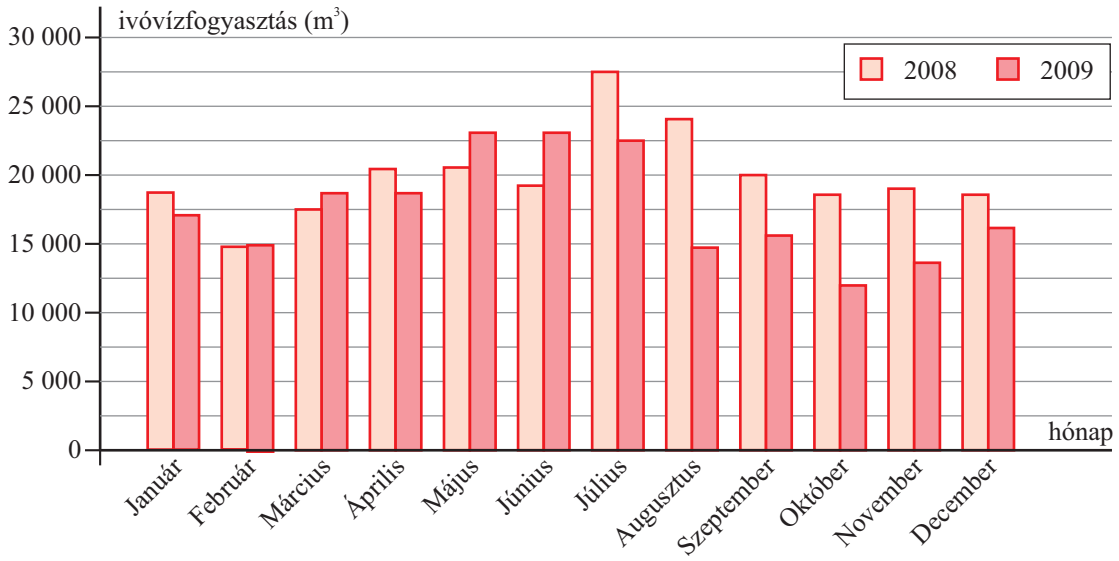
8. Elemezd a csapvíz hevítéséről készült grafikont! Mikor van csak víz, és mikor víz és gőz az edényben? Hány perc elteltével lesz csak gőz-halmazállapotú anyag?



9. Egy pohárban 30 °C-os üdítőital van, amelybe beledobunk egy-két jégkockát. Rajzold le a hűtési folyamatot ábrázoló grafikont!



10. A következő diagram egy város ivóvízfogyasztását mutatja két egymást követő évben. A diagram adatai alapján döntsd el, melyik igaz, illetve melyik hamis a következő állítások közül!



A) A vizsgált évek során a legkevesebb ivóvizet 2009 októberében fogyasztotta a város. ☐

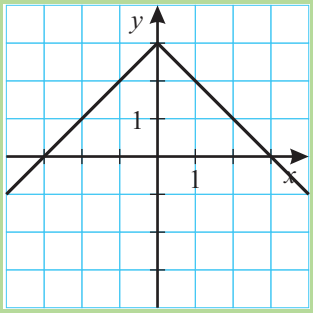
B) 2008-ban az évi összfogyasztás több volt, mint 2009-ben. ☐

C) 2008-ban minden hónapban több volt az ivóvízfogyasztás, mint 2009 azonos időszakában. ☐

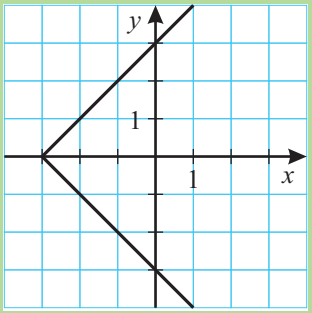
(Kompetenciamérés, 2012)

11. Döntsd el, hogy melyik grafikon $x \to y$ hozzárendelési szabálya egyértelmű! Egyértelmű hozzárendelések esetén add meg az alaphalmazt és a képhalmazt!

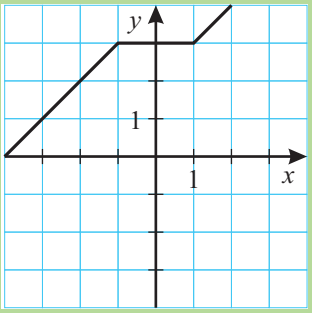
a)



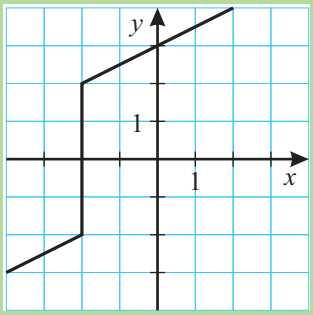
b)



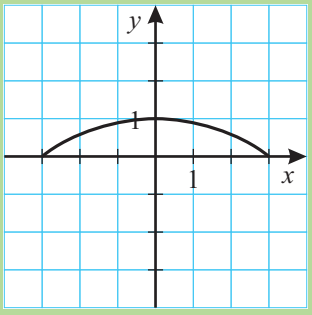
c)



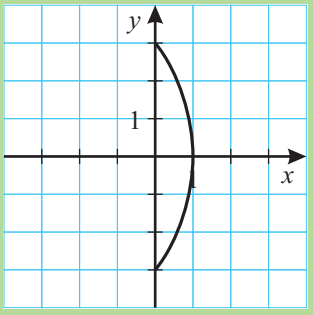
d)



e)



f)



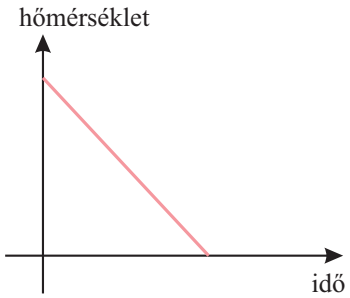
Hozzárendelések szemléltetése, grafikonok

12. Villanytűzhelyen való főzéskor fontos tudni, hogy a főzőlap bemelegedéséhez időre van szükség, viszont lekapcsolás után is még jó ideig meleg, azaz az étel tovább fő rajta. Erről a jelenségről készültek a grafikonok. Párosítsd az állításokat a grafikonokkal!

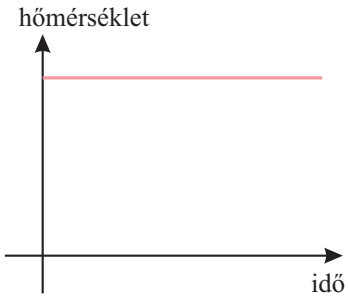
a) Bekapcsolás után van a főzőlap. *b)* Kikapcsolás után van a főzőlap.

c) A főzőlap elérte a kívánt hőmérsékletet, és azon a hőmérsékleten fő az étel.

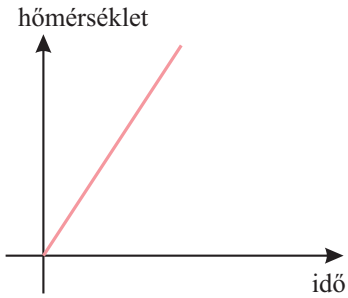
A)



B)



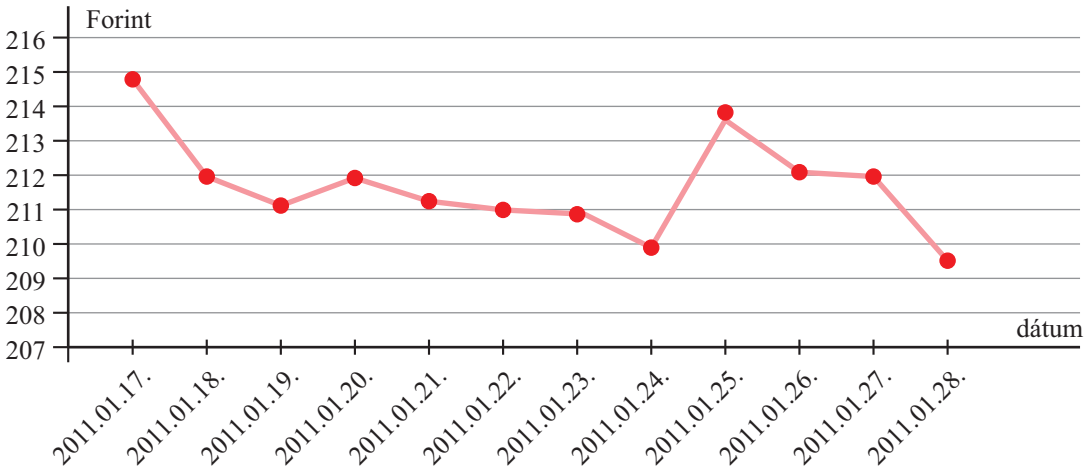
C)



13. Számold ki az $y = 2x - 3{,}2$ hozzárendelés grafikonján lévő $P(x; y)$ pontok hiányzó koordinátáját, ha

a) $x = 0$; *b)* $x = 4$; *c)* $x = -3{,}4$; *d)* $x = \frac{5}{6}$!

14. Az alábbi grafikon azt mutatja, hogy egy külföldi valutát hány forintért lehetett megvásárolni az ábrázolt időszakban.



a) Melyik napon volt a legdrágább ez a valuta az ábrázolt időszakban? Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

(A) 2011. 01. 17-én (B) 2011. 01. 20-án (C) 2011. 01. 25-én (D) 2011. 01. 28-án

b) Hány napon lehetett 212 Ft-nál kevesebbet fizetni ezért a valutáért az ábrázolt időszakban? Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 9

(Kompetenciamérés, 2012)

15. Számold ki az $y = -\frac{4}{7}x - 2$ hozzárendelés grafikonján lévő $P(x; y)$ pontok hiányzó koordinátáját, ha

a) $x = 0$; *b)* $x = 14$; *c)* $x = -4$; *d)* $x = \frac{21}{4}$!

16. Ábrázold közös koordináta-rendszerben az alábbi összefüggéseknek eleget tevő $P(x; y)$ pontokat!

a) $y = 2x - 3$ *b)* $y = 3x - 2$ *c)* $y = -2x + 3$ *d)* $y = -3x + 2$

17. Ábrázold az $y = 1 - 4x$ összefüggésnek eleget tevő $P(x; y)$ pontokat a koordináta-rendszerben! Döntsd el, hogy az $A(0; -4)$, $B(0; 1)$, $C(-1; 5)$, $D(-12; 50)$, $E(7; -27)$, $F(3; -13)$ pontok hogyan helyezkednek el a grafikonhoz képest!

18. Ábrázold az $y = 2x - 3$ összefüggésnek eleget tevő $P(x; y)$ pontokat a koordináta-rendszerben! Döntsd el, hogy az adott pontok hogyan helyezkednek el a grafikonhoz képest!

$A(0; 0)$, $B(2; 1)$, $C(3; 2)$, $D(-4; -10)$, $E(5; 6)$, $F(-5; -13)$, $G(40; 77)$, $H(-50; -100)$

19. Ábrázold az $y = 2 - 3x$ összefüggésnek elevet tevő $P(x; y)$ pontokat a koordináta-rendszerben! Döntsd el, hogy az adott pontok hogyan helyezkednek el a grafikonhoz képest!

$A(0; 0)$, $B(0; 2)$, $C(3; -6)$, $D(-4; 10)$, $E(-5; 17)$, $F(4; -10)$, $G(20; -62)$, $H(-40; 122)$

20. Ábrázold az $y = x - 3$ összefüggésnek eleget tevő $P(x; y)$ pontokat a koordináta-rendszerben! Válaszd meg a pontok hiányzó jelzőszámait úgy, hogy a pontok

a) a grafikonon, *b)* a grafikon alatt, *c)* a grafikon fölött legyenek!

$A\left(0;\square\right)$ $B\left(\frac{3}{5};\square\right)$ $C\left(-\frac{1}{2};\square\right)$ $D\left(\square;1\right)$ $E\left(\square;-3\right)$ $F\left(\square;\frac{3}{5}\right)$

21. Ábrázold az $y = 2x + 3$ összefüggésnek eleget tevő $P(x; y)$ pontokat a koordináta-rendszerben! Válaszd meg a pontok hiányzó jelzőszámait úgy, hogy azok

a) a grafikonon, *b)* a grafikon fölött, *c)* a grafikon alatt legyenek!

$A\left(0;\square\right)$ $B\left(-2;\square\right)$ $C\left(\frac{7}{4};\square\right)$ $D\left(\square;0\right)$ $E\left(\square;5\right)$ $F\left(\square;\frac{2}{3}\right)$

22. Ábrázold a megadott összefüggésnek eleget tevő $P(x; y)$ pontokat a koordináta-rendszerben! Melyik esetben kaptál grafikonként egy egyenest?

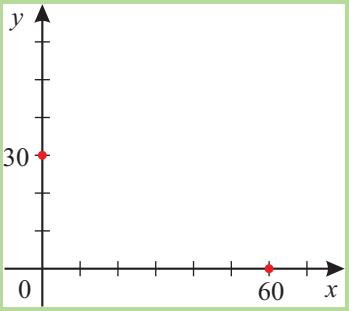
a) $y = -x + 3$ *b)* $y = \frac{1}{2}x + 4$ *c)* $y = -2$ *d)* $y = |x + 3|$

★

23. Ábrázold az $y = \frac{x+3}{\frac{1}{2}}$ összefüggésnek eleget tevő $P(x; y)$ pontokat a koordináta-rendszerben!

Mely pontokban metszi a grafikon a koordinátatengelyeket?

24. Egy egyenes az ábrán látható pontokban metszi a koordinátatengelyeket. Add meg a hozzárendelési utasítást! Ellenőrizd magad, ha $x = 20$, illetve $x = 40$!



25. Add meg az $y = \frac{x^2 - 3x}{2x}$ hozzárendelés esetén azokat az x értékeket, amelyekre értelmezhető a hozzárendelési utasítás, majd készítsd el a megfelelő grafikont!

Grafikonok tulajdonságai

26. Ábrázold közös koordináta-rendszerben az alábbi összefüggéseknek eleget tevő $P(x; y)$ pontokat!

a) $y = 4x$ *b)* $y = 4x + 2$ *c)* $y = 4$

Hasonlítsd össze a kapott grafikonokat!

27. Ábrázold közös koordináta-rendszerben az alábbi összefüggéseknek eleget tevő $P(x; y)$ pontokat!

a) $y = 4 - x$ *b)* $y = x + 4$ *c)* $y = -x + 4$

Hasonlítsd össze a kapott grafikonokat!

28. Ábrázold közös koordináta-rendszerben az alábbi összefüggéseknek eleget tevő $P(x; y)$ pontokat! Hasonlítsd össze a kapott grafikonokat!

a) $y = 2{,}4x$ *b)* $y = 2{,}4x - 3$ *c)* $y = 2{,}4x + 1$

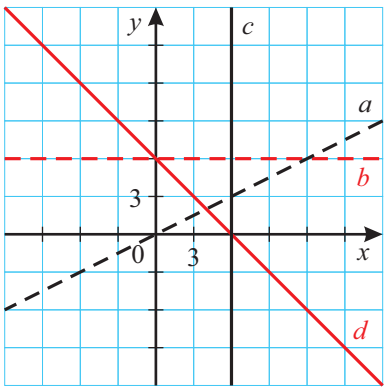
29. Ábrázold közös koordináta-rendszerben az alábbi összefüggéseknek eleget tevő $P(x; y)$ pontokat! Hasonlítsd össze a kapott grafikonokat!

a) $y = \frac{2}{3}x + 3$ *b)* $y = x + 3$ *c)* $y = -2x + 3$

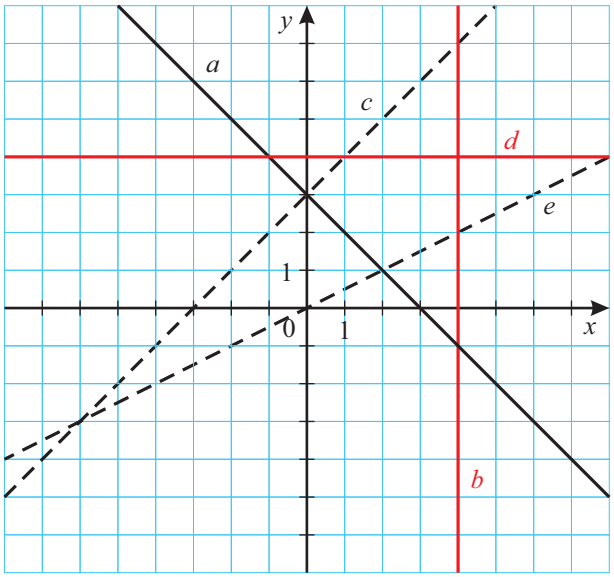
30. Keresd a párját!

$A: y = \frac{1}{2}x$ $B: y = 6$ $C: x = 2y$ $D: y = 0{,}5x$

$E: x = 6$ $F: y = -x + 6$ $G: y = 6 - x$



31. Keresd a párját!



egyenes arányosság grafikonja

$y = 0{,}5x$

$y = 3 - x$ $y = -x + 3$ $y = x + 3$

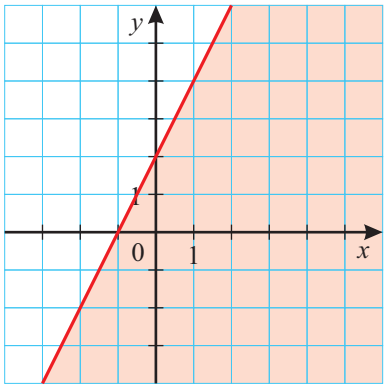
$y = 4$ nem egyértelmű hozzárendelés $x = 4$

32. Válaszd ki a hozzárendelési utasítás alapján azokat, amelyek grafikonja csökkenő lesz! Készítsd el ezeket a grafikonokat!

a) $y = \frac{1}{3}x - 4$ *b)* $y = -2x + 3$ *c)* $y = 5$ *d)* $y = 3 - x$

33. *a)* Add meg a $P(x; y)$ pontok koordinátái közötti kapcsolatot a piros egyenesnél!

b) Milyen összefüggés van az ábrán beszínezett $P(x; y)$ pontok koordinátái között?



34. Ábrázold az $y = 2x$ és az $y = x + 2$ összefüggéseknek eleget tevő $P(x; y)$ pontokat a koordináta-rendszerben!

a) Tükrözd az egyeneseket az x tengelyre, és írd fel a hozzárendelés szabályát!

b) Tükrözd az egyeneseket az y tengelyre, és írd fel a hozzárendelés szabályát!

35. Megadtunk egy-egy egyenest a koordináta-rendszerben. Mi lehet a hozzárendelés szabálya?

a)

x	0	1
y	3	–4

b)

x	–2	2
y	4	12

c) Átmegy az $A(-3; 2)$ ponton, és az x tengellyel 45°-os szöget zár be.

36. Mekkora a kerülete és a területe annak a derékszögű háromszögnek, amelyet az $y = \frac{1}{3}x + 2$ összefüggésnek eleget tevő $P(x; y)$ pontok, valamint a koordinátatengelyek határolnak? Készíts ábrát is!

37. Rajzold meg az egyes egyeneseket a koordináta-rendszerben, és add meg a nekik megfelelő hozzárendelési utasítást!

a) Áthalad az $A(0; -2)$ ponton, és 1-et jobbra lépve 4-et emelkedik.

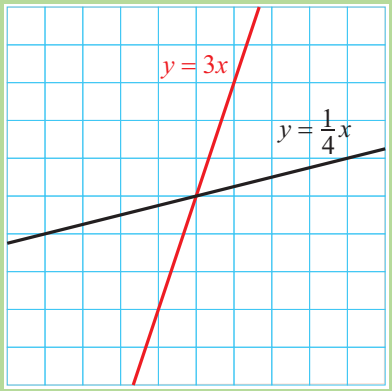
b) Áthalad az $A(0; -2)$ ponton, és 1-et jobbra lépve 4-et süllyed.

c) Áthalad az $A(-2; 0)$ ponton, és 1-et jobbra lépve 1-et emelkedik.

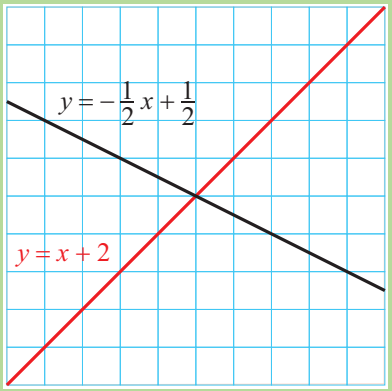
d) Áthalad az $A(-2; 0)$ ponton, és 1-et jobbra lépve 1-et süllyed.

★ **38.** Rajzold be a koordináta-rendszer hiányzó tengelyeit!

a)



b)



Feladatok grafikus megoldása

39. Add meg az egyes utasításokhoz tartozó alaphalmazt és képhalmazt! Készítsd el az utasításokhoz tartozó grafikonokat!

a) Minden pozitív egész számhoz rendeld hozzá a szám háromszorosát!

b) A szabályos háromszög oldalának hosszához rendeld hozzá a háromszög kerületét (azonos mértékegységgel dolgozz)!

c) Minden számhoz rendeld hozzá a szám háromszorosát!

40. Ábrázold az $y = 2x - 3$ összefüggésnek eleget tevő $P(x; y)$ pontokat a koordináta-rendszerben, ha az alaphalmaz:

a) $A = \{\text{a tanult számok}\}$; *b)* $A = \{2 \leqq x < 6\}$!

Mely számok alkotják az egyes esetekben a képhalmazt?

41. Ábrázold az $y = -x + 3$ összefüggésnek eleget tevő $P(x; y)$ pontokat a koordináta-rendszerben, ha az alaphalmaz:

a) $A = \{\text{természetes számok}\}$; *b)* $A = \{-3 \leqq x \leqq 3\}$!

Mely számok alkotják az egyes esetekben a képhalmazt?

42. Ábrázold az $y = \frac{1}{2}x - 2$ összefüggésnek eleget tevő $P(x; y)$ pontokat a koordináta-rendszerben, ha az alaphalmaz:

a) $A = [-2; 6]$ intervallum; *b)* $A = [-2; 6]$ intervallum egész értékei!

Mely számok alkotják az egyes esetekben a képhalmazt?

★ **43.** Ábrázold az adott összefüggéseknek és a hozzájuk tartozó alaphalmazoknak megfelelő $P(x; y)$ pontokat a koordináta-rendszerben!

$y = 1{,}5x - 1$ Alaphalmaz $= \{2 \leqq x \leqq 6\}$

$y = -\frac{2}{3}x + 12$ Alaphalmaz $= \{6 \leqq x \leqq 12\}$

$y = 0{,}2x + 1{,}6$ Alaphalmaz $= \{2 \leqq x \leqq 12\}$

Milyen alakzatot határoz meg a három grafikon?

44. Határozd meg grafikus úton, hogy milyen x értékekre lesz

a) nulla, *b)* pozitív, *c)* negatív

az alábbi összefüggéseknek eleget tevő $P(x; y)$ pontok második koordinátája?

Megoldásodat jelöld *a)* pirossal, *b)* kékkel, illetve *c)* zölddel a számegyenesen!

F: $y = 3x - 5$ *G:* $y = 4 - 3x$ *H:* $y = 4$ *I:* $x = 3$

45. Két szám összege 9. A keresett számokat jelöld x-szel és y-nal, majd add meg a közöttük lévő kapcsolatot!

a) Készítsd el a kapott hozzárendelési utasításnak megfelelő grafikont!

b) Melyek azok a számok, amelyek összege 9, és különbsége 3? Válaszodat a grafikon segítségével add meg!

46. Zsuzsi 12 km-t tesz meg óránként a biciklijével, míg bátyja, Jancsi, 20 km-t. Zsuzsi 1 órával korábban indul a 30 km-re lakó nagymamájukhoz, mint Jancsi.

a) Mennyi idő múlva éri utol Jancsi a húgát?

b) A két testvér közül ki érkezik elsőnek a nagymamához?



47. A csónakból kieső labdát a gyerekek kb. 1,5 perc múlva kezdték el „üldözni”. A fiúk egy perc alatt 250 m-t haladnak, míg a folyó ezen a szakaszán percenként 100 m-t tesz meg. Mennyi idő múlva érik utol a labdát, és milyen hosszú úton csurgott lefelé a labda a folyón?



48. A nyári sátorozáskor Gyuri 2 dl teavizet akart melegíteni egy olyan vízforralóval, amely az ilyen mennyiségű vizet percenként 15 °C-kal tudja melegíteni. Karcsinak ugyanilyen vízforralója van, de ő csak 1 dl vizet tett fel kávénak, viszont 2 perccel később kezdett a forraláshoz, mint Gyuri. Hány perc múlva lesz kész (azaz 100 °C-os) a teavíz, illetve a kávéhoz melegített víz, ha 22 °C-os csapvizet kezdtek melegíteni a fiúk? Mikor lesz Karcsi vize melegebb Gyuriénál?

49. A nyolcadikosok a ballagás utánra bulit szerveznek. Az egyik amatőr együttes a kiszállásért 40 000 Ft-ot kér, és óránként 80 000 Ft-ot. Egy másik együttes óradíja csak 60 000 Ft, de a kiszállásért 100 000 Ft-ot számolnak fel. Hány órás zenélésért kérnek azonos díjazást az együttesek? Hány órás buli esetén érdemesebb az első együttest meghívni, ha a szolgáltatott zene színvonalában nincs különbség?

Érdekes grafikonok

50. Az $A(3;9)$, $B(0;0)$, $C(1;3)$, $D(2;5)$ és $E(-2;4)$ pontokra vonatkoznak az alábbi állítások. Válaszd ki az igaz állításokat, ha a pontok koordinátái közötti kapcsolatok:

a) $y = 3x$; *b)* $y = x^2$; *c)* $y = x + 6$!

A felsorolt pontok közül:

I. egy pont illeszkedik mindhárom grafikonra;

II. nincs olyan pont, amelyik egyetlen grafikonra sem illeszkedik;

III. három pont illeszkedik pontosan két grafikonra;

IV. legalább egy grafikonra négy pont illeszkedik.

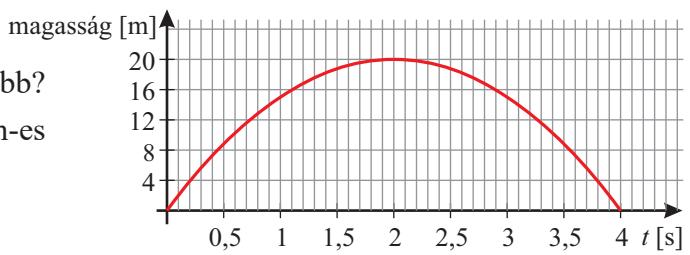
51. Az ábrán egy $20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ kezdősebességgel függőlegesen elhajított kő magasság-idő grafikonja látható.

a) Milyen magasra emelkedett fel a kő?

b) Mikor ért földet?

c) Mikor volt a földhöz 12 m-nél közelebb?

d) Milyen hosszú ideig volt a kő 16 m-es magasság fölött?



52. Ha egy golyót leejtünk, akkor a megtett út egyenesen arányos az eltelt idő négyzetével. Az arányossági tényező függ az esés helyétől (az időt másodpercben, a megtett utat méterben mérjük). Az arányossági tényező:

a) a Földön ≈ 5, *b)* a Holdon $\approx 0{,}8$, *c)* a Jupiteren $\approx 11{,}5$.

Készítsd el az út-idő grafikont egy szabadon eső test esetében a fenti égitestekre!

@ Nézz utána, hogy hívták azt az űrhajóst, aki először a Holdra lépett, és miért mozgott ott „ugrándozva”! Mikor történt mindez?

53. *a)* Ábrázold közös koordináta-rendszerben a következő hozzárendeléseknek eleget tevő $P(x; y)$ pontokat!

$y = |x|$ $\qquad$ $y = |-x|$ $\qquad$ $y = -|x|$

b) Add meg az egyes hozzárendelések képhalmazát!

c) Hol csökkenőek és hol növekvőek a grafikonok?

