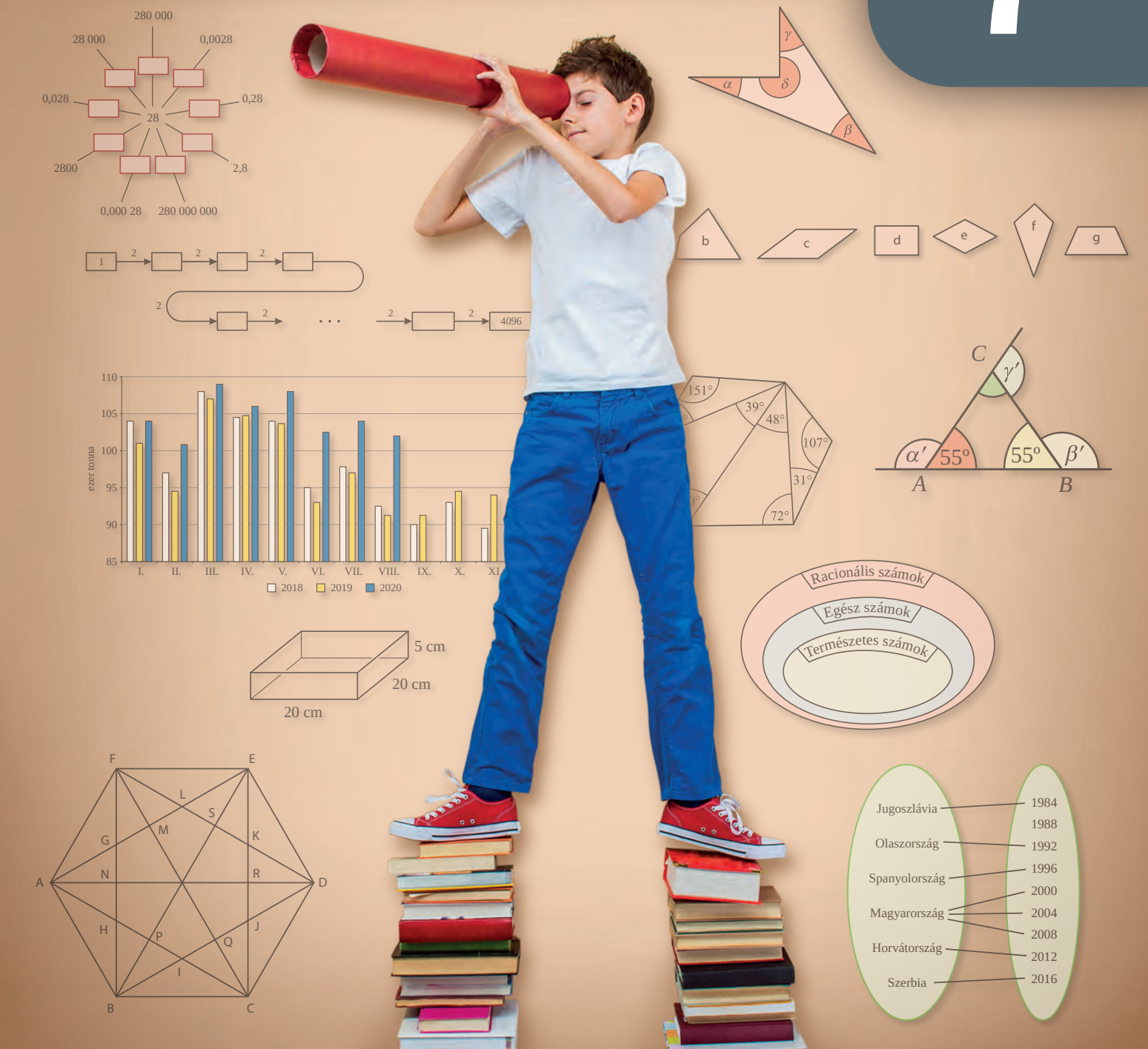
OKTATÁSI HIVATAL

NAT 2020

Matematika

munkafüzet

7



MATEMATIKA 7. MUNKAFÜZET

OKTATÁSI HIVATAL

A kiadvány 2022. 03. 09-től 2027. 08. 31-ig tankönyvvé nyilvánítási engedélyt kapott a TKV/71-7/2022. számú határozattal.

A tankönyv megfelel a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet alapján készült, 2020.01.31. után kiadott, 5–8. évfolyam matematika tantárgy kerettantervének.

A tankönyvvé nyilvánítási eljárásban közreműködő szakértő: Szentes Katalin

Tananyagfejlesztők: Csahóczi Erzsébet, Csatár Katalin, Kovács Csongorné, Morvai Éva, Széplaki Györgyné

Kerettantervi szakértő és lektor: Hegyi Györgyné, Kulman Katalin

Szaktanácsadó: dr. Csapodi Csaba

Szerkesztette: dr. Wintsche Gergely

Fedélterv: Slezák Ilona, Bánáti János

A könyvben található szakábrákat Szalóki Dezső készítette.
A könyv illusztrációit Kemény Zsuzsa készítette.

Fotók: Borító: ©Shutterstock Képügynökség
31. oldal: Szabó János: Bolyai Farkas (1775 – 1856) portréja, Magyar Nemzeti Múzeum, Budapest
36. oldal: Kőnig Gyula (1849 – 1913) portréja, Országos Széchényi Könyvtár, Budapest
67. oldal: Google Maps térképrészlet a Bakonyról, Google Maps
Sánta Balázs fotói: 138., 139., 145., 146., 147. oldal
Wintsche Gergely fotója: 145. oldal alsó
A könyvben található további képek: ©Shutterstock Képügynökség: 26., 27., 28., 29., 42., 44., 45., 46., 69., 75., 97., 109., 110., 123., 134., 135., 143. oldal.
©Shutterstock szerkesztői képek: 32. oldal: A.RICARDO, 45. oldal legalsó: Salty View, 46. oldal legalsó: Igor Karasi, 75. oldal: jobb oldali/ katatonia82, 125. oldal: lensfield, 132. oldal: Danny Iacob
Full: 73. oldal.

© Oktatási Hivatal, 2021

ISBN 978-963-436-278-4

Oktatási Hivatal • 1055 Budapest, Szalay utca 10–14.

Telefon: (+36-1) 374-2100 • E-mail: tankonyv@oh.gov.hu

A kiadásért felel: Brassói Sándor mb. elnök • Raktári szám: OH-MAT07MB

Tankönyvkiadási osztályvezető: Horváth Zoltán Ákos

Műszaki szerkesztő: Karácsony Orsolya • Grafikai szerkesztő: dr. Valaczka Bence

Nyomdai előkészítés: Fried Katalin

Terjedelem: 19,06 (A/5) ív, tömeg: 377 gramm, melléklet: 7,21 (A/5) ív, tömeg: 135 gramm • 1. kiadás, 2022

A könyvben felhasználtuk Csahóczi Erzsébet, Csatár Katalin, Kovács Csongorné, Morvai Éva, Széplaki Györgyné, Szeredi Éva Matematika 7. feladatgyűjtemény című művet. Raktári szám: AP-070808.

Ez a tankönyv a Széchenyi 2020 Emberi Erőforrás Fejlesztési Operatív Program EFOP-3.2.2-VEKOP-15-2016-00001. számú, „A köznevelés tartalmi szabályozóinak megfelelő tankönyvek, taneszközök fejlesztése és digitális tartalomfejlesztés” című projektje keretében készült. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

Gyártás: Könyvtárellátó Nonprofit Kft.

Nyomta és kötötte az Alföldi Nyomda Zrt., Debrecen

Felelős vezető: György Géza vezérigazgató

A nyomdai megrendelés törzsszáma

SZÉCHENYI 2020

MAGYARORSZÁG KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális Alap

BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Előszó

Ne vágd el azt,amit kibogozhatsz
Joubert (19. századi filozófus)

Kedves Gyerekek!

Ez a munkafüzet az Oktatási Hivatal által a 7. évfolyam számára kiadott matematika-tankönyvhöz készült, de attól függetlenül is jól használható matematikai tudásotok elmélyítésére.

A sok egyszerű, gyakorlást segítő feladat mellett rengeteg gondolkodásra szánt feladatot is találhattok benne érdeklődéseteknek megfelelően.

A feladatgyűjtemény munkáltató jellegű feladatokat is tartalmaz, melyeket az arra kijelölt helyeken (táblázatokban, bűvös négyzetekben stb.) oldhattok meg. Páros vagy csoportmunkában megoldandó feladatokat is találtok a kötetben.

A feladatokat a könnyebb eligazodás érdekében a következő piktogramokkal láttuk el:

1. Az új ismeretek elsajátítását, megértését igénylő alapfeladat, ezt meg kell tudnod oldani ahhoz, hogy továbbhaladhass.

2. Az új ismeret alkalmazását, tudásod rögzítését, elmélyítését segítő feladat.

3. Többféle ismeret és képesség alkalmazását igénylő feladat, vagy annak egy része.

4. Fejtörők, versenyfeladatok azoknak, akik további érdekes feladatokat szeretnének megoldani.

Internettel támogatott feladatok

Javasoljuk, hogy az interneten található matematikai oldalakat is keressétek fel szabadidőtökben, ahol gyakorló- és versenyfeladatokat találtok, matematikatörténeti érdekességek után kutakodhattok.

Így jelöltük azokat a feladatokat, amelyeket elkészíthettek, kivághattok, modellezhettek.

Most még nem tanulhatunk meg mindent, a jövőben szóba kerülő ismeretekre utal. Ha magasabb óraszámban tanuljátok a matematikát, akkor lehet, hogy még ebben a tanévben szó lesz róla.

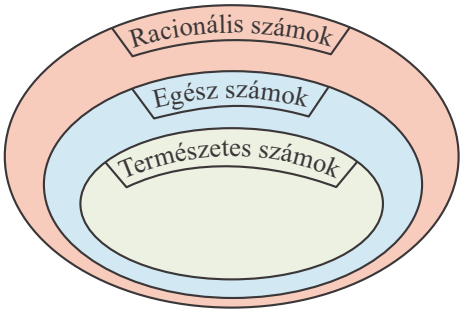
Eredményes tanulást kívánunk: *a szerzők és a kiadó*

Számok és műveletek

Milyen számokat ismerünk?

1. Írd be a számokat a halmazábra megfelelő részébe!

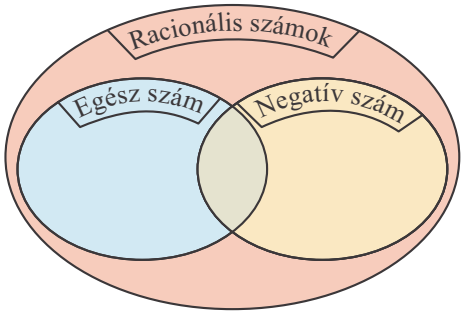
$\frac{7}{8}$; $-\frac{3}{5}$; $\frac{9}{3}$; -5; $-\frac{8}{4}$; $\frac{13}{12}$; 1; $0{,}3$; -1; $1{,}1$; 0



2. Ezek a számkártyáink vannak, mindegyikből egy darab:

-5 10 7 -4 -8

a) Készíts belőlük törteket, és írd be azokat a halmazábra megfelelő részébe!



b) Összesen hány negatív racionális szám készíthető ezekkel a számkártyákkal?

3. Írd le az állítások megfordítását!

Döntsd el az állításokról és a megfordításukról is, hogy melyik igaz, melyik nem! Húzd alá a megfelelő szót!

a) Ha két szám egész szám, akkor az összegük is egész szám.

Az állítás: Igaz – Hamis

Az állítás megfordítása:

_____

A megfordítás: Igaz – Hamis

b) Ha két szám természetes szám, akkor a szorzatuk is természetes szám.

Az állítás: Igaz – Hamis

Az állítás megfordítása:

_____

A megfordítás: Igaz – Hamis

c) Ha két 0-tól különböző szám racionális szám, akkor a hányadosuk is racionális szám.

Az állítás: Igaz – Hamis

Az állítás megfordítása:

_____

A megfordítás: Igaz – Hamis

4. Hány olyan racionális szám van, amelynek az abszolút értéke megegyezik a reciprok értékével? Karikázd be a helyes választ!

A) 0 *B)* 1 *C)* 2 *D)* 3

Válaszodat indokold meg!

A számok különféle alakjai

5. Mi lehet $\square$ értéke, ha tudjuk, hogy $\square \neq 0$ és

a) $\frac{30}{\square}$ egész szám; *b)* $\frac{\square}{30}$ egész szám; *c)* $\frac{\square}{3}$ negatív szám;

d) $3 \cdot |\square|$ (−10) és (+10) közé eső szám;

e) $\frac{3}{|\square|}$ pozitív egész szám; *f)* $\square \cdot 30$ egész szám?

6. Döntsd el, melyik állítás igaz, melyik nem! Írd az állítás után a megfelelő betűt (**I**gaz/**H**amis)!

a) Két pozitív szám közül az a nagyobb, amelyiknek az abszolút értéke nagyobb. _____

b) Két negatív szám közül az a nagyobb, amelyiknek az abszolút értéke nagyobb. _____

c) Két szám közül az a nagyobb, amelyiknek az abszolút értéke nagyobb. _____

d) Egy pozitív és egy negatív szám közül az a nagyobb, amelyiknek az abszolút értéke nagyobb.

_____

7. Írd a közönséges törteket tizedes tört alakba! A tizedes törteket kerekítsd századokra!

$\frac{1}{6}$ $\frac{8}{15}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{15}{4}$ $\frac{53}{6}$ $\frac{3}{11}$ $\frac{3}{8}$

8. *a)* Írd százalék alakba!

$\frac{3}{5}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{6}{25}$ $\frac{9}{20}$ $\frac{6}{200}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{2}$

b) Írd tört alakba!

75% 200% 15% 40% 45% 98%

9. Készíts a közönséges törtből tizedes törtet, a tizedes törtből közönséges törtet!

$\frac{7}{25}$ 0,043 3,0303 $\frac{4}{48}$ $\frac{53}{5}$ 202,23 $\frac{3}{125}$

10. Írd át tizedes tört alakba ezeket a törteket!

a) $\frac{1}{7}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{6}{7}$

Mit vettél észre?

b) $\frac{1}{9}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{3}{9}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{8}{9}$

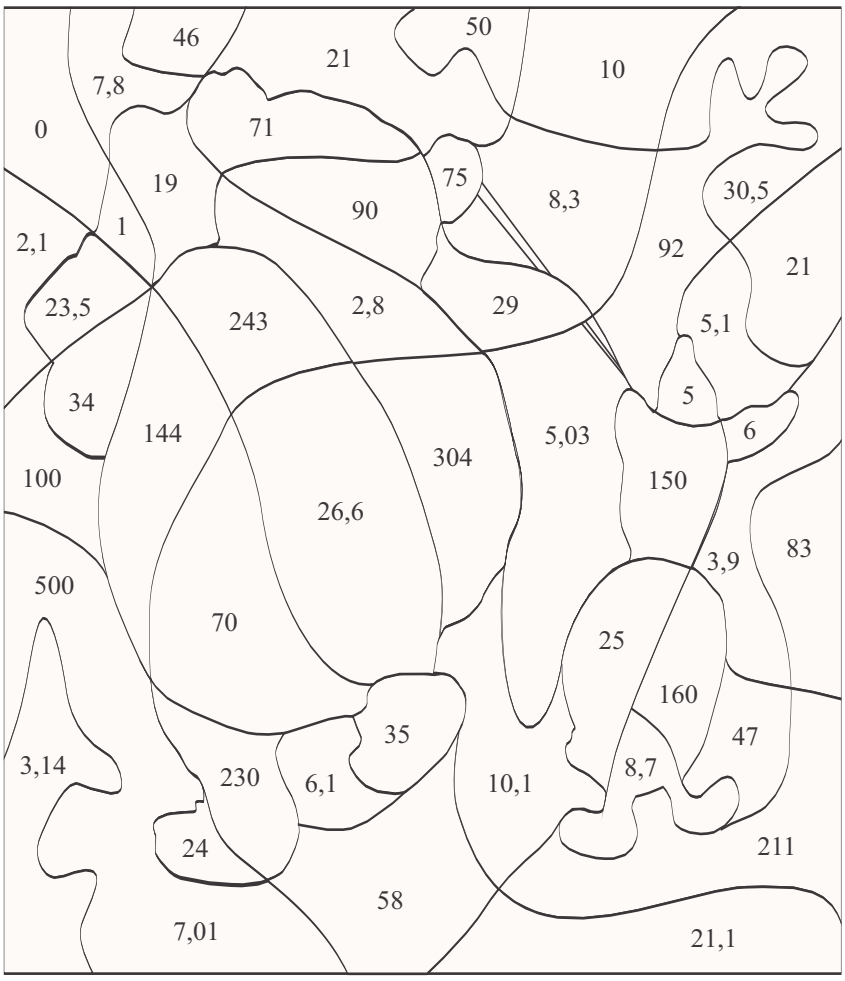
Mit vettél észre?

11. Írd fel nagyság szerint csökkenő sorrendbe a számokat!

$-\frac{13}{4}$ -3 $\frac{5}{3}$ 1,6 $-\frac{11}{4}$ 0,04 $\frac{1}{26}$ $-2,8$

12. Mindegyik számot írd fel százalék alakban! Színezd ki az ábrának azt a mezőjét, ahol megtalálod a megfelelő százalék alakot! Kire ismersz rá a képen?

$\frac{1}{4}=$ % $\frac{7}{10}=$ % $\frac{87}{1000}=$ % $\frac{7}{250}=$ % $\frac{3}{2}=$ % $\frac{8}{5}=$ %



$\frac{3}{50}=$ %

$\frac{133}{500}=$ %

$0,05=$

$3,04=$ %

$0,9=$ %

$2,43=$ %

$1,44=$ %

$0,75=$ %

$0,71=$ %

$\frac{17}{50}=$ %

$\frac{30}{125}=$ %

$\frac{7}{20}=$ %

$2\frac{3}{10}=$ %

13. Különböző szabályok szerint készítettük el az A, B, C, D tizedes törteket. Melyik lesz ezek közül racionális szám, melyik nem?

a) A sorozat minden tagja kétszerese az őt megelőzőnek. A sorozat tagjainak utolsó jegyét beszíneztük, ezek alkotják sorban a tizedesjegyeket.

$$1 \xrightarrow{\cdot 2} 2 \xrightarrow{\cdot 2} 4 \xrightarrow{\cdot 2} 8 \xrightarrow{\cdot 2} 16 \xrightarrow{\cdot 2} 32 \quad \dots \qquad A = 0{,}124862\dots$$

b) A sorozat minden tagja 19-cel nagyobb a megelőzőnél. A tizedes tört jegyeit a sorozat tagjainak utolsó számjegyei adják.

$$1 \xrightarrow{+19} 20 \xrightarrow{+19} 39 \quad \dots \qquad B = 0{,}109\dots$$

c) A sorozat minden tagját megszorozzuk a sorszámával – az első elemet 1-gyel, a másodikat kettővel, a harmadikat hárommal és így tovább –, így kapjuk a következő tagot. A sorozat első tagja legyen 2. A tizedes tört jegyeit a sorozat tagjainak utolsó jegyei alkotják.

$$2 \xrightarrow{\cdot 1} 2 \xrightarrow{\cdot 2} 4 \xrightarrow{\cdot 3} 12 \quad \dots \qquad C = 0{,}2242\dots$$

d) A sorozat tagjait mindig eggyel több 10-es tényezővel szorozzuk meg, mint ahánnyal az előző tagot szoroztuk, majd a tagokat egymás mellé írjuk.

$$5 \xrightarrow{\cdot 10} 50 \xrightarrow{\cdot 100} 5000 \xrightarrow{\cdot 1000} 5\,000\,000 \quad \dots \qquad D = 0{,}550\,500\,050\,000\,00\dots$$

14. Írd le a számokat más-más alakban a feltételeknek megfelelően! Egy-egy esetet példaként megoldottunk.

	32,8	0,055	6900	2,52
Valahányszor 100	$0{,}328 \cdot 100$			
Valami osztva 100-zal			$690\,000 : 100$	
Százalék alak			690 000%	
Tört alak		$\frac{55}{1000}$		

15. Írd le a számokat a táblázatban megadott feltételek szerint!

	0,02	2,378	555,5	0,000 32
Egy szám szorozva 100-zal				
Egy szám szorozva $\frac{1}{100}$-dal				
Százalék alak				
Tört alak				

Műveletek a racionális számok körében I.

Összeadás és kivonás

16. Végezd el a műveleteket!

a) $\frac{5}{2}-\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{5}\right)$ *b)* $7-(-0{,}1)-(-3{,}4)$ *c)* $1{,}5-(-3{,}01)+\left(-\frac{3}{8}\right)$

d) $\frac{3}{7}-\left(\frac{1}{14}-1\right)$ *e)* $\frac{7}{5}+1{,}4-\left(-\frac{3}{4}\right)+0{,}25$ *f)* $-4{,}1+4{,}01-(-4{,}001)$

g) $3-\left(-\frac{2}{5}\right)+\frac{3}{10}$ *h)* $\frac{5}{2}+0{,}5-\frac{35}{10}+(-3{,}5)$ *i)* $\frac{5}{8}-0{,}4+(-1)$

j) $4{,}5-3{,}8+\frac{7}{20}$ *k)* $\frac{49}{100}-\left(-\frac{3}{20}\right)+3{,}1$ *l)* $\frac{2}{250}+1{,}015-\frac{9}{100}$

17. Végezd el a kijelölt műveleteket! Könnyebb kiszámolni, ha célszerűen más sorrendbe rendezed a tagokat. Arra azonban vigyázz, hogy minden számot az előtte álló műveleti jellel együtt mozgass el!

a) $2{,}8-0{,}25+\frac{2}{3}-10{,}8+\frac{13}{3}+\frac{1}{4}$ *b)* $123{,}6+\frac{45}{100}-0{,}4-\frac{5}{100}+0{,}6+13$

18. Írj a számok közé műveleti jeleket úgy, hogy igaz legyen az egyenlőség!

a) $3{,}28-(1{,}5+0{,}5)=3{,}28\square 1{,}5\square 0{,}5$

b) $117+(63-73)=117\square 63\square 73$

c) $92-(25-10)=92\square 25\square 10$

d) $17-(55-23)+(18-22)=17\square 55\square 23\square 18\square 22$

e) $123+(111-52)-(111-52+10)=123\square 111\square 52\square 111\square 52\square 10$

f) $\frac{5}{8}-\left(\frac{1}{8}+\frac{3}{4}-2\right)-\left(\frac{1}{2}-5\right)=\frac{5}{8}\square\frac{1}{8}\square\frac{3}{4}\square 2\square\frac{1}{2}\square 5$

19. Számolj fejben! Oldd meg az egyenlőségeket! Ellenőrizz!

a) $\frac{2}{3}+\square=3$ *b)* $\frac{1}{2}-\square=-\frac{3}{2}$ *c)* $\frac{1}{2}+\square=\frac{7}{4}$ *d)* $\frac{1}{6}+\square=\frac{2}{3}$

e) $\square+\frac{2}{7}=-1$ *f)* $\square-\frac{3}{5}=\frac{1}{2}$ *g)* $\square-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{6}{4}$ *h)* $\square-\frac{3}{4}=-\frac{1}{2}$

i) $0{,}6+\square=\frac{1}{5}$ *j)* $\square+\frac{3}{4}=0{,}25$ *k)* $\frac{7}{8}+\square=1{,}5$ *l)* $\frac{1}{3}-\square=-\frac{8}{4}$

20. Tedd igazzá a nyitott mondatokat!

a) $\square-11=-22$ *b)* $-\square+2=17$ *c)* $27+\square=-40$

d) $\square+83=-100$ *e)* $-\square-15=8$ *f)* $\square-(-83)=300$

21. Hasonlítsd össze a két összetartozó kifejezést! Tedd közéjük a megfelelő (<, =, >) jelet!

a) $5{,}3+\left(\frac{4}{3}-7{,}1\right)$ ☐ $5{,}3+\frac{4}{3}-7{,}1$ *b)* $5{,}3-\left(\frac{4}{3}-7{,}1\right)$ ☐ $5{,}3-\frac{4}{3}-7{,}1$

c) $\left(5{,}3+\frac{4}{3}\right)-\left(\frac{4}{3}-2\right)$ ☐ $5{,}3+\frac{4}{3}-\frac{4}{3}-2$ *d)* $5{,}3-\left(\frac{4}{3}+7{,}1\right)$ ☐ $5{,}3-\frac{4}{3}-7{,}1$

22. Két-két összeg közé tedd ki a megfelelő (<, =, >) jelet!

a) $(+0{,}8)+(-3{,}2)$ ☐ $(+0{,}6)+(-2{,}8)$ *b)* $5-\left(-\frac{2}{3}\right)$ ☐ $6-\frac{1}{3}$

c) $\frac{7}{3}+\left(-\frac{2}{3}\right)$ ☐ $\frac{8}{3}+\left(-\frac{1}{3}\right)$ *d)* $\frac{8}{7}-\frac{9}{4}$ ☐ $1\frac{8}{7}-\frac{5}{4}$

23. Mi a megoldása a $\frac{2}{3}+\square=2$ egyenlőségnek

a) az egész számok körében, *b)* a racionális számok körében,

c) az 1-nél kisebb számok körében, *d)* a negatív számok körében?

24. Hány szám teszi igazzá a $\frac{3}{4}+\square>-2$ nyitott mondatot

a) a természetes számok körében, *b)* a 2-nél kisebb egész számok körében,

c) a pozitív számok körében, *d)* az egész számok körében?

25. Csupán a műveleti jelek megváltoztatásával érd el, hogy az egymás mellett álló kifejezések egyenlők legyenek!

$58-(21+37)$ és $58-21+37$	$134-43+17$ és $134-(43+17)$
$5-(41+213-54)$ és $5-41-213-54$	$71-11-48-253$ és $71-(11+48)+253$
$(236-43)-(57+13)+(56-7)$ és $236-43-57+13+56-7$	

Műveletek a racionális számok körében II.

Szorzás és osztás

26. A kérdésekre egy-egy szorzat vagy hányados felírásával válaszolj!

a) Mennyi 12-nek a $\frac{3}{4}$ része? *b)* Melyik szám $\frac{3}{4}$ része 12?

c) Mekkora része 12-nek a $\frac{3}{4}$? *d)* Mekkora része $\frac{3}{4}$-nek a 12?

27. Minden sorban van egy kakukktojás. Keresd meg!

a) $\frac{6}{7}+\frac{6}{7}+\frac{6}{7}$ $\frac{6}{7}\cdot 3$ $\frac{18}{21}$ $3\cdot\frac{6}{7}$ 3-nak a $\frac{6}{7}$ része

b) $24\cdot\frac{3}{4}$ 24-nek a $\frac{3}{4}$ része $24\cdot 0{,}75$ $3\cdot 24:4$ 24-nek a 25%-a

c) $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{3}$ $\frac{2}{3}:\frac{3}{5}$ $\frac{2}{3}$-nak a $\frac{3}{5}$ része $\frac{5}{3}$-nak a $\frac{2}{3}$ része $\frac{10}{9}$

28. A kérdéseket egy-egy egyenlőséggel is megfogalmaztuk. Melyik kérdéshez melyik egyenlőség tartozik? Kösd össze a megfelelőket!

Mennyi 15-nek a $\frac{3}{5}$ része?	$\square\cdot\frac{3}{5}=15$
Mennyi $\frac{3}{5}$-nek a 15-szöröse?	$15\cdot\frac{3}{5}=\square$
Mennyi $\frac{3}{5}$-nek az $\frac{1}{15}$-öd része?	$\frac{1}{15}\cdot\square=\frac{3}{5}$
Melyik szám $\frac{3}{5}$ része 15?	$\square\cdot\frac{1}{5}=15$
$\frac{3}{5}$-nek mekkora része a 15?	$\frac{3}{5}\cdot 15=\square$
$\frac{1}{15}$-nek mekkora része a $\frac{3}{5}$?	$\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{15}=\square$
Melyik szám $\frac{1}{5}$ része 15?	$\frac{3}{5}\cdot\square=15$

29. Párosítsd a feladatokat a megoldástervekkel!

A) Mennyi $\frac{8}{5}$-nek a $\frac{2}{3}$ része? *B)* Melyik szám $\frac{2}{3}$ része a $\frac{8}{5}$?

C) Mennyi $\frac{2}{3}$-nak a $\frac{8}{5}$ része? *D)* Mekkora része $\frac{2}{3}$-nak a $\frac{8}{5}$?

E) Mekkora része $\frac{8}{5}$-nek a $\frac{2}{3}$? *F)* Melyik szám $\frac{8}{5}$ része a $\frac{2}{3}$?

a) $\frac{2}{3}\cdot\frac{8}{5}=\square$ *b)* $\square\cdot\frac{2}{3}=\frac{8}{5}$ *c)* $\frac{8}{5}\cdot\frac{2}{3}=\square$ *d)* $\frac{2}{3}\cdot\square=\frac{8}{5}$

e) $\square\cdot\frac{8}{5}=\frac{2}{3}$ *f)* $\frac{8}{5}\cdot\square=\frac{2}{3}$ *g)* $\square=\frac{8}{5}:\frac{2}{3}$ *h)* $\square=\frac{2}{3}:\frac{8}{5}$

30. Becsüld meg a számok nagyságrendjét! Tedd őket a megfelelő dobozba!

a) $1000\cdot 0{,}01$ *b)* $0{,}3:0{,}001$ *c)* $10:200$ *d)* $60:0{,}3$

e) $0{,}03\cdot 2001$ *f)* $22:0{,}02$ *g)* $\frac{1}{2}\cdot 0{,}1$ *h)* $\frac{3}{100}:0{,}1$

$0{,}01\leqq\square<0{,}1$	$0{,}1\leqq\square<1$	$1\leqq\square<10$	$10\leqq\square<100$	$100\leqq\square<1000$

31. Egy törttel különféle műveleteket végeztünk. Jelöld a táblázatban, melyik esetben változott az eredeti érték, melyikben nem!

	A tört értéke			
	3-szorosa lett	harmadrésze lett	máshogy változott	nem változott
A törtet 3-mal bővítettük.				
A törtet osztottuk 3-mal.				
A tört számlálóját osztottuk 3-mal.				
A törtet szoroztuk 3-mal.				
A tört számlálóját és nevezőjét is szoroztuk 3-mal.				
A tört számlálóját szoroztuk 3-mal.				
A tört számlálójához is és nevezőjéhez is hozzáadtunk 3-at.				
A törtet megszoroztuk $\frac{3}{3}$-dal.				
A tört nevezőjét szoroztuk 3-mal.				
A törtet megszoroztuk 6-tal, és elosztottuk 2-vel.				
A tört nevezőjét osztottuk 3-mal.				
A tört számlálóját és nevezőjét is osztottuk 3-mal.				

32. „Szorozzunk szét!” Bontsd fel szorzattá a törteket minél többféleképpen!

Például: $\frac{63}{20}=\frac{7}{5}\cdot\frac{9}{4}=\frac{7}{2}\cdot\frac{9}{10}=\frac{21}{4}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{8}\cdot\frac{14}{5}=\ldots$

$\frac{80}{77}$ $\frac{81}{16}$ $\frac{120}{49}$ $\frac{72}{25}$ $\frac{26}{99}$ $\frac{39}{100}$

33. A műveletsort többféleképpen átalakítottuk úgy, hogy a számokat nem változtattuk meg. Minden sorban van egy hibás átalakítás. Keresd meg!

a) $\frac{3\cdot5}{7\cdot9}$ $\frac{3}{7}:\frac{5}{9}$ $5\cdot\frac{3}{7}:9$ $\frac{3}{9}:\frac{7}{5}$ $\frac{5}{7\cdot9}\cdot3$

b) $5:\frac{3}{4}$ $\frac{5}{3}\cdot4$ $5\cdot\frac{4}{3}$ $\frac{4}{3}:\frac{1}{5}$ $\frac{4}{3}:5$

34. Végezd el a műveleteket! Állítsd az eredményeket nagyság szerint növekedő sorrendbe! Ha jól számoltál, a megfelelő betűket összeolvasva egy régi bölcsesség első felét kapod meg. Fejezd be a mondatot!

A: $\frac{-15}{6}\cdot\frac{5}{7}$	Z: $12{,}48\cdot 3{,}72$	E: $\frac{54}{8}:\frac{30}{16}$	A: $-0{,}78:55{,}1$
C: $5{,}12\cdot(-639)$	I: $0{,}3\cdot\frac{75}{3}$	K: $-655:(-0{,}05)$	,: $411:2{,}5$
H: $33\cdot\frac{8}{55}$	S: $-4002\cdot 0{,}051$	A: $78{,}3:0{,}22$	N: $\frac{15}{26}:\frac{3}{13}$
I: $-489\cdot(-0{,}11)$	B: $\frac{7}{56}\cdot 64$	Z: $\frac{7}{64}:\frac{56}{8}$	I: $1500:0{,}06$
K: $0{,}553\cdot(-0{,}47)$	Á: $\frac{98}{55}\cdot\frac{33}{7}$	M: $\frac{560}{4}:35$	K: $-\frac{51}{4}:(-0{,}17)$

35. Ennek a feladatnak a megoldásához nem kell sokat számolnod, ha jól megfigyeled a számokat és a műveleteket! Csak azt kell eldöntened, hogy 1-nél nagyobbak, kisebbek vagy egyenlők 1-gyel, a számolásokat nem feltétlenül kell elvégezned.

Színezd zöldre az 1-nél nagyobbakat! Színezd kékre az 1-nél kisebbeket! Színezd sárgára az 1-gyel egyenlőket!

$\frac{5}{4}$-nek a $\frac{7}{6}$ része	$0{,}7\cdot\frac{2}{9}\cdot\frac{7}{8}$	$\frac{2}{3}\cdot 1{,}5$	$\frac{3}{7}\cdot\frac{7}{3}$
$\frac{5}{2}\cdot\frac{9}{7}\cdot\frac{2}{5}$	$3\cdot 0{,}8\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{2}{6}$	$\frac{4}{3}$-nak a 75%-a	$0{,}85\cdot 0{,}9$
$\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}$			

36. Milyen szám állhat a lefordított számkártyán, ha tudjuk, hogy

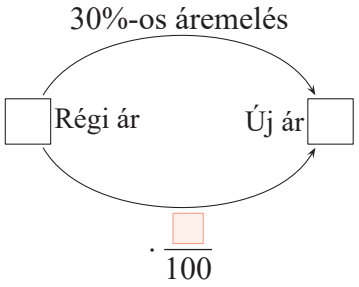
a) $5\cdot\square=5$ $\quad 5:\square=5$ $\quad 5\cdot\square=-5$

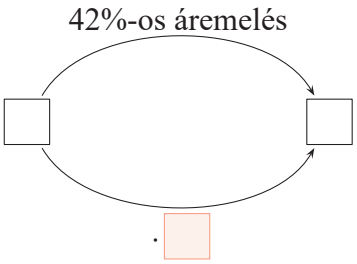
b) $5\cdot\square<5$ $\quad 5:\square<5$ $\quad 5\cdot\square<-5$

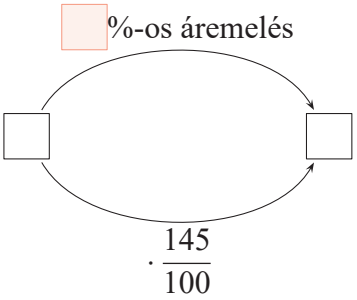
c) $5\cdot\square>5$ $\quad 5:\square>5$ $\quad 5:\square>-5$

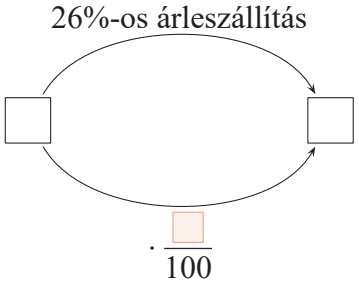
d) $5\cdot\square=\square\cdot 5$ $\quad 5:\square=\square:5$ $\quad 5:\square<-5$

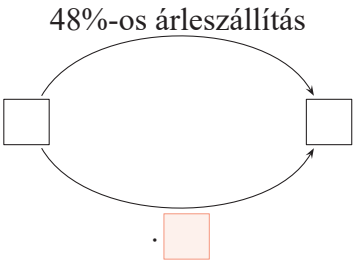
37. Írd a színes négyzetekbe a megfelelő értékeket!

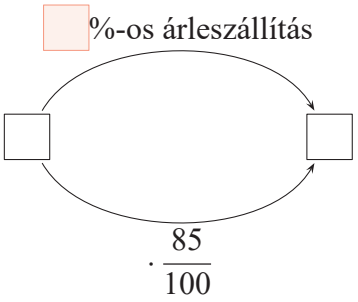


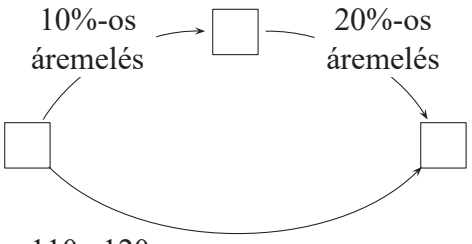




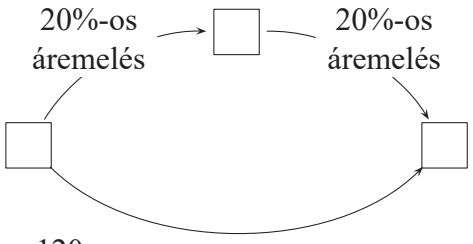




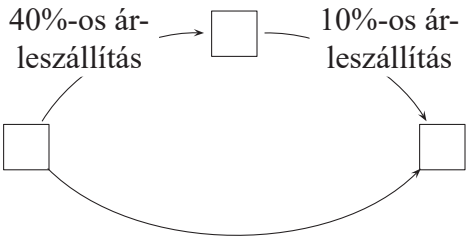




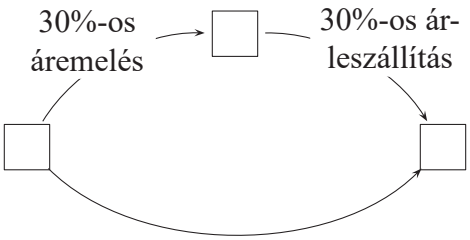
$\cdot \frac{110}{100} \cdot \frac{120}{100}$, ami ☐%-os áremelés



$\cdot \frac{120}{100} \cdot$ ☐, ami ☐%-os áremelés



$\cdot \frac{60}{100} \cdot \frac{90}{100}$, ami ☐%-os árleszállítás



$\cdot \frac{130}{100} \cdot \frac{70}{100}$, ami ☐%-os ár☐

38. Három szöveges feladat mindegyikéhez készítettünk megoldástervet. Az alábbiak közül keress nyitott mondatot az *A)*, *B)* és *C)* feladatokhoz!

A) Egy 4500 Ft-os kabát árát 20%-kal felemelték. Mennyi az új ár?

B) Egy árleszállítás alkalmával a 4500 Ft-os kabátot 3000 Ft-ért vettük meg. Az eredeti ár hány százalékát fizettük ki?

C) A téli vásárban minden kabátot 40%-kal olcsóbban vehettünk meg. Mennyit fizettünk az eredetileg 4500 Ft-os kabátért a vásár idején?

a) $4500 \cdot \frac{60}{100} = \square$

b) $4500 + 4500 \cdot \frac{20}{100} = \square$

c) $4500 \cdot 0{,}2 = \square$

d) $\frac{4500}{100} \cdot \square = 3000$

e) $4500-\frac{4500}{100}\cdot 40=\square$ *f)* $4500\cdot\frac{\square}{100}=3000$

g) $4500-4500\cdot 0{,}4=\square$ *h)* $4500\cdot\frac{120}{100}=\square$

39. Válaszd ki az egyenlőket!

a) $120:(30\cdot 2)$	*b)* $120\cdot 30:2$	*c)* $120:30\cdot 2$
d) $120\cdot 30\cdot 2$	*e)* $120:30:2$	*f)* $120\cdot(30:2)$
g) $(120:30)\cdot 2$	*h)* $120:2\cdot 30$	*i)* $120:2:30$

40. Pótold a hiányzó műveleti jeleket úgy, hogy igaz egyenlőséget kapj!

a) $\frac{3}{2}:(1{,}5:0{,}5\cdot 2)=\frac{3}{2}\square 1{,}5\square 0{,}5\square 2$

b) $20\cdot 0{,}1:\left(\frac{1}{25}:\frac{3}{50}:6\right)=20\square 0{,}1\square\frac{1}{25}\square\frac{3}{50}\square 6$

41. A piros kártya minden cédulán ugyanazt a pozitív számot takarja le. Színezd a cédulát zöldre, ha az értéke nagyobb a letakart számnál! Színezd kékre a cédulát, ha az értéke kisebb a letakart számnál, és sárgára, ha éppen egyenlő vele!

$\blacksquare\cdot\frac{8}{7}$	$\blacksquare\cdot\frac{3}{3}$	$\blacksquare\cdot\frac{7}{8}$	$\blacksquare\cdot\frac{21}{2}$	$\blacksquare\cdot\frac{7}{6}\cdot\frac{6}{7}$	$\blacksquare\cdot\frac{2}{21}$	$\blacksquare\cdot 0{,}9\cdot 0{,}8$
$\blacksquare\cdot 1{,}05$	$\blacksquare\cdot\frac{5}{2}:2{,}5$	$\blacksquare\cdot 0{,}7$	$\blacksquare:\frac{13}{2}$	$\blacksquare:\frac{2}{13}$	$\blacksquare:0{,}1\cdot 0{,}2$	

42. Számolj fejben! Oldd meg az egyenlőségeket! Ellenőrizz!

a) $\frac{2}{5}\cdot\square=2$ *b)* $\frac{3}{4}\cdot\square=1{,}5$ *c)* $\frac{8}{3}\cdot\square=\frac{3}{3}$

d) $\frac{5}{4}\cdot\square=-1$ *e)* $\square\cdot\frac{1}{5}=25$ *f)* $\square\cdot\frac{2}{3}=16$

g) $\square\cdot 0{,}3=-1$ *h)* $\square\cdot\frac{80}{100}=40$ *i)* $\square\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)=1$

j) $\square\cdot(-0{,}3)=1$ *k)* $\frac{2}{7}\cdot\square=-3$ *l)* $\square\cdot\frac{26}{13}=15$

43. Írj műveleti jelet az üres karikákba úgy, hogy az egymás mellett álló kifejezések egyenlők legyenek!

$360:\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{7}\right)$ $\quad 360:\frac{1}{2}\bigcirc\frac{3}{7}$

$\frac{5}{8}:\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{4}$ $\quad \frac{5}{8}:\left(\frac{2}{3}\bigcirc\frac{9}{4}\right)$

$\frac{215}{9}\bigcirc\frac{31}{7}\cdot\frac{5}{3}:\frac{1}{2}\bigcirc 10$ $\quad \frac{215}{9}:\left(\frac{31}{7}:\frac{5}{3}\right):\left(\frac{1}{2}\cdot 10\right)$

44. Példánk is mutatja, hogy a 18-ból többféleképpen eljuthatunk a 12-be. Fontos látnunk, hogy a különféle felírások mind ugyanazt jelentik.

Írj a nyilakra megfelelő műveleteket! Keress többféle lehetőséget!

$\frac{2}{3}$ része

$\frac{2}{3}$-szorosa

$\cdot\frac{2}{3}$

$:3\cdot 2$

18 ⇄ 12

$\frac{3}{2}$ része

$\frac{3}{2}$-szerese

$\cdot\frac{3}{2}$

$:\frac{2}{3}$

a)

$\frac{3}{7}$ része

48 ⇄

b)

$\frac{2}{9}$ része

⇄ 16

c)

$:\frac{5}{6}$

⇄ 54

d)

35 ⇄

$:\frac{9}{5}$

e)

44 ⇄

$\frac{4}{7}$-szerese

Hatványozás

45. Írd le a következő szorzatokat hatványjelölés segítségével!

a) $12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12$

b) $(-15) \cdot (-15) \cdot (-15)$

c) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$

d) $2{,}9 \cdot 2{,}9$

e) $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}\right)$

f) $2 \cdot (-0{,}3) \cdot (-0{,}3) \cdot 2 \cdot (-0{,}3) \cdot 2 \cdot 2 \cdot (-0{,}3)$

g) $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} \cdot 3{,}5 \cdot \frac{1}{8} \cdot 3{,}5 \cdot 3{,}5$

46. Írd fel szorzat alakban a hatványokat!

7^5 2^6 $(-3)^4$ $\left(\frac{1}{5}\right)^3$ $-(1)^6$ $(-1)^6$ $(-0{,}6)^2$ $\left(\frac{3}{2}\right)^4$

47. A bal oldali oszlopban álló számokat rövidebb alakban megtalálod a jobb oldali oszlopokban.

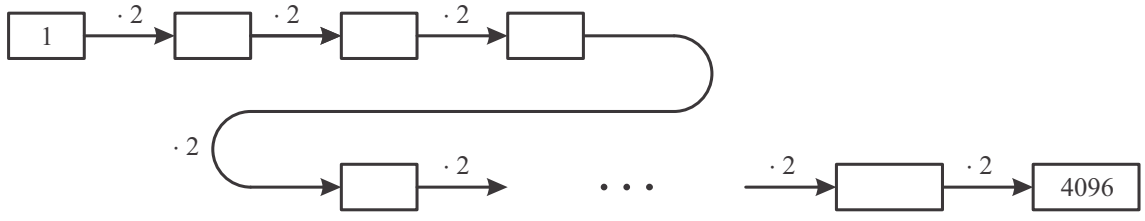
a) Kösd össze az egyenlőket!

b) Állítsd növekedő sorba a jobb oldali oszlop számait!

$5+5+5+5$	$4 \cdot 5$
$4+4+4+4+4$	5^4
$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$	$4^4 \cdot 5^2$
$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$	$5 \cdot 4$
$4 \cdot 4 + 5 \cdot 5$	4^5
$(4+4) \cdot (5+5)$	$4^2 + 5^2$
$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5$	$4 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2$

48. Folytasd a rajzot! Minden lépésben ugyanazzal a számmal szoroztunk. Hány lépéssel jutsz a célba? Használd a kötet végén található hatványtáblázatot!

a)



b)



c)



49. Számokat írtunk le különböző alakban. Keress közöttük egyenlőket, és színezd azonos színnel!

$4 \cdot 4 \cdot 4$	$9 \cdot 9$	$2^3 \cdot 3^1$	$3^2 \cdot 3 \cdot 3$	$(2 \cdot 2)^3$	3^4	$3^2 + 3$
2^6	9^2	8^2	4^3	$4^2 - 4$	$2^3 + 2^2$	12	64

50. Melyik nagyobb? Döntsd el a hatványtáblázat használata nélkül!

a) $5^4 \square 2^5$ $3^6 \square 9^3$ $3^8 \square 9^3$ $2^4 \square 4^2$

b) $2^5 \square 4^3$ $2^{10} \square 10^2$ $2 \cdot 3^6 \square 3 \cdot 2^6$ $6^2 \square 2^6$

c) $\frac{1}{5^2} \square \frac{1}{2^5}$ $\frac{1}{2^4} \square \frac{1}{4^2}$ $2^{10} \square 10^3$ $3^2 \cdot 5^2 \square 15^2$

51. Keress egyenlőket, és színezd azonos színnel!

4^2 6^3 $5^2 \cdot 2^2$ $6 \cdot 6^2$ 16 100 $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

$2^2 \cdot 25$ 10^2 $6 \cdot 36$ $2^2 \cdot 2^2$ 2^4

52. Írd be a hiányzó kitevőt!

$2^5 \cdot 2^4 = 2^{\square}$ $6^2 \cdot 6^4 = 6^{\square}$ $7^6 \cdot 7^3 = 7^{\square}$

$11^3 \cdot 11^5 = 11^{\square}$ $51^2 \cdot 51^8 = 51^{\square}$ $10^6 \cdot 10^9 = 10^{\square}$

$5^8 \cdot 25 = 5^{\square}$ $3^5 \cdot 27 = 3^{\square}$ $7^3 \cdot 49 = 7^{\square}$

53. Írd be a hiányzó kitevőt!

$2^5 : 2^2 = 2^{\square}$ $3^8 : 3^5 = 3^{\square}$ $5^6 : 5^3 = 5^{\square}$

$15^7 : 15^2 = 15^{\square}$ $10^6 \cdot 1000 = 10^{\square}$ $10^5 : 100 = 10^{\square}$

$3^8 : 9 = 3^{\square}$ $2^7 : 8 = 2^{\square}$ $5^9 \cdot 125 = 5^{\square}$

54. Végezd el a műveleteket! Ha ügyes vagy, minden szorzótényezőt kiolvashatsz a kötet végén található hatványtáblázatból. Az eredményt hatvány alakban add meg!

$64 \cdot 1024$	$1296 \cdot 36$	$27 \cdot 2187$
$16 \cdot 64$	$216 \cdot 46\,656$	$262\,144 : 16\,384$
$1\,000\,000 : 100$	$19\,683 : 81$	$16\,384 : 4096$
$16 \cdot 81$	$36 \cdot 36$	$64 \cdot 256 : 16$
$512 \cdot 16$	$2187 \cdot 243$	$15\,625 \cdot 3125$

55. Írd fel a 2^9-t 2-hatványok szorzataként minél többféleképpen!

56. Oldd meg az egyenlőségeket! A hatványok szorzattá bontásával, a tényezők csoportosításával próbálkozz!

Például: $2^6 = 4^{\square}$, $2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$, $\square = 3$

$5^6 = 25^{\square}$ $3^{\square} = 9^2$ $2^{\square} = 8^4$ $3^8 = 9^{\square}$

$3^{\square} = 27^2$ $4^{\square} = 16^2$ $4^{\square} = 8^2$ $5^6 = 125^{\square}$

57. Figyeld meg a hatványtáblázatot (a kötet végén találod)! Keress benne olyan számokat, amelyek több helyen is előfordulnak!

a) Milyen számok hatványait találod meg a 2 hatványainak táblázatában?

b) Milyen számok hatványait találod meg a 3 hatványainak táblázatában?

58. Döntsétek el, hogy a következő állítások közül melyik igaz, melyik nem!

2-nek van olyan hatványa, amely 4-nek is hatványa. _____

2-nek minden hatványa 4-nek is hatványa. _____

4-nek minden hatványa 2-nek is hatványa. _____

4-nek minden hatványa 8-nak is hatványa. _____

4-nek van olyan hatványa, amely 8-nak is hatványa. _____

8-nak minden hatványa 2-nek is hatványa. _____

2-nek van olyan hatványa, amely 10-nek is hatványa. _____

59. Igaz legyen! (Használhatod a kötet végén található hatványtáblázatot.)

$2^{\square} = 4^3$	$3^{\square} = 9^3$	$2^{\square} = 8^3$	$6^{\square} = 36^2$
$4^{\square} = 8^2$	$3^{\square} = 27^3$	$9^{\square} = 27^2$	$5^4 = 25^{\square}$
$2^8 = \square^4$	$2^{12} = \square^3$	$2^{12} = \square^4$	$2^{12} = \square^6$
$2^{12} = \square^2$	$3^8 = \square^4$	$3^8 = \square^2$	$\square^3 = 27^2$

60. Folytasd a sorozatot két taggal! A sorozat mindegyik tagja alá írd le, milyen számjegyre végződik!

a) $2^4, 12^4, 22^4, 32^4,$

b) $6^1, 16^2, 26^3, 36^4,$

c) $3^1, 3^2, 3^3, 3^4,$

d) $40^4, 50^5, 60^6, 70^7,$

e) $9^2, 99^2, 999^2, 9999^2,$

f) $7^1, 7^2, 7^3, 7^4,$

g) $9^1, 9^2, 9^3, 9^4,$

h) $3^2, 3^6, 3^{10}, 3^{14},$

61. Melyik a legnagyobb szám, amit felírhatunk

a) 3 darab 1-es számjegy,

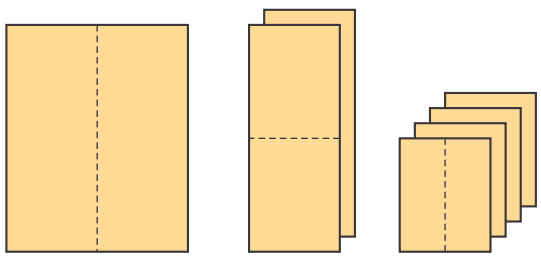
b) 3 darab 2-es számjegy,

c) 3 darab 3-as számjegy,

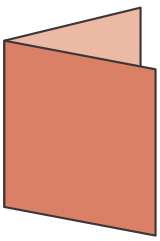
d) 3 darab 4-es számjegy segítségével?

62. *a)* Egy lapot kettévágtunk, majd a kapott részeket egymásra téve újra kettévágtuk azokat, majd újra és újra megismételtük ezt. Hány lap keletkezett a vágások során? Írd az üres keretekbe!

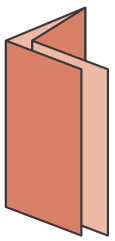
Az 1. vágás után 2 lap keletkezett.
Az 2. vágás után ☐ lap keletkezett.
Az 3. vágás után ☐ lap keletkezett.
Az 4. vágás után ☐ lap keletkezett.
⋮
Az 10. vágás után ☐ lap keletkezett.



b) Ha kettéhajtasz egy papírlapot, egy hajtásvonal lesz rajta.



Ha még egyszer kettéhajtod ugyanilyen irányban, 3 hajtásvonal lesz rajta.



Ha harmadszorra is kettéhajtod az előző hajtásokkal párhuzamosan, akkor hány hajtásvonal lesz a lapon?

A 3. hajtás után ☐ hajtásvonal lesz.
A 4. hajtás után ☐ hajtásvonal lesz.
A 5. hajtás után ☐ hajtásvonal lesz.
⋮
A 10. hajtás után ☐ hajtásvonal lesz.

63. Réka elindította a „pilótajátékot”, amelynek az a szabálya, hogy öt barátnőjének küld egy-egy képeslapot, s azt kéri tőlük, hogy ők is tegyék ugyanezt. Tegyük fel, hogy mindenki eleget tesz a kérésnek! Mindig olyanoknak írnak, akik még nem játszottak, és senki sem kap egynél több képeslapot. A 10. forduló során hány képeslapot visz a postás, és addig összesen hányat írtak a gyerekek?

64. A morzeábécé betűi kétféle jelből épülnek fel. Az egyiket így jelölik: . és ti-nek hívják. A másikat így jelölik: _ ennek tá a neve. A ti mindig egy rövid jel, a tá pedig egy hosszú jel. A morzeábécé segítségével könnyen lehet üzenetet küldeni, kopogással, fényjelekkel, egyszerű elektromos relékkel.

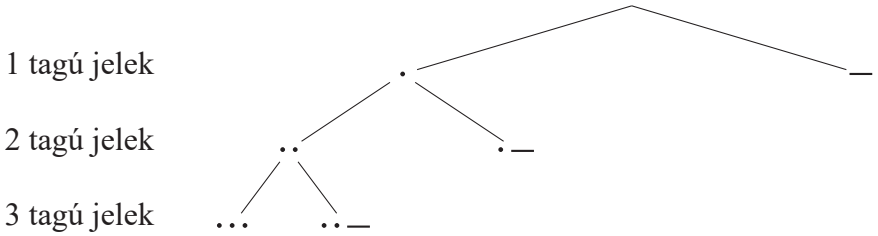
Például az S betű a morzeábécében … vagyis ti-ti-ti. Az O betű jele ___, vagyis tá-tá-tá.

a) Tudod, mit jelent az, hogy … ___ … ?

b) Hány 1 tagú jelet lehet készíteni?

c) Hány 2 tagú jelet lehet készíteni?

d) Hány 3 tagú jelsorozatot lehet készíteni? Egészítsd ki az ábrát!



e) Hány 4 tagú jelsorozatot lehet készíteni? Hány legfeljebb 4 tagú jelsorozatot lehet készíteni?

f) Legalább hány tagú jelsorozatok kellenek, hogy a 26 betűs angol ábécét előállíthassuk?

g) Milyen hosszúságú jelsorozatok kellenek a 35 karakterből felépíthető magyar ábécéhez?

65.



A zászlókon és a bohócon is az egyforma színekhez egyenlő számok tartoznak. Színezd ki a zászlókat, és járj utána, melyik ország zászlói ezek!

$(3^2)^2$	$(-1)^{10}$	$\frac{3^6}{3^2}$

1000	$1000 \cdot 0{,}001$	$2^4 \cdot 2$

$2 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 2$
$\frac{1}{100} \cdot 1000 \cdot 0{,}1$

$2^3 \cdot 2^2$
$2^3 \cdot 2^2 : 2^5$
$10^6 : 10^3$

$\frac{(-10)^3}{-1000}$	$2^3 \cdot 4$
	$8 \cdot 5^3$

$(-1)^{13} \cdot (-1)$
$(2^2)^2 \cdot 2$

$3^3 \cdot 5^3 : 3 : 5$
$4^5 : (4^2 \cdot 2)$
$6^4 : 6^2$

225	$2^3 \cdot 5^3$
	$10^3 \cdot 0{,}001$
	$2^4 \cdot 2$

$2 \cdot 4^3 : 4$
$3^2 \cdot 9^2 : 9$
$2^2 \cdot 3^2$
$0{,}1 \cdot 10^4$

$(2 \cdot 5)^3$
$3^4 : 3^2 : 3^2$
$9^4 : 9^2$

$\frac{2^6}{2}$	$\frac{10^3}{1000}$	$\frac{4^5}{4^2 \cdot 2}$

$\frac{1}{0{,}001}$	32
	1^3
	$1{,}5^2 \cdot 100$

$9^3 : 3^2$
$10^5 : 5^5$

$10^4 : 10$
$2^3 \cdot 3^4 : 18$
$3^5 : 3$

32
$10^3 : 1000$
$9 \cdot 3^2$

A tízes számrendszer helyiérték-táblázatának kibővítése 10 hatványaival és azok reciprok értékével

66. Írd fel a számok helyi érték szerint kibontott összegalakját 10 hatványainak segítségével!

a) 9620 = *b)* 45 600 = *c)* 300 080 =

d) 25,2 = *e)* 3,02 = *f)* 0,37 =

67. Töltsd ki a táblázatot!

	tizedrésze	1000-szerese	100-ad része	100-szorosa
600,8				
83,4				
8,68				
0,42				
0,05				
0,302				
0,027				

68. Melyik több, és hányszor annyi? Tedd ki a megfelelő (<, >, =) jelet!

a) 0,4025 ☐ 402,5 *b)* 38,01 ☐ 0,003 801 *c)* 300,04 ☐ 300 04

69. Az egyenlőségek bal oldalán a 10 hatványkitevőjét letakartuk. Mennyi a letakart kitevő?

a) $4{,}45 \cdot 10^{\square} = 445\,000$ ☐ = *b)* $1{,}024 \cdot 10^{\square} = 102{,}4$ ☐ =

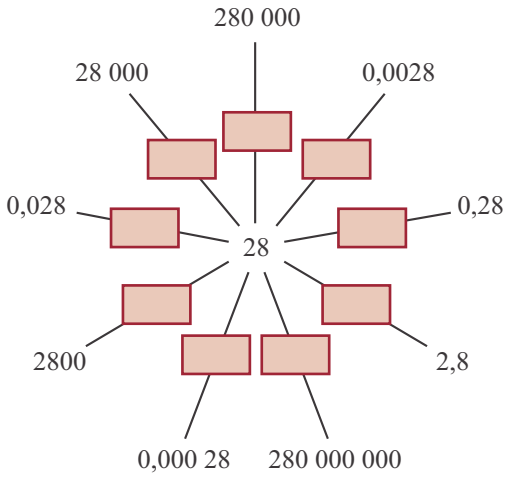
c) $85{,}01 \cdot 10^{\square} = 850\,100$ ☐ = *d)* $6{,}872 \cdot 10^{\square} = 6\,872\,000$ ☐ =

e) $6{,}2 : 10^{\square} = 0{,}062$ ☐ = *f)* $8 : 10^{\square} = 0{,}000\,008$ ☐ =

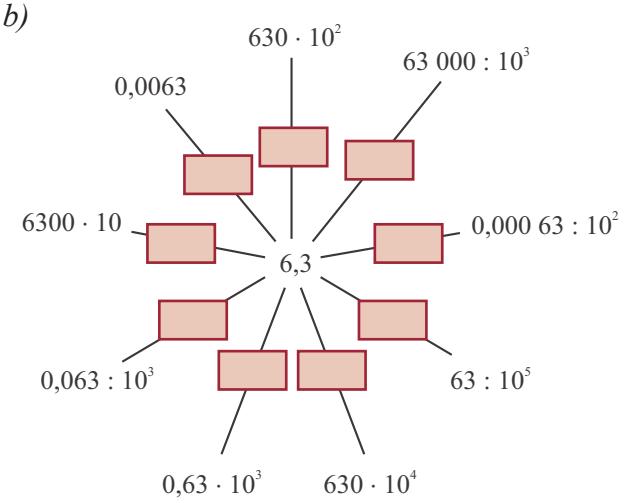
g) $9{,}31 : 10^{\square} = 0{,}931$ ☐ = *h)* $3{,}02 : 10^{\square} = 0{,}000\,030\,2$ ☐ =

70. Írd a vonalra, hogy a középső számot melyik 10 hatvánnyal kell megszorozni vagy elosztani, hogy az adott számot kapjuk!

a)



b)



A műveletek sorrendje

71. Végezd el a műveleteket!

a) $\frac{4}{3}-\frac{5}{7}\cdot\frac{1}{5}$ $\qquad$ $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\cdot 4$ $\qquad$ $\frac{5}{8}\cdot 3+\frac{1}{2}\cdot 7$

b) $\frac{4}{3}\cdot 5-2$ $\qquad$ $\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{7}\right):2$ $\qquad$ $\left(\frac{5}{9}-\frac{2}{3}\right)\cdot 9$

c) $\left(\frac{3}{2}+\frac{5}{3}\right)\cdot\frac{6}{19}$ $\qquad$ $\frac{3}{2}\cdot\frac{6}{19}+\frac{5}{3}\cdot\frac{6}{19}$

d) $\left(\frac{4}{3}-\frac{5}{7}\right)\cdot 0{,}5$ $\qquad$ $\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{5}-\frac{5}{7}\cdot\frac{1}{5}$

e) $\left(\frac{7}{6}+\frac{1}{3}\right)\cdot 8+\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot 6$ $\qquad$ $\frac{7}{6}+\frac{1}{3}\cdot 8+\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\cdot 6$

f) $\frac{7}{5}\cdot 15-\frac{21}{3}\cdot 2$ $\qquad$ $\frac{18}{3}:6-\frac{45}{9}:5$ $\qquad$ $\frac{25}{15}\cdot 5+23-\frac{16}{2}$

72. Számítsd ki!

a) $48:\frac{5}{6}$ $\qquad$ *b)* $\frac{7}{8}:\frac{5}{4}$ $\qquad$ *c)* $\frac{9}{10}:\left(\frac{4}{5}+\frac{2}{3}\right)$

d) $\left(-6+12{,}8\right):\frac{4}{3}$ $\qquad$ *e)* $-36:0{,}12$ $\qquad$ *f)* $2{,}8:0{,}07$

73. Végezd el a műveleteket!

a) $72:\frac{8}{5}$ $\qquad$ *b)* $(-7{,}2+2{,}4):\frac{6}{7}$ $\qquad$ *c)* $\frac{9}{10}:\frac{6}{5}$

d) $\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\right):\frac{7}{12}$ $\qquad$ *e)* $0{,}54:\left(\frac{5}{8}-\frac{7}{4}\right)$ $\qquad$ *f)* $1{,}5:(0{,}73-0{,}7)$

74. Számolj!

a) $4{,}2-5\cdot 0{,}3+\dfrac{3{,}43}{4{,}9}$ *b)* $\dfrac{3{,}6}{0{,}12}-\dfrac{0{,}48}{2{,}4}$ *c)* $\dfrac{\dfrac{9}{10}-\dfrac{5}{6}}{\dfrac{2}{3}}-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3}{4}$

75. Tedd igazzá a nyitott mondatokat!

$(-13)\cdot(-2)-\square=30$ $\dfrac{8}{3}\cdot 21-\square=1$ $\dfrac{9}{7}:3+\dfrac{8}{14}+\square=6$

$(-12)\cdot(-5)+\square=0$ $\dfrac{18}{3}-\left(-\dfrac{1}{2}\right)-\dfrac{3}{2}=\square$ $\dfrac{5}{4}-(-3)\cdot\dfrac{7}{12}-(-3)=48\cdot\square$

76. *Láncszámolás:* A legelső műveletsort számítsd ki! Az eredményét ■-tel jelöltük. Ezzel az értékkel számolj tovább, vagyis az első eredményt írd be a második feladatba a megfelelő színű négyzetbe! A második feladat eredményét □-tel jelöltük, ezt a harmadik műveletsorba kell behelyettesíteni és így tovább. Próbáld meg fejben végigszámolni a láncot, és meghatározni, hogy az utolsó színes négyzet milyen számot jelöl!

a) $\left(\dfrac{3}{5}+0{,}3\right):9\cdot 10=$■ ■$=$ ■$-$□$=10$ □$=$

□$\cdot(-4)=$■ ■$=$ ■$-\left(\dfrac{7}{3}\cdot 12-2\right)=$□ □$=$

$0{,}03$□$=$■ ■$=$ ■$+$□$=1$ □$=$ □$+\dfrac{3}{10}=$■ ■$=$

b) $0{,}5\cdot 3\cdot\left[3{,}5-\left(-\dfrac{13}{2}\right)\right]=$■ ■$=$ $\left(\dfrac{■}{3}\right)^2+$□$=100$ □$=$ □$\cdot\dfrac{4}{3}=$■ ■$=$

■-nek a 81%-a egyenlő □-tel □$=$ $\left(\dfrac{□}{9}-\dfrac{7}{2}\right)\cdot 4=$■ ■$=$

■-nek a 150%-a egyenlő □-tel □$=$ □$\cdot\dfrac{5}{3}+(-5)=$■ ■$=$

c) $0{,}5+\dfrac{3}{4}=$■ ■$=$ ■$\cdot\left(-\dfrac{4}{5}\right)=$□ □$=$

(□$+11^2$)-nek a 60%-a $=$■ ■$=$ ■-nek az $\dfrac{5}{9}$ része $=$□ □$=$

□$^2=$■ ■$=$ ■-nek a 10%-a $=$□ □$=$

d) $12\cdot 0{,}05=$■ ■$=$ ■$\cdot 10^4=$□ □$=$

□-nek az $\dfrac{1}{2}$ %-a $=$■ ■$=$ $\dfrac{■}{6^3}\cdot 2^4\cdot 3^4=$□ □$=$

□-nek a $\dfrac{4}{9}$-ed része $=$■ ■$=$ (■$-80)\cdot[56-(-17{,}3)]=$□ □$=$

77. Sok-sok egyenlőség rejtőzik a táblázatban. A számokat +, –, · vagy : jellel és egyenlőségjellel kapcsolhatod össze. Néhány példát beszíneztünk. Keress magad is, hiszen még nagyon sok van! A megtalált egyenlőségeket írd a füzetedbe!

$\frac{3}{4}$	+	$\frac{25}{100}$	=	1		$\frac{1}{2}$		0,5		0,4		0,2		$\frac{3}{5}$
$\frac{1}{2}$		–2		2,5		1,5		$\frac{5}{3}$		$\frac{6}{10}$		1		–1,6
$\frac{3}{8}$		$-\frac{1}{8}$		–3	·	2	=	–6		$\frac{6}{6}$		$\frac{120}{100}$		2,2
$\frac{8}{3}$		–4		–7,5		5,7		–1,8		$\frac{134}{10}$		2,5		$\frac{134}{25}$
1		$\frac{50}{100}$		$\frac{1}{2}$		11,4		$\frac{57}{10}$		2		$\frac{37}{10}$		7,56
								+						
$\frac{3}{5}$		$-\frac{35}{3}$		–7		$\frac{220}{22}$		$-\frac{7}{10}$		26,8		9,3		17,5
								=						
$\frac{5}{3}$		$\frac{35}{6}$		$\frac{2}{7}$		114		5		22,8		$\frac{228}{100}$		10
1		–2		–2		$-\frac{7}{2}$		7		4		$1\frac{3}{4}$		$\frac{175}{100}$

78. Végezd el a műveleteket! Az eredményeknek megfelelő betűket írd a színes keretekbe! Mi az elrejtett mondat?

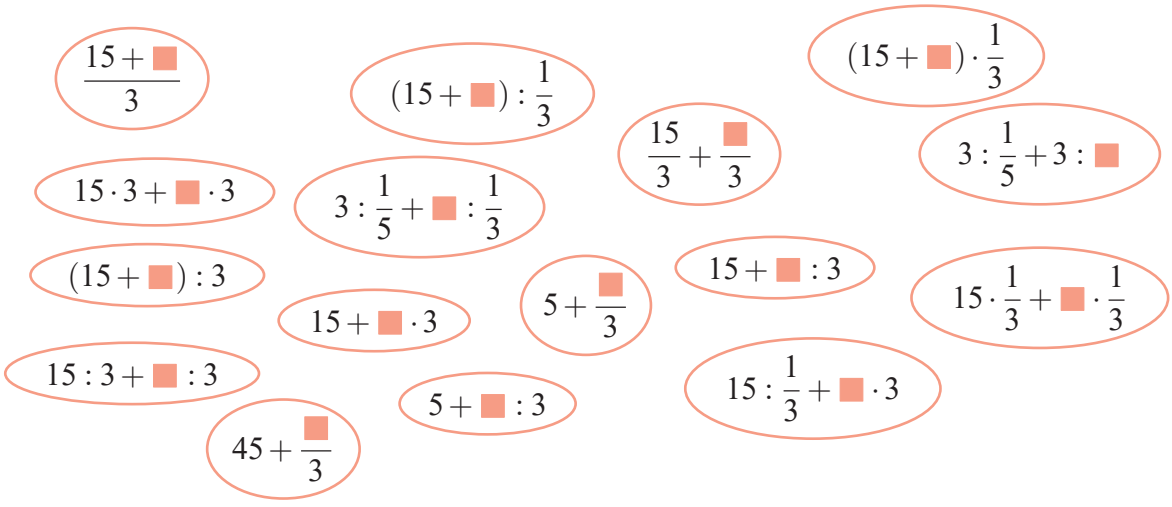
	$0,8+\left(-\frac{1}{5}\right)$
	$0,08 \cdot 0,7$
	$0,5 \cdot 70$
	$46,2 : 77$
	$0,5^2 \cdot 10$
	$0,716 - 5,8 \cdot 0,02$
	$\frac{30}{10} : (5 \cdot 2)$
	$1,1^2$
	$(0,5^2 \cdot 10 + 1) \cdot 10$

	$37,23 : 7,3$
	$56 : 10^3$
	$10^2 + (-65)$
	$\frac{1}{7} : \frac{5}{7} : \frac{1}{3}$
	$2500 : 10^3$
	$\frac{7}{3} \cdot \frac{9}{7}$
	$\frac{30}{8} : \frac{25}{2}$
	$\frac{33}{50} : \frac{3}{5} \cdot \frac{11}{10}$
	$35 \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{10}{12}$

	$150,5 : 4,3$
	$1,7 \cdot 3$
	$4 : \left(0,6 \cdot \frac{8}{3}\right)$
	$\frac{102}{20}$
	$2,7 : 9$
	$\frac{12}{1000} : 0,02$
	$0,7 \cdot 100 \cdot 0,5$

A = 0,6, Á = 1,21,
L = 2,5, T = 35,
N = 0,056, O = 5,1,
I = 3, G = 0,3

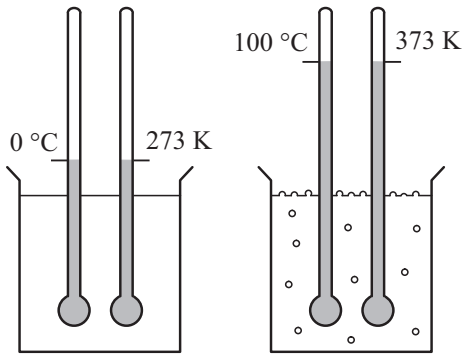
79. Színezd egyformán az egyenlőket!



Betűs kifejezések

A valóság megragadása a matematika nyelvén

1. Az egyik edényben olvadó jég, a másikban forrásban lévő víz van. Két hőmérő áll mindkettőben: egy Kelvin-hőmérő és egy Celsius-hőmérő.



A Kelvin-hőmérő 273 fokkal többet mutat.

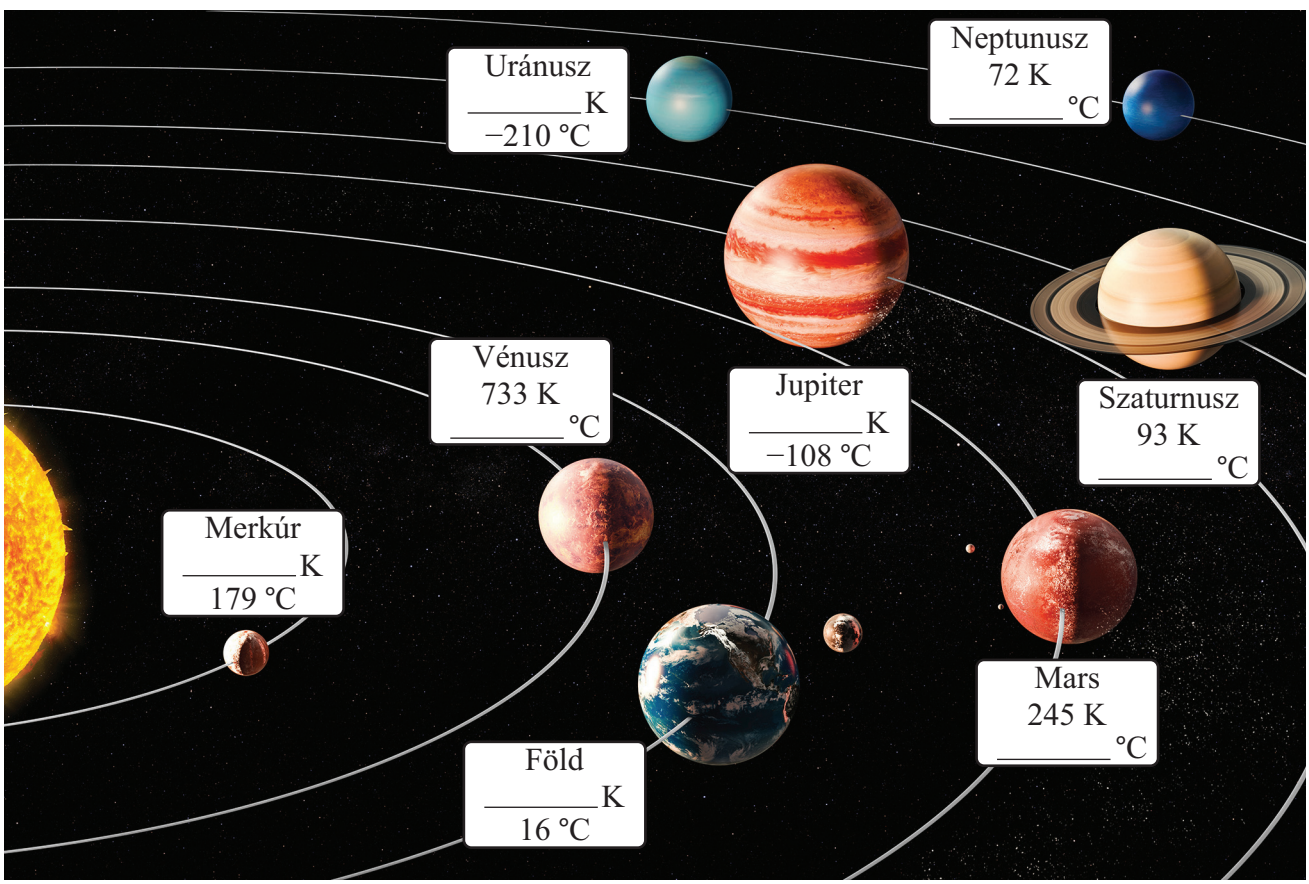
Ez minden esetben így van. Például, amikor a Celsius-hőmérő 5 °C-ot, akkor a Kelvin-hőmérő 278 fokot mutat.

a) Hány fokot mutat a Kelvin-hőmérő, amikor a Celsius-hőmérő n fokot mutat?

b) A bolygók neve alatti számok a felszíni átlagos hőmérsékletüket mutatják. Add meg a bolygók felszíni átlagos hőmérsékletét Kelvin-fokban, illetve Celsius-fokban!

c) Igaz-e az alábbi állítás?

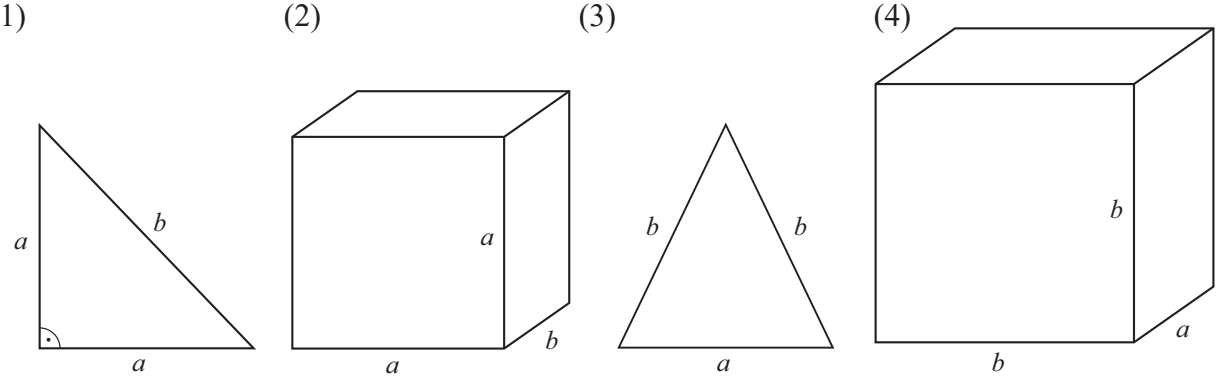
„Amelyik bolygó távolabb van a Naptól, annak alacsonyabb a felszíni hőmérséklete.”



@ Mi a magyarázata annak, hogy a Merkúr felszínén alacsonyabb az átlaghőmérséklet, mint a Vénuszon, pedig közelebb van a Naphoz?

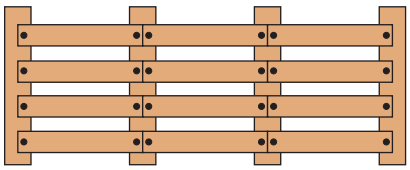
2. Keresd a párját! Az ábrán látható háromszögekhez, illetve téglatestekhez melyik betűs kifejezés tartozik? Válaszodat indokold!

(1) (2) (3) (4)



A) $4 \cdot a + 8 \cdot b$ *B)* $a + 2 \cdot b$ *C)* $8 \cdot a + 4 \cdot b$ *D)* $2 \cdot a + b$

3. Ilyen oszlopokat és léceket kell rendelnünk az asztalostól egy kerítéshez.



a) Hány léc kell egy kerítéshez, ha 2, 3, 4, 5, 6, …, n oszlop van? Folytasd a táblázat kitöltését!

Az oszlopok száma (n)	2	3	4	5	6	…	n
A közök száma (k)	1						
A lécek száma (l)	$1 \cdot 4 = 4$						

b) Írd fel képlettel az oszlopok és a lécek száma közötti összefüggést!

c) Hány oszlop van, ha 160 lécet használtak fel a kerítés elkészítéséhez?



4. A taxik díjszabása eltér egymástól az ország különböző településein. Egy budapesti és egy vidéki taxitársaság 2021. évi díjszabását adtuk meg a táblázatban:

tarifa	alapdíj (Ft)	várakozási percdíj (Ft /perc)	kilométerdíj (Ft /km)
taxitársaság Budapest belterületén	700	75	300
taxitársaság Pécs belterületén	495	65	310

a) Mennyit fizet János, ha 10 km-t utazik taxival Budapesten, és mennyit fizet ugyanezért Pécsen? Mindkét esetben 15 percet vár rá a taxi.

b) Mennyit fizet Kata, ha 25 km-t utazik taxival Budapesten, és mennyit fizet ugyanezért Pécsen? Mindkét esetben 10 percet vár rá a taxi.

c) Magyarország két legtávolabbi pontja között (Felsőszölnök–Garbolc) közúton közel 600 km a távolság. Mennyit fizetnénk, ha a táblázatban szereplő fővárosi taxitarifával tennénk meg a 600 km-es távolságot? Ilyen esetben a visszautat is meg kell fizetni, és nincs várakozási idő. Becsülj! Számolj!

5. *a)* Egy mosodában ki kell cseréltetni a régi csaptelepeket. Két szerelő árajánlata a következő: Áron mester nem kér kiszállási díjat. A csaptelepek kicseréléséért 11 000 Ft-ot számol fel darabonként. Bódog mester 4000 Ft kiszállási díjat és csaponként 10 000 Ft-ot számol fel. Melyik mester ajánlatát gazdaságosabb elfogadni, ha

A) 2 *B)* 4 *C)* 14 *D)* 40 csaptelepet kell kicserélni?

Töltsd ki a táblázatot!

Csaptelepek száma (db)		2	4	14	40
Ennyit kell fizetni (Ft)	Áron mesternek				
	Bódog mesternek				
Kinek az ajánlatát gazdaságosabb elfogadni?					

b) A vízcsepp mérete nem állandó, ezért pontosan nem tudjuk megadni 1 csepp víz térfogatát. Egy átlagos vízcsepp térfogatának becsült értéke körülbelül 0,2 cm^3. A feladatban ezzel az értékkel számoljatok! Egy csöpögő vízcsapból 1 perc alatt 20 vízcsepp pottyan a lefolyóba. 24 óra alatt hány liter víz megy veszendőbe?

c) A gyerekek megadták betűs kifejezésekkel, hogy a *b)* feladatban szereplő csappal megegyező módon csöpögő x db csapból y év alatt mennyi tiszta víz megy kárba. Melyik betűs kifejezés helyes? Több helyes válasz is lehetséges.

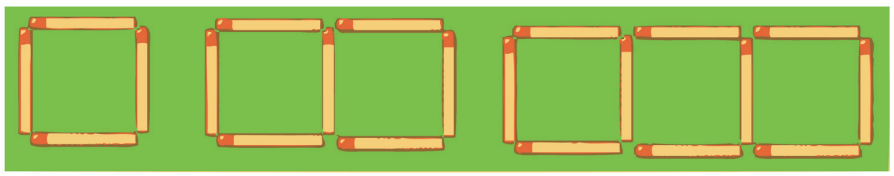
A) $5{,}76 \cdot x \cdot 365 \cdot y$ liter *B)* $\approx 21 \cdot x \cdot y$ hl *C)* $\approx 210 \cdot x \cdot y$ dm^3

@ A Víz Világnapjának ötlete az ENSZ által 1992-ben szervezett Környezet és Fejlődés konferencián merült fel Rio de Janeiroban. Először egy évvel később, 1993-ban tartották meg. Az év melyik napján van a Víz Világnapja?



6. Gyufaszálakból építettük meg egy sorozat első három tagját. A sorozat minden tagjának 1 gyufányi a magassága. Az első tag területe 1 egység. Minden további „gyufatéglalap” területe 1-gyel nagyobb a közvetlenül előtte lévőénél.

1. elem 2. elem 3. elem



…

Azt vizsgáljuk, hogy milyen összefüggés van a „gyufatéglalapok” sorszáma, és a megépítésükhöz szükséges gyufaszálak száma között. A táblázatban n-nel jelöljük a téglalapok sorszámát és Gn-nel a megépítésükhöz szükséges gyufaszálak számát.

a) Töltsd ki a táblázatot!

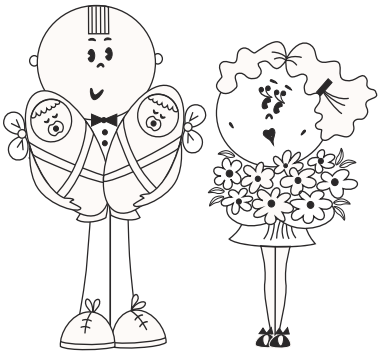
n	1	2	3	4	5	6	7	…	16
Gn	4								

b) Melyik betűs kifejezés írja le helyesen az összefüggést a „gyufatéglalapok” sorszáma (n) és a megépítésükhöz szükséges gyufaszálak száma (Gn) között? Több helyes válasz is lehetséges!

A) $Gn = 4 \cdot n$ *B)* $Gn = 4 \cdot n - 1$ *C)* $Gn = 4 + 3 \cdot (n - 1)$ *D)* $Gn = 3 \cdot n + 1$

c) Hány gyufaszál szükséges a sorozat 100. tagjának megépítéséhez? _____

7. Egy kutatócsoport a gyermekek várható felnőttkori magasságának előrejelzésére készített két képletet. A számításhoz a gyermek szüleinek magasságára van szükség. Jelöljük a-val az apa magasságát, m-mel az anya magasságát centiméterben mérve!
A fiúgyermek várható magassága: $f = \{a + (m + 13)\} : 2$
A leánygyermek várható magassága: $l = \{(a - 13) + m\} : 2$



a) Számítsd ki Bence és Gréta várható felnőttkori magasságát, ha édesapjuk magassága 185 cm, édesanyjuké 168 cm!

b) Számítsd ki a saját várható felnőttkori magasságodat!

8. A gyerekek kieséses pingpongbajnokságot játszanak. Először párba sorolják a versenyzőket. Az első fordulónak akkor van vége, ha minden párnál eldőlt, ki a győztes. Döntetlen játszma nincs. A második fordulóban újra párokat sorsolnak. Ha valakinek nem jut pár, akkor játék nélkül jut a következő fordulóba.

a) Hány játékos esetén lehetséges, hogy minden fordulóban továbbjut valaki játék nélkül?

b) Hogyan függ a fordulók (f) száma a résztvevők (r) számától?

c) Hogyan függ a játszmák (j) száma a résztvevők (r) számától?

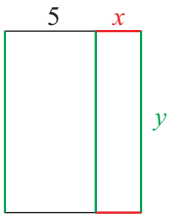
Folytasd a táblázat kitöltését!

Résztvevők (r)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…	r
Fordulók (f)	1	2									
Játszmák (j)	1	2									

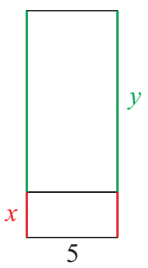
A műveletek kapcsolatai

9. Mindegyik ábrán egy nagyobb téglalapot raktunk ki kisebb téglalapokból. A nagy téglalapok területét a kisebb téglalapok területének összegeként adtuk meg egy-egy betűs kifejezéssel. Melyik a „kakukktojás”?

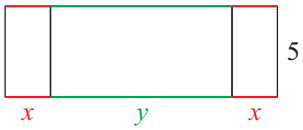
a)



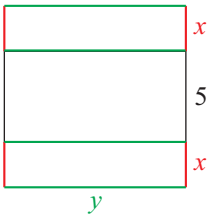
b)



c)



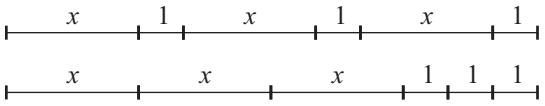
d)



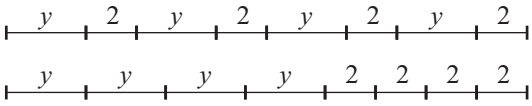
A) $5 \cdot x + 5 \cdot y$ *B)* $10 \cdot x + 5 \cdot y$ *C)* $5 \cdot x + 10 \cdot y$ *D)* $y \cdot x + 5 \cdot y$ *E)* $5 \cdot y + 2 \cdot x \cdot y$

10. Add meg a szakaszok hosszát összeg és szorzat alakban is!

a)



b)



11. A műveletek tulajdonságait és kapcsolatait vizsgáltuk. Írtunk konkrét példákat, a törvényszerűségeket megfogalmaztuk szavakkal is, és felírtuk betűs kifejezésekkel is. Milyen színű cédula illik a bekarikázott betűk helyére? Milyen színű cédula nem illik egyik helyre sem?

A konkrét példa	Az összefüggés	
	szavakkal megfogalmazva	betűs kifejezéssel leírva
$18:3:2=18:(3\cdot 2)$	(A)	(B)
(C)	A szorzatnak csak az egyik tényezőjét kell elosztani az osztóval.	(D)
(E)	(F)	$(a+b):c=a:c+b:c$ $c\neq 0$
$\frac{18}{3:2}=18:(3:2)$	(G)	(H)

$a\cdot x+b\cdot x=(a+b)\cdot x$

Ha az osztásjel után zárójelbe írt szorzat szerepel, akkor a zárójel felbontásakor a zárójelben lévő szorzásjelet osztásjelre kell cserélni.

A törtvonal zárójelet is helyettesíthet.

$\frac{a\cdot b}{c}=\frac{a}{c}\cdot b=a\cdot\frac{b}{c}\quad c\neq 0$

$\frac{a}{b:c}=a:(b:c)\quad b,c\neq 0$

$\frac{36\cdot 15}{3}=\frac{36}{3}\cdot 15=36\cdot\frac{15}{3}$

$a:b:c=a:(b\cdot c)$
$b,c\neq 0$

Összeget tagonként is lehet osztani.

$(8{,}4+0{,}12):4=$
$=8{,}4:4+0{,}12:4$

12. *A)* Végezd el a kijelölt szorzásokat!

a) $4\cdot(a+1)$ *b)* $3\cdot(b-2)$ *c)* $4\cdot(1-c)$ *d)* $2\cdot(5-2\cdot d)$

e) $(2\cdot e-3)\cdot 4$ *f)* $(5-4\cdot f)\cdot 3$ *g)* $(8+4\cdot g)\cdot(-2)$ *h)* $0{,}5\cdot(5-4\cdot h)$

B) Add meg az összegeket szorzat alakban!

a) $5\cdot x+5\cdot 3$ *b)* $6\cdot x+18$ *c)* $6\cdot x-9\cdot 4$ *d)* $3\cdot x-18$

e) $-4\cdot x+16$ *f)* $-8+6\cdot x$ *g)* $-9-3\cdot x$ *h)* $-21-7\cdot x$

13. Fejezd ki x segítségével a kérdezett mennyiségeket!

a) Egy futó tömege edzés előtt 68 kg volt. Az edzés alatt x kg-ot fogyott. Mennyi lett a tömege edzés után?

b) Bolyai Farkas 27 évvel volt idősebb fiánál, a világhírű matematikus Jánosnál. Hány éves volt Bolyai János, amikor édesapja x éves volt?

c) A Zala folyó közepes vízhozama x m^3 másodpercenként. Az árvízi hozam ennek 20-szorosa. Hány m^3 az árvízi hozam másodpercenként?

d) Az Aggtelektől Jósvafőig tartó hosszú túra x km-rel hosszabb, mint a rövid túra. A két túra együttes hossza 8 km. Milyen hosszú a rövid túra?

e) Egy tyúkudvarban tyúkok és kakasok vannak. A kakasok száma x, a tyúkoké 7-szer ennyi. Hány tyúk van?

f) Egy kocka élvázának hossza x m. Mekkora egy éle?

g) Egy derékszögű háromszög egyik hegyesszöge x fok. Hány fokos a másik hegyesszöge?

h) Egy téglatest egyik éle x cm, a másik kettő 4 cm, illetve 5 cm. Mekkora az élvázának hossza?

i) A Balatont átúszó versenyen idén x úszó indult. Az indulók huszada feladta, nem tudott úszva átjutni a túlpartra. Hányan győzték le a távolságot, hányan nem?



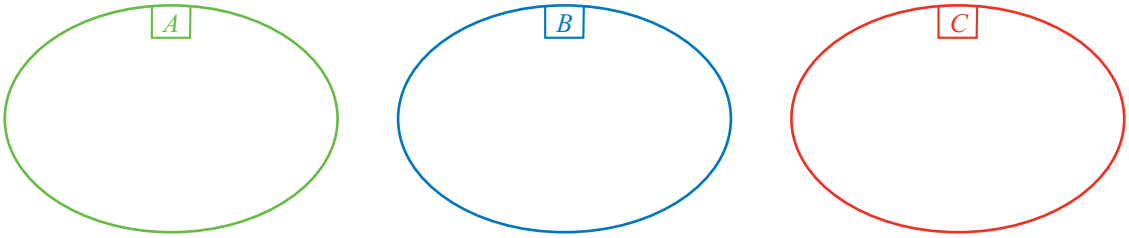
Bolyai Farkas (1775 – 1856)

@ Bolyai János melyik város egyetemén barátkozott össze korának egyik legnagyobb matematikusával, Karl Friedrich Gauss-szal (ejtsd: karl fridrih gausz)?

14. Melyik egyenlőség melyik halmazba tartozik? Írd be az egyenlőségek betűjelét a megfelelő halmazba!

a) $2x-5=-5+2x$ *b)* $x-(5+x)=x-5+x$ *c)* $(x+4)\cdot 2+3=2x+7$

d) $\frac{40x}{5\cdot 2}=4x$ *e)* $\frac{10x+5}{2}=5x+5$ *f)* $(x+4x)\cdot x=5x$



A = {Minden szám igazzá teszi az egyenlőséget.}

B = {Van olyan szám, amely igazzá teszi az egyenlőséget, de van olyan is, amelyik nem teszi igazzá.}

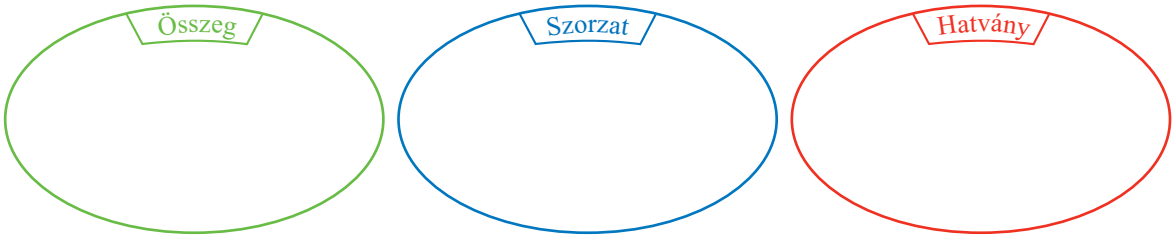
C = {Nincs olyan szám, amely igazzá teszi az egyenlőséget.}

15. *a)* Döntsd el, hogy az egyes műveletsorokban melyik műveletet kell utoljára elvégezni!

A) $40:5+3\cdot 4$ *B)* $(18+1):(3-4)$ *C)* $(6-2)^2-3\cdot 2$ *D)* $-7-2\cdot 3$

E) $2\cdot 8-6^2$ *F)* $3\cdot(5+2)^2$ *G)* $(3\cdot 5+2)^2$ *H)* $8^2:2^3$

b) Melyik számkifejezés melyik halmazba tartozik? Írd be a számkifejezések betűjelét a megfelelő halmazba!

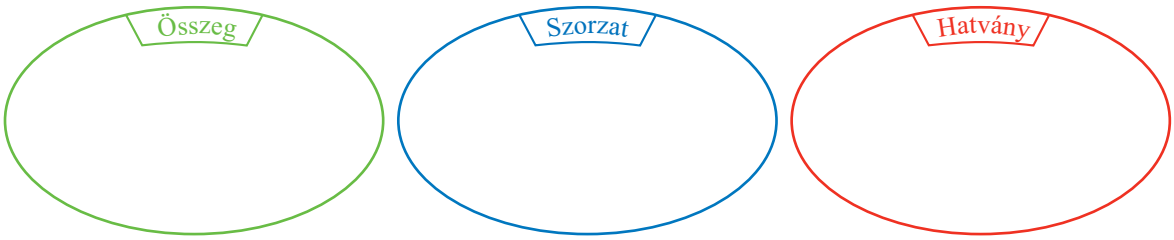


16. *a)* Döntsd el, hogy az alábbi műveletsorokban melyik műveletet kell utoljára elvégezni!

A) $a:3-a\cdot 2$ *B)* $(6-a)\cdot(a+1)$ *C)* $(6-a)^2-3\cdot a$ *D)* $-a+2\cdot a$

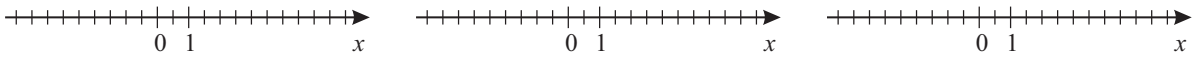
E) $5+2\cdot a^2$ *F)* $(a+2)^2\cdot 3$ *G)* $(2+a:2)^2$ *H)* $a^2:3^2$

b) Melyik betűs kifejezés melyik halmazba tartozik? Írd be a kifejezések betűjelét a megfelelő halmazba!

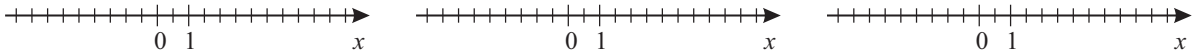


17. Színezd pirossal a számegyenesnek azokat a pontjait, amelyekre a megadott kifejezés értéke pozitív; kékkel azokat, amelyekre negatív; feketével azokat, amelyekre 0; zölddel azokat, amelyekre a kifejezések nem értelmezhetők!

a) $x+5$ *b)* $2x-1$ *c)* $-x$



d) $\frac{1}{x}$ *e)* x^2 *f)* $|x-2|$



18. Fejezd ki x segítségével a kérdezett mennyiségeket!



a) A 2020-as tokiói olimpiai játékokon négy új sportágban indulhattak a versenyzők: gördeszka, hullámlovaglás, BMX kerékpározás és sportmászás. A 13 éves Nisija Momidzsi japán lány lett az utcai gördeszkázás olimpiai bajnoka. A hetedikesek körében végzett szavazás szerint a négy új sportág közül a gyerekek $\frac{1}{4}$ részének a gördeszkázás, a többiek $\frac{2}{3}$-ának a hullámlovaglás tetszett legjobban. A maradék szavazók felének a BMX kerékpáros verseny nyerte el legjobban a tetszését. A gyerekek mekkora részének tetszettek az egyes új sportágak a legjobban? Add meg betűs kifejezésekkel! Jelölje x a hetedikesek létszámát!

b) Egy egyenlő szárú háromszög egyik oldala 3 cm-rel hosszabb, mint egy másik. Mekkorák a háromszög oldalai? Jelölje x a legrövidebb oldal hosszát!

c) Öt egymást követő páratlan szám összege x. Melyik a legkisebb az öt szám közül?

d) Egy „kutyástalálkozón” csak a kutyák és a gazdáik gyűltek össze. Az állatok és az emberek száma így 300 volt. Összesen hány lábuk volt a résztvevőknek, ha x jelöli a kutyák számát?

19. A rajzokról leolvasható szabály szerint tovább építhetjük ezeket az építményeket. Az építmények valamilyen mennyiségéről írtunk betűs kifejezéseket.

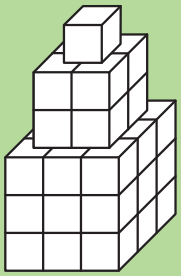
Melyik kifejezés tartozik az egyes építményekhez, és mit lehet azokkal kiszámítani, ha n-nel jelöljük a legalsó sorban levő kockák számát?

A)



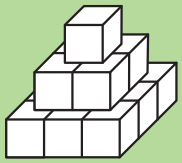
$a = 1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2$

B)



$b = (1 + 2 + 3 + \ldots + n) \cdot 3$

C)



$c = 1 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3$

Betűs kifejezések sokféle alakban, egynemű betűs kifejezések összevonása, helyettesítési értékek kiszámítása

20. Bolyai János (1802 – 1860) születési dátumával játszottak a gyerekek. Melyik felírás hibás?

$1 \cdot 8 \cdot 0 \cdot 2 = 0$ $\quad$ $1 + 8 \cdot 0 : 2 = 1$ $\quad$ $1 \cdot 8 : 0 + 2 = 2$

$1 + 8 \cdot 0 + 2 = 3$ $\quad$ $(1 \cdot 8 + 0) : 2 = 4$ $\quad$ $1 + (8 + 0) : 2 = 5$

Folytasd, amíg tudod!

21. *a)* Betűs kifejezésekkel különböző alakokban írtuk le a meghatározásokat. Melyik **nem** helyes? Karikázd be!

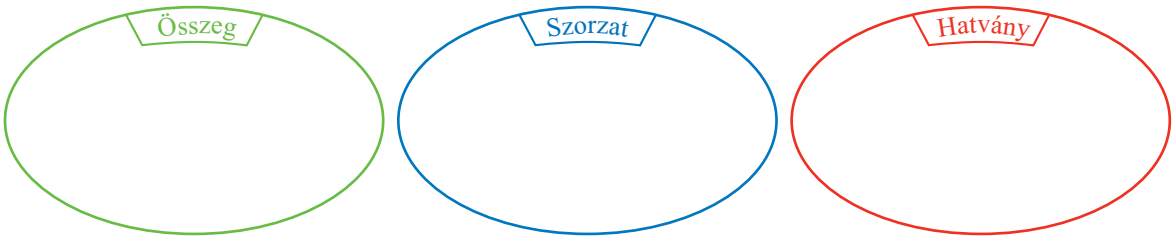
	A	*B*	*C*	*D*
Az a szám $\frac{2}{5}$-e	$a : \frac{2}{5}$	$a : 5 \cdot 2$	$\frac{4}{10} \cdot a$	$a \cdot 0{,}4$
A b szám 4-szerese	$b + b + b + b$	$3 \cdot b + b$	$9 \cdot b - 5 \cdot b$	$6 \cdot b - 2$
A c szám az 1,5-szeresével növelve	$c + 1{,}5 \cdot c$	$c + 1{,}5$	$c + c + \frac{1}{2} \cdot c$	$\frac{5}{2} \cdot c$
A d szám 1,5-del növelve	$d + 1{,}5$	$2{,}5 \cdot d$	$\frac{3}{2} + d$	$\frac{2 \cdot d + 3}{2}$

b) A táblázat fehér mezőiben lévő betűs kifejezések közül színezd rózsaszínnel az összegeket, különbségeket, kékkel a szorzatokat, hányadosokat!

22. *a)* Melyik betűs kifejezés melyik halmazba tartozik? Írd be a kifejezések betűjelét a megfelelő halmazba!

A) $4 \cdot a$ $\quad$ *B)* $2 \cdot a + 2 \cdot b$ $\quad$ *C)* $a \cdot b$ $\quad$ *D)* $a \cdot a : 2$

E) a^2 $\quad$ *F)* $6 \cdot a^2$ $\quad$ *G)* $a - a^2$ $\quad$ *H)* $(a - 1)^2$



b) Egészítsd ki a mondatokat!

Egytagúnak nevezzük a kifejezést, ha az utolsó művelet _____

Többtagúnak nevezzük a kifejezést, ha az utolsó művelet _____

c) Karikázd be az egytagú betűs kifejezések betűjelét!

23. Tegyél ki műveleti jeleket és zárójeleket úgy, hogy igaz legyen az egyenlőség!

a)	a	a	a	a	a	$=5\cdot a$
b)	a	a	a	b	b	$=3\cdot a+2\cdot b$
c)	c	b	b	c	c	$=3\cdot c-2\cdot b$
d)	d	d	d	d	$=-4\cdot d$	
e)	d	d	e	e	e	$=-2\cdot d-3\cdot e$
f)	f	f	f	f	$=f^4$	
g)	g	g	h	h	$=g^2-2\cdot h$	
h)	i	h	i	h	$=(i\cdot h)^2$	

24. *a)* Színezd pirossal az alábbi egytagú betűs kifejezések együtthatóját! Ha szükséges, írd fel a kifejezést kéttényezős szorzatalakban!

$3\cdot x$	$\frac{3}{2}\cdot y$	$-8\cdot x^2$	$a\cdot 1{,}7$	$1\cdot b^2$	$-\frac{4}{5}\cdot x$	$0{,}1\cdot x$	$-1{,}4\cdot x^2$	y	$-x^2$

b) Színezd kékkel a $3\cdot x$ kifejezéssel egyneműeket!

c) Melyik egynemű a $-8\cdot x^2$ kifejezéssel?

d) Melyik egynemű a $\frac{3}{2}\cdot y$ kifejezéssel?

Írj még egy-egy olyan betűs kifejezést, amelyik egynemű ezekkel! _____

25. Add meg az egytagú betűs kifejezések együtthatóját! Ahol szükséges, írd fel az egytagú betűs kifejezést szorzatalakban úgy, hogy az egyik tényezője egy számszorzó legyen, a szorzat többi tényezője pedig változó!

x^2; $\frac{3}{2}\cdot y$; $\frac{4x}{3}$; y^2; $-x$; $-\frac{1}{2}x$; $-0{,}4x^2y$

26. A **padtársaddal** írjatok a megadottakkal egynemű 3-3 betűs kifejezést!

$5\cdot x$; $2\cdot y$; $3xy$; $(xy)^2$; $\frac{x^2}{2}$

27. Melyik **nem** egynemű a színes keretben lévő kifejezéssel? Karikázd be!

A) -4 $2;$ $-3;$ $x;$ $-\frac{5}{2};$ $0;$ $-4\cdot y;$ $0{,}231$

B) $8\cdot a$ $5\cdot a;$ $\frac{a}{5};$ $a\cdot b;$ $-a;$ $\frac{3}{4};$ $a:0{,}4$

C) $8\cdot a\cdot b$ $a\cdot b;$ $\frac{b\cdot a}{5};$ $\frac{a}{2}\cdot\frac{b}{4};$ $b\cdot 7\cdot\frac{1}{a}$

28. Az egynemű tagok összevonásával írd fel egyszerűbb alakban a betűs kifejezéseket!

a) $8\cdot a+3\cdot a-2\cdot a+a=$ *b)* $9\cdot b-2\cdot b-5\cdot b+4\cdot b-6\cdot b=$

c) $12\cdot c-4\cdot c-7\cdot c-5\cdot c=$ *d)* $-7\cdot d+4\cdot d-d+10\cdot d+d=$

29. Az egynemű tagok összevonásával írd fel egyszerűbb alakban a betűs kifejezéseket!

a) $4\cdot x+3\cdot x-5-2\cdot x+9=$ *b)* $10-6\cdot y-2\cdot y-5+4\cdot y=$

c) $18\cdot z+4-6\cdot z-8+9\cdot z-5=$ *d)* $-7-4\cdot k+10-k-3=$

30. A **padtársaddal** mind a három betűs kifejezésbe helyettesítsétek be a számegyeneseken látható számokat! A helyettesítési értéküktől függően színezzétek ki azokat a jelölésnek megfelelő módon:

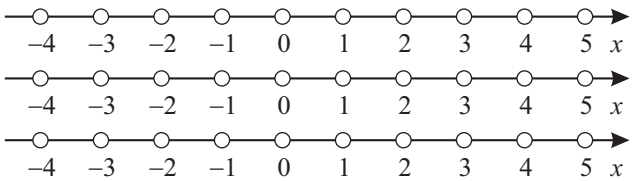


negatív **nulla** **pozitív**

A) $4\cdot x-(4+2\cdot x)$

B) $4\cdot x-(2\cdot x-4)$

C) $4\cdot x-2\cdot(x+4)$



31. Egy 54 cm kerületű egyenlő szárú háromszög egyik oldala 3 cm-rel hosszabb, mint egy másik. Mekkorák a háromszög oldalai?

32. Betűs kifejezéseket adtunk meg, és minden esetben megadtuk az x változó értékét. Határozd meg a helyettesítési értékékeket, és írd be a keresztrejtvény megfelelő sorába, illetve oszlopába!

Ha helyesen számolsz, Kőnig Gyula híres magyar matematikus születési évszámát kapod meg az első sorban.

Vízszintes:

a) Kőnig Gyula matematikus születési évszáma

e) $(x+1)\cdot 11,$ $x=8$

f) $10x+x,$ $x=7$

g) $x^3+13,$ $x=4$

i) $x(x+1),$ $x=7$

j) $5{,}9\cdot 10^x,$ $x=3$

Függőleges:

a) $4x-1,$ $x=5$

b) $(x+1)\cdot 9+8,$ $x=8$

c) $x^2-2,$ $x=7$

d) $(x-1)^2-2x,$ $x=12$

h) $(x-3)^2-(2x-5),$ $x=13$

i) $2^x-2(x+1),$ $x=6$

a	*b*	*c*	*d*
e		*f*	
g	*h*	*i*	
j			

@ Ki alapította a Kőnig Gyuláról elnevezett emlékdíjat, amely hosszú ideig a kiváló matematikai kutatók, illetve munkáik jutalmazását szolgálta?



Kőnig Gyula (1849 – 1913)

33. Végezd el az összevonásokat! Az összevonás helyességét vizsgáld meg egy konkrét esetben az eredeti és az új kifejezés helyettesítési értékének kiszámításával!

a) $6\cdot x-(8+3\cdot x-4)=$ $x=0$

b) $10\cdot x-(3\cdot x-5)-4\cdot x+5=$ $x=1$

c) $(6\cdot x-4)+(5+13\cdot x)-9\cdot x=$ $x=-1$

d) $(6\cdot x-2)-(4\cdot x+5)-(7-2\cdot x)=$ $x=0{,}1$

e) $(3\cdot x-8)-(5\cdot x+2\cdot y)-(6-4\cdot y)=$ $x=2,\ \ y=-2$

f) $(3\cdot x+2\cdot x\cdot y)-(x\cdot y+5\cdot y)-(4\cdot y-2\cdot x)=$ $x=0{,}5,\ \ y=-2$

34. *a)* Melyik **nem** a $9-4\cdot(x-3)$ kifejezés azonos átalakítása? Karikázd be!

A) $9-(4\cdot x-3\cdot 4)$ *B)* $9-4\cdot x-12$

C) $9-4\cdot x+12$ *D)* $21-4\cdot x$

b) Melyik a $6\cdot(x+1)-4\cdot(x-1)$ kifejezés azonos átalakítása? Karikázd be!

A) $6\cdot x+6\cdot 1-4\cdot x-4\cdot 1$ *B)* $6\cdot x+6-4\cdot x+4$

C) $2\cdot x+10$ *D)* $2\cdot x+2$

35. Párosítsd a mondatokat a megfelelő betűs kifejezésekkel!

A) Két szám felének összege. *B)* Két szám összegének négyzete.

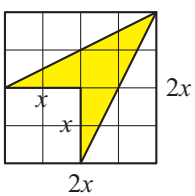
C) Két szám négyzetének összege. *D)* Két szám összegének fele.

E) Két szám szorzatának és hányadosának összege.

a) $\dfrac{x+y}{2}$ *b)* $x\cdot y+\dfrac{x}{y}$ *c)* x^2+y^2 *d)* $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2}$ *e)* $(x+y)^2$

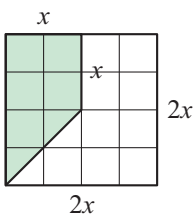
36. Írd fel a színezett síkidomok területét többféleképpen betűs kifejezésekkel! Számítsd ki a területüket a megadott méretekkel!

a)



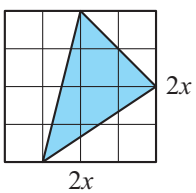
$x=3$

b)



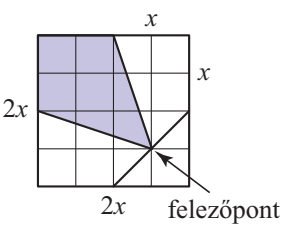
$x=0{,}8$

c)



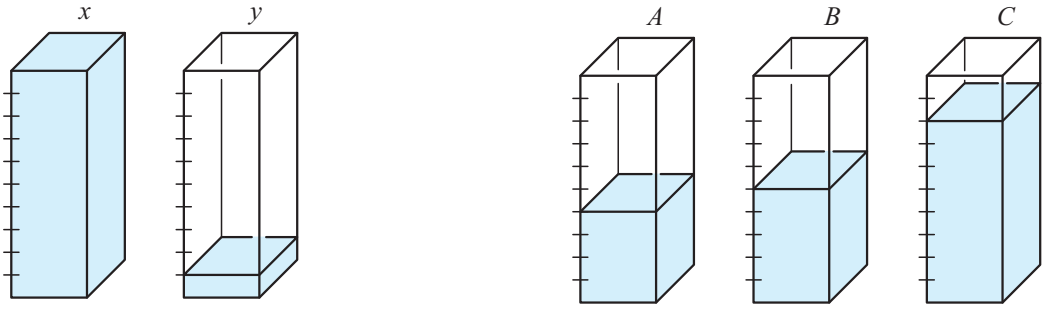
$x=\dfrac{5}{2}$

d)



$x=16$

37. *a)* Az első, vízzel teli edényben lévő víz mennyiségét jelöljük x-szel! Fejezd ki x-szel az A, a B és a C edényben lévő víz mennyiségét! Az így kapott kifejezéseket írd be a táblázat első sorába!



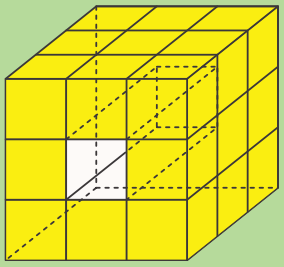
b) A második edényben lévő víz mennyiségét jelöljük y-nal! Fejezd ki y-nal az A, a B és a C edényben lévő víz mennyiségét! Az így kapott betűs kifejezéseket írd be a táblázat második sorába!

	A	B	C
a) Az edényben lévő folyadék mennyisége x-szel kifejezve:			
b) Az edényben lévő folyadék mennyisége y-nal kifejezve:			

c) Az első, vízzel teli edény űrtartalmát jelöli x. Kösd össze a mondatokat a megfelelő betűs kifejezésekkel!

Az A és a B edényben lévő folyadékot összeöntjük.	$\frac{3}{5}\cdot x$
A C edényben lévő folyadék negyedét kiöntjük.	$\frac{17}{10}\cdot x$
Az A, a B és a C edényben lévő folyadékot összeöntjük.	$\frac{9}{10}\cdot x$

38. Egy belül fehér kockát bemártottunk sárga festékbe, majd száradás után az ábrán látható módon átfúrtuk.

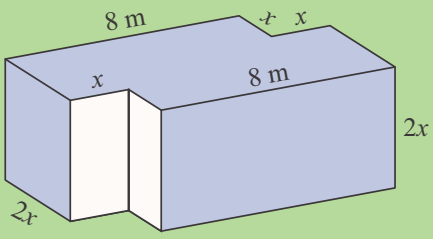


a) Add meg betűs kifejezéssel a sárga lapok területének összegét, ha x jelöli az eredeti kocka egy élét!

b) Számítsd ki a sárga lapok területét, ha $x = 6$ cm!

c) Hányszorosa a sárga lapok területe a fehér lapok területének?

39. Egy kívül lila téglatestből az ábrán látható módon kivágtunk két egybevágó hasábot.



Írd fel betűs kifejezéssel az így kapott lila lapok területének összegét!

Az $x = 2$ m érték behelyettesítésével számítsd ki a lila lapok területének összegét!

Egyenletek megoldása lebontogatással

40. Írj a feladat szövegének megfelelő egyenletet, oldd meg, majd ellenőrizd a megoldásodat!

a) Mihez kell 15-öt adni, hogy (-2)-t kapjunk?

b) Két szám összege 4, az egyik szám 6, mi a másik?

c) Mennyit kell hozzáadni (-16)-hoz, hogy 10 legyen az összeg?

d) Mennyit kell hozzáadni (-8)-hoz, hogy (-11) legyen az összeg ?

e) Melyik szám 5,5-szerese a (-11)?

f) Melyik szám 3-szorosa az $\frac{1}{3}$?

g) Melyik szám harmada az $\frac{5}{4}$?

h) Melyik szám $\frac{2}{3}$-a az 5?

41. Lehetőleg fejben oldd meg az egyenleteket! Számológéppel ellenőrizz!

a) $4{,}8 + a = 2{,}4$ *b)* $b - 18{,}4 = 30$ *c)* $c - 2{,}2 = 0$ *d)* $18 - d = -3$

e) $-6 - e = 4$ *f)* $\frac{5}{4} + f = \frac{11}{12}$ *g)* $\frac{3}{8} - g = \frac{1}{4}$ *h)* $h - 0{,}8 = -1{,}5$

42. Lehetőleg fejben oldd meg az egyenleteket! Számológéppel ellenőrizz!

a) $a \cdot 5 = 2{,}5$ *b)* $b \cdot (-30) = 15$ *c)* $1{,}2 \cdot c = 3{,}6$ *d)* $-0{,}01 \cdot d = 0{,}1$

e) $e \cdot 2{,}5 = 0$ *f)* $\frac{5}{6} \cdot f = -1$ *g)* $-5 \cdot g = \frac{15}{4}$ *h)* $-3 \cdot h = -9$

i) $\frac{7}{4} : i = \frac{7}{2}$ *j)* $\frac{5}{3} : j = \frac{1}{3}$ *k)* $k : 0{,}25 = \frac{5}{4}$ *l)* $3{,}2 : l = -0{,}8$

43. *a)* Mely számok teszik igazzá a következő egyenleteket az egyes alaphalmazokon? Írd be a számokat a táblázat megfelelő mezőjébe!

Egyenlet \ Alaphalmaz	A 60 páros osztóinak halmaza	Természetes számok halmaza	Negatív egészek halmaza	Racionális számok halmaza
$36 + 4 \cdot x = 80$				
$3 \cdot x - 6{,}7 = -10$				
$-32{,}5 : x + 2 = 4\frac{1}{2}$				
$\frac{7}{4} : x + 0{,}125 = 1$				

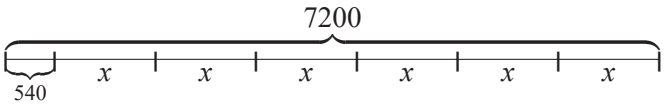
b) Van-e olyan alaphalmaz a fentiek között, amelynek eleme a $36 + 4 \cdot x = 80$ egyenletet igazzá tevő x szám? Ha igen, melyik az?

c) Van-e olyan alaphalmaz a fentiek között, amelynek eleme a $3 \cdot x - 6{,}7 = -10$ egyenletet igazzá tevő x szám? Ha igen, melyik az?

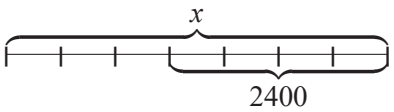
d) Van-e olyan alaphalmaz a fentiek között, amelynek nincs olyan eleme, ami igazzá teszi a $\frac{7}{4} : x + 0{,}125 = 1$ egyenletet? Ha igen, melyik az?

44. *a)* A **padtársaddal** írjatok a rajzokról egy-egy egyenletet! Oldjátok is meg azokat!

A)



B)



b) Találjatok ki olyan szöveges feladatot, amelynek a megoldásához ezek a rajzok készülhettek!

45. Oldd meg az egyenleteket!

a) $5 \cdot x - 2 = 20$ *b)* $\frac{5 \cdot x - 2}{2} = 20$ *c)* $\frac{5 \cdot x - 2}{2} - 8 = 20$

d) $9 \cdot x - 0{,}6 = 3{,}9$ *e)* $\frac{9 \cdot x - 0{,}6}{4} = 3{,}9$ *f)* $\frac{9 \cdot x - 0{,}6}{4} + 8{,}1 = 3{,}9$

46. Oldd meg az egyenleteket a természetes számok halmazán! Ellenőrizz!

a) $6x + 3x - 12 = 15$ *b)* $6x - 3x + 12 = 15$ *c)* $6x + 7 - 9x + 2x = 15$

d) $12x + (8x + 4) = 44$ *e)* $12x - (8x + 4) = 44$ *f)* $12x - (4 - 8x) = 44$

47. Oldd meg az egyenleteket az egész számok halmazán! Ellenőrizz!

a) $6x + 6 \cdot (x - 1) = 60$ *b)* $6x - 6 \cdot (x - 1) = 60$

c) $6x + 6 \cdot (2x - 1) = 60$ *d)* $6x - 6 \cdot (2x - 1) = 60$

48. Oldd meg az egyenleteket a racionális számok halmazán! Ellenőrizz!

a) $\frac{x}{4} + \frac{x}{3} = 12$ *b)* $\frac{3}{8}x + x = 77$ *c)* $\frac{6}{5}x + \frac{x}{2} = 1$

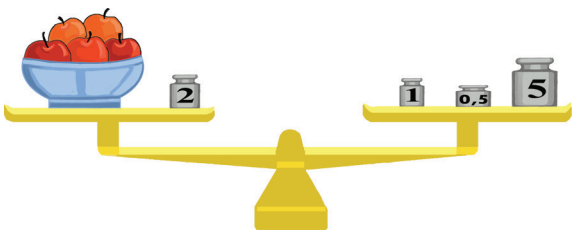
d) $\frac{3x}{2} - \frac{x}{3} + 2 = 30$ *e)* $1{,}5x - 4 + 0{,}6x = 8{,}6$ *f)* $\frac{5}{2}x + 5{,}2 - 1{,}3x = 0{,}4$

49. Az $\frac{1}{3}$ tört számlálójához és nevezőjéhez ugyanazt a számot adva a kapott tört az eredeti tört kétszerese lett. Melyik ez a szám?

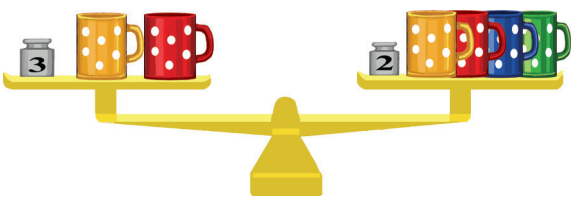
Egyenletek megoldása mérlegelvvel

50. A mérlegek egyensúlyban vannak. A jobb oldali mérlegen lévő bögrék tömege megegyező. A mérőtesteken csak a mérőszámuk szerepel, a mértékegységük kg. Írj a mérlegekről egyenleteket! Oldd is meg azokat, vagyis add meg a tárgyak tömegét az egyes esetekben!

a)

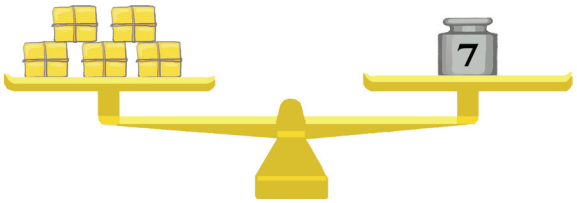


b)

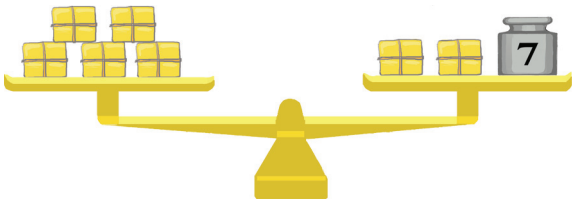


51. A mérlegek egyensúlyban vannak. Az ugyanazon a mérlegen lévő csomagok tömege megegyező. A mérőtesteken csak a mérőszámuk szerepel, a mértékegységük kg. Írj a mérlegekről egyenleteket, és oldd is meg azokat, vagyis add meg a csomagok tömegét az egyes esetekben!