54. Készítsd el a hozzárendelések grafikonját, és határozd meg a képhalmazukat!

a) $y = |x|$, Alaphalmaz $= \{-2 \leqq x \leqq 4\}$ $\qquad$ *b)* $y = |x|$, Alaphalmaz $= \{-4 \leqq x \leqq 2\}$

55. *a)* Ábrázold közös koordináta-rendszerben az egyes hozzárendelések grafikonjait!

b) Add meg az egyes hozzárendelések képhalmazát!

c) Hol csökkenőek és hol növekvőek a grafikonok?

$y = x^2$ $\qquad$ $y = x^2 - 2$ $\qquad$ $y = 2x^2$

56. Keresd a párját! Minden számhoz hozzárendeltük

A) az ellentettjét

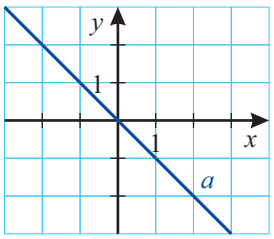
B) az abszolút értékét

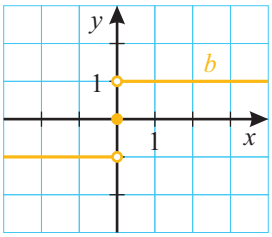
C) az ellentettjének az abszolút értékét

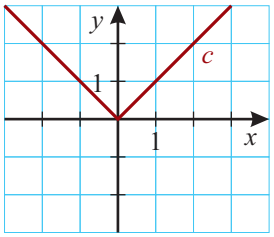
D) az abszolút értékének az ellentettjét

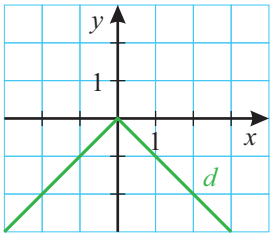
E) 1-et, ha $x > 0$, 0-t, ha $x = 0$, (-1)-et, ha $x < 0$

F) a -1-szeresét









57. Ábrázold az adott összefüggéseknek megfelelő $P(x; y)$ pontokat a koordináta-rendszerben! Add meg a hozzárendelési utasítások lehető legtágabb alaphalmazát és a hozzájuk tartozó képhalmazokat!

a) $y = \frac{3}{x}$ $\qquad$ *b)* $y = -\frac{1}{x}$ $\qquad$ *c)* $y = \frac{1}{3x}$

58. Készítsd el közös koordináta-rendszerben az *a)* $y = 4x$, *b)* $y = \frac{4}{x}$, $x \neq 0$ hozzárendelések grafikonját! Van-e közös pontja a két görbének?

59. Mekkora a kerülete és a területe annak a háromszögnek, amelyet az $y = 2 - |x|$ hozzárendelés grafikonja és az x tengely határol?

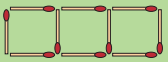
60. Julcsi néni egy 12 m hosszú kerítéssel egy téglalap alakú részt kerített körül az udvaron a tyúkoknak, hogy ezentúl csak ott kapirgáljanak. A terület a ház falához illeszkedik, ezért ott nem kellett kerítést kihúzni. Írd fel, hogy az elkerített rész területe hogyan függ a téglalap szélességétől! Készítsd el a kapott hozzárendelés grafikonját! Milyen adatok esetén lesz legnagyobb az elkerített rész területe?

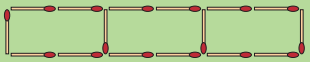
61. Az orvosi könyvek a gyógyszerek adagolását általában a felnőttekre adják meg.

Ezt a $Gy = \frac{F+n}{n+12}$ képlettel lehet átszámolni a gyerekekre, ahol n a gyerek életkorát jelenti években kifejezve, F pedig a felnőttek adagját. (A képlet 1 évnél fiatalabb gyerekekre nem alkalmazható.)

Számítsd ki a különböző korú gyerekeknek (2 éves kortól 14 éves korig) adandó gyógyszer mennyiségét, ha a felnőttek adagja 10 milligramm! Készíts értéktáblázatot, és rajzold meg az adott képlethez tartozó grafikont!

62. Gyufaszálakból építettük a következő alakzatokat:

a) 

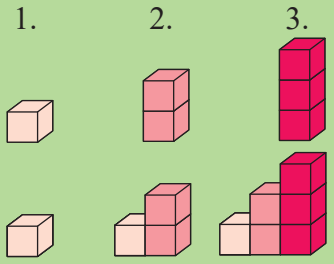
b) 

Hány gyufaszálra van szükség az egyes esetekben? Töltsd ki a táblázatot, és a kapott képletet ellenőrizd az ábrán látható $n = 3$-ra, $n = 5$-re és $n = 8$-ra!

	Téglalapok száma	1	2	3	4	5	6	7	8	…	n
a)	Gyufák száma:	4									
b)	Gyufák száma:	6									

63. Négyzetes oszlopokat építünk. Hány egységnégyzet az oszlopok felszíne? Mennyi lesz a felszín, ha az oszlopokat egymás mellé tesszük az asztalra?

Töltsd ki a táblázatot, és a kapott képletet ellenőrizd $n = 4$-re és $n = 8$-ra!



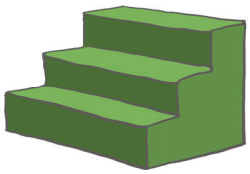
Kockák száma	1	2	3	4	5	6	7	8	…	n
Az oszlop felszíne	6	10								
A kapott test felszíne	6	14								

Térgeometria

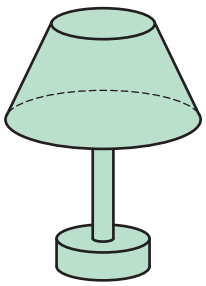
Térbeli alakzatok és geometriai modelljeik

1. Keresd meg a tárgyak geometriai modelljét!

a)



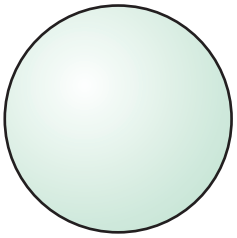
b)



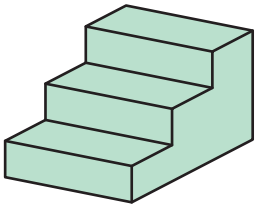
c)



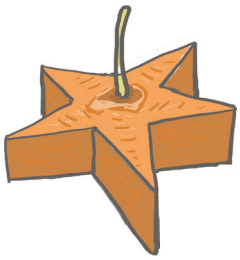
d)



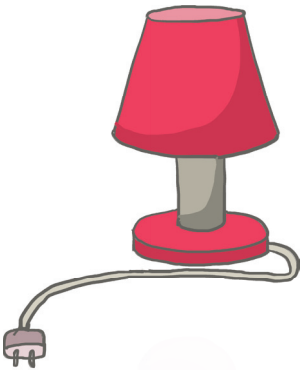
e)



f)



g)



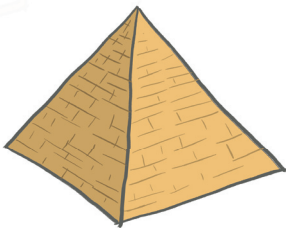
h)



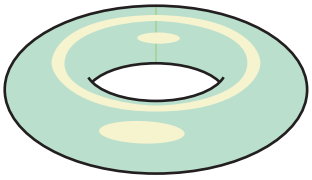
i)



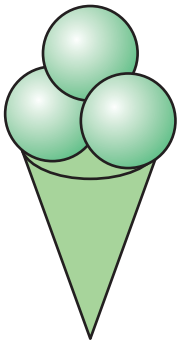
j)



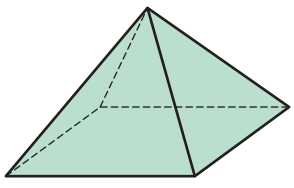
k)



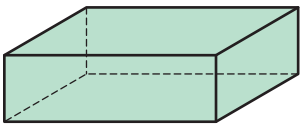
l)



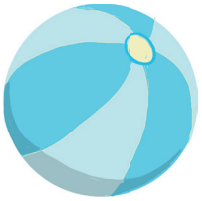
m)



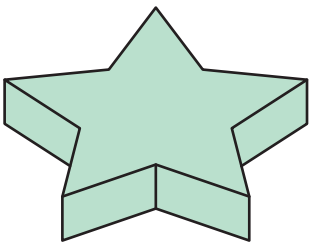
n)



o)

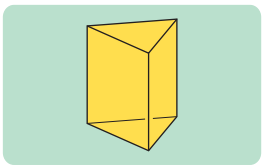


p)

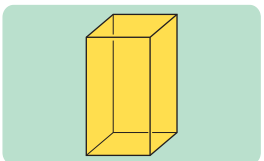


2. Párosítsd a testeket a hálóikkal!

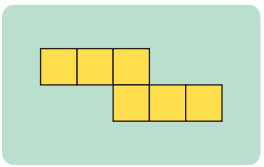
A)



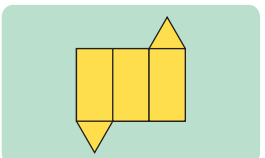
B)



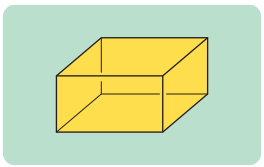
a)



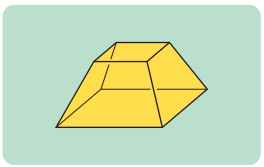
b)



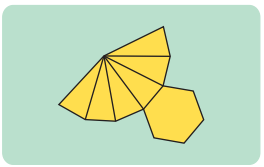
C)



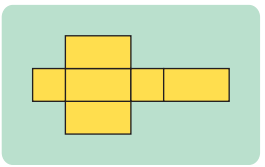
D)



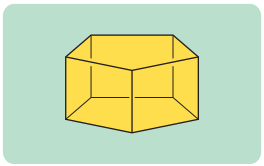
c)



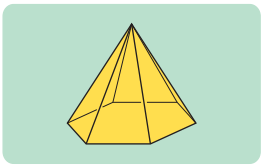
d)



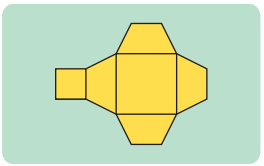
E)



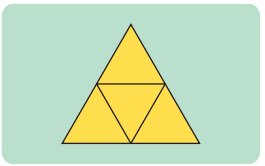
F)



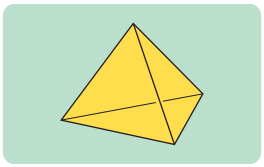
e)



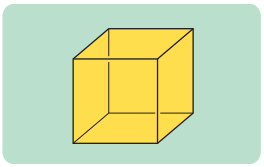
f)



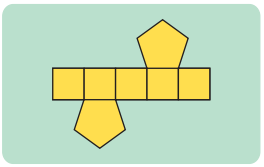
G)



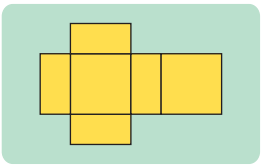
H)



g)



h)

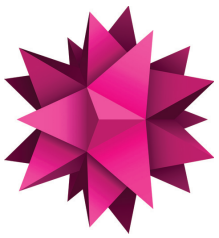


3. Írd be a táblázat megfelelő helyére az ábrán látható testek sorszámát!

1.



2.



3.



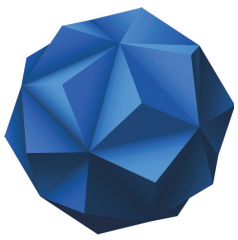
4.



5.



6.



7.

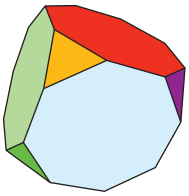


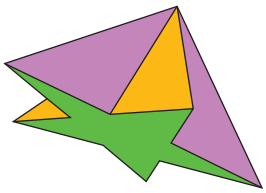
8.

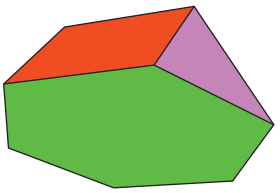


Konvex testek	Konkáv testek

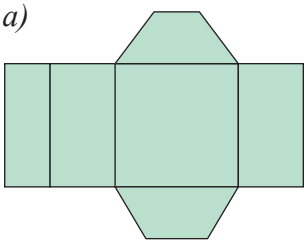
4. Milyen határoló lapjai vannak az alábbi testeknek? A látható lapokat rajzold le!

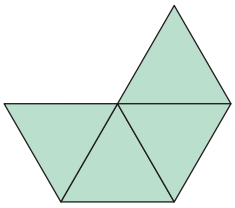
A) 

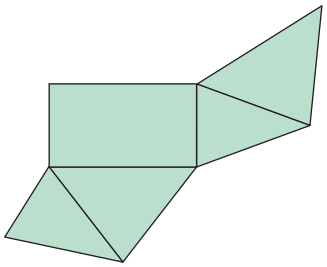
B) 

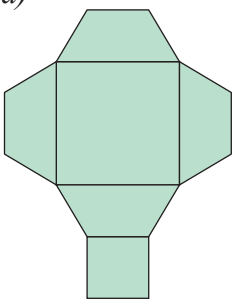
C) 

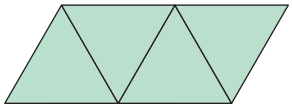
5. Válaszd ki a hálók közül azokat, amelyekből mértani testet lehet építeni! Vannak-e a hálók között olyanok, amelyekből ugyanazt a testet lehet felépíteni?

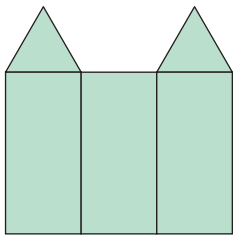
a) 

b) 

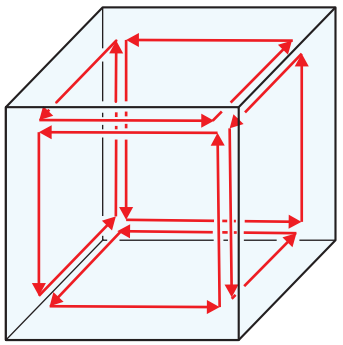
c) 

d) 

e) 

f) 

6. Egy kézművesműhelyben egy 10 cm élű átlátszó üvegkockát készíttettek. A kocka belsejében, a kocka minden élével párhuzamosan egy összefüggő, piros színű világító drótszálat helyeztek el úgy, ahogy az ábrán látható.



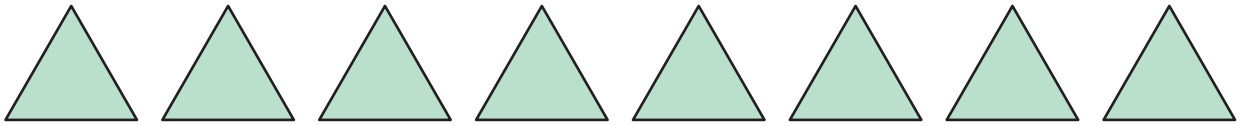
a) Indulj el a díszítőcsík egyik töréspontjából, és vezesd végig a ceruzádat a csíkon a nyilak iránya szerint! Hová érkezel? Melyik töréspontból kell indulnod, hogy a teljes út minden szakaszán pontosan egyszer haladj át?

b) Indulj el az üvegkocka egyik csúcsából, és vezesd a ceruzádat a kocka élein úgy, hogy minden élen csak egyszer haladj végig! A ceruzádat közben nem emelheted fel. Eljutsz-e a kocka minden élére úgy, ahogy az a piros drótszálon lehetséges volt?

c) Mi a különbség az *a)* és a *b)* útvonal között?

A gúla és hálója

7. Építs testet 8 db egybevágó szabályos háromszögből! Hány éle, lapja, csúcsa van ennek a testnek?

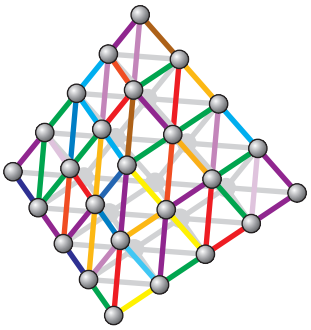


8. Pálcikákból és golyókból (Babilon vagy Geomag építővel) olyan szabályos tetraédert készítünk, amelynek egy éle

a) 2 pálcika, *b)* 3 pálcika, *c)* 4 pálcika hosszúságú.

Hány golyóra és hány pálcikára van szükség az egyes esetekben?

Például a *c)* feladatrészben készítendő tetraéder ábráját itt láthatod.



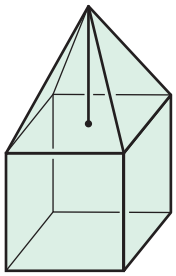
9. Először egy olyan ötszög alapú gúla élvázas modelljét készítjük el, amelynek minden éle 3 cm. Hány cm drótra van szükségünk? Másodszor az előző gúla alaplapjára, az alaplappal elválasztott másik térrészbe egy ugyanolyan gúlát készítünk, mint az előző. Hány cm drót szükséges az így kapott kettős gúlához?

10. Melyik az a gúla, amelynek

a) 4 éle, *b)* 6 éle, *c)* 8 éle, *d)* 9 éle van?

11. Hat darab egybevágó szabályos háromszögből egy-egy oldaluk egymáshoz illesztésével sokszögeket készítünk. Hány különböző sokszög létezik? Ezek közül hány olyan van, amely kettős gúla hálója? (Azokat a sokszögeket tekintjük különböző sokszögeknek, amelyek semmilyen mozgatással nem hozhatók fedésbe egymással.)

12. Egy kocka egyik lapjára kifelé ráragasztunk egy, a kocka élével azonos alapélű egyenlő oldalélű gúlát. Az így kapott testnek hány lapja, éle és csúcsa van? Rajzold le a test egyik hálóját!



13. Igazak-e az állítások? Válaszaidat indokold!

A) A gúla határolólapjai sokszögek.

B) A sokszöglapokkal határolt testek gúlák.

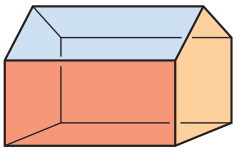
C) A gúlának nem lehet páratlan számú éle.

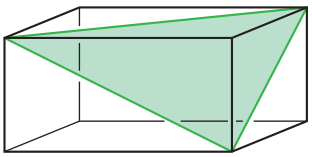
D) A gúlának csak páratlan számú lapja lehet.

E) A háromszög alapú gúla minden lapja lehet alaplap.

Hasábok és gúlák

14. Milyen két – általad ismert – geometriai testből épült ez a házikó?



15. 

A téglatestet elvágtuk az ábrán látható módon egy olyan síkkal, amely áthalad annak három csúcsán. Rajzold le, milyen határoló lapjai lesznek a keletkezett két testnek!

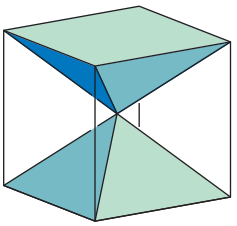
16. *a)* Van-e olyan gúla, amelynek ugyanannyi csúcsa van, mint a kockának?

b) Van-e olyan gúla, amelynek ugyanannyi lapja van, mint a kockának?

17. Van-e olyan gúla, amelynek

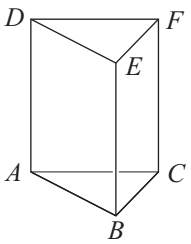
a) kétszer annyi, *b)* háromszor annyi, *c)* feleannyi oldaléle van, mint egy négyszög alapú hasábnak?

18. Egy 0,5 m oldalhosszú, kocka alakú kőtömbből a kőfaragók az ábrán látható kék színű kapudíszt készítik el. Milyen gúlákból áll ez a kapudísz?



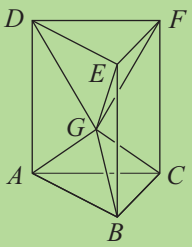
Ha feltételezzük, hogy nincs hulladék, akkor egy kockából hány ilyen dísz készülhet?

19. A háromszög alapú hasáb hat csúcsából négyet kiválasztunk. Állapítsd meg, melyik pontnégyes lehet egy gúla négy csúcsa!



1. *ABCD* 2. *ACFD* 3. *DEFC*
4. *EFDB* 5. *ABED* 6. *CABE*

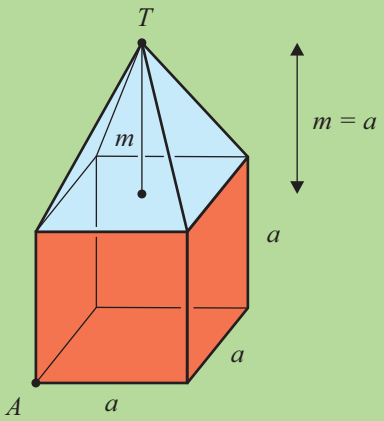
20. Egy háromszög alapú egyenes hasáb tetszőleges belső pontját összekötjük a hasáb mind a hat csúcsával. A hét pontból a megfelelőket kiválasztva olyan gúlák csúcsait kapjuk, amelyeknek alaplapja a hasáb egy-egy határoló lapja.



a) Hány ilyen gúla keletkezett?

b) A csúcsaik felsorolásával add meg ezeket a gúlákat!

21. Egy 10 cm élű kocka egyik lapjára olyan 10 cm magasságú, egyenlő oldalélű gúlát ragasztunk, amelynek alaplapja egybevágó a kocka lapjával.



Határozd meg a *T* csúcsból az *A* csúcsba vezető legrövidebb út hosszát, ha csak a test

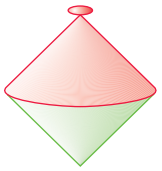
a) élein, *b)* lapjain, *c)* belsejében haladhatunk!

A kúp

22. Egy kúp alapkörének átmérője 12 cm, alkotója 6,2 cm. Mekkora a kúp tengelymetszetének területe?

23. Egy kúp alkotója 15 cm, tengelymetszetének szárszöge 60°. Mekkora a kúp alapkörének sugara?

24. Karácsonyfadíszt készítünk színes kartonból úgy, hogy két azonos alapkörsugarú kúpot az ábrán látható módon összeillesztünk.



a) Rajzold le azt a két síkidomot, amelyből ez a dísz készült!

b) Rajzold le a kapott test tengelymetszetét!

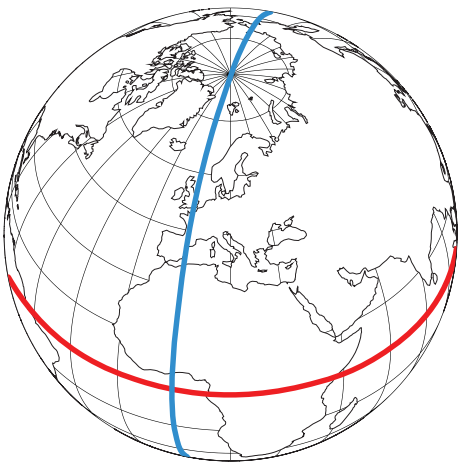
25. Egy fából készült kúp felületét befestjük sárgára, majd a tengelyére illeszkedő síkkal két részre vágjuk. Rajzold le az egész kúp és a két „félkúp” hálóját, és színezd ki a befestett részeket!

26. Egy 1,5 cm alapkörsugarú, 2 cm magasságú kúpot alaplapjával párhuzamos síkkal a kúp alkotójának felénél elvágunk. Rajzold le a levágott és a maradék test hálóját!

A gömb

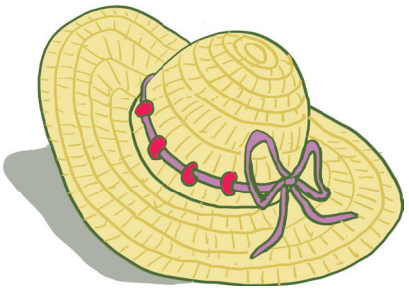
27. Mekkora távolságot tennénk meg, ha keleti irányba haladva a greenwichi hosszúsági körtől a 42°-os hosszúsági körig gyalogolnánk az Egyenlítőn?

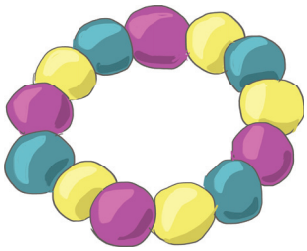
(Az 1°-onként beosztott hosszúsági körök távolsága az Egyenlítőn kb. 111 km.)



28. Dalma a kalapszalonban a képen látható kalapot választotta ki. Az ábrán látható, hogy otthon hogyan díszítette fel gyöngyös zsineggel. A kalap teteje 9 cm sugarú félgömb. Hány cm zsineget használt, ha a masnira 45 cm hosszút kell hagyni?

(A félgömb főkörének hossza a gömb átmérőjének körülbelül 3,14-szorosa.)



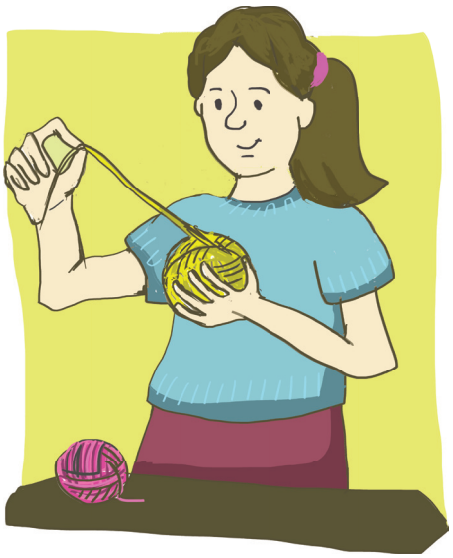
29. 

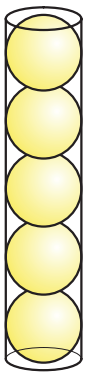
A képen látható karkötő azonos méretű, gömb alakú gyöngyökből készült. Milyen hosszú damil kell legalább a karkötőhöz, ha egy gyöngy főkörének hossza 18 mm?

(A gömb főkörének hossza a gömb átmérőjének körülbelül 3,14-szorosa.)

30. Terka különböző színű fonalakból gömb alakú gombolyagokat készít. A kezében lévő gombolyag átmérője 9 cm. Ez másfélszer akkora, mint az előtte elkészült, piros színű gombolyag átmérője. Milyen hosszú fonalat tekert föl – egy teljes főkör mentén – utoljára Terka külön-külön a két gombolyagon?

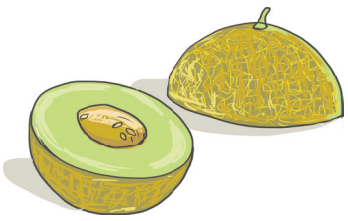
(A gömb főkörének hossza a gömb átmérőjének körülbelül 3,14-szorosa.)



31. 

Egy teniszlabda sugara 3,5 cm. Mekkora a henger alakú doboz alapkörének sugara és mekkora a magassága, ha abban 5 db teniszlabda az ábrán látható módon éppen elfér?

32. Egy gömb alakú sárgadinnyét félbevágunk, magját kiszedjük. A keletkezett dinnyedarabokat a kör alakú felületükre merőleges vágásokkal még kétszer továbbfelezzük.



a) A vágások után hány dinnyeszeletet kapunk?

b) Rajzold le, milyen síkidom keletkezik a mag nélküli dinnyén az első vágás felületén!

c) Rajzold le, milyen síkidom keletkezik a mag nélküli dinnyén a második, illetve a harmadik vágások felületén!

33. A gömb alakú lampion felületét kör alakú merevítő drótkarikák feszítik ki. A legnagyobb kör átmérője 30 cm, az egyik kisebb kör átmérője pedig ennek $\frac{3}{5}$ része.



a) Milyen hosszú drótból készült ez a két kör? (Egy körvonal hossza az átmérőjének körülbelül 3,14-szorosa.)

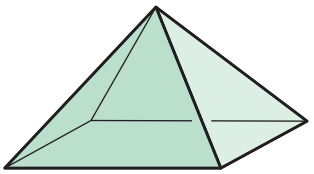
b) Milyen távolságra van egymástól ennek a két körnek a síkja?

A gúla felszíne

34. A táblázat egy-egy négyzet alapú, egyenlő oldalélű gúla adatait tartalmazza. Számítsd ki a hiányzó adatokat! a a gúla alapéle, m_o az oldallapok magassága, T_a a gúla alapterülete, T_o a gúla egy oldallapjának területe, m_t a gúla testmagassága, b a gúla oldaléle, e az alaplap átlója, A a gúla felszíne.

	a (cm)	m_o (cm)	T_a (cm^2)	T_o (cm^2)	m_t (cm)	b (cm)	e (cm)	A (cm^2)
a)	6	5						
b)			9	10				
c)		3					4	
d)			100			13		
e)	60				40			

35. Egy négyzet alapú, egyenlő oldalélű gúla alapéle 8 cm, oldallapjának magassága 12 cm.



a) Rajzold le a gúla néhány hálóját! (Legalább két különböző hálót rajzolj!)

b) Számítsd ki a gúla felszínét!

36. Egy 36 cm^2 alapterületű, négyzet alapú, egyenlő oldalélű gúla egy oldallapjának területe az alaplap területének 75%-a. Mekkora a gúla felszíne?



37. Egy hatszög alapú, egyenlő oldalélű gúla felszíne 125 dm^2.

Az alaplap és egy oldallap területének aránya 3 : 2. Mekkora az alaplap, és mekkora az oldallapok területe?

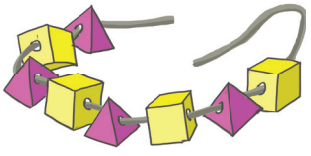
38. A torony teteje olyan szabályos nyolcszög alapú, egyenlő oldalélű gúla, melynek alapéle 3,8 m, oldallapjának magassága 8,6 m. A tető beborításához hány darab cserépre van szükség, ha 1 m^2 területre 16 db-ot lehet felrakni, és a hulladékra plusz 15%-ot kell számítani?

A gúla térfogata

39.



Helga főzhető színes gyurmából kockákat és négyzet alapú, egyenlő oldalélű gúlákat készít, majd ezekből nyakláncot állít össze. 10 db gúlát és 11 db kockát már felfűzött. A gúlák alapélei és magasságai, valamint a kocka élei egyaránt 5 milliméteresek. Összesen mekkora térfogatú gyurmából készültek a felfűzött formák?

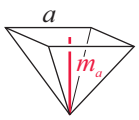


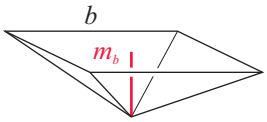
40. A táblázat egy-egy négyzet alapú, egyenlő oldalélű gúla adatait tartalmazza. Számítsd ki a hiányzó adatokat!

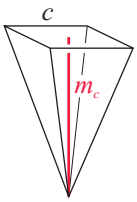
a a gúla alapéle, m_o az oldallapok magassága, T_a a gúla alapterülete, T_o a gúla egy oldallapjának területe, m_t a gúla testmagassága, b a gúla oldaléle, e az alaplap átlója, V a gúla térfogata.

	a (cm)	m_o (cm)	T_a (cm^2)	T_o (cm^2)	m_t (cm)	b (cm)	e (cm)	V (cm^3)
a)	6				8			
b)		5	9					
c)		6				7,5		
d)			100			13		

41. Art Artúr különleges alakú víztartályokat készít bádoglemezből az udvarába. Közöttük olyanok is vannak, amilyenek az ábrán láthatók. A tartályok méretei: $a = 1$ m, $m_a = 1$ m; $b = 2$ m, $m_b = 1$ m; $c = 1$ m, $m_c = 2$ m. (A tartályokat olyan állványokba állítja, amelyekben nem tudnak eldőlni.) Döntsd el, hogy igazak-e az állítások! Válaszaidat indokold!

a) 

b) 

c) 

A) Az *a)* tartályba kevesebb víz fér, mint a *b)* tartályba. ☐

B) A *b)* tartályba ugyanannyi víz fér, mint a *c)* tartályba. ☐

C) A *c)* tartályba kétszer annyi víz fér, mint az *a)* tartályba. ☐

D) A *b)* tartályba ugyanannyi víz fér, mint az *a)* és a *c)* tartályba összesen. ☐

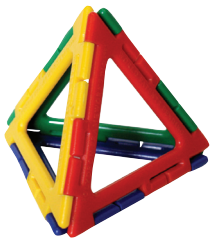
42. **Páros feladat**

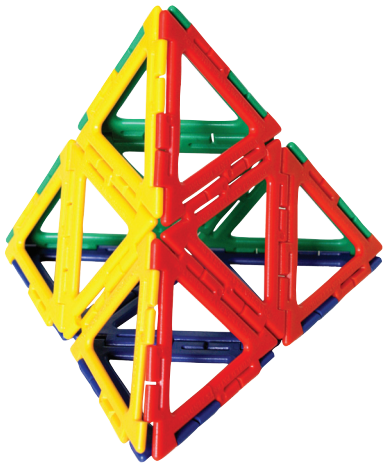
Építsük meg a tetraédereket geometriai építőelemekkel!

a) Hány szabályos háromszögből tudunk egy nagyobb szabályos tetraédert építeni? A nagyobbik felszínének hányad része a kisebbik?

b) Hány szabályos tetraéderből tudunk egy nagyobb szabályos tetraédert építeni? Ha a kisebb térfogata 8 cm^3, akkor mekkora a nagyobbik térfogata?

Segít az ábra:





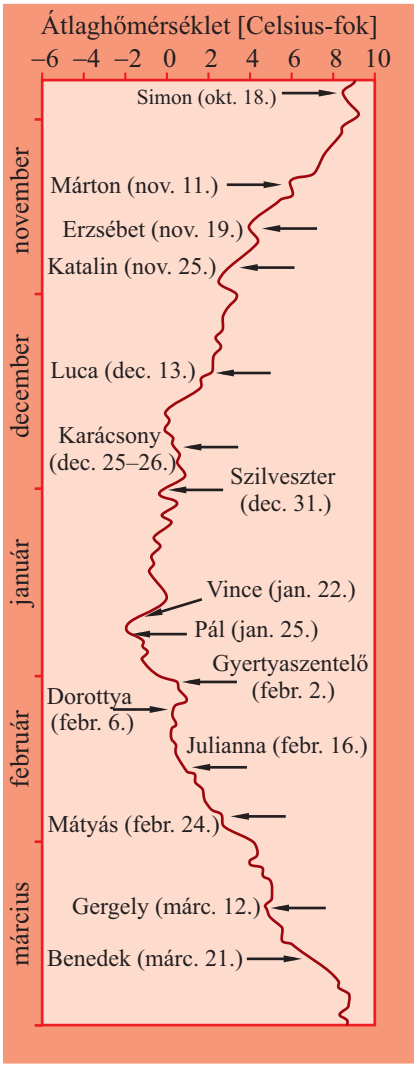
★ **43.** Egy tetraéder egyik csúcsában összefutó 12 cm-es, 18 cm-es és 32 cm-es élek páronként merőlegesek egymásra. Mekkora a tetraéder térfogata?

Statisztika és valószínűségszámítás

Statisztika

Alapfogalmak, elnevezések

1. A régebbi időkben az emberek saját tapasztalataikból, szájról szájra terjedő néphagyományokból következtettek az időjárás várható alakulására. Ezek az időjóslatok sokéves megfigyelésen alapultak. A vonaldiagram a „népi meteorológia” megfigyeléseit ábrázolja. Olvasd le a hőmérséklet értékeit a megjelölt napokon!



@ Nézz utána, hogy mit jelentenek pl. a Mátyás-, a Benedek-, a Katalin-, a Luca-naphoz kötődő népi időjóslatok!

2. Egy kis településen új könyvtár nyílt, amelynek te lettél a vezetője. Szeretnéd, ha az emberek többet járnának könyvtárba, többet olvasnának, mint korábban. A bővítésre több lehetőséged van.

Az alábbi táblázat kínálatának figyelembevételével készíts olyan kérdőívet, amely segítséget ad neked a szükséges anyagok beszerzésére és a fejlesztés lehetőségének megteremtésére!

I. A kölcsönzés fajtái	II. Helyben igénybe vehető szolgáltatások
a) Hagyományos papíralapú könyvek	*a)* Helyben olvasás
b) Hangzó anyagok	*b)* Hangzó anyagok meghallgatása, kiválasztása
c) E-book olvasóra letölthető művek	*c)* Böngészés az interneten a könyvtár adatbázisa segítségével

3. **Csoportmunka**



Az osztály tanulóit a névsor alapján osszátok 3 csoportba! Egy-egy csoporton belül az egyes tanulók étkezési szokásai szerint töltsétek ki a táblázatot! Válaszaitokban a leggyakrabban előforduló esetek alapján nyilatkozzatok! A válaszoknak megfelelően tegyetek egy-egy jelet a táblázat arra vonatkozó ablakába, majd adjátok össze ablakonként a jelek számát!

A felmérés után egy összesített táblázatba írjátok be a 3 csoport adatait, majd azok alapján válaszoljatok a kérdésekre! Ha erre nincs mód, akkor az egy-egy csoporton belüli adatokat értékeljétek! (Ekkor a kérdésekben az osztály szó helyett a csoport szót kell használni.)

A) Az osztály tanulóinak hányad része reggelizik otthon?

B) Az osztály tanulóinak hány százaléka nem eszik meleg ételt ebédre?

C) Határozzátok meg a vacsorára hideg, illetve meleg ételt fogyasztók számának arányát!

Reggeli otthon		Ebéd			Vacsora		
igen	nem	igen		nem	igen		nem
		meleg étel	hideg étel		hideg étel	meleg étel	

4. Az alábbi táblázatból leolvashatjuk, hogy a nyolcadikosok közül megkérdezett tanulók a kötelező testnevelésórákon kívül naponta mennyi időt töltenek testmozgással járó sportolással.

Tanuló	Ákos	Berni	Csaba	Dávid	Emese	Feri	Gabi	Huba
Sportolással naponta eltöltött idő (perc)	100	30	10	60	150	0	40	20

A táblázat adatai alapján állapítsd meg

a) mi a sokaság, *b)* mik az egyedek, *c)* mi az ismérv, *d)* mik az adatok!

5. Egy ötnapos matematika tehetséggondozó táborban a tanulók az első napon 10 fejtörő feladatot kapnak, majd minden nap eggyel többet. Az elkészített megoldásokat a feladat kiadása napján be kell adni a tanárnak. A táblázat Tú Dorka beadott feladatainak számát tartalmazza.



a) Add meg Tú Dorka által megoldott feladatok naponkénti gyakoriságát és naponkénti relatív gyakoriságát!

b) Mennyi a hét során addig megoldott feladatok relatív gyakorisága a második, a harmadik, a negyedik és az ötödik nap végén?

Napok	1	2	3	4	5
Kiadott feladatok száma	10	11	12	13	14
Tú Dorka megoldott feladatainak száma	3	7	5	2	9

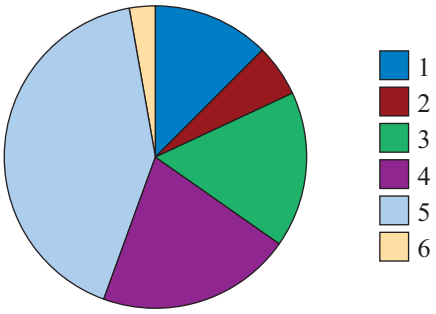
6. Határozd meg a prímszámok számának gyakoriságát a megadott számközökben!

a) 1–100 *b)* 101–500 *c)* 501–1000

1-től 10-ig 4 prímszám van,	1-től 100-ig 25 prímszám van,	1-től 1 000-ig 168 prímszám van,
11-től 20-ig 4 prímszám van,	101-től 200-ig 21 prímszám van,	1001-től 2 000-ig 135 prímszám van,
21-től 30-ig 2 prímszám van,	201-től 300-ig 16 prímszám van,	2001-től 3 000-ig 127 prímszám van,
31-től 40-ig 2 prímszám van,	301-től 400-ig 16 prímszám van,	3001-től 4 000-ig 120 prímszám van,
41-től 50-ig 3 prímszám van,	401-től 500-ig 17 prímszám van,	4001-től 5 000-ig 119 prímszám van,
51-től 60-ig 2 prímszám van,	501-től 600-ig 14 prímszám van,	5001-től 6 000-ig 114 prímszám van,
61-től 70-ig 2 prímszám van,	601-től 700-ig 16 prímszám van,	6001-től 7 000-ig 117 prímszám van,
71-től 80-ig 3 prímszám van,	701-től 800-ig 14 prímszám van,	7001-től 8 000-ig 107 prímszám van,
81-től 90-ig 2 prímszám van,	801-től 900-ig 15 prímszám van,	8001-től 9 000-ig 110 prímszám van,
91-től 100-ig 1 prímszám van,	901-től 1000-ig 14 prímszám van,	9001-től 10 000-ig 112 prímszám van.

Diagramok

7. A kördiagram körcikkeinek középponti szögei rendre: 45°, 20°, 60°, 75°, 150°, 10° nagyságúak.



Add meg az egyes körcikkek méretének a teljesszög méretéhez viszonyított arányát

a) tört alakban, *b)* százalék alakban!

Az utóbbinál a kerekített értékek esetén figyelj arra, hogy a teljes körnek 100% feleljen meg!

Készíts a diagramhoz szöveges feladatot!

8. Lóci szorgalmasan végzi a kockadobálós kísérleteket egy általa átalakított kockával. Kockájának két lapja piros, két lapja kék és két lapja zöld színű. Azt figyeli, hogy 12 dobás során milyen színű lapokat dobott.

A dobások száma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A dobások színe	p	z	k	p	p	z	k	p	k	p	k	p

a) Milyen gyakorisággal dobta az egyes színeket?

b) Írd fel az egyes színek előfordulásának relatív gyakoriságát!

c) Ábrázold oszlopdiagramon a különböző színek relatív gyakoriságát!

9. A „Törekvő” általános iskolában végzett 84 nyolcadikos tanuló továbbtanulási adatait tartalmazza a táblázat.

Hol tanul tovább?	Gimnázium	Technikum	Szakképző iskola	Nem tanul tovább
A tanulók száma	46	23	12	3
Százalékos eloszlás				

a) Készíts az adatokból oszlopdiagramot! A diagramot elkészítheted számítógépes programmal is.

b) Írd a táblázat megfelelő üres helyére az adatok százalékos eloszlását!

10. Páros munka

A táblázatban a 2-nél nagyobb prímszámok szerepelnek.

3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67
71	73	79	83	89	97	101	103	107	109	113	127	131	137	139	149	151	157
163	167	173	179	181	191	193	197	199	211	233	227	229	233	239	241	251	257
263	269	271	277	281	283	293	307	311	313	317	331	337	347	349	353	359	367
373	379	383	389	397	401	409	419	421	431	433	439	443	449	457	461	463	467
179	487	491	199	503	509	521	523	541	547	557	563	569	571	577	587	593	599

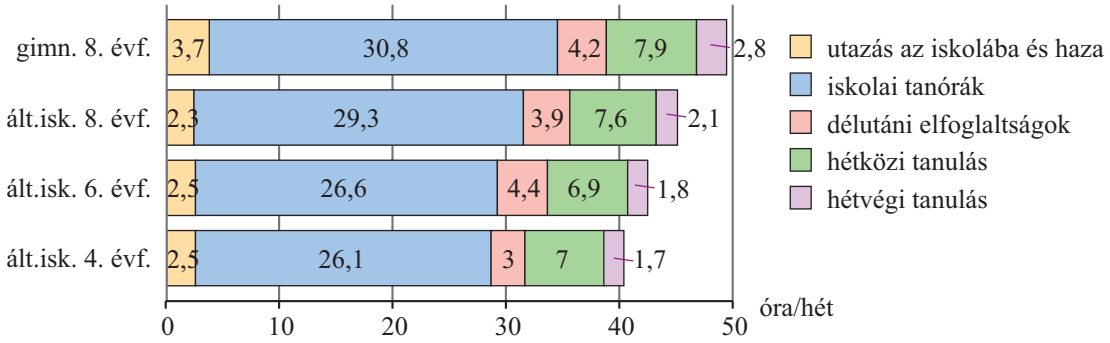
a) Töltsétek ki az alábbi táblázatot!

A prím utolsó számjegye	1	3	7	9
Darabszám				
Relatív gyakoriság az utolsó számjegy szerint				

b) Készítsétek el a különböző végződésű prímszámok előfordulásának relatív gyakoriság grafikonját oszlopdiagrammal!

c) Miért nem szerepel a táblázatban másféle végződésű prímszám?

11. Egy felmérés alkalmával a negyedikes, a hatodikos és a nyolcadikos tanulók heti elfoglaltságát vizsgálták. A gyűjtött adatok alapján készült az alábbi diagram, amely megmutatja, hogy a tanulók átlagosan hány órát töltenek el az egyes tevékenységekkel hetente.



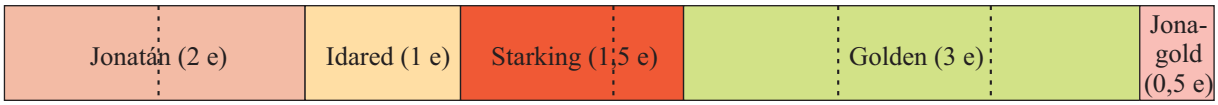
a) Állapítsd meg, hogy a felmérésben mi a statisztikai sokaság, és mi az ismérv!

b) Készíts táblázatot a délutáni elfoglaltságok időtartamáról!

c) Átlagosan hány órát fordítanak a nyolcadikosok iskolai és iskolán kívüli tanulásra hetenként?

d) A két különböző iskolatípusba járó nyolcadikosok hétvégi tanulásra fordított átlagos ideje hány százaléka a nyolcadikosok táblázatában feltüntetett összes elfoglaltság idejének?

12. A piacon a Zöldike almaárus ötféle almát kínál. A szalagdiagramról leolvasható az almák mennyiségi megoszlása.



Igazak-e az állítások? Válaszaidat indokold!

a) A jonatán és a golden almáknak együtt nagyobb a tömegük, mint az összes alma tömegének 50%-a.

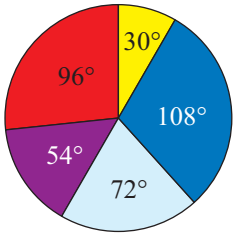
b) Ha összesen 150 kg alma van a standon, akkor az idared almák tömege kevesebb, mint 20 kg.

c) A jonagold és a starking almák együtt 20%-át teszik ki a teljes kínálatnak.

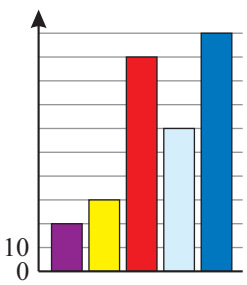
d) Ha a kereskedő az összes jonagold almát eladta, és mást nem, akkor az almák 90%-a megmaradt.

13. *a)* Válaszd ki azokat az oszlopdiagramokat, amelyek ugyanazt az adatsokaságot jellemzik, mint a kördiagram!

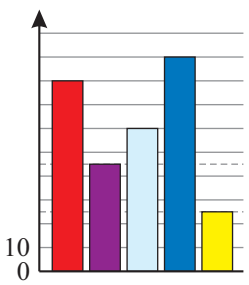
b) Írj olyan statisztikai felmérést, amelynek az adatai a kördiagramban, illetve a kiválasztott oszlopdiagramokban szerepelnek! A feladatod szövege alapján az oszlopdiagramoknál nevezd meg a tengelyeket, és írj megfelelő számokat az oszlopok magasságához!



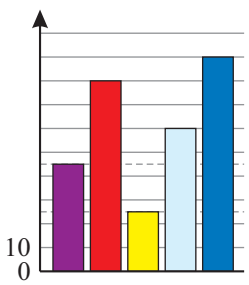
A)



B)



C)



Középértékek

14. A „Jósuli” általános iskola felső tagozatába járó tanulók osztályonkénti létszámát mutatja a táblázat.

Osztály	5. a	5. b	6. a	6. b	7. a	7. b	8. a	8. b
Létszám	25	29	31	33	20	23	18	21
Évfolyamonkénti átlag								
Iskolai átlag								

a) Számítsd ki az egy osztályba járó tanulók számának átlagát évfolyamonként!

b) Az egész iskola létszámát figyelembe véve számítsd ki az átlagos osztálylétszámot!

15. Megkérdezték a nyolcadikos tanulókat, hogy mit olvasnak legszívesebben szabadidejükben. Mindenki csak egyfélét mondhatott.

A válaszok rendre: 1. ifjúsági irodalom, 2. tudományos fantasztikus történetek, 3. szépirodalom, 4. műszaki szakirodalom, 5. szépirodalom, 6. lányoknak szóló magazinok, 7. tudományos folyóiratok, 8. ifjúsági irodalom, 9. semmi, 10. krimi, 11. ifjúsági irodalom, 12. technikaújság, 13. szépirodalom, 14. krimi, 15. tudományos fantasztikus történetek, 16. krimi, 17. ifjúsági irodalom, 18. ifjúsági irodalom.

A válaszok mennyiségi vagy minőségi jellegűek? Határozd meg a szereplő adatok móduszát!

16. Készíts táblázatot az osztályod valamelyik dolgozatának érdemjegyeiről!

a) Írd fel az osztályzatok relatív gyakorisági sorát!

b) Számítsd ki a jegyek átlagát!

c) Add meg az adatok móduszát!

d) Mennyi az adatok mediánja?

17. *a)* 14 éves tanulók és szüleik adataival készült a táblázat. Készíts hármas oszlopdiagramot a tanulók és szüleik tömegéről!

b) Számítsd ki a gyermekek, az apák és az anyák tömegének átlagát, és hasonlítsd össze saját családtagjaid tömegével!

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Saját adataim
14 éves gyermek tömege [kg]	50	50	45	62	40	45	65	47	45	
Apa tömege [kg]	80	89	75	90	85	94	100	85	85	
Anya tömege [kg]	50	67	51	70	58	79	60	55	65	

18. A 8. b osztály egyik matematikacsoportjába 6 fiú és 4 lány jár.

Az egyik felmérő dolgozatnál a fiúk átlaga 3,5, a lányoké 4,5 lett.

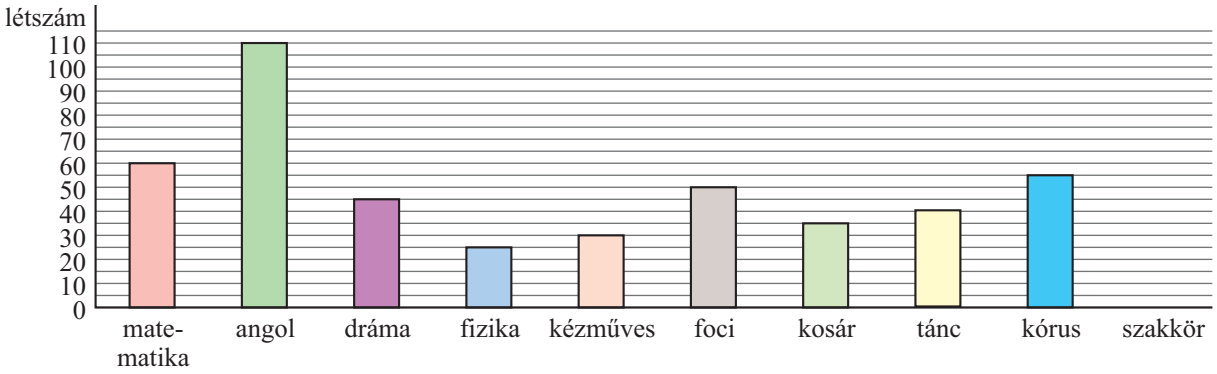
a) Mennyi volt a csoport átlaga?

b) Hány 5-ös lehetett a lányok dolgozatai között?

c) Hány 1-es lehetett a fiúk dolgozatai között?

19. A nyolcadikosok ajánlott olvasmányai között szerepel Tamási Áron *Ábel a rengetegben* című, 189 oldalas regénye. Ha ezt a tanulóknak 1 hónap (30 nap) alatt kell elolvasni, akkor egy napra hány oldal jut? Ha Juli az első tíz napon csak napi 3 oldalt tudott elolvasni, akkor a maradék húsz napban hány százalékkal kell növelnie napi teljesítményét, hogy a könyv elolvasásával 30 nap alatt végezzen?

20. A grafikonról leolvasható, hogy a „Sokoldalú” általános iskola felső tagozatából a tanév első felében hány gyerek járt az iskolában működő különböző szakkörökre.

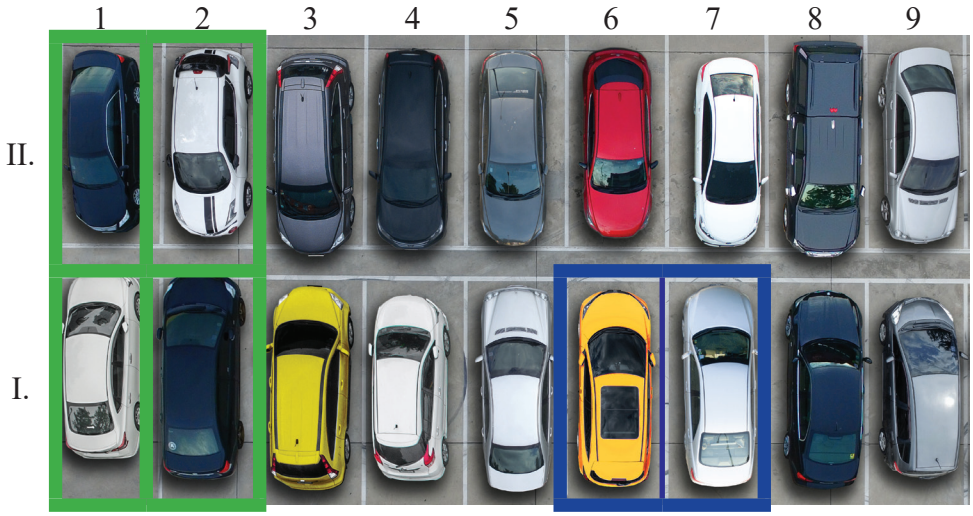


a) Foglald táblázatba az oszlopdiagram adatait!

b) Számítsd ki a szakkörökre járó gyerekek számának átlagát!

c) Hogyan változott az egy szakkörre eső tanulók átlagos száma, ha a tanév második félévében kézművesszakkörre csak 25-en, táncra 50-en, matematikára 55-en jártak, és a többi szakkör létszáma nem változott?

21. A kép parkoló autókat ábrázol felülnézetben.



Igazak-e az állítások, amelyeket ezekről az autókról fogalmaztunk meg? Válaszaidat indokold!

a) A sokaság módusza a sötét színű autó.

b) Ha a jelenleg parkoló autók mellé beáll még 6 db sárga autó (és másmilyen nem), akkor is a sötét színű autó lesz a módusz.

c) A sárga autók előfordulásának relatív gyakorisága $\frac{1}{9}$.

d) A parkolóőrök véletlenszerűen ellenőrzik a parkolási díj befizetését. Nagyobb annak az esélye, hogy a zöld szektorban álló valamelyik autót ellenőrzik, mint annak, hogy a kék szektorban álló valamelyik autót.

22. A Kosaras Egyesület öt játékosának magassága: 160 cm, 168 cm, 172 cm, 180 cm és 190 cm. Egy új játékos érkezett, mivel szükség volt cserejátékosra. Így a csapat tagjainak átlagmagassága 176 cm lett. Milyen magas az új játékos?

Valószínűségszámítás

A relatív gyakoriság és a valószínűség

23. Dobj fel 30-szor egy szabályos dobókockát! Jegyezd fel a dobásokat, majd minden ötödik dobás után határozd meg a

a) „legfeljebb 3-ast dobtam”,

b) „legalább 3-ast dobtam” esemény relatív gyakoriságát!

24. Dobj fel 20-szor egy szabályos dobókockát! Figyeld meg és jegyezd le, hogy az alábbi két kimenetel közül melyik fordul elő gyakrabban!