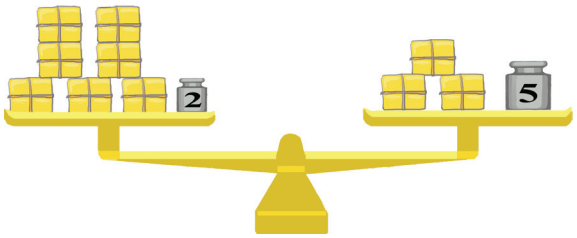
a)



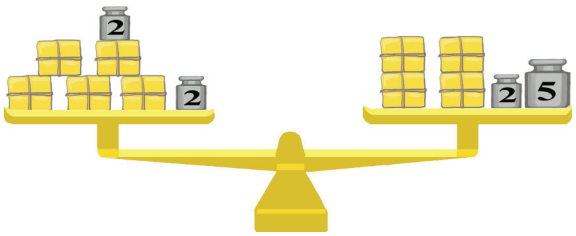
b)



c)

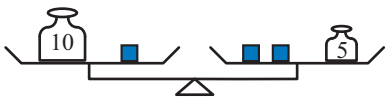


d)



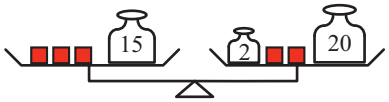
52. Egy-egy mérleg mindkét serpenyőjébe ugyanolyan kinézetű és tömegű tárgyakat tettünk. A mérlegek egyensúlyban vannak. A mérőtestekre a tömegük mérőszámát írtuk rá, mindegyik mértékegysége kg. Írj a mérlegekről egyenleteket! Oldd is meg azokat, vagyis add meg a színessel rajzolt testek tömegét!

a)



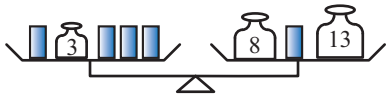
■ = _____

b)



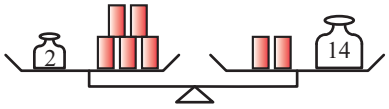
■ = _____

c)



▮ = _____

d)



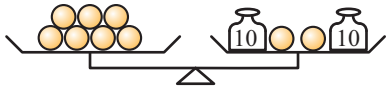
▮ = _____

e)



● = _____

f)



● = _____

53. Válaszd ki azokat az egyenleteket, amelyeket ugyanazok a számok tesznek igazzá, mint a sor elején állót! Karikázd be a megfelelő egyenletek betűjelét! Végezz ellenőrzést!

a)	$3 \cdot x = 6$	*A)* $3 \cdot x - 2 = 4$	*B)* $3 \cdot x + 2 = 10$	*C)* $4 \cdot x = 6 + x$
b)	$2 \cdot x = -4$	*A)* $6 \cdot x = 4 \cdot x - 4$	*B)* $4 \cdot x + 2 = 2 \cdot x - 2$	*C)* $10 \cdot x = -40$
c)	$5 \cdot x = 4{,}5$	*A)* $\frac{10 \cdot x + 9}{2} = \frac{15}{1{,}5}$	*B)* $6 \cdot x - 2{,}5 = x + 2{,}5$	*C)* $7 \cdot x - 0{,}7 = 2 \cdot x + 3{,}8$

54. Oldd meg az egyenleteket! Ellenőrizd a megoldásodat!

a) $3 \cdot x = 8 + x$ *b)* $4 \cdot x = 6 \cdot x + 2$ *c)* $5 \cdot x = 40 + x$

d) $4 \cdot x - 10 = 6 \cdot x$ *e)* $(-1) \cdot x - 14 = 6 \cdot x$ *f)* $(-2) \cdot x + 24 = (-5) \cdot x$

55. Oldd meg az egyenleteket! Ellenőrizd a megoldásodat!

a) $1+3\cdot x=9+x$ *b)* $4\cdot x-10=6\cdot x+2$ *c)* $7\cdot x+4=2\cdot x+40$

d) $-2+5\cdot x=-3\cdot x+6$ *e)* $3-x=13-3\cdot x$ *f)* $5\cdot x-30=20-3\cdot x$

56. Oldd meg az egyenleteket! Ellenőrizd a megoldásodat!

a) $10\cdot x-3\cdot x-5=10-8\cdot x$ *b)* $7+6\cdot x+2-7\cdot x=4\cdot x-6$

c) $6-5\cdot x=5\cdot x-4-2\cdot x$ *d)* $8\cdot x-7=13+2\cdot x-6-x$

57. Mi ér többet: 1 kg ötforintos vagy fél kg tízforintos, ha a tízforintos kicsivel nehezebb az ötforintosnál? Válaszodat indokold!

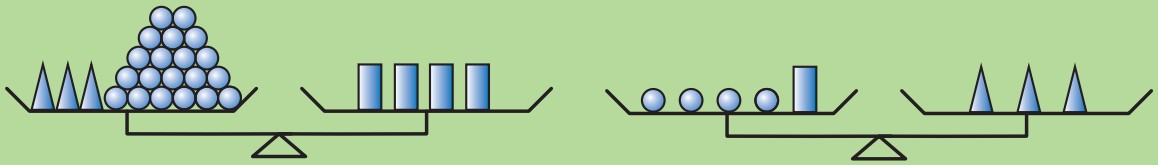
58. Írj egyenletet a feladat szövegének megfelelően, és oldd is meg azt! Ne feledkezz meg az ellenőrzésről!

a) Gondoltam egy számot, hozzáadtam az 5-szörösét, az összegből elvettem 14-et, így a gondolt szám 4-szeresénél 2-vel nagyobb számot kaptam. Melyik számra gondoltam?

b) Gondoltam egy számot, kivontam belőle a 4-szeresét, így a gondolt szám 7-szeresénél 120-szal kisebb számot kaptam. Melyik számra gondoltam?

c) Gondoltam egy számot, hozzáadtam az ellentettjének a 10-szeresét, így a gondolt számnál 150-nel nagyobb számot kaptam. Melyik számra gondoltam?

★ **59.** Mindkét mérleg egyensúlyban van.



a) Hány golyó tömegével egyenlő egy kúp tömege?

b) Hány golyó tömegével egyenlő egy henger tömege?

c) Hány kúp tömegével egyenlő egy henger tömege?

60. Hét teherautóval, amelyek teherbírása egyenként 3 tonna, 50 db kőtömböt szeretnénk elszállítani. A kövek rendre 370, 372, … , 468 kilogrammosak, azaz mindegyik 2 kilogrammal nehezebb a sorban előtte állónál. El lehet-e egy fordulóval szállítani a köveket?

Összetettebb egyenletek megoldása mérlegelvvel

61. Oldd meg az egyenleteket az egész számok halmazán! Ellenőrizd a megoldásodat!

a) $5\cdot(x-1)=3\cdot x+15$ *b)* $18\cdot x-9=3\cdot(6+x)$

c) $-3\cdot(x-6)=-2\cdot(2\cdot x-11)$ *d)* $2\cdot x+(x-1)=3\cdot(x+1)$

62. Oldd meg az egyenleteket! Ellenőrizd a megoldásodat!

a) $5\cdot(x-1)=3\cdot(x+1)+1$ *b)* $10-(6+2\cdot x)=4\cdot(2-x)$

c) $10\cdot x-(2\cdot x+3)=8\cdot x-3$ *d)* $25-10\cdot(3\cdot x-5)=60-15\cdot x$

63. Oldd meg az egyenleteket! Ellenőrizd a megoldásodat!

a) $4{,}2\cdot x-32{,}6=2{,}8\cdot x-36{,}8$

b) $3+2{,}25\cdot x+2{,}6=2\cdot x+5+0{,}4\cdot x$

c) $\frac{2\cdot x}{3}=x+1$

d) $\frac{3}{2}\cdot x+2=-4+3\cdot x$

e) $-2\cdot x-2=-\frac{1}{2}\cdot x+2$

f) $\frac{1}{3}\cdot x+4=\frac{x}{3}-2$

g) $\frac{2}{5}\cdot x-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}\cdot x+2$

h) $\frac{2}{5}\cdot x-\frac{1}{2}=4-\frac{3}{10}\cdot x+\frac{2}{5}$

64. Oldd meg az egyenleteket! Ellenőrizd a megoldásodat!

a) $2x-1=\frac{4x-2}{2}$

b) $\frac{3-x}{4}+\frac{2x-5}{6}=1$

c) $\frac{-x+3}{2}=-\frac{1}{2}x+1{,}5$

d) $\frac{x+2}{4}+3=\frac{5x-2}{2}$

65. Oldd meg az egyenleteket! Ellenőrizd a megoldásodat!

a) $2\cdot(3x-4)-4\cdot x=(-1)\cdot(x-7)$

b) $10\cdot x-(2\cdot x+3)=8\cdot x-3$

c) $60-5\cdot(5-3\cdot x)=10\cdot(3\cdot x-5)$

d) $11\cdot x=3\cdot(3\cdot x-1)-2\cdot(x+3)$

66. Oldd meg az egyenleteket! Ellenőrizd a megoldásodat!

a) $(-1)\cdot(x-2)+5x=4\cdot(-2-4x)$

b) $3\cdot(x-2)+2=-3\cdot(2-x)+x$

c) $2\cdot(2{,}5+x)-10{,}8=-3+10\cdot(x+1{,}4)$

d) $6x-3\cdot(4x+15)=2\cdot(-3x-22)-1$

67. Egy szám 14-gyel kisebb a másiknál. Az egyiket elosztjuk 10-zel, a másikat pedig 9-cel; az így kapott első hányados 1-gyel nagyobb a másodiknál. Melyek ezek a számok?

68. Két szám összege 120. Ha a kisebbik számot elosztjuk 4-gyel, a nagyobbat pedig 12-vel, a hányadosok összege 18 lesz. Melyik ez a két szám?

★

69. Mennyi $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$ pontos értéke, ha annyit tudunk, hogy $x-y=10$ és $x\cdot y=20$?

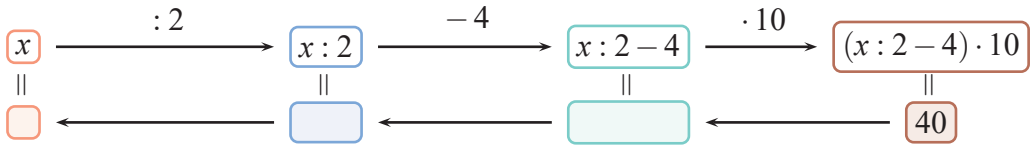
70. *a)* Hány papucs ér egy cipőt? *b)* Hány szandál ér egy cipőt?



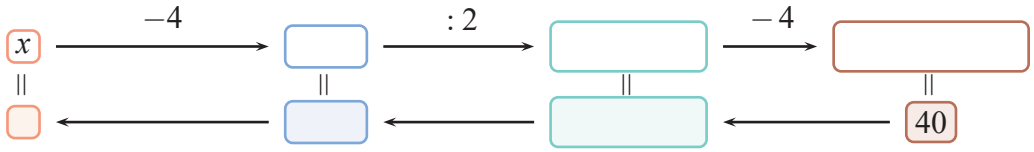
Szöveges feladatok megoldása

71. Írjatok a **padtársatokkal** megfelelő szöveget a folyamatábrákhoz! Oldjátok is meg azokat! Ellenőrizzétek a megoldásotokat!

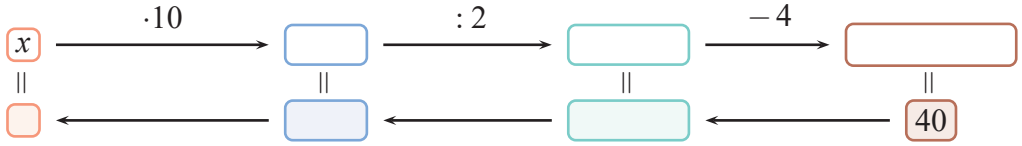
a)



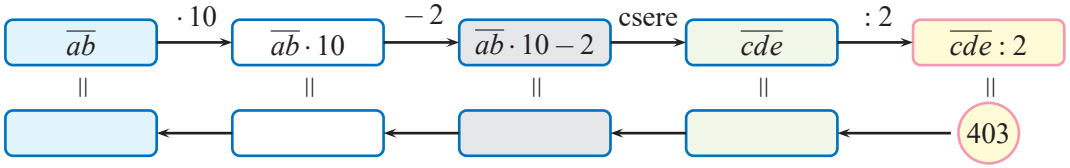
b)



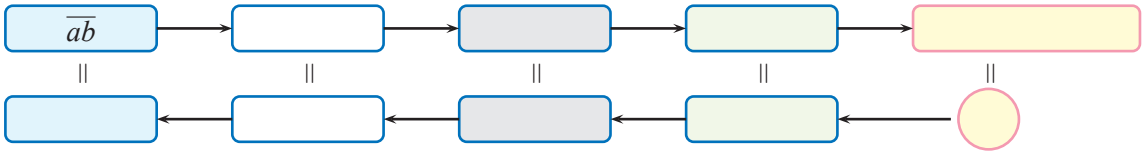
c)



72. *a)* Gondoltam egy kétjegyű számra. A szám tízszereséből elvettem 2-t. Az így kapott szám első és utolsó jegyét felcseréltem, majd ennek a felét vettem. Így 403-at kaptam eredményül. Melyik számra gondoltam? A folyamatábrával ellenőrizd a megoldásodat!



b) Gondoltam egy kétjegyű számra. Felcseréltem a számjegyeit, a kapott számból kivontam 4-et, majd ennek a századrészét vettem. A kapott számhoz 0,48-ot adtam, így 1-et kaptam eredményül. Melyik számra gondoltam? A folyamatábrával ellenőrizd a megoldásodat!



73. Válaszd ki a szövegnek megfelelő egyenletet! Oldd is meg azokat!

a) Gondoltam egy számot. Hozzáadtam a gondolt számnál 10-zel nagyobb számot. Az összeg felét vettem, így 8-at kaptam eredményül. Melyik ez a szám?

A) $x+(x+10):2=8$ *B)* $\frac{x+x+10}{2}=8$ *C)* $x+5=8$

b) Gondoltam egy számot. Hozzáadtam 4-et. Az összeg 2-szeresét vettem. Ebből elvettem 8-at, majd kivontam a gondolt számot. Eredményül -1-et kaptam. Melyik ez a szám?

A) $(x+4)\cdot 2-8-x=-1$ *B)* $2x+8-8-x=-1$ *C)* $x+4\cdot 2-8-x=-1$

c) Gondoltam egy számot, kivontam belőle 2-t. A különbséget megszoroztam 5-tel, ehhez 10-et adtam. Az összegből kivontam a gondolt szám 3-szorosát. Eredményül 1-et kaptam.

Melyik számra gondoltam?

A) $x-2\cdot 5+10-3x=1$ *B)* $2x=1$ *C)* $(x-2)\cdot 5+10-3\cdot x=1$

74. Az első osztályosok a kiserdei vadasparkba kirándultak. Az iskolából indultak, és 2 km-es gyaloglás után megálltak egy játszótéren. A hátralévő út negyedének megtétele után letelepedtek, és jó étvággyal megették a tízóraijukat. Újabb 2 km megtétele után elérkeztek az út feléhez.

Milyen messze van a vadaspark az iskolától?

75. A mai edzésre összesen 37 gyerek érkezett. A bemelegítéshez tornasorba álltak. Marci előtt 3-szor annyian álltak, mint mögötte. Hányadik volt a sorban?

Írj hasonló feladatot az osztályodról a padtársadnak!

76. 525 Ft-ot egyenlő számú 5 és 10 Ft-ossal fizettünk ki. Hány darab pénzérmével fizettünk?

77. Egy háromszög oldalainak mérőszámai cm-ben mérve egymás utáni természetes számok. A háromszög kerülete 42 cm. Hány cm-es a leghosszabb oldala?

78. Egy fogkrém és egy elektromos fogkefe összesen 6000 Ft-ba került. A fogkefe ára négyszerese a fogkrémének. Hány Ft-ba került a fogkrém és menynyibe a fogkefe?



@ Mi a különlegessége az „orthodontic” fogkefének? Kiknek ajánlják a fogorvosok a használatát?

79. Három testvér életkorának összege 45 év. A legidősebb 6 évvel idősebb a legfiatalabbnál. Mennyi idősek a testvérek, ha egyenlő időközönként születtek?

80. Egy tóparti gyerektáborban tavaly nyáron 500 gyereket láttak vendégül. Az 500 gyerek $\frac{3}{5}$-e helybéli volt, a helybéliek $\frac{3}{5}$-e lány volt. Egy nem helybéli lányra 3 helybéli lány jutott.

a) Töltsd ki a táblázatot! A számításaidat követhetően írd le!

Nem / Lakóhely	lány	fiú	összesen
Helybéli			
Nem helybéli			
Összesen			

b) Melyik állítás igaz? Írd az állítások utáni vonalra a megfelelő (I /H) betűt!

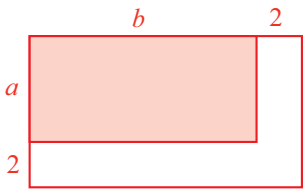
A) A helybéli és a nem helybéli lányok aránya 1 : 3. _____

B) 6 helybéli fiúra 7 nem helybéli fiú jutott. _____

C) A helybéli gyerekeknek 1,5-szerese a nem helybéli gyerekek száma. _____

E) A táborban nyaraló gyerekeknek 40 %-a volt nem helybéli. _____

81.



Egy téglalap egyik oldala 3 m-rel hosszabb, mint a másik. Ha mindegyik oldalát 2 m-rel megnöveljük, a területe 26 m^2-rel lesz nagyobb.

Mekkorák az eredeti téglalap oldalai?

82. *a)* A kutyák orrának érzékenysége a szaglóhám nagy felületének, illetve a fejlett agyi feldolgozásnak köszönhető. A kutyáknál a szaglóhám felülete jóval nagyobb, mint az embereknél. Az alábbi képlet felhasználásával válaszolj a kérdésre!

$k = 46 \cdot e + 2$, ahol k jelöli a kutya, e az ember szaglóhám felületének nagyságát.

Ha egy ember szaglóhám felülete 3 cm^2, akkor mennyi egy kutyáé?



b) A szánhúzó kutyák az eszkimók nélkülözhetetlen társai. A kutyák télen húzzák a szánt, nyáron felmálházva cipelik a terhet, és hálók vontatásával segítik a halászatot. Szánhúzásnál általában a húzó kutyák súlyának másfélszeresére korlátozzák a teher összsúlyát. Ilyen terheléssel egy fogat átlagosan 12 kilométert tud megtenni óránként. 18 óra alatt 100 mérföld a leghosszabb hiteles távolság, amit feljegyeztek.

Mekkora átlagsebességgel haladt egy fogat, ha 1 mérföld 1609 km?

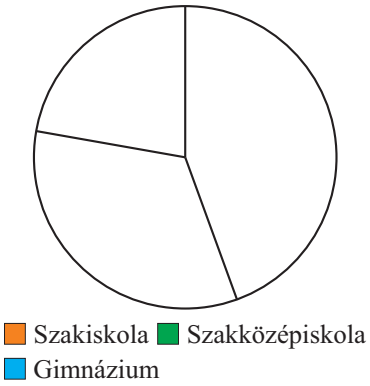


83. Az egyik tanévben a gimnáziumokba kétszer annyi, a szakközépiskolákba másfélszer annyi tanulót vettek fel, mint a szakiskolákba.

Összesen 96 210 diák kezdte meg tanulmányait szeptemberben ezen intézmények valamelyikében.

a) Színezd a feladatban szereplő adatok szerint a diagramot!

b) Hány tanulót vettek fel szakközépiskolába?



84. A fotón Hosszú Katinka válogatott magyar úszónő látható, aki háromszoros olimpiai, kilencszeres világ- és tizenötszörös Európa-bajnok. A magyar úszóválogatott tagjai az elmúlt közel 100 év alatt (1912-től 2021-ig) rendezett nyári olimpiákon 76-szor állhattak fel a dobogó valamelyik fokára. Az aranyérmek száma 2-vel több az ezüstérmekénél. Az ezüstérmek száma 135%-a a bronzérmek számának.

Hány aranyérmet nyert a csapat ezeken a versenyeken?



@ Egerszegi Krisztina minden idők legeredményesebb magyar úszónője. Ötszörös olimpiai-, kétszeres világ- és kilencszeres Európa-bajnok, aki már 14 évesen egyéni úszó olimpiai bajnok lett. Mi a beceneve Egerszegi Krisztinának?

85. Panka mamája 24 éves volt, amikor Panka született. 6 év múlva a mama háromszor annyi idős lesz, mint a lánya. Hány éves most Panka, és hány éves a mamája?

86. A 7.b osztály az osztálykirándulás mindkét napján 1-1 órát vízibiciklizett a Balatonon.



Az első napon 2 db csúszdás és 4 normál vízibiciklit béreltek. A második napon mindenki csúszdással akart menni, ezért 6 db csúszdásat béreltek, így 2000 Ft-tal többet fizettek.

a) Hány forinttal drágább a csúszdás vízibicikli 1 órás kölcsönzői díja a normál vízibicikli díjánál?

b) Mennyiért lehetett bérelni a csúszdás vízibiciklit, ha az első napon 16 ezer forintot fizettek?

87. Hogyan lehet 57 eurót 15 pénzérmével kifizetni, ha csak 2 és 5 eurósokkal rendelkezünk?

88. Egy tízezrest felváltottunk 100 és 200 forintosokra, és éppen 90 pénzérmét kapunk érte. Hány100-as pénzérme volt köztük?

89. Egy tűzifaraktárból télen elszállították a készlet negyedét, tavasszal a maradék harmadát, nyáron 20 tonnát, így a raktárban 10 tonna tűzifa maradt az őszi időszakra.

Hány tonna volt a raktárkészlet a szállítások kezdetén?

90. Gondolatolvasó trükk

Dobj három kockával, és írd fel a három számot!

Az elsőnek felírt számot szorozd meg 2-vel, és adj hozzá 5-öt! A kapott összeget szorozd meg 5-tel, és az eredményhez adj 10-et! Az így kapott összeghez add hozzá a másodiknak felírt számot! Az összeget szorozd meg 10-zel, és add hozzá a harmadik számot!

Ha megmondod az összeget, én kitalálom a dobott számokat. Hogyan?

91. Napjainkban a világ egyik legnagyobb, csak napenergiával meghajtott hajója a képen látható MS Tûranor PlanetSolar. Az MS Tûranor több mint 500 m^2-es felületét 38 ezer napelem borítja, amelyek 22-23%-os hatékonysággal alakítják át a napenergiát elektromos energiává. Ideális körülmények között az MS Tûranor 14 csomós sebességgel képes folyamatosan haladni, amely megegyezik azoknak a hajóknak a sebességével, amelyek 0,5 liter üzemanyagot használnak el minden egyes hajócsavar-fordulat alkalmával. A hajó egy 585 napos útja során 60 000 kilométert tett meg.



a) Hány cm^2 egy-egy napelem területe, ha minden napelem mérete megegyező?

b) A napelemek négyzet alakúak. Egész centiméterekre kerekítve adtuk meg egy napelem oldalát. Karikázd be a helyes választ!

A) 5 cm *B)* 9 cm *C)* 11 cm *D)* 20 cm

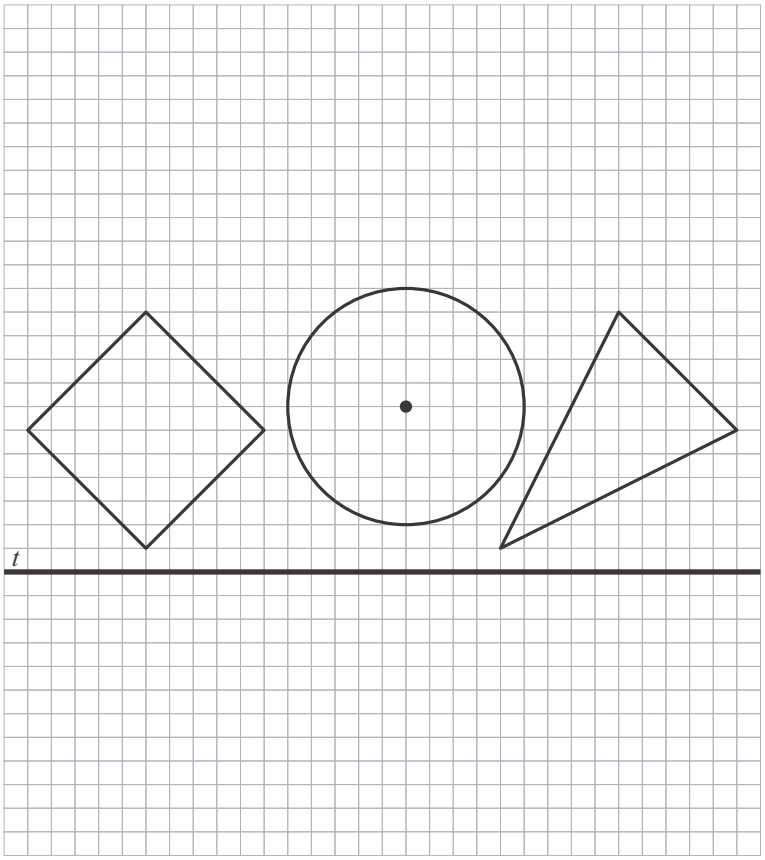
c) Mekkora volt az 585 napos úton a hajó átlagsebessége?

d) Ideális körülmények között hány km/h a hajó sebessége, ha 1 nemzetközi csomó pontosan 1,852 km/h?

Geometriai transzformációk

Mozgatások

1. Rajzold meg mindhárom alakzat képét a megadott szabályok szerint! Minden szabályhoz más színt használj!



Sík pontjai, figyelem! Minden pont szaladjon a legrövidebb úton a *t* tengelyhez, majd fusson ugyanezen az egyenesen

a) tovább ugyanannyit,

b) tovább feleannyit,

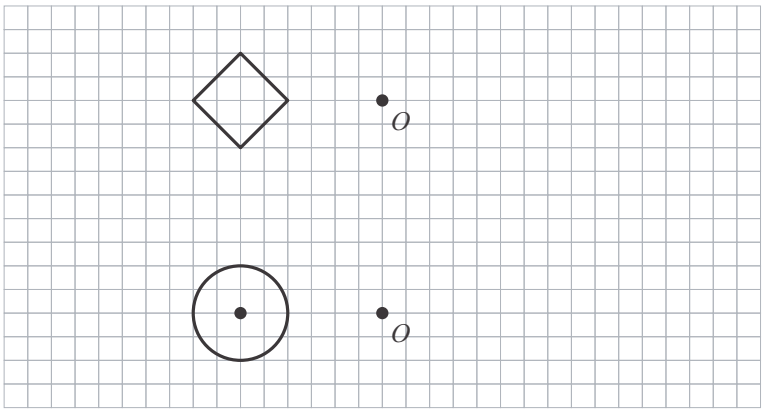
c) visszafelé kétszer annyit,

d) visszafelé feleannyit,

e) nullaszor annyit,

f) visszafelé egyszer annyit!

2. Rajzold meg mindkét alakzat képét a megadott szabályok szerint! Minden szabályhoz más színt használj!



Sík pontjai, figyelem! Minden pont szaladjon a legrövidebb úton az *O* ponthoz, majd fusson ugyanazon az egyenesen

a) tovább kétszer annyit,

b) vissza kétszer annyit,

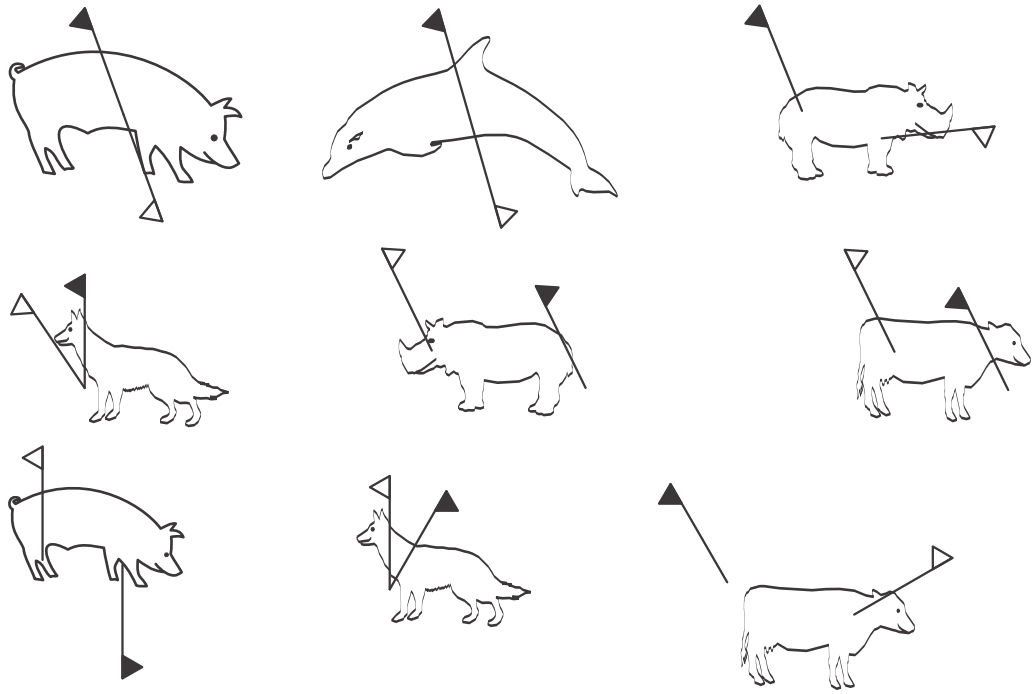
c) tovább ugyanannyit,

d) vissza egyszer annyit,

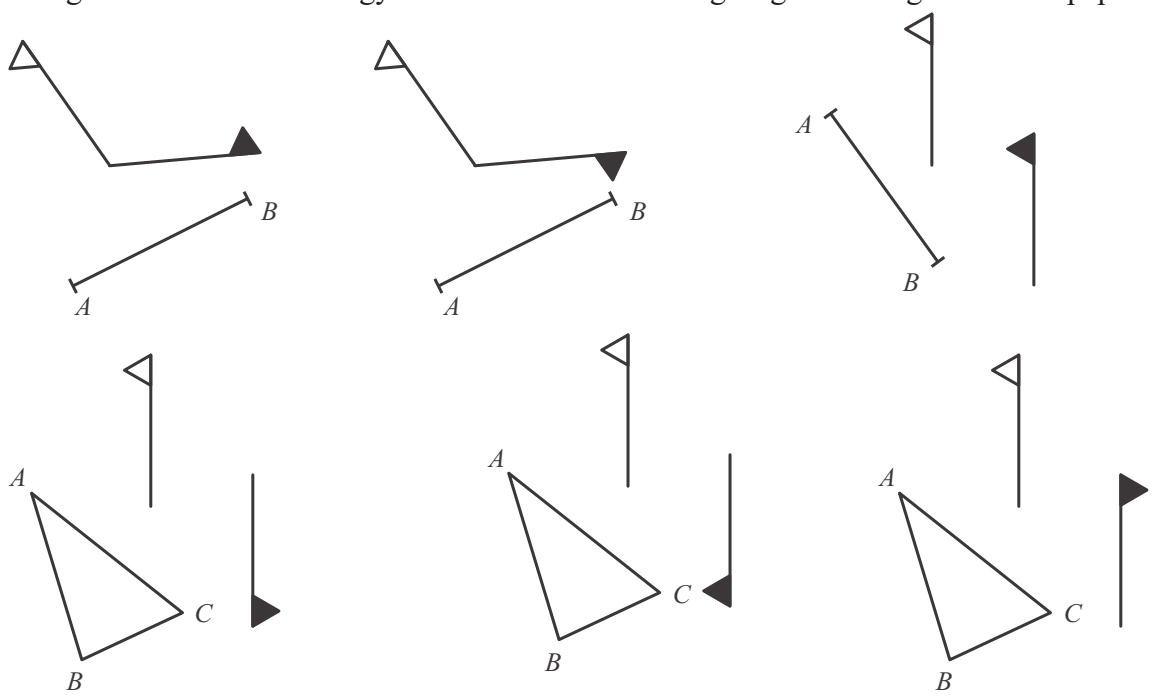
e) tovább félszer annyit,

f) nullaszor annyit!

3. Mozgasd el az ábrák mindegyikét a zászlós mutatók segítségével! Dolgozz másolópapíron! Válaszd ki a tengelyes tükrözéseket, és rajzold meg a tengelyt!



4. Mozgasd el az ábrák mindegyikét a zászlós mutatók segítségével! Dolgozz másolópapíron!

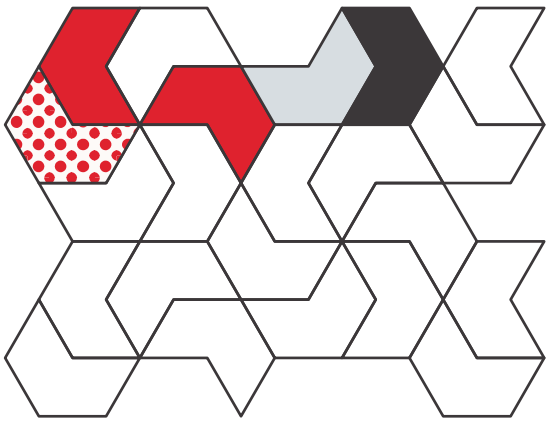


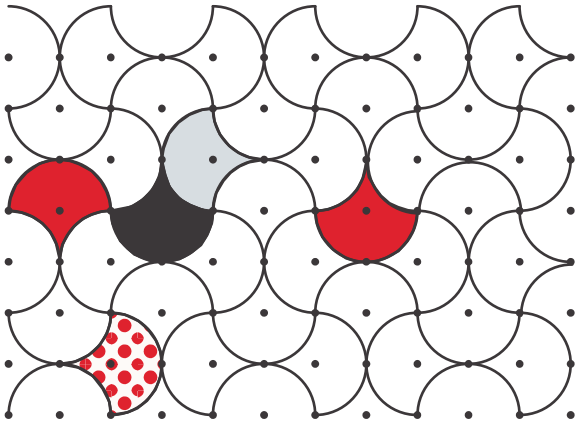
5. Mi van a képen? Ha a síkot elmozgatod a zászlók szerint, összeáll a kép! Dolgozz másolópapíron, de előtte próbáld meg kitalálni, milyen ábrát tördeltünk szét!

Készíts te is hasonló rejtvényeket!



6. A parkettamintán az egyik piros lapocskát valamilyen mozgatás a másik piros lapocskába vitte. Ugyanez a mozgás hogyan mozgatta el a pöttyös lapocskát? Színezd pöttyösre a párját is! Színezd ki a mintát úgy, hogy a mozgatás során egymásra kerülő lapocskák ugyanolyan színűek legyenek!





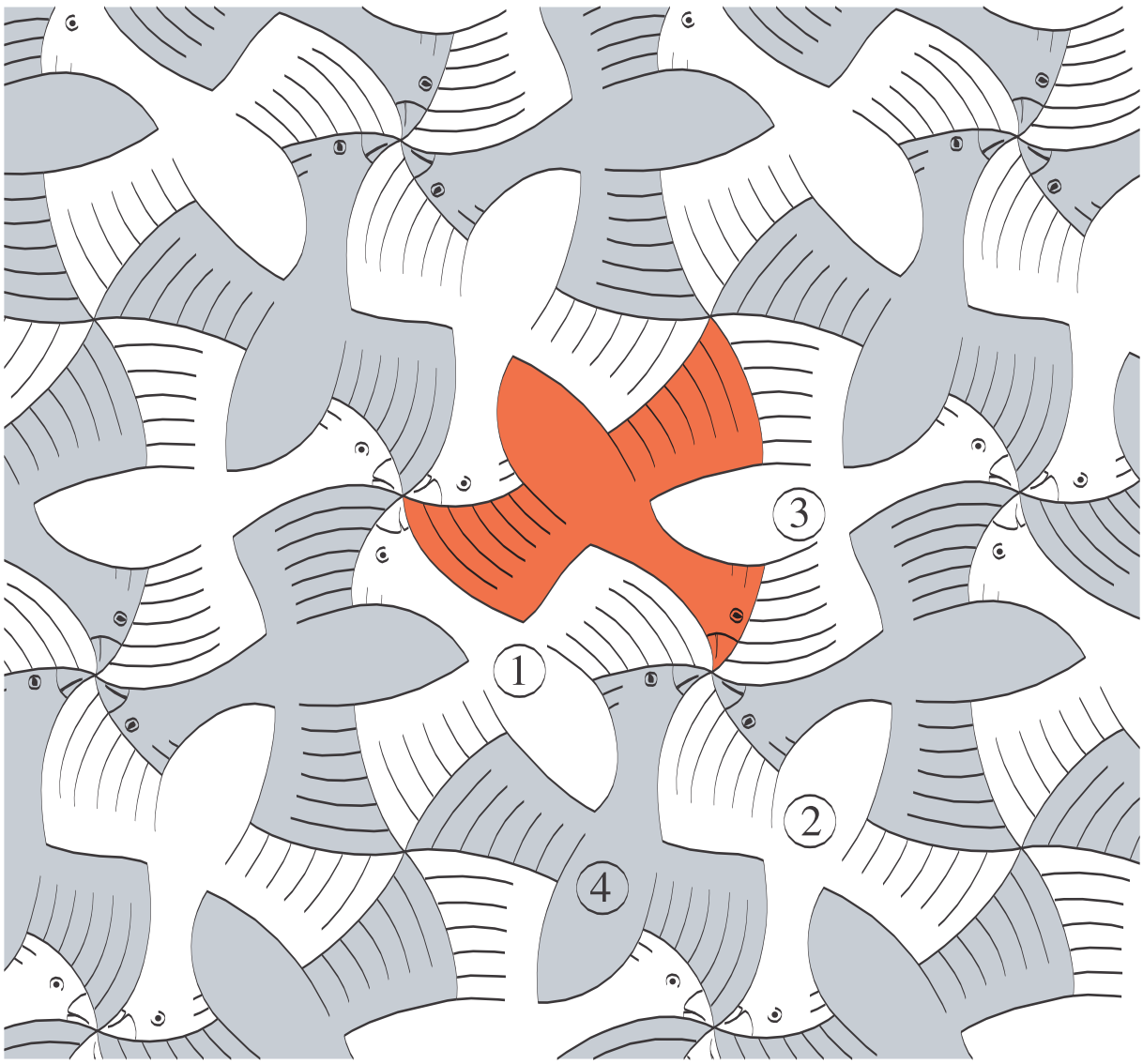
7. Ezeket a mintákat sokféleképpen önmagukra tudjuk mozgatni. Hová kerülhet a barna színű madár, ha a síkot úgy mozgatjuk el, hogy

a) az ①-es figura a ②-re kerüljön?

b) az ①-es figura a ③-ra kerüljön?

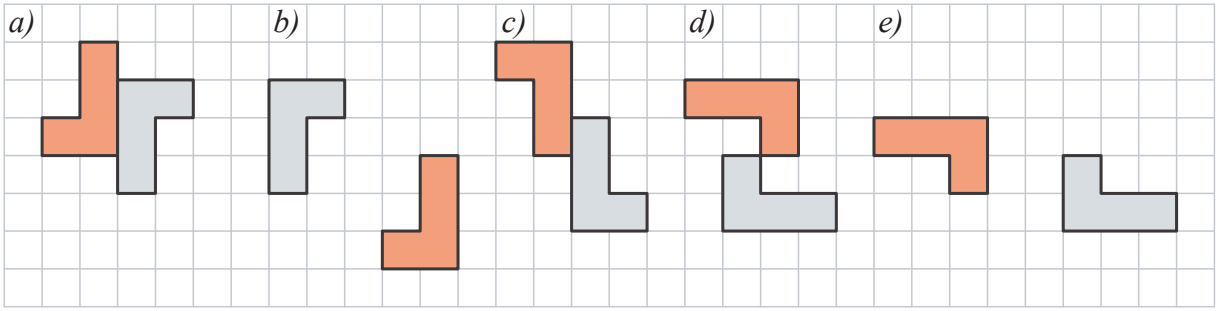
c) az ①-es figura a ④-re kerüljön?

A megoldáshoz és az ellenőrzéshez is használj másolópapírt!

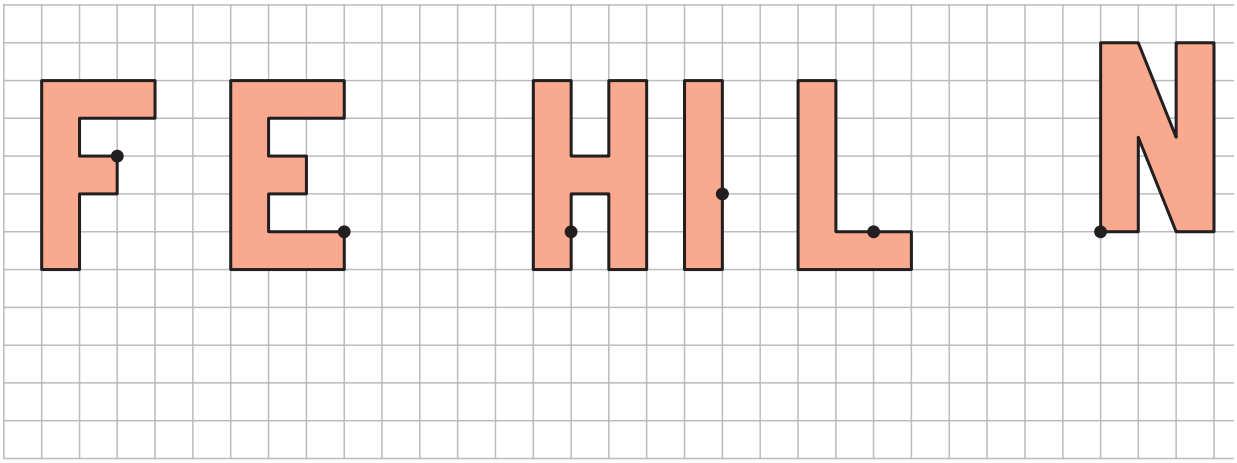


Középpontos tükrözés

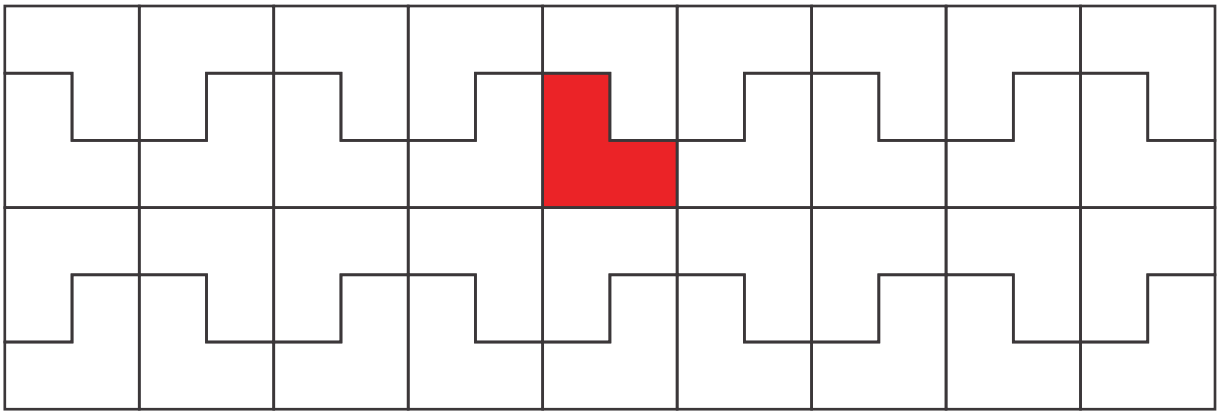
8. Mindegyik piros alakzatnak megadtuk egy középpontosan szimmetrikus párját szürkére színezve. Jelöld be a tükörközéppontot!



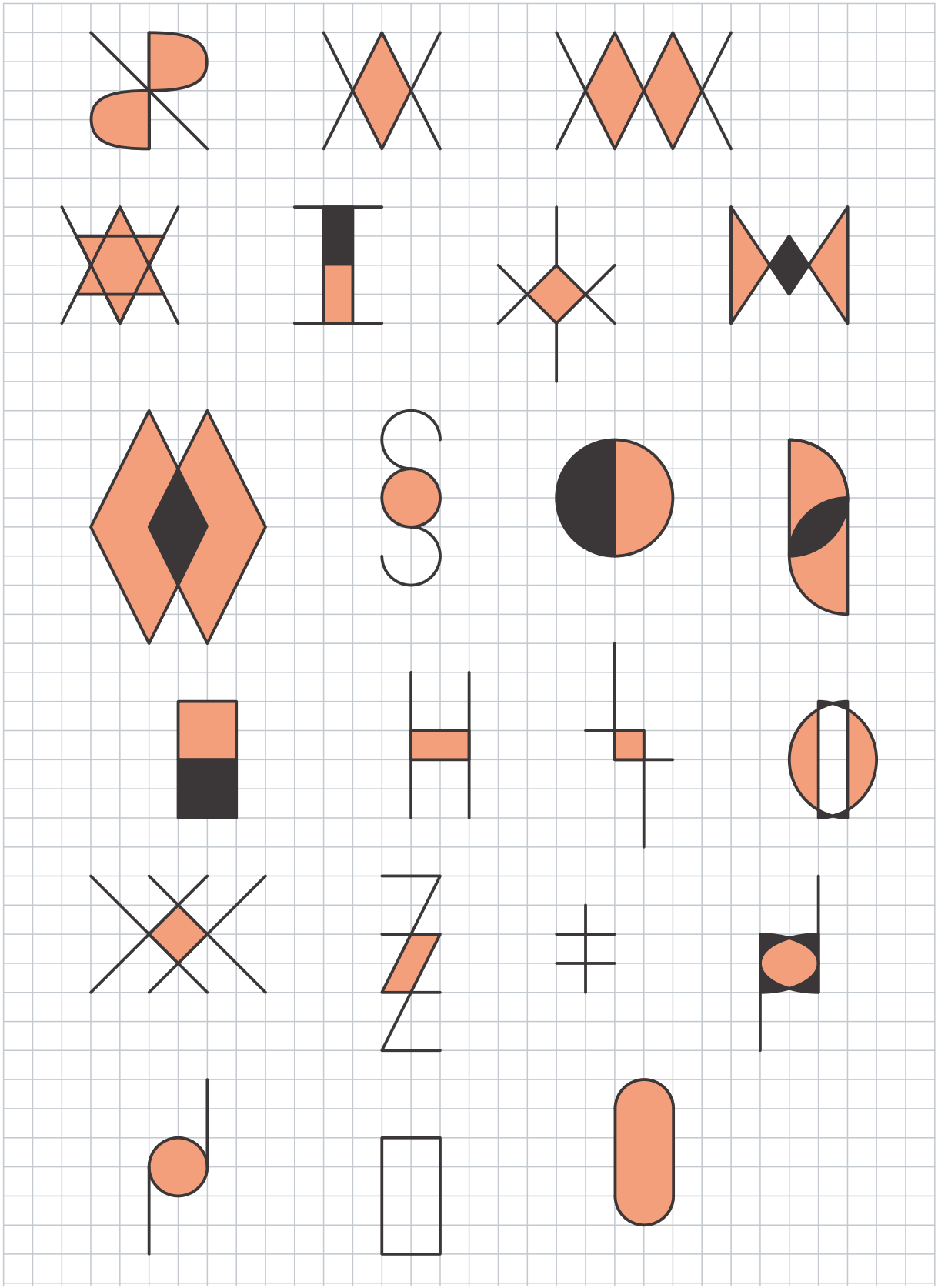
9. Tükrözd az alakzatot a megjelölt pontra!



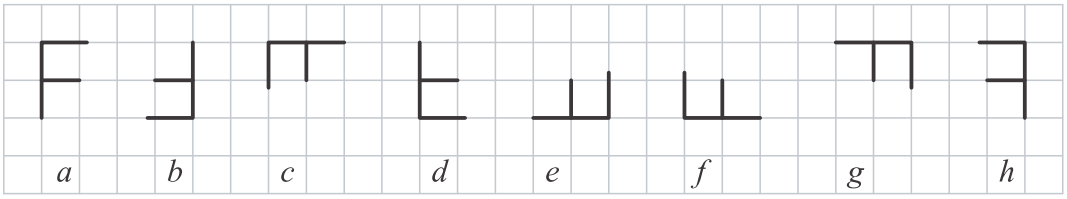
10. Keress a parkettán a piros laphoz középpontosan tükrös helyzetű lapocskát! Add meg a tükörközéppontot is!



11. Nyomtatott nagybetűket középpontos tükörképükkel együtt rajzoltunk meg, és színezéssel díszítő mintát készítettünk belőlük. Találd ki, melyik ábra melyik betűből készült! Jelöld be a tükrözés középpontját! Készíts te is ilyen rejtvényeket!



12. Keress az F betűk között középpontosan szimmetrikus párokat! Add meg a párokat a betűjelükkel!



13. A sík pontjaira vonatkoznak a következő szabályok. A síkon kijelöltünk egy koordináta-rendszert, és a szabályokat a pontok jelzőszámainak segítségével fogalmaztuk meg.

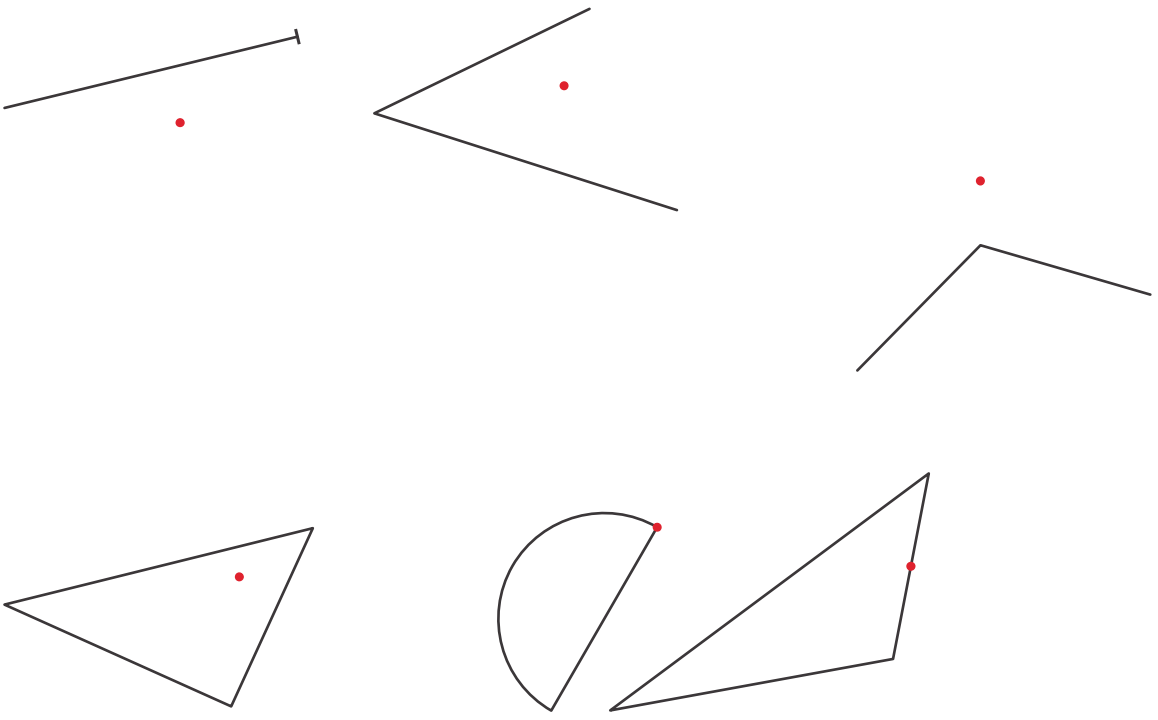
a) $(x;y) \mapsto (x-3;y+5)$ *b)* $(x;y) \mapsto (3x;3y)$

c) $(x;y) \mapsto (-x;-y)$ *d)* $(x;y) \mapsto (-2x;y)$

e) $(x;y) \mapsto (3x;-3y)$ *f)* $(x;y) \mapsto (x;-y)$

Találsz-e az *a)–f)* szabályok között tengelyes vagy középpontos tükrözést? A válaszadásban segíthet, ha a koordináta-rendszerben megrajzolsz egy háromszöget, és a szabály szerint a képét is.

14. Szerkeszd meg az alakzat középpontos tükörképét! A tükrözés középpontját pirossal jelöltük.



15. Rajzolj egy négyzetet! Tükrözd középpontosan

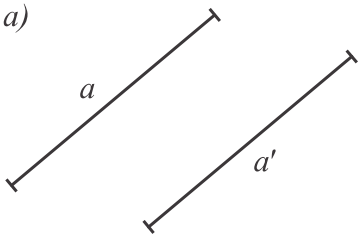
a) az egyik csúcsára, *b)* az egyik oldalának felezőpontjára,

c) az átlóinak metszéspontjára, *d)* egy, a négyzeten kívül felvett pontra!

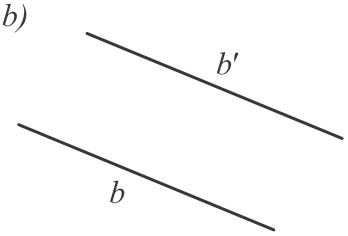
16. Hol lehet a tükörközéppont?

Megadtunk egy-egy alakzatot a képével együtt, keresd meg a tükörközéppontot!

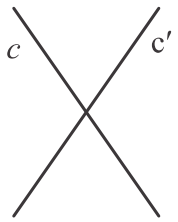
a)



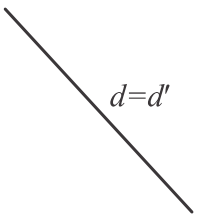
b)



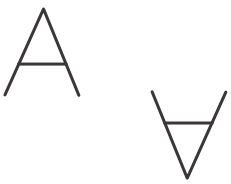
c)



d)



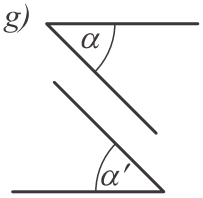
e)



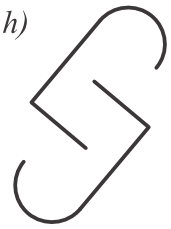
f)



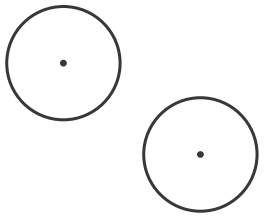
g)



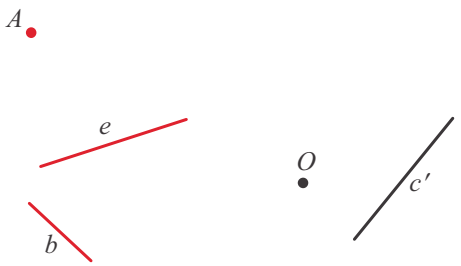
h)



i)

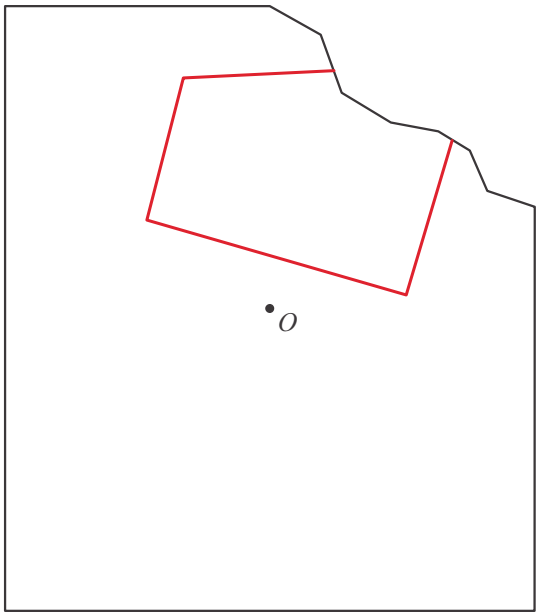


17. Egy piros négyszöget az *O* pontra tükrözve egy fekete négyszöget kaptuk. Az ábra nagy része elveszett. A piros négyszögből csupán egy csúcs (*A* pont), egy átlódarab (*e*) és egy oldaldarab (*b*) maradt. A fekete négyszögből mindössze egyik oldalának egy darabkája (*c′*) maradt meg. Szerencsére a tükrözés középpontja nem tűnt el a papírról. Szerkeszd meg a négyszöget és a képét!

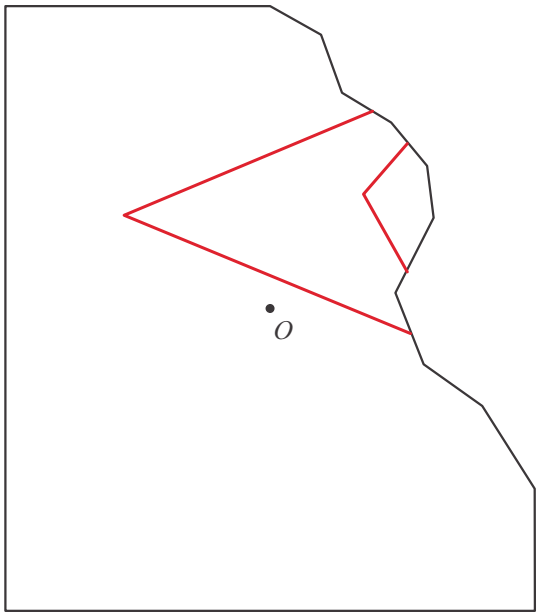


18. A szakadt papírlapokon tükrözési feladatok vannak. Mindegyik esetben a piros alakzatot kell az O pontra tükrözni. Oldd meg a feladatot úgy, hogy csak a szakadt lapon dolgozhatsz, és nem pótolhatod ki a megrongálódott ábrát!

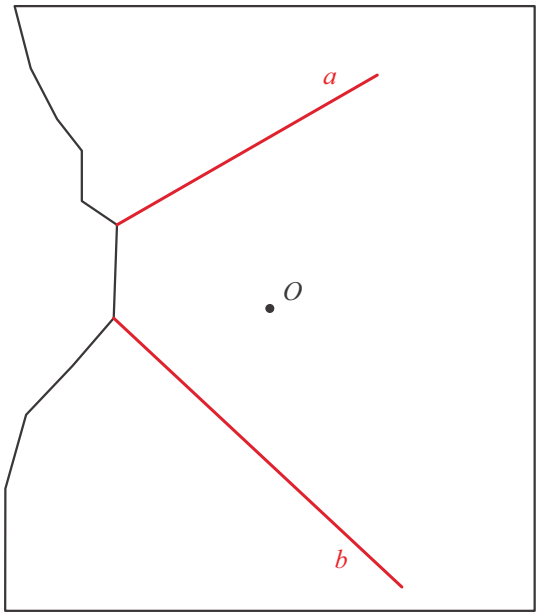
a) Egy négyszög csúcsa szakadt le.



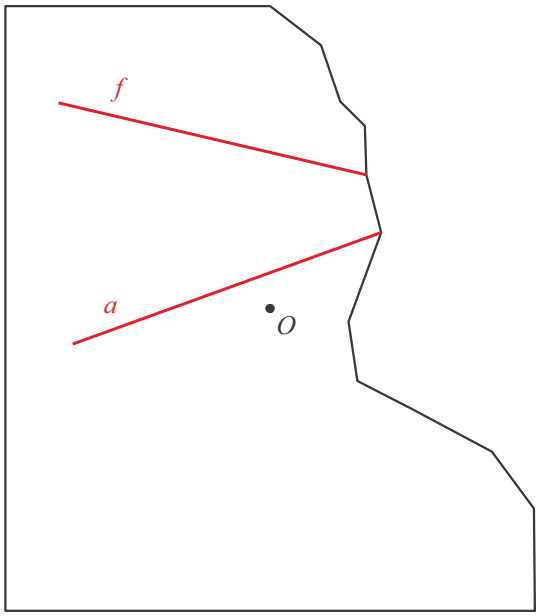
b) Egy négyszög két csúcsa szakadt le.



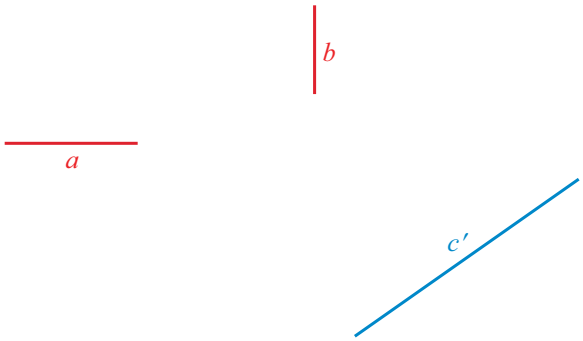
c) Egy szög csúcsa szakadt le.



d) Egy szögből csak az egyik szára (a) és a szögfelező (f) maradt meg.

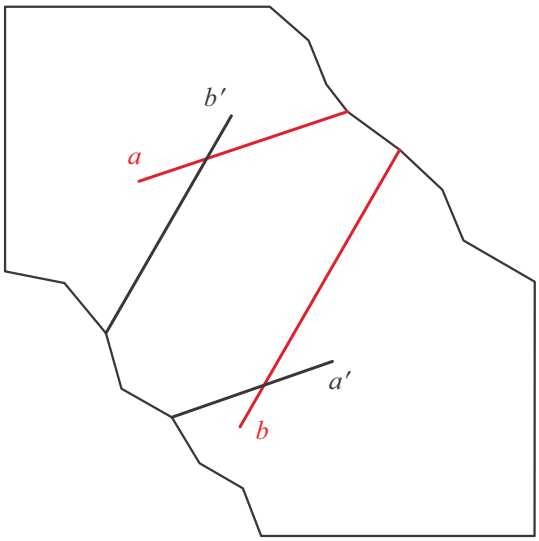


19.

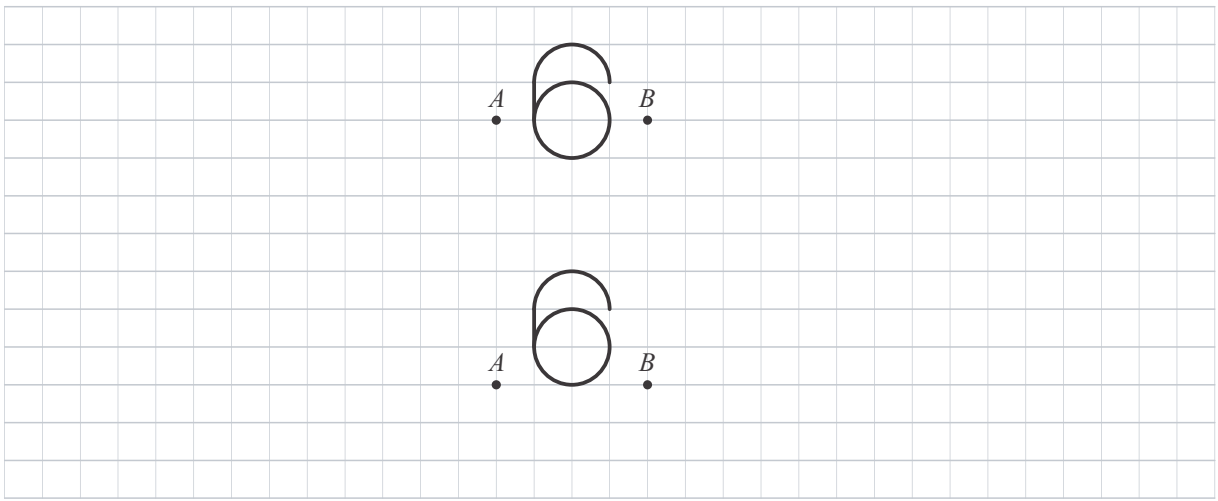


Egy derékszögű háromszöget tükröztünk a derékszög csúcsára. Az ábra nagy része sajnos elveszett a tükörközépponttal együtt. Megmaradt azonban a piros háromszög befogóiból egy-egy darab (a és b), és a tükörkép háromszög átfogójának egy része (c'). Szerkeszd meg a háromszögeket!

20. Az a, b szárú piros szög képe az a', b' szárú fekete szög. Szerkeszd meg a tükrözés középpontját a szakadt papírlapon belül maradva!



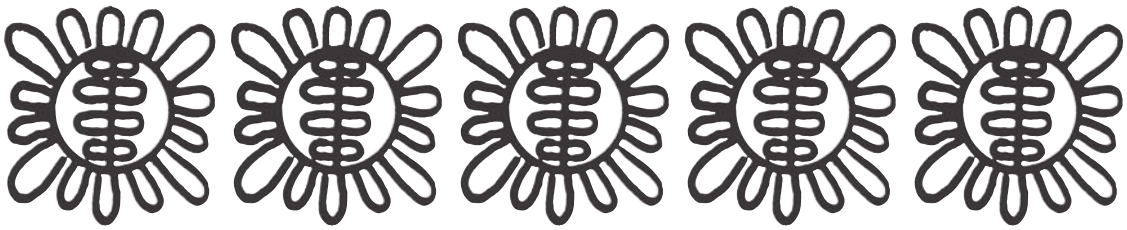
21. Szép sormintát lehet készíteni középpontos tükrözéssel. Megadtunk egy motívumot és két tükörközéppontot, A-t és B-t. Tükrözz felváltva az A pontra és a B pontra! A tükörképeket is tükrözd újra az A, illetve a B pontra! Most is segíthet a másolópapír.



22. Válaszd ki a minták mindegyikéből azt a legkisebb alapelemet, amelynek ismételgetésével az egész mintát megkaphatjuk! Válaszd ki azokat a mintákat, amelyeket középpontos tükrözés ismételgetésével kaphatsz!

Jelöld meg a tükörközéppontokat!

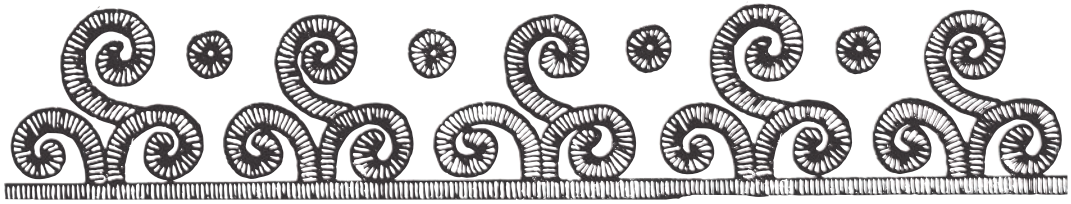
a)



b)



c)

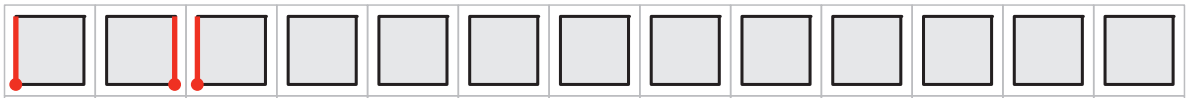


d)

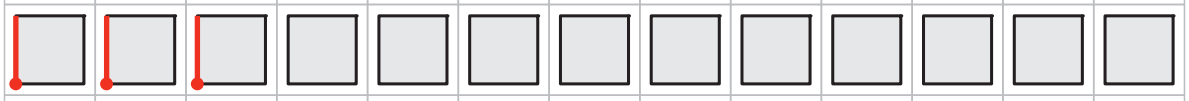


23. Sormintákat építettünk olyan egybevágó négyzetekből, amelyek egyik oldalát kiszíneztük, és piros korongot ragasztottunk rá. Keress szabályt, és a szabályod szerint folytasd a színezést! Melyik sormintát építhettük tengelyes tükrözéssel, és melyiket középpontos tükrözéssel?

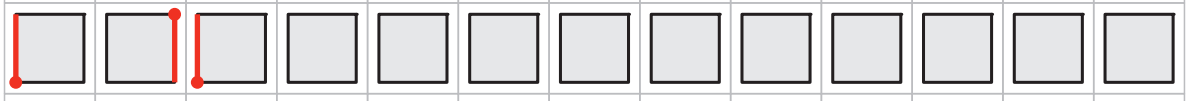
a)



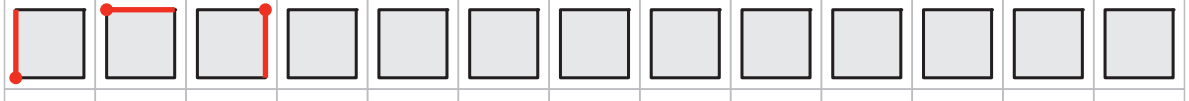
b)



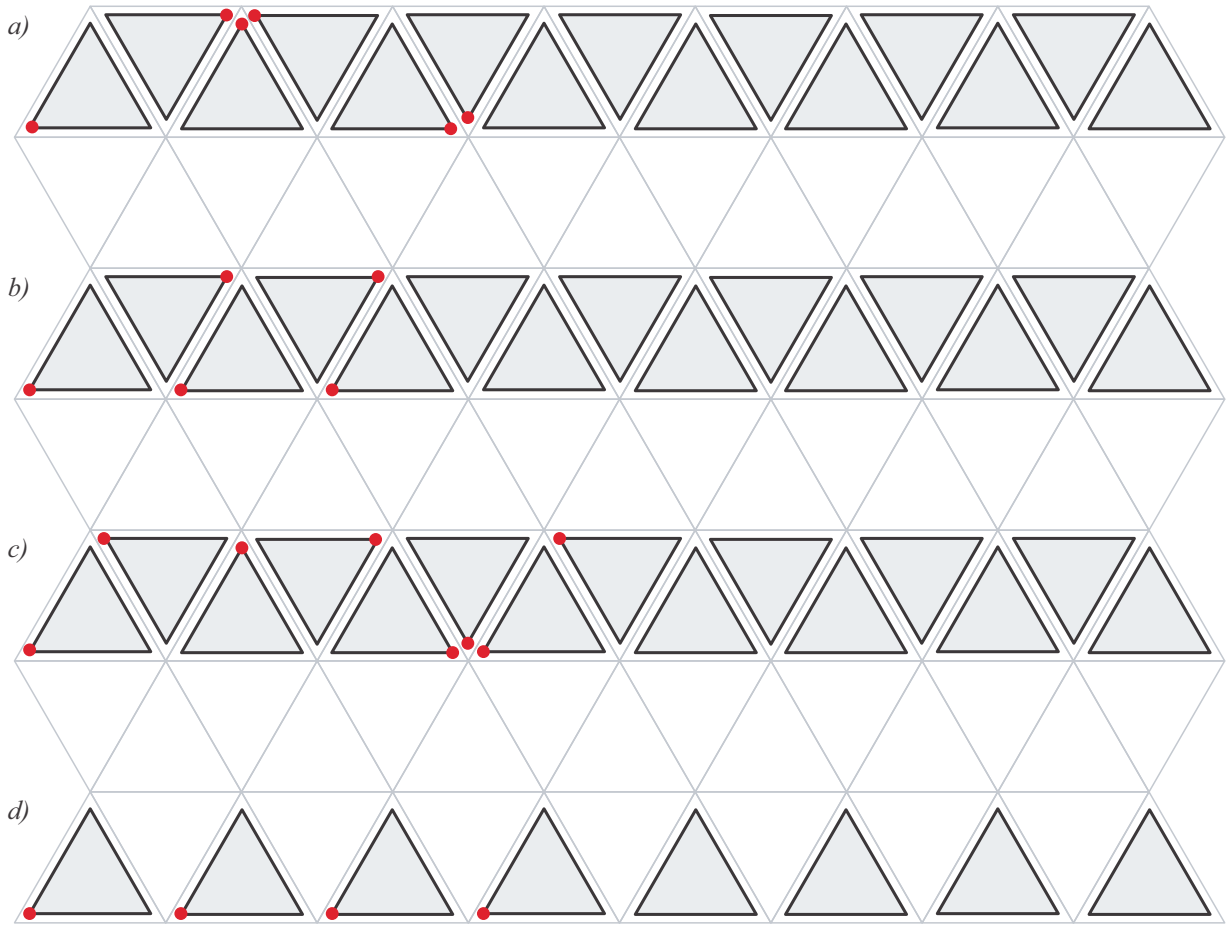
c)



d)

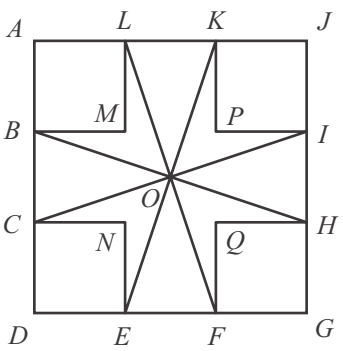


24. Sormintákat építettünk olyan egybevágó szabályos háromszögekből, amelyeknek egyik csúcsára piros korongot ragasztottunk. A sormintákat úgy készítettük, hogy minden háromszöget ugyanolyan típusú mozgással vittünk a következőbe. Például az első sormintát úgy kaptuk, hogy a háromszöget a mellette levő rácsvonalra tükröztük. Találd ki a többi minta előállítási szabályát! Rajzold rá a háromszögekre a piros korongot!



A középpontos tükrözés tulajdonságai

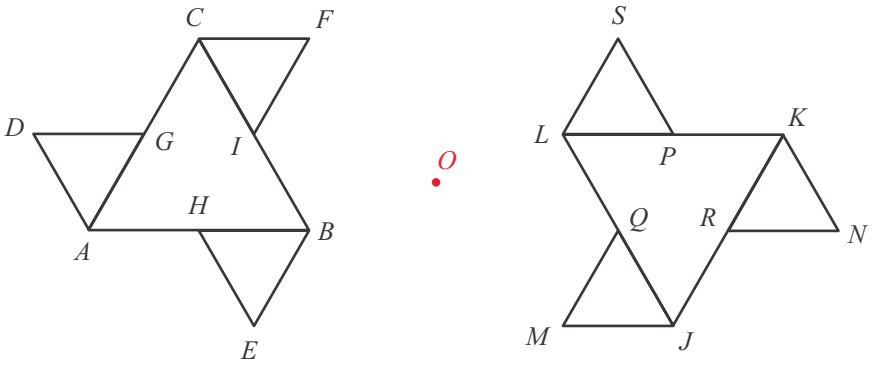
25.



Tükrözz az *O* pontra! Töltsd ki a táblázatot! Keress magad is olyan alakzatokat, amelyek egymás tükörképei, és írd be őket a táblázatba!

Alakzat	*ML*	*KPO*			*NEK∢*	*MBOL*					
Tükörkép			*NDC*	*QFE*			*KIPL*				

26. Egy alakzathoz megrajzoltuk a középpontos tükörképét. Keresd meg az egymásnak megfelelő részleteket!



a) A *DG* szakasz képe: _____

b) A *HBE* háromszög képe: _____

c) Az *FIB* szög képe: _____

d) A *QL* szakasz képe: _____

e) A *QK* félegyenes képe: _____

f) Az *LSPQ* négyszög képe: _____

g) A *GHI* háromszög képe: _____

h) A *DHC* szög képe: _____

i) Az *FM* szakasz képe: _____

j) A *CL* szakasz képe: _____

k) Az *FIMQ* négyszög képe: _____

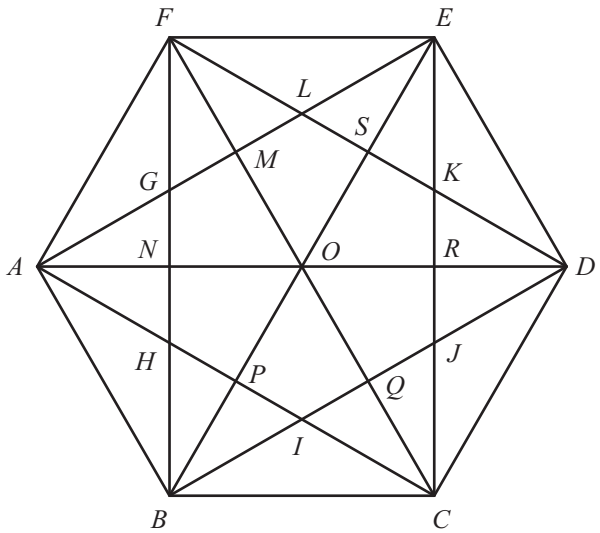
27. Az egyik sokszöget a másikba tengelyes tükrözéssel vagy középpontos tükrözéssel vihettük át. Jelöld a táblázatban, hogy mi lehetett a transzformáció! Add meg a tengelyt vagy a középpontot a minta szerint!

Jelölések:

tengelyes tükrözés az *AD* egyenesre: tt (*AD*),

középpontos tükrözés az *O* pontra: kpt (*O*).

Keress magad is tükrös párokat, és írd be őket a táblázatba!



Alakzat	Transzformáció	Kép
FLE	kpt (*O*)	*CIB*
FGA		*AHB*
LKE	kpt (*O*)	
HON		*NGA*
	tt (*AD*)	*NGO*
PIQ		*NGM*
NBQP	kpt (*O*)	
CIJ		*OIJ*
BHP	tt (*CF*)	
ICQ		*JOQ*
FMNAG		*DRQCJ*
BOI		*DCJ*

28. Döntsd el a következő állításokról, hogy melyik igaz, melyik hamis!

a) A középpontos tükrözés torzító transzformáció. _____

b) A tengelyes tükrözés nem változtatja meg a forgásirányt. _____

c) A középpontos tükrözés és a tengelyes tükrözés is egybevágósági transzformáció. _____

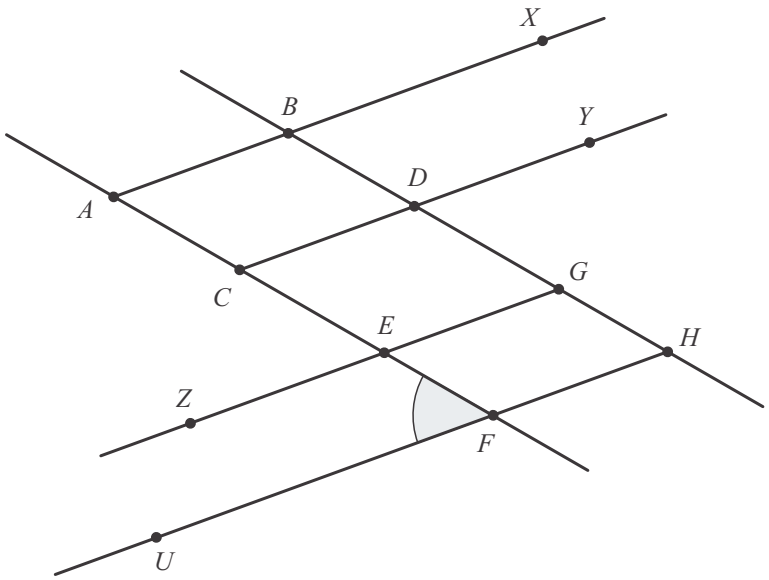
d) Középpontos és tengelyes tükrözésnél is az egyenes képe párhuzamos az eredetivel. _____

e) A középpontos tükrözés megváltoztatja a félegyenesek irányát. _____

f) A középpontos tükrözés nem változtatja meg a forgásirányt. _____

Párhuzamos szárú szögek

29. Az ábrán párhuzamos félegyeneseket, illetve párhuzamos egyeneseket rajzoltunk.



a) Keress a *BX* félegyenessel egyállású félegyeneseket! Add meg a betűjelüket!

b) Keress a *GZ* félegyenessel fordított állású félegyeneseket!

c) Sorold fel az *EC* félegyenessel egyállású félegyeneseket!

d) Sorold fel az *EC* félegyenessel fordított állású félegyeneseket!

e) $UFE\sphericalangle = 50°$. Mekkora az ábrán levő többi szög?

f) Adj meg betűjelükkel az $UFE\sphericalangle$-gel egyállású szögeket!

g) Adj meg betűjelükkel az $UFE\sphericalangle$-gel fordított állású szögeket!

h) Adj meg olyan szögeket, amelyek sem nem egyállásúak, sem nem fordított állásúak az $UFE\sphericalangle$-gel!

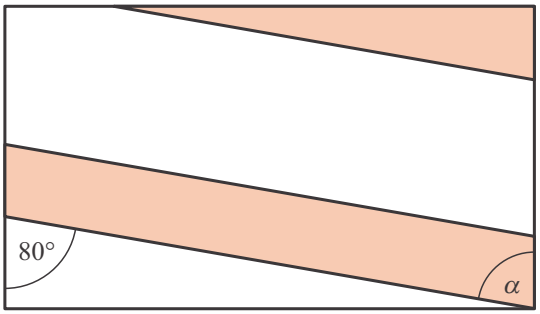
30. A téglalapból párhuzamos egyenespárokkal vágtuk ki a színes alakzatokat.

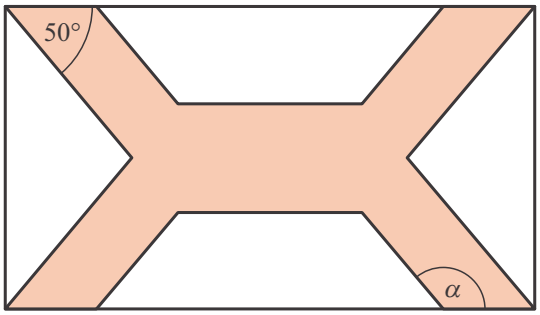
Jelöld az ábrákon feketével az α szöggel egyállású szögeket!

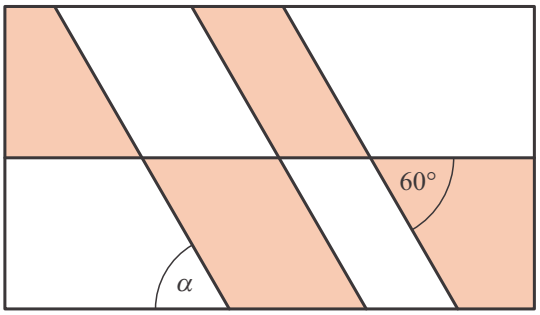
Jelöld kékkel az α-val fordított állású szögeket!

Mindegyik ábrán megadtuk az egyik szög nagyságát. Hány fokos a többi szög?

(**Padtársaddal** egyeztesd a munkádat, és ha eltérő megoldást kaptatok, akkor kérjetek segítséget!)







Középpontosan szimmetrikus alakzatok

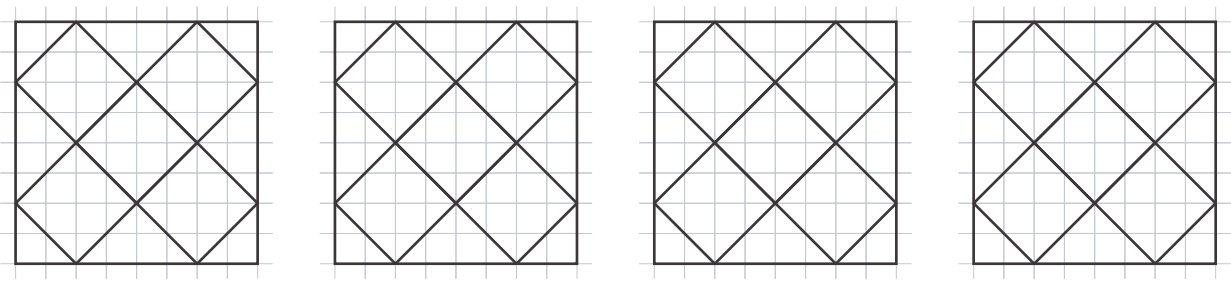
31. Színezd az ábrát úgy, hogy a színezés

a) ne legyen szimmetrikus,

b) tengelyesen szimmetrikus legyen, de középpontosan nem,

c) tengelyesen és középpontosan is szimmetrikus legyen,

d) középpontosan szimmetrikus legyen, de tengelyesen nem!



32. Félbehajtott papírlapból vágj ki két egybevágó derékszögű trapézt! Illeszd össze őket valamelyik azonos hosszúságú oldaluk mentén!

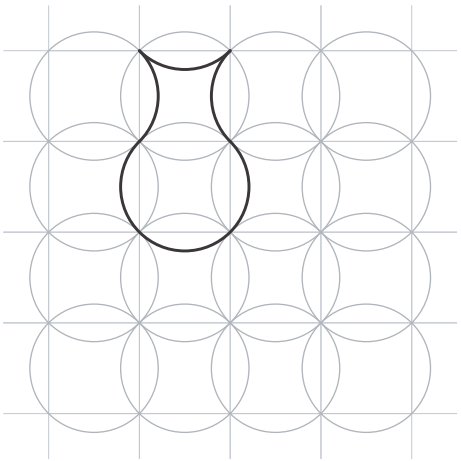
a) Hányféle különböző sokszöget kaphatsz így?

b) Hányféle négyszög keletkezhet?

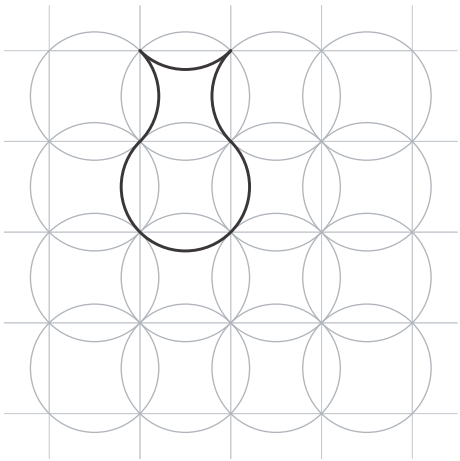
c) Milyen szimmetriái vannak a keletkezett négyszögeknek?

33. Az ábrán láthatod, milyen ívekből szerkesztettük meg a kancsót. Készíts vele parkettamintát az alábbi megkötésekkel:

a) Az egyik kancsóból a másikba csak középpontos tükrözéssel léphetsz át. Jelöld a mintán a tükörközéppontot!

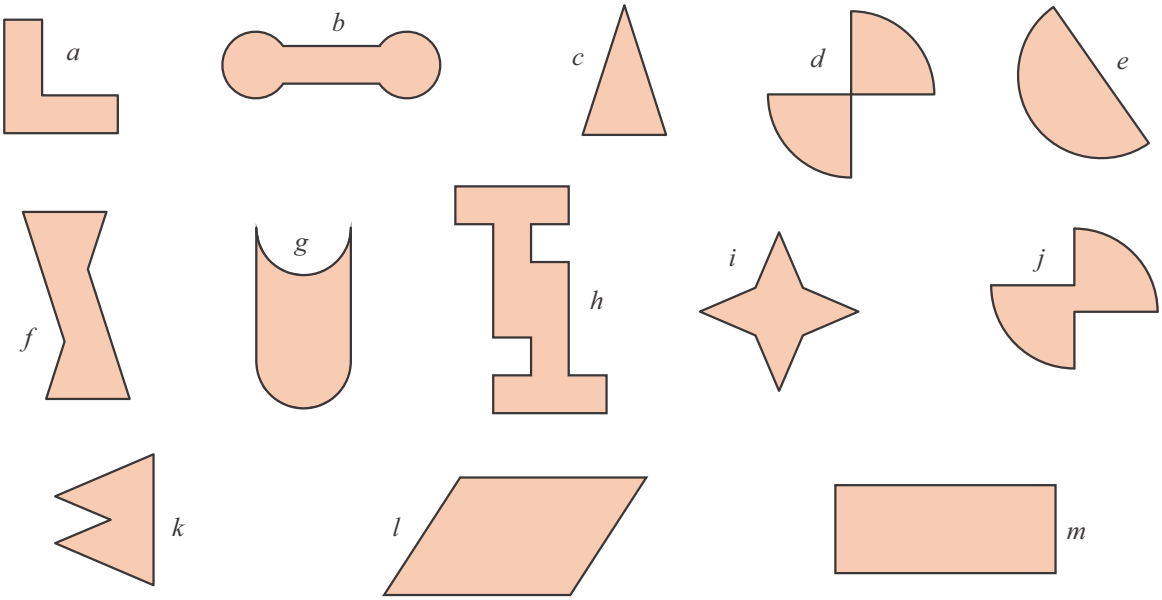


b) Az egyik kancsóból a másikba csak tengelyes tükrözéssel léphetsz át. Jelöld a mintán a tükörtengelyt!



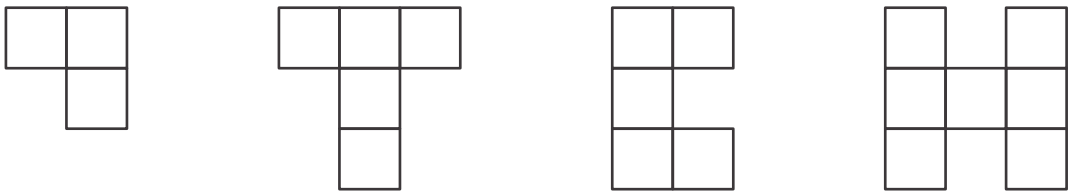
Próbálj parkettamintát építeni  ebből a lapból is az előbbi feltételek szerint!

34. Írj a táblázatba + vagy – jelet aszerint, hogy teljesül-e az adott tulajdonság! Ha találsz szimmetriatengelyt vagy szimmetria-középpontot, rajzold be az alakzatba!



	a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*j*	*k*	*l*	*m*
Van szimmetriatengelye													
Van szimmetria-középpontja													
Két szimmetriatengelye van													

35. Válaszd ki az egyiket a lapocskák közül! Készíts középpontosan tükrös parkettamintát másolópapír segítségével!



36. *a)* Válaszd ki a számjegyek közül a középpontosan szimmetrikusakat!

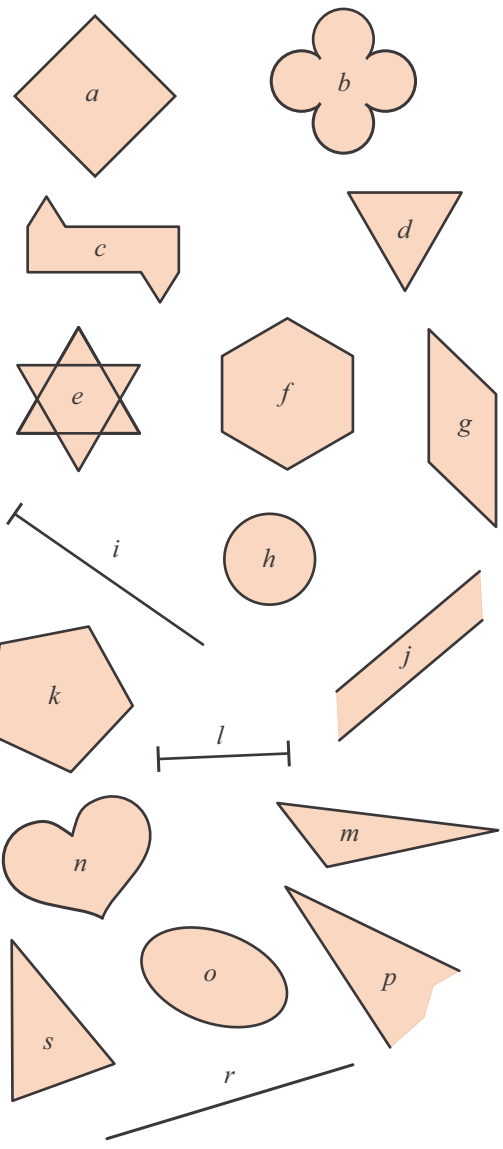
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

b) Van-e középpontosan szimmetrikus kétjegyű szám? *c)* És háromjegyű?

37. Válaszd ki az alábbi betűk közül a középpontosan szimmetrikusakat! Van-e közöttük olyan, amely tengelyesen is tükrös? Hány tengelye van?

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

38.



A megadott alakzatok közül párokat választottunk, amelyeknek a betűjelét a táblázat első oszlopába írtuk. Helyezd el őket úgy, hogy a belőlük épített alakzat tengelyesen tükrös legyen, majd úgy, hogy középpontosan tükrös legyen, és úgy is, hogy ne legyen szimmetrikus! A tapasztaltak alapján töltsd ki a táblázatot! Az üres sorokba magad válogass alakzatpárokat!

Alakzatok	A kettőből együtt lehet építeni		
	tengelyesen tükrös alakzatot	középpontosan tükrös alakzatot	nem szimmetrikus alakzatot
a, b	+	+	+
i, h			
r, h			
l, m			
m, m			
j, h			
p, o			
k, k			
c, c			

Középpontosan vagy tengelyesen szimmetrikus négyszögek

39. Szerkessz háromszöget 3 cm, 5 cm és 6 cm hosszúságú oldalakkal! Tükrözd mindhárom oldalának felezőpontjára!

a) Az eredeti háromszög és a tükörképek együtt milyen alakzatot alkotnak? Mekkorák az oldalai?

b) Hány paralelogrammát látsz az ábrán? Mekkorák az egyes paralelogrammák oldalai?

40. Rajzolj egy trapézt! Tükrözd

a) egyik szárának felezőpontjára, *b)* egyik alapjának felezőpontjára!

41. Az A pont jelzőszámai $(-2;1)$, a B pont jelzőszámai $(-1;3)$. Add meg a C és a D pontokat úgy, hogy az $ABCD$ négyszögnek a $(0;0)$ pont tükörközéppontja legyen!

42. Megadtunk három pontot: $A(-2;2)$, $B(0;4)$, $C(4;0)$. Válaszd meg a D pontot úgy, hogy a négy pont középpontosan szimmetrikus legyen!

43. Egy paralelogramma szimmetria-középpontja az $O(3;3)$ pont, egy-egy csúcsa pedig az $A(2;5)$ és a $B(1;3)$ pont. Add meg a paralelogramma hiányzó két csúcsát!

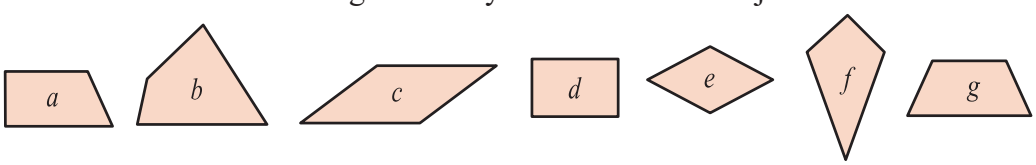
44. Egy trapézt tükröztünk valamelyik oldalfelező pontjára. Rajzold le, milyen lehetett az eredeti trapéz, ha a tükörképével együtt alkotott alakzat

a) paralelogramma, *b)* téglalap, *c)* húrtrapéz, *d)* deltoid,
e) négyzet, *f)* konvex hatszög, *g)* ötszög!

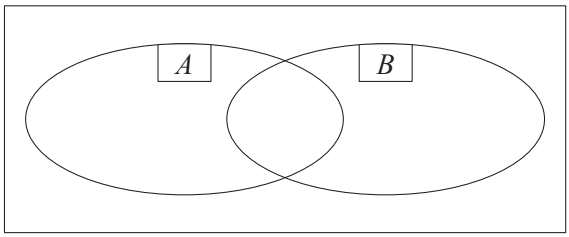
45. A „Van olyan” és „Nincs olyan” kifejezések közül válaszd ki és írd a mondatok elejére a megfelelőt!

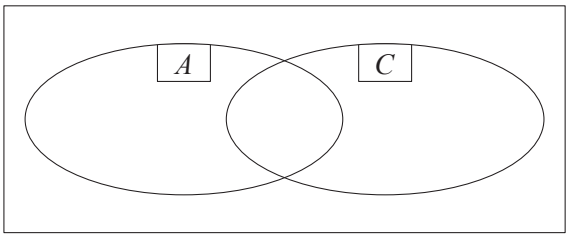
_____ paralelogramma, amely tengelyesen szimmetrikus.
_____ paralelogramma, amelynek átlói merőlegesek egymásra.
_____ paralelogramma, amelynek minden szöge hegyesszög.
_____ paralelogramma, amelynek minden oldala egyenlő.
_____ paralelogramma, amelynek minden szöge egyenlő.
_____ paralelogramma, amelynek átlói nem felezik egymást.
_____ paralelogramma, amelynek átlói egyenlő hosszúak.

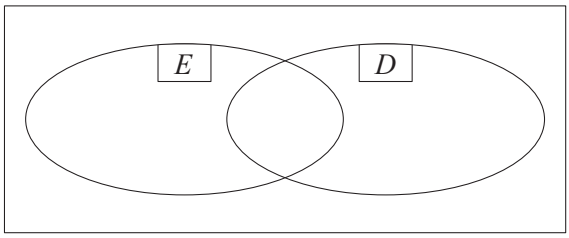
46. Írd a halmazábrákban a megfelelő helyre az alakzatok betűjelét!

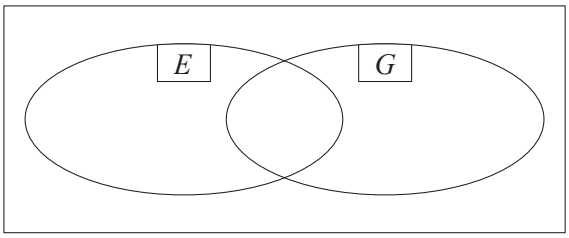


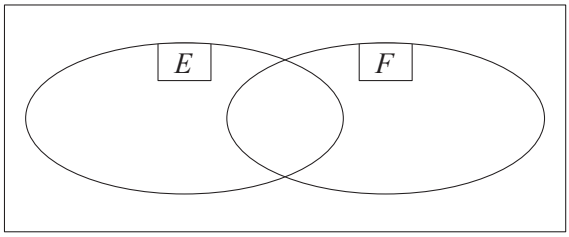
A: trapéz
B: tengelyesen szimmetrikus
C: középpontosan szimmetrikus
D: átlói egyenlő hosszúak
E: paralelogramma
F: átlói merőlegesek
G: deltoid
H: van két egyenlő oldala

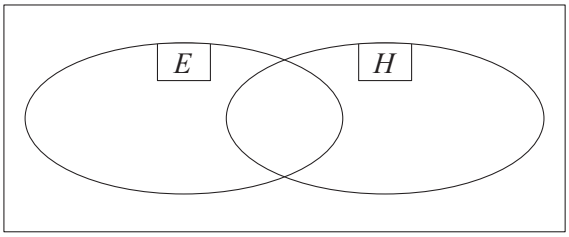












47. Válaszolj egy vagy több számmal a kérdésekre! Példaként egy kérdésre megadtuk a választ. A válaszodat indokold, úgy, ahogy a példában is láthatod!

Hány szimmetriatengelye lehet egy paralelogrammának?

A válasz: 0; 2 vagy 4. 0 akkor, ha nem minden oldala és nem minden szöge egyenlő; 2 akkor, ha az oldalai egyenlőek – vagyis rombusz –, de a szögei nem mind egyenlőek, vagy ha a szögei egyenlőek – vagyis téglalap –, de az oldalai nem mind egyenlőek; 4 akkor, ha az oldalai és a szögei is egyenlőek, tehát négyzet.

Hány szimmetriatengelye lehet

a) egy trapéznak, *b)* egy deltoidnak, *c)* egy húrtrapéznak,
d) egy rombusznak, *e)* egy téglalapnak, *f)* egy négyzetnek?

48. Válaszolj egy vagy több számmal a kérdésre!

Hány szimmetriacentruma lehet

a) egy négyzetnek, *b)* egy trapéznak, *c)* egy deltoidnak,
d) egy húrtrapéznak, *e)* egy rombusznak, *f)* egy paralelogrammának?

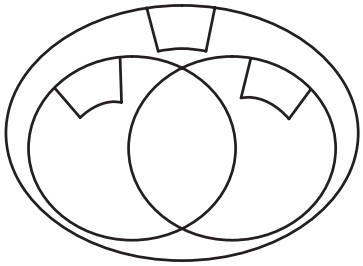
49. Válaszolj egy vagy több számmal a kérdésre!

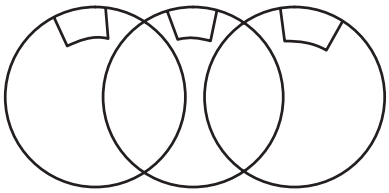
Hány derékszöge lehet

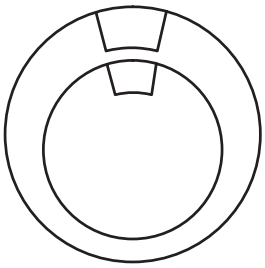
a) egy paralelogrammának, *b)* egy trapéznak, *c)* egy deltoidnak,
d) egy húrtrapéznak, *e)* egy rombusznak, *f)* egy téglalapnak?

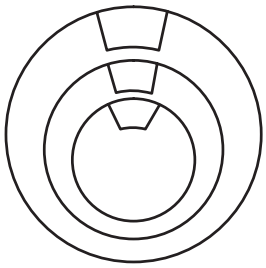
50. A halmazábrákról leestek a címkék. Tedd fel azokat úgy, hogy sehol se legyenek üres tartományok! Keress többféle megoldást!

A: háromszög
B: középpontosan tükrös sokszög
C: deltoid
D: húrtrapéz
E: tengelyesen tükrös sokszög
F: négyszög
G: trapéz
H: paralelogramma
I: négyzet
J: téglalap
K: nem konvex négyszög
L: rombusz









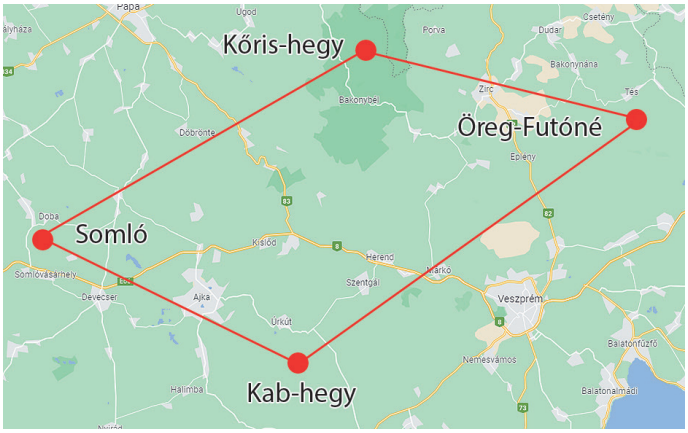
Arány, százalék

Az arány fogalma

1. **Mérés, számolás párokban**

A különböző térképeken látható méretarány a valóságban (légvonalban) mért távolság és a térkép lapján megjelenő, szakasszal jelölt távolság arányát jelenti. Az arány első száma mindig 1, a második jelzi a kicsinyítés mértékét.

Például az 1 : 40 000 arányú kicsinyítés azt jelenti, hogy a térképen mért 1 cm távolság a valóságban
40 000 cm = 400 m = 0,4 km.



Mérjétek meg az 1 : 40 000 méretarányú bakonyi turistatérképen a bejelölt piros szakaszok hosszát, és számítsátok ki, hogy azok a távolságok „légvonalban” mekkorák a valóságban! A kapott értékeket km egységben adjátok meg!

2. A megadott arányok alapján döntsd el, melyik térkép lehet alkalmas

a) egy városi sétához,
b) egy hegyvidéki gyalogtúrához,
c) egy kerékpártúrához,
d) egy autós utazáshoz?

(Egy-egy kiránduláshoz több megfelelő térképet is választhatsz.)

A) 1 : 80 000 *B)* 1 : 15 000 *C)* 1 : 100 000 *D)* 1 : 400 000
E) 1 : 25 000 *F)* 1 : 2 000 000 *G)* 1 : 6000 *H)* 1 : 40 000

3. Hányadrésze a 2 méteres ugrókötél egy 6 méter hosszú mászókötélnek?

a) Írd fel a rövidebb és a hosszabb kötél hosszának arányát!
b) Írd fel a hosszabb és a rövidebb kötél hosszának arányát!
c) Milyen kapcsolat áll fenn az *a)*, illetve a *b)* feladatban megadott arányok értéke között?

4. Írd fel a mennyiségek arányát!

Az adott mennyiségek	*a)* 2 kg és 5 kg	*b)* 3 l és 0,5 hl	*c)* 90 cm és 3 m	*d)* 1 t és 4 dkg
Azonos mértékegységgel mérve				
A mérőszámok aránya				

5. Orsi életkorának és anyukája életkorának aránya 1 : 3. Hány éves az anyuka, ha Orsi 13 éves?

6. Írj szöveges feladatot a megadott arányokhoz!

a) 3 : 1 *b)* 3 : 2 *c)* 2 : 5

7. A felírt arányokat bővítsd úgy, hogy a bennük szereplő arányszámok egészek legyenek!

a) $1{,}4 : 2$ *b)* $1 : 0{,}2$ *c)* $\frac{4}{5} : 0{,}6$ *d)* $2 : \frac{2}{5}$

8. Add meg az arányok értékét a legegyszerűbb alakban!

a) $8 : 12$ *b)* $135 : 60$ *c)* $7{,}8 : 1{,}5$ *d)* $\frac{2}{9} : 1$

e) $-\frac{5}{12} : \frac{12}{5}$ *f)* $-9{,}9 : \left(-\frac{9}{10}\right)$ *g)* $0{,}6 : \frac{3}{5}$ *h)* $0 : \frac{5}{4}$

9. *a)* Hány 3 deciliteres poharat tölthetünk meg egy 1,5 literes teli üdítősüvegből? Mekkora az üdítősüveg és a pohár térfogatának aránya?

b) Hány üveg üdítőt kell vennie egy 20 tagú társaságnak ahhoz, hogy mindenki pontosan egyszer tölthesse meg a 3 dl-es poharát?

10. Egy traktor kerekének átmérője 0,75 m. A vele „méretarányos" matchbox traktor kerékátmérőjének és a valóságos traktor kerékátmérőjének aránya 1 : 100. Hány cm a kis traktor kerekének átmérője?



11. Tibi 6800 Ft havi zsebpénzből a hónap első felében háromszor annyit költött, mint a második felében. A hónap végére a zsebpénze elfogyott. Hány forintot költött a két időszakban külön-külön? Írd fel e két összeg arányát a legegyszerűbb alakban!

12. Két szám aránya 5 : 7.

a) Az egyik szám a 25, melyik a másik? Keress többféle megoldást!

b) Melyik ez a két szám, ha a különbségük 30?

13. Írd fel az arányokat tizedes törtekkel, majd írd fel mindegyiket a lehető legkisebb egész számokkal!

Közönséges tört alak	*a)* $\frac{5}{2} : \frac{4}{10}$	*b)* $\frac{3}{5} : \frac{1}{2}$	*c)* $\frac{7}{20} : \frac{9}{4}$
Tizedes tört alak			
Egész számokkal			

14. Írd fel az arányokban szereplő számokat közönséges törtekkel, majd bővítsd azokat úgy, hogy bennük csak egész számok szerepeljenek!

Tizedes tört alak	*a)* 0,2 : 3,6	*b)* 7,5 : 1,5	*c)* 5,1 : 1,7
Közönséges tört alak			
Egész számokkal			

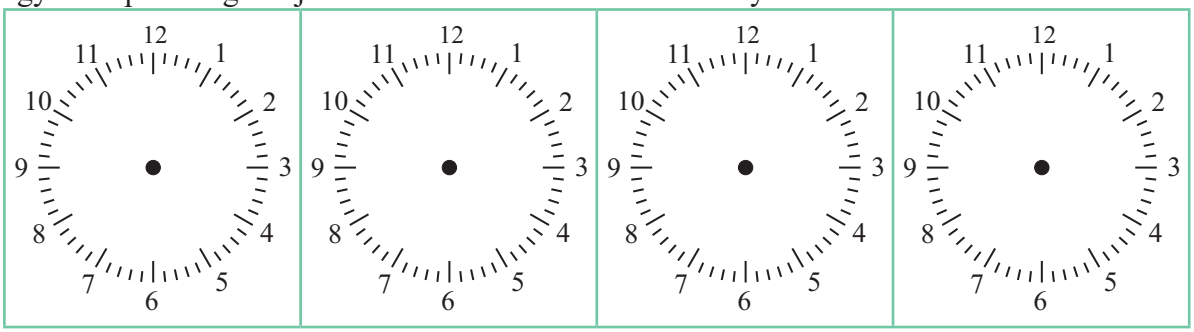
15. Írj fel öt olyan kéttényezős arányt, amelynek értéke 1,5!

16. Egy analóg órán a nagymutató és a kismutató helyzetét figyeljük meg 10 és 11 óra között.



a) 10 óra után a nagymutató éppen a 7-es utáni első kis osztásrészre mutat. Hányadik kis osztásrészre mutat ekkor a kismutató?

b) 10 óra elmúlt, de még nincs 11 óra. Eközben a kismutató 4 alkalommal mutat pontosan egy-egy kis osztásrész felé. Ebben a 4 helyzetben hová mutat pontosan a nagymutató, és hány perc telik el 10 órától az egyes időpontokig? Rajzold le a táblázatban a mutatók helyzetét!



17. Mennyi az x értéke az aránypárokban?

a) $5:2=x:6$ *b)* $x:7=9:21$ *c)* $42:x=14:5$ *d)* $8:7=48:x$

18. Válaszd ki az egyenlő értékű arányokat, és mindegyiket add meg a legegyszerűbb alakban!

a) $0{,}3:\frac{9}{10}$ *b)* $\frac{9}{11}:\frac{30}{11}$ *c)* $1:3$ *d)* $3:10$

e) $\left(-\frac{3}{10}\right):(-0{,}9)$ *f)* $3:1$ *g)* $0{,}6:2$ *h)* $\frac{42}{5}:2{,}8$

19. Határozd meg az aránypárok hiányzó értékeit!

a) $5:6=x:48$ *b)* $\frac{1}{5}:\frac{1}{10}=7{,}5:x$ *c)* $x:4{,}5=\frac{6}{7}:\frac{3}{2}$ *d)* $\frac{5}{4}:x=1{,}25:0{,}25$

20. Egy arány értéke 0,95, a benne szereplő számok különbsége 1. Határozd meg az arányban szereplő számokat!

★

21. Igazak-e az „aránypárok”? Válaszaidat indokold!

a) $1\,\mathrm{𝅗𝅥}:2\,\mathrm{♩}=1:1$ *b)* $4\,\mathrm{♪}:1\,\mathrm{♩}=2:1$ *c)* $3\,\mathrm{♪}:1\,\mathrm{𝅗𝅥}=3:4$

22. Két borkereskedő érkezett a középkori Pécs kapujához. Az egyiknél 64, a másiknál 20 akó bor volt. Nem volt elég pénzük ahhoz, hogy megfizessék a vámot, ezért a hiányzó pénzt borral pótolták. Az első 40 aranyforintot fizetett, és még 5 akó bort adott. A második 2 akó bort adott, de visszakapott 40 aranyforintot.

Hány aranyforintot fizettek egy akó bor után a vámnál?

(Varga Tamás Matematikaverseny, 7. évfolyam, 2003)

23. Egy diák 3 óra híján másfélszer annyit tanul otthon, mint amennyi időt az iskolában tölt. A nap további 14 és fél órájával szabadon rendelkezik. Mennyi időt tölt az iskolában?

(Varga Tamás Matematikaverseny, 7. évfolyam, 2008)

Arányos osztás

1. Oszd el két részre a 25-öt úgy, hogy a keletkezett részek aránya 2 : 3 legyen!

2. Egy állatfarmon összesen 240 háziállatot tartanak. A szarvasmarhák, a sertések és a baromfik számának aránya 2 : 3 : 7. Számítsd ki, hány állat él a farmon az egyes fajtákból! Ábrázold kördiagramon a különböző állatok számának eloszlását!

3. Egy baráti társaságban a fiúk és a lányok számának aránya 2 : 3. Hány fiú és hány lány lehet a társaságban, ha maximum 15-en vannak?

4. Lali hosszúnadrágjának szára 55 cm-rel hosszabb mint a fürdőnadrágjáé. Milyen hosszú Lali két nadrágjának szára, ha arányuk 8 : 3?

5. Julcsi felmosta a 6 m széles és 5 m hosszú téglalap alakú konyha $\frac{4}{6}$ részét. Hány m^2 területű rész maradt testvérének? Milyen arányban osztották el a munkát?

6. Hanna a születésnapi bulijára 5 barátnőjét hívta meg. Annyi szörpöt vásárol, hogy mindenkinek legalább 3 db 2 dl-es pohár vízzel hígított szörp jusson. Hány liter szörpöt vegyen legalább, ha a hígítás aránya 1 : 5?

7. Jocó és Béci testvérek. Jocó spórolós, Béci viszont szeret költekezni, ezért Jocónak 900 Ft-tal több megtakarított pénze van, mint Bécinek. A két gyerek megtakarított pénzének aránya 12 : 7. Mennyi pénze van a fiúknak külön-külön?

8. Két szám különbsége 408, arányuk 11 : 19. Melyek ezek a számok?

9. Egy könyvespolc három polcán összesen 180 könyv van. A középső polcon kétszer annyi van, mint az alsón; a felsőn pedig annyi, mint az előbbi kettőn együttvéve. Hány könyv van az egyes polcokon? Írd fel az egyes polcokon lévő könyvek számának arányát!

10. Egy kétjegyű szám jegyeinek aránya 2 : 1. Ha a számból kivonjuk a jegyei felcserélésével kapott számot, 27-et kapunk. Melyik ez a szám?

11. Hány olyan háromjegyű szám van, amelyben a számjegyek aránya 2 : 3 : 4? Melyek ezek?

12. Három szerelő egy autó megjavításáért 136 000 Ft-ot kapott. Mennyit kaptak külön-külön, ha az egyik 4 órát, a másik 5 órát, a harmadik 7 órát dolgozott rajta?

A munkadíjat a munkaidő arányában osztják szét.

13. Mekkorák annak az egyenlő szárú háromszögnek a szögei, amelyben az alapon fekvő egyik szög és a szárszög nagyságának aránya ebben a sorrendben

a) 5 : 8 *b)* 1 : 4 *c)* 7 : 6?

14. Egy téglalap oldalainak aránya 3 : 7. Mekkora a kerülete, ha a területe 189 cm^2?

15. Adott az AB szakasz. Jelöld be azt a pontot a szakaszon, amely

a) az A-tól és a B-től egyenlő távol van,

b) az A-tól kétszer olyan távol van, mint a B-től,



c) a B-től kétszer olyan távol van, mint az A-tól!

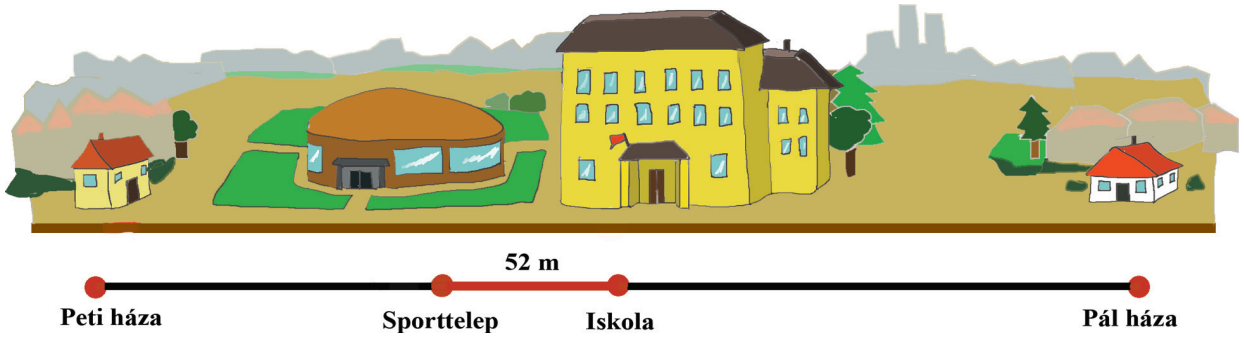


d) Az AB egyenesen az A-tól $\frac{1}{3}\overline{AB}$ távolságra lévő pontok milyen távolságra vannak a B-től? Jelöld ezeket a pontokat az egyenesen!



16. A Péter és Pál lakhelyét összekötő egyenes út mentén van a sporttelep és az iskola épülete. Az iskola helye a lakhelyük távolságát 1 : 1 arányban, a sporttelep helye pedig 2 : 1 arányban osztja. Az iskola és a sporttelep távolsága 52 méter.

Milyen messze lakik egymástól a két fiú?



17. Négy természetes szám úgy aránylik egymáshoz, mint 3 : 5 :7 : 8. Közülük a legnagyobb 120-szal egyenlő. Mekkorák ezek a számok?

★ **18.** Az ABC háromszög szögeinek aránya 1 : 3 : 4, a legnagyobb szögű csúcs a C. A C-ből induló szögfelezőt jelölje f, a C-ből induló magasságvonalat m, a C csúcsot a szemközti oldal felezőpontjával összekötő szakaszt pedig s!

Igaz-e, hogy f felezi az m és az s szakaszok által bezárt szöget?

(Varga Tamás Matematikaverseny, 7. évfolyam, 2003)

Százalékszámítás

Százalékérték meghatározása

1. *a)* 50 kg 20%-a hány dkg? *b)* 48 liter 25%-a hány dl? *c)* 60 m 15%-a hány cm?
d) 1600 Ft 130%-a hány Ft? *e)* 80 m^2 190%-a hány m^2? *f)* 95 dm^3 200%-a hány dm^3?

2. Melyik nagyobb?

a) 2 óra $\frac{4}{5}$ része vagy 120 perc 80%-a,

b) 1,8 óra harmadrésze vagy 60 perc 40%-a,

c) 45 perc $\frac{2}{5}$ része vagy 1 óra 25%-a,

d) 80 perc 75%-a vagy 75 perc 80%-a?

3. Gergő a tanév kezdetén 35 kg volt, év végére a tömege 4%-kal nőtt. Hány kg tömegű Gergő az évzárón?

4. Hogyan változik egy 0-tól különböző szám értéke, ha elosztjuk 0,4-del?

a) 40%-kal nő *b)* 60%-kal csökken *c)* 2,5-szeresére nő

5. Egy háromszög kerülete 153 cm. Oldalainak aránya 2 : 3 : 4. Mindhárom oldalát megnöveljük 20%-kal. Mennyi lesz így a nagyobb háromszög kerülete?

6. Józsi az irodalom házidolgozatát számítógépes szövegszerkesztővel írta. 12-es betűméretet használva mindössze másfél oldal terjedelmű lett a dolgozat. Mivel ezt túl kevésnek találta, megnövelte a betűméretet $\left(33\frac{1}{3}\right)$%-kal. Milyen méretű betűkre tért át? Becsüld meg, hányszorosára növekedett így a dolgozat terjedelme! (Egyéb beállításokat nem változtatott Józsi.)

7. Egy kisközértben a literes tej 230 Ft-ba, 1 kg kenyér 360 Ft-ba, a 250 g-os kakaópor pedig 650 Ft-ba kerül. A nagy bevásárlóközpontban a tej 10%-kal, a kenyér 5%-kal olcsóbb, a kakaópor pedig 12%-kal drágább. Számítsd ki, hol érdemes vásárolnunk, ha 2 liter tejet, 1 kg kenyeret és 1 csomag kakaóport szeretnénk venni!

A bevásárlóközpontban fizetendő végösszeget a kereskedelemben érvényben lévő bolti kerekítés szabályai szerint add meg!

A bolti kerekítés szabályai:

A pénzforgalomban használható fémpénzek: 5 Ft, 10 Ft, 20 Ft, 50 Ft, 100 Ft, 200 Ft.

A megállapított vagy kiszámított árakat a felsorolt pénzérméknek megfelelően, a legközelebbi (5-re vagy 0-ra végződő) értékre kell kerekíteni.

1. Ha az árban az egyesek helyén 1, 2 áll, akkor lefelé kerekítve, a számnál kisebb, legközelebbi tízesre végződő értéket kell kifizetni. (1 Ft vagy 2 Ft értékű áru nem létezik.)

2. Ha az árban az egyesek helyén 3, 4, 6, 7 áll, akkor a legközelebbi 5-ösre végződő árat kell kifizetni.

3. Ha az árban az egyesek helyén 8, 9 áll, akkor felfelé kerekítve, a számnál nagyobb legközelebbi tízesre végződő értéket kell kifizetni.

4. Ha az ár 0-ra vagy 5-re végződik, akkor pontosan azt az értéket kell kifizetni.

Például:

232 Ft helyett 230 Ft-ot, 233 Ft vagy 236 Ft helyett 235 Ft-ot, 238 Ft helyett 240 Ft-ot kell fizetni.

8. Egy derékszögű háromszög egyik hegyesszöge

a) 150%-a a másiknak *b)* 140%-a a másiknak.

Mekkorák a háromszög szögei?

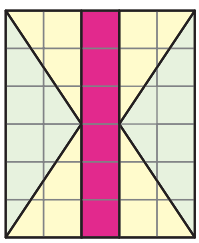
9. A paralelogramma egyik szöge 125%-a a másiknak. Mekkorák a paralelogramma szögei?

100% meghatározása

10. Melyik számnak a

a) 15%-a 48, *b)* 60%-a 102, *c)* 30%-a 450, *d)* 45%-a 225, *e)* 120%-a 750?

11. Az ábrán látható szőnyeghez hasonló mintájú szőnyegkeet különböző méretekben készítik a szövőgépek. Ehhez a tervezők a középső, téglalap alakú csík méretét és annak az egész szőnyeghez viszonyított területarányát adták meg. Számítsd ki az adatokból, mekkorák a szőnyegek!



	A bordó csík		A szőnyeg területe
	területe	%-os aránya	
a)	300 cm^2	20%	
b)	120 cm^2	30%	
c)	400 cm^2	25%	
d)	200 cm^2	40%	

12. Mekkora az a tömeg, amelynek *a)* 18%-a 35 kg, *b)* 45%-a 243 dkg, *c)* 65%-a 6500 g?

13. Hány liternek a *a)* 70%-a 980 dl, *b)* 0,5%-a 580 cl, *c)* 140%-a 910 l?

14. Egy egyenlő szárú háromszög szárszöge az alapon fekvő szögnek *a)* kétszerese, *b)* fele, *c)* 60%-a, *d)* 120%-a.
Mekkorák a háromszög szögei?



15. A 6.a osztály év végi tanulmányi átlaga 4,21, amely 13%-kal magasabb a félévinél. Mennyi volt félévkor ez az átlag?

16. Egy tíznapos nyári olasznyelv-tanfolyam tandíja most 10%-kal kevesebb az eredetinél, így 36 900 Ft-ba kerül.
Hány forint volt a tandíj eredetileg?

17. Janó és Bea szeretnének egy számítógépes játékprogramot venni. Janónak hiányzik a vételár 30%-a, Beának pedig a 40%-a. Ha pénzüket összerakják, akkor az összeg 1200 Ft-tal több lesz a vételárnál. Mennyibe kerül a program?



18. Infó Mária új számítógépének üzembe helyezésekor a meghajtót két részre osztották. A D meghajtón 112,5 GB (gigabájt) tárhelyet alakítottak ki, amely a teljes tárolókapacitás 75%-a. Mekkora rész jut a C meghajtóra, és hány GB méretű a gép teljes tárhelye?

Törtrészek meghatározása százalék alakban

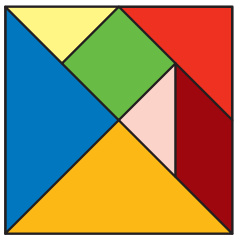
19. Hány százaléka
a) 42 a 168-nak; *b)* 150 a 60-nak; *c)* 0 a 42-nek; *d)* 620 a 620-nak?

20. Írd fel a törteket százalék alakban!

$\frac{4}{5}$ $\frac{5}{4}$ 0,1 $\frac{8}{2}$ $\frac{2}{3}$ 2,5 $\frac{9}{5}$ $\frac{102}{100}$

21. *a)* 480 m-nek a 2400 cm hány %-a? *b)* 12 perc a 2 órának hány %-a?
c) 350 dl-nek a 28 l hány %-a? *d)* 9 t az 5000 kg-nak hány %-a?

22. A kínai eredetű, *tangram* nevű kirakójáték darabjait kiszíneztük.



Hány százaléka

a) az egyes részek területe a kirakott négyzet területének;

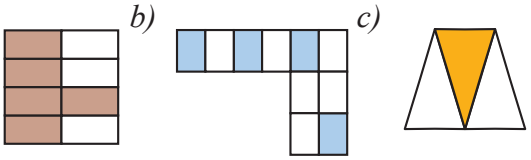
b) a piros színű darab területe a sárga színű területének;

c) a rózsaszín darab területe a zöld színű területének;

d) a készletben szereplő háromszögek összterülete a kirakott négyzet területének?

23. Hány százalékát színeztük ki az alakzatoknak? Állítsd növekvő sorrendbe a három alakzatot a színezett területek nagysága alapján!

a) *b)* *c)*



24. Ákos vacsorára megette a szilvás gombócok $\frac{3}{5}$ részét. Az összes gombóc hány százaléka maradt meg?

25. Az alábbiak közül melyik változás százalékos aránya a legnagyobb?

a) Egy fa 6 méteresről 12 méteresre nőtt.

b) Egy akvárium ára 8000 forintról 6000 forintra csökkent.

c) Egy ember fizetése 100 000 forintról 120 000 forintra növekedett.

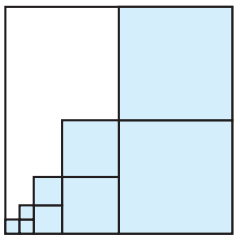
d) Egy 4 kilogrammal született kisbaba 9 kilogramm tömegű lett.

(Országos kompetenciamérés, 2008)

26. Kata ezt mondta Hédinek: az én pénzem 60%-ához még 70 Ft-ot kell adni, hogy annyi forintom legyen, mint neked. Hédi így válaszolt: neked csak 30 Ft-tal van több pénzed, mint nekem.

Hány forintjuk van a lányoknak külön-külön?

27. Egy 8 cm oldalú négyzet területéből elhagyjuk a negyedét, majd a negyedének a negyedét, és így tovább. Ezt a műveletet az eredeti négyzettel összesen négyszer végezzük el. Hány százaléka a maradék sokszög területe az eredeti négyzet területének?



Vegyes feladatok

28. Töltsd ki a táblázatot!

Alap	Százalékláb	Százalékérték
25	40	
150		18,75
	45	1530
85,2	75	

30. Az egyhetes nyári angol nyelvtanfolyam tandíját a nyár utolsó hónapjában 15%-kal csökkentették, így 68 510 Ft-ba kerül. Mennyi volt az eredetileg meghirdetett ár?

31. Egy 32 000 Ft értékű kerékpár ára 1 évi használat után az eredeti ár 78%-a. Hány százalékos az értékcsökkenés, és mennyibe kerül így az egyéves kerékpár?

32. Marci új memóriakártyát kapott a mobiltelefonjába. Így telefonjának tárolókapacitása 20 GB lett, ami 25%-kal több, mint korábban volt. Milyen méretű volt Marci telefonjának tárhelye a bővítés előtt?

33. Egy focilabda, amelyet 5 hónapig nem használtunk, kissé leeresztett. Térfogata az eredeti $\frac{9}{10}$-e lett. Hány százalékos a térfogatcsökkenés? Mekkora lett a térfogata, ha az eredetileg 4,18 dm^3 volt?



A 2014-es futball-világbajnokság hivatalos, Brazuca nevű labdája

34.



Az arany nagyon puha fém, ezért az arany ékszereket ötvözetből készítik. Az ötvözetben az arany mennyiségét karátban mérik. A tiszta arany 24 karátos.

a) Hány százalék aranyat tartalmaz a 18 karátos és a 22 katáros arany ékszer?

b) Hány karátos az az ékszer, amely 25% tiszta aranyat tartalmaz?