A: Olyan számot dobunk, amelynek neve egy szótagú.

B: Olyan számot dobunk, amelynek neve nem egy szótagú.

25. A mindennapi életben előforduló események között keress olyanokat, amelyek nem egyenlően valószínűek!

26. Egy italautomatában ugyanolyan áron narancslé, limonádé, tea, paradicsomlé és szőlőlé közül választhatunk. Ha a pénz bedobása után találomra nyomunk meg egy gombot, akkor az alábbi kimenetelek küzül melyiknek legnagyobb az esélye?

(1) Szőlőlevet kapunk.

(2) Limonádét kapunk.

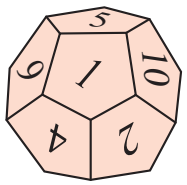
(3) Teát kapunk.



27. A nyolcadikos matematikavizsgára 20 tételt állítottak össze a vizsgáztató tanárok. Lezser Béla ezek közül csak 9-et tanult meg, a többibe bele sem nézett. Vizsga előtt otthon többször eljátszotta a tételhúzást, mert meg akarta tudni, mekkora esélye van arra, hogy a megtanult tételek valamelyikét húzza ki.

Végezd el egy társaddal te is a kísérletet! Készítsetek 20 db cédulát! 9-re írjatok T betűt, 11-re NT betűket, majd ezeket összekeverve tegyétek egy papírzacskóba! Húzzatok „tételt” felváltva, egymás után 20-szor úgy, hogy a kihúzott cédulán lévő betűjelet jegyezzétek fel, majd a cédulát tegyétek vissza a zacskóba! Írjátok fel a húzások során kapott T jelű cédulák és külön az NT jelű cédulák előfordulásának relatív gyakoriságát!

28. **Játék 4 fő részére**



A játékosok egy megszámozott szabályos dodekaéderrel (tizenkét lapú dobótest) dobnak körbe haladva egyet-egyet.

A játék megkezdése előtt a dobott számokra vonatkozó alábbi négy állítást írjuk fel külön-külön cédulára, és ezekből minden játékos húzzon egyet!

I. A dobott szám páros.

II. A dobott szám prímszám.

III. A dobott szám nem páros.

IV. A dobott szám 3-mal osztható.

Az a játékos kap pontot, aki a céduláján lévő számnak megfelelőt dobott. 10 kör után értékeljétek az eredményeket, és döntsétek el, hogy igazak-e az alábbi állítások! Indokoljatok!

A) Az I. és a II. dobásának egyenlő az esélye.

B) Az I. és a III. dobásának egyenlő az esélye.

C) A II. dobásának kisebb az esélye, mint a IV. dobásának.

D) A III. dobásának nagyobb az esélye, mint a IV. dobásának.

29. Zöld és kék cédulákra tulajdonságokat írtunk: az első hármat zöld cédulára, a negyediket és az ötödiket kék cédulára. Tudjuk, hogy mind az öt valamilyen paralelogrammatulajdonságot fogalmaz meg. A cédulákat két különböző zacskóba tesszük, majd úgy húzunk ki közülük kettőt, hogy az egyik zöld színű, a másik kék legyen.

I. Átlói merőlegesek egymásra.	II. Szemközti szögei egyenlők.	III. Átlói felezik a szögeket.	IV. Szögeinek összege 360°.	V. Átlói felezik egymást.

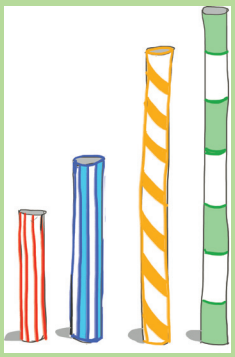
a) Összesen hány pár létezik?

b) Sorold fel azokat a párokat, amelyeknél mindkét cédulán általános (nem speciális) paralelogramma tulajdonsága olvasható!

c) Hány olyan pár van, amelyeken téglalap vagy rombusz vagy négyzet tulajdonsága olvasható?

d) Két cédula kihúzásakor a *b)* vagy a *c)* kimenetelnek van nagyobb esélye?

★ **30.** Négy szívószál hossza 2 cm, 3 cm, 5 cm, 6 cm. Ezeket egy dobozba tesszük.



A) A négy szívószálból kihúzunk egyszerre hármat. (Egy kísérlet itt 3 szívószál egyszerre történő kihúzását jelenti.)

B) A négy szívószálból most úgy húzunk egyet-egyet egymás után háromszor, hogy a kihúzott szívószál hosszúságát a füzetbe lejegyezzük, és minden húzás után a szívószálat a dobozba visszatesszük. (Egy kísérlet most 3 szívószál egymás utáni kihúzását jelenti.)

Mindkét esetben (*A*, *B*) válaszolj a kérdésekre!

a) Sorold fel a lehetséges kihúzható „hármasokat”!

b) Ezek közül melyikből lehet háromszöget készíteni?

c) Melyik „hármasnak” nagyobb az esélye, annak, hogy készíthető belőlük háromszög, vagy annak, hogy nem készíthető?

Események valószínűségének meghatározása

31. Egy dobókockát egyszer feldobunk. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a dobott szám

a) 3-mal osztható, *b)* 6-tal osztható,

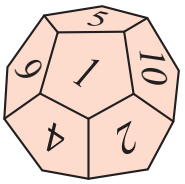
c) 3-mal vagy 6-tal osztható, *d)* 3-mal és 6-tal osztható,

e) 3-mal és 5-tel osztható, *f)* 3-mal vagy 5-tel osztható?

32. Egy dobozba 3 fekete és 5 fehér golyót teszünk, majd bekötött szemmel egyet kihúzunk közülük. Hány százalék annak a valószínűsége, hogy

a) fehér, *b)* fekete golyót húzunk?

33. Egy szabályos dodekaéder lapjaira ráírtuk a számokat 1-től 12-ig. A dodekaéderrel dobva mekkora annak a valószínűsége, hogy a dobás eredménye



a) 4-gyel osztható, *b)* 9-cel osztható,

c) 15-tel osztható, *d)* 3-mal nem osztható,

e) legalább 7, *f)* legfeljebb 5,

g) nagyobb 4-nél és kisebb 9-nél?

34. *A)* Az asztalra számlapjával lefelé 20 db, 1-től 20-ig számozott számkártyát helyezünk el, majd ezekből húzunk egyet.



B) Számozott lapú szabályos ikozaédert (20 lapú dobótest) egyszer feldobunk.

Határozd meg mindkét esetben a felsorolt kimenetelek valószínűségét!

a) Kétjegyű számot, *b)* 4-gyel osztható számot,

c) prímszámot kapunk.

Az *a)*, *b)* és *c)* kimenetelek valószínűségét tekintve milyen kapcsolat van az *A)* és a *B)* kísérlet között?

35. Két szabályos dobókockát egyszer feldobunk. Készítsd el az összes lehetséges kimenetel táblázatát! Karikázd be

a) pirossal azokat a kimeneteleket, amelyekben a dobott pontok szorzata prímszám,

b) kékkel azokat a kimeneteleket, amelyekben a dobott pontok összege 2-nek valamilyen hatványa!

c) Mekkora az *a)*, illetve a *b)* események valószínűsége?

36. A 40-nél nem nagyobb 4-gyel osztható pozitív számok közül véletlenszerűen kihúzunk egyet. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a kihúzott szám 3-mal is osztható?

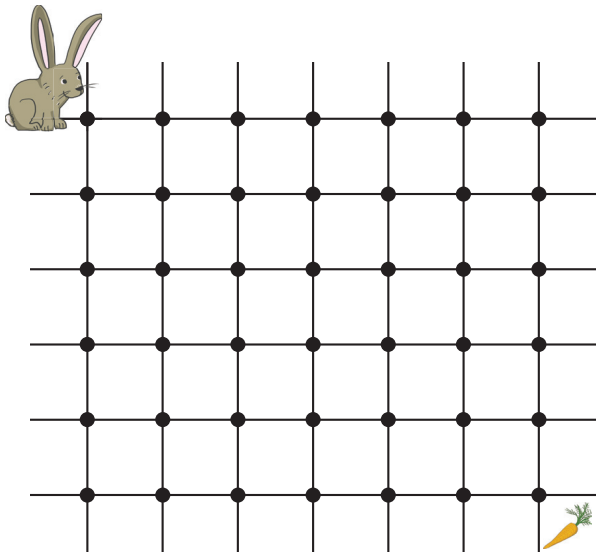
37. Két dobozban számkártyákat helyeztünk el. Az egyikben 3 db-ot, ezekre 1-től 3-ig, a másikban 4 db-ot, ezekre 4-től 7-ig írtunk számokat. Mindkét dobozból egy-egy kártyát húzunk, és belőlük a húzás sorrendjében egy kétjegyű számot készítünk.

Állapítsd meg a következő események valószínűségét!

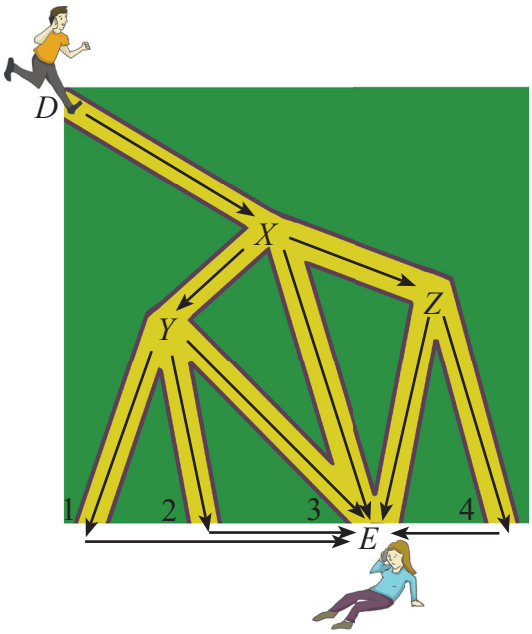
a) A számjegyek összege 8. *b)* A számjegyek összege 6.

c) A szám osztható 9-cel. *d)* A szám nem osztható 3-mal.

38. Egy nyuszi a téglalap alakú rét bal felső sarkából indul. Egy elágazáshoz érve csak jobbra vagy lefelé tud menni. Amíg a réten van, a két irány közül egyenlő eséllyel dönt, hogy merre halad tovább. A rét szélét elhagyva már nem tud visszamenni. Mekkora valószínűséggel ér el a rét jobb alsó sarkában lévő répához?



39. Dezső a város egyik parkjának sarkán áll, amikor barátnője, Edina felhívja őt telefonon. Kéri Dezsőt, hogy jöjjön oda hozzá, mert elesett, és segítségre van szüksége. Dezső a parkon keresztül, az ábrán látható utak közül választva, többféleképpen érhet el Edinához. Nem ismeri a parkot, ezért az X, Y, Z elágazásoknál véletlenszerűen választ továbbhaladási irányt.



a) Hányféleképpen érkezhet meg az 1, 2, 3, 4. kijárathoz?

b) Mekkora valószínűséggel ér az 1-es kijárathoz?

c) Mekkora valószínűséggel ér a 4-es kijárathoz?

d) Mekkora annak valószínűsége, hogy a legrövidebb (DXE) utat találja meg?

e) Mekkora valószínűséggel jut el a 3-as kijáratnál várakozó barátnőjéhez?

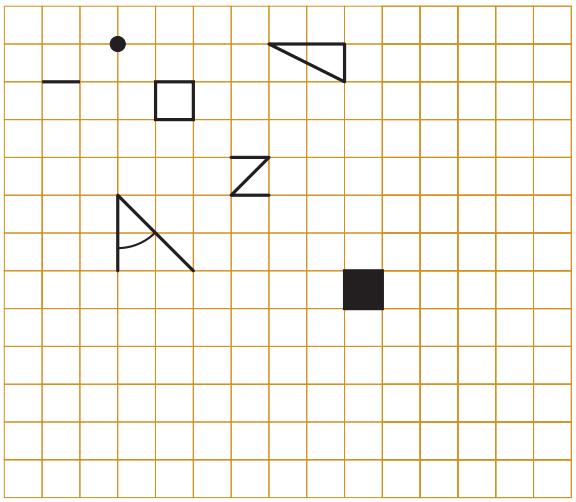
40. A BEFUTÓ sportegyesület atlétika-szakosztályába járó fiúk és lányok számának aránya $2:3$. Egy újságíró interjút szeretne készíteni közülük valakivel. Az edző véletlenszerűen választ ki egy sportolót ebből a szakosztályból. Hány százalék annak a valószínűsége, hogy az interjúalany lány?

Geometriai transzformációk

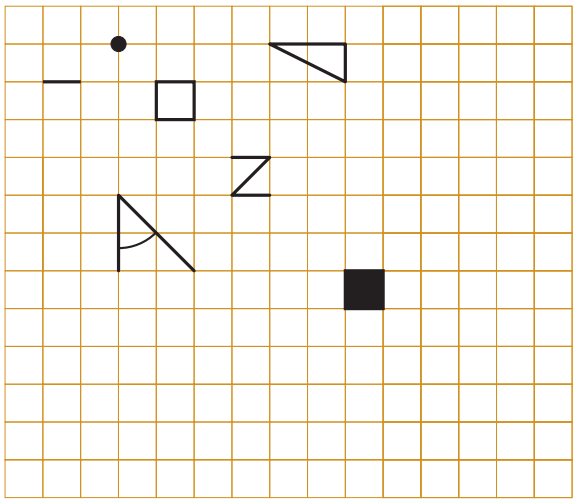
Egybevágósági transzformációk

1. A fehér négyzetet egy mozgás a feketébe vitte. Hová viszi ugyanez a mozgás a rácson látható alakzatokat, ha ez egy

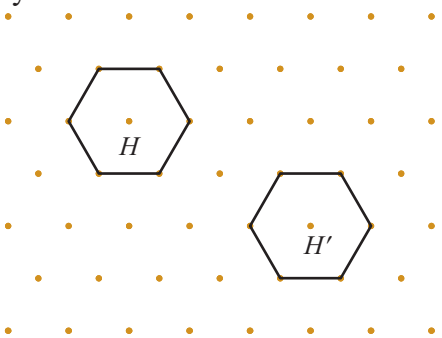
a) tengelyes tükrözés



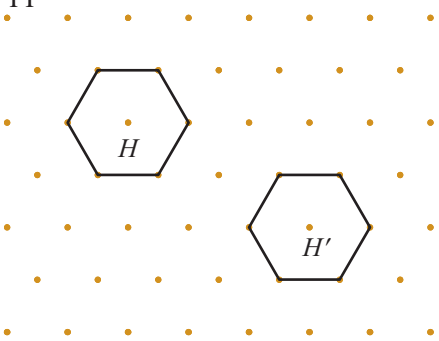
b) középpontos tükrözés



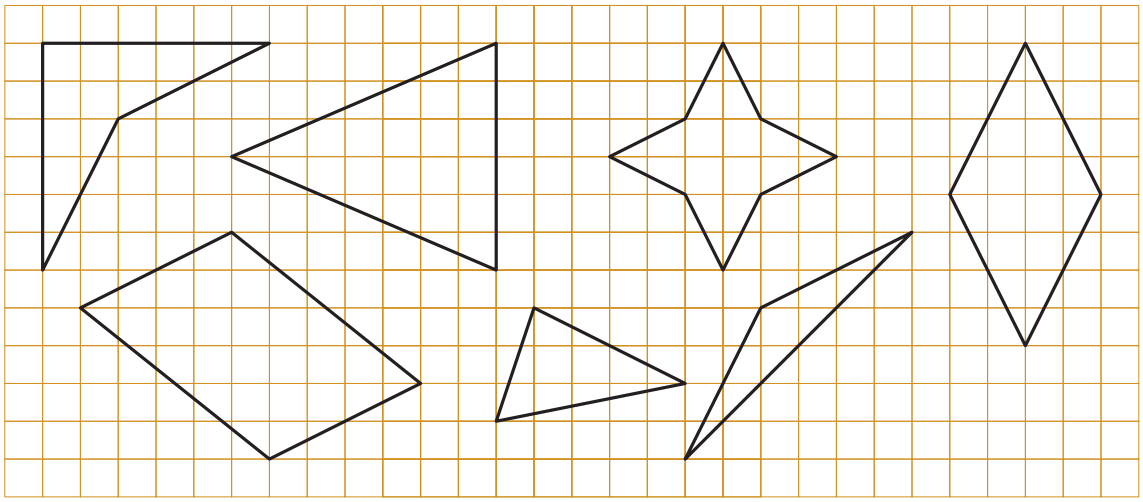
2. *a)* Kaphattuk-e egyetlen tengelyes tükrözéssel a H hatszögből a H' hatszöget? Ha igen, akkor szerkeszd meg a tükörtengelyt!



b) Kaphattuk-e egyetlen középpontos tükrözéssel a H hatszögből a H' hatszöget? Ha igen, akkor szerkeszd meg a középpontot!



3. Az állítások a képen látható sokszögekre vonatkoznak. Döntsd el, melyik igaz, melyik nem!



a) Mindegyik négyszög tengelyesen tükrös.

b) Van olyan sokszög, amelyiknek két tengelye van.

c) Van közöttük középpontosan tükrös sokszög.

d) Minden háromszög szimmetrikus.

e) Amelyik sokszög tengelyesen tükrös, az középpontosan is szimmetrikus.

f) A középpontosan tükrös négyszögek tengelyesen is tükrösek.

4. Az *a)–e)* feladatokban a sík pontjaihoz rendeltük hozzá a sík pontjait. Rajzold meg a hajó képét az adott hozzárendelések szerint!

Melyik hozzárendelés során lesz a hajó képe egybevágó az eredetivel? El tudod dönteni a kép megrajzolása nélkül?

a) $(x; y) \to (-x; y)$

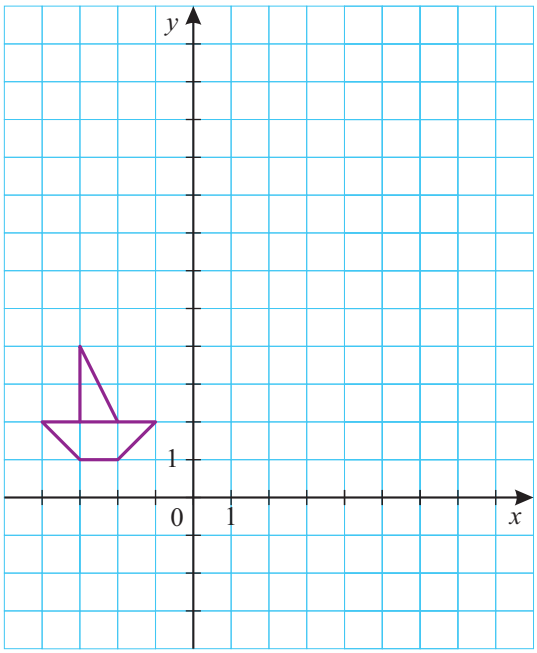
b) $(x; y) \to (x; 3y)$

c) $(x; y) \to (x+10; y)$

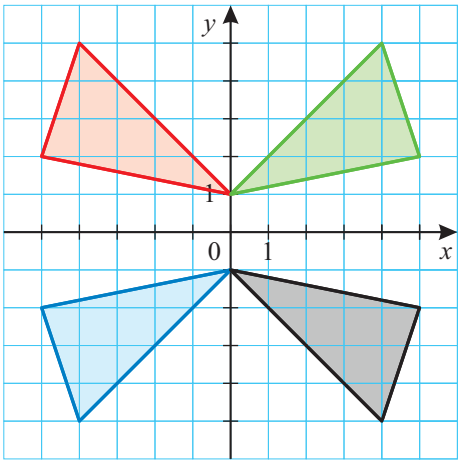
d) $(x; y) \to (-x; -y)$

e) $(x; y) \to (x; -y)$

Az *a)–e)* feladatok feladatok mindegyikéhez készíts külön ábrát!



5. Koordináta-rendszerben megrajzoltunk néhány egybevágó háromszöget.



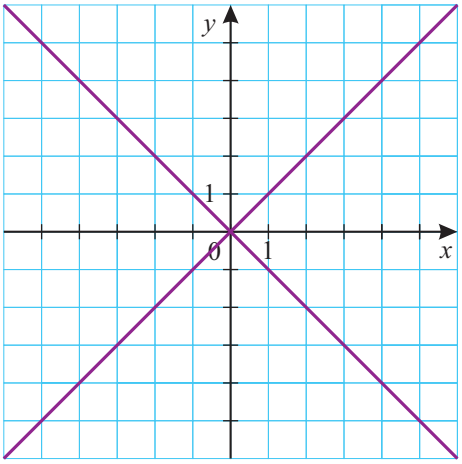
a) Adj meg olyan hozzárendelést, amelyik a piros háromszöget a feketébe viszi át! Ugyanez a hozzárendelés hová viszi a fekete háromszöget?

b) Adj meg olyan hozzárendelést, amelyik a piros háromszöget a kékbe viszi át! Ugyanez a hozzárendelés hová viszi a fekete háromszöget?

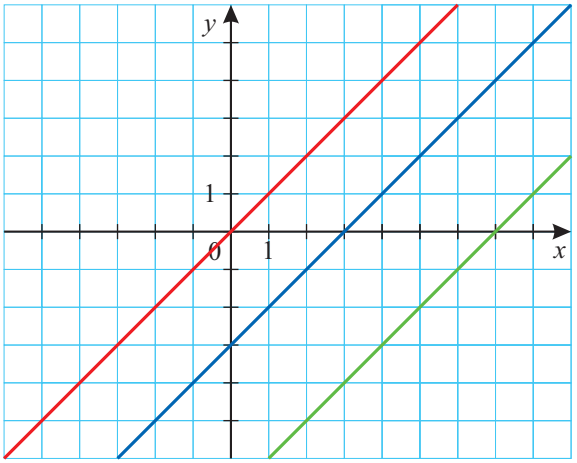
c) Adj meg olyan hozzárendelést, amelyik a zöld háromszöget a feketébe viszi át! Ugyanez a hozzárendelés hová viszi a fekete háromszöget?

d) Adj meg olyan hozzárendelést, amelyik a fekete háromszöget a kékbe viszi át! Ugyanez a hozzárendelés hová viszi a piros háromszöget?

6. A koordináta-rendszerben megrajzoltuk a tengelyek szögfelező egyeneseit. Add meg azt a hozzárendelést, ami az egyik szögfelezőt a másikba viszi át!



7. Adj meg olyan hozzárendelést, amelyik



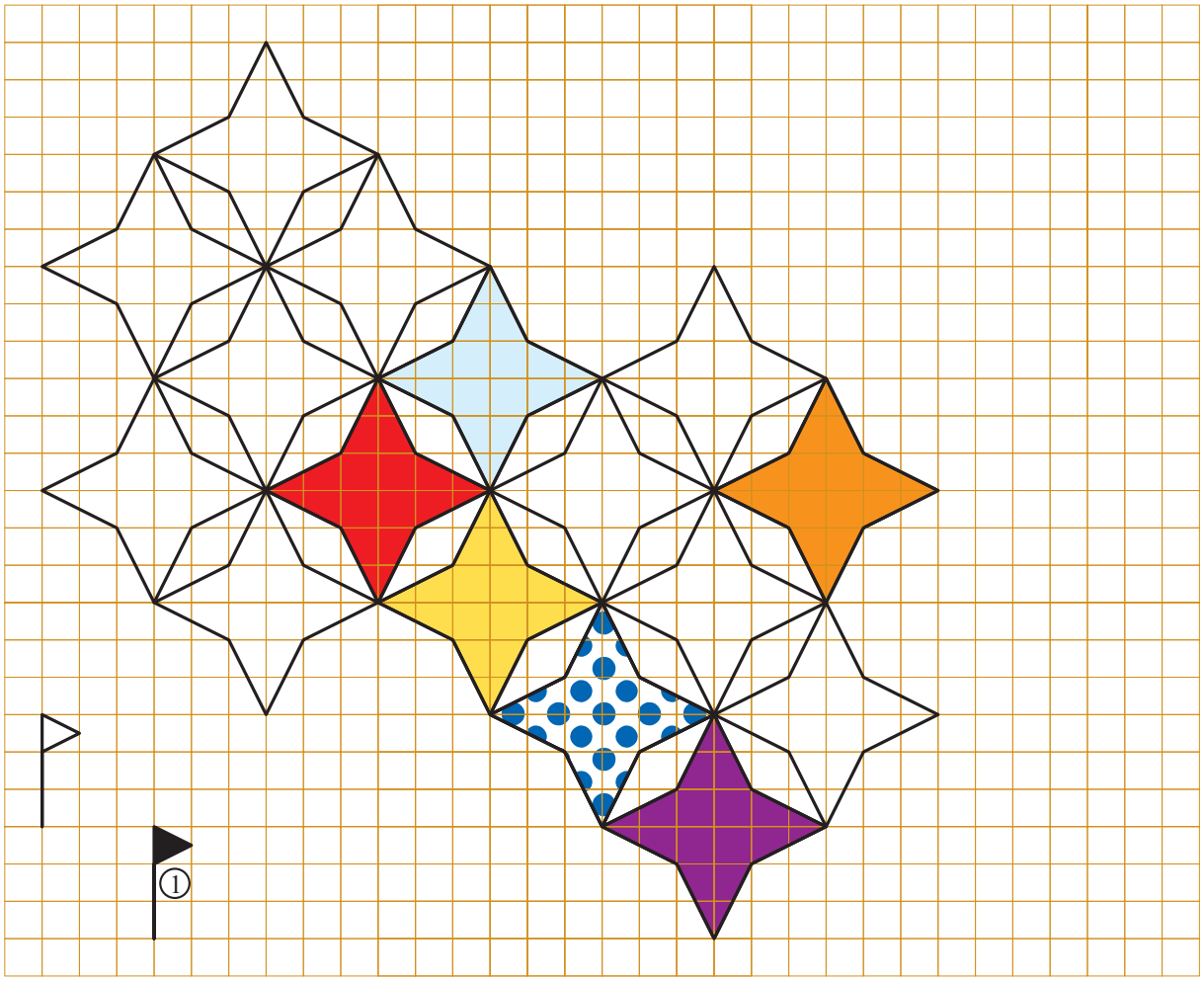
a) a piros egyenest a kékbe viszi át!

b) a kék egyenest a pirosba viszi át!

c) a piros egyenest a zöldbe viszi át!

d) a zöld egyenest a pirosba viszi át!

8. Adva van egy fehér zászló. Ha a síkot (a másoló papírt) úgy mozgatjuk el, hogy a fehér zászló az 1-es jelű fekete zászlóba megy át, akkor a piros csillag a sárga csillag helyére kerül.



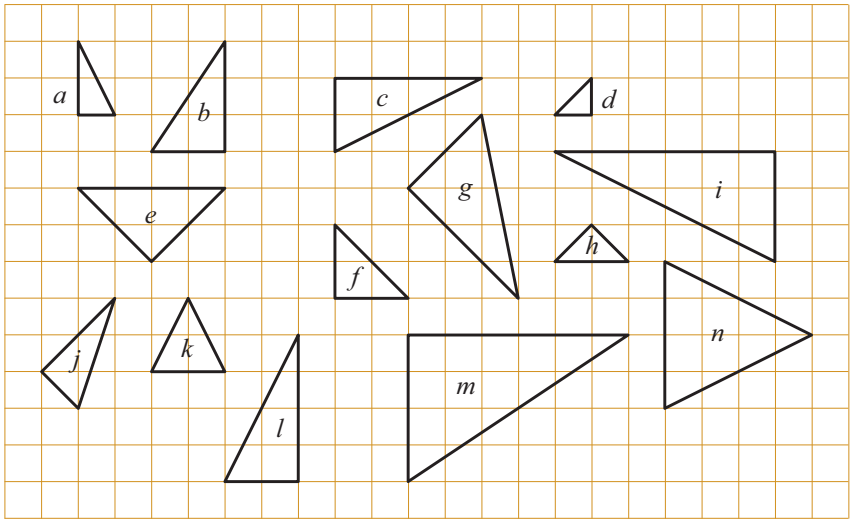
a) Rajzold meg a fehér zászlónak a fekete zászlópárját úgy, hogy a zászlópár által meghatározott mozgás a sárga csillagot a kék csillag helyére vigye! Ez a fekete zászló legyen 2-es jelű!

b) Rajzold meg a fehér zászlónak a fekete zászló-párját úgy, hogy a zászlópár által meghatározott mozgás a sárga csillagot a narancssárga csillagba vigye! Ez a fekete zászló legyen a 3-as jelű! Hová kerül ekkor a pöttyös csillag? Ha szükséges, rajzolj még újabb csillagot a mintához!