35. Gyereknapra két testvér közül az idősebb másfélszer értékesebb ajándékot kapott, mint a kisebbik. Hány %-kal került többe a nagyobb testvér ajándéka?

36. 2013-ban a Fővárosi Állat- és Növénykert a szomszédságában lévő 6,5 hektáros Vidámpark területével bővült. Így mára az állatkert 18 ha területet foglal el. Hány %-os az Állatkert területnövekedése?

37. Töltsd ki a táblázatot! A kerekítéseket a kereskedelemben használt módon végezd el!

A bolti kerekítés szabályai:

A pénzforgalomban használható fémpénzek: 5 Ft, 10 Ft, 20 Ft, 50 Ft, 100 Ft, 200 Ft.

A megállapított vagy kiszámított árakat a felsorolt pénzérméknek megfelelően, a legközelebbi (5-re vagy 0-ra végződő) értékre kell kerekíteni.

1. Ha az árban az egyesek helyén 1, 2 áll, akkor lefelé kerekítve, a számnál kisebb, legközelebbi tízesre végződő értéket kell kifizetni. (1 Ft vagy 2 Ft értékű áru nem létezik.)

2. Ha az árban az egyesek helyén 3, 4, 6, 7 áll, akkor a legközelebbi 5-ösre végződő árat kell kifizetni.

3. Ha az árban az egyesek helyén 8, 9 áll, akkor felfelé kerekítve, a számnál nagyobb legközelebbi tízesre végződő értéket kell kifizetni.

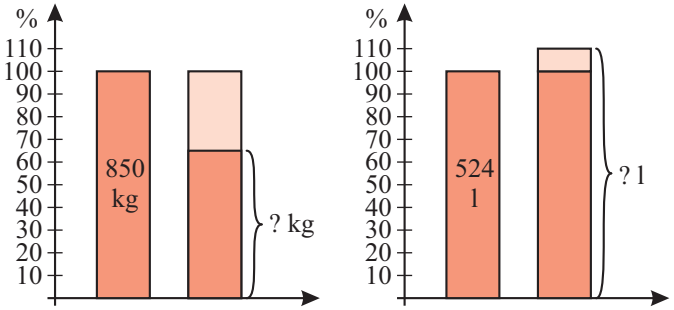
4. Ha az ár 0-ra vagy 5-re végződik, akkor pontosan azt az értéket kell kifizetni.

Például:

232 Ft helyett 230 Ft-ot, 233 Ft vagy 236 Ft helyett 235 Ft-ot, 238 Ft helyett 240 Ft-ot kell fizetni.

	Eredeti ár	Áremelés	Árcsökkentés	Új ár
Csokiszelet	75 Ft	2%	nincs	
Gumicukor	260 Ft	nincs	5%	
Vaníliás nápolyi	160 Ft			180 Ft
Mogyorós zabfalatok		nincs	12%	250 Ft
Kakaós desszert	855 Ft			645 Ft
Mogyorókrém		11%	nincs	533 Ft

38. A grafikonon színnel kiemeltük a változást. Olvasd le, hogy hány százalékkal emelkedett, illetve csökkent az eredeti érték! Számítsd ki a megnövelt és a lecsökkentett értékeket! Készíts hozzá szöveges feladatokat!



39. A TiSulitok diákjai számára háromféle nyári tábort szerveztek a tanárok: természetkutató (T), kézműves (K) és sporttábort (S). Minden táborozó tanuló csak egyféle táborban vehetett részt. A kézműves táborba 40%-kal kevesebben mentek, mint a természetkutatóba. Az utóbbiban 150 tanuló táborozott. A kézműves táborozók száma a sporttáborban résztvevők számának 125%-a volt.

a) Hányan mentek sporttáborba?

b) Hányan táboroztak összesen?

c) A sporttáborozók száma hány százaléka a természetkutatók számának?

d) Írd fel a három különböző táborban résztvevők számának arányát a legegyszerűbb alakban! (Ebben a sorrendben: $T : K : S$)

★

40. Micimackó most 56 kg, ezért fogyókúrázni kezd. A diétát pontosan betartva hetenként leadja tömegének 2%-át. Hány kg lesz a tömege 3 hét múlva?

41. A Zöld Vadon turistaszállóban egy csoport éppen a közös számlát fizeti. Mindenki 1200 Ft-ot adott, ám kiderült, hogy a költségből még 1200 Ft hiányzik. Erre mindenki ad még 100 Ft-ot. Így viszont a fizetendő összegnél már 4%-kal több pénz gyűlik össze.

Mennyi az egy főre eső költség?

(Varga Tamás Matematikaverseny, 7. évfolyam, 2008)

42. Bergengóciában az okos emberek 25%-a szép is. Tudjuk még, hogy a szép emberek közül minden második okos, viszont a lakosság negyede se nem okos, se nem szép.

Bergengócia lakosságának hány százaléka okos is és szép is?

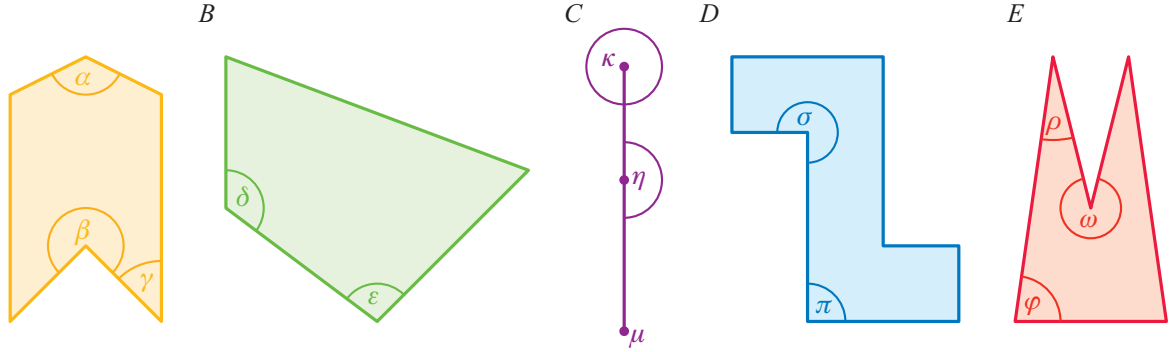
(Varga Tamás Matematikaverseny, 7. évfolyam, 2008)

Sokszögek

Síkbeli alakzatok csoportosítása

1. A megjelölt szögek közül válaszd ki, melyik konvex, illetve melyik konkáv! A szögek betűjelével válaszolj!

A *B* *C* *D* *E*



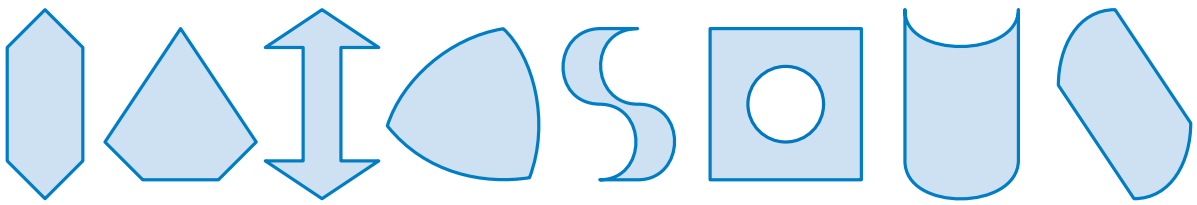
Konvex szögek: _____ Konkáv szögek: _____

2. Figyeld meg az ábrázolt síkidomokat! A feladatokra az alakzat sorszámával válaszolj!

a) Döntsd el, melyek a konvex és melyek a konkáv alakzatok!

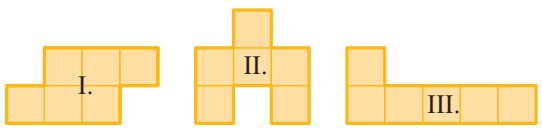
b) Csoportosítsd az alakzatokat a tengelyes és a középpontos szimmetria alapján!

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.



3. Hat egybevágó négyzetből egy-egy oldaluk egymáshoz illesztésével különböző hexominó elemek készülhetnek. A 35 elem között van a kocka 11 különböző hálója is.

Például:



I. Középpontosan szimmetrikus. II. Tengelyesen szimmetrikus.

III. Van olyan vele egybevágó sokszög párja, amelybe nem vihető át síkbeli mozgatással.

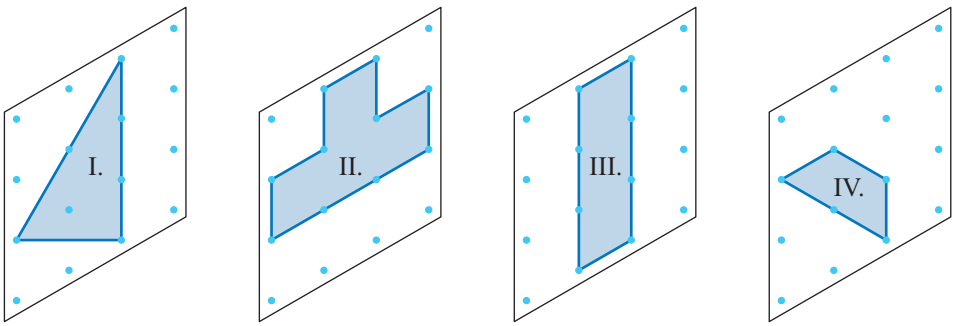
Rajzolj legalább két-két példát a következő csoportokba tartozó hexominó elemekre!

A: tengelyesen szimmetrikus; B: téglalap; C: hatszög; D: konkáv nyolcszög;

E: középpontosan szimmetrikus;

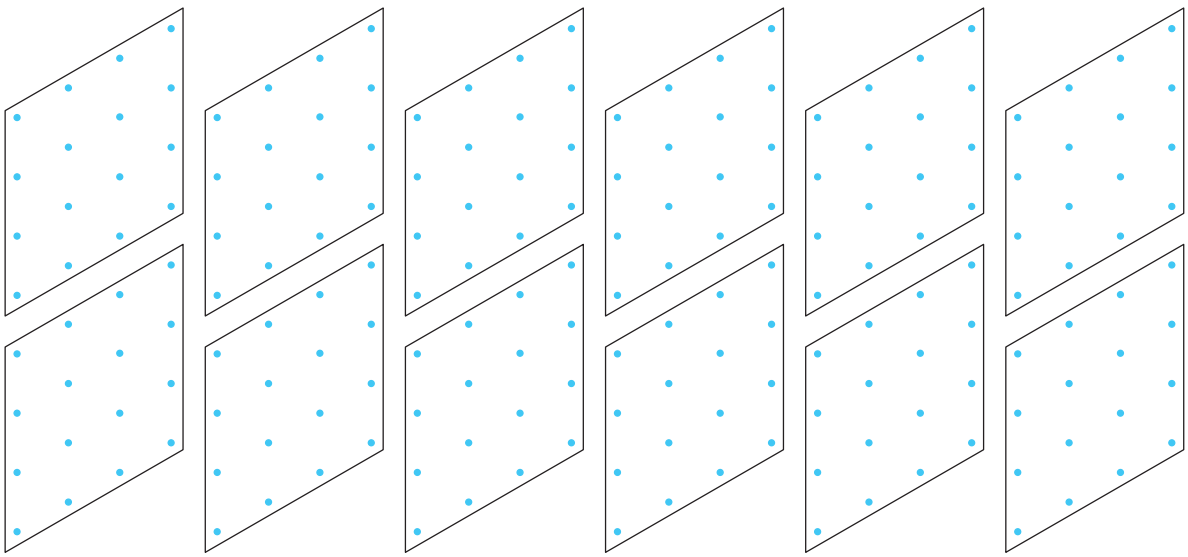
F: van olyan vele egybevágó sokszög párja, amely síkbeli mozgatással nem vihető az eredeti elembe.

4. *a)* Rajzolj 4×4-es háromszögrácsra legalább két sokszöget a lejjebb megadott szempont szerint! A sokszög csúcsai rácspontok legyenek! Ha három vagy négy pont egy egyenesre illeszkedik, akkor csak a két legtávolabbi pont lesz a sokszög csúcsa.
Például:



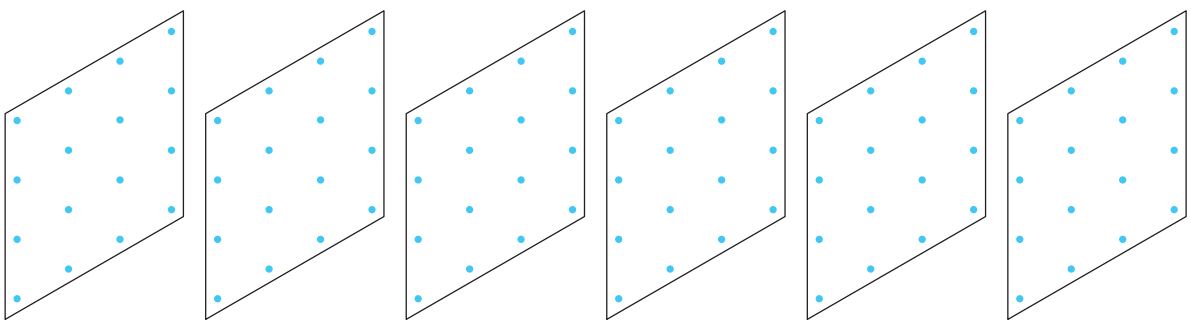
I. Derékszögű háromszög. II. Konkáv nyolcszög. III. Középpontosan szimmetrikus négyszög. IV. Húrtrapéz.

Szempontok: A: konvex hatszög B: középpontosan szimmetrikus nyolcszög
C: tompaszögű háromszög D: deltoid



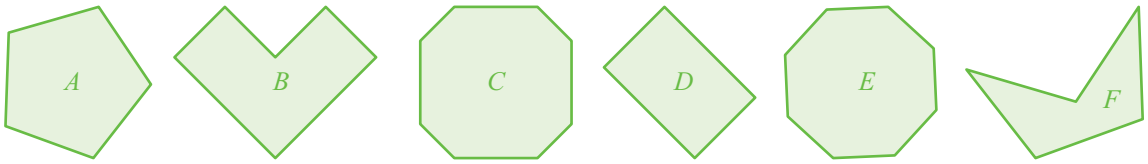
b) Adj meg további szempontokat, és rajzolj az új szempontnak megfelelő sokszögeket!

További szempontok:
E: _____ F: _____



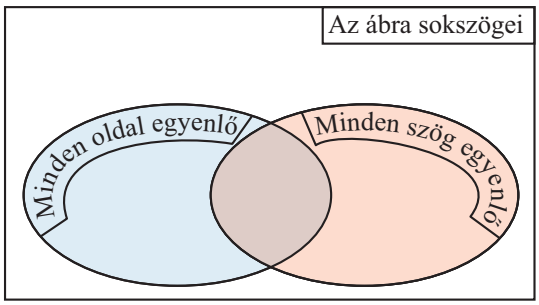
Sokszögek csoportosítása, szabályos sokszögek

5. *a)* Jelöld az ábrán a tengelyesen szimmetrikus alakzatok tengelyeit, illetve a középpontosan szimmetrikusak szimmetria-középpontját!



b) Szemléltesd halmazábrában a sokszögeket oldalaik, illetve szögeik egyenlősége alapján! A sokszögeket megadhatod a betűjelükkel!

c) Mely sokszögek szabályosak az ábrán látható alakzatok közül?



6. Tizenöt egybevágó tükrös háromszögből szabályos sokszöget építettünk. Mekkorák a sokszög szögei?

7. Egyenlő szárú háromszögekből szabályos sokszögeket építettünk. Hány oldalú a szabályos sokszög, ha az egyenlő szárú háromszög szárszöge

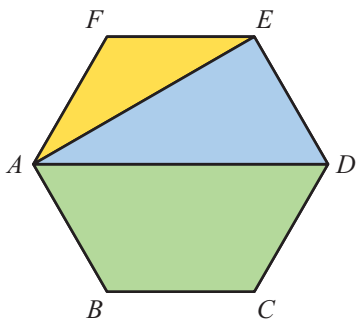
a) 30°, *b)* 18°, *c)* 72°, *d)* 10°, *e)* 24°, *f)* 15°?

8. Egyenlő szárú háromszögekből szabályos sokszögeket építettünk. Mekkorák a háromszög szögei, ha a szabályos sokszög oldalainak száma

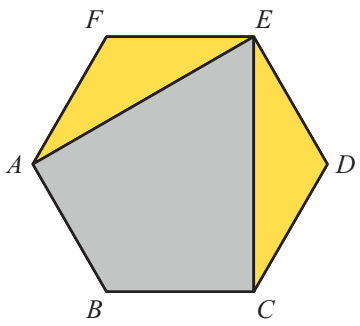
a) 3, *b)* 4, *c)* 10, *d)* 15, *e)* 40 *f)* 180?

9. A szabályos sokszögeket az egyik csúcsból induló két átlójukkal az ábrák szerint három sokszögre bontottuk. Milyen sokszögek keletkeztek? Számítsd ki a sokszögek szögeit!

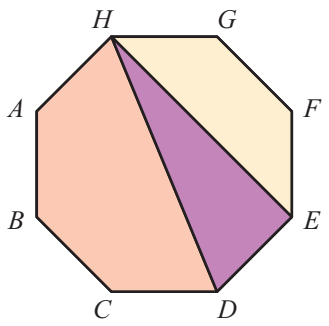
I.



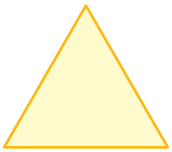
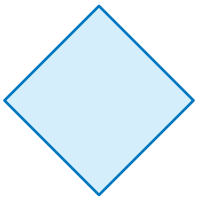
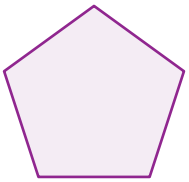
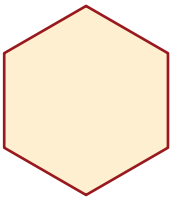
II.



III.



10. Töltsd ki a táblázatot szabályos három-, négy-, öt- és hatszög esetén! Fogalmazz meg a többi szabályos sokszögre is érvényes összefüggést a szimmetriatengelyek számáról!

	 szabályos háromszög	 szabályos négyszög	 szabályos ötszög	 szabályos hatszög
a) Csúcsot nem tartalmazó tengelyek száma				
b) Pontosan egy csúcsot tartalmazó tengelyek száma				
c) Két csúcsot tartalmazó tengelyek száma				
d) Van szimmetria-középpontja				
e) A sokszög szimmetriatengelyeinek száma				

Milyen fajta szabályos sokszögekben

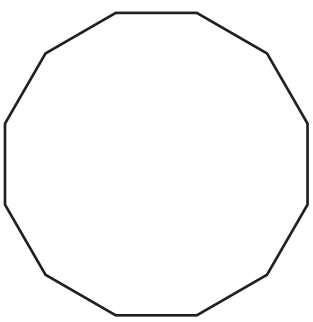
A) találunk csúcsot nem tartalmazó szimmetriatengelyt;

B) van olyan szimmetriatengely, amely pontosan egy csúcsot tartalmaz;

C) találunk két csúcsot tartalmazó szimmetriatengelyt;

D) lehet szimmetria-középpont?

11. Próbáld ki a **padtársaddal** a következő játékot! Egy szabályos tizenkétszögbe felváltva húzzatok be egy-egy átlót úgy, hogy azok a sokszög belsejében nem metszhetik egymást. Az veszít, aki nem tud a szabálynak megfelelő újabb átlót behúzni. Másolópapírra rajzold át a tizenkétszöget, hogy több fordulót játszhassatok!



Hogyan nyerhet a kezdő játékos?

Próbáld ki más szabályos sokszögekkel is a nyerő stratégiát!

Milyen oldalszámú szabályos sokszög esetén működik a stratégia?

Négyszögek csoportosítása, trapézok

12. Válaszd ki az ábrázolt négyszögek közül azokat,

a) amelyeknek van párhuzamos oldalpárja: _____

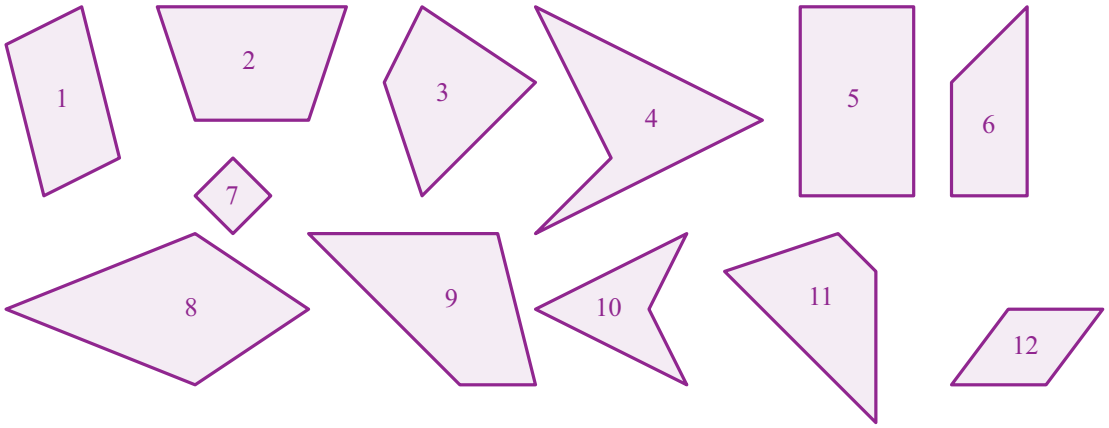
b) amelyeknek van szimmetriatengelye: _____

c) amelyeknek van szimmetria-középpontja: _____

d) amelyek konvex négyszögek: _____

e) amelyek konkáv négyszögek: _____

A feladatra a négyszögek számával válaszolj!



13. Melyik négyszögcsoportra jellemző a következő tulajdonság? Sorold fel mindegyik állítás után a megfelelő négyszögek betűjelét!

A:	trapézok
B:	téglalapok
C:	paralelogrammák
D:	rombuszok
E:	deltoidok
F:	négyzetek
G:	húrtrapézok

a) Van két párhuzamos oldalpárjuk.

b) Tengelyesen szimmetrikusak.

c) Két szemközti szögük 180°-ra egészíti ki egymást.

d) Minden szögük egyenlő.

e) Van két egyenlő oldaluk.

f) Két szomszédos szögük egyenlő.

g) Átlóik felezik egymást.

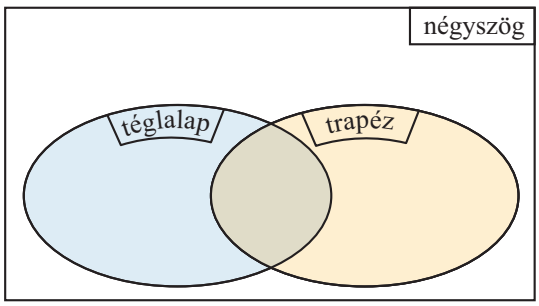
h) Két szomszédos szögük 180°-ra egészíti ki egymást.

i) Középpontosan szimmetrikusak.

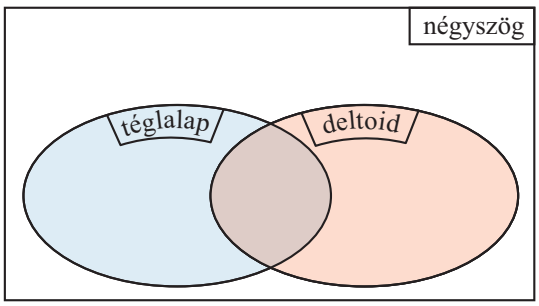
j) Két szemközti szögük egyenlő.

14. Rajzolj egy-egy négyszöget a halmazábra minden tartományába! Ha valamelyik tartományba nem kerülhet semmi, azt satírozd be!

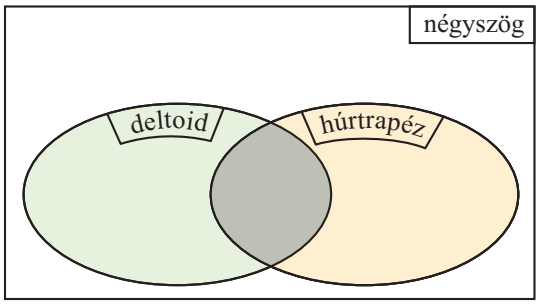
a)



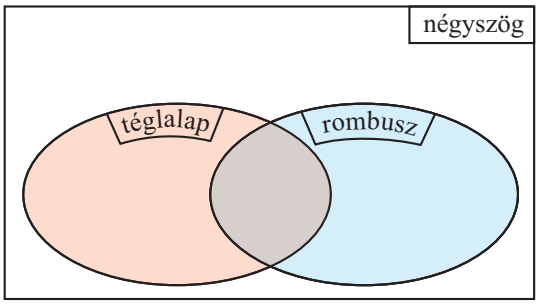
b)



c)

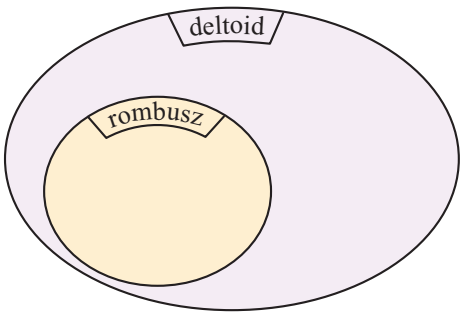


d)

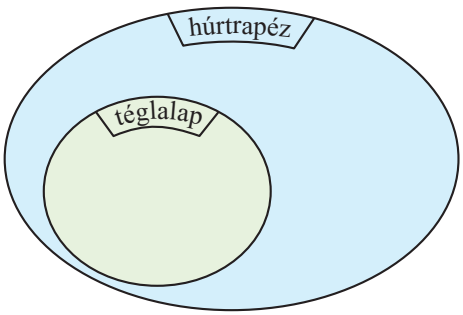


15. Rajzolj négyszöget a halmazábra minden tartományába! Fogalmazz meg igaz állításokat az ábra alapján!

a)



b)



16. Készíts szimmetrikus alakzatokat csak hajtogatással írólapból! Mindegyik feladathoz külön papírt használj! Hajtogass

a) tükrös háromszöget, *b)* konvex deltoidot, *c)* konkáv deltoidot,
d) téglalapot, *e)* négyzetet, *f)* rombuszt,
g) paralelogrammát, *h)* szimmetrikus ötszöget, *i)* húrtrapézt!

17. Döntsd el, melyik igaz (I), melyik hamis (H), és írd a megfelelő betűt az állítások után!

a) Minden deltoid négyszög. _____ *b)* Van olyan deltoid, amelyik trapéz. _____
c) Minden négyzet téglalap. _____ *d)* Minden húrtrapéz téglalap. _____
e) Minden téglalap húrtrapéz. _____ *f)* Minden rombusz trapéz. _____
g) Van olyan húrtrapéz, amelynek minden oldala egyenlő. _____
h) Van olyan trapéz, amelynek az átlói egyenlő hosszúak. _____

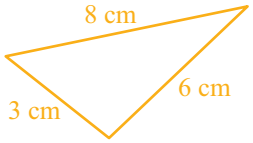
18. Döntsd el, melyik igaz (I), melyik hamis (H), és írd a megfelelő betűt az állítások után!

a) A húrtrapéz átlói egyenlő hosszúak. _____
b) A négyzet nem deltoid. _____
c) Van olyan deltoid, amelyik rombusz. _____
d) Minden deltoid rombusz. _____
e) Van olyan téglalap, amelynek az oldalai egyenlő hosszúak. _____
f) Minden húrtrapéz alapjai különböző hosszúságúak. _____
g) Nincs olyan húrtrapéz, amelynek minden oldala különböző hosszúságú. _____
h) Van olyan deltoid, amelynek pontosan három egyenlő hosszúságú oldala van. _____
i) Van olyan húrtrapéz, amelynek pontosan három egyenlő hosszúságú oldala van. _____
j) Van olyan paralelogramma, amely nem trapéz. _____

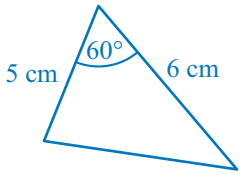
Háromszögek szerkesztése

19. Szerkeszd meg a háromszöget a vázlaton szereplő adatoknak megfelelően!

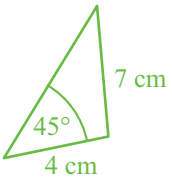
a)



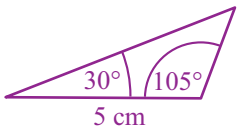
b)



c)



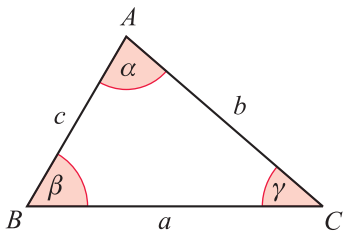
d)



A következő négy feladatban háromszögek szerkesztését kell elvégezni a megadott oldalak és szögek ismeretében. A szerkesztés során gondolj arra is, hogy hányféle háromszög szerkeszthető!

Jelölések: az a oldallal szemben az α szög van, ugyanígy tartozik össze a b és a β, illetve a c és a γ.

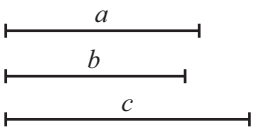
A szerkesztéseket a vázlaton használt jelöléseknek megfelelő adatokkal végezd!



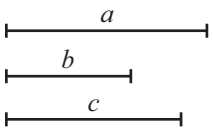
20. *a)* $a = 2$ cm, $b = 4$ cm, $c = 5$ cm

b) $a = 32$ cm, $b = 41$ cm, $c = 6$ cm

c)



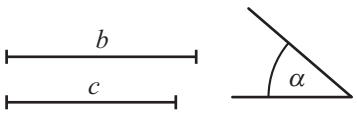
d)



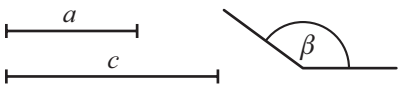
21. *a)* $a = 3{,}8$ cm, $c = 4{,}6$ cm, $\beta = 45°$

b) $b = 0{,}6$ dm, $c = 20$ mm, $\alpha = 105°$

c)



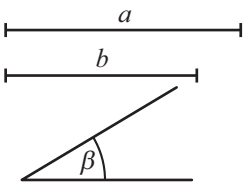
d)



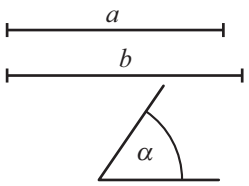
22. *a)* $a = 4$ cm, $c = 5$ cm, $\gamma = 67{,}5°$

b) $b = 5$ cm, $c = 3{,}5$ cm, $\beta = 127{,}5°$

c)



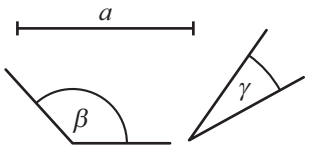
d)



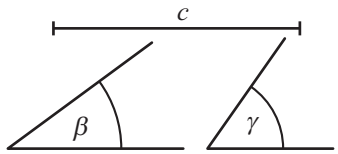
23. *a)* $b = 4{,}5$ cm, $\beta = 45°$, $\gamma = 60°$

b) $c = 7$ cm, $\alpha = 15°$, $\beta = 22{,}5°$

c)



d)



A háromszögek oldalai és szögei

24. Egy háromszög két oldalának hossza 8 m és 11 m. Lehet-e a harmadik oldal
a) 7 m; *b)* 9 m; *c)* 3 m; *d)* 13 m; *e)* 5 m?

25. Egy háromszög két oldalának hossza 4 cm és 8 cm. A harmadik oldal centiméterben mért hosszának mérőszáma egész szám. Mekkora lehet a harmadik oldal?

26. Egy háromszög két oldalának hossza 3 cm és 7 cm. Mekkora lehet a harmadik oldal? Ábrázold számegyenesen a lehetséges oldalhosszakat centiméterben mérve!

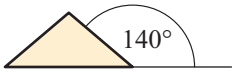
27. Mekkorák az oldalai egy 48 cm kerületű háromszögnek, ha az oldalak aránya
a) 6 : 5 : 5, *b)* 3 : 4 : 5, *c)* 5 : 9 : 10, *d)* 14 : 10 : 8?

28. Mekkorák a háromszög belső szögei, ha azok aránya
a) 1 : 2 : 2, *b)* 1 : 4 : 5, *c)* 7 : 3 : 2, *d)* 3 : 5 : 1?

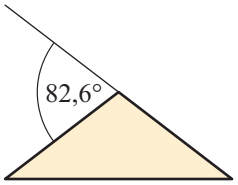
29. *a)* Lehet-e egy 60 cm kerületű háromszög oldalainak aránya 1 : 2 : 3?
b) Lehet-e egy háromszög belső szögeinek aránya 1 : 2 : 3?
c) Lehet-e egy háromszög oldalainak aránya 7 : 3 : 2?

30. Számítsd ki, mekkorák a tükrös háromszög belső szögei!

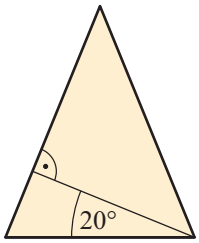
a)



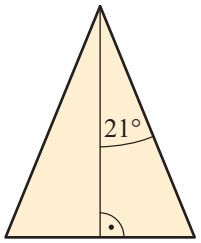
b)



c)

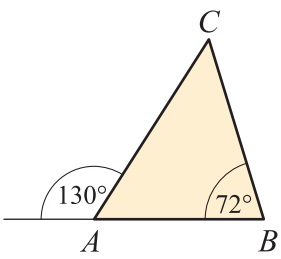


d)

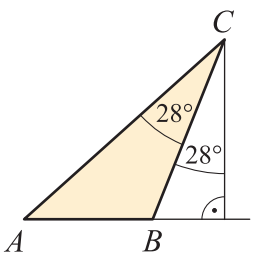


31. Számítsd ki a vázlatrajz alapján a háromszög belső szögeinek nagyságát!

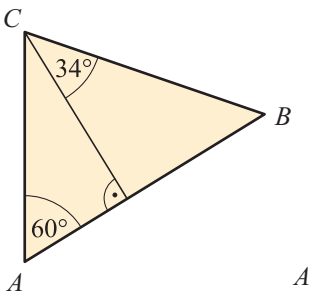
a)



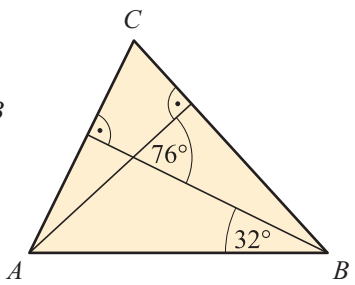
b)



c)

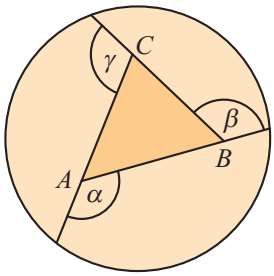


d)

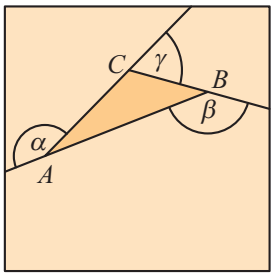


32. Másold le a teljes ábrát másolópapírra, majd vágd ki a határvonal mentén! Ezután az egyenes szakaszok mentén vágd be a kört, illetve a négyzetet a háromszög távolabbi csúcsáig! Ha jól dolgoztál, az ábra egy háromszögre és három szögtartományra esik szét. Rakd egymás mellé a három szögtartományt úgy, hogy a csúcsuk közös legyen! Mit tapasztalsz?

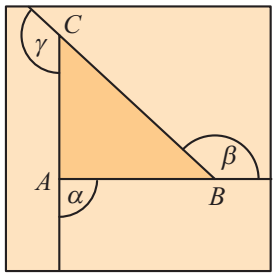
a)



b)

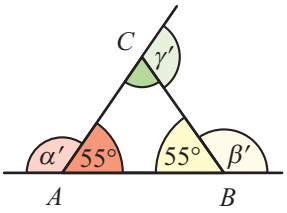


c)

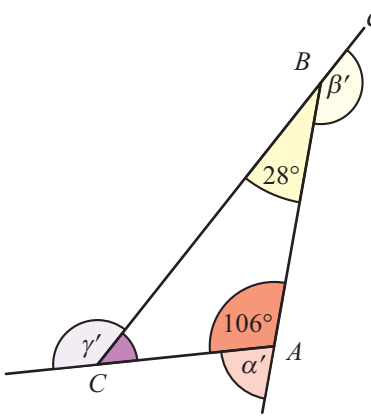


33. Számítsd ki a háromszög külső szögeinek nagyságát!

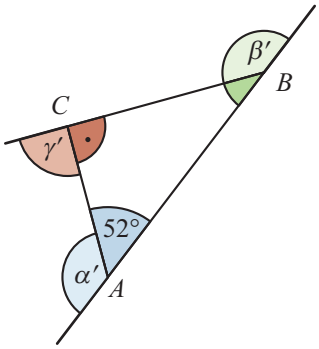
a)



b)



c)



a)	*b)*	*c)*
$\alpha' =$	$\alpha' =$	$\alpha' =$
$\beta' =$	$\beta' =$	$\beta' =$
$\gamma' =$	$\gamma' =$	$\gamma' =$

34. Mekkorák a belső szögei annak a háromszögnek, amelynek minden külső szöge kétszerese a mellette lévő belső szögnek?

35. Számítsd ki a háromszög belső szögeinek nagyságát, ha

a) az egyik külső szöge háromszorosa a hozzá tartozó belső szögnek, a másik külső szöge 50°-kal nagyobb a megfelelő belső szögnél!

b) külső szögei közül az egyik 30°-kal kisebb, a másik 30°-kal nagyobb a harmadiknál!

36. Egy egyenlő szárú háromszög szárszögének és a hozzá tartozó külső szögének különbsége 40°. Mekkorák a háromszög szögei?

37. Lehet-e a 110° és az 50° egy háromszög

a) két belső szöge; *b)* két külső szöge; *c)* egy belső és egy külső szöge?

38. Igazak vagy hamisak az állítások? Válaszaidat indokold!

A: Nincs olyan háromszög, amelynek két külső szöge 60° és 50°.

B: A háromszög belső szögeinek összege fele a három külső szög összegének.

C: A tompaszögű háromszög külső szögei hegyesszögek.

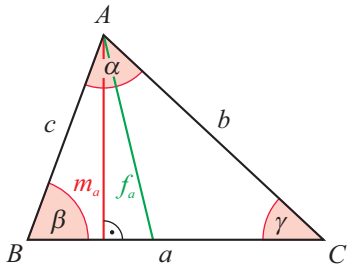
D: Ha egy egyenlő szárú háromszög egyik külső szöge 150°, akkor a szárszöge 120°.

A háromszögek nevezetes vonalai

A következő feladatokban az ábra jelöléseinek megfelelően végezd a szerkesztéseket, számításokat! Gondolj arra is, hogy hányféle háromszög szerkeszthető!

Az a oldallal szemben van az α szög, az A csúcsból indul az m_a magasságvonal és az f_a szögfelező.

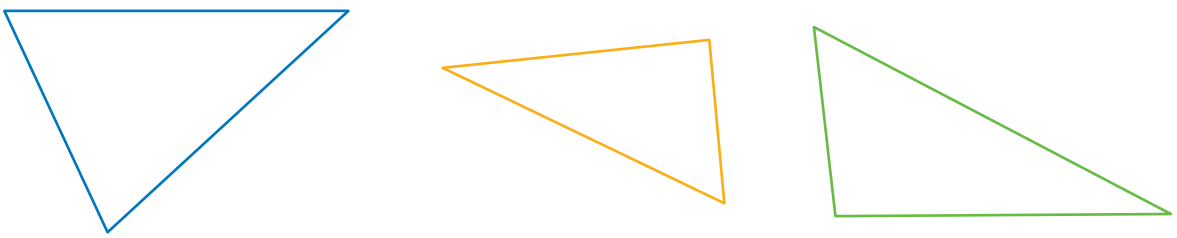
Ugyanígy tartozik össze b, β, B, m_b és f_β, valamint c, γ, C, m_c és f_γ.



A háromszög oldalfelező merőlegesei

39. Szerkeszd meg a háromszög oldalfelező merőlegeseit! Mit tapasztalsz?

a) *b)* *c)*



40. Két pont távolsága 6 cm.

a) Szerkessz olyan kört, amely mindkét ponton átmegy! Hány megoldás van?

b) Szerkessz a két ponton átmenő 4 cm sugarú kört! Hány megoldás van?

c) Hol lehetnek a két ponton átmenő körök középpontjai? Készíts vázlatrajzot!

d) Mekkora a sugara a két ponton átmenő körök közül a legkisebbnek?

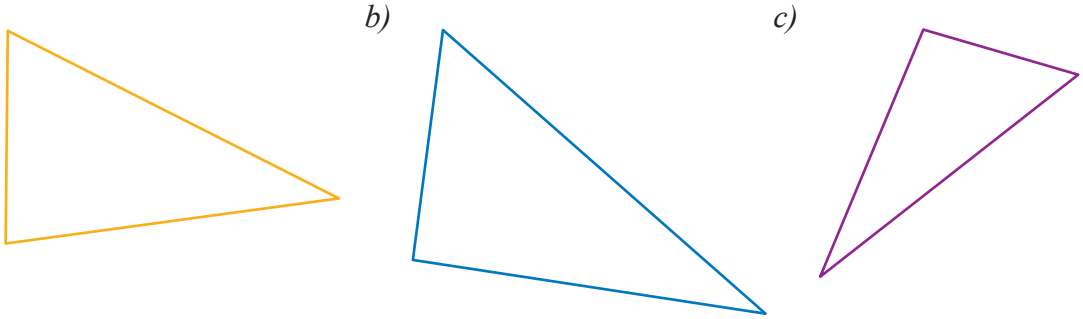
41. Szerkeszd meg a háromszöget és az oldalfelező merőlegeseit, ha az oldalak hossza

a) 3 cm, 5 cm, 7 cm, *b)* 4 cm, 7,5 cm, 8,5 cm, *c)* 3,5 cm, 5 cm, 5,5 cm!

A háromszög belső szögfelezői

42. Szerkeszd meg a háromszög belső szögfelezőit! Mit tapasztalsz?

a) *b)* *c)*



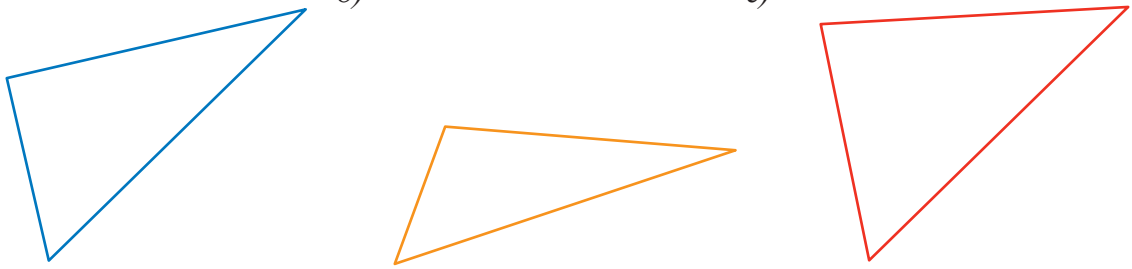
43. Szerkeszd meg a háromszöget és a belső szögfelezőit, ha az oldalak hossza

a) 3 cm, 5 cm, 7 cm, *b)* 4 cm, 7,5 cm, 8,5 cm, *c)* 7 cm, 10 cm, 11 cm!

A háromszög magasságai

44. Szerkeszd meg a háromszög magasságvonalait! Mit tapasztalsz?

a) *b)* *c)*



45. Szerkeszd meg a háromszöget, ha adott két oldala és az egyikkel szemközti szög!

a) $a = 4$ cm, $b = 5$ cm, $\beta = 45°$ *b)* $a = 6$ cm, $b = 4$ cm, $\alpha = 120°$,

c) $a = 7$ cm, $c = 9$ cm, $\gamma = 90°$

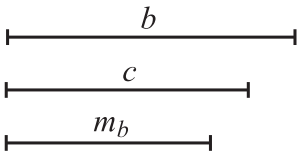
Szerkeszd meg a háromszög magasságait!

Mérd meg a csúcsok és a szemközti oldalegyenesek távolságát!

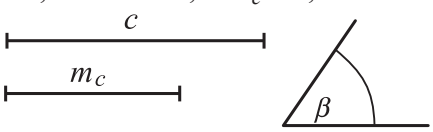
46. Szerkeszd meg a háromszöget, ha három adata ismert a szokásos jelölésekkel!

a) $a = 3$ cm, $b = 6$ cm, $m_b = 2$ cm *b)* $a = 6$ cm, $b = 5$ cm, $m_c = 3{,}5$ cm

c)



d)

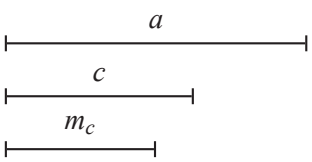


47. Szerkeszd meg a háromszöget és a háromszög magasságpontját! Hány háromszög szerkeszthető?

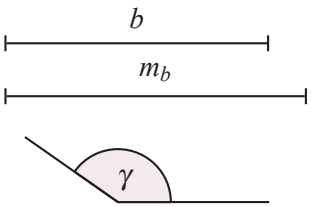
a) $b = 4$ cm
$\gamma = 45°$
$m_b = 3$ dm

b) $b = 6{,}5$ cm
$c = 6$ cm
$m_c = 2{,}5$ cm

c)

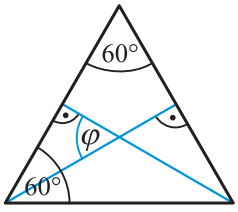


d)

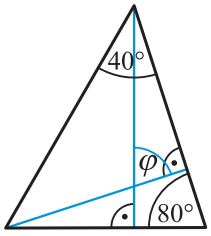


48. Mekkora szöget zár be a két magasságvonal?

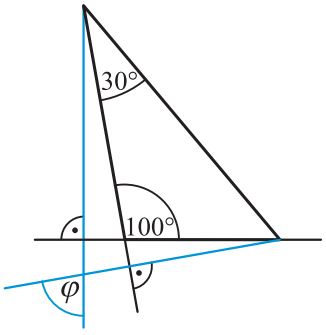
a)



b)



c)



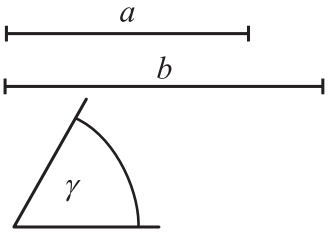
49. Szerkeszd meg a háromszöget és a háromszög magasságpontját! Hány háromszög szerkeszthető?

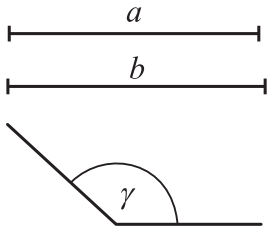
a) A háromszög egyenlő szárú, alapja 6 cm, egyik magassága 4 cm.

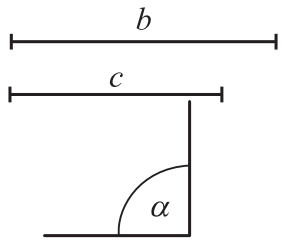
b) A háromszögben $b = 6$ cm, $\alpha = 75°$, ennek a szögnek a szögfelezője $f_a = 5$ cm hosszú.

A háromszög köré írt köre és a háromszög beírt köre

50. Szerkeszd meg a háromszög oldalfelező merőlegeseit és a háromszög csúcsain átmenő kört, ha adott a háromszög két oldala és a két oldal által közrezárt szög!

a) 

b) 

c) 

51. Rajzolj egy hegyesszögű, egy derékszögű és egy tompaszögű háromszöget!

a) Szerkeszd meg mindhárom háromszög köré írt körét!

b) Tükrözd mindhárom háromszöget a leghosszabb oldalára! Milyen sokszöget határoznak meg az eredeti és a tükörkép háromszög csúcsai?

c) A tükörkép háromszögeknek is szerkeszd meg a köré írt körét! Mit tapasztalsz?

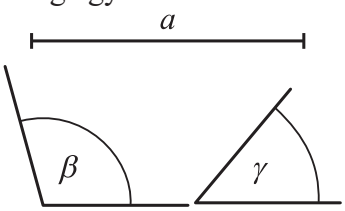
52. Két metsző egyenes 60°-os szöget zár be.

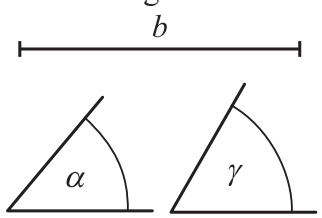
a) Szerkessz olyan köröket, amelyek érintik a két egyenest!

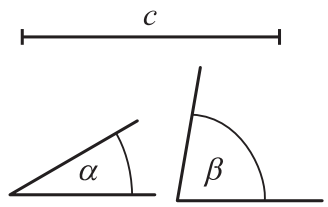
b) Szerkessz a két egyenest érintő 3 cm sugarú köröket! Hány megoldás van?

c) Hol lehetnek a két egyenest érintő körök középpontjai?

53. Szerkeszd meg a háromszög szögfelezőit és a háromszög oldalait érintő kört, ha adott a háromszög egyik oldala és az azon fekvő két szög!

a) 

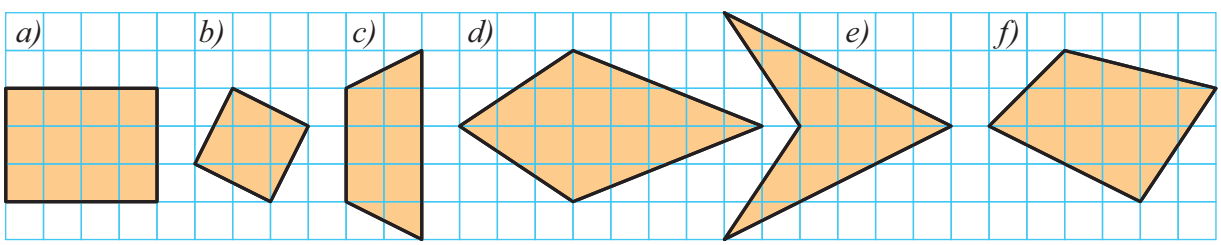
b) 

c) 

A négyszögek oldalai és szögei

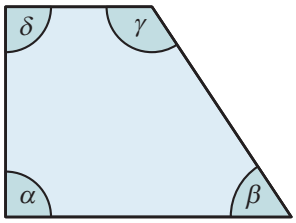
Négyszögek szögei

54. Válassz az ábrán látható négyszögek közül! Parkettázz egybevágó darabokkal a füzetedben, majd színezd ki az ábrádat!

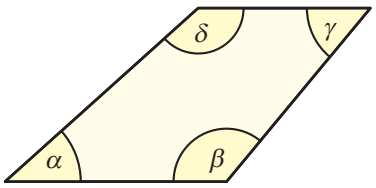


55. Mérd meg a négyszög belső szögeinek nagyságát, majd add meg ezek összegét!

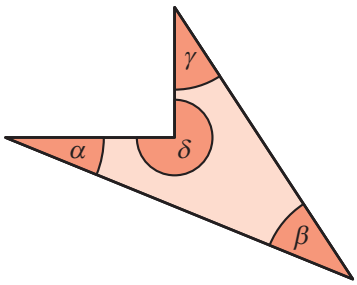
a)



b)



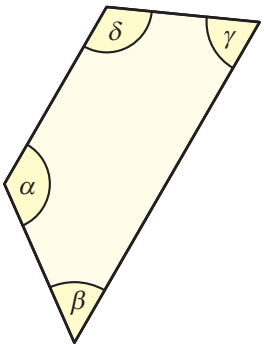
c)



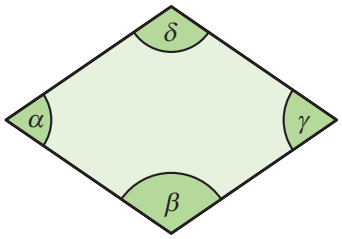
56. Másold egymás mellé a négyszög négy belső szögét úgy, hogy a szögek csúcsa közös pontban legyen!

Mit tapasztalsz?

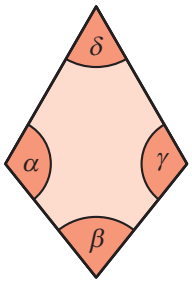
a)



b)

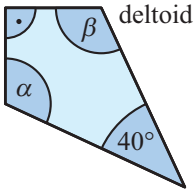


c)

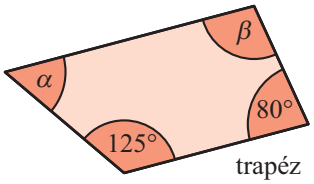


57. Mekkorák a négyszög hiányzó szögei?

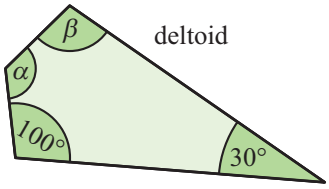
a)



b)

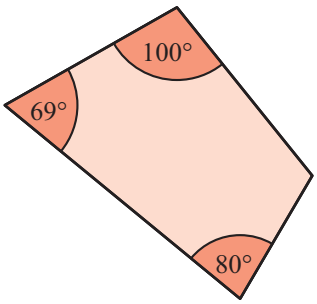


c)

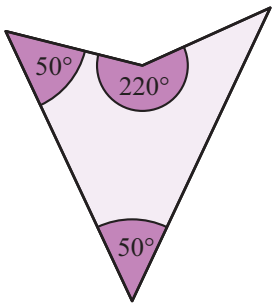


58. Számítsd ki az ismeretlen belső szögek nagyságát!

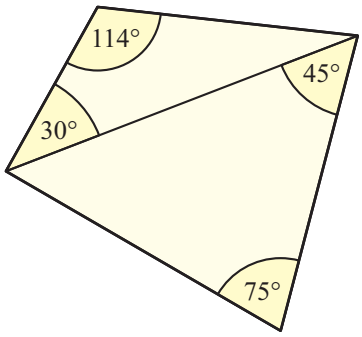
a)



b)

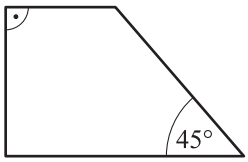


c)

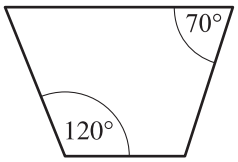


59. Számítsd ki a trapéz belső szögeinek nagyságát!

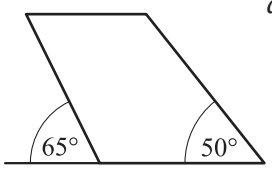
a)



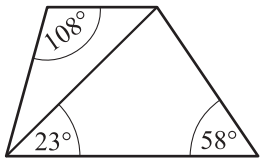
b)



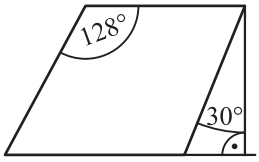
c)



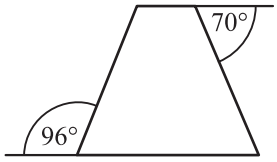
d)



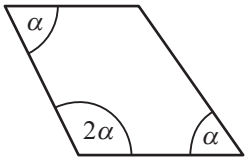
e)



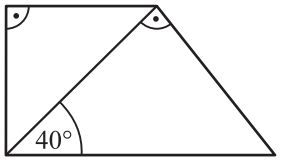
f)



g)

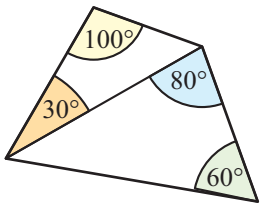


h)

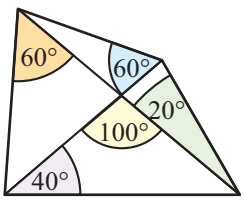


60. Számítsd ki a négyszög belső szögeinek nagyságát!

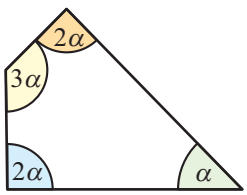
a)



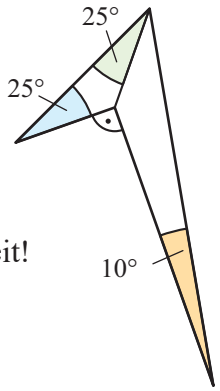
b)



c)



d)



61. Egy paralelogramma belső szögeinek aránya 6 : 9 : 6 : 9. Számítsd ki a szögeit! Ellenőrizd, hogy paralelogramma-e a négyszög!

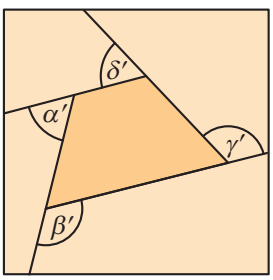
62. Egy trapéz belső szögeinek aránya 1 : 4 : 2 : 3. Számítsd ki a szögeit! Ellenőrizd, hogy trapéz-e a négyszög!

63. Egy négyszög belső szögeinek aránya 2 : 5 : 6 : 5. Számítsd ki a szögeit! Szögek szempontjából milyen négyszögről van szó?

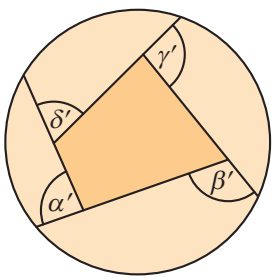
64. Egy négyszög belső szögeinek aránya 1 : 2 : 1 : 8. Számítsd ki a szögeit! Szögek szempontjából milyen négyszögről van szó?

65. Másold le a teljes ábrát másolópapírra, majd vágd ki az ábrát a határvonal mentén! Ezután az egyenes szakaszok mentén vágd be a kört, illetve a négyzetet a négyszög távolabbi csúcsáig! Ha jól dolgoztál, az ábra egy négyszögre és négy szögtartományra esik szét. Rakd egymás mellé a négy szögtartományt úgy, hogy a csúcsuk közös legyen! Mit tapasztalsz?

a)



b)



66. Számítsd ki a négyszög ismeretlen belső szögeinek nagyságát!

a) A rombusz egyik szöge 73°.

b) A húrtrapéz egyik szöge 110°47′.

c) A deltoid két szomszédos szöge 42° és 106°.

d) A rombusz egyik külső szöge 50°.

e) A paralelogramma egyik külső szöge 82°.

67. Számítsd ki a négyszög ismeretlen belső és külső szögeinek nagyságát!

a) Egy húrtrapéz egyik belső szöge 54,5°. *b)* Egy rombusz egyik külső szöge 62°43′.

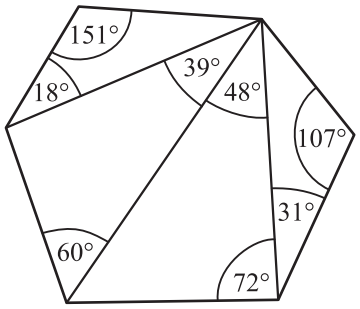
c) Egy paralelogramma egyik külső szöge 134°.

d) Egy deltoid két belső szöge 110° és 50°.

Sokszögek szögei

68. *a)* Számítsd ki a rajzon látható hatszög belső szögeinek nagyságát és azok összegét!

b) Számítsd ki a külső szögek nagyságát és azok összegét!



69. Hány fok a belső szögek összege

a) kilencszög, *b)* tízszög,

c) tizenkétszög esetén?

70. Hány oldalú az a sokszög, amelyben a belső szögek összege

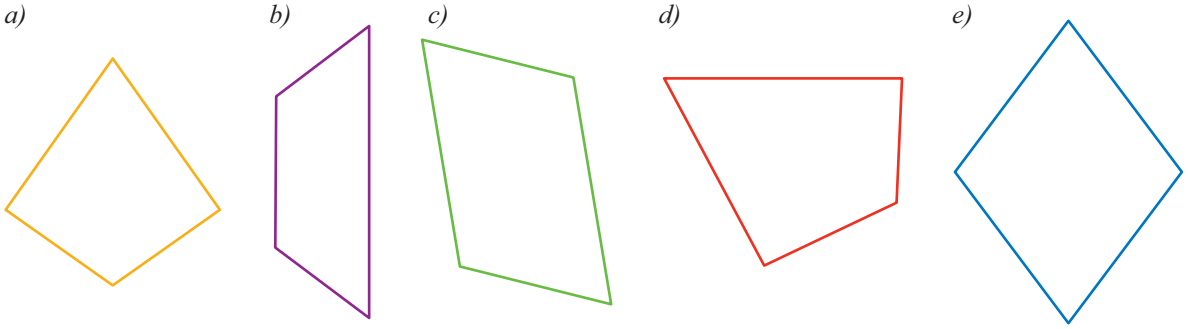
a) 1080°, *b)* 1800°, *c)* 1620°, *d)* 2340°, *e)* 4140°?

71. Hány oldalú az a konvex sokszög, amelyben a belső szögek összege háromszor akkora, mint a külső szögek összege?

A négyszögek nevezetes vonalai

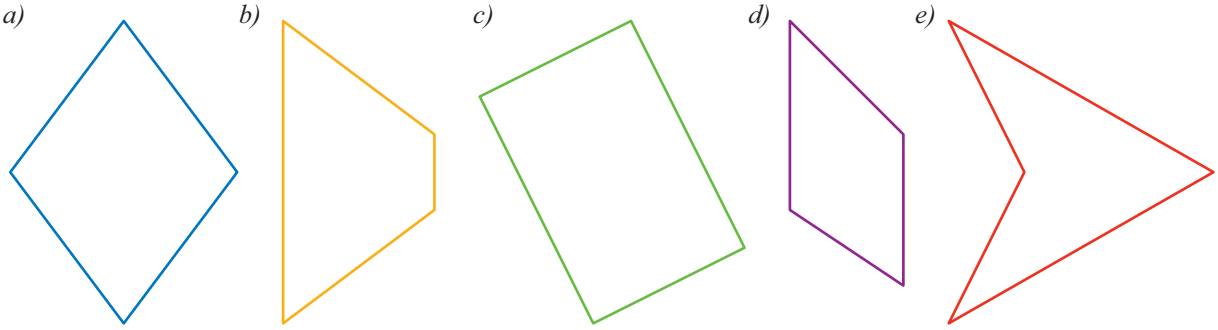
72. Szerkeszd meg a négyszögek oldalfelező merőlegeseit!

a) *b)* *c)* *d)* *e)*



73. Szerkeszd meg a négyszögek belső szögfelezőit!

a) *b)* *c)* *d)* *e)*



74. Rajzolj olyan trapézt, amelynek egyik átlója szögfelező is!

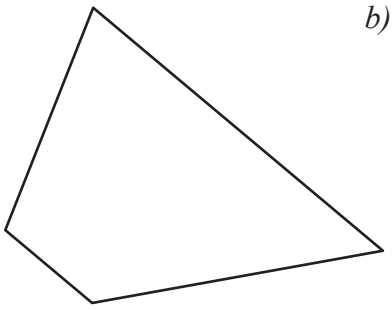
75. Rajzolj olyan trapézt, amelynek valamelyik oldalfelező merőlegese átmegy a trapéz valamelyik csúcsán!

76. Rajzolj olyan trapézt, amelynek a két alapja és az egyik átlója egyenlő hosszú!

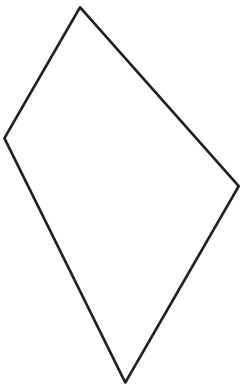
77. Rajzolj olyan trapézt, amelynek a magassága nagyobb, mint a hosszabb alapja!

78. Szerkeszd meg a trapéz magasságát!

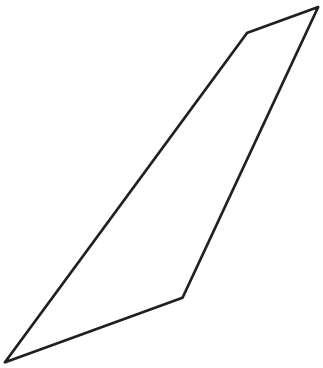
a)



b)

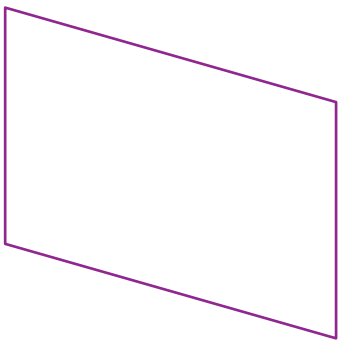


c)

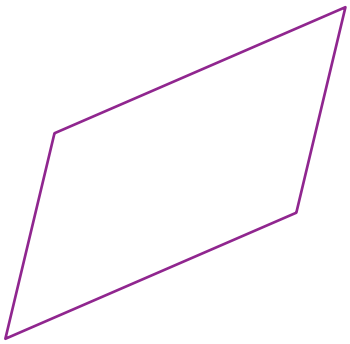


79. Szerkeszd meg a paralelogramma magasságait!

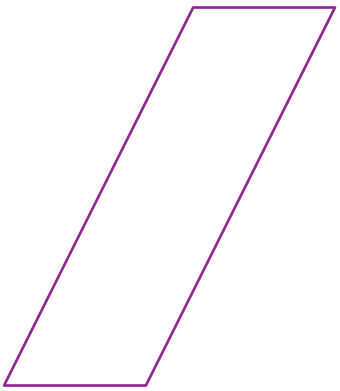
a)



b)



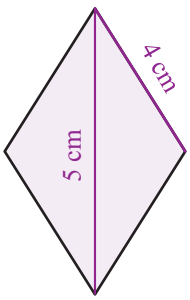
c)



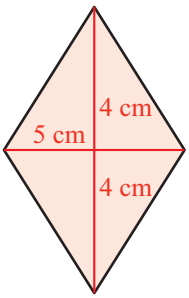
Deltoid szerkesztése

80. Szerkeszd meg a rombuszt az ábrán megadott adatokból!

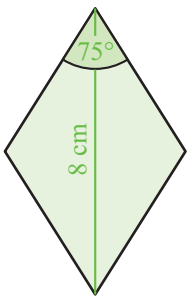
a)



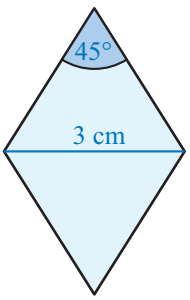
b)



c)

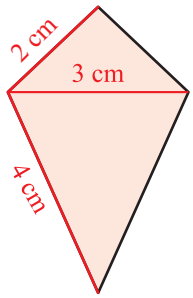


d)

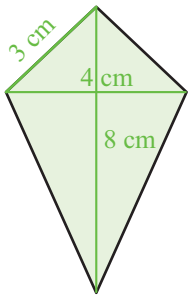


81. Szerkeszd meg a deltoidot az ábrán megadott adatokból!

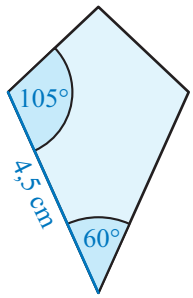
a)



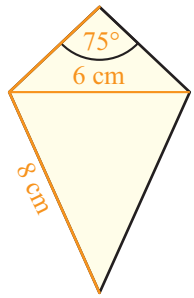
b)



c)



d)



82. Szerkessz rombuszt!

a) Átlóinak hossza 62 mm és 31 mm.

b) Oldala 2,5 cm, és két egyenlő oldalú háromszögre bontható.

c) Oldala 4 cm, és egyik belső szöge 120°.

d) Egyik átlója 3 cm, oldalának hossza ennek kétszerese.

83. Szerkeszd meg a deltoidot, ha

a) oldalai 5 cm és 3 cm hosszúak, és az 5 cm-es oldalak 60°-os szöget zárnak be;

b) a szimmetriaátlója 7 cm, és 60°-os, illetve 240°-os szöget felez ez az átló!

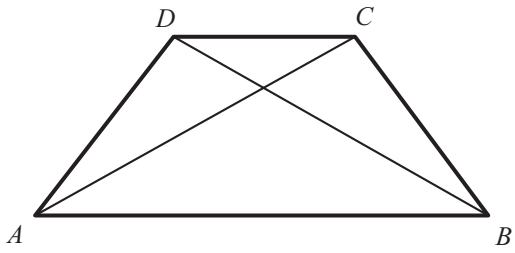
84. Szerkessz deltoidot, ha

a) a szimmetriatengelyre merőleges átlója 4 cm, és ez az átló 60°-os és 45°-os szögre bontja a végpontjánál lévő szöget;

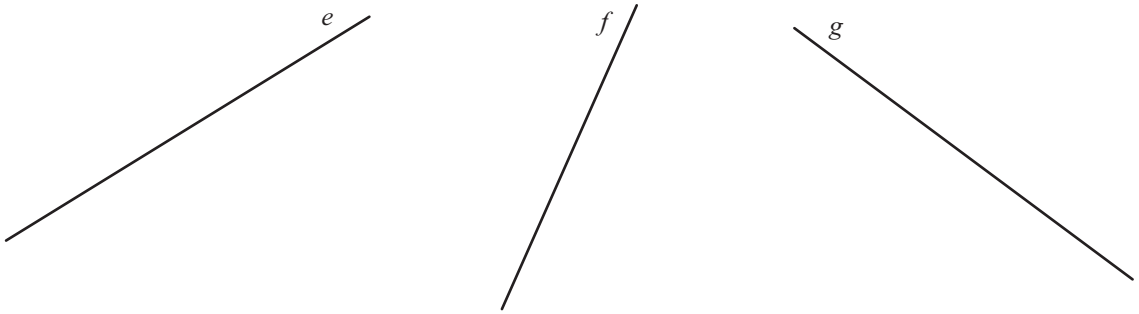
b) a 9 cm-es szimmetriaátlója 75°-os szöget zár be a 4 cm-es oldalával!

Paralelogramma szerkesztése

85. Adott az *ABCD* húrtrapéz. Szerkessz a négyszög *A*, illetve *C* csúcsán át a *BD* átlóval párhuzamos egyeneseket! Szerkeszd meg a *B*, illetve a *D* csúcson át az *AC* átlóval párhuzamos egyeneseket is! Milyen alakzatot zárnak közre a megszerkesztett egyenesek?



86. Adott az e, az f és a g egyenes.



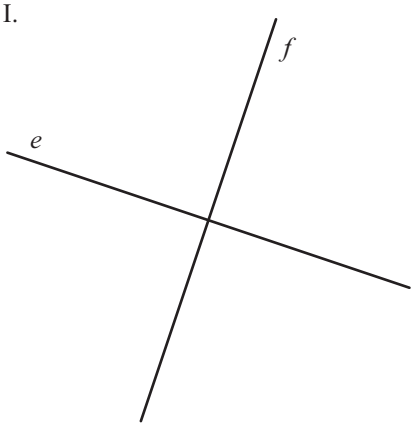
a) Szerkessz az e egyenestől 2 cm-re levő egyeneseket!

b) Színezd ki a síkon azt a tartományt, amelynek pontjaira teljesül, hogy az f egyenestől való távolságuk legalább 35 mm!

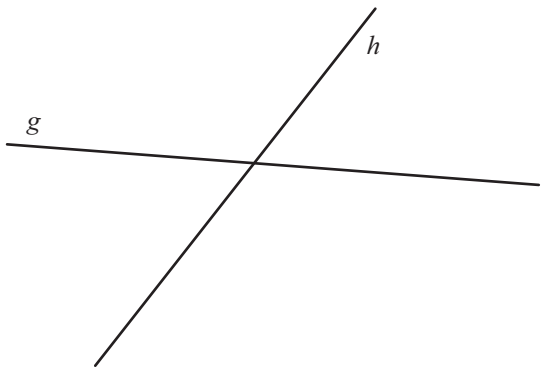
c) Színezd ki a síkon azt a tartományt, amelynek pontjaira teljesül, hogy a g egyenestől való távolságuk legfeljebb 1 cm, de legalább 4 cm!

87. Mindkét ábrán adott két egymást metsző egyenes.

I.



II.



I. Szerkessz az e egyenestől, illetve az f egyenestől 2 cm-re levő egyeneseket! Milyen alakzatot zárnak közre a megszerkesztett egyenesek?

II. Szerkessz a g egyenestől, illetve a h egyenestől 2,5 cm-re levő egyeneseket! Milyen alakzatot zárnak közre a megszerkesztett egyenesek?

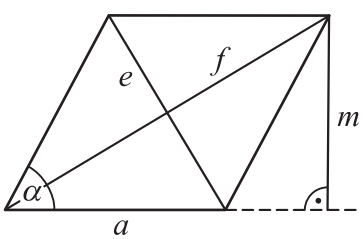
88. Szerkessz rombuszt! A megfelelő betűk jelentését a vázlatról leolvashatod.

a) $a = 5$ cm, $m = 4$ cm

b) $a = 3$ cm, $e = 4$ cm

c) $e = 4$ cm, $f = 5$ cm

d) $a = 4$ cm, $\alpha = 60°$

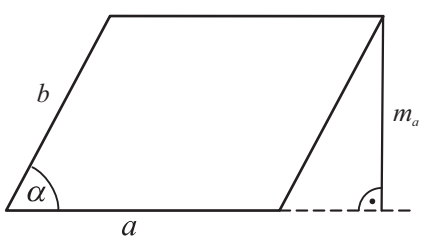


89. Szerkessz paralelogrammát a következő adatokból! A megfelelő betűk jelentését a vázlatról leolvashatod.

a) $a = 5$ cm, $b = 3$ cm, $\alpha = 60°$

b) $a = 6$ cm, $\alpha = 45°$, $m_a = 3{,}5$ cm

c) $a = 4$ cm, $b = 3$ cm, $m_a = 7$ cm

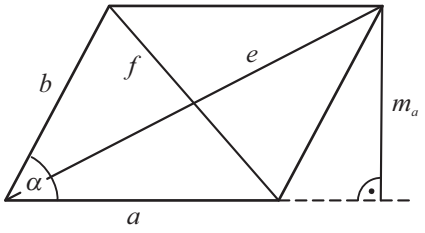


90. Szerkessz paralelogrammát a következő adatokból! A megfelelő betűk jelentését a vázlatról leolvashatod.

a) $a = 4$ cm, $e = 5$ cm, $m_a = 3$ cm

b) $a = 4$ cm, $m_a = 5$ cm, $f = 3$ cm

c) $a = 4$ cm, $e = 6$ cm, $f = 4$ cm



91. Szerkessz paralelogrammát a következő adatokból! A megfelelő betűk jelentését a vázlatról leolvashatod.

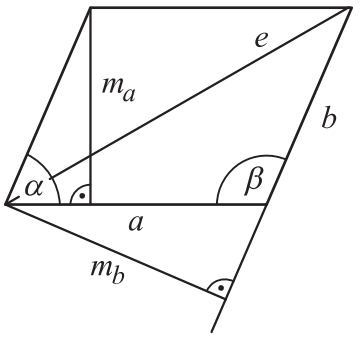
a) $a = 6$ cm, $b = 3$ cm, $\beta = 105°$

b) $a = 4$ cm, $m_a = 2$ cm, $e = 6$ cm

c) $b = 5$ cm, $\beta = 82{,}5°$, $e = 7$ cm

d) $a = 4$ cm, $e = 7$ cm, $m_b = 3$ cm

e) $m_a = 2{,}5$ cm, $m_b = 4$ cm, $\beta = 120°$

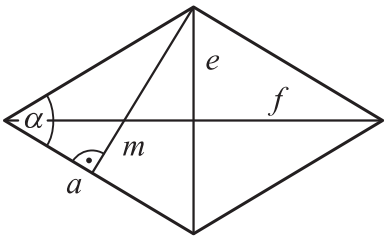


92. Szerkessz rombuszt a következő adatokból! A megfelelő betűk jelentését a vázlatról leolvashatod.

a) $m = 2$ cm, $f = 5$ cm

b) $e = 6$ cm, $\alpha = 75°$

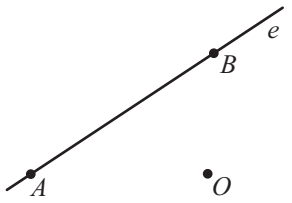
c) $f = 8$ cm, $\alpha = 52{,}5°$



93. Az O pont egy négyszög tükörközéppontja, az e egyenes az egyik oldalának egyenese, a rajta lévő A és B pont a négyszög egy-egy csúcspontja.

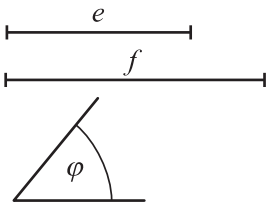
Milyen négyszög adatai lehetnek ezek?

Szerkeszd meg a négyszöget!

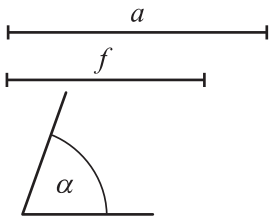


94. Szerkessz paralelogrammát a következő adatokból! A megfelelő betűk jelentését a vázlatról leolvashatod.

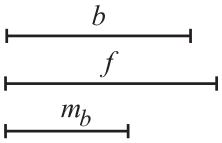
a)

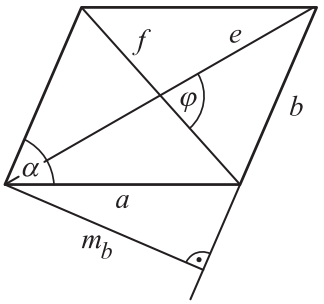


b)



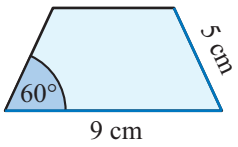
c)

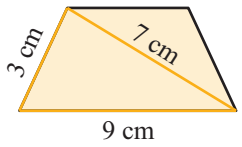


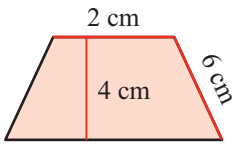


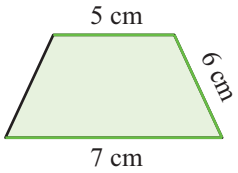
Trapéz szerkesztése

95. Szerkeszd meg a húrtrapézt!

a) 

b) 

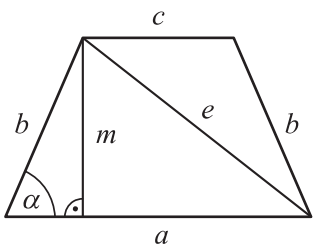
c) 

d) 

96. Szerkessz húrtrapézt a következő adatokból! A megfelelő betűk jelentését a vázlatról leolvashatod.

a) $a = 8$ cm, $e = 6{,}8$ cm, $m = 4{,}5$ cm

b) $\alpha = 75°$, $c = 6$ cm, $m = 4$ cm

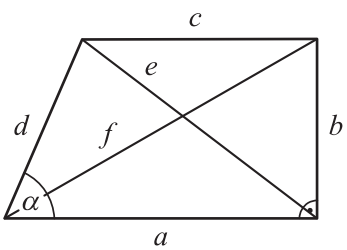


97. Szerkessz derékszögű trapézt a következő adatokból! A megfelelő betűk jelentését a vázlatról leolvashatod.

a) $a = 4$ cm, $e = 3{,}5$ cm, $d = 3$ cm

b) $a = 2$ cm, $c = 3{,}5$ cm, $f = 2{,}5$ cm

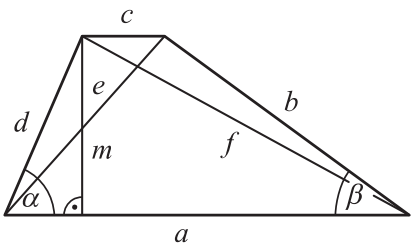
c) $b = 4$ cm, $f = 7$ cm, $d = 5$ cm



98. Szerkessz trapézt a következő adatokból! A megfelelő betűk jelentését a vázlatról leolvashatod.

a) $a = 8$ cm, $m = 2{,}5$ cm, $\alpha = 60°$, $\beta = 75°$

b) $a = 5$ cm, $\alpha = 135°$, $c = 2$ cm, $d = 4$ cm

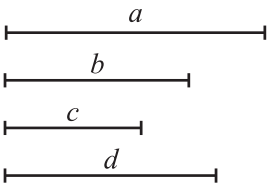


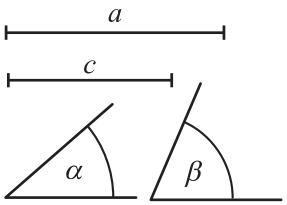
99. Szerkessz trapézt az előző feladat ábrája szerint jelölt adatokból!

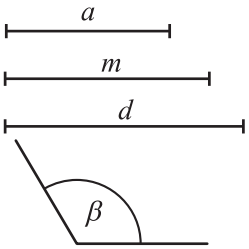
a) $a = 8$ cm, $b = 6$ cm, $c = 2$ cm, $d = 3$ cm

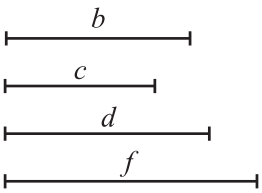
b) $c = 3$ cm, $e = 5$ cm, $f = 7$ cm, $m = 4$ cm

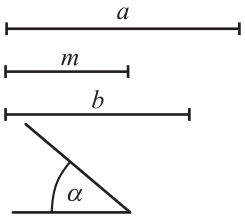
100. Szerkessz trapézt a következő adatokból! A megfelelő betűk jelentését a 98. feladathoz megadott vázlatról leolvashatod.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

Számelmélet

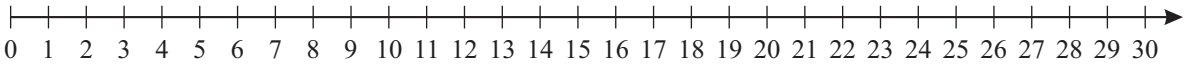
Oszthatóság

1. Egy halkereskedő az ivadékhalakat külön akváriumban tartja, nehogy a kifejlett példányok megegyék a kicsiket. A nevelőakváriumban 23 algaevő, 32 törpeharcsa, 148 vitorláshal és 152 aranyhal van. Mikor a halak „felcseperednek”, öt új akváriumba akarja szétrakni azokat.



Lehetséges-e, hogy mindegyik akváriumba ugyanannyi hal kerüljön?

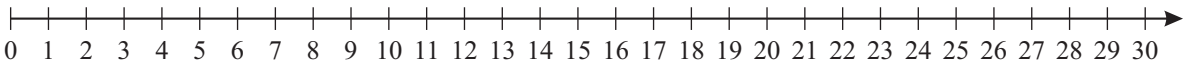
2. *a)* Jelöld pirossal a számegyenesen azokat a számokat, amelyek 3-mal oszthatók, kékkel azokat, amelyek 3-mal osztva 2-t adnak maradékul!



b) Milyen tulajdonságú számok maradtak színezetlenül? _____

_____

3. *a)* Jelöld a számegyenesen azokat a számokat, amelyek 3-as maradéka 1!



b) Karikázd be a 16, 108, 151, 612, 986, 1360 számok közül azokat, amelyek a fenti halmazba tartoznak!

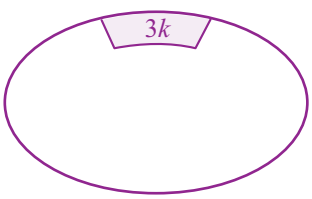
c) Melyik a századik megjelölt szám? _____

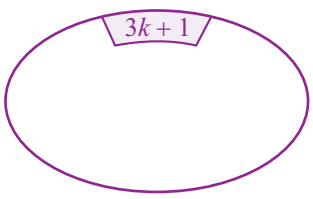
d) Hányadik a megjelölt számok közül a 22, a 460 és a 2002? _____

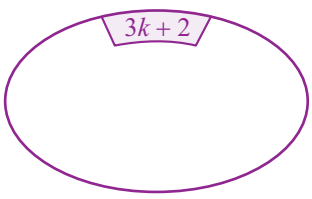
_____

4. Helyezd el a 7, 18, 34, 57, 111, 211, 328, 357, 413, 497, 542, 899 számokat a megfelelő halmazba! A k természetes számot jelöl. Adj össze, illetve szorozz össze két-két azonos halmazba tartozó számot!

Mit tapasztalsz az eredmény 3-mal való oszthatósága szempontjából?







5. Töltsd ki az 5-tel való osztási maradékokra vonatkozó összeadási, illetve szorzási táblázatot!

+	0	1	2	3	4
0					
1					
2				0	
3					
4					

·	0	1	2	3	4
0					
1					
2				1	
3					
4					

6. Hány olyan kétjegyű természetes szám van, amely 5-tel osztva 2-t ad maradékul?

7. Írd be a táblázat megfelelő helyére a kártyákon levő betűket!

A $2 \cdot 5 \cdot 11$ | *B* $11 + 11 + 11$ | *C* $(2 + 4 + 6) \cdot 11$ | *D* $6 \cdot 11 + 3$

E $10 \cdot 11 \cdot 12$ | *F* $5 \cdot 9 + 3 \cdot 4$ | *G* $2 + 5 + 11$ | *H* $10 + 11 + 12$

	Páros	Osztható 10-zel	11-nek többszöröse	Többszöröse a 3-nak	3-as maradéka 1
Igaz					
Hamis					

8. $1155 = ?$ Minden számnak sok neve van. Párosítsd össze a szám neveit a szám tulajdonságaival!

a) $3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$ | *b)* $55 \cdot 21$ | *c)* $9 \cdot 128 + 3$ | *d)* $13 \cdot 88 + 11$ | *e)* $1100 + 55$

A) Nem osztható 9-cel | *B)* Az 55 pontosan 21-szer van meg benne | *C)* Páratlan szám

D) 100-zal osztva 55 a maradéka | *E)* A 13-as maradéka 11 | *F)* Osztható 7-tel

9. Az alábbi állítások egy olyan számra vonatkoznak, amelyik osztható 2-vel, 3-mal és 5-tel.

A: A szám osztható 6-tal.

B: A szám nem osztható 7-tel.

C: A szám legkisebb osztója a 2.

D: A szám többszöröse a 30-nak.

E: A szám utolsó számjegye a nulla.

a) A fenti állítások közül biztosan igaz: _____

b) A fenti állítások közül biztosan hamis: _____

10. A $3 \cdot 13 \cdot 23$ számnak keresd meg minél több osztóját! Igaz-e, hogy ez a szám

a) páratlan, *b)* osztható 13-mal,

c) a 23 pontosan $3 \cdot 13$-szor van meg benne, *d)* a 3-as maradéka 1,

e) nem osztható 9-cel, *f)* az 5-ös maradéka 2?

11. Írj egy-egy pozitív egész számot a hiányzó helyekre, hogy a kapott szám

a) 4-nek, *b)* 6-nak többszöröse legyen!

$2 \cdot \square \cdot 3 \cdot 11$ $5 \cdot \square \cdot \triangle \cdot 7$ $12 \cdot 5 + \square$ $(1+2+3+4+5) \cdot \square$

12. **Padtársaddal** együtt döntsétek el, hogy melyik állítás igaz, és melyik hamis! Válaszotokat indokoljátok!

a) Minden 6-tal osztható szám osztható 3-mal is.

b) Nincs olyan 3-mal osztható szám, amely 6-tal is osztható lenne.

c) Két 3-mal osztható szám összege osztható 6-tal.

d) Ha egy szám 3-mal osztva 1 maradékot ad, akkor 6-tal osztva is 1 a maradék.

e) Ha egy szám 6-tal osztva 1 maradékot ad, akkor 3-mal osztva is 1 a maradék.

13. **Padtársaddal** együtt oldjátok meg a feladatot! Két természetes szám összege osztható 7-tel. Melyik állítás biztosan igaz, melyik lehetséges, és melyik lehetetlen?

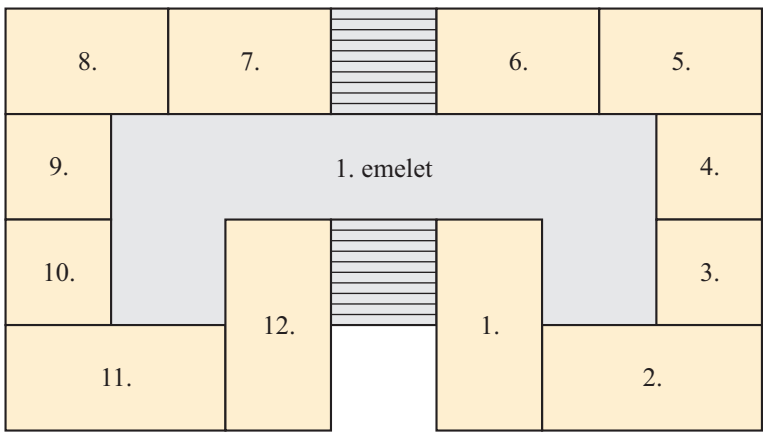
a) Mindkét szám osztható 7-tel. *b)* Csak az egyik szám osztható 7-tel.

c) A két szám különbsége is osztható 7-tel.

d) Ha az egyik szám $7k + 1$ alakú, akkor a másik 7-tel osztva 6-ot ad maradékul (k pozitív egész számot jelöl).

14. Virág úr egy 5 emeletes társasházban lakik, ahol minden emeleten 12 lakás van. A lakások számozása az 1. emeleten kezdődik az 1-es számmal, és folyamatosan nő emeletről emeletre.

Az 1. emelet alaprajzát és az ott lévő lakások számozását mutatja az ábra.



a) Virág úr a 29-es lakásban lakik. Hányadik emeleten van ez a lakás?

b) A ház vízvezeték-hálózata úgy lett kialakítva, hogy az egymás fölött lévő lakások egy közös függőleges vezetékről kapják a vizet. Ha az egyik lakásban el kell zárni a vizet, akkor az alatta és fölötte lévő lakás is víz nélkül marad.

A 29-es lakásban, Virág úrnál egyik nap csőtörés miatt el kellett zárni a vizet. Sorold fel, hogy az 5 emeletes társasház hányas számú lakásaiban nem lesz még víz!

(Országos kompetenciamérés, 6. évfolyam, 2013)

15. Keresd meg azokat a számokat, amelyek

a) összege 1664, és az egyik szám 12-szerese a másiknak,

b) különbsége 7007, és az egyik szám 12-szerese a másiknak,

c) szorzata 108, és az egyik szám 12-szerese a másiknak!

16. Egy szám nyolcszorosának és négyszeresének összege 4836. Mennyi a két szám különbsége?

17. Jelöljön k és l két természetes számot, k 5-ös maradéka 3, n 5-ös maradéka pedig 2. Mekkora az 5-ös maradéka

a) $(k+n)$-nek, *b)* $(k-n)$-nek, *c)* $(k \cdot n)$-nek, *d)* $(3k-2l)$-nek?

18. Jelöljön m és n két természetes számot, m 8-as maradéka 6, n 8-as maradéka pedig 2. Mekkora a 8-as, illetve a 4-es maradéka az

a) $(m+n)$-nek, *b)* $(m-n)$-nek, *c)* $(m \cdot n)$-nek, *d)* $(3m-2n)$-nek?

19. Van-e olyan n pozitív egész szám, amelyre az $\frac{n+1}{6}$ és az $\frac{n+8}{15}$ tört kifejezés is egész értékű?

20. Egy 13 × 31-es táblázat minden egyes mezőjébe számokat írunk úgy, hogy a számok összege bármelyik sorban és bármelyik oszlopban ugyanaz a szám. Melyik lehet ez a szám?

(Varga Tamás matematikaverseny, 1994)

A sokatmondó utolsó számjegyek

21. Válaszd ki az 512, 2014, 1655, 4332, 6575, 3200, 44 444 és 505 050 számok közül

a) a 4-gyel oszthatókat; _____ ☐

b) az 5-tel oszthatókat; _____ ☐

c) a 25-tel oszthatókat! _____ ☐

Írd be a megfelelő számok darabszámát a sor végi négyzetbe.

22. Pótold a hiányzó számjegyeket úgy, hogy a kapott számok oszthatók legyenek

a) 2-vel;	*b)* 5-tel;	*c)* 4-gyel;	*d)* 20-szal!
384☐	9☐28	5△3	☐7△4

23. Pótold a hiányzó számjegyeket úgy, hogy a kapott számok oszthatók legyenek

a) 8-cal;	*b)* 25-tel;	*c)* 125-tel!	
384☐	9☐28	5☐△3	☐7△4

24. Töltsd ki a táblázatot az adott számok osztásai maradékairól!

Szám	4-es maradéka	20-as maradéka	25-ös maradéka
1 624			
8 625			
73 452			
95 675			

25. A számoknak csak néhány számjegyét ismered. Melyikről tudod eldönteni, hogy osztható-e a kérdéses számmal? Töltsd ki a táblázatot (igen, nem, lehet beírásával)!

Osztható	2-vel	4-gyel	5-tel	10-zel	20-szal
□□40					
□□50					
□675					
□□14					

26. A számoknak csak néhány számjegyét ismered. Melyikről tudod eldönteni, hogy osztható-e a kérdéses számmal? Töltsd ki a táblázatot (igen, nem, lehet beírásával)!

Osztható	8-cal	25-tel	125-tel
□□40			
□□50			
□675			
□□14			

27. A számok egy-egy számjegyét nem ismerjük. Döntsd el, melyik állítás igaz!

a) □246 Ez a szám osztható 2-vel, de nem osztható 4-gyel.

b) 5□60 Ez a szám osztható 4-gyel és 8-cal.

c) 123□ Ez a szám nem osztható 25-tel.

d) 323□ Ez a szám lehet, hogy osztható 125-tel.

28. A számoknak csak néhány számjegyét ismered. Melyikről tudod eldönteni, hogy osztható-e a kérdéses számmal? Töltsd ki a táblázatot (igen, nem, lehet beírásával)!

	□□40	□□50	□675	□□14
8-cal				
125-tel				

29. Ezek a számkártyáid vannak: 4, 5, 6.

Hány háromjegyű számot tudsz készíteni belőlük?

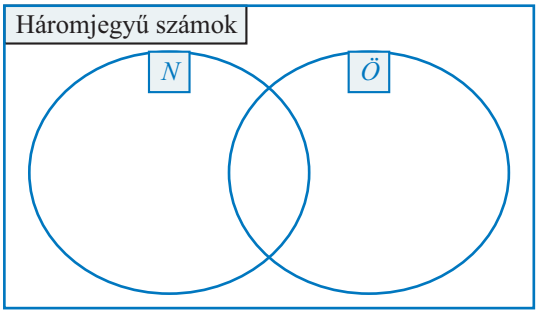
a) Hány lesz közülük 5-tel osztható? (*Ö*)

b) Hány lesz közülük 4-gyel osztható? (*N*)

c) Hány lesz közülük 10-zel osztható?

d) Hány lesz közülük 20-szal osztható?

e) Mennyi az esélye annak, hogy ha a képezhető háromjegyű számok közül egyet véletlenszerűen kiválasztunk, az 10-zel osztható lesz?



Írd be a számokat a halmazábra megfelelő részébe! Milyen tulajdonságú számok kerülhetnek a két halmaz metszetébe?

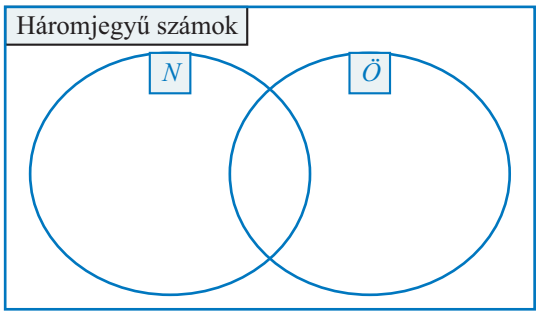
30. Ezek a számkártyáid vannak: 0, 4, 5, 6.
Hány háromjegyű számot tudsz készíteni belőlük?

a) Hány lesz közülük 5-tel osztható? (*Ö*)

b) Hány lesz közülük 4-gyel osztható? (*N*)

d) Írd be a számokat a halmazábra megfelelő részébe!

d) Milyen tulajdonságú számok kerülnek a két halmaz metszetébe?



e) Mennyi az esélye annak, hogy ha a képezhető háromjegyű számok közül egyet véletlenszerűen kiválasztunk, az 10-zel osztható lesz?

31. *a)* Hány négyjegyű számot lehet kirakni az 1; 2; 8; 9 számkártyákból?

b) Mennyi az esélye annak, hogy ha a kirakott számok közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet, akkor az osztható lesz

A) 4-gyel; *B)* 8-cal?

32. Hány olyan 8-cal osztható szám van, amelynek minden számjegye csupa *a)* 4-es; *b)* 8-as?

33. Négyjegyű számok néhány számjegyét letakartuk. Döntsd el az állításokról, hogy igazak-e! Írd a sor végére a megfelelő betűt (**I**gaz/**H**amis)! A hamis állítások esetén írj ellenpéldát!

a) [ ][5][2][4] Ez a szám biztosan nem osztható sem 2-vel, sem 5-tel. _____

b) [4][8][ ][0] Ez a szám biztosan osztható 2-vel és 5-tel. _____

c) [ ][ ][5][ ] Ez a szám lehet, hogy osztható 10-zel. _____

d) [2][2][ ][0] Ez a szám lehet, hogy osztható 5-tel. _____

e) [2][0][ ][0] Ez a szám biztosan osztható 100-zal. _____

34. **Játék** – A START mezőről indulj! Innen csúcsban vagy oldalban szomszédos mezőre léphetsz, ha a mezőbe írt szám nem osztható sem 4-gyel, sem 25-tel. Milyen számokhoz jutottál? Színezd pirossal!

Ha a START mezőről indulva sorban összeolvassuk a helyesen megszínezett mezőkre írt betűket, akkor egy híres magyar fejszámoló művész vezetéknevét kapjuk. Ki ő?

START	41 128 (E)	3000 (T)	61 616 (Ő)
7575 (V)	6174 (P)	41 142 (A)	5068 (T)
20 108 (A)	10 136 (B)	5450 (R)	32 370 (A)
111 213 (D)	45 425 (A)	81 818 (K)	31 320 (H)
42 530 (A)	10 975 (S)	11 132 (Z)	46 746 (I)

35. Készíts olyan halmazábrát, amelyen az 5-tel, illetve a 10-zel osztható számokat ábrázolod! Az alaphalmaz legyen a természetes számok halmaza. Helyezd el az ábrán a következő számokat!

95, 59, 225, 1225, 1000, 803, 308, 380, 10^3, $3 \cdot 10^5$

36. Hány olyan kétjegyű szám van, amelyik 5-tel osztva 2-t ad maradékul?
Mit tudsz mondani az 5-tel való oszthatóság szempontjából két ilyen szám
a) összegéről, *b)* különbségéről, *c)* szorzatáról?

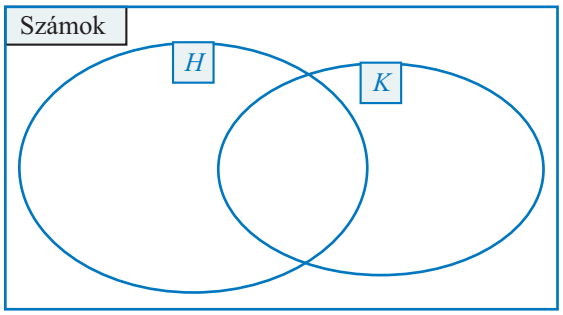
37. A 345□ négyjegyű szám utolsó számjegyét véletlenszerűen írjuk be. Mennyi az esélye annak, hogy a kapott szám
a) páros, *b)* 4-gyel, *c)* 25-tel, *d)* 8-cal osztható?

Összetett oszthatósági szabályok

38. Mennyi a felsorolt számok 9-es, illetve 3-as maradéka?
676, 8452, 9745, $835 + 247$, $6312 - 1001$, $612 \cdot 1953$

39. Helyezd el a következő számokat a halmazábra megfelelő részébe! Van-e olyan rész, ahová nem kerülhet szám? H = {hárommal oszthatók}, K = {kilenccel oszthatók}

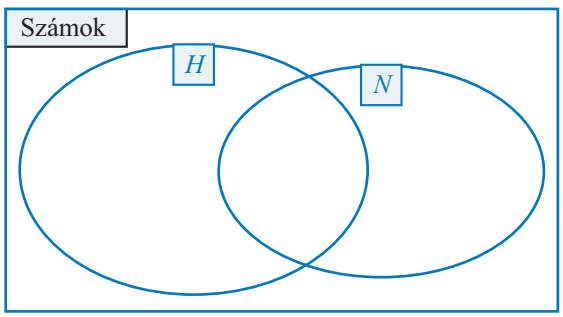
801, 34 251, 1000, 234 000, 6336,
555 555, 10^4, 10 008, 80 001, 53 712



40. Pótold a hiányzó számjegyeket úgy, hogy
a) 3-mal, *b)* 9-cel
osztható számot kapjál!
42□, 5□4, 3□91, 5□8△

41. Mennyi a legkisebb és a legnagyobb 3-mal osztható háromjegyű szám összege?

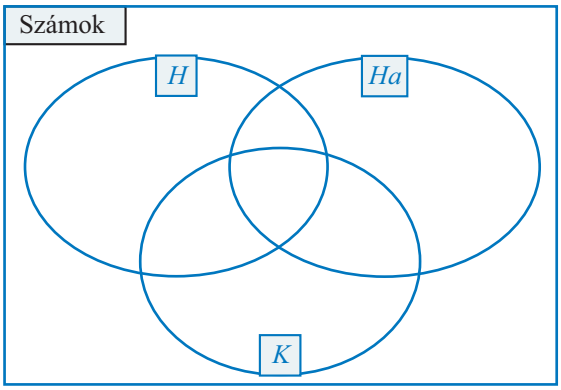
42. Helyezd el a következő számokat a halmazábra megfelelő részébe! Van-e olyan rész, ahová nem kerülhet szám? H = {hárommal oszthatók}, N = {néggyel oszthatók}



830, 504, 63 412, 234 000, 7654, 333 333, 10^3, 10^4, 6004, 4006

43. Helyezd el a következő számokat a halmazábra megfelelő részébe! Van-e olyan rész, ahová nem kerülhet szám?

H = {hárommal oszthatók} Ha = {hattal oszthatók} K = {kilenccel oszthatók}



286, 5120, 2450, 3654, 333, 3333, 30 303, 1948, 10^4, 50 004, $3 \cdot 10^3$, $2 \cdot 5 \cdot 13$

44. Hány háromjegyű számot lehet kirakni a 2, 3, 4 számkártyákból?
A számok közül hány lesz osztható
a) 2-vel, *b)* 3-mal, *c)* 4-gyel, *d)* 5-tel, *e)* 9-cel?

45. Hány különböző háromjegyű számot tudsz kirakni a 4, 2, 0, 3 számkártyákból?
Mennyi az esélye annak, hogy egy véletlenszerűen választott ilyen szám osztható lesz
a) 3-mal, *b)* 2-vel, *c)* 6-tal, *d)* 9-cel?

46. Egyszerűsítsd a törteket!

$\frac{621}{801}$, $\frac{513}{471}$, $\frac{3256}{5316}$, $\frac{625}{350}$, $\frac{7250}{550}$, $\frac{705}{585}$

★

47. A 4986☐ ötjegyű szám végén olyan számkártya van, hogy a szám
a) 3-as, *b)* 4-es, *c)* 5-ös,
d) 9-es maradéka megegyezik a 4986 megfelelő maradékával. Mi áll a kártyán?

48. Három pozitív egész szám szorzata 30, összegük pedig a 4 többszöröse. Melyik az a három szám?

49. Melyik az a legkisebb szám, amely csak 0-s és 6-os számjegyekből áll, és osztható 45-tel? Van-e legnagyobb ilyen szám?

Prímszámok (törzsszámok), összetett számok

50. Használd a prímtáblázatot!

Keresd ki a táblázatból

a) a 12-edik és a 28-adik,

b) a 125-ödik és a 138-adik prímszámot!

Képezd ezek összegét!

Milyen számot kaptál osztha-tósági szempontból?

PRÍMSZÁMOK										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		2	3	5	7	11	13	17	19	23
1	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67
2	71	73	79	83	89	97	101	103	107	109
3	113	127	131	137	139	149	151	157	163	167
4	173	179	181	191	193	197	199	211	223	227
5	229	233	239	241	251	257	263	269	271	277
6	281	283	293	307	311	313	317	331	337	347
7	349	353	359	367	373	379	383	389	397	401
8	409	419	421	431	433	439	443	449	457	461
9	463	467	479	487	491	499	503	509	521	523
10	541	547	557	563	569	571	577	587	593	599
11	601	607	613	617	619	631	641	643	647	653
12	659	661	673	677	683	691	701	709	719	727
13	733	739	743	751	757	761	769	773	787	797
14	809	811	821	823	827	829	839	853	857	859
15	863	877	881	883	887	907	911	919	929	937
16	941	947	953	967	971	977	983	991	997	1009
17	1013	1019	1021	1031	1033	1039	1049	1051	1061	1063
18	1069	1087	1091	1093	1097	1103	1109	1117	1123	1129
19	1151	1153	1163	1171	1181	1187	1193	1201	1213	1217

51. Hányadik prímszám?

a) 37 *b)* 373

c) 829 *d)* 1217

Melyik a legkisebb prímszám? Hallottál-e arról, hogy van-e legnagyobb prímszám?

52. A következő prímek közül melyik lehet az egyik tagja egy ikerprím párnak (szomszédos páratlan prímszámok)? Válaszodat karikázd be!

a) 17 *b)* 23 *c)* 43 *d)* 89 *e)* 599 *f)* 829 *g)* 1019 *h)* 1109

53. Építsd fel szorzással az adott prímtéglákból a lehető legnagyobb számot! Keresd meg a szám összes osztóját!

a) 5 · 7 · 2 *b)* 5 · 7 · 7 *c)* 3 · 7 · 11 · 13

54. Építsd fel szorzással az adott prímtéglákból a lehető legnagyobb számot! Ezután ugyanezekből a prímtéglákból építs kisebb számokat! Osztói-e az így kapott számok az eredetinek, és ha igen, akkor hányszor vannak meg benne?

a) 5 · 7 · 2 *b)* 5 · 7 · 7 *c)* 3 · 7 · 11 · 13

55. Egy szám prímtényezős felbontása $A = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, egy másiké pedig $B = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$.

A szorzások elvégzése nélkül válaszolj!

a) Melyik szám osztható 6-tal?

b) Melyik szám osztható 7-tel?

c) Melyik számban van meg a 15 pontosan $2 \cdot 3 \cdot 11$-szer?

d) Melyik szám többszöröse a 12-nek?

e) Mennyi az $\frac{A}{B}$ tört legegyszerűbb alakja?

f) Mennyi az előző tört reciproka?

56. A $2 \cdot 7 \cdot \square$ szám egyik prímtégláját letakartuk. Melyik állítás igaz biztosan, melyik lehetséges, és melyik lehetetlen?

A szám

a) páros,
b) a 14 legalább 2-szer megvan benne,
c) 0-ra végződik,
d) négyzetszám,
e) pontosan 8 osztója van,
f) legfeljebb 8 osztója van,
g) legfeljebb 1000,
h) osztható 35-tel.

57. Csak 3, 5, 19, 41 prímtégláink vannak, de mindegyikből több is van. Egy négytényezős szorzatot építettünk belőlük: $5 \cdot 19 \cdot 19 \cdot \square$, de az utolsó tényezőről lekopott a felirat.

Pótold a feliratot úgy, hogy a szorzat

a) páros,
b) páratlan
c) 5-tel osztható,
d) 19-nek a többszöröse,
e) négyzetszám legyen!

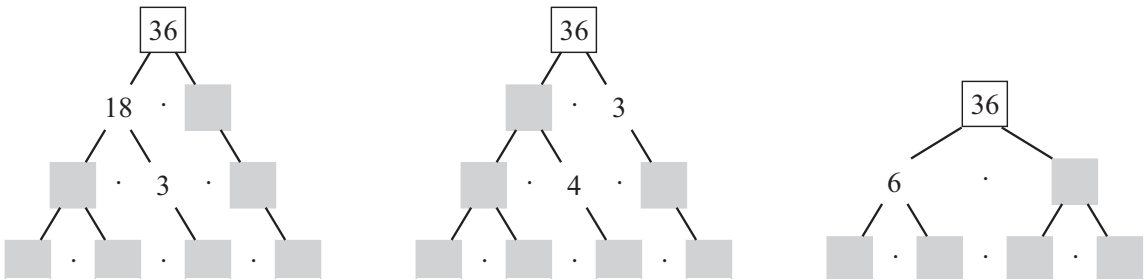
58. Pótold a hiányzó prímtéglát úgy, hogy a $2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \square$ szám

a) páros legyen;
b) páratlan legyen;
c) 0-ra végződjön;
d) a 41 pontosan 98-szor legyen meg benne;
e) négyzetszám legyen;
f) ne legyen 11-gyel osztható;
g) osztható legyen 718-cal!

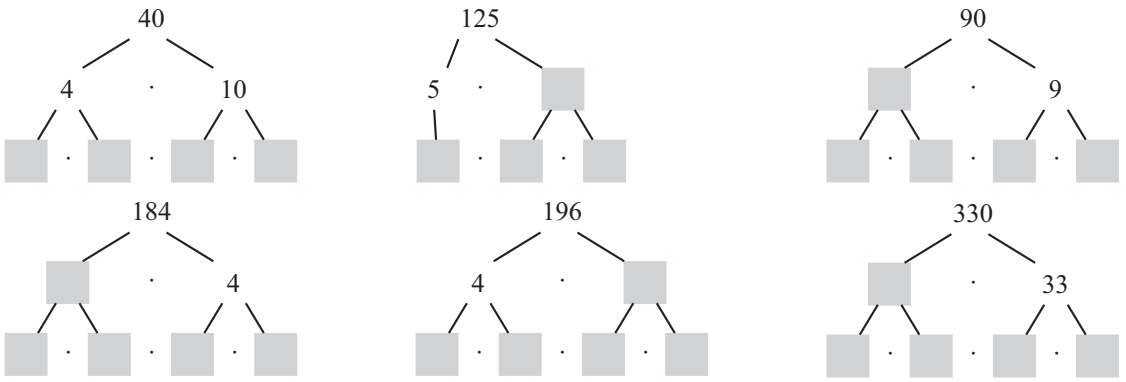
59. Írd fel a következő számokat prímszámok szorzataként! Fejben számolj!

a) 14, 15, 33
b) 12, 18, 50
c) 4, 9, 25
d) 8, 27, 125

60. Írd be a hiányzó tényezőket!



61. Írd be a hiányzó tényezőket!



62. Add meg a számok prímtényezős felbontását!

a) 24 *b)* 32 *c)* 132 *d)* 113 *e)* 2700 *f)* 3468

63. Lehet-e prímszám olyan négyzet területének mérőszáma, amelynek oldalhossza természetes mérőszámú?

64. Van-e olyan téglalap, amely oldalainak mérőszámai természetes számok, kerületének mérőszáma viszont prímszám?

65. Válogasd ki a felsorolt számok közül az állításoknak megfelelőket!

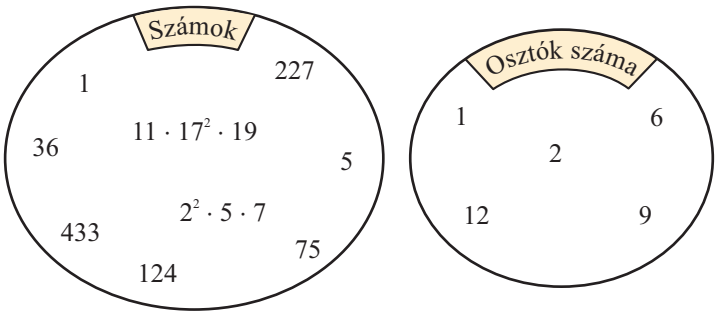
1; 2; 16; 24; 43; 60; 537; 961; 2^5; $2^2 \cdot 3 \cdot 5$; 6^4

a) Pontosan egy osztója van: _____ *b)* Pontosan két osztója van: _____

c) Négyzetszám: _____ *d)* Négy osztója van: _____

e) Hat osztója van: _____ *f)* 10 valódi osztója van: _____

66. Keresd a párját! Rendeld a számokhoz az osztóik számát! Egyértelmű-e ez a megfeleltetés?



67. Hány osztója van az 1365-nek, és hány a kétszeresének?

68. A felsorolt számok mindegyike négyzetszám. Töltsd ki az osztóik számáról szóló táblázatot! Mit veszel észre az osztók számáról minden esetben?

Szám	1	9	36	225	$3^2 \cdot 5^2$	$2^6 \cdot 5^2$
Osztóinak száma						

69. Melyik az a szám, amelynek valódi osztói:

a) 2, 5, *b)* 2, 4, 5, 10, *c)* 2, 4, 13, 26,

d) 2, 4, 5, 7, 8, 10, 14, 20, 28, 35, 40, 56, 70, 140?

70. Mennyi a $3^{10} + 5^{12}$ szám legkisebb prím osztója?

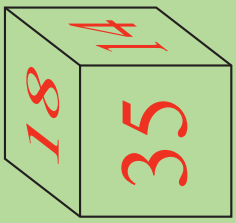
★ **71.** Töltsd ki a táblázatot! Milyen n-re kapsz prímszámot?

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$n(n-1)+17$	17																			

72. Írj a 423 után három számjegyet úgy, hogy a 423□□□ hatjegyű szám osztható legyen 5-tel, 6-tal és 7-tel is!

73. Hány olyan legfeljebb ötjegyű, 5-tel nem osztható szám van, amelynek minden jegye prímszám?

74. Egy kocka minden lapjára egy-egy pozitív egész számot írtunk. Tudjuk, hogy a szemközti lapokon levő számok összege egyenlő. Három számot láthatunk az ábrán, a nem látható másik három szám mindegyike prímszám. Melyek ezek a számok?



A legnagyobb közös osztó, a legkisebb közös többszörös

75. Keresd meg a következő számpárok közös osztóit, és add meg a törtek legegyszerűbb alakját!

a) 24 és 88 *b)* 16 és 128 *c)* 34 és 99 *d)* 165 és 792 *e)* 564 és 611

A) $\frac{24}{88}$ *B)* $\frac{128}{16}$ *C)* $\frac{34}{99}$ *D)* $\frac{165}{792}$ *E)* $\frac{611}{564}$

76. Add meg a felírt számok legnagyobb közös osztóját!

a) (12; 18) *b)* (36; 45) *c)* (30; 600) *d)* (48; 49) *e)* (180; 204)

77. Határozd meg a három szám legnagyobb közös osztóját!

a) (2; 12; 15) *b)* (14; 35; 55) *c)* (34; 153; 425) *d)* (99; 369; 657)

78. Keresd meg a legnagyobb közös osztójukat a prímtényezős felbontással megadott számoknak, és húzd alá a relatív prímeket!

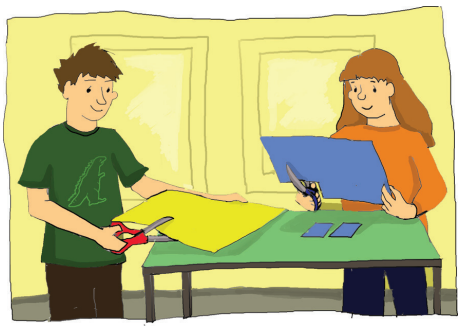
a) $(2^2 \cdot 3^2; 2 \cdot 3^2)$ *b)* $(2 \cdot 3 \cdot 5; 3 \cdot 5 \cdot 7)$ *c)* $(3^2 \cdot 41 \cdot 43^2; 41 \cdot 43 \cdot 47^2)$

d) $(7^2 \cdot 11; 13 \cdot 17)$ *e)* $(3^2 \cdot 5 \cdot 11; 5^2 \cdot 11 \cdot 37^2)$ *f)* $(83^3 \cdot 89^2 \cdot 97; 83 \cdot 89^2 \cdot 97^3)$

79. Nagyi vegyes befőttet tett el télire. Nagyon ügyelt arra, hogy minden üvegbe ugyanannyi szem szilvát és sárgabarackot tegyen. Legfeljebb hány üveget tölthetett meg, ha minden gyümölcs elfogyott, és a gyümölcsök mosásakor megszámolta, hogy 180 szem szilva és 105 szem sárgabarack van?

80. Egy 30 cm hosszú és 24 cm széles kartonlapot kisebb négyzetlapokra vágnak fel a gyerekek. Minden gyerek a saját kartonlapját csak azonos méretű négyzetekre vágja fel.

Hányféle megoldás készülhet, ha minden négyzetoldal centiméterben mérve egész szám, és azokkal maradéktalanul lefedhető az eredeti kartonlappal azonos méretű papírlap?



81. Add meg a felírt számok legkisebb közös többszörösét!

a) [2; 6] *b)* [12; 16] *c)* [24; 66] *d)* [154; 343]

82. Számítsd ki a következő számpárok legkisebb közös többszörösét, és végezd el a kijelölt műveleteket!

a) 16 és 20 *b)* 24 és 84 *c)* 185 és 333 *d)* 187 és 209

A) $\frac{5}{16} + \frac{7}{20}$ *B)* $\frac{13}{24} - \frac{5}{84}$ *C)* $\frac{12}{185} + \frac{8}{333}$ *D)* $\frac{89}{187} - \frac{5}{209}$

83. Egy kisvárosi rendezvényt 3 perces tűzijátékkal zárnak. Három helyről egyszerre lövik ki az első rakétát, majd az első helyről 12 másodpercenként, a másodikról 8 másodpercenként, míg a harmadikról 15 másodpercenként indítják a rakétákat. Az első kilövés után mikor lesz a tűzijátéknak olyan látványos pillanata, amikor mindhárom helyről pontosan egyidőben lövik ki a rakétákat?



Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

A: A 180. másodpercben
B: A 60. másodpercben
C: A 240. másodpercben
D: A 120. másodpercben

(2009. Országos Kompetenciamérés)

84. Keresd meg a prímtényezős felbontásban megadott számok legkisebb közös többszörösét!

a) $[2^2 \cdot 3; 2 \cdot 3^2]$
b) $[2 \cdot 3 \cdot 5; 3 \cdot 5 \cdot 7]$
c) $[7^2 \cdot 11^2 \cdot 13; 11^2]$
d) $[43 \cdot 131; 29 \cdot 173]$
e) $[5^2 \cdot 7; 7^2 \cdot 11; 11^2 \cdot 13]$
f) $[2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3; 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2]$

85. Töltsd ki a táblázatot! A harmadik sorban a törtek tovább nem egyszerűsíthető alakját írd le!

$(12;28) =$	$(18;45) =$	$(5^2 \cdot 7; 7 \cdot 11) =$
$[12;28] =$	$[18;45] =$	$[5^2 \cdot 7; 7 \cdot 11] =$
$\frac{12}{28} =$	$\frac{45}{18} =$	$\frac{5^2 \cdot 7}{7 \cdot 11} =$
$\frac{5}{12} + \frac{3}{28} =$	$\frac{31}{45} - \frac{5}{18} =$	$\frac{3}{5^2 \cdot 7} + \frac{4}{7 \cdot 11} =$

86. Töltsd ki a táblázatot! Mit vettél észre? Észrevételedet próbáld megindokolni!

$(20;25) =$	$(74;111) =$	$(3^3 \cdot 5; 3 \cdot 5^2) =$
$[20;25] =$	$[74;111] =$	$[3^3 \cdot 5; 3 \cdot 5^2] =$
$20 \cdot 25 =$	$74 \cdot 111 =$	$3^3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5^2 =$
$(20;25) \cdot [20;25] =$	$(74;111) \cdot [74;111] =$	$(3^3 \cdot 5; 3 \cdot 5^2) \cdot [3^3 \cdot 5; 3 \cdot 5^2] =$

87. **Játék – Padtársaddal** felváltva lépjetek a játékmezőn! Arra a kártyára lépj, amelynek az elején a kapott két szám legnagyobb közös osztóját vagy legkisebb közös többszörösét látod! Ha ügyesek voltatok, akkor a kapott betűket egymás mellé írva megtudhatjátok a játék megfejtését.

START	(6; 12)	**R**	7	(24; 36)	**K**
12	[24; 36]	**M**	6	[6; 12]	**E**
1	[1; 7]	**E**	12	(1; 7)	**M**
150	(21; 27)	**K**	72	(50; 15)	**U**
3	**VÉGE**	**A**	5	[50; 15]	**N**

88. Két relatív prím legkisebb közös többszöröse 36. Mi lehet a két szám?

89. A cirkuszi bicikli első kerekének átmérője 1,6 m, míg a hátsó kerék 25 cm. Induláskor megjelöljük a kerekek talajjal érintkező pontjait. Hányat fordul az első és hányat a második kerék azon a távolságon, aminek megtétele után a megjelölt pontok újra egyszerre érintkeznek a talajjal?



90. Kati, Zsuzsi és Julcsi barátnők. Julcsi egy évre külföldre ment tanulni, és a lányok e-mailen tartják a kapcsolatot egymással. Kati minden vasárnap ír Julcsinak, míg Zsuzsi csak 12 naponként. Ha Zsuzsi is a Julcsi elutazását követő első vasárnapon írta meg az első levelét, akkor hány naponként kap Julcsi egyszerre két levelet?

91. Keresd meg a hiányzó betűk számértékét!

a) $(12;a)=4$ *b)* $\left(3^2\cdot 5^3\cdot 7;b\right)=5^3$

c) $[24;c]=24$ *d)* $\left[2^2\cdot 3^3\cdot 5;d\right]=2^3\cdot 3^3\cdot 5^2$

92. Melyik az a két szám, amelyek legnagyobb közös osztója 30, a legkisebb közös többszöröse pedig 840?

93. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelyet ha 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, illetve 7-tel osztunk, rendre az 1, 2, 3, 4, 5, illetve 6 maradékot kapjuk?

★ **94.** Melyik az a szám, amellyel a 45 215-öt elosztva 43-at kapunk maradékul, ha pedig a 28 848-at osztjuk el vele, 52 lesz a maradék?

95. Melyik az a két szám, amelynek legnagyobb közös osztója 21, a legkisebb közös többszöröse pedig 3696?

96. Totó

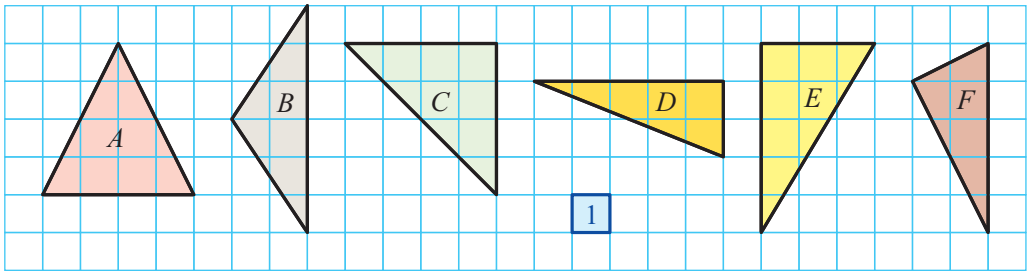
		1	2	x
1.	Ha egy szám 7-tel osztva 6-ot ad maradékul, és egy másik szám 7-es maradéka 1, akkor a két szám összege a 7 többszöröse.	igaz	hamis	lehet, de nem biztos
2.	Ha egy szám 7-tel osztva 6-ot ad maradékul, és egy másik szám 7-es maradéka 1, akkor a két szám különbsége osztható 5-tel.	igaz	hamis	lehet, de nem biztos
3.	A $3\cdot 5\cdot 17$ szám	többszöröse a 85-nek	a 19-nek a többszöröse	páros szám
4.	Egy természetes szám 5-tel osztva 4-et ad maradékul. Ennek a számnak az általános alakja, ha n természetes szám:	$4n+5$	$5n+4$	nincs általános alakja a számnak

		1	2	x
5.	Ha egy ötjegyű szám utolsó számjegye 8, akkor	lehet, hogy a szám osztható 4-gyel	biztos, hogy a szám osztható 4-gyel	a szám nem lehet 4-gyel osztható
6.	Ha egy szám 9-cel osztva 3-at ad maradékul, akkor	a szám 3 többszöröse	nem dönthető el, hogy a szám osztható-e 3-mal	csak minden harmadik ilyenfajta szám osztható 3-mal
7.	Egy szám osztható 6-tal és 18-cal is. Ekkor a szám osztható 27-tel.	mindig igaz	lehetetlen	lehet, de nem biztos
8.	A 31-et fel lehet írni két prímszám összegeként	hamis	igaz, és többféleképpen is	igaz, de csak egyféleképpen
9.	A 31-et fel lehet írni két prímszám különbségeként.	hamis	igaz, és többféleképpen is	igaz, de csak egyféleképpen
10.	Ha az egyik szám $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$, és a másik szám $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$, akkor	a két számnak ugyanannyi osztója van	az első számnak több osztója van	a második számnak több osztója van
11.	Egy szám négyzetszám, ha prímtényezős felbontásában:	minden prímszám kitevője páros szám	van olyan prímszám, amelynek a kitevője páratlan	minden prímszám kitevője páratlan
12.	Két szám legnagyobb közös osztója mindig nagyobb mindkét számnál.	igaz	hamis	csak akkor igaz, ha a számok relatív prímek
13.	Két különböző prímszám legnagyobb közös osztója:	lehet prímszám	soha nem prím	megegyezhet a kisebb prímmel
13+1.	Két szám legnagyobb közös osztójának és legkisebb közös többszörösének szorzata megegyezik a számok szorzatával.	igaz	hamis	csak prímszámokra igaz

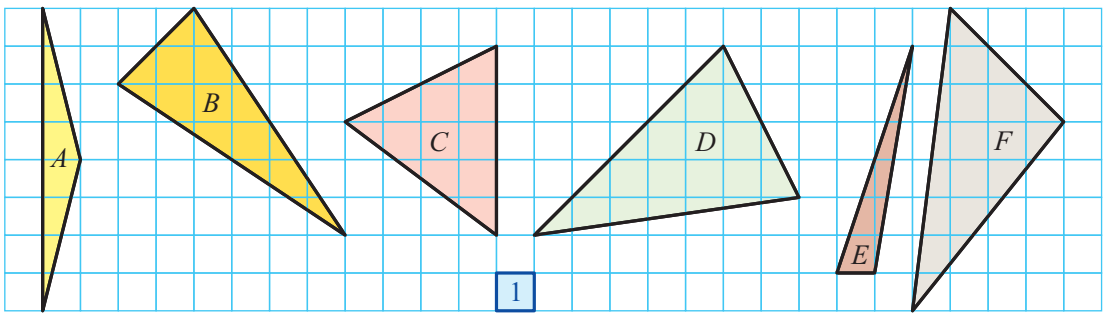
A sokszögek területe

A tengelyesen szimmetrikus négyszögek területe

1. Számítsd ki a háromszögek területét! A terület egysége a megadott rácsnégyzet területe.



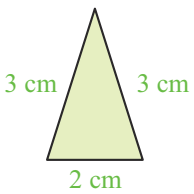
2. Számítsd ki a háromszögek területét! A terület egysége a megadott rácsnégyzet területe.