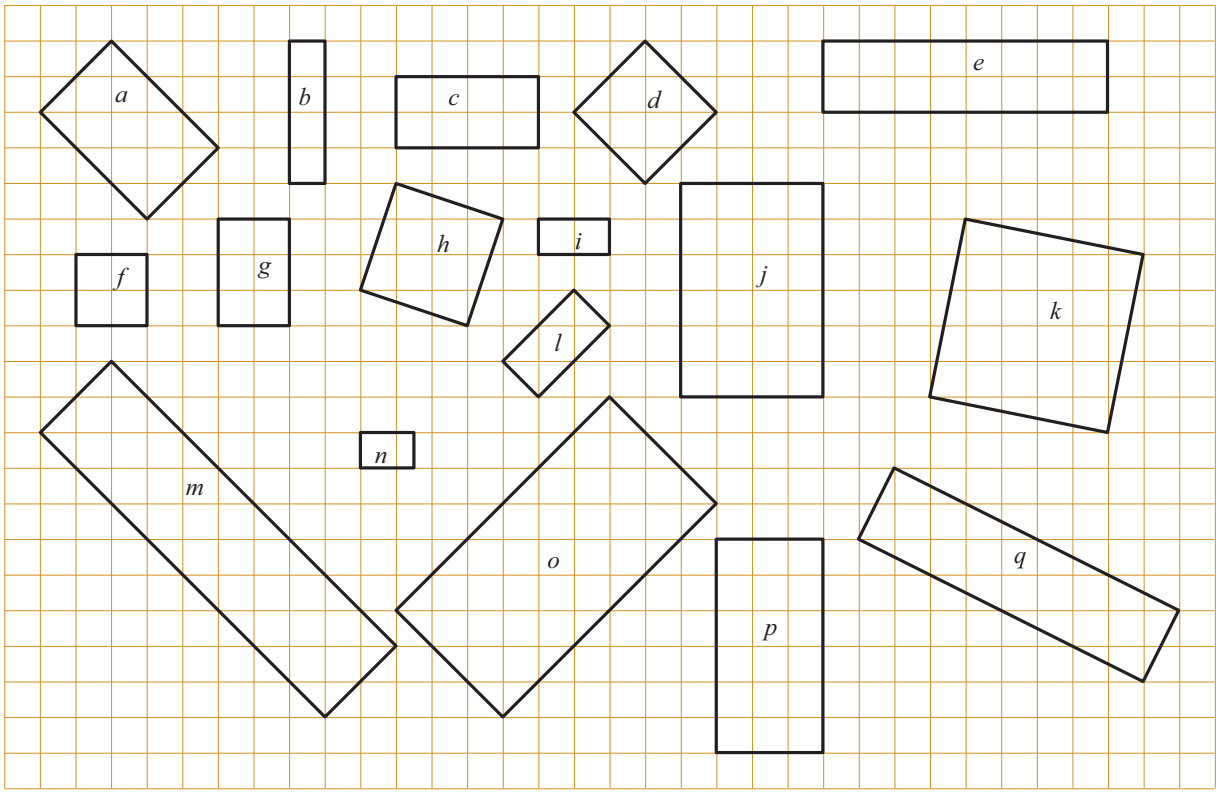
c) Hogyan juthatunk a sárga csillagból a kékbe másféle transzformációval?

Nem egybevágósági transzformációk

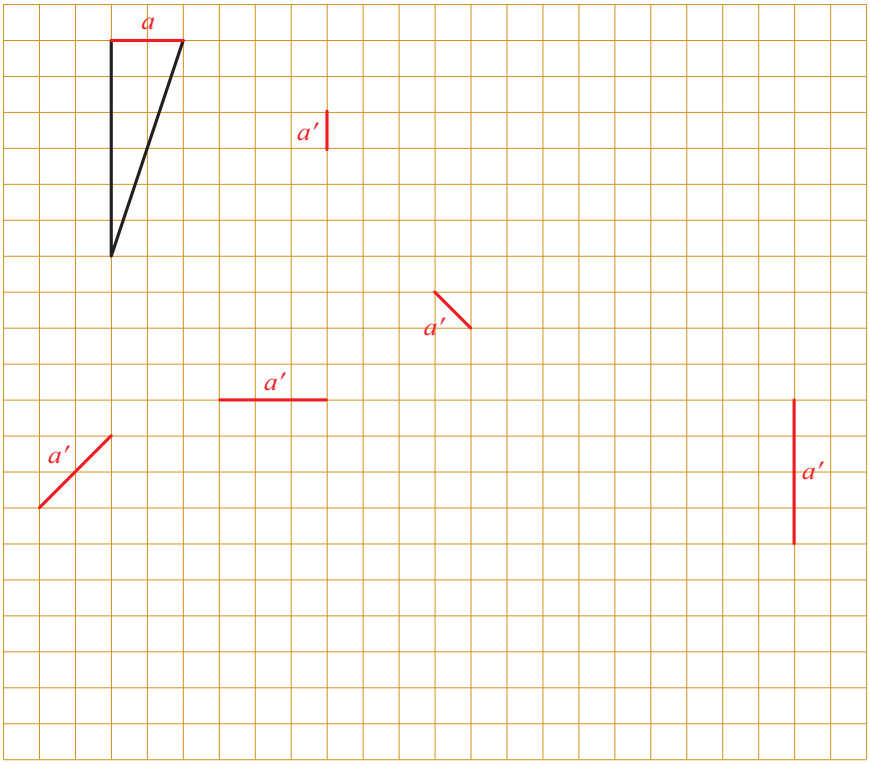
1. Válaszd ki a hasonló háromszögeket!



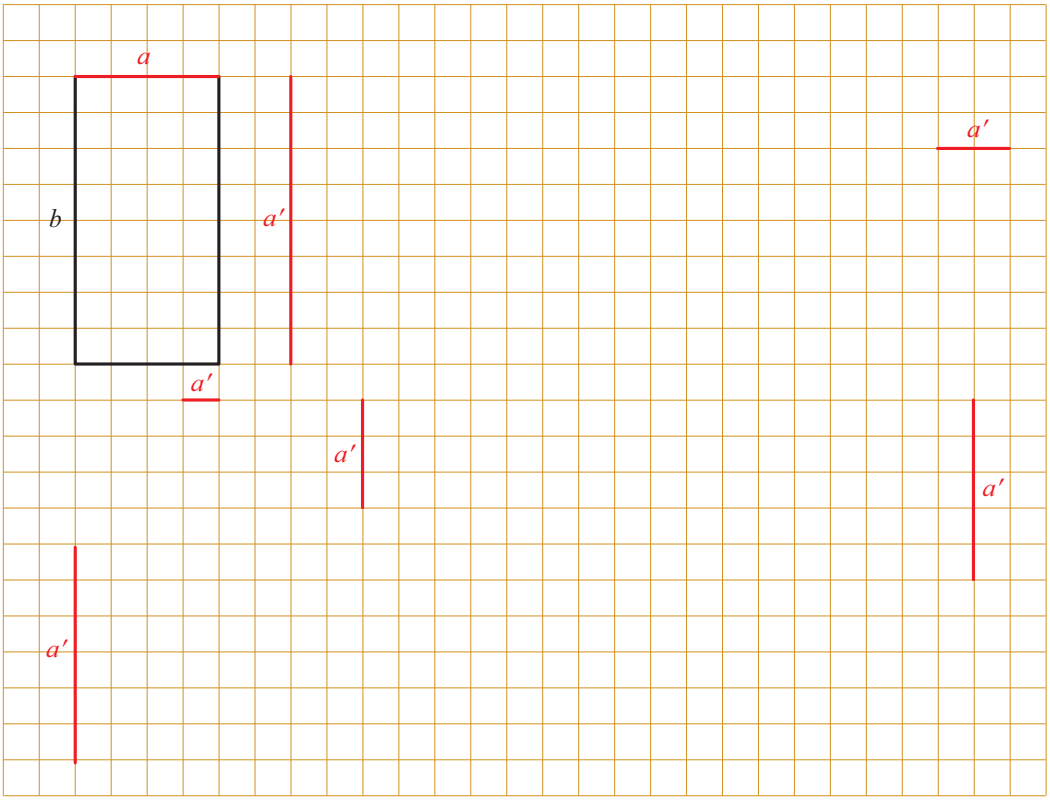
2. Válaszd ki a hasonló téglalapokat! Színezd őket egyforma színűre!



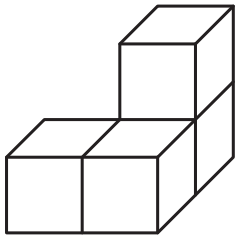
3. Rajzolj a megadott háromszöghöz hasonló háromszögeket úgy, hogy a színes a oldal megfelelője éppen a' legyen!



4. Rajzolj a megadott téglalaphoz hasonló téglalapokat úgy, hogy a színes a oldal megfelelője éppen a' szakasz legyen! Mindegyik téglalapnál állapítsd meg, hogy a b' oldal hányszorosa a b oldal hosszának!



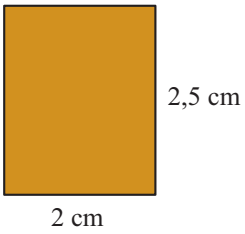
5. Egységkockákból építettünk egy testet. Építsd meg a kétszeresére nagyított testet!



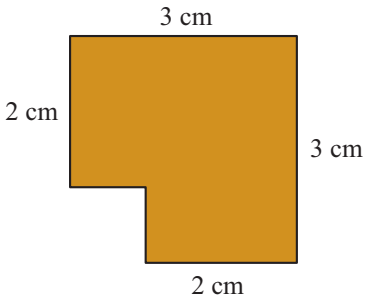
6. Mekkora a valóságban?

Kertek kicsinyített rajzát látod a lapon. Mindegyik rajz mellé odaírtuk a hosszméretek kicsinyítésének mértékét. Mekkora a kertek kerülete és területe?

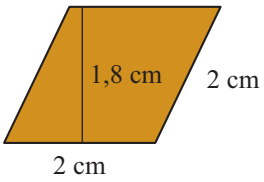
A $M = 1:1000$



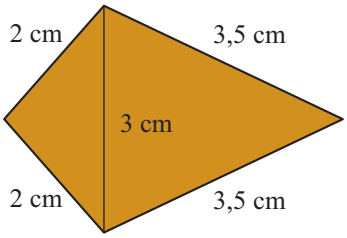
B $M = 1:500$



C $M = 1:2000$



D $M = 1:750$



	Kerület a rajzon	Kerület a valóságban	Terület a rajzon	Terület a valóságban
A kert				
B kert				
C kert				
D kert				

Összefoglaló fejezet

Középiskolába készülünk

Számok

1. Töltsd ki a keresztrejtvényt!

1	2	3	■	4	5	6
7		■	8	■	9	
10	■	11		12	■	13
■	14				15	■
16	■	17			■	18
19	20	■	21	■	22	
23		24	■	25		

Vízszintes:

1. A háromszög belső szögeinek összege.
4. Az 1848 számjegyeiből képzett halmaz elemei növekvő sorrendben.
7. A 100-zal osztható számok végződései.
8. A legkisebb prímszám.
9. A 7104-nek a 96-od része.
10. Megegyezik saját maga ellentettjével.
11. Egymást követő három páratlan szám.
13. 5,5 egészekre kerekítve.
14. A 141 és a 257 szorzata.
16. Ennyi osztója van egy prímszámnak.
17. Az ezerrel osztható számok végződései.
18. A legkisebb alapszámú számrendszer alapszáma.
19. A 14 és a 49 legkisebb közös többszöröse.
21. Egy szám és ellentettjének összege.
22. Ennyi osztója van az 5^9-nek.
23. Az 1000-hez legközelebb levő prímszám.
25. Egy háromszögben a 32°-os külső szöghöz tartozó belső szög nagysága.

Függőleges:

1. A legkisebb háromjegyű szám.
2. A 240-nek az $\frac{1}{3}$ része.
3. A legkisebb természetes szám.
4. A legkisebb pozitív egész szám.
5. A (-47) ellentettje.
6. $(-47)\cdot(-18)$
8. A legkisebb olyan számnak a tízszerese, amely osztható az összes egyjegyű számmal.
11. A konvex négyszög külső szögeinek összege.
12. A 10 és a 73 legkisebb közös többszöröse.
14. A legkisebb páratlan prímszám.
15. A legnagyobb egyjegyű prímszám.
16. A legkisebb olyan háromjegyű szám, amelyben a számjegyek összege 20.
18. A legkisebb olyan háromjegyű szám, amelynek minden számjegye páros, és a számjegyeinek összege 10.
20. Eggyel kevesebb a derékszög nagyságának mértékszámánál.
22. A 192 osztóinak száma.
24. A 6742-ben a legnagyobb alaki értékű számjegy.
25. Az a szám, amelynek pontosan egy osztója van.

2. Töltsd ki a táblázatot!

a	-6	0		$\frac{1}{3}$	7	
b	-12		5	$\frac{1}{4}$		$\frac{2}{3}$
$a-b$		-19	23			
$\frac{a}{b}$					$\frac{7}{5}$	$\frac{1}{3}$

3. Hasonlítsd össze! Tedd ki a $<$, $>$ vagy $=$ jelet!

a) a 2 és az 5 aránya ☐ 25%

b) 35-nek a $\frac{3}{5}$ része ☐ 35-nek a 60%-a

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ ☐ $\frac{2^2}{3}$

d) $2\frac{1}{3}$ reciproka ☐ $\frac{7}{5}:\frac{21}{10}$

e) az a legkisebb négyjegyű természetes szám, amelyben a számjegyek szorzata 100 ☐ a legkisebb természetes szám, amelyben a számjegyek összege 100

4. „Többet ésszel, mint erővel!”

a) $47{,}3-(-68{,}4)-28{,}4+52{,}7$

b) $(-23{,}8)+104{,}6+53{,}4-46{,}2$

c) $\frac{19}{3}+\frac{25}{3}-\frac{1}{3}-\left(-\frac{2}{3}\right)$

d) $0{,}5-\frac{47}{6}-\frac{1}{6}+\frac{5}{2}$

e) $\left(-\frac{5}{12}\right)\cdot\frac{6}{25}-2\frac{1}{3}:\frac{14}{5}$

f) $9\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^2-7\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^2$

5. Színezd ki pirossal azt a kifejezést, amelynek értéke megegyezik a $\frac{2}{3}:\frac{4}{5}$-del, és kékre azt, amelyik nagyobb nála!

$\frac{2}{3}$-nak a $\frac{4}{5}$ része

$\frac{2}{3}$-nak az $\frac{5}{4}$ része

$\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}$

$\frac{2}{3}+\left(\frac{11}{4}\right)$

$\left(\frac{2}{3}\cdot 5\right):4$

$\left(\frac{2}{3}:4\right)\cdot 5$

$\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{2}$

$\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{5}$

$\frac{1}{2}\cdot\left(3\cdot\frac{4}{5}\right)$

6. Írd le matematikai jelekkel és számítsd ki

a) (-360) és (-240) különbségének az ellentettjét,

b) (-360) és (-240) ellentettjének a különbségét,

c) 180-nak a $\frac{2}{3}$ részét,

d) $\frac{11}{3}$ és $\frac{4}{5}$ hányadosának reciprokát,

e) $\frac{11}{3}$ és $\frac{4}{5}$ reciprokának hányadosát,

f) $\frac{1}{3}$ harmadik hatványát,

g) 68-nak a 30%-át,

h) 30-nak a 68%-át,

i) $\frac{3}{8}$ tizedes tört és százalék alakját,

j) 22%-nak a tizedes tört és a tört értékét!

7. Kovácsék egyik kedvenc étele a rakott krumpli. Ehhez mindig megtalálhatók otthon a szükséges fűszerek. Venni kell 10 db tojást, 1,5 kg burgonyát, 2 doboz tejfölt és egy szál kolbászt.



2021-ben egy doboz tojás ára 320 Ft volt, de idén már 20%-kal többet kell érte fizetni. Az 1,5 kg-os hálós krumpli 2022-ben 450 Ft, tavaly 180 Ft-tal volt olcsóbb. Egy doboz tejföl ára 12%-kal lett drágább, így idén 180 Ft-ba kerül. Egy szál kolbászért mindkét évben 350 Ft-ot kellett fizetni. Mennyibe kerültek 2021-ben, illetve 2022-ben a rakott krumplihoz szükséges alapanyagok?

8. Tamás mézeskalácsot készített, és a receptet szeretné feltölteni az internetre. Ehhez azonban meg kell adnia azt is, hogy nagyjából hány kalóriát (kcal) tartalmaz a sütemény.

Tamás az alábbi alapanyagokkal számol:

50 g	margarin
50 g	barna cukor
100 g	méz
200 g	finomliszt
1	tojás

A kalóriatáblázatban az alábbi értékeket találta:

margarin	737 kcal/100 g
barna cukor	377 kcal/100 g
méz	362 kcal/100 g
finomliszt	375 kcal/100 g
tojás	68 kcal/1 db

Melyik műveletsorral számítható ki helyesen, hány kalóriát tartalmaz Tamás mézeskalácsa összesen? Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

(A) $\frac{737}{2}+\frac{377}{2}+362+375\cdot 2+68$

(B) $737+377+362+375+68$

(C) $737\cdot 50+377\cdot 50+362\cdot 100+375\cdot 200+68$

(D) $\frac{737\cdot 50+377\cdot 50+362\cdot 100+375\cdot 200+68}{100}$

(Kompetenciamérés, 2014., 8. évfolyam)

9. „Villámkérdések”

a) Mennyi $2^6\cdot 5^6$?

b) Mondj az $\frac{1}{3}$ és az $\frac{1}{2}$ között számot!

c) Mennyi két különböző prímszám legnagyobb közös osztója?

d) Mennyi két különböző prímszám legkisebb közös többszöröse?

e) Mennyi egy szám és az ellentettjének az összege?

f) Mennyi egy szám és az ellentettjének a különbsége?

g) Melyik az a két szám, amelyek aránya 1 : 2 és összegük 3,6?

h) Melyik az a két szám, amelyek aránya 1 : 2 és különbségük 3,6?

i) Növeld a 640-et a 25%-ával, majd a kapott számot csökkentsd a 20%-ával! Melyik számot kaptad?

j) Az 1 és 1000 közötti páratlan számok szorzata milyen számjegyre végződik?

10. Határozd meg x, y, z értékét, ha $x=\frac{7}{6}:\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{6}\right)$, $y=-12-(3-19)$, z a legkisebb kétjegyű prímszám!

Számítsd ki a három szám átlagát!

11. Határozd meg az x, y és z értékét, ha x a 42 és a 63 legnagyobb közös osztója, y az a legnagyobb kétjegyű szám, amelyben a számjegyek összege 5, z a legkisebb páratlan prímszám négyszerese!

Döntsd el, hogy mely állítások igazak, és melyek hamisak!

A: A három szám legnagyobb közös osztója a 6.

B: A z szám 50%-a az x számnak.

C: Az $\frac{y}{x+z}$ szám reciproka 0,36.

12. A fák többek között azzal javítják a levegő minőségét, hogy oxigént termelnek. Egy erdőben 1 hektáron kb. 700 fa található.

a) Egy autó évi oxigénfelhasználását körülbelül 30 fa tudná pótolni. Zedországban kb. 2 millió jármű van forgalomban. Közelítőleg hány hektárnyi erdő képes előteremteni a járművek éves oxigénigényét? Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

(A) 85 714 hektár (B) 12 345 hektár (C) 98 502 hektár (D) 120 432 hektár

b) Egy idős fa 50 kg oxigént termel egy év alatt. Egy ember éves oxigénigénye 180 kg. 1 hektár idős fákból álló erdő kb. hány ember oxigénigényét elégíti ki? Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

(A) 158 (B) 176 (C) 215 (D) 194

(Kompetenciamérés, 2014., 8. évfolyam)

13. *a)* Pótold a hiányzó számjegyeket úgy, hogy

A) 2-vel, *B)* 4-gyel, *C)* 3-mal, *D)* 6-tal, *E)* 9-cel osztható számot kapjál!

354□ 53□4 3□54 5□34

b) Írd be a lehetséges legkisebb pozitív egész számot úgy, hogy a kapott szám osztható legyen

A) 2-vel *B)* 3-mal *C)* 6-tal *D)* 18-cal *E)* 45-tel!

$3\cdot5\cdot4\cdot\square$ $2\cdot7\cdot\square$ $2\cdot3^2\cdot\square$ $3\cdot5\cdot11\cdot\square$

14. Melyek azok a számok, amelyekről a következőket tudjuk:

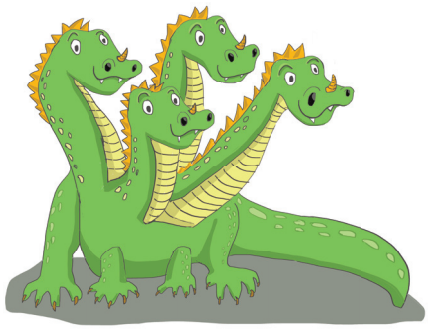
a) A tizenkétszeresének és az ötszörösének a különbsége 105.

b) A két szám összege 88, és a számok aránya $1:3$.

c) $\frac{3}{7}$ részének és $\frac{1}{7}$ részének összege 3.

d) Háromjegyű, az egyesek helyén feleakkora szám van, mint a százasok helyén, és a tízesek helyén levő számjegy 1-gyel több az egyesek helyén lévő számnál. A számnak nincsen két azonos alaki értékű számjegye.

15. Felsorakoztak a négyfejű és a hétfejű sárkányok. Az ügyeletes tiszt azt jelentette a parancsnoknak, hogy mind a 83 fej harcra kész, és többen jöttek el a hétfejűekből, mint a négyfejűekből. A bölcs parancsnok meg tudja-e mondani ebből a jelentésből, hogy melyik fajta sárkányból hány áll előtte?

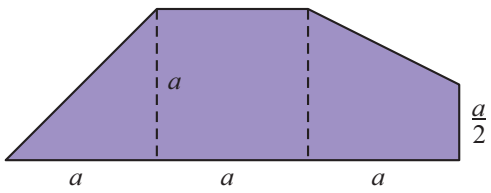


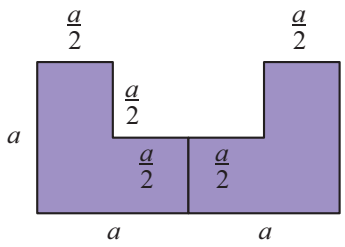
16. Hány darab háromjegyű számot tudsz készíteni a 2; 4; 5 számkártyákból?
A kirakott háromjegyű számok közül hány lesz osztható
a) 5-tel *b)* 2-vel *c)* 4-gyel *d)* 3-mal *e)* 10-zel?

17. Hány darab háromjegyű számot tudsz készíteni a 0; 2; 4; 5 számkártyákból?
A kirakott háromjegyű számok közül hány lesz osztható
a) 5-tel *b)* 2-vel *c)* 4-gyel *d)* 3-mal *e)* 10-zel?

Betűs kifejezések

18. Színezd pirosra azokat a kifejezéseket, amelyek az ötszög területére, és kékre azokat, amelyek a nyolcszögére vonatkoznak!





$2a\cdot a-a\cdot\frac{a}{2}$ $\quad 3a\cdot a-\left(\frac{a\cdot a}{2}+\frac{a\cdot\frac{a}{2}}{2}\right)$ $\quad 2a^2-\frac{a^2}{2}$ $\quad \frac{3a^2}{2}$

$3a^2-\frac{a^2}{2}+\frac{a^2}{4}$ $\quad 3a^2-\frac{a^2}{2}-\frac{a^2}{4}$ $\quad \frac{9a^2}{4}$ $\quad 2\cdot\left[a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2\right]$

19. Az egynemű tagok összevonásával írd egyszerűbb alakba!

a) $3a-8a+4{,}7a+47a-22{,}7a$

b) $\frac{1}{3}a-2(5-3a)+\frac{5}{3}a$

c) $7{,}5b^2-4b+(2b)^2+3b$

d) $0{,}8b-3(0{,}4b-2)+6$

e) $\frac{7}{5}c-2c(5-3^2c)-1{,}4c$

f) $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{7}\right)c+0{,}3c-\left(-\frac{25}{21}c\right)$

20. Keresd meg azokat az egyenlőségeket, amelyek a bennük szereplő ismeretlenek minden értékére igazak! Az ilyen egyenlőségek betűjeléből egy értelmes szót állíthatsz össze.

a) $\frac{a+b}{b}=b$ *b)* $\frac{12i+6}{3}=4i+2$ *c)* $\frac{-4p\cdot 2p}{2}=-2p\cdot p$

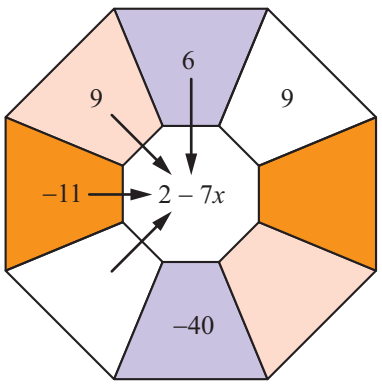
d) $7c-3(c-2)=4c+6$ *e)* $(5k-4)\cdot 2=10k-4$ *f)* $\frac{m}{5}+\frac{m}{7}=\frac{12}{35}m$

g) $3(t-4)+12=3t$ *h)* $\frac{3f\cdot 3f}{6}=\frac{1}{2}f\cdot\frac{1}{2}f$ *i)* $\frac{3r\cdot 3r}{6}=\frac{3}{2}r^2$

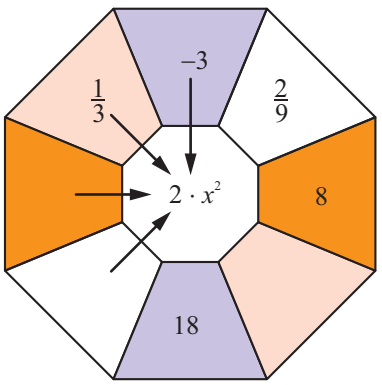
j) $\frac{7o+3o}{2}=5o$ *k)* $\frac{4l+10l}{2}=2l+10l$ *l)* $\frac{4s\cdot 10s}{2}=2s\cdot 5s$

21. Milyen számok kerülhetnek az üresen hagyott helyekre?

a)



b)



22. Számold ki a következő kifejezések helyettesítési értékét, majd karikázd be a helyes válasz betűjelét!

a) $a=0{,}5$, $b=4$ esetén $4a-b^2$ *b)* $c=-5$, $d=7$ esetén $\frac{d}{c}-\frac{c}{d}$

c) $e=3^2$, $f=0{,}4$ esetén $0{,}5e+(6f)^2$ *d)* $g=-\frac{14}{3}$, $h=\frac{3}{5}$ esetén $6h+5g$

A kiszámolt helyettesítési értékek közül 10-nél nagyobb az abszolút értéke

A) 0; *B)* 1; *C)* 2; *D)* 3; *E)* 4 darab kifejezésnek.

23. Hozd egyszerűbb alakra az adott kifejezést, és döntsd el, hogy melyik a helyes válasz a kifejezés helyettesítési értékére vonatkozóan!

$K=(2a+b-3c)-(a-b-2c)$ és $a=0{,}5$; $b=\frac{1}{4}$ és $c=-\frac{1}{3}$.

A) $-2{,}4$; *B)* $\frac{5}{3}$; *C)* $\frac{4}{3}$; *D)* $-\frac{4}{3}$; *E)* 0.