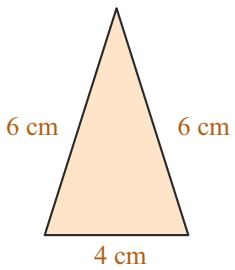
3. **Csoportmunka.** Négyfős csoportban dolgozzatok!

a) Mindannyian szerkesszetek meg egy-egy háromszöget a négy közül! Számítsátok ki a megszerkesztett háromszög területét egy tizedesjegy pontossággal! A szükséges adatokat méréssel határozzátok meg!

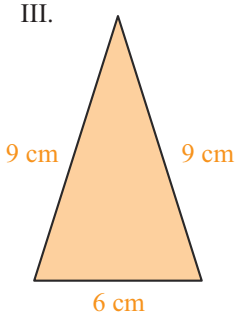
I.



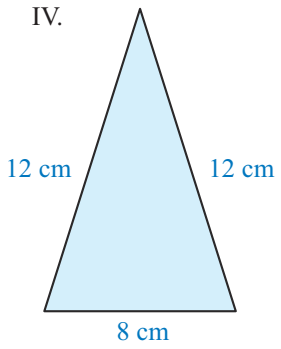
II.



III.



IV.

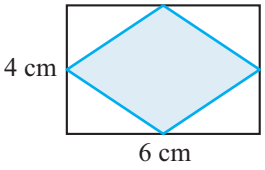


b) Közösen töltsétek ki a táblázatot!

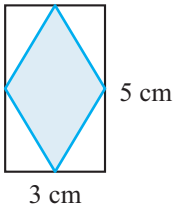
	I.	II.	III.	IV.
A háromszög alapjának hossza (cm)				
Az alaphoz tartozó magasság hossza (cm)				
A háromszög területe (cm^2)				
Hányszorosa a számolt terület az I. számú háromszög területének?				

4. Számítsd ki a téglalapba írt négyszögek területét! Néhány szakasz hosszát jelöltük a vázlatrajzokon. Az *a)* és *b)* ábrába írt négyszögek csúcsai oldalfelező pontok.

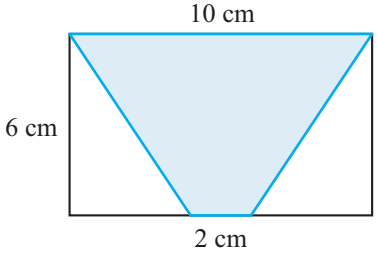
a)



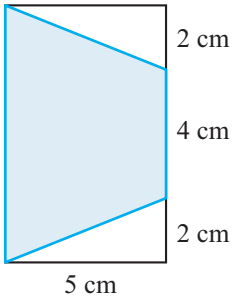
b)



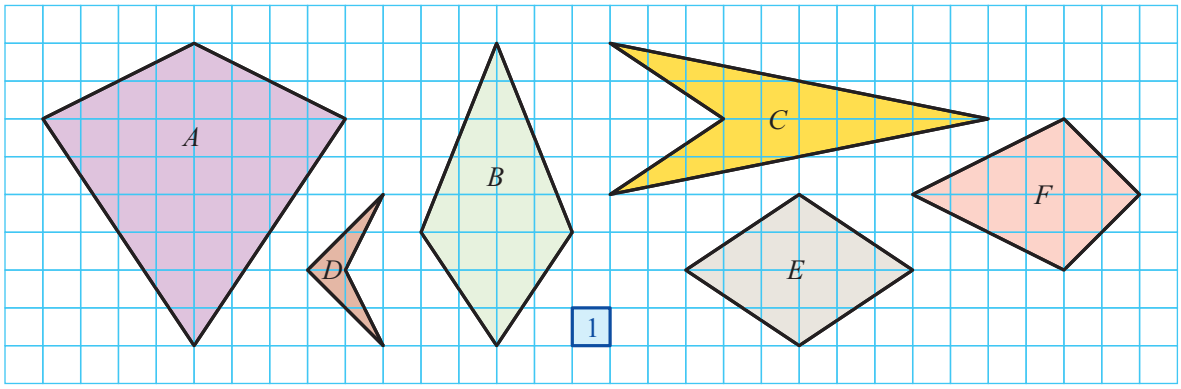
c)



d)

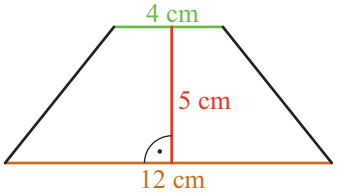


5. Számítsd ki a deltoidok területét! A terület egysége a megadott rácsnégyzet területe.

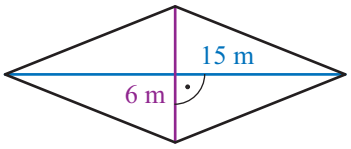


6. Számítsd ki a négyszög területét! A szükséges adatokat a négyszög ábráján adtuk meg.

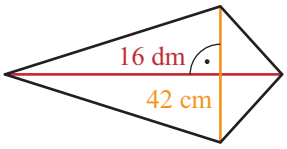
a) A négyszög húrtrapéz.



b) A négyszög rombusz.



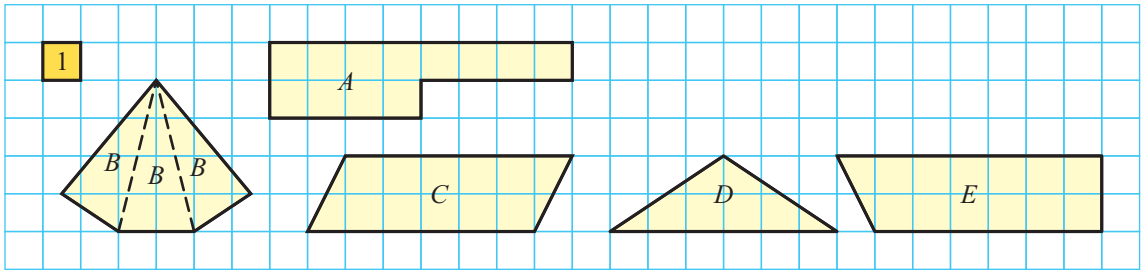
c) A négyszög deltoid.



7. *a)* Számítsd ki a húrtrapéz területét, ha alapjainak hossza 24 cm és 30 cm, magassága 14 cm! Az eredményt mm^2 egységben add meg!

b) Számítsd ki a deltoid területét, ha átlóinak hossza 23 dm és 33 dm! Add meg a terület mérőszámát, ha négyzetméter az egység!

8. Melyik sokszög területe egyenlő 12 rácsnégyzet területével?



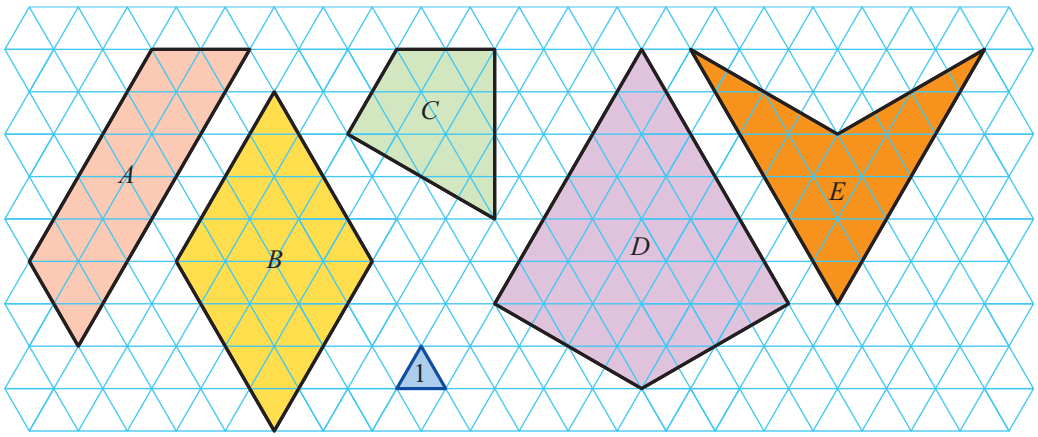
9. Szerkeszd meg a négyszöget! Számítsd ki a területét! A szükséges adatokat méréssel határozd meg!

a) A rombusz egyik átlója 7 cm hosszú, másik átlója feleakkora.

b) A deltoid szimmetriaátlójának hossza 9 cm, oldalainak hossza 6 cm és 5 cm.

c) A húrtrapéz alapjainak hossza 8 cm és 10 cm, magassága 4 cm!

10. Számítsd ki a négyszögek területét! A terület egysége a megadott rácsháromszög területe.



A paralelogramma területe

11. *a)* Szerkessz olyan téglalapot, amelynek 24 cm a kerülete!

b) Hány olyan különböző 24 cm kerületű téglalap szerkeszthető, amely pontosan lefedhető 1 cm oldalú négyzetekkel?

c) Milyen értékek között mozoghat a 24 cm kerületű téglalap egy-egy oldala?

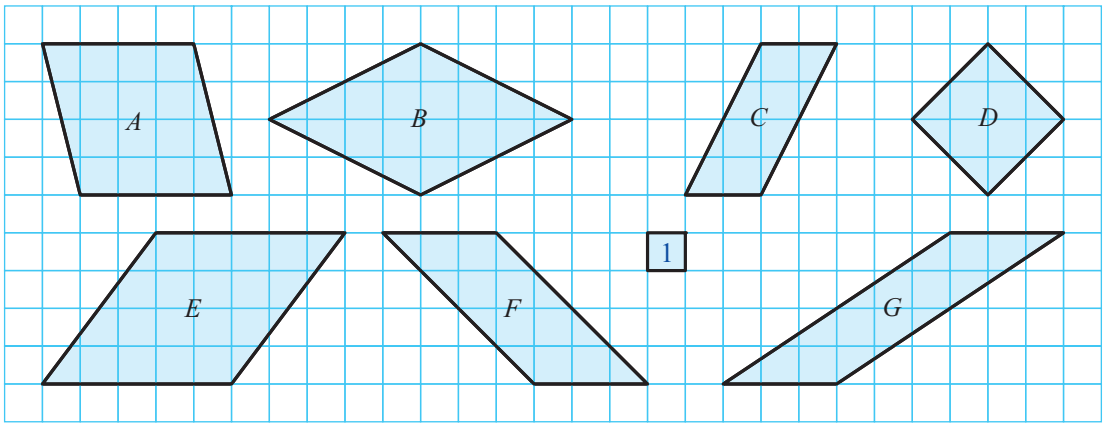
d) Milyen értékek között lehet a téglalap területe?

12. *a)* Szerkessz olyan téglalapot, amelynek 24 cm^2 a területe!

b) Hány olyan különböző 24 cm^2 területű téglalap szerkeszthető, amelynek a kerülete centiméterekben mérve egész szám?

c) Legalább mekkora a 24 cm^2 területű téglalap kerülete, ha az oldalak mérőszámai egészek?

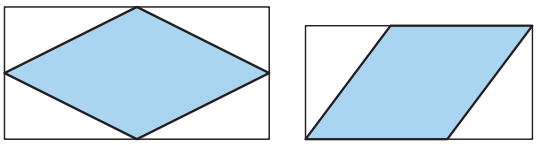
13. Számítsd ki a paralelogramma területét! Egy rácsnégyzet területe legyen a területegység!



14. **Padtársaddal dolgozz!**

a) Mindketten szerkesszetek egy-egy 5 cm oldalú, 4 cm magasságú rombuszt!

b) Egyikőtök az egyik ábra szerint, másikótok a másik szerint foglalja téglalapba a rombuszt!



c) Számítsátok ki a befoglaló téglalap, majd a rombusz területét! Hasonlítsátok össze az eredményeiteket!

A szükséges adatokat méréssel határozzátok meg!

15. Rajzolj négyzethálós lapra olyan paralelogrammákat, amelyeknek a területe 24 rácsnégyzet területével egyenlő! Legyen a paralelogrammák között téglalap és rombusz is!

16. Melyik négyszög rajzolható le egy elég hosszú 4 cm széles papírcsíkra? Készíts vázlatrajzokat!

a) 14 cm kerületű négyzet

b) 29 cm kerületű rombusz

c) 100 cm kerületű paralelogramma

d) 16 cm^2 területű nem derékszögű rombusz

e) 24 cm kerületű, 32 cm^2 területű paralelogramma

f) 48 cm kerületű, 32 cm^2 területű paralelogramma

17. Számítsd ki a paralelogramma területét! Oldalait a, b, megfelelő magasságait m_a, m_b jelöli.

a) $a = 7$ cm, $m_a = 3$ cm

b) $a = 5$ cm, $m_a = 18$ mm

c) $a = 2\frac{3}{4}$ dm, $m_a = 12$ cm

d) $b = 8$ cm, $m_b = 0{,}5$ cm

e) $b = 3{,}78$ dm, $m_b = 2{,}06$ cm

18. Számítsd ki a paralelogramma 8 cm-es oldalainak távolságát, ha a paralelogramma területe

a) 40 cm^2,

b) 2,4 dm^2,

c) 5600 mm^2,

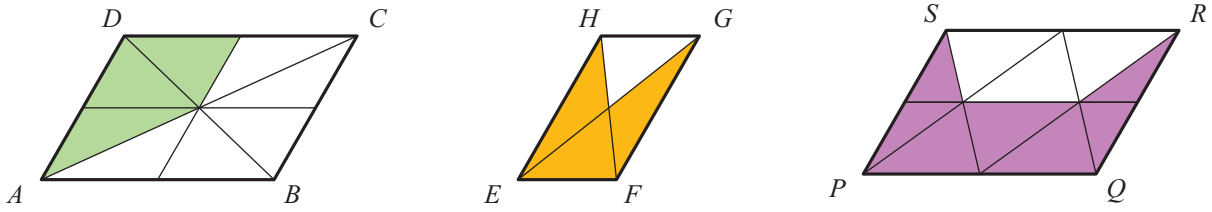
d) $a = \frac{8}{3}$ cm^2,

e) 8,56 cm^2!

19. Egy paralelogramma területe 36 cm^2. Töltsd ki a táblázatot!

A paralelogramma oldala (cm)	9		72		1,8		1		x
Az oldalhoz tartozó magasság (cm)		3		18		6		1,2	

20. I. II. III.



Az I. és III. jelű paralelogramma oldalain felezőpontokat jelöltünk.

a) Mekkora a színezett rész területének és az $ABCD$ paralelogramma területének aránya? A megoldást tört alakban add meg!

b) Mekkora a színezett rész területének és az $EFGH$ paralelogramma területének aránya? A megoldást százalék alakban is add meg!

c) Mekkora a $PQRS$ paralelogramma területe, ha a színezett rész területe 1 területegység?

21. Szerkeszd meg a paralelogrammát! Számítsd ki a paralelogramma területét! A szükséges adatokat szerkesztéssel, méréssel határozd meg! A paralelogramma

a) oldalai 6 cm és 9 cm, a hosszabbik magassága 3 cm,

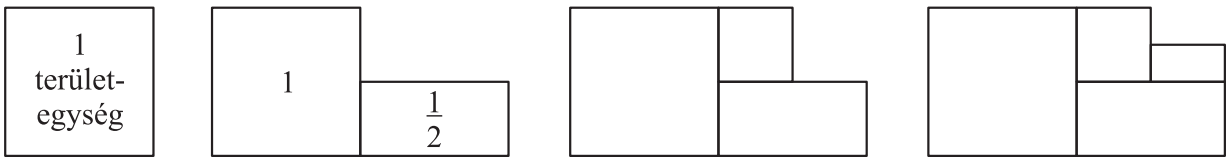
b) oldalai 4 cm és 6,5 cm, átlója 8 cm,

c) átlói 8 cm és 11 cm, az átlók által bezárt szög 45°,

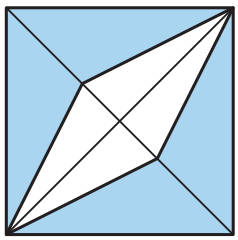
d) oldalai 5 cm hosszúak, egyik szöge 120°.

22. *a)* Számítsd ki a hatszögek területét!

b) A sort tovább folytatva legfeljebb mekkora lehet a hatszög területe?



23. A vázlatrajzon egy négyzet és egy rombusz látható. A két négyszög egyik átlója közös, a másik átlójuk egy egyenesbe esik.

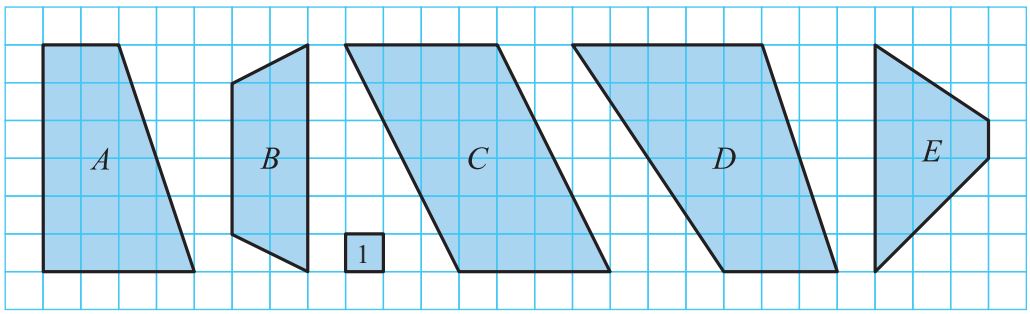


a) Mekkora a 10 cm átlójú négyzetben színessel jelölt terület, ha a rombusz egyik átlója 5 cm?

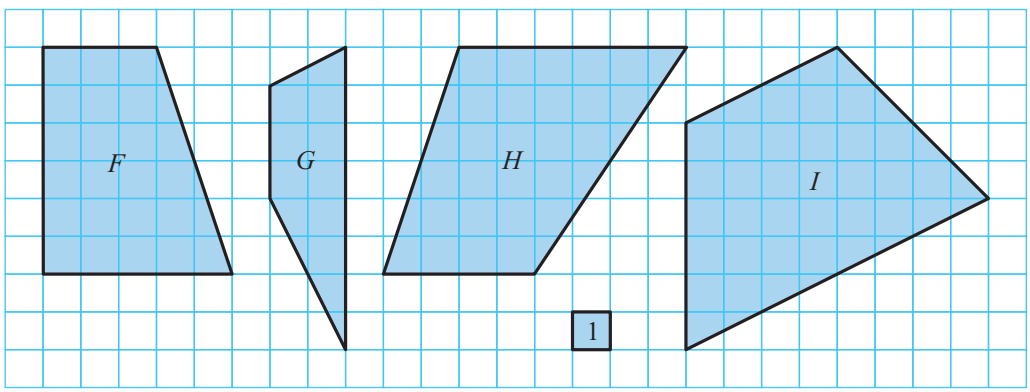
b) Mekkora a 10 cm átlójú négyzetben a rombusz átlója, ha a színessel jelölt rész területe a négyzet területének 60%-a?

A trapéz területe

24. *a)* Számítsd ki a trapéz területét, ha a területegység egy rácsnégyzet területe!



b) Számítsd ki a trapéz területét! A területegység egy rácsnégyzet területe.

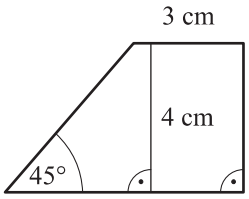


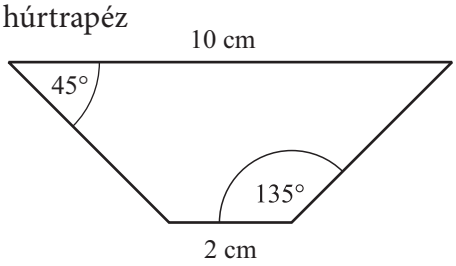
25. Rajzolj négyzethálós lapra 60 egység területű trapézokat!

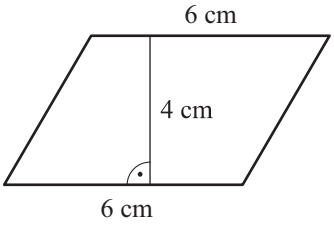
a) Legyen köztük téglalap!
b) Legyen köztük rombusz!
c) Legyen köztük húrtrapéz!
d) Legyen köztük 34 egység kerületű!

26. Számítsd ki a trapéz területét a vázlatrajzon megadott méretek segítségével

a) derékszögű trapéz, *b)* húrtrapéz *c)* paralelogramma esetén!

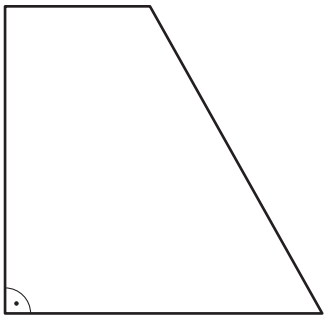




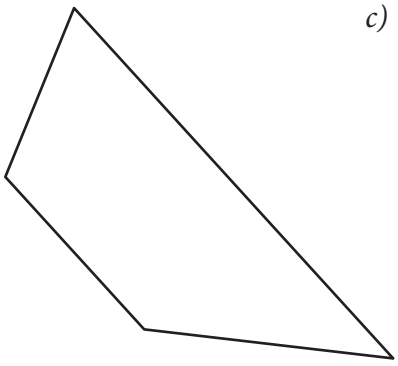


27. Számítsd ki a trapéz területét! A szükséges adatokat szerkesztéssel és méréssel határozd meg!

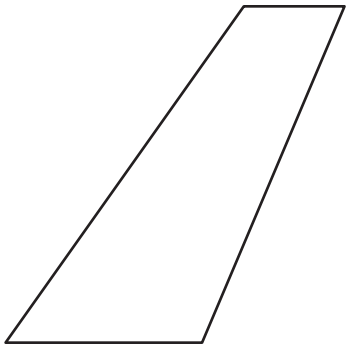
a)



b)



c)



28. Számítsd ki a trapéz területét, ha alapjait a, c, magasságát m jelöli!

a) $a = 2$ cm $\quad c = 8$ cm $\quad m = 5$ cm
b) $a = 2{,}3$ dm $\quad c = 17$ cm $\quad m = 4$ cm
c) $a = \frac{2}{3}$ m $\quad c = \frac{2}{3}$ m $\quad m = 12$ m
d) A húrtrapéz hosszabbik alapja a = 10 dm, magassága m = 3 dm, szárai 45°-os szöget zárnak be az alapokkal.

29. Töltsd ki a táblázatot!

A trapéz egyik alapja	8 dm	2,8 cm	$\frac{5}{7}$ m	$\frac{11}{2}$ m	$\frac{1}{2}$ cm
A trapéz másik alapja		7,2 cm	$\frac{4}{5}$ m	$\frac{11}{4}$ m	
A trapéz magassága	2 dm		$\frac{1}{2}$ m		$1\frac{2}{5}$ cm
A trapéz területe	1100 cm^2	31,5 cm^2		22 m^2	3,8 cm^2

30. Szerkeszd meg azt a trapézt, amelynek az alapjai 5 cm és 3 cm, az egyik szára 5 cm hosszú, a területe 16 cm^2! Hányféle trapézt lehet szerkeszteni ilyen adatokkal?

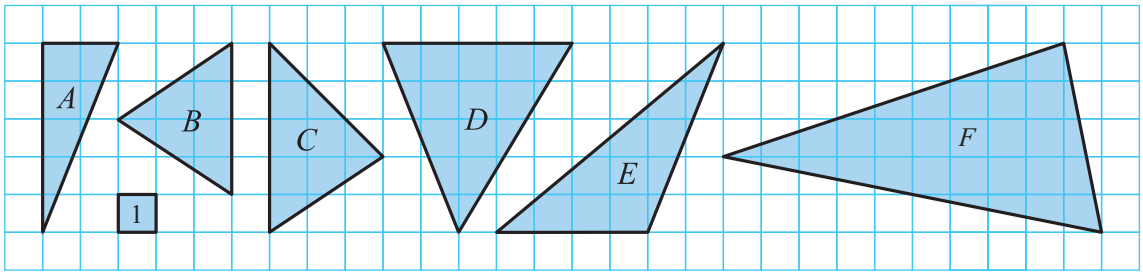
31. Szerkeszd meg a trapézt, majd számítsd ki a trapéz területét! A szükséges adatokat szerkesztéssel és méréssel határozd meg! A trapéz

a) oldalai rendre 6 cm, 4,5 cm, 5 cm, 3,5 cm,

b) két alapja 8 cm és 3 cm, az alapon fekvő szögei 60° és 45°.

A háromszög területe

32. Számítsd ki a háromszög területét! A területegység egy rácsnégyzet területe.



33. Rajzold le derékszögű koordináta-rendszerben a következő háromszögeket! Számítsd ki a területüket, ha a területegység egy rácsnégyzet területe!

a) $A(-1;-1)$, $B(3;-1)$, $C(3;4)$

b) $D(4;-1)$, $E(8;-1)$, $F(11;4)$

c) $G(-11;-1)$, $H(-7;-1)$, $I(-9;4)$

d) $J(-6;-1)$, $K(-2;-1)$, $L(-3;4)$

34. Derékszögű koordináta-rendszerben adott az ABC háromszög három csúcsa: $A(2;4)$, $B(2;-2)$, $C(-2;0)$. Rajzolj az ABC háromszöggel egyenlő területű ABD csúcsú

a) derékszögű háromszöget, *b)* tükrös háromszöget, *c)* tetszőleges háromszöget!

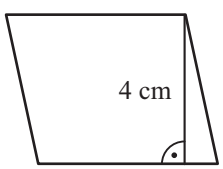
Hány megoldás van?

35. Rajzolj a négyszöggel egyenlő területű háromszöget!

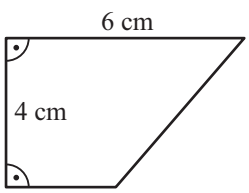
a)



b)



c)



36. Rajzolj négyzethálós lapra 12 területegység területű háromszögeket! A területegység a rácsnégyzet területe.

a) Lehet-e a háromszögek között derékszögű háromszög?

b) Lehet-e a háromszögek között egyenlő szárú háromszög?

c) Lehet-e a háromszögek között 16 egység kerületű, ha a háromszög egyik oldalának hossza 8 egység?

37. Rajzolj négyzethálós lapra olyan háromszögeket, amelyeknek 6 egység hosszúságú oldaluk rácsvonalra illeszkedik, területük 12 területegység! A területegység a rácsnégyzet területe.

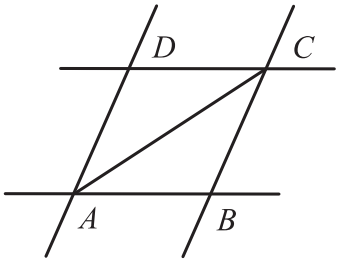
a) Lehet-e a háromszögek között 16 egység kerületű?

b) Lehet-e a háromszögek között 20 egység kerületű?

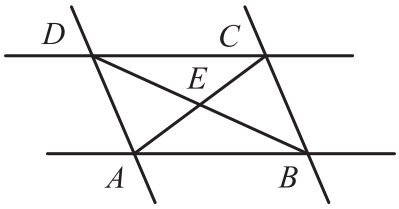
c) Lehet-e a háromszögek között legkisebb kerületű?

38. Keress az ábrán egyenlő területű háromszögeket, ha $AD \parallel BC$ és $AB \parallel CD$.

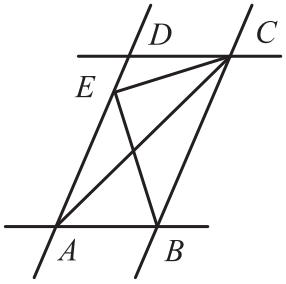
a)



b)



c)



39. Számítsd ki a háromszög területét! Az oldalakat a, b, c, a hozzájuk tartozó magasságot m_a, m_b, m_c jelöli.

a) $a = 9$ cm, $m_a = 4$ cm

b) $b = 2{,}5$ dm, $m_b = 8$ dm

c) $c = \frac{3}{2}$ m, $m_c = \frac{4}{3}$ m

d) $a = 1\frac{4}{5}$ m, $m_a = \frac{5}{6}$ dm

e) $b = 2{,}73$ cm, $m_b = 0{,}92$ cm

40. Számítsd ki a háromszög 7 cm-es oldalához tartozó magasságát, ha a területe

a) 7 cm^2, *b)* 28 cm^2, *c)* 1960 cm^2, *d)* 1 cm^2, *e)* $4\frac{2}{3}$ cm^2.

41. Szerkeszd meg a háromszöget! A szükséges adatokat szerkesztéssel és méréssel határozd meg, majd számítsd ki a háromszög területét! A háromszög

a) oldalai 7 cm, 9 cm, 8 cm,

b) oldalai 7 cm, 4 cm, 5 cm,

c) oldalai 12 cm, 5 cm, 13 cm,

d) egyik oldala 8 cm, az azon levő két szög 30° és 75°,

e) két oldala 6 cm és 8 cm, az általuk közrezárt szög 120°.

42. Töltsd ki a táblázatot!

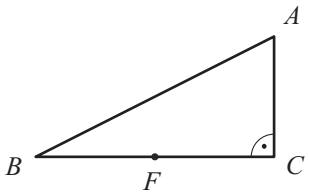
a) A háromszög egyik oldala 4 cm.

A háromszög 4 cm-es oldalához tartozó magassága	8 cm			1 cm		3 cm		$\frac{1}{2}$ cm	m
A háromszög területe		8 cm^2	4 cm^2		2 cm^2		10 cm^2		

b) A háromszög területe 15 cm^2.

A háromszög egyik oldala	15 cm		6 cm		10 cm		4 cm		a
A fenti oldalhoz tartozó magasság		15 cm		10 cm		12 cm		$\frac{3}{2}$ cm	

43. Az ABC derékszögű háromszög befogói BC és AC, a BC oldal felezéspontja F. A befogók hossza $BC = 8$ cm, $AC = 6$ cm.



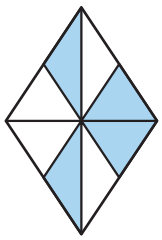
a) Számítsd ki az ABC háromszög, illetve az AFC háromszög területét!

b) Számítsd ki az ABF háromszög területét!

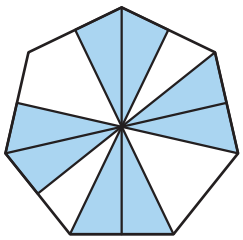
A területszámítás alkalmazásai

44. Hányadrésze az egyenlő oldalú sokszög területének a színessel jelölt részek együttes területe, ha a csúcsokon kívül csak felezőpontokat jelöltünk meg az oldalakon?

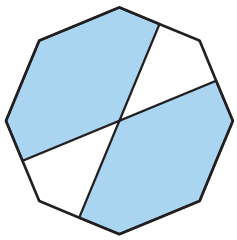
a)



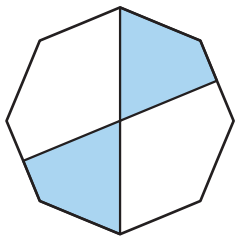
b)



c)

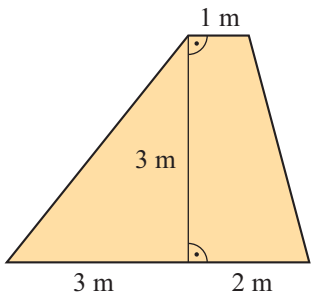


d)

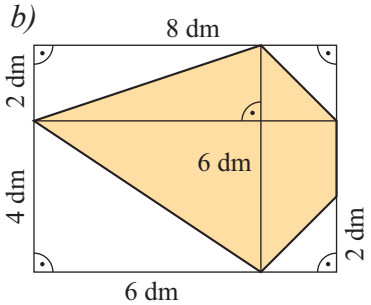


45. Számítsd ki a sokszögek területét!

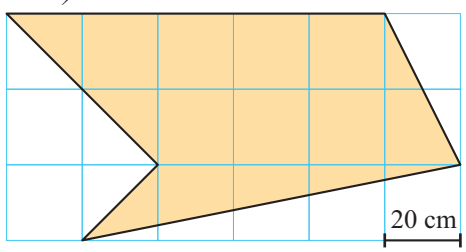
a)



b)



c)



46. Egy 4 cm magasságú trapézt az egyik átlója egy 12 cm^2 és egy 4 cm^2 területű háromszögre bont.

a) Hány cm^2 a trapéz területe?

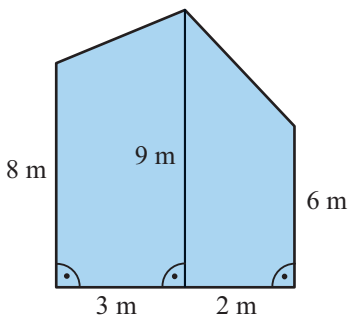
b) Hány cm a trapéz alapjainak hossza?

c) Lehet-e ez a trapéz húrtrapéz?

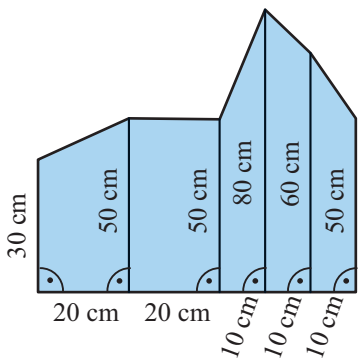
d) Lehet-e ez a négyszög derékszögű trapéz?

47. Számítsd ki a sokszögek területét a vázlatrajzon feltüntetett méretek ismeretében! Az ábrák nem méretarányosak.

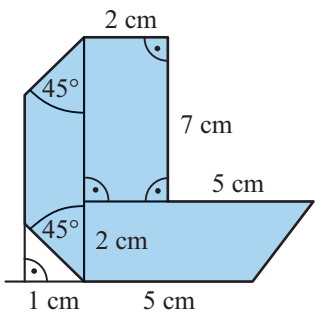
a)



b)

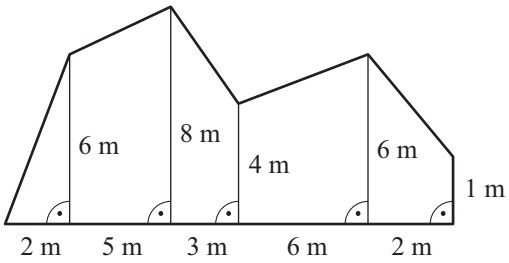


c)

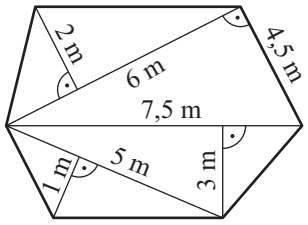


48. Számítsd ki a sokszög területét!

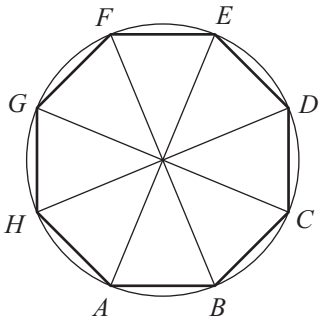
a)



b)



49. Szerkessz szabályos nyolcszöget egy 5 cm sugarú körbe, csúcsait jelölje sorban A, B, C, D, E, F, G, H! A számításokhoz szükséges adatokat méréssel határozd meg!



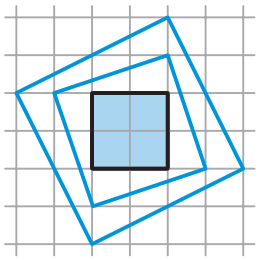
a) Számítsd ki az $ACEG$ négyzet területét!

b) Számítsd ki a $CDGH$ téglalap területét!

c) Számítsd ki az $ABEH$ deltoid területét!

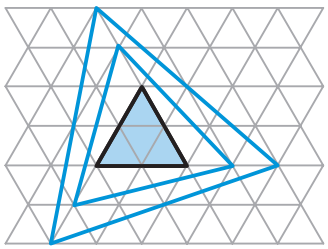
d) Számítsd ki a $CDFG$ trapéz kerületét!

50. *a)*



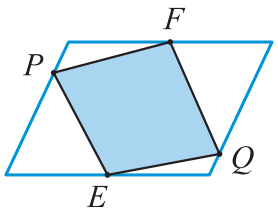
Számítsd ki a három négyzet területének arányát!

b)



Számítsd ki a három háromszög területének arányát!

c)



Számítsd ki az $EQFP$ négyszög és a paralelogramma területének arányát, ha E és F oldalfelező pont!

Hozzárendelések, összefüggések

Hozzárendelések

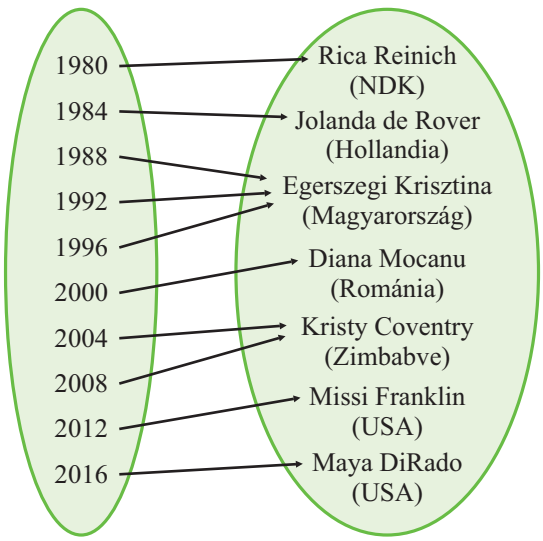
1. Az alábbi hozzárendelésekben évszámok és olimpiai bajnokok, országok és évszámok közötti kapcsolatokat szemléltetünk. Az évszámok azokat az éveket jelölik, amikor a női hátúszók, illetve az egyes országok férfi vízilabda csapatai az aranyérmüket szerezték.

a) Sorold fel az *A* alaphalmaz és a *K* képhalmaz elemeit!

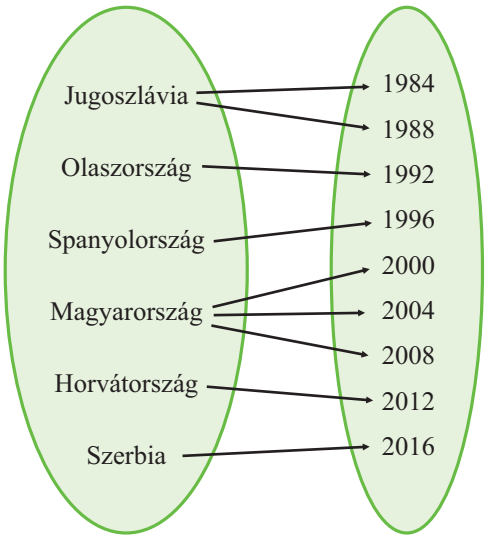
b) Milyen lényeges különbséget látsz a két hozzárendelés között?

c) Melyik hozzárendelésről gondolod, hogy egyértelmű?

A) 200 m-es női hátúszás



B) Férfi vízilabda



@ Nézz utána, hogy 1900 óta hányszor nyert olimpiát a magyar férfi vízilabda-válogatott! Nézz utána, hogy Hosszú Katinka hány aranyérmet nyert a 2016-os olimpián!

2. Létesíts megfeleltetést a megadott alaphalmazok és képhalmazok között! Írd le a megfeleltetés szabályát is!

a)



b)



3. Tanulmányozd a repülőgép-menetrendet!

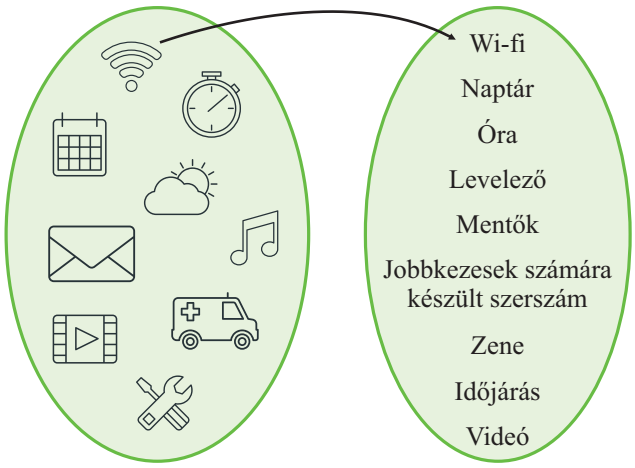
– Megtudható-e a járatszám alapján minden fontos információ?
– Az úticél ismeretén kívül milyen információkra van még szükségünk, hogy biztosan jó gépre szálljunk?
– Milyen megfeleltetéseket rejt a menetrend?

Ind.	Hova	Légitársaság	Járatszám	Terminál
09:05	Istanbul IST	Turkish Airlines	TK1036	2A
09:05	Prague PRG	Ryanair	FR4091	2B
09:25	Dusseldorf DUS	Eurowings	EW9785	2A
09:40	Zurich	SWISS	LX2251	2A
09:50	Warsaw WAW	LOT	LO534	2A
09:55	Amsterdam	EasyJet Europe	EJU7916	2B
10:00	Antalya	Smartwings	7O5300	2B
10:10	Malta	Ryanair	FR2277	2B
10:15	Frankfurt	Lufthansa	LH1335	2A
10:30	Barcelona	Ryanair	FR8393	2B
10:30	Podgorica	Wizz Air	W62231	2B

4. Készíts a különböző földrészekről szóló adatokat tartalmazó táblázat felhasználásával hozzárendeléseket, ha az *A* alaphalmaz az egyes földrészeket tartalmazza! Hányféle képhalmaz és hozzárendelési utasítás lesz? Visszafelé is egyértelműek a hozzárendelések?

	Terület [km^2]	Lakosság [fő]	Legmagasabb pont [m]	
Európa	10 508 000	748 000 000	Mont Blanc (Alpok)	4810
Ázsia	45 528 275	4 561 000 000	Csomolungma vagy Mount Everest (Himalája)	8850
Afrika	30 285 000	1 216 000 000	Kibo (Kilimandzsáró)	5895
Amerika	42 081 000	328 200 000	Aconcagua (Andok)	6961
Ausztrália	7 631 500	25 360 000	Mount Kosciuszko (Nagy-Vízválasztó-hegység)	2229
Antarktika	13 900 000	kutatóállomásain (1000–4000)	Vinson Massif (Senitel-hegység)	5140

5. *a)* **Padtársaddal** fejtsétek meg, hogy melyik piktogramhoz milyen jelentéstartalom tartozik!



b) Rajzoljatok egymásnak további ismert piktogramokat, és **padtársatok** fejtse meg azok jelentését!

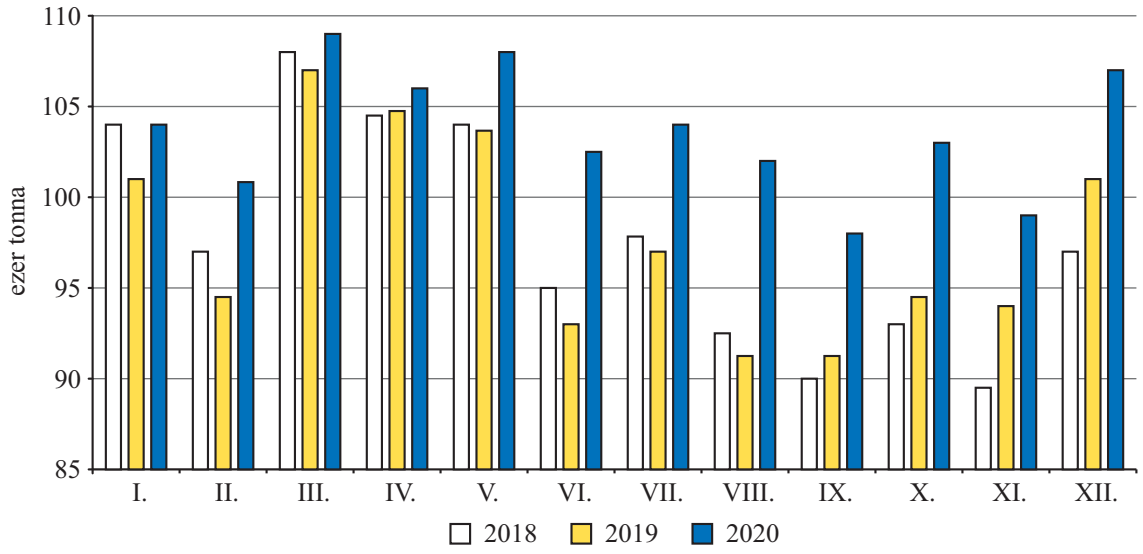
6. **Padtársaddal** készítsetek hozzárendeléseket az oszlopdiagram felhasználásával!

Mit választanátok az egyes hozzárendeléseknél *A* halmaznak, és mit *K* képhalmaznak?

Minél több információt olvassatok le a grafikonról!

Milyen lényeges különbséget láttok a január–augusztusi és a szeptember–decemberi adatok között? Mi lehet az eltérés oka?

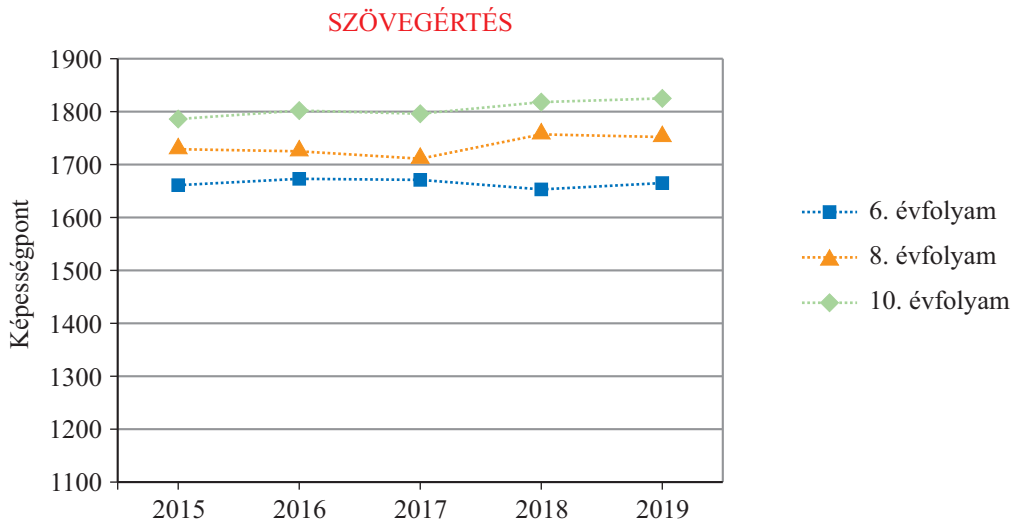
A felvásárolt nyerstej havi mennyisége Magyarországon (2018–2020)



7. Készíts hozzárendeléseket a szövegértési kompetenciamérés eredményeit szemléltető vonaldiagram alapján!

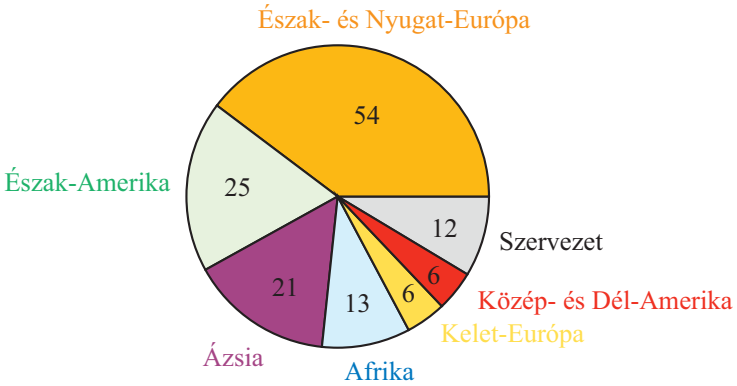
Mi az egyes hozzárendelések *A* alaphalmaza és *K* képhalmaza?

Padtársaddal elemezzétek a grafikont!



8. Az alábbi kördiagram azokról a Nobel-békedíjasokról készült, akik 1901 és 2021 között nyerték el ezt a megtisztelő kitüntetést. A Nobel-békedíjat nem csak embereknek, hanem szerevezeteknek is odaítélhetik.

Add meg kétféleképpen a hozzárendelés *A* alaphalmazát és *K* képhalmazát!





A Nobel-békedíj medáljának előlapja

@ Nézz utána egy-két Nobel-békedíjas ember életútjának, és mondd el azt osztálytársaidnak kiselőadás formájában!

9. A Norvég Kormány a matematikusok „Nobel-díjaként” Abel-díjat alapított, melyet a Norvég Tudományos Akadémia 2002-től ítél oda. Az első díjat 2003-ban adták át, és 2021-ig a világ 24 kiváló matematikusát jutalmazták.

A táblázatban az eddigi Abel-díjat nyert országok nevét és díjazottjainak számát láthatod.

A 2021-es díjazott Lovász László világhírű matematikus, a Magyar Tudományos Akadémia tagja (5 évig elnöke is volt).

Amerikai Egyesült Államok	9
Franciaország	4
Oroszország	3
Izrael	2
Magyarország	2
Nagy-Britannia	2
India	1
Svédország	1

a) Készíts hozzárendelési utasítást az általad választott *A* alaphalmaz és *B* képhalmaz elemei között! Milyen esetben lesz egyértelmű a hozzárendelésed?

b) A felsorolt adatok alapján készíts oszlopdiagramot!

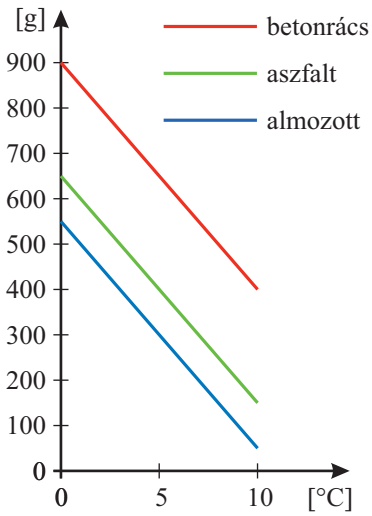
@ Nézz utána, ki volt a másik magyar Abel-díjas matematikus! Ha kettőt is találsz, az nem lesz véletlen!

10. Mindnyájan tapasztaljuk, hogy hideg időben többet vagy kalóriadúsabb ételeket eszünk. Hasonlókat figyelhetünk meg az állatvilágban is. Hízósertéseknél a többlet-takarmányszükségletet még az ól padozata is befolyásolja. Az erről készült grafikonról sok minden leolvasható.

– Mennyivel csökken a takarmányszükséglet a hőmérséklet 5 °C-os növekedésével?

– Mennyi takarmányra van szükség 0 °C, 5 °C, illetve 10 °C esetén az egyes tartási módokban?

Padtársaddal felváltva tegyetek fel kérdéseket egymásnak a grafikonról leolvasható információkról!



11. A táblázat az ipari termelés értékeit mutatja folyó áron, millió forintban.

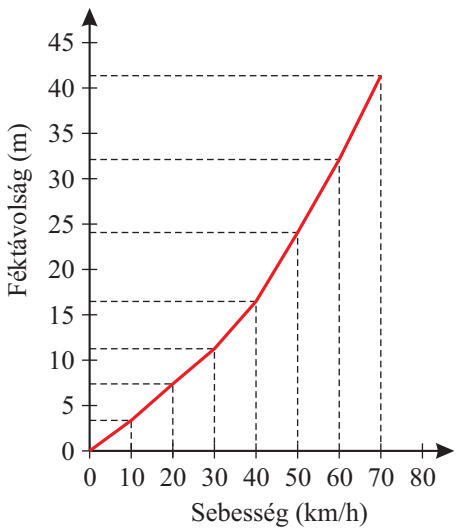
Padtársaddal tegyetek fel különböző kérdéseket egymásnak a táblázatban található adatokról!

a) Milyen információkat rejt az első, a második és a harmadik oszlop?

b) Milyen hozzárendeléseket tudsz megadni a táblázatról? Mi lesz az A alaphalmaz és a K képhalmaz az egyes esetekben?

Ipari termelés fajtája	2018	2019
Élelmiszeripar	3 217 469 millió Ft	3 538 515 millió Ft
Textilipar	446 453 millió Ft	1 138 392 millió Ft
Fafeldolgozás	1 046 804 millió Ft	1 138 392 millió Ft
Vegyianyag gyártás	1 729 228 millió Ft	1 640 798 millió Ft
Gyógyszergyártás	868 827 millió Ft	910 914 millió Ft
Fémfeldolgozás	2 663 262 millió Ft	2 695 929 millió Ft
Számítógép, elektronika, optikai termékek	3 678 431 millió Ft	3 995 959 millió Ft

12. Az autók féktávolsága az az úthossz, amelyet a mozgó gépkocsi a fékek működésbe lépésétől a megállásáig megtesz. A grafikon egy gépkocsi féktávolságát szemlélteti a sebesség függvényében.



a) Körülbelül mekkora a féktávolsága egy 50 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel haladó gépkocsinak? Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

A) kb. 18 méter *B)* kb. 24 méter

C) kb. 35 méter *D)* kb. 40 méter

b) Döntsd el, melyik igaz, illetve melyik hamis a következő állítások közül! Írd az állítás után a megfelelő betűt (**I**gaz/**H**amis)!

A) A gépkocsi sebességének 10 km/óránkénti növekedésével a féktávolság is mindig állandó értékkel nő.

B) Kétszer akkora sebesség kétszer akkora féktávolságot eredményez.

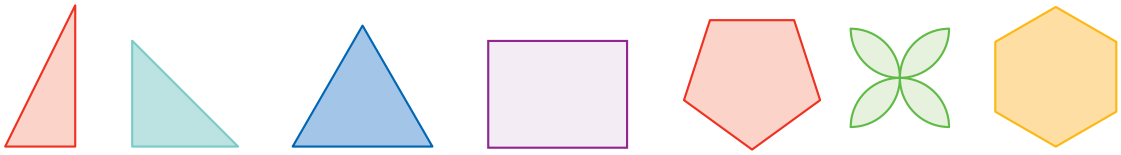
C) A 60 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel haladó gépkocsi féktávolsága az 50 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel haladó gépkocsi féktávolságának körübelül 133 százaléka.

D) A gépkocsi sebessége fordítottan arányos a féktávolsággal.

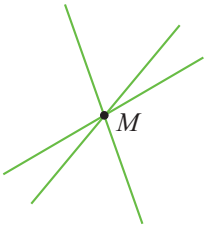
(Országos kompetenciamérés, 8. évfolyam, 2011)

Hozzárendelések a geometriában

13. Rendeld hozzá az egyes alakzatokhoz a szimmetriatengelyei számát!



14. Kijelöltünk a síkban egy M pontot, amelyen egyenesek haladnak át. Az egyenesek számához rendeld hozzá azt a számot, ahány részre felosztják a síkot! Töltsd ki a táblázatot!



Egyenesek száma	1	2	3	4	5	6	7
Síkrészek száma							

15. Milyen kapcsolat van a szabályos sokszögek oldalszáma és a sokszög középponti szöge között?

Sokszög					…
Középponti szög					

16. Rajzold le a $K(3;-2)$ középpontú, $r = 2$ egység sugarú kört!

a) Tükrözd az x tengelyre! (Pirossal rajzolj!) Add meg a K-hoz hozzárendelt K' pontot!

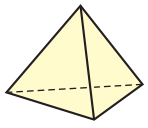
b) A kapott kört tükrözd az y tengelyre! (Kékkel rajzolj!) Add meg a K'-höz hozzárendelt K'' pontot!

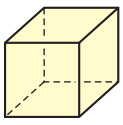
c) Milyen hozzárendelési utasítással kaphatjuk meg az eredeti körből a kék színű kört? Megfordítható-e ez a hozzárendelés?

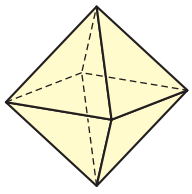
17. Készíts minél többféle hozzárendelést a különböző derékszögű háromszögekhez, ha azok befogói az alábbi hosszúságúak!

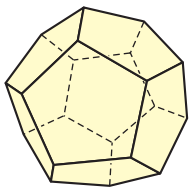
a) 3 cm és 4 cm *b)* 1,2 cm és 1,2 cm *c)* 4,3 cm és 2,5 cm *d)* a és b hosszúságegység

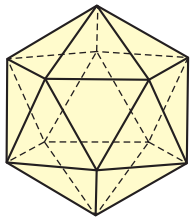
18. A szabályos sokszögek oldalszáma tetszőleges, 2-nél nagyobb egész szám lehet, ezért végtelenül sok szabályos sokszög van. Szabályos testből csak az alábbi öt létezik.


szabályos tetraéder


hexaéder


oktaéder


dodekaéder

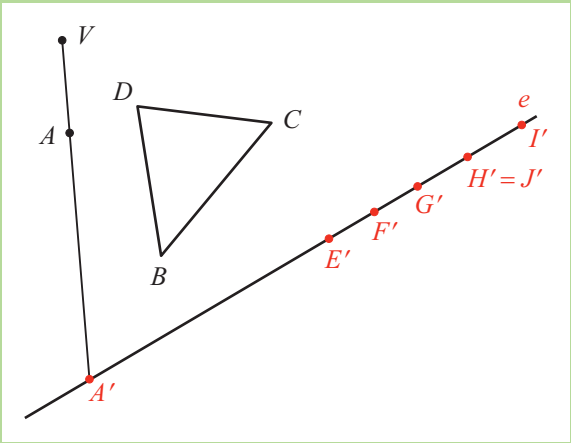

ikozaéder

Rendeld hozzá mindegyik szabályos testhez azok csúcsainak, majd éleinek, majd oldallapjainak számát!

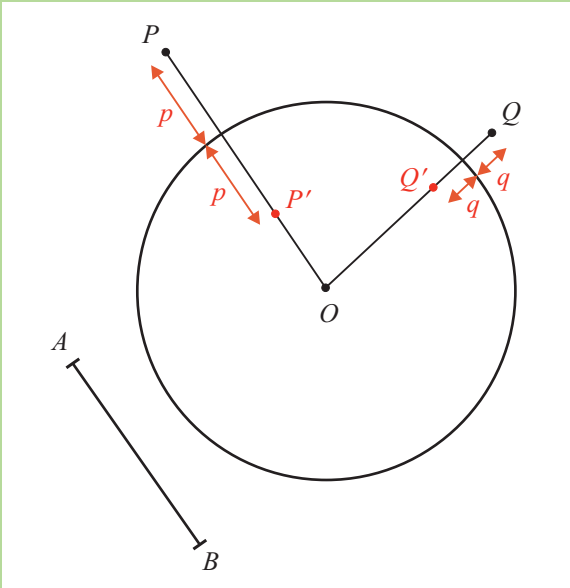
19. Adott egy e egyenes és egy V vetítési középpont. A sík pontjaihoz hozzárendeljük az e egyenesnek azt a pontját, amelyet az adott pontot a V-vel összekötő „vetítősugár” kimetsz az e egyenesből.

a) Szerkeszd meg a BCD háromszög vetítési képét!

b) Van-e olyan EFG háromszög, amelynek vetítési képe az $E'F'G'$, illetve HIJ háromszög, amelynek vetítési képe $H'I'J'$?



20. A hozzárendelés alaphalmaza a körlapon kívül lévő pontok. A hozzárendelési utasítás pedig a „körre való tükrözés”. Rajzold meg az AB szakasz képét az utasításnak megfelelően!



Összefüggések a pontok koordinátái között

21. Keresd meg azoknak a $P(x; y)$ pontoknak a helyét a koordináta-rendszerben, amelyeknél

a) az első jelzőszám fele a második jelzőszámnak;

b) az első jelzőszám nagyobb, mint a második jelzőszám fele!

22. A $P(x; y)$ pontok jelzőszámai között fennáll, hogy

a) a pont második jelzőszáma mínusz háromszorosa az első jelzőszámnak, azaz $y = -3x$,

b) a pont második jelzőszáma nem kisebb az első jelzőszám mínusz háromszorosánál, azaz $y \geq -3x$!

Keress ilyen pontokat a koordináta-rendszerben, és fogalmazd meg, hogy milyen alakzatot kaptál!

23. Hol vannak azok a pontok a koordináta-rendszerben, amelyek második jelzőszáma az első jelzőszámnál

a) 2-vel kisebb (kékkel rajzolj); *b)* 2-vel nagyobb (pirossal rajzolj)?

Mit vettél észre a kapott két ponthalmazról?

24. Keresd meg az alábbi értéktáblázatban megadott síkbeli pontok két jelzőszáma közötti kapcsolatot! Készíts koordináta-rendszert, sokat segít a megoldás megtalálásában!

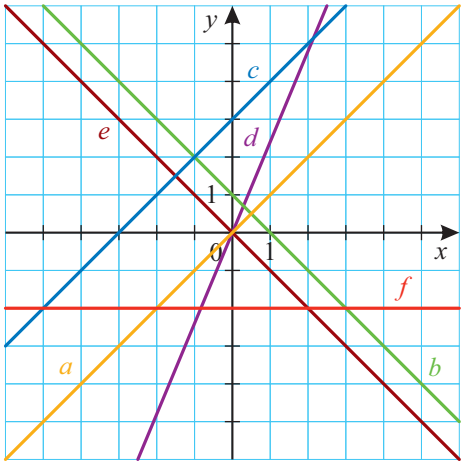
x	-2	0	1	1,5	3
y	2	4	5	6,5	7

25. *a)* Add meg az ábrán látható egyeneseken elhelyezkedő pontok két koordinátája közötti kapcsolatot!

b) Van-e olyan egyenes, amely áthalad a $P(2; 5)$ ponton? Ha igen, akkor add meg a betűjelét!

c) Van-e olyan egyenes, amely áthalad a $Q(-20; -50)$ ponton? Ha igen, akkor add meg a betűjelét!

d) **Padtársaddal** felváltva tegyetek fel kérdéseket egymásnak a grafikonokról!