24. Egy 20 éves fa egy év alatt átlagosan 50 kg oxigént termel. Egy felnőtt ember átlagos évi oxigénszükséglete 180 kg.

a) Körülbelül hány 20 éves fa oxigéntermelése fedezi egy felnőtt ember átlagos oxigénszükségletét évente?

b) Mennyi az oxigénszükséglete egy felnőtt embernek, ha a 18 éves korától számítva már n év eltelt (n pozitív egész szám)? Határozd meg egy 30 és egy 40 éves ember felnőttkori oxigénszükségletét!



25. Írd le betűs kifejezésekkel a mondatokat!

a) Egy családban a legfiatalabb kislány életkora L év. Nővérei 2, illetve 3,5 évvel idősebbek nála. Írd fel a nővérek életkorát L segítségével, és a három kislány életkorának összegét is add meg!

b) Két szám különbsége 10. Közülük a nagyobb számot n-nel jelöltük. Írd fel a kisebb számot n segítségével, majd add meg a két szám számtani közepét is!

c) Egy kétjegyű szám számjegyeinek különbsége 5. A tízesek helyén t áll. Mi van az egyesek helyén? Milyen értékeket vehet fel a t ?

26. Írj egyenletet a feladatokhoz, és oldd is meg azokat!

a) Melyik számhoz kell hozzáadni a 3,24-ot, hogy $(-5{,}72)$-ot kapjunk?

b) Melyik számot kell elosztani 1,2-del, hogy $\frac{7}{3}$ legyen a hányados?

c) Egy szám a másik szám hatszorosa. Különbségük 19. Melyik ez a két szám?

d) Két szám aránya $7:5$, összegük $27\frac{3}{5}$. Mennyi a számok szorzata?

e) Melyik számot szoroztam meg önmagával, majd 3-mal, ha a szorzat 432?

f) Melyik számot szoroztam meg hárommal, majd a szorzatot önmagával, ha 225-öt kaptam?

27. Pisti 8 matematikadolgozatára kapott osztályzatainak átlaga 4,375. Még egy dolgozatot fog írni az idén. Ahhoz, hogy év végén ötöst kaphasson, a 9 dolgozat átlagának legalább 4,5-nek kell lennie. Megkaphatja-e az ötöst év végén? Satírozd be a helyes válasz betűjelét! Válaszodat számítással indokold!

(I) Igen, megkaphatja az ötöst év végén.

(N) Nem, nem kaphatja meg az ötöst év végén.

(Kompetenciamérés, 2012., 8. évfolyam)

28. Egy művelődési házban hangversenyt szerveznek. A színházteremben 798 ülőhely van. A belépőjegyek ára egységesen 800 Ft. A jegyek legalább hány százalékát kell értékesíteni, hogy a művelődési háznak ne legyen veszteséges a hangverseny, ha a fellépő művészek tiszteletdíja összesen 280 000 Ft, és az egyéb járulékos költségek (fűtés, világítás, rakodó munkások és takarítók stb. díja) 150 000 Ft-ot tesznek ki? Úgy dolgozz, hogy számításaid követhetők legyenek!

(Kompetenciamérés, 2012., 8. évfolyam)

29. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $8x-13-5x=4x+28-3x-15$

b) $5-2(3-4x)=8x-1$

c) $4-3(x-5)=1-4(x-6)+x-8$

d) $12-2(4-x)-3=3(x-4)+11$

30. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $\frac{x}{3}+\frac{2x}{5}-7=\frac{3x}{2}-3$

b) $\frac{4x-7}{3}-5=\frac{10}{3}$

c) $3-\frac{2x-4}{5}=x-3$

d) $\frac{2-2x-3}{3}=5-x$

31. Édesanya karácsonykor a család minden tagját egy-egy órával lepte meg. Férjének egy elegáns karórát vett. Lánya mindennap futóedzést tart, így ő stopperórát kapott, míg a fia egy okosórát. Az okosóra ára kétszerese a karóra árának, míg az 7000 Ft-tal drágább a stopperóránál. Édesanya 41 000 Ft-ot fizetett. Mennyibe kerültek az egyes órák külön-külön?



32. Melyik az a két szám, amelyről a következőket tudjuk:

a) Összegük 100. Ha a nagyobb számot elosztjuk a kisebbel, a hányados 2 és a maradék 1.

b) Összegük 3927. Ha a kisebbik szám végére (az egyesek után) egy 0-t írunk, megkapjuk a nagyobb számot.

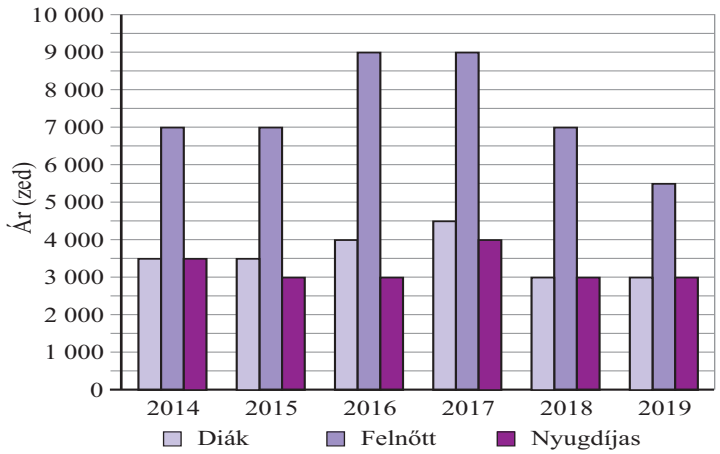


33. Festés után Lilla visszapakolta a 150 könyvét a 3 polcból álló könyvszekrényébe. A legfelső polcra helyezte a legkevesebb könyvet, majd 15-tel többet tett az alatta levőre és ismét 15-tel többet a legalsóra. Hány könyvet tett az egyes polcokra?

34. A $p \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$ számok közül melyikre igaz, hogy a $(p+2)\cdot x = 8 + x$ és $(p-2)x = p-1$ egyenleteknek a megoldása ugyanaz?

Hozzárendelések, grafikonok, statisztika

35. A következő diagram azt mutatja, hogyan alakult az egyes bérletfajták ára az előző években.

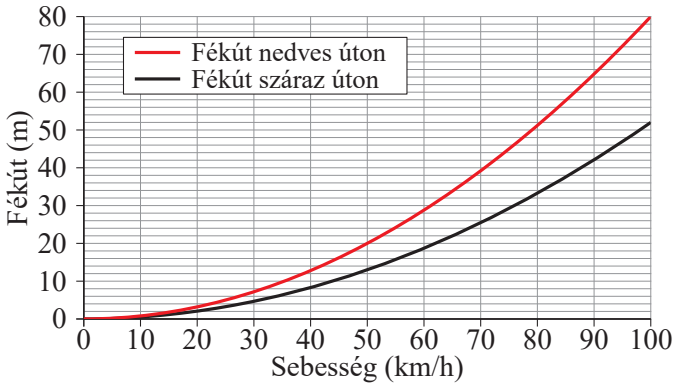


Döntsd el, melyik igaz, illetve melyik hamis a következő állítások közül! Válaszodat a megfelelő kezdőbetű besatírozásával jelöld!

	Igaz	Hamis
A diákbérlet ára három évben is azonos összegű volt.	I	H
Volt olyan év, amikor a felnőttbérlet pontosan 2-szer annyiba került, mint a diákbérlet.	I	H
A nyugdíjasbérlet ára évről évre csökkent.	I	H
2016-ban olcsóbb lett a nyugdíjasbérlet az előző évhez képest.	I	H

(Kompetenciamérés, 2020., 8. évfolyam)

36. Fékútnak nevezzük a fékhatás kialakulásától a jármű teljes megállásáig megtett távolságot. A fékút nagyságát számos körülmény befolyásolja (pl. jármű sebessége, útviszonyok, aszfalt). A következő grafikonon az látható, hogy egy adott sebességgel haladó járműnek mekkora a fékútja nedves, illetve száraz úton.



Hány méter a fékútja nedves úton annak az autónak, amelynek a sebessége 40 km/h?

Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

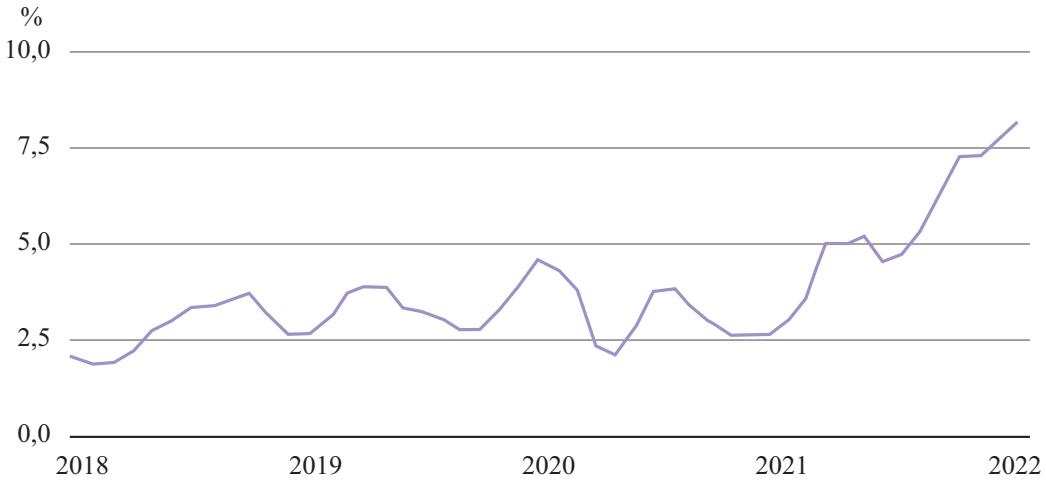
(A) 9 méter (B) 14 méter (C) 68 méter (D) 86 méter

A grafikon alapján döntsd el, melyik igaz, illetve melyik hamis a következő állítások közül! Válaszodat a megfelelő kezdőbetű besatírozásával jelöld!

	Igaz	Hamis
Minél kisebb a jármű sebessége, annál nagyobb a különbség száraz és nedves úton a fékút között.	I	H
Ha egy jármű sebessége 80 km/h-ról 90 km/h-ra nő, akkor a fékút száraz úton 9 méterrel, nedves úton 13 méterrel hosszabb lesz.	I	H
Egy 50 km/h sebességgel haladó jármű fékútja nedves úton kb. 7 méterrel hosszabb, mint száraz úton.	I	H
Nedves úton a jármű fékútja egyenesen arányos a jármű sebességével.	I	H

(Kompetenciamérés, 2020. 8. évfolyam)

37. A grafikon a márciusi fogyasztói árak változását mutatja az előző évi márciusi árakhoz képest.



a) Adj meg a grafikonhoz egy egyértelmű hozzárendelést!

b) Mi a hozzárendelésed alaphalmaza, és mi a képhalmaza?

c) Egyértelmű hozzárendelést kapsz-e, ha felcseréled a képhalmazt és az alaphalmazt?

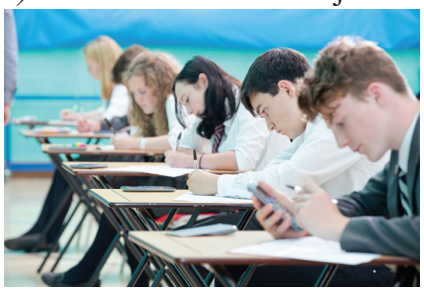
d) Hány százalékos az árak növekedése 2018 és 2022 között?

38. *a)* Adj meg a diagramhoz egy egyértelmű hozzárendelést!

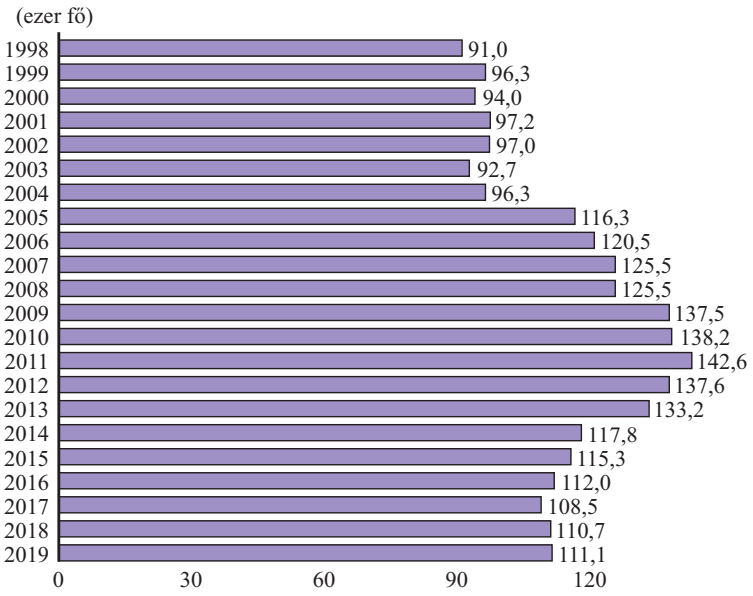
b) Mi a hozzárendelésed alaphalmaza, és mi a képhalmaza?

c) Egyértelmű hozzárendelést kapsz-e, ha felcseréled a képhalmazt és az alaphalmazt?

d) Mekkora az adatok terjedelme?

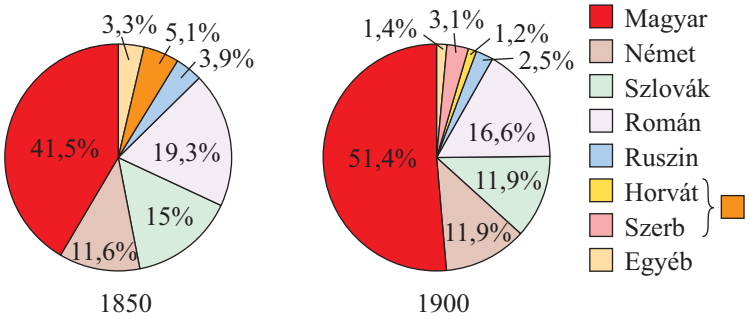


Érettségizők száma Magyarországon (1998–2019)



39. *a)* Adj meg a kördiagramokhoz egy-egy egyértelmű hozzárendelést!

b) Mi a hozzárendelésed alaphalmaza, és mi a képhalmaza?



A Magyarország területén élő különböző nemzetiségű lakosok száma és százalékos megoszlása 1850 és 1910 között

Nemzetiség	1850		1880		1900		1910	
	fő	%	fő	%	fő	%	fő	%
Magyar	4 812 000	41,5	6 400 000	46,6	8 651 000	51,4	9 944 627	54,5
Német	1 349 000	11,6	1 870 000	13,6	1 999 000	11,9	1 903 357	10,4
Szlovák	1 739 000	15,0	1 870 000	13,5	2 002 000	11,9	1 946 357	10,9
Román	2 240 000	19,3	2 403 000	17,5	2 798 000	16,6	2 948 186	16,1
Ruszin	446 000	3,9	353 000	2,6	424 000	2,5	464 270	2,5
Horvát	639 000	5,1	639 000	4,6	196 000	1,2	198 000	1,1
Szerb					520 000	3,1	545 000	3,0
Egyéb	378 000	3,3	223 000	1,6	244 000	1,4	313 000	1,7

c) 1850 és 1910 között mennyivel nőtt a magyar lakosok száma? Hogyan változott a szlovák lakosság létszáma ebben az időszakban?

d) Milyen érdekességet vettél észre a horvát és a szerb nemzetiségű lakossággal kapcsolatban?

e) Melyik nemzetiség létszáma változott a legkisebb mértékben az eltelt 60 év alatt?

40. Minden számhoz rendeld hozzá

a) az ellentettjét, *b)* az abszolút értékét, *c)* a reciprokát!

Minden esetben add meg a hozzárendelési utasítást és a képhalmazát is!

Melyik megfeleltetés megfordítható?

-9 $\quad -3{,}5$ $\quad 0$ $\quad 4$ $\quad 6+\frac{2}{5}$ $\quad \left(5-\frac{1}{3}\right)$ $\quad 0{,}4^2$

41. Egyenlő szárú háromszög szárszögéhez rendeld hozzá a háromszög alapon fekvő szögét!

Megfordítható ez a megfeleltetés?

A szárszög: 28°; 36°; 45°; 60°; 83°; 100°; 120°; 175°.

42. Derékszögű háromszög két befogójának hosszából alkotott számpárokhoz rendeld hozzá a háromszög területét!

Megfordítható ez a megfeleltetés?

a) $a=4$ cm és $b=6$ cm *b)* $a=6$ cm és $b=6$ cm *c)* $a=1{,}2$ dm és $b=8$ cm

43. Rendeld hozzá a megadott számpárokhoz

a) a legnagyobb közös osztójukat, *b)* a legkisebb közös többszörösüket!

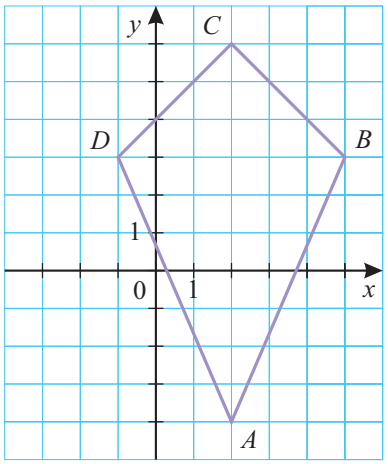
A) $a=4$ és $b=6$ *B)* $a=1$ és $b=12$ *C)* $a=24$ és $b=35$

44. Olvasd le a négyszög csúcspontjainak koordinátáit!

a) Tükrözd a négyszöget az x tengelyre!

b) Minden ponthoz azt a pontot rendeld hozzá, amelyik az x tengely másik oldalán van, de csak fele olyan távolságra az x tengelytől, mint az eredeti pont volt!

Töltsd ki a táblázatot!



Eredeti pontok	$A(\quad;\quad)$	$B(\quad;\quad)$	$C(\quad;\quad)$	$D(\quad;\quad)$
a transzformáció	$A'(\quad;\quad)$	$B'(\quad;\quad)$	$C'(\quad;\quad)$	$D'(\quad;\quad)$
b transzformáció	$A''(\quad;\quad)$	$B''(\quad;\quad)$	$C''(\quad;\quad)$	$D''(\quad;\quad)$

45. Számold ki az $y=2{,}4x-3$ egyenlettel megadott $P(x;\,y)$ pontok hiányzó koordinátáit!

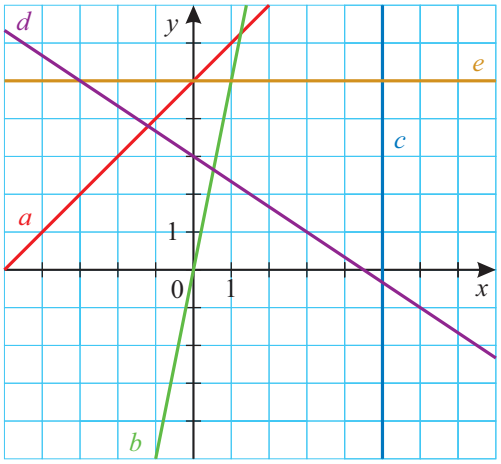
a) $x=0$ *b)* $x=4$ *c)* $x=\frac{1}{6}$ *d)* $x=-1{,}5$

46. Számold ki az $y=\frac{2}{3}x+2$ egyenlettel megadott $P(x;\,y)$ pontok hiányzó koordinátáit!

a) $x=0$ *b)* $x=6$ *c)* $x=-\frac{1}{6}$ *d)* $x=2{,}4$

47. Készítsd el a $P(x; y)$ pontokat ábrázoló grafikont, ha $y = 2x - 3$! (Ha szükséges, akkor készíthetsz értéktáblázatot.) Mely x érték esetén lesz a helyettesítési érték

a) -3, *b)* 3, *c)* 5, *d)* 2016?



48. Melyik hozzárendelés melyik grafikonhoz tartozik?

$y = 5 + x$ $\quad$ $3y = -2x + 9$ $\quad$ $y = 5x$

$x = 5$ $\quad$ $y = 5$ $\quad$ $y = -\frac{2}{3}x + 3$

49. Készítsd el a $P(x; y)$ pontokat ábrázoló grafikont, ha $y = 3 - 2x$! Határozd meg az

$A\left(0;\square\right)$, $B\left(1;\square\right)$, $C\left(-7;\square\right)$, $D\left(\square;1\right)$, $E\left(\square;9\right)$, $F\left(\square;-47\right)$

pontok hiányzó jelzőszámait úgy, hogy a pontok

a) a grafikonon; *b)* a grafikon felett; *c)* a grafikon alatt legyenek!

50. A táblázat olyan $P(x; y)$ pontokra vonatkozik, amelyek egy egyenesen helyezkednek el. Add meg a hozzárendelés szabályát, és ábrázold a grafikonját!

x	-3	-1	2	3
y	-5	-1	5	7

51. Készítsd el a $P(x; y)$ pontokat ábrázoló grafikont, ha $y = 2x - 4$, és add meg a képhalmazt is, ha az alaphalmaz

a) $A = \{-1 \leqq x \leqq 4\}$, *b)* $A = \{\text{egész számok}\}$!

52. Melyik esetben lesz a legnagyobb a két koordinátatengely és a $P(x; y)$ pontokat ábrázoló grafikon által bezárt háromszög területe?

a) $y = 5 - x$ *b)* $y = \frac{3}{2}x + 6$ *c)* $y = 3x - 8$

53. A városi autóbuszon egy vonaljegy ára 350 Ft. Julcsi néni a piacra ment őszibarackért, mindkét irányban autóbuszon utazott. Egy kilogramm barack ára 800 Ft. Mariska néni közel lakik a piachoz, ő gyalog jár oda. Számítsd ki, hogy mennyit fizet Julcsi néni, illetve Mariska néni a vásárolt barack mennyiségétől függően! Írj fel összefüggést a barack mennyisége és ára között, majd készítsed el az összefüggésnek megfelelő grafikont!



Készíts grafikont Julcsi néni kiadásáról, ha hozzászámítod az utazási költségét is! Melyik grafikon ábrázol egyenes arányosságot?

54. András és Béla gázszerelők. Munkadíjuk a kiszállási díjból és a munkával eltöltött idő óradíjából tevődik össze. András kiszállási díja 2000 Ft/alkalom, óradíja 3000 Ft. Béla kiszállási díja 3000 Ft/alkalom, óradíja 2500 Ft.

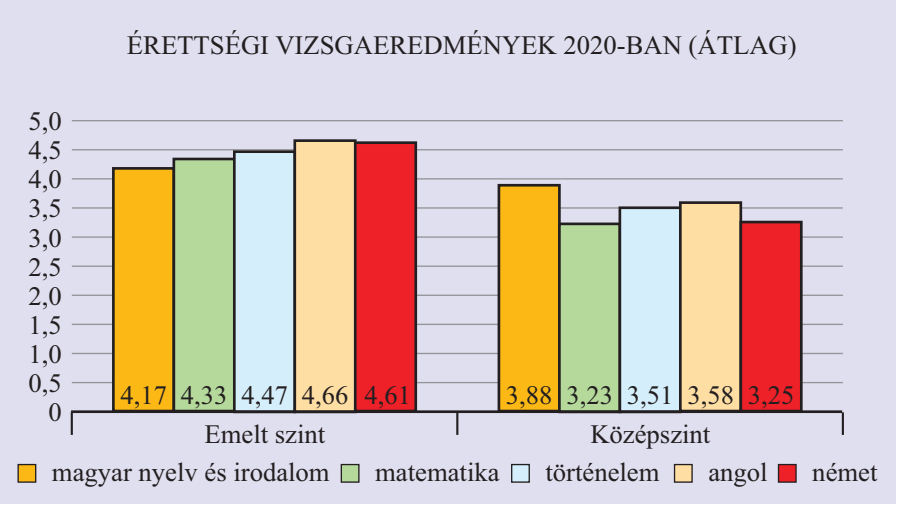
a) Mennyit keres András egy 3 órás munkával? Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

(A) 5000 Ft-ot (B) 9000 Ft-ot (C) 11 000 Ft-ot (D) 15 000 Ft-ot

b) Hány órás volt az a munka, amelyért Béla 15 500 Ft-ot kapott? Úgy dolgozz, hogy számításaid követhetők legyenek!

(Kompetenciamérés, 2013., 8. évfolyam)

55. 2020 tavaszi vizsgaidőszakában 84 300 tanuló érettségizett. Az oszlopdiagramon az általuk elért eredmények olvashatók le az öt „alaptantárgyból”.



a) Mennyi a terjedelme az egyes vizsgafajták átlagainak?

b) Hány százalékkal teljesítettek jobban angolból az emelt szinten vizsgázók, mint a középszinten vizsgázók?

56. A táblázatban a 2011 és 2015 közötti középszintű érettségi átlagok, illetve a középszintű matematikaérettségi átlageredményei láthatók.

Évszám	2011	2012	2013	2014	2015
Érettségi	3,65	3,62	3,59	3,58	3,57
Matematika	2,99	3,04	2,94	2,88	2,84

Tételezzük fel, hogy az egyes években a vizsgázók száma közel azonos volt.

a) Öt évre vonatkoztatva mennyi az érettségi eredmények átlaga?

b) Öt évre vonatkoztatva mennyi a középszintű matematikaérettségik átlaga?

c) Mekkora a terjedelme az egyes adathalmazoknak?

Alakzatok

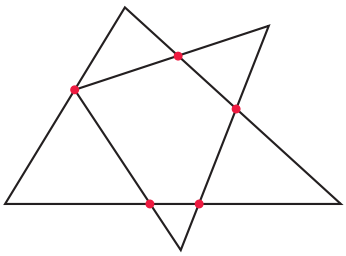
57. *a)* Hány háromszöget határozhat meg négy különböző pont?

b) Hány háromszöget határozhat meg öt különböző pont?

58. *a)* Hány egyenest határozhat meg négy különböző pont?

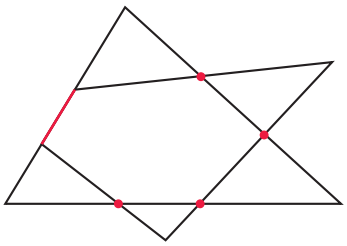
b) Hány egyenest határozhat meg öt különböző pont?

59.



Az ábrán látható két háromszög oldalainak 5 közös pontja van.

Adj meg két-két háromszöget úgy, hogy oldalaiknak 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 vagy több közös pontja legyen!



60. Az ábrán a háromszög és a négyszög oldalainak végtelen sok közös pontja van. Adj meg egy-egy háromszöget és négyszöget úgy, hogy oldalaiknak 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 vagy 10 közös pontja legyen!

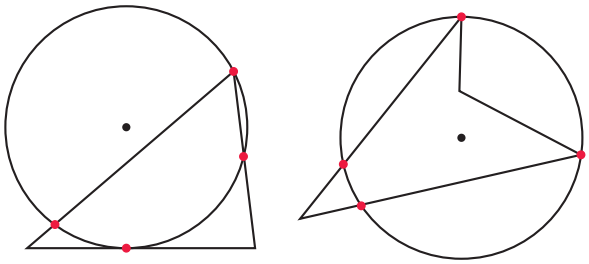
61. *a)* Hány egyenest határoznak meg egy konvex hétszög csúcsai?

b) Hány háromszöget határoznak meg egy szabályos nyolcszög csúcsai?

62. Az ábrán mindkét esetben négy közös pontja van a két alakzatnak.

a) Hány közös pontja lehet egy háromszög oldalainak egy körvonallal?

b) Hány közös pontja lehet egy négyszög oldalainak egy körvonallal?

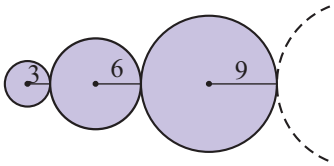


63. Egy konvex szögtartományban jelölj ki négy olyan félegyenest, amelyeknek kezdőpontja a szög csúcsa!

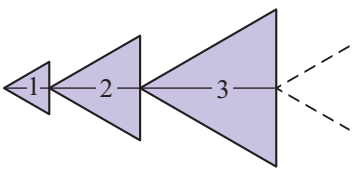
a) Hány „tiszta szögtartományt” határoz meg a négy félegyenes? (A „tiszta szögtartomány” nem tartalmaz belsejében egyetlen megjelölt félegyenest sem.)

b) Hány szögtartományt határoznak meg a félegyenesek?

64. *a)* Milyen hosszú és milyen széles papírra fér el az ábra szerint egymás mellé rajzolt tíz kör? A legkisebb kör sugara 3 egység. A körök sugara rendre 3 egységgel növekszik.



b) Milyen hosszú papírra fér el az ábra szerint egymás után rajzolt tíz szabályos háromszög? A háromszögek magassága rendre 1 egységgel növekszik.



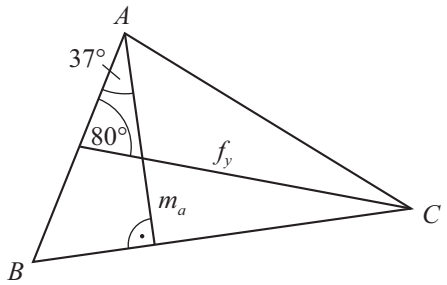
65. Az AB szakaszt a C pont $3:8$ arányban, a D pont pedig $5:6$ arányban osztja. A CD szakasz hossza 18 egység. Hány egység az AB szakasz hossza?

66. Egy háromszög belső szögeinek aránya $4:1:5$. Határozd meg, hogy szögei szerint milyen csoportba tartozik a háromszög!

67. Egy háromszög egyik szöge a másiknak kétszerese, a harmadik szöge pedig 30°. Számítsd ki a háromszög belső szögeinek nagyságát!

68. Egy háromszög két belső szögének aránya $3:4$. A harmadik belső szöge $\frac{1}{18}$ egyenesszöggel nagyobb az elsőnél. Mekkorák a háromszög szögei?

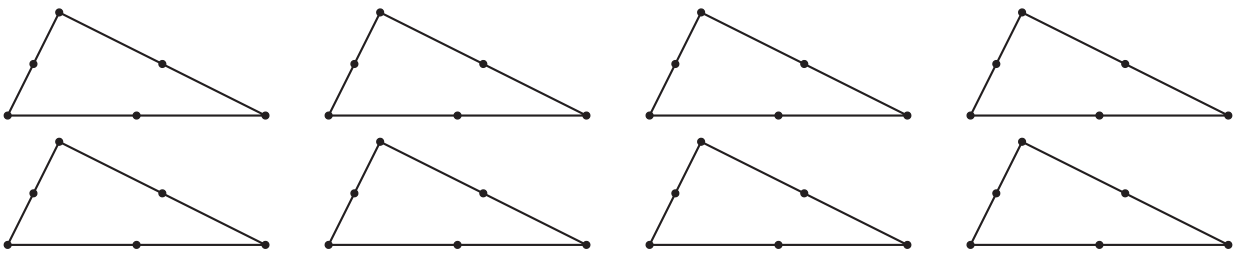
69. Az ABC hegyesszögű háromszög m_a magassága 37°-os szöget, az f_γ szögfelező pedig 80°-os szöget zár be az AB oldallal. (m_a magasság az A csúcsból, f_γ szögfelező a C csúcsból indul.)



a) Mekkora szöget zár be az m_a magasságvonal az f_γ szögfelezővel?

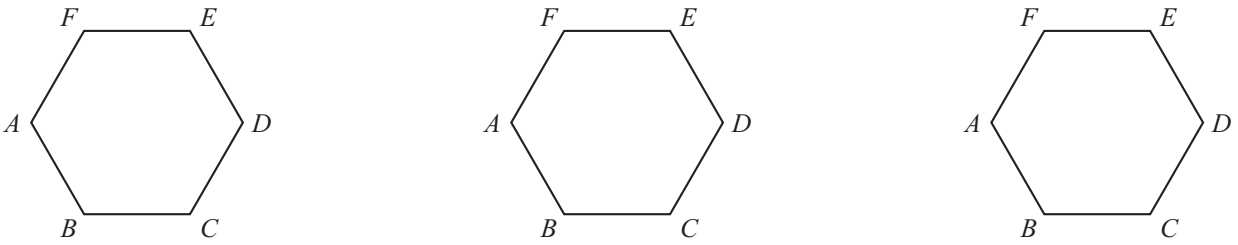
b) Számítsd ki, hány fokosak a háromszög belső szögei?

70. Derékszögű háromszögek csúcsait és oldalfelező pontjait • szimbólum jelöli. Válassz ki közülük négyet úgy, hogy trapéz csúcsai legyenek! (Lehet, hogy több ábra van, mint ahány lehetőség. A trapéz oldalai a kiválasztott végpontokon kívül tartalmazhatnak további megjelölt pontokat is.)



71. A szabályos hatszög csúcsai közül válassz ki hármat vagy négyet úgy, hogy egy

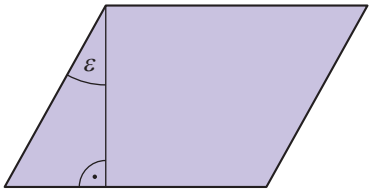
a) deltoid, *b)* húrtrapéz, *c)* derékszögű háromszög csúcsai legyenek!



72. Egy konvex négyszög külső szögeinek aránya $2:5:6:7$. Mekkorák a négyszög belső szögei?

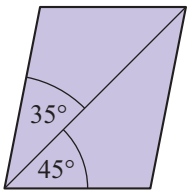
73. Számítsd ki a paralelogramma szögeit!

a)

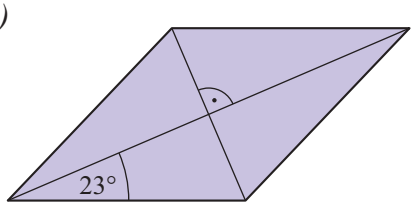


$\varepsilon = 24°11'$

b)



c)



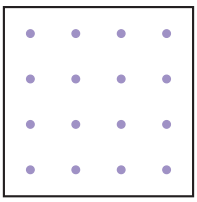
74. A 3×3-as négyzetrácsok pontjait • szimbólum jelöli.
Válassz ki közülük négy rácspontot úgy, hogy a négyszög

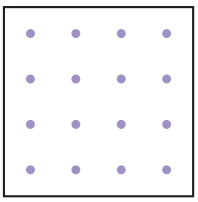
a) konkáv legyen, de nem deltoid,

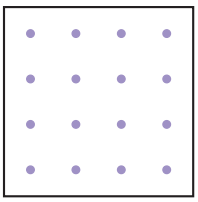
b) derékszögű trapéz legyen, de nem téglalap,

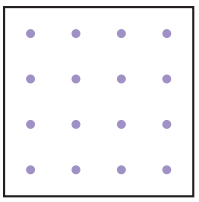
c) rombusz legyen, de nem négyzet,

d) paralelogramma legyen, de nem egyenlő szögű!

a) 

b) 

c) 

d) 

75. Egy téglalap átlója 2 : 3 arányban osztja a téglalap szögét. Számítsd ki az átlók hajlásszögét!

76. Döntsd el, hogy melyik igaz és melyik hamis az alábbi állítások közül?

A: Nem minden rombusz deltoid.

B: Van olyan rombusz, ami nem téglalap.

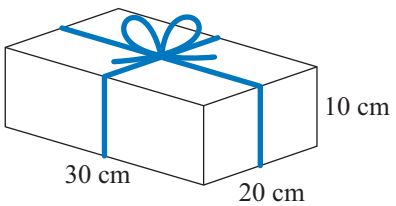
C: Ha egy rombusz húrtrapéz, akkor a négyszög négyzet.

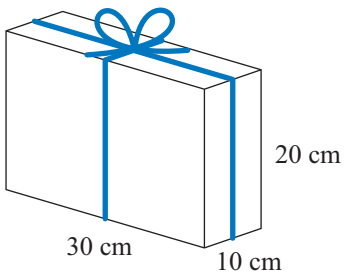
D: Van olyan húrtrapéz, ami paralelogramma.

77. Két téglatest alakú csomagot az ábrán látható módon átkötöttek.

Melyik esetben kellett több szalag, ha a csomózásra elég volt 20-20 cm?

A doboz éleinek hossza 30 cm, 20 cm és 10 cm.





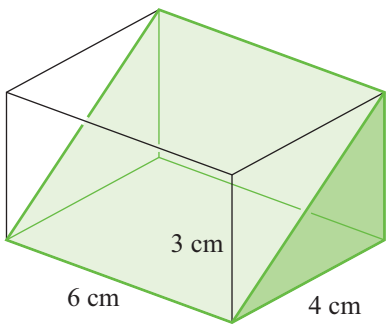
78. Egy téglatestet az egyik átlósíkjával két testre vágtak az ábrán látható módon.

a) Nevezd meg a keletkezett testeket! Hasonlítsd össze a méreteiket!

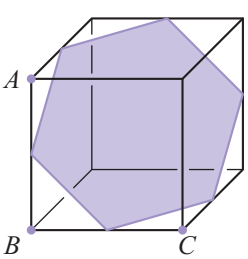
b) Határozd meg az egyik test lapjainak, éleinek, csúcsainak számát!

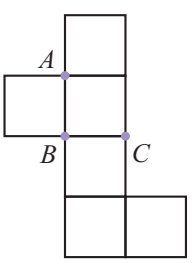
c) Rajzold le egy egyik test lapjait az ábráról leolvasható méretekkel!

d) Igaz-e, hogy egy új testnek éppen annyi lapátlója van, mint csúcsa?



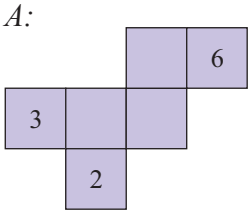
79. Rajzold be a kocka hálójába a színessel jelölt hatszög oldalait, ha a hatszög csúcsai az élek felezőpontjai!



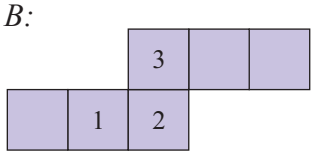


80. Az alábbi hálókból dobókockát szeretnénk összeállítani. A szemközti lapokon lévő két-két érték összege 7. A lapokra ráírtuk a rajtuk lévő pöttyök számát. Írd rá a lapokra a hiányzó számokat, ha a hálóból tudsz hajtogatással kockát készíteni! Amelyik hálóból nem lehet kockát összeállítani, annak a betűjelét húzd át!

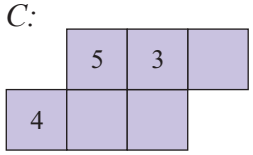
A:



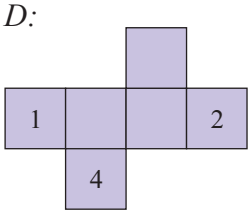
B:



C:

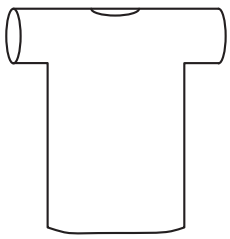


D:



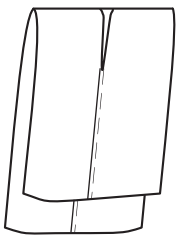
81. Az ábrákon néhány hagyományos öltözék és azok szabásmintája látható.

A:



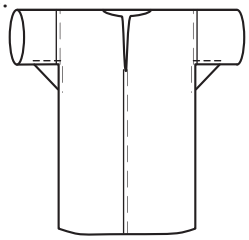
bronzkori öltözék

B:



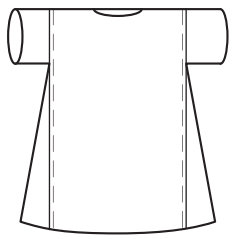
inka poncsó

C:



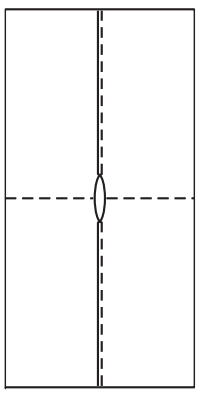
egyiptomi dzsellaba

D:

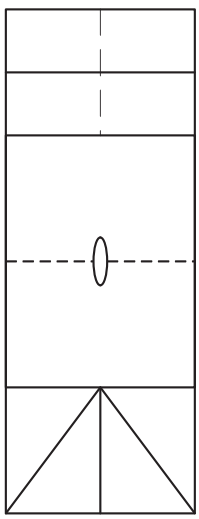


török kaftán

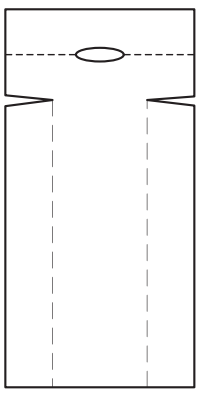
I.



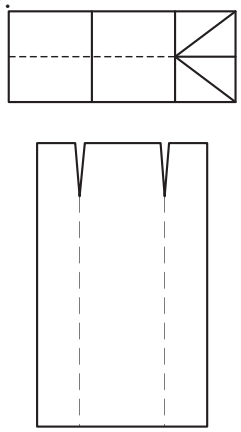
II.



III.



IV.



a) Melyik öltözékhez melyik szabásminta tartozik?

b) Írj a szabásminták egyes részeihez méreteket! Legyen az öltözék hossza a vállvonaltól mérve 160 cm, az *A*, *C*, *D* öltözék esetén a ruhaujj kerülete pedig 48 cm!

Geometriai transzformációk

82. Ábrázold derékszögű koordináta-rendszerben az $A(-2;0)$, a $B(2;4)$ és a $C(-6;8)$ pontokat!

a) Tükrözd az ABC háromszöget az y tengelyre, és add meg az A', B', C' koordinátáit!

b) Milyen sokszöget alkot az eredeti és a képháromszög közös része? Számítsd ki a területét!

c) Milyen négyszög az $AA'C'C$? Számítsd ki a területét!

83. Ábrázold derékszögű koordináta-rendszerben az $A(-2; 0)$, a $B(2; 4)$ és a $C(-6; 8)$ pontokat!

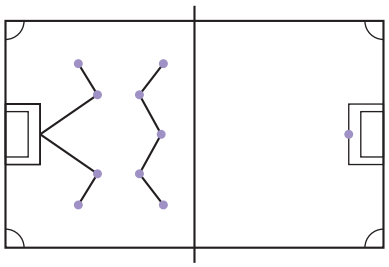
a) Tükrözd az ABC háromszöget a $(0; 2)$ pontra, és add meg az A'', B'', C'' koordinátáit!

b) Milyen sokszöget alkot az eredeti és a képháromszög egyesítése? Számítsd ki a területét!

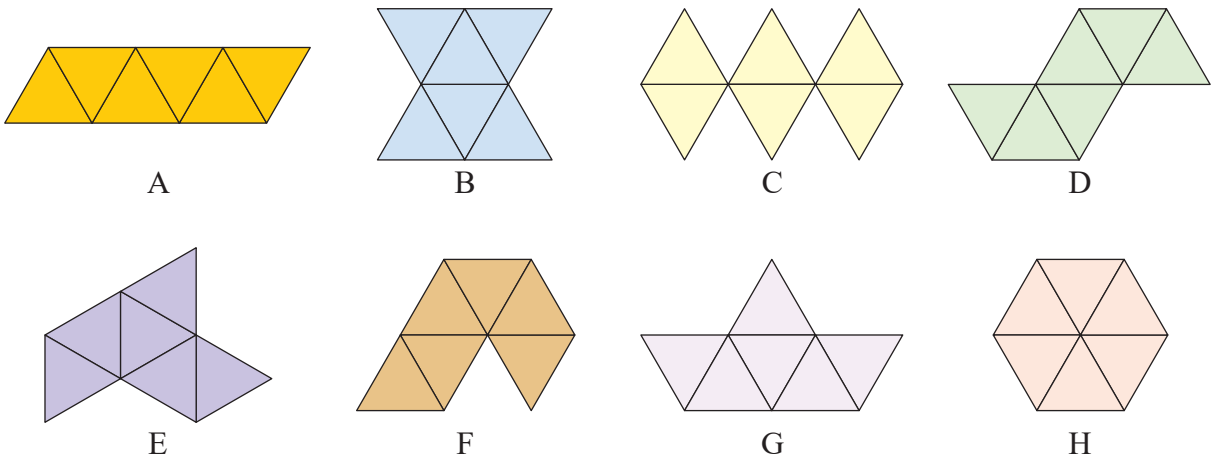
c) Rajzold meg az $AC''BC$ négyszög szimmetriatengelyeit!

84. Egy gombfocipályán a hagyományos WM-rendszer szerint helyezték el az egyik csapat játékosait.

Rajzold meg az ellenfél figuráit, ha mindegyik a pálya felezővonalára szimmetrikusan helyezkedik el!



85. Az alábbi ábrák mindegyikét hat darab egybevágó szabályos háromszögből raktuk ki.



a) Sorold fel a tengelyesen tükrös alakzatok betűjelét! A megfelelő ábrákon jelöld a tengelyeket!

b) Sorold fel a középpontosan tükrös alakzatok betűjelét! A megfelelő ábrákon jelöld a szimmetria-középpontokat!

86. Egy háromszög oldalainak mérőszámai centiméterben mérve egész számok. Hány különböző ilyen háromszög van, ha a háromszög kerülete 10 cm?

87. Egy egyenlő szárú háromszög oldalainak mérőszámai deciméterben mérve egész számok. Hány különböző ilyen háromszög van, ha a háromszög kerülete 12 dm?

88. Döntsd el, hogy igaz vagy hamis állítások-e az alábbiak!

A: Ha a derékszögű trapéz középpontosan szimmetrikus, akkor négyzet.

B: A téglalap átlói szimmetriatengelyek.

C: Ha egy húrtrapéz középpontosan szimmetrikus, akkor téglalap.

D: Minden rombusz középpontosan szimmetrikus.

E: Ha egy négyszögnek van két egyenlő szöge, akkor van szimmetriatengelye.

89. Legyen az $ABCD$ téglalap AB oldala 6 cm, BC oldala 4 cm, CD oldalának felezőpontja E!

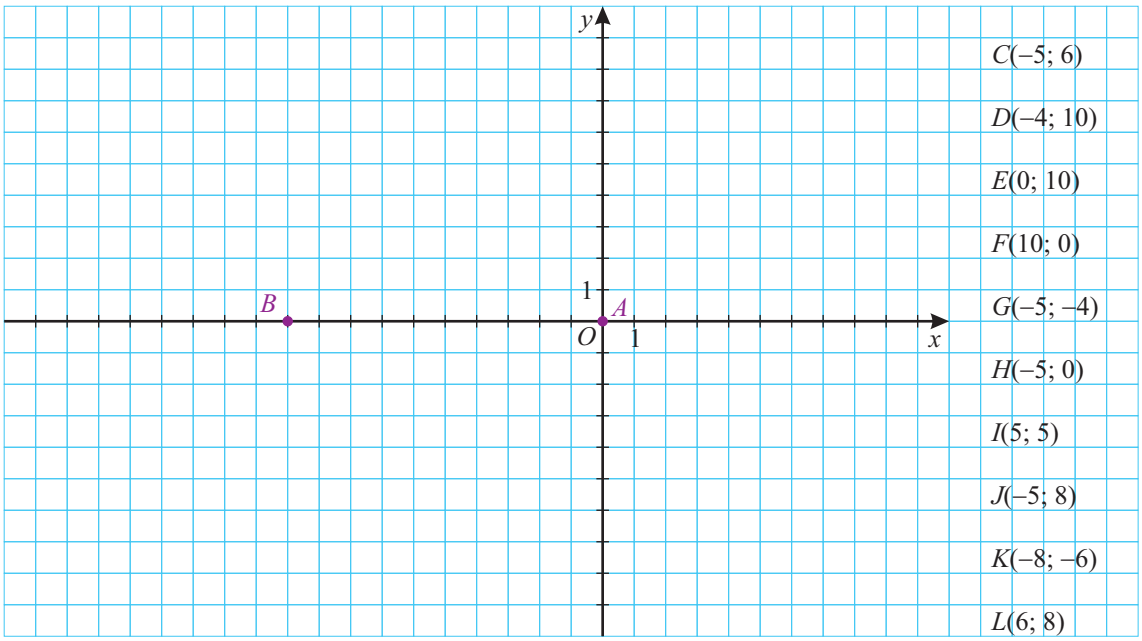
a) Szerkeszd meg az $ABCD$ téglalapot, majd tükrözd az AE egyenesre! A pontok tükörképeit rendre A', B', C', D' jelölje!

b) Milyen négyszög az $ABCD$ téglalap és a tükörkép közös része? Számítsd ki e négyszög területét!

c) Számítsd ki a közös rész, vagyis az $AD'ED$ négyszög átlóinak hosszát!

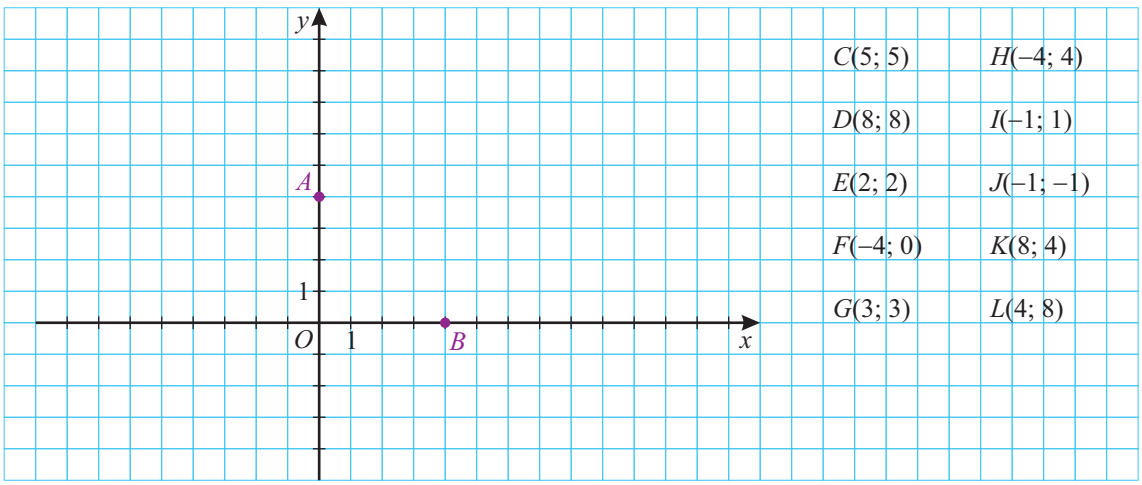
90. Derékszögű koordináta-rendszerben ábrázoltuk az A és B pontokat. A megadott pontok közül válaszd ki azokat, amelyek A és B ponttal együtt egy egyenlő szárú háromszög harmadik csúcsai lehetnek! Válaszodat szerkesztéssel vagy számolással ellenőrizd!

a)



$C(-5; 6)$
$D(-4; 10)$
$E(0; 10)$
$F(10; 0)$
$G(-5; -4)$
$H(-5; 0)$
$I(5; 5)$
$J(-5; 8)$
$K(-8; -6)$
$L(6; 8)$

b)



$C(5; 5)$
$D(8; 8)$
$E(2; 2)$
$F(-4; 0)$
$G(3; 3)$
$H(-4; 4)$
$I(-1; 1)$
$J(-1; -1)$
$K(8; 4)$
$L(4; 8)$

91. Számítsd ki a szabályos sokszög belső szögeinek összegét, ha

a) ugyanannyi szimmetriatengelye van, mint ahány átlója;

b) középpontosan szimmetrikus, és a középponti szöge 30°-nak egész számú többszöröse!

Mennyiségek a geometriai számításokban

92. A távolság egységei

	mm	cm	dm	m	km
1 mm	1	0,1	0,01	0,001	0,000 001
1 cm	10				
1 dm	100				
1 m	1000				
1 km	1 000 000				

93. A terület egységei

Töltsd ki a táblázatot!

	mm^2	cm^2	dm^2	m^2	km^2
1 mm^2					
1 cm^2					
1 dm^2					
1 m^2					
1 km^2					

94. A terület egységei

Töltsd ki a táblázatot!

	mm^3	cm^3, ml	cl	dl	dm^3, l	m^3
1 mm^3						
1 cm^3 = 1 ml						
1 cl						
1 dl						
1 dm^3 = 1 l						
1 m^3						

95. A szög egységei, szögek fajtái

Töltsd ki a táblázatot!

nullszög	hegyesszög	derékszög	tompaszög	egyenesszög	homorúszög	teljesszög
0°			$90° < \alpha < 180°$	180°		

96. Váltsd át a mennyiségeket a megadott mértékegységekbe!

a) Add meg dm-ben: 20 m; 7 m 6 dm; 618 cm; 5 km 7 m; 37 582 mm!

b) Add meg dm^2-ben: 69 m^2; 8450 cm^2; 21 m^2 43 dm^2; 3 m^2 2 dm^2; 307 cm^2!

c) Add meg dm^3-ben: 4 m^3; 67 l; 28 m^3 23 dm^3; 830 000 cm^3; 93 hl; 82 dl!

d) Add meg szögpercben: 206°; 6,7°; 28° 54′; $\left(\frac{3}{5}\right)^\circ$!

97. Váltsd át a mennyiségeket a megadott mértékegységekbe!

a) Add meg cm-ben: 17 600 mm; 579 dm; 8 m 6 dm 7 cm; 18,5 dm; 43 dm 26 mm!

b) Add meg cm^2-ben: 6000 dm^2; 7800 mm^2; 35 dm^2 83 cm^2; 574 dm^2 8 cm^2; 692 mm^2!

c) Add meg cm^3-ben: 8 dm^3; 12 dl; 8 dm^3 73 cm^3; 40 000 ml; 6,04 dm^3; 347,9 dl!

98. **Csoportmunka.** Négyfős csoportban dolgozzatok!

Az alább felsorolt hosszúság-, terület- és térfogatadatok a következő képekhez kapcsolódnak.







A mennyiségek mértékét közelítő adatok összehasonlításával érzékeltethetjük.

Például: az Öresund híd hossza egyenlő egy 2,5 km átmérőjű kör kerületével.

7845 m	az Öresund híd (Európa leghosszabb közúti-vasúti hídja) hossza
3 m	egy tanterem belmagasságának minimuma az előírások szerint
52 m^2	egy tanterem minimális alapterülete a szabvány szerint
11 000 m^2 = 1,1 ha	a budapesti Feneketlen-tó területe
97,8 l	a napi vízfelhasználás egy főre eső átlaga Magyarországon (MaVíz, 2019)
820 m^3	a Tisza átlagos vízhozama Szegednél, másodpercenként

a) Végezzétek el a számításokat az adatok felhasználásával!

I. Adjatok meg olyan téglalapot, amelynek területe egyenlő a Feneketlen-tó területével!

II. Számítsátok ki, hogy hányszorosa a Tisza másodpercenkénti vízhozama egy ember napi átlagos vízfelhasználásának!

III. Számítsátok ki, hogy legfeljebb hány diák tanulhat a legkisebb alapterületű szabványos tanteremben, ha az az előírás, hogy minden diákra legalább 2 m^2 jusson!

IV. Számítsátok ki a legkisebb szabványos tanterem térfogatát!

b) Készítsetek hasonló feladatot, amiben legalább három képhez kapcsolódó adatokat használtok!

99. Döntsd el, hogy az alábbi szögek milyen fajtájúak!

a) $\alpha = 130{,}5° + 2970'$

b) $\beta =$ teljesszögnél 13°-kal kisebb

c) $\gamma = 376°$ nyolcada

d) $\delta =$ egy szabályos ötszög belső szöge

100. Döntsd el, hogy az A vagy a B mennyiség a nagyobb, és számítsd ki a különbségüket!

a) A: 530 m B: 4307 dm *b)* A: 63 mm B: 7 cm

c) A: 6,3 m^2 B: 620 dm^2 *d)* A: 452 dm^2 B: 51 m^2

e) A: 760 dm^3 B: 84 l *f)* A: 2 m^3 B: 200 l

g) A: 65′ B: 6° 5′ *h)* A: 6,3° B: 360′

101. Végezd el a kijelölt műveleteket a megadott mennyiségekkel!

a) 870 m + 37 cm *b)* 87 dm − 16 cm *c)* 3 m^2 + 2 dm^2 *d)* 7 m^2 − 3 dm^2

e) 7 cm^3 + 3 l *f)* 9 dm^3 − 3 dl *g)* 5,4° + 6′ *h)* 5,4° − 6′

102. Számítsd ki a betűvel jelölt mérőszámok értékét!

a) 120 dm + a dm = 85 m *b)* b m + 1240 m = 13 km

c) 4 m^2 + c dm^2 = 4,8 m^2 *d)* d dm^2 − 15 m^2 = 17,9 m^2

e) e dl − 80,08 l = 2,3 l *f)* 9,028 dm^3 + f cm^3 = 12 dm^3

103. Döntsd el, melyik állítás igaz, melyik hamis!

A: 38 000 m = 38 km *B:* 370 dm^2 = 37 000 cm^2 *C:* 57,42 m^2 = 5742 dm^2

D: 6400 cm^3 ≈ 6 l *E:* 45° 20′ = 2720′ *F:* 6423′ = 107,5°

104. Melyik nagyobb?

a) 8 méter 15 százaléka vagy 854 centiméter hetedrésze?

b) Egy 137 cm oldalú négyzet területe vagy 1,2 négyzetméter $\frac{5}{3}$ része?

c) 80 db 150 literes hordó űrtartalma vagy egy 12 köbméteres tartály térfogata?

Geometriai szerkesztési feladatok

105. Szerkessz háromszöget az alábbi adatokkal! Az a, b, c oldallal szemközti szöget rendre α, β, γ jelöli.

a) $a = 7$ cm, $b = 6$ cm, $c = 4$ cm *b)* $a = 7$ cm, $b = 6$ cm, $\gamma = 45°$

c) $a = 7$ cm, $\beta = 30°$, $\gamma = 45°$ *d)* $a = 7$ cm, $b = 6$ cm, $\alpha = 45°$

e) $a = 7$ cm, $b = 6$ cm, $m_a = 3$ cm *f)* $a = 7$ cm, $b = 6$ cm, $\beta = 45°$

106. *a)* Szerkessz rombuszt, ha a 6 cm-es átlója a 45°-os szögeinek csúcsait köti össze!

b) Tükrözd a rombuszt az egyik oldalegyenesére!

c) Számítsd ki az eredeti és a tükörképalakzatból álló hatszög belső szögeinek nagyságát!

107. *a)* Szerkessz deltoidot, ha oldalai 5 és 7 cm hosszúak, szimmetriaátlója 6 cm-es!

b) Tükrözd a deltoidot az átlóinak metszéspontjára!

c) Vizsgáld meg az eredeti és a képalakzat közös részeként kapott sokszög szimmetriáit!

108. *a)* Szerkessz paralelogrammát, ha a 4 cm-es oldalához 4 cm-es magasság tartozik, és egyik átlója 7 cm hosszú!

b) Tükrözd a kisebb kerületű paralelogrammát a 4 cm-es oldal felezőpontjára!

c) Számítsd ki az eredeti és a tükörkép alakzat egyesítésével kapott sokszög területét!

109. Szerkessz húrtrapézt, amelynek magassága 4 cm, egyik alapja 7 cm, szárai 6 cm hosszúak!

110. Egy szimmetrikus négyszögből az egyik átlója olyan háromszöget vág le, amelynek az oldalai 3 cm, 5 cm és 7 cm hosszúak. Szerkeszd meg a négyszöget! Többféle lehetőségre gondolj!

111. Szerkessz 4 cm oldalú szabályos nyolcszöget!

Geometriai számítási feladatok

112. Hány olyan különböző egyenlő szárú háromszög van, amelynek területe 5 cm^2, és az alapja is, az alaphoz tartozó magassága is centiméterben mérve egész szám?

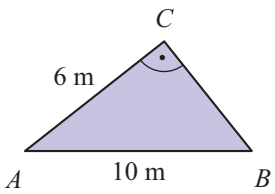
Számítsd ki e háromszögek kerületét!

113. Egy egyenlő szárú derékszögű háromszög legrövidebb magassága 7 cm. Számítsd ki a háromszög területét!

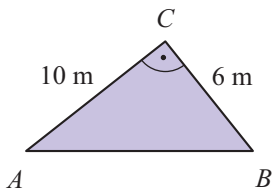
114. Egy derékszögű háromszög két befogója 288 cm-rel, illetve 1 cm-rel rövidebb az átfogójánál, a két befogó összege 337 cm. Mekkora a háromszög kerülete és területe?

115. I. Számítsd ki a derékszögű háromszög ismeretlen oldalának hosszát!

a)

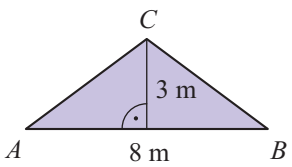


b)

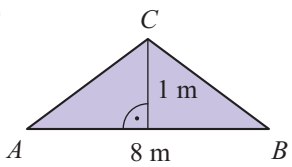


II. Számítsd ki az egyenlő szárú háromszög szárainak hosszát!

a)



b)



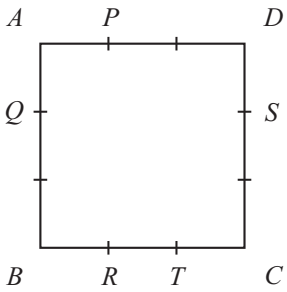
116. Egy 10 cm kerületű, egyenlő szárú háromszög alapjának és alaphoz tartozó magasságának aránya 16 : 15. Számítsd ki a háromszög területét!

117. Egy rombusz átlói 40 cm és 42 cm hosszúak. Számítsd ki a rombusz kerületét és területét!

118. Mekkora a területe annak a téglalapnak, amelynek egyik oldala 24 cm, az átlója ennél 2 cm-rel hosszabb?

119. Ha egy téglalap rövidebb oldalát 2 cm-rel meghosszabbítjuk, olyan négyzetet kapunk, amelynek területe 14 cm^2-rel nagyobb a téglalap területénél. Mekkora a négyzet oldala?

120. Egy 6 cm oldalú négyzet oldalain az ábra szerint elneveztünk öt harmadolópontot.



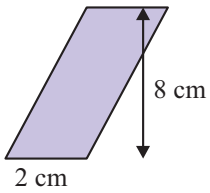
a) Nevezd meg, milyen fajta sokszög az *SCR*, a *PQRS*, az *AQCP* és az *APTR*!

b) Számítsd ki a *PQ*, a *QR*, a *QT* és az *RS* szakaszok hosszát mm pontossággal!

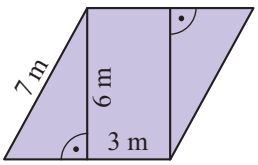
121. Egy négyzetet az egyik oldalával párhuzamos egyenesekkel három egybevágó, 24 cm kerületű téglalapra bontunk. Számítsd ki a négyzet kerületét, területét!

122. Számítsd ki a paralelogramma területét!

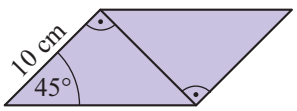
a)



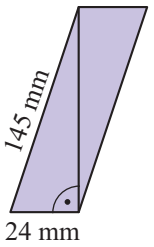
b)



c)

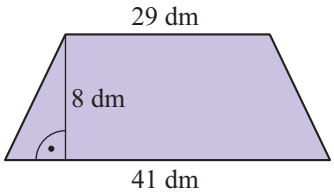


d)

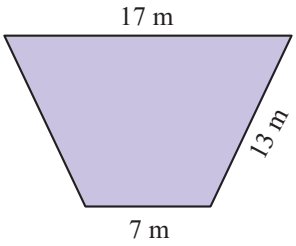


123. *a)* Számítsd ki a húrtrapéz kerületét és területét!

A)

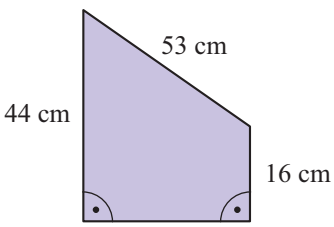


B)

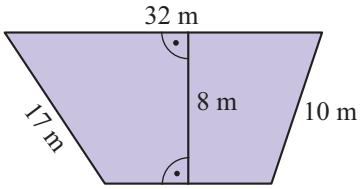


b) Számítsd ki a trapéz kerületét és területét!

A)

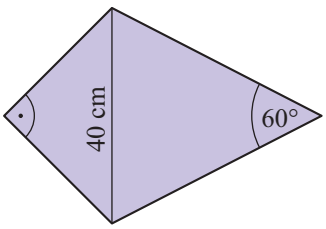


B)

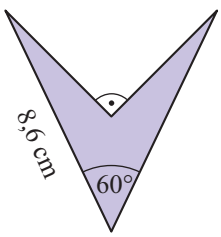


124. Számítsd ki a deltoid kerületét és területét!

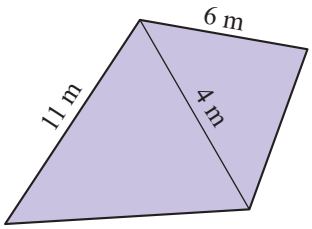
a)



b)



c)

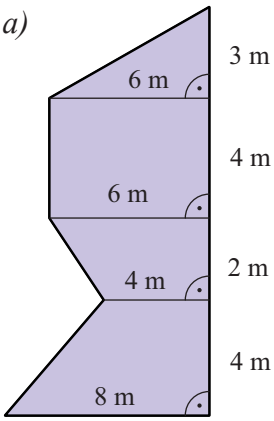


125. Egy derékszögű trapéz alapjai 8 cm és 4 cm hosszúak, a hosszabbik szára pedig 5 cm. Mekkora a trapéz rövidebb átlója és a területe?

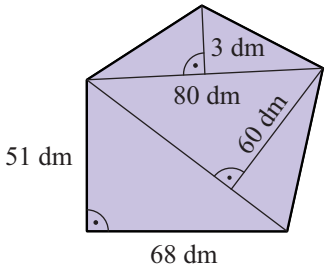
126. Egy négyzet oldalait 10%-kal növelték, majd az így kapott négyzet oldalait azok ötödével csökkentették. A két változtatás után keletkezett négyzet területe hány százaléka az eredeti négyzet területének?

127. Számítsd ki a sokszög területét!

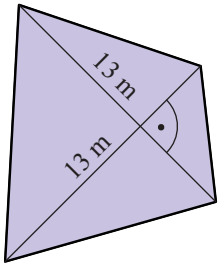
a)



b)

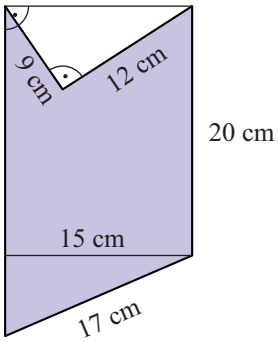


c)



(az átlók hossza 13 m)

d)



128. Számítsd ki a két pont távolságát!

a) $A(8;3)$, $B(5;7)$

b) $P(6;4)$, $Q(-9;12)$

c) $K(45;0)$, $L(0;28)$

d) $U(0;-9)$, $V(40;0)$

129. Számítsd ki a derékszögű háromszög kerületét és területét, ha ismerjük a három csúcspontjának koordinátáit! A hosszúságegység egy rácsnégyzet oldalának hossza, a területegység egy rácsnégyzet területe.

a) $A(0;-5)$, $B(12;0)$, $C(0;0)$

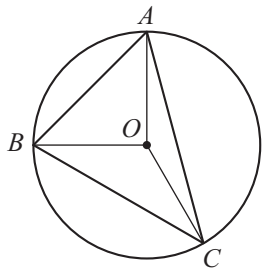
b) $K(-9;-2)$, $L(6;6)$, $M(6;-2)$

130. *a)* Milyen távolságra van egy 17 cm sugarú kör középpontjától az a húr, amelynek hossza 16 cm?

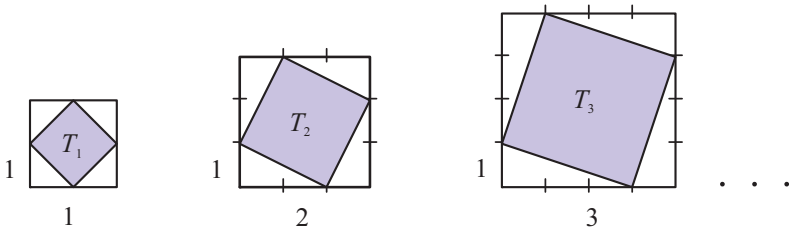
b) Egy 29 cm sugarú kör középpontjától 20 cm távolságra van az egyik húrja. Számítsd ki a húr a hosszát!

c) Határozd meg egy olyan körnek a sugarát, amelyben egy 30 cm hosszúságú húr a kör középpontjától 8 cm távolságra halad!

131. Egy kör középpontját O-val jelöltük, a körvonal három pontját pedig A-, B-, C-vel. Az AOB szög 90°, a BOC szög 120°. Határozd meg az ABC háromszög szögeinek nagyságát!



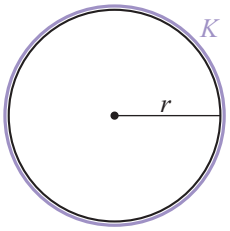
132. Mekkora lesz az ötödik színes négyszög területe a sorban?

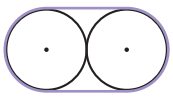


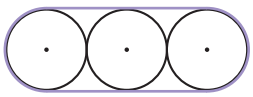
133. Egy építkezéshez pánttal átkötve szállítják az egyforma csöveket. Azonos egységben mérve minden cső sugara r, minden kör kerülete K.

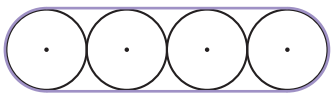
Fejezd ki r és K segítségével, milyen hosszú egy-egy rögzítő pánt! Az ábrák a kötegek elölnézetét szemléltetik.





a) 

b) 

c) 

134. Egy téglatest egy csúcsból induló három élének hossza úgy aránylik egymáshoz, mint $4:7:11$. Legrövidebb éle 48 cm hosszú. Határozd meg a téglatest felszínét és térfogatát!

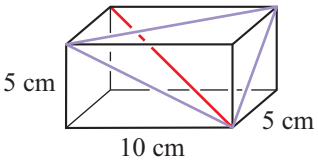
135. Egy négyzetes oszlop alaplapja négyzet, testmagassága 35 cm. Oldallapjainak átlói 37 cm hosszúak. Számítsd ki a test felszínét és térfogatát!

136. Az ábrák egy-egy téglatest átlóit és éleinek hosszát szemléltetik.

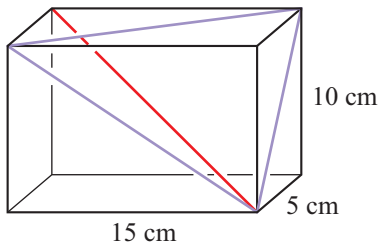
a) Számítsd ki, milyen hosszúak a téglatest lapátlói!

b) Számítsd ki, milyen hosszú a téglatest testátlója!

I.



II.



137. Egy kétajtós, akasztós ruhásszekrény szélessége 110 cm, mélysége 55 cm, magassága 165 cm.

a) Mekkora a szekrény térfogata?

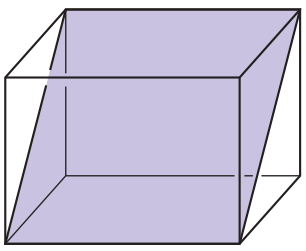
b) Elfér-e benne egy 2 m-es rúd?

138. A téglatest 2 éle és 2 lapátlója határozza meg a téglatest átlós metszetét. Számítsd ki a háromféle átlós metszet területét, ha a téglatest éleinek hossza

a) 2 m, 5 m, 7 m,

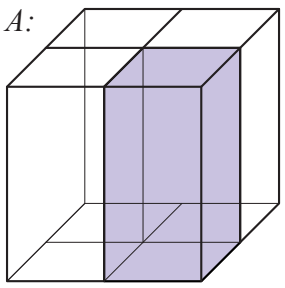
b) 7 cm, 17 cm, 27 cm,

c) 1,6 dm, 2,3 dm, 5 dm!

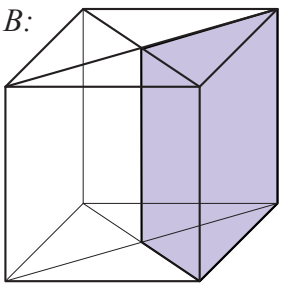


139. Egy kockát két síkkal metszettünk négy egyforma részre. Melyik esetben nagyobb a kapott négy test együttes felszíne?

A:

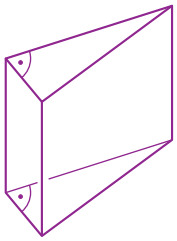


B:



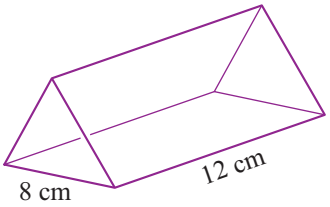
140. Egy téglatest minden élének hossza méterben mérve egész szám. A test térfogata 28 m^3. Határozd meg, hogy hány m^2 lehet a téglatest felszíne!

141. Egy téglatest minden élének hossza centiméterben mérve egész szám. A test két-két lapja 7 cm^2 és 9 cm^2 területű. Számítsd ki, hogy hány cm^3 lehet a téglatest térfogata!

142. 

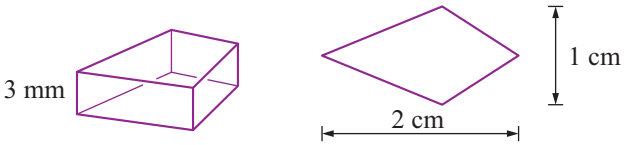
Egy egyenes hasáb alaplapja derékszögű háromszög, amelynek befogói 11 dm és 60 dm hosszúak. A hasáb magassága 61 dm. Határozd meg a test felszínét és térfogatát!

143. Egy szabályos háromszög alapú egyenes hasáb alapéle 8 cm, magassága 12 cm. Határozd meg a hasáb felszínét és térfogatát!



144. Egy rombusz alapú egyenes hasáb két legtávolabbi csúcsának távolsága 145 cm. A rombusz átlói 10 cm és 24 cm hosszúak. Határozd meg a hasáb felszínét és térfogatát!

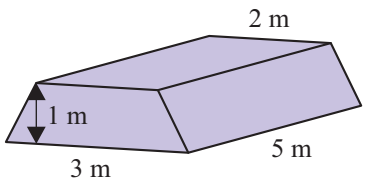
145. 3 mm vastag lemezből deltoid keresztmetszetű hasábokat vágnak ki. A deltoid átlói 1 cm és 2 cm hosszúak.



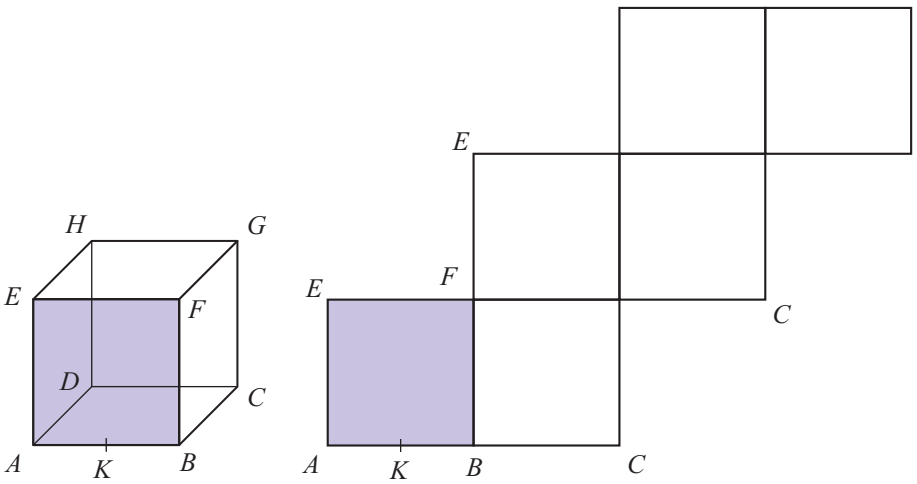
a) Számítsd ki, hogy hány cm^3 egy hasáb térfogata!

b) Ezek az adatok nem határozzák meg egyértelműen a hasáb alakját. Rajzolj le más alakú, megfelelő alaplapot is!

146. A vázlatrajzon jelölt adatok felhasználásával számítsd ki a húrtrapéz alapú egyenes hasáb térfogatát!



147. A kocka felületén haladva induljunk el az AB él K felezőpontjából! A kocka minden lapján áthaladva vissza kell érnünk a kiindulási pontba a legrövidebb úton.

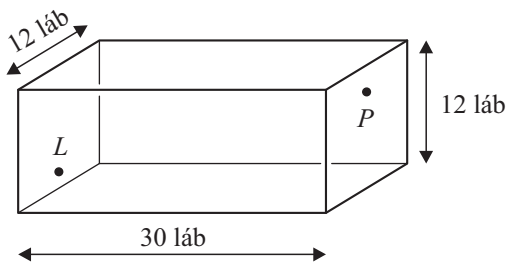


a) Betűzd meg a megadott háló csúcsait!

b) Rajzold meg a legrövidebb utat!

c) Számítsd ki, milyen hosszú ez az út, ha a kocka éle 5 cm!

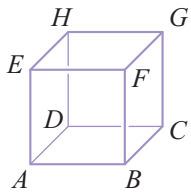
148. A pók és a légy problémája Henry Dudeney egyik leghíresebb rejtvénye. 1905-ben figyeltek fel rá, miután megjelent egy népszerű angol újságban. Egy téglatest alakú terem 30 láb hosszú, 12 láb széles és 12 láb magas. A pók a mennyezettől lefelé 1 lábnyira ül középen a falon. A légy a szemközti lapon ül, a padló felett 1 lábnyira középen, a rémülettől kővé dermedve, mozdulatlanul.

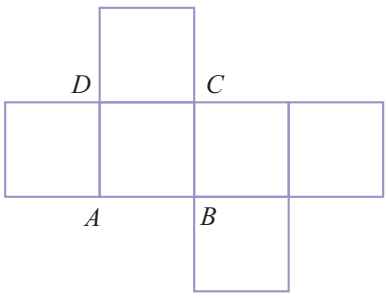


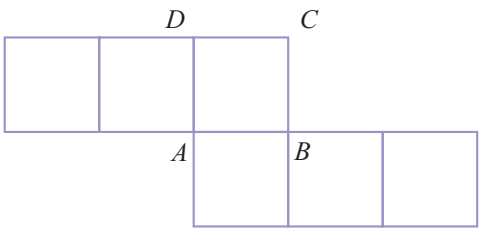
Mekkora a legrövidebb út, amit a pók a falon megtesz, hogy elkapja a legyet?

149. **Csoportmunka.** Négyfős csoportban dolgozzatok! Osszátok meg a feladatokat!

A tanuló feladata: Betűzd meg a kocka két testhálóján a csúcsokat a test térbeli rajzának megfelelően!







B tanuló feladata: Egybevágó kockákból készült építmény kótás alaprajza látható az ábrán. A kockák éle 40 cm.

1	1
1	2

a) Számítsd ki a test térfogatát!

b) Számítsd ki az építmény felszínét!

C tanuló feladata: Egybevágó kockákból készült építmény kótás alaprajza látható az ábrán. A kockák éle 3 cm.

2	1	1	2
2	1	1	2
2	1	1	2

a) Rajzold le az építmény elölnézetét!

b) Határozd meg a test térfogatát!

c) Határozd meg az építmény felszínét!

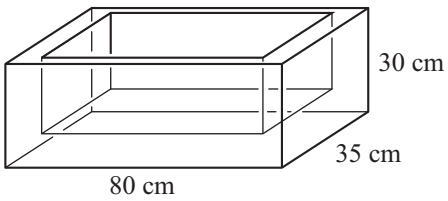
D tanuló feladata: Egy téglatest alakú akvárium belső méreteit ismerjük. Alapéleinek hossza 60 cm és 50 cm, magassága pedig 40 cm.

a) Számítsd ki, hogy hány liter víz fér az akváriumba, ha a magasságának 80 százalékáig töltjük meg!

b) Számítsd ki, hogy mennyi idő alatt telik meg az akvárium a magasságának háromnegyed részéig, ha a csapból 5 másodperc alatt fél liter víz folyik ki!

150. **Csoportmunka.** Háromfős csoportban dolgozzatok!

Egy üzemben téglatest alakú beton virágládaelemeket gyártanak. Az alábbi ábrán látható egy elem külső méretezése. A láda aljának és minden oldalfalának vastagsága 8 cm. A ládák belsejét vízzáró bevonattal látják el.



A tanuló feladata: Számítsd ki, hogy hány liter földdel lehet egy ládát színültig megtölteni!

B tanuló feladata: Számítsd ki, hogy hány dm^3 beton szükséges 100 ilyen láda elkészítéséhez!

C tanuló feladata: Határozd meg, hogy hány dm^2 területű vízzáró bevonatra van szükség egy láda elkészítéséhez, ha az átfedésre, ragasztásra 10% többletet számítanak!

Tartalom

ELŐSZÓ 3
BETŰS KIFEJEZÉSEK 5
Behelyettesítés, műveletek sorrendje, betűs kifejezések jelentése 5
Egytagú és többtagú betűs kifejezések 7
Számoljunk hatványokkal! 12
Beszorzás, kiemelés 14
Szöveges feladatok 18
Mozgásos feladatok 21
Munkavégzéssel kapcsolatos feladatok 22
Százalékszámítással kapcsolatos feladatok 24
NÉGYZETGYÖK, PITAGORASZ-TÉTEL 25
Számok sokféle alakban 25
A négyzetszámok négyzetgyöke 25
Hosszúság és terület meghatározása rácson 28
Pitagorasz-tétel 30
HOZZÁRENDELÉSEK, GRAFIKONOK 33
Hozzárendelések 33
Hozzárendelések szemléltetése, grafikonok 36
Grafikonok tulajdonságai 38
Feladatok grafikus megoldása 40
Érdekes grafikonok 42
TÉRGEOMETRIA 45
Térbeli alakzatok és geometriai modelljeik 45
A gúla és hálója 48
Hasábok és gúlák 49
A kúp 50
A gömb 50
A gúla felszíne 52
STATISZTIKA ÉS VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS 54
Statisztika 54
Valószínűségszámítás 60
GEOMETRIAI TRANSZFORMÁCIÓK 64
Egybevágósági transzformációk 64
Nem egybevágósági transzformációk 68
ÖSSZEFOGLALÓ FEJEZET 71
Középiskolába készülünk 71

Kétszemélyes játék pentominókkal

Ha a síkban 5 db egybevágó négyzetet egy-egy teljes oldala mentén egymáshoz illesztünk, pentominó nevű sokszöget kapunk. Összesen 12 különböző pentominó létezik.

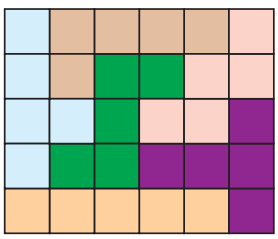
Ezeket a következő oldalon megrajzoltuk, hogy ki lehessen vágni. A pentominók bármilyen módon elforgathatók és a másik oldalukra is átfordíthatók, ezért ha kivágtad, érdemes lehet a másik oldalukat is kiszínezni.

A munkafüzet hátoldalán lévő négyzetrácson rakjatok ki a pentominó elemeiből minél nagyobb téglalapot! Az a játékos nyer, aki több pentominót használt fel.

A legnagyobb teljesítmény az, ha az elkészült téglalapban mind a 12 pentominó szerepel.

Például itt kiraktunk két téglalapot:

Csak 6 db pentominót használtunk.



Mind a 12 db pentominót felhasználtuk.