26. Keress olyan pontokat a koordináta-rendszerben, amelyeknél a két jelzőszám összege 5!

27. Milyen alakzatot határoznak meg a $P(x; y)$ pontok, ha a jelzőszámaik között az alábbi kapcsolatok teljesülnek?

a) $y=x-2$ *b)* $y=-2x$ *c)* $x=-2y$ *d)* $x=y-3$

28. Keress olyan pontokat a koordináta-rendszerben, amelyeknél a két jelzőszám különbsége 5!

★

29. Rajzold le azokat a $P(x; y)$ pontokat a koordinátasíkban, amelyeknek a jelzőszámai között a következő összefüggés áll fenn: $2x + y = 4$!

a) Add meg annak a háromszögnek a csúcspontjait, amelyet a koordináta-rendszer két tengelye és az általad megrajzolt egyenes határoz meg!

b) Mekkora ennek a háromszögnek a területe rácsegységben mérve?

30. Hány $P(x; y)$ egész jelzőszámú pont van a koordinátasíkon, amelyek jelzőszámaira fennáll, hogy $|x| < 3$ és $|y| \leq 2$?

Összefüggések, képletek

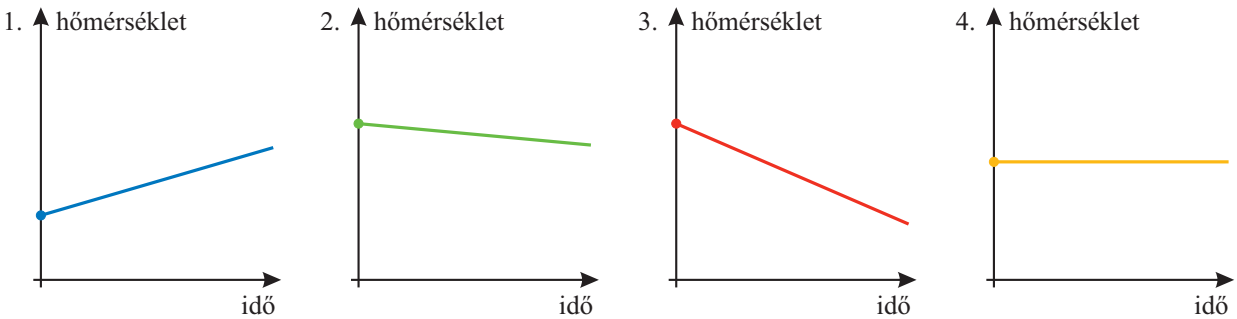
31. Keresd a párját!

a) A délelőtt folyamán a víz a kerti hordóban egyre melegebb lett.

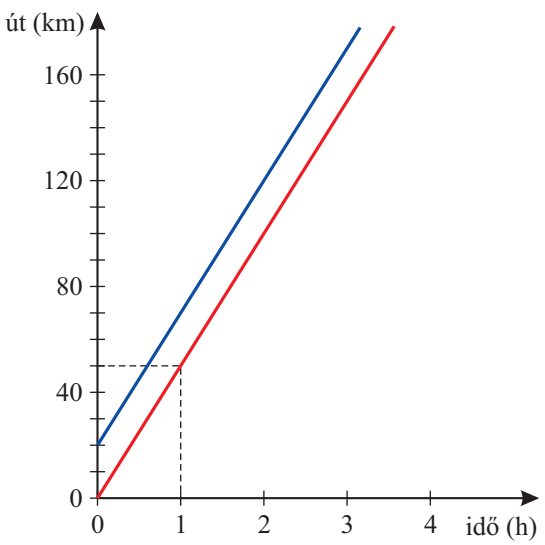
b) Az eső erősen lehűtötte a hordóban levő vizet.

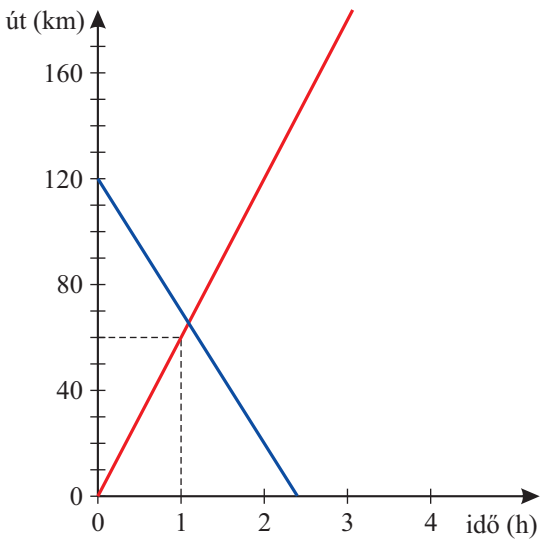
c) Dél körül egyenletesen meleg volt.

d) Éjféltől hajnalig alig csökkent a hőmérséklet, egy kicsit lehűlt a hordóban levő víz is.



32. **Padtársaddal** együtt találjátok ki, hogy milyen járművek mozgását szemléltetik a grafikonok! Olvassatok le minél több információt a grafikonokról!



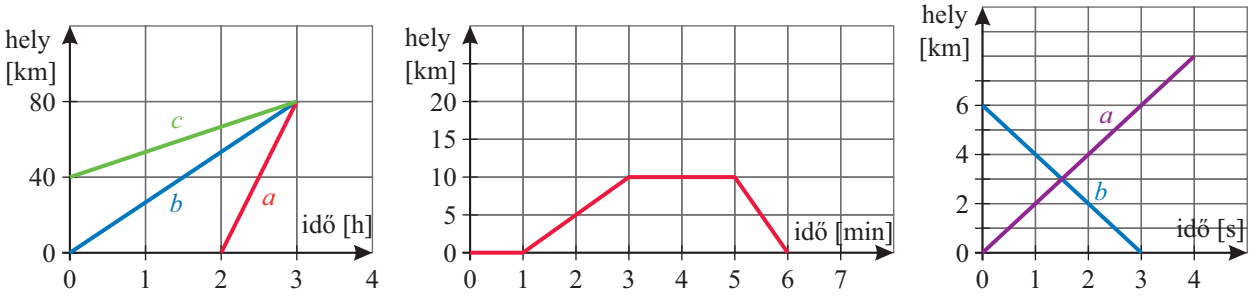








33. **Padtársaddal** döntsétek el, hogy az egyes hely-idő grafikonok milyen járművekhez tartozhatnak! Mondjatok történeteket felváltva egymásnak a járművek mozgásáról!



34. Jóska reggel 8 órakor indul el a 20 km-re lévő szomszéd faluba biciklivel. Óránként 15 km-t tesz meg. Fél órával később robogóval utánamegy a barátja, aki 40 km-t halad óránként.

Ábrázold koordináta-rendszerben a két fiú mozgását!

Mikor és hol éri utol Jóskát a barátja?

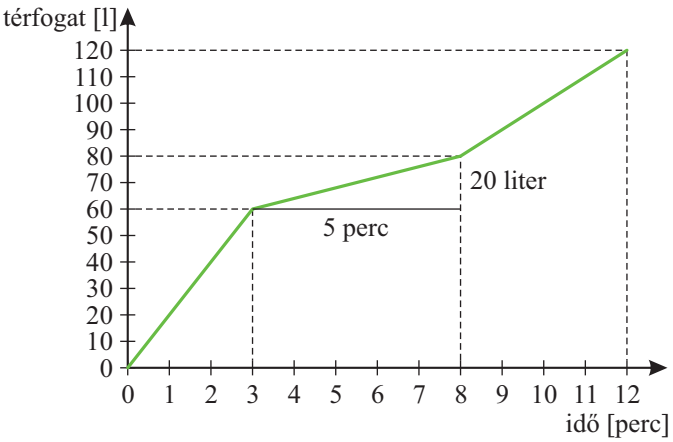
35. A grafikon egy csapból folyó víz mennyiségét mutatja bizonyos idő alatt. Mit mond számodra a grafikon? Mekkora a víz „átlagsebessége” a

a) 0–3 perc között,

b) 3 és 8 perc között,

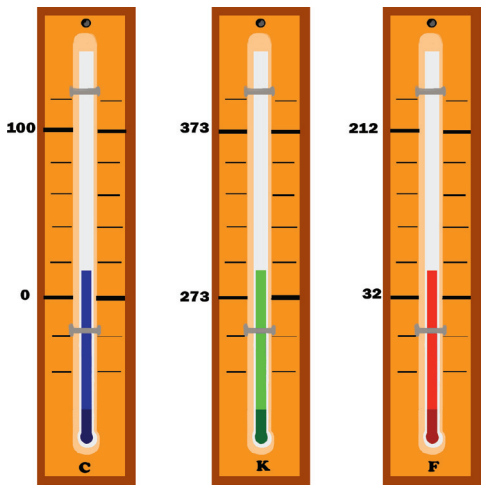
c) 8 és 12 perc között?

d) Összesen hány percig volt nyitva a csap, és hány liter víz folyt ki? Menynyi az „átlagsebesség”, és hogy viszonyul az egyes időintervallumok „átlagsebességéhez”?



36. Egy tartályban lévő −12 °C-os folyadékot egyenletesen melegítve annak hőmérséklete percenként 3 °C-kal nő. Mennyi idő múlva lesz azonos a folyadék hőmérséklete a tartályéval, ha az kezdetben 23 °C-os volt, és percenként 2 °C-ot veszít a hőmérsékletéből?

37. A hőmérséklet mérésére különböző beosztású hőmérsékleti skálákat használnak. Mi a Celsius-skálát (ejtsd: celziusz) használjuk, ahol 0 °C a jég olvadáspontja és 100 °C a víz forráspontja. A Kelvin-hőmérőn a jég olvadáspontja 273, a víz forráspontja pedig 373 Kelvin-fok. Amerikában jelenleg is a Fahrenheit-fokot (ejtsd: fárenhejt) használják. (Az ottani televíziós adások időjárásjelentéseiben láthatod és hallhatod.) Itt a jég olvadáspontja 32, míg a víz forráspontja 212 Fahrenheit-fok. Mindegyik skála egyenletes beosztású.



a) A $K = C + 273$ és az $F = 1{,}8C + 32$ kapcsolatokat ábrázold koordináta-rendszerben! Hány °C-nál egyezik meg a Kelvin, illetve a Fahrenheit hőmérsékleti skálán mért hőmérséklet?

b) A tévé időjárásjelentésében Európában a °C-ot, míg az Egyesült Államokban a °F-ot mutatják. Számold ki, hogy az egyes értékeknek mi felel meg a másik földrészen! Töltsd ki a táblázat hiányzó adatait!

°C	24	15	30	–12			
°F	75,2				72	86	–4

38. A diákok számára egy kedvezményes tarifacsomag havi díja 1800 Ft, amelyet belföldi beszélgetések és SMS-ek esetén le is vonnak a számlából.

A hálózaton belüli percdíjak és SMS-díjak ennél a tarifacsomagnál 20 Ft-osak, míg hálózaton kívül 35 Ft-ot kell fizetni ugyanezért a szolgáltatásért. Mennyit fizet az a diák havonta, aki más szolgáltatást nem vesz igénybe, és átlagosan 6 percig telefonál?

a) Töltsd ki a táblázatot!

b) Az igénybe vett szolgáltatásoktól függően írj fel képletet a fizetendő összegről! (Az egyes szolgáltatásokat a egy-egy betűvel jelöld!)

darab/Ft	Január	Február	Március	Április	Május	Június
Hálózaton belüli telefonálás	32	28	31	20	25	18
Hálózaton belüli SMS	3	5	12	10	6	3
Hálózaton kívüli telefonálás	12	8	16	14	10	8
Hálózaton kívüli SMS	0	6	4	12	8	6
Fizetendő összeg						

39. A téli sportok egyik kedvelt ága a síugrás. Az ugrásért kapott *távolsági pontot* (t) a következő módon számítják ki: $t = 60 + (s - h) \cdot 1{,}8$.

s: az ugrás hossza méterben;

h: a sánc magassága méterben

Hány méter volt Simon Amman ugrásának hossza, ha a 120 méter magas sáncról történő ugrásáért 96,9 távolsági pontot kapott?



(Forrás: Országos kompetenciamérés, 8. évfolyam, 2010)

@ Nézz utána, hogy ki Simon Amman!

★ **40.** Két barátnő egyeneseket rajzolgatott a füzetébe. Ria 3 egyenest, míg Tara négyet rajzolt, így Ria a síkot r, míg Tara t részre osztotta fel az egyenesek helyzetéből adódóan.

Melyik lehet az alábbiak közül $r + t$ értéke?

A) 20 *B)* 18 *C)* 16 *D)* 10 *E)* 9

41. Egy társasház lakói rovarirtó céget keresnek az interneten. Az egyik cég 3000 Ft-ot kér a kiszállásért, és lakásonként 4000 Ft-ért végzi el a vegyszeres irtást, míg egy másik ajánlatnál a kiszállási díj 2000 Ft, és lakásonként 4125 Ft-ot kérnek.

a) Készíts grafikont a két cégnek fizetendő végösszegről!

b) Hány rovarirtást igénylő lakó esetén érdemesebb az első, illetve hány esetén érdemes a második céget választani?

c) Van-e olyan lakószám, amikor a véletlenre bízhatjuk a választást?

Egyenes arányosság

42. Mérd meg otthon egy henger alakú pohár, egy konzervdoboz és egy sajtdoboz körlapjának az átmérőjét és a kerületét! Számítsd ki a kerületek és az átmérők arányát egy tizedes jegyre kerekítve! Milyen összefüggés van e két mennyiség között?

	pohár		konzervdoboz		sajtdoboz	
	kerület	átmérő	kerület	átmérő	kerület	átmérő
Arány						
Összefüggés						

43. Anna meghívta hétvégi házukba kilenc osztálytársát. Fejenként tíz palacsintával szeretné várni őket.

A szakácskönyv szerint 20 db palacsinta elkészítéséhez a következő hozzávalók szükségesek:

– 25 dkg liszt,
– 2 tojás,
– 3 dl tej,
– 1 kanál (2 dkg) cukor,
– kevés só,
– olaj a kisütéshez.

A hétvégi házban elegendő só és olaj van, de minden más hozzávalót a boltból kell Annának beszereznie.

Legalább mennyi cukrot, lisztet, tejet és tojást vásároljon Anna a 10 főnek, ha a boltban a cukrot és a lisztet 1 kg-os csomagokban, a tejet 1 literes dobozokban, a tojást 10 darabos dobozokban árulják? Úgy dolgozz, hogy számításaid nyomon követhetők legyenek!

Liszt ☐ csomag Tojás ☐ doboz

Tej ☐ doboz Cukor ☐ csomag

(Forrás: Országos kompetenciamérés, 6. évfolyam, 2009)

44. Egészítsd ki a táblázat hiányzó adatait, ha tudod, hogy az összetartozó értékek hányadosa állandó! Írd fel az x és az y értékei közötti összefüggést megadó képletet!

x		2	8		28	113
y	–2		5	10,2		

45. Julcsi és Bori a nyári táborban sokat fényképeztek. Hazaérkezésük után a fotókat Julcsi számítógépére másolják. Julcsi fényképezőgépén 92 db, Borién 138 db kép van. Julcsi képeinek másolása 2 perc 15 másodpercig tart. Mennyi ideig tart Bori képeinek másolása, ha a két fényképezőgépről egy-egy képet azonos idő alatt lehet letölteni?

46. Tamás konditerembe jár, ahol rendszeresen edz a lépcsőzőgépen, amelyen 8 lépéssel 1 kalóriát lehet elégetni. Tamás megfigyelte, hogy percenként átlagosan 68 lépést tesz meg. Körülbelül hány kalóriát éget el Tamás 6 perc alatt ezen a gépen? Úgy dolgozz, hogy számításaid nyomon követhetők legyenek!



(Forrás: Országos kompetenciamérés, 6. évfolyam, 2013)

47. Ábrázold koordináta-rendszerben a képletekkel megadott egyenes arányosságok grafikonjait!

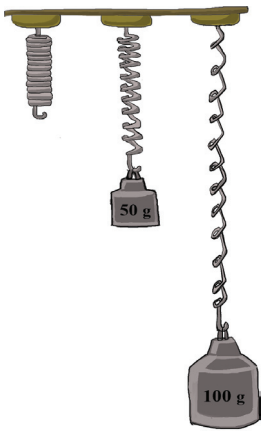
a) $y = 3x$ *b)* $y = -3x$

48. Ábrázold az $y = -\frac{1}{2} \cdot x$ képlettel megadott egyenes arányosságot, és adj meg koordinátákkal két-két pontot úgy, hogy a pontok

a) rajta legyenek a grafikonon, *b)* a grafikon alatt legyenek,

c) a grafikon felett legyenek!

49. Egy rugóra különböző tömegeket akasztottunk, és megmértük a rugó megnyúlását. Mérési eredményeinket az értéktáblázat tartalmazza.



tömeg [g]	m	50	100	150	200	250	300
megnyúlás [mm]	l	60	140	190	270	320	400

Ábrázold a kapott mérési eredményeket a koordináta-rendszerben!

50. Megadható-e egyértelműen az az egyenes arányosság, amelynek grafikonján van az $A(1; 1{,}5)$ pont? Ha igen, add meg a képletét, és ábrázold a grafikont!

Fordított arányosság

51. A 7 tagú Nagy család 12 óra alatt szedi le az almafa termését. Mennyi ideig tart ez a munka a 3 tagú Kiss családnak? (A két családban minden családtag azonos teljesítménnyel dolgozik.)

52. Egy 8 literes fazékba

a) fél literes, *b)* 2 dl-es, *c)* 1 dl-es, *d)* 1 cl-es

pohárral mérünk annyi vizet, hogy a fazék éppen megteljen. Hány pohárral kell öntenünk az egyes esetekben? Milyen kapcsolat áll fenn a mérőpohár űrtartalma és a szükséges darabszám között? Válaszodat indokold!

53. A Cuki Kft. húsvét előtt 10 800 db csokinyuszi készítését vállalta. Egy automata gép 60 óra alatt készül el ezzel a megrendeléssel.

a) Hány órán át tart a munka, ha 2, 3, 4, 5, 6, 10 gépet állítanak be? (A gépek egyenletesen dolgozva ugyanakkora mennyiséget tudnak készíteni.)

b) Hány nyuszi készül egy perc alatt ezeken a gépeken?

54. Rozi és Csenge testvérek. Egy alkalommal Rozi könyvet kölcsönöz a közeli könyvtárból. Rozi lépéshossza 70 cm, ő 160 lépést tesz meg az oda-vissza úton. A könyvet elolvasás után Csenge viszi vissza, ő az odaúton 70 lépést számol.

a) Hány centiméter hosszú Csenge egy lépése? *b)* Hányat lép ezen az úton Csenge?

55. Orsi a nagymamájával 24 liter málnaszörpöt főzött be. Hány db 7,5 dl-es üvegbe fér el ez a mennyiség? Hány üvegre van szükségük, ha 3 dl-es, 5 dl-es, 10 dl-es, 1,2 l-es, 1,5 l-es, illetve 2 l-es üvegeket használnak?

Üvegek térfogata	7,5 dl	3 dl	5 dl	10 dl	1,2 l	1,5 l	2 l
Üvegek száma							

56. A Tópart turistaszálláson két 12 személyes szoba ára reggeli nélkül egy éjszakára 48 000 Ft. Legalább mennyit kell fizetni fejenként ezért a szállásért, ha a kétnapos kirándulásra 6-an, 12-en, 16-an, 20-an, illetve 24-en mennek el?



Résztvevők száma	6	12	16	20	24
Fizetendő összeg fejenként					

57. Egy gyorsvonat sebessége $90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, egy személyvonaté $60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Mindkét vonat állandó sebességgel haladva 300 km utat tesz meg.

a) Mennyi ideig tart ez a gyorsvonatnak, és mennyi ideig a személyvonatnak?

b) Milyen összefüggés van a vonatok sebességei és a 300 km-es út megtételéhez szükséges időtartamok között?

c) Mekkora a gyorsvonat és a személyvonat sebességének, valamint menetidejének aránya?

58. Az $A = \{-0{,}4;\ 3;\ 1{,}2;\ -1;\ -3;\ 1\}$ halmaz elemeiből készíts olyan számpárokat, amelyekben a számok szorzata ugyanannyi!

59. Egy traktor első kerekének kerülete 96 cm, a hátsó keréké 1,4 m. Hányat fordul a hátsó kerék azon az úton, amelyen az első 70 fordulatot tesz?

60. Egy úszómedencét 4 ugyanolyan csövön keresztül 5 óra alatt töltenek meg.

a) Hány óra alatt végezhetik el ezt a feltöltést, ha csak 2 cső működik?

b) Hány cső van nyitva, ha ez a vízmennyiség 150 perc alatt folyik a medencébe?

61. Azonos méretű fa építőkockákból néhányat pirosra festünk. Az erre a célra vásárolt festék 8 db kockára elegendő. Hány db kocka befestésére lenne elég ez a festék, ha kétszer akkora élű kockákat választanánk?

Vegyes feladatok

62. Az iskolai ebédlő téglalap alakú asztalaira terítőket varrunk. A téglalap alakú terítők szélessége 120 cm. A szükséges anyag hossza attól függ, hogy hány asztal van az ebédlőben. Ha két asztalterítőhöz 4 méter hosszú anyagot használunk, akkor hány méter anyag kell 3, 5, 6 ilyen asztalhoz? Mekkora a terítők területe?

Asztalok száma	2	1	3	5	6
A terítő hossza	4 m				
A terítő területe					

63. Készíts értéktáblázatot a megadott képletekhez!

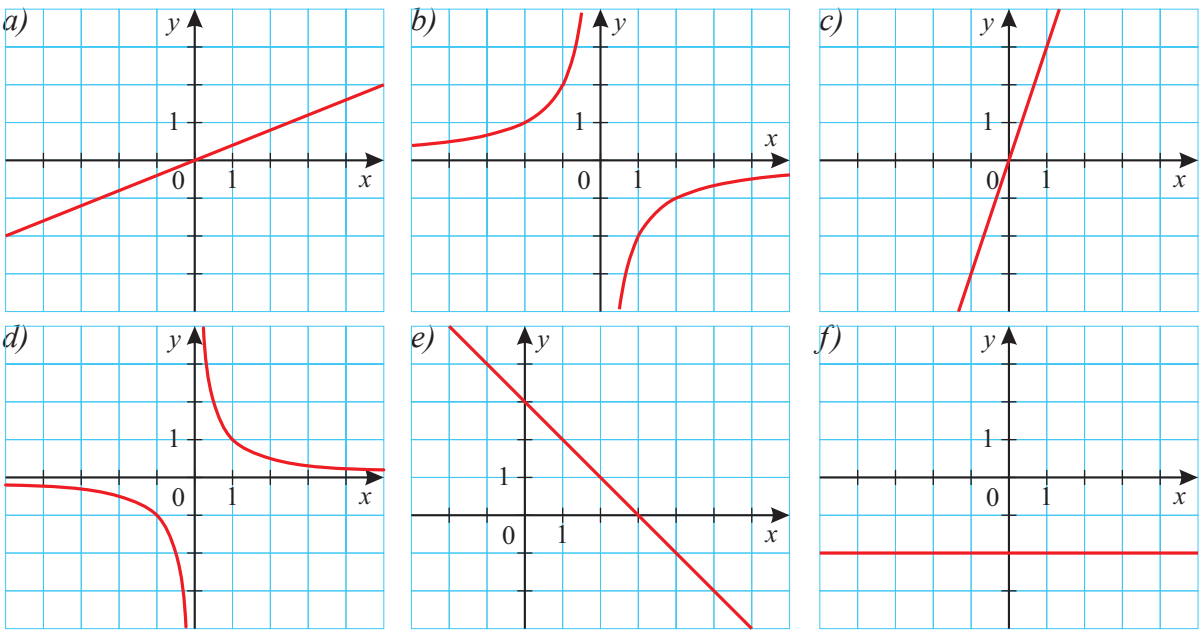
Mit állapíthatsz meg az összetartozó értékekről?

Rajzold fel az összefüggések grafikonját!

a) $y = 3 \cdot x$ *b)* $y = -2 \cdot x$ *c)* $y = 0{,}5 \cdot x$

d) $y = -\frac{1}{4} \cdot x$ *e)* $y = \frac{x}{3}$ *d)* $y = \frac{1}{3}x$

64. Melyek ábrázolnak egyenes és melyek fordított arányosságot a grafikonok közül?



65. A mosódióhéj természetes szappantartalma miatt ősidők óta használt mosószer. Egy mosáshoz 8 dióhéj szükséges. Ugyanazon dióhéjakat 4-szer lehet felhasználni. Egy 500 g-os dobozban kb. 200 mosódióhéj van.

Hány mosásra elegendő az 500 g-os doboz tartalma? Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

A 6 *B* 25 *C* 32 *D* 100

(Forrás: Országos kompetenciamérés, 8. évfolyam, 2014)

66. A kézműves szakkör tagjai az iskola folyosójára 8 m és 2 m oldalú téglalap alakú mozaik faliképet készítenek. Terveik szerint öten 12 óra alatt készülnek el a munkával. Hány órán át kell dolgoznia a faliképen 3, 6, 10, illetve 12 gyereknek, ha mindnyájan azonos tempóban haladnak?

Gyerekek száma	5	3	6	10	12
Munkaidő órában	12				

67. Egy nyári táborban naponta 16 hl forró víz áll a táborozók rendelkezésére. Hány liter forró víz jut egy személynek, ha a táborban 40-en, 50-en, 80-an, illetve 100-an vannak? (Feltételezzük, hogy minden táborozó ugyanannyi forró vizet használ.)

Táborozók száma	40	50	80	100
Egy személynek jutó forró víz				

68. Melyek egyenes, és melyek fordított arányosságok az alábbi mennyiségpárok közül? Van-e közöttük olyan, amelyik egyik sem?

a) a négyzet oldala és a kerülete

b) a négyzet oldala és területe

c) egy vízzel teli kancsóból kiöntött és a benne maradó víz mennyisége

d) egy kisgyermek tömegének növekedése és a közben eltelt idő

e) egy adott munka elvégzésekor a munkások száma és a közben eltelt idő

69. Válaszd ki a képletekkel megadott összefüggések közül az egyenes és a fordított arányosságokat! A kiválasztottak közül rajzold le egy egyenes arányosság grafikonját!

a) $y = 5 \cdot x$ *b)* $y = -\frac{1}{x}$ *c)* $y = -x + 1$

d) $x \cdot y = 0$ *e)* $y = \frac{x}{2}$ *f)* $x = \frac{2}{y}$

70. Döntsd el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis! Válaszaidat indokold!

a) Egy tört számlálója és az értéke között – változatlan nevező esetén – egyenes arányosság van.

b) Egy 5 méteres kötélből levágott rész és a belőle megmaradt rész nagysága között fordított arányosság van.

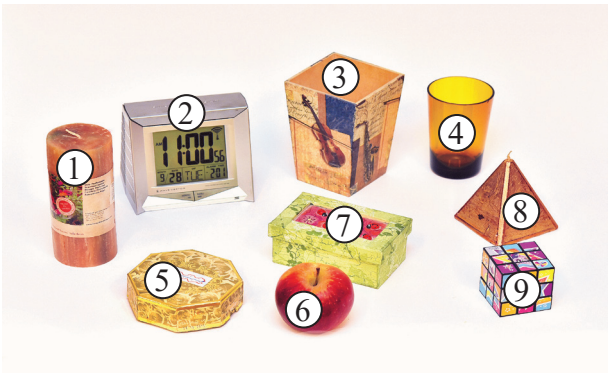
c) Egy kerek sajtot osztunk szét vacsorára. A vacsorán részt vevő személyek száma és az egy főre jutó sajtmennyiség között fordított arányosság van.



Hasábok

Hasábok mindenütt

1. Milyen testeket látsz a képen? Jelöld a hasábokat H betűvel!

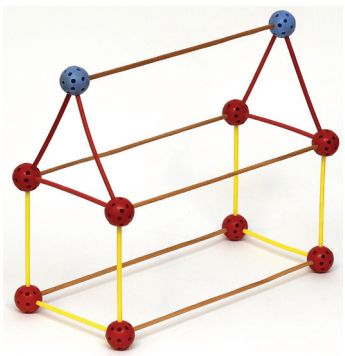


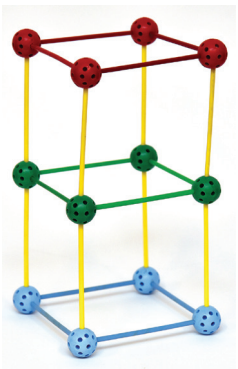
2. Az ábrán látható alakzatokat golyókból és pálcikákból raktuk össze.

a) Hány pálcika és hány golyó kellett különkülön az egyes testek megépítéséhez?

b) Hasábok-e a kialakult testek?

c) Ha igen, akkor milyenek?

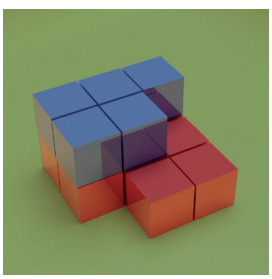




3. Egy kocka élvázának elkészítéséhez 480 mm drótra van szükségünk. Hány cm a kocka éle? Hány cm egy olyan kocka éle, amelynek élvázához harmadannyi drót kell, mint az előzőhöz?

4. Csoportokban dolgozzatok!

13 db egységkockából építettük ezt a hiányos téglatestet, amelyet a lenti képeken lévő, 5 kockából álló alakzatok valamelyikével 18 kockából álló (3 × 3 × 2)-es téglatestté lehet kiegészíteni.



Válasszátok ki, melyik alakzat pótolja a hiányt!

a)



b)



c)



d)

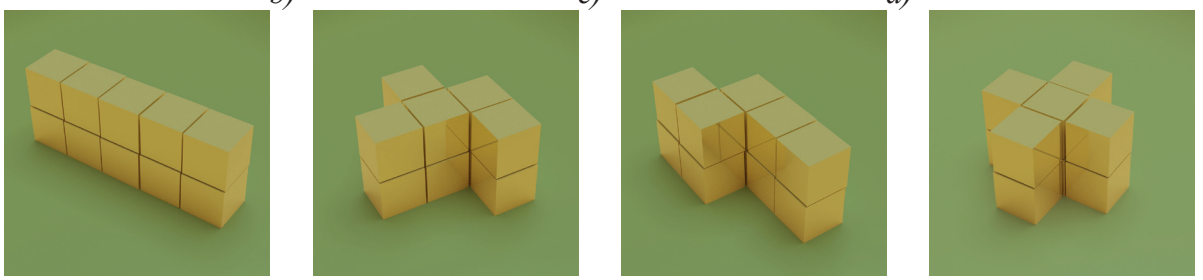


5. A képen látható alakzatok 1 cm élű kockákból épültek. Minden kocka alatt van kocka, ami azt jelenti, hogy az alakzatokban sehol sincs „lyuk”.

Legalább hány egységkockával kell kiegészíteni az építményeket, hogy azok téglalap alapú hasábok legyenek?

Mind a négy esetben rajzold le a test alaplapjait és oldallapjait!

a) *b)* *c)* *d)*



6. A képeken látható három alakzat 1 cm élű kockákból épült. Az építményekben minden kocka alatt van kocka. Ezekről az alakzatokról állításokat fogalmaztunk meg.

Döntsd el, hogy igazak-e! Válaszaidat indokold!

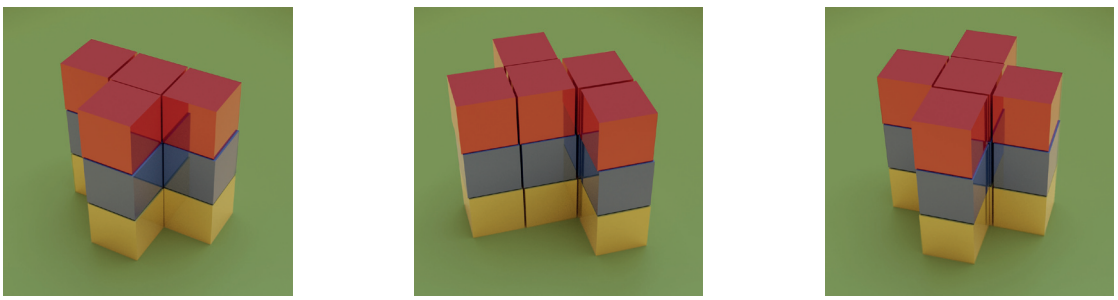
A) Van közöttük olyan test, amelyik nem hasáb.

B) A hasábok alaplapja konkáv sokszög.

C) A hasábok oldallapjai 1 cm × 3 cm oldalú téglalapok.

D) Az alapsokszögek belső szögei derékszögek.

E) Az alapsokszögek oldalszáma páros szám.



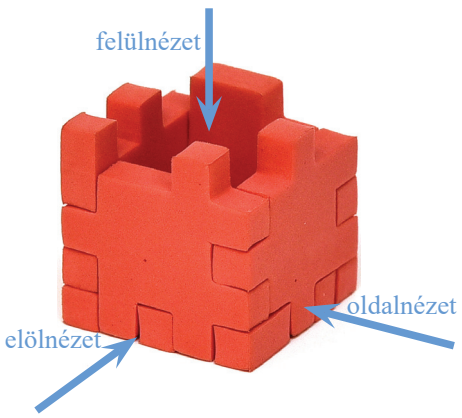
7. Piros és kék színű szívószálakból elkészítettük egy olyan négyzetes hasáb élvázát, amelynek magassága háromszorosa az alapélnek. Egy él egyféle színű. Elérhető-e, hogy a kék színű élek hosszának összege

a) háromszor annyi,

b) kétszer annyi legyen, mint a pirosoké?

Ha igen, rajzold le az így elkészíthető négyzetes hasábokat!

8. A képen látható „puzzle-kockának” hiányzik a teteje. Rajzold le a test elölnézetét, oldalnézetét és felülnézetét!

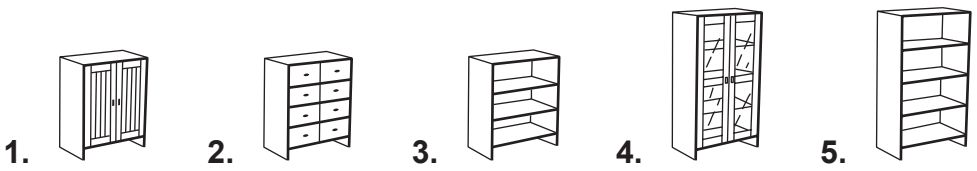


9. Egy bútorkatalógus elemes bútoraiból állíts össze egy számodra megfelelő szekrénysort! Rajzold le, hogyan helyeznéd el egy olyan szobában, amelynek alapja egy 3 m × 4 m méretű téglalap!

FARAKÁS

Tömör, lakkozott bükk, állítható polcok és edzettüveg ajtók

SZEKRÉNYEK, KÖNYVESPOLCOK



1. Szekrény 2 állítható polccal 70 cm × 80 cm × 37 cm	**4. Vitrinszekrény** 70 cm × 119 cm × 37 cm
2. Fiókos szekrény 8 fiókkal 70 cm × 80 cm × 37 cm	**5. Könyvespolc** 70 cm × 119 cm × 37 cm
3. Könyvespolc 70 cm × 80 cm × 37 cm	

10. Egy egyenes hasáb alakú szoba alaplapja egy olyan téglalap, amelynek oldalai 4 m és 5 m hosszúak. Készítsd el az alaprajzát, és rajzold le a szoba berendezésének felülnézeti tervét a felsorolt bútorokkal! A méreteket arányosan kicsinyítsd! A tervrajzon jelöld be azt is, hogy a szoba egyik falán egy 0,8 m × 2,1 m-es ajtó, a szemben lévő falon két ugyanilyen ajtó, a harmadik falon pedig egy 2 m × 1,5 m-es ablak van!

A szoba bútorzata:

egy 0,5 m × 2,5 m-es, többféle elemből álló szekrénysor,

egy 0,5 m × 1,5 m-es polc a televízió, számítógép, egyéb elektronikai eszközök számára,

egy 1,8 m × 0,88 m-es kétszemélyes kanapé, összecsukott állapotban

egy 0,9 m × 1 m-es asztal,

két 0,7 m × 0,9 m-es fotel,

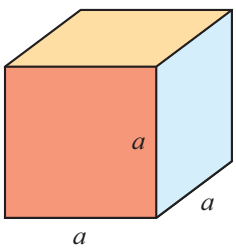
egy 0,25 m × 1,6 m-es könyvespolc,

egy 0,6 m × 1,1 m-es íróasztal.

A hasáb felszíne

11. Rajzold le a hasáb hálóját, és számítsd ki felszínét! A hasáb oldaléleinek hossza:

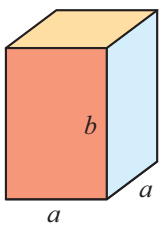
a)



A) $a = 2{,}1$ cm

B) $a = 32$ mm

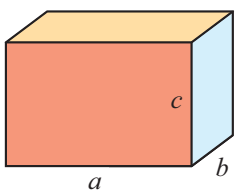
b)



A) $a = 2{,}5$ cm
$b = 3{,}4$ cm

B) $a = 31$ mm
$b = 3{,}4$ cm

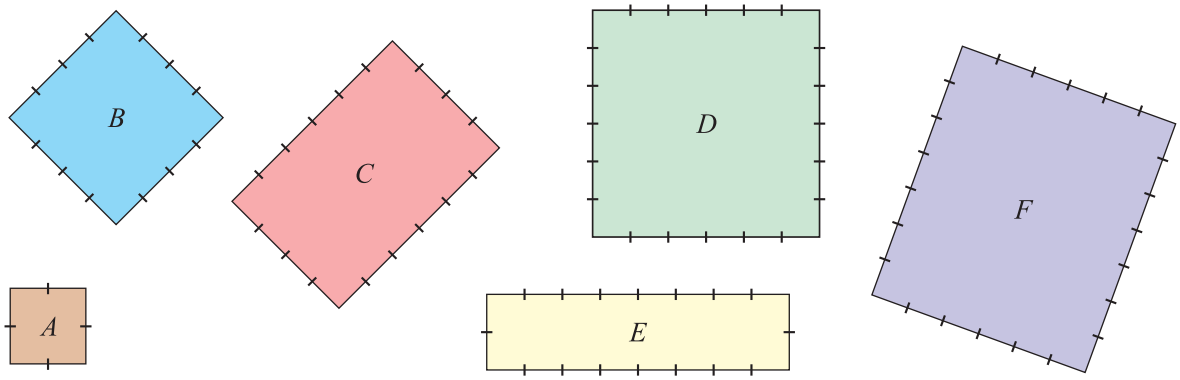
c)



A) $a = 2{,}3$ cm
$b = 4{,}1$ cm
$c = 33$ mm

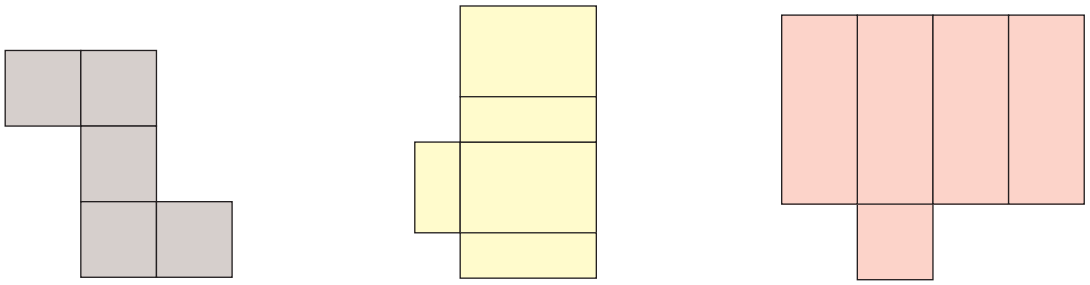
B) $a = 0{,}4$ dm
$b = 35$ mm
$c = 2{,}4$ cm

12. Válaszd ki a síkidomok közül azokat, amelyekkel el tudod készíteni egy négyzetes oszlop hálóját! Ha több egybevágó lapra van szükséged, akkor egy lap kiválasztása után rajzolj belőle annyit, amennyi a hálóhoz kell, majd készítsd el a hálót!



13. Hányféleképpen egészítheted ki az ábrán látható téglalapokból álló hálókat úgy, hogy azokból

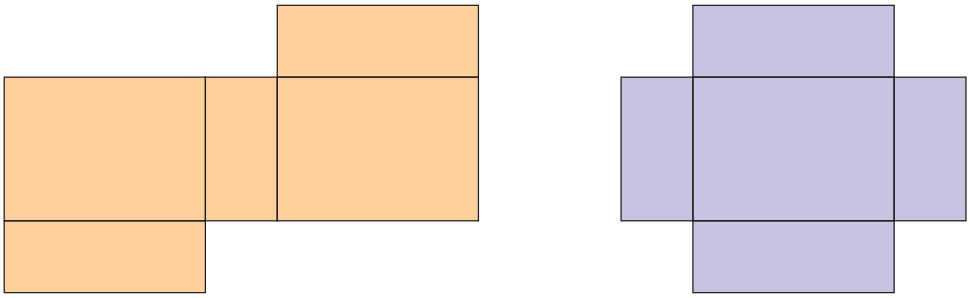
a) kockát, *b)* téglatestet, *c)* négyzetes oszlopot lehessen készíteni?



Rajzold le a kapott hálókat!

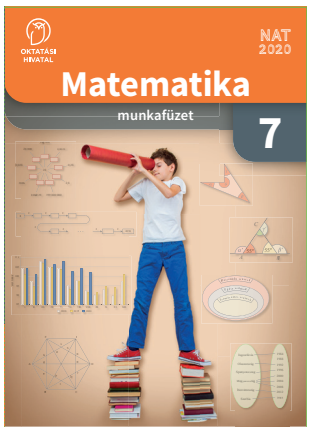
14. Egészítsd ki a hatodik téglalappal a hálózatokat úgy, hogy azokból

a) lehessen, *b)* ne lehessen téglatestet hajtogatni!



15. Egy téglatest alakú ágybetét különböző éleinek hossza 200 cm, 80 cm és 10 cm. Legalább mekkora területű bútorvászonra van szükségünk, ha erre huzatot akarunk készíteni?

16. A matematika munkafüzetünket év elején átlátszó öntapadós fóliával vonjuk be. A könyv méretei: az első és a hátsó borító 20,5 cm × 28,5 cm-es téglalap, a gerinc vastagsága 0,6 cm. Mekkora területű fóliára van szükségünk?



17. Az alábbi mennyiségek közül melyik egyenlő 245,6 dm^2-rel?

a) 24 560 cm^2 *b)* 24,56 m^2 *c)* 2,456 m^2

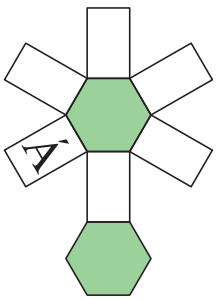
d) 0,2456 ha *e)* 245 600 mm^2 *f)* 2456 cm^2

g) 0,000 2456 ha *h)* 2 456 000 mm^2 *i)* 0,024 56 ha

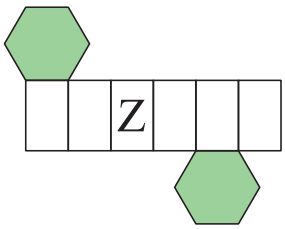
18. Egy téglatest alakú szoba hosszúsága 5 m, szélessége 5,4 m, magassága 2,8 m. A szoba két oldalfalán egy-egy 0,8 m széles és 2,1 m magas ajtó, a harmadik oldalfalon pedig egy 2 m széles és 1,5 m magas ablak van. Mennyi festékre van szükség a szoba mennyezetének és oldalfalainak kifestéséhez, ha 1 liter festék kb. 6 m^2 falfelületre elég?

19. Szabályos hatszög alapú egyenes hasáb oldallapjaira betűnként ráírtuk ZOLTÁN nevét. A kiterített lapokra mindhárom esetben írd rá a hiányzó betűket úgy, hogy ha a hasábot összeragasztjuk, olvasható legyen a név!

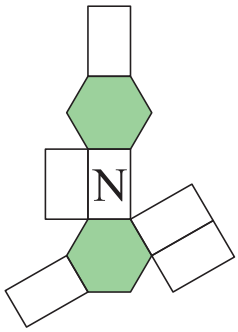
a)



b)



c)



★

20. Rajzold le, hogyan lehet egy téglalapból „hulladék nélkül” kivágni egy téglatest lapjait!

21. Rajzold le, hogyan lehet egy négyzetből „hulladék nélkül” kivágni egy négyzet alapú egyenes hasáb lapjait!

A hasáb térfogata

22. Számítsd ki a hasábok térfogatát!

a) A kocka éle 5 cm. *b)* A négyzetes oszlop alapéle 3,2 cm, oldaléle 5,1 cm.

c) A négyzetes oszlop alapéle 27 mm, oldaléle 2,3 cm.

d) A téglatest élei 3,4 cm; 5,6 cm; 2,9 cm. *e)* A téglatest élei 0,7 dm; 6,1 cm; 25 mm.

23. Számítsd ki a hasábok térfogatát, majd a kapott térfogatokat add meg literben is!

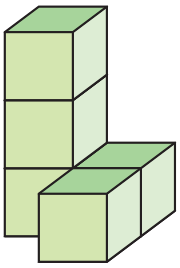
a) A kocka éle 1,2 dm. *b)* A négyzetes oszlop alapéle 22 dm, oldaléle 350 cm.

c) A téglatest élei 40 cm, 6,7 dm, 250 mm.

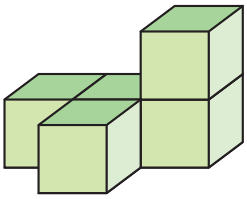
24. 6 db egységkockából különböző konvex hasábokat építünk úgy, hogy a kis kockákat egy-egy teljes lapjukkal egymáshoz ragasztjuk. Mekkora az így kapott testek felszíne és térfogata? (Te is megépítheted ezeket otthon kockacukrokból.)

25. 5 db egységkockából építsd meg az alábbi testeket! Ezek közül melyiknek legkisebb, illetve melyiknek legnagyobb a felszíne? Mekkora a testek térfogata?

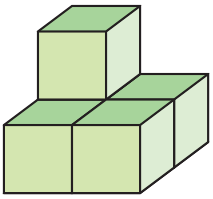
a)



b)



c)



26. Egy erdei nomád táborban az esti mosakodáshoz 36 liter vizet tudnak megmelegíteni egy bográcsban. A meleg vizet egy-egy táborozónak olyan hasáb alakú lavórokba merik ki, amelynek alaplapja (30 cm × 30 cm)-es négyzet.

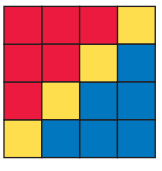
A lavórokban a mosdóvíz 8 cm magasan állhat. (Hideg vizet nem öntenek hozzá.)

Hány gyereknek elég ez a vízmennyiség?

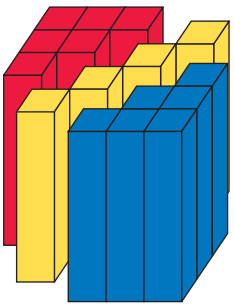


27. Egy 180 cm^3 térfogatú, 4,5 cm magas, téglatest alakú dobozt 1 cm^3 térfogatú kiskockákkal hézagmentesen kitöltünk úgy, hogy néhány kiskockát egyik lapjával párhuzamosan félbevágunk. Legalább hány kiskockát kell elvágnunk, ha a dobozunk alapéleinek hossza egész szám?

28. Egy 4 cm alapélű, négyzet alapú egyenes hasáb alaplapja az ábra szerint van kifestve, és ugyanolyan színű 55 mm magas, tömör műanyag elemekből van felépítve, mint amilyenek az alaplapon láthatók. Mekkora térfogatú a négyzet alapú hasáb piros, sárga és a kék része?

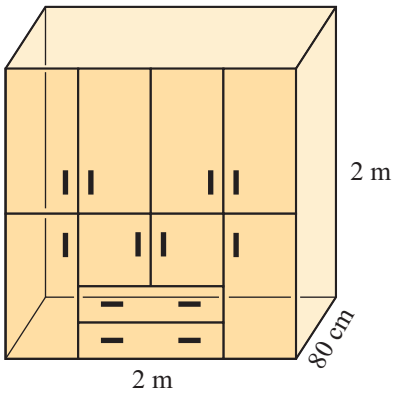


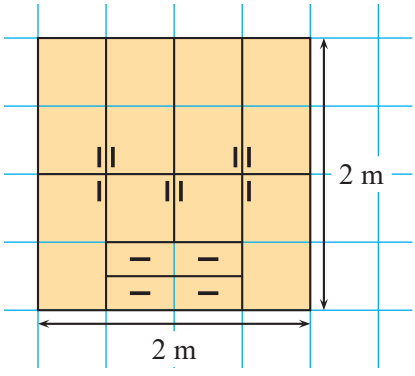
alaplap



hasábok

29. Az első ábrán egy többfunkciós szekrény képét rajzoltuk le. Mellette az elölnézete látható. A szekrénynek 8 ajtaja és 2 fiókja van.





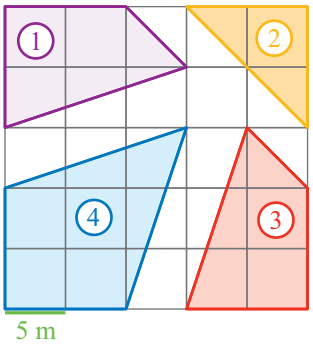
Számítsd ki a felsorolt részek térfogatát!

a) egy nagyobb méretű ajtós rész,

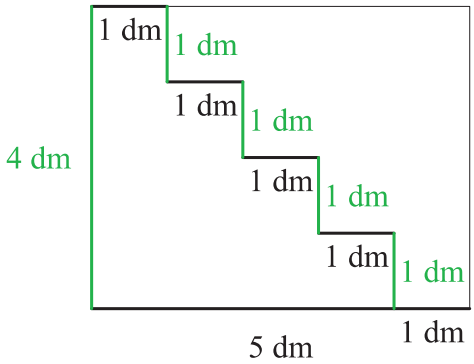
b) egy kisebb méretű ajtós rész,

c) egy fiók

30. Négy új építésű, 20 m magas, hasáb alakú épület alaprajzát mutatja az ábra. Mekkora az egyes házak – külső falak által határolt – térfogata?

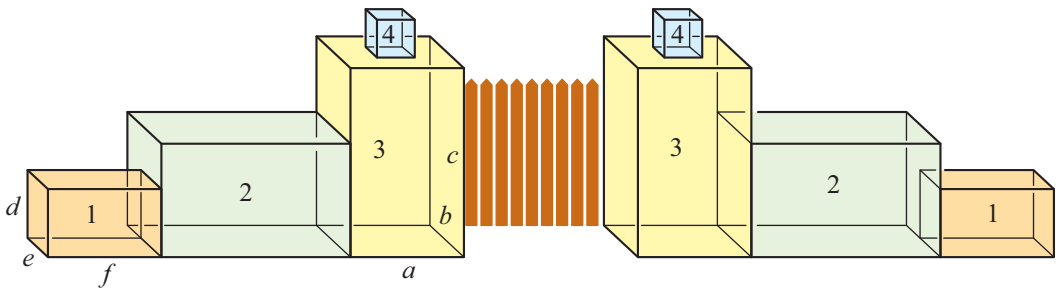


31.



Egy téglalap alapú egyenes hasáb alapélei 4 dm és 5 dm hosszúak, magassága 6 dm. A hasábot az alaplap síkjára merőleges vágásokkal két „lépcsős” részre vágjuk szét. Az alaplapon keletkezett vágásokat az ábrán lerajzoltuk. Mekkora a két új hasáb térfogata és felszíne?

32. A képen egy középkori vár kőtömbökből épített kapujának matematikai modellje látható. A kapu két oldalán az egymáshoz épített négyzet alapú egyenes hasábok szimmetrikusan helyezkednek el. A 2-es és a 3-as számmal jelölt hasábok egybevágók. Az 1-es számú hasáb minden éle 60%-a a 2-es számú hasáb megfelelő éleinek (*d* az *a*-nak, *e* a *b*-nek, *f* a *c*-nek felel meg). A 4-es számmal jelölt hasáb minden éle egyenlő. Ezt úgy helyezték a 3-as hasáb fedőlapjának pontosan a közepére, hogy a fedőlap területének $\frac{1}{9}$ részét takarja.



a) Mekkora a 2-es számmal jelölt kőtömbök térfogata együtt, ha $a = b = 3$ méter és $c = 5$ méter?

b) A 3-as kőtömbök látható felületeit sárgára festették. Mekkora ez a felület összesen?

c) Mekkora területű részt takar együtt a 3-as hasáb fedőlapjaiból a két 4-es hasáb?

d) Mekkorák az 1-es számmal jelölt hasábok különböző hosszúságú élei?

33. Egy rombusz alapú egyenes hasáb minden éle 50 mm. Mekkora a hasáb felszíne és térfogata, ha az alaplap magassága az alapél 80%-a?

34. Egy paralelogramma alapú egyenes hasáb térfogata 480 cm^3. Hány mm a test magassága, ha alapterülete 0,3 dm^2?

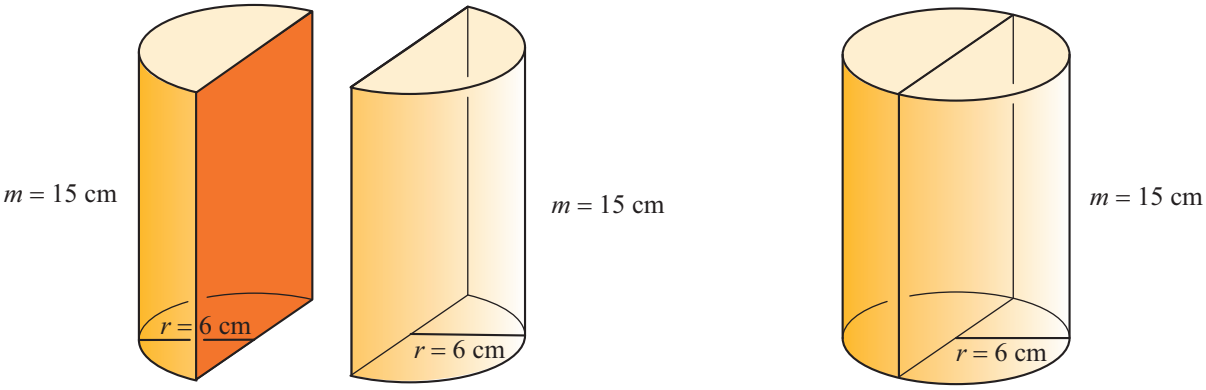
A henger

1. Válaszd ki a képen látható testek közül a hengereket!



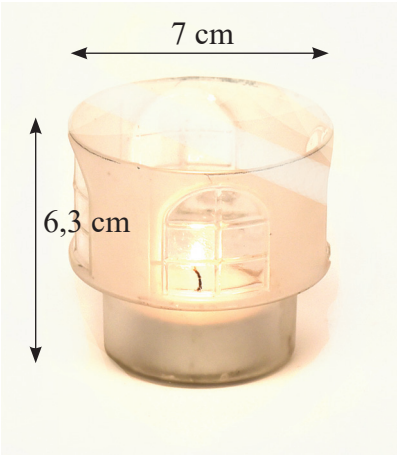
2. Az ananászkonzerv henger alakú dobozának alapkörátmérője 9 cm, magassága 1,3 dm. A henger oldalának bevonásához hány cm^2 területű papír szükséges? A henger alapkörének kerülete: $K \approx 3{,}1 \cdot d$, ahol d az alapkör átmérője.

3. Két egybevágó félhengert téglalap alakú felületüknél összeillesztünk. Mennyivel változik az így kapott henger felszíne a két félhenger együttes felszínéhez képest?



4. Az ábrán látható „dupla” henger alakú mécsestartó alsó harmadába kell helyezni a mécsest. Az alsó henger alapkörének átmérője $\frac{3}{5}$ része a felső átmérőnek.

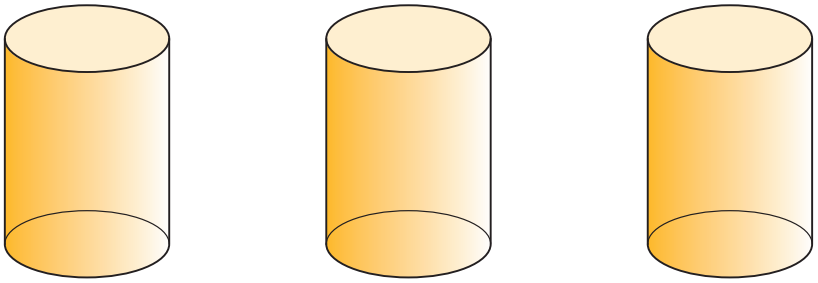
Legfeljebb mekkora lehet egy ilyen mécses alapkörének sugara és magassága?



5. Hogyan lehet egy tömör fából készült körhenger alakú rudat egyenes vágásokkal négy egybevágó részre szétvágni? Keress több megoldást!

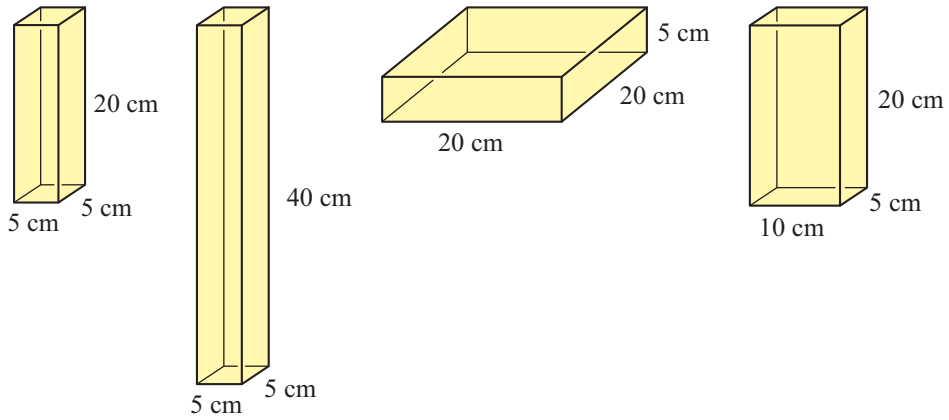
Rajzold rá a hengerekre a különböző vágások vonalát!

Milyen határoló felületek keletkeznek az egyes esetekben?



6. Az ábrán megrajzolt téglatest alakú tartályok közül melyikbe fér bele a flakonban lévő 1 liter folyékony szappan?

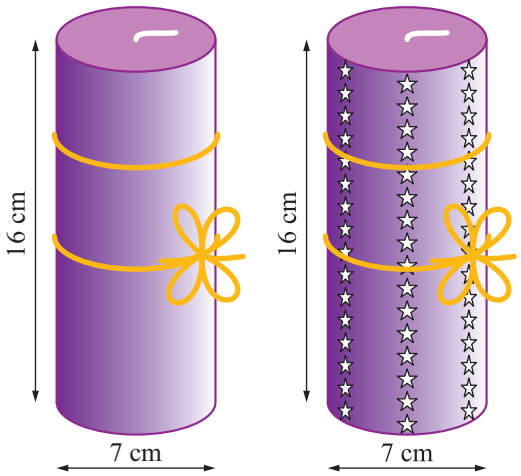




7. Léna a megvásárolt karácsonyi gyertyát aranyszínű zsinórral és csillagokkal díszítette fel.

a) Milyen hosszú zsinórra volt szüksége, ha a gyertyát kétszer tekerte körbe, és a két kör alakú díszítés közötti átmenetre, meg a masni megkötésére 38 cm-t kell hagynia? (A gyertya alapkörének kerülete: $K \approx 3{,}1 \cdot d$, ahol d az alapkör átmérője).

b) A csillagdíszítést úgy szeretné felragasztani a gyertyára, hogy azok függőleges vonalai kb. 3 cm távolságra legyenek egymástól. Hány ilyen csíkot tud felragasztani?



8. Bogi henger alakú reggeliző bögréjének alapköre 4 cm sugarú, a bögre magassága 10 cm. A bögre alapkörének kerülete: $K \approx 3{,}1 \cdot d$, ahol d az alapkör átmérője. Hány dl kakaó fér bele? Névnapjára testvére szeretné ráírni a bögre oldalára vízszintesen körbe a „BOGI BÖGRÉJE” szöveget. Mekkora helyet foglalhat el egy-egy betű és mekkora lehet a szóköz, hogy a szöveg egyenletesen elosztva éppen körbeérjen? Egy-egy betűnek és szóköznek ugyanakkora helyet kell terveznünk.

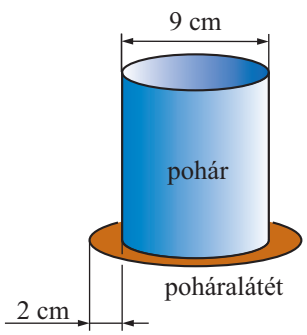
9. Panni poharai alá parafából poháralátétet szeretne készíteni úgy, hogy az körben 2 centiméterrel nagyobb legyen, mint a pohár.

Hányszor hány cm-es az a legkisebb területű parafa tábla, amely elegendő egy 6 darabos poháralátét-készlet elkészítéséhez? Karikázd be a helyes válasz betűjelét!

A) 26 cm × 39 cm *B)* 22 cm × 33 cm

C) 13 cm × 19,5 cm *D)* 11 cm × 16,5 cm

E) 8 cm × 12 cm



(Országos kompetenciamérés, 8. évfolyam, 2012)

10. Mekkora területű bádoglemez kell egy 18 cm átmérőjű, 15 méter hosszú, felül nyitott, félkör keresztmetszetű esőcsatornához? A félkör ívének hossza $k \approx 3{,}1 \cdot r$, ahol r a kör sugara.

11. A henger alakú, csokival bevont, túróból készült maxi rudak 12 cm hosszúak. A rudak két végén lévő, csokival bevont kör alakú felülete mindkét oldalon kb. 3,1 cm^2 területű. Az ilyen maxi rudakat készítő gép elromlott. Helyette olyan másik gépet állítottak be, amely ugyanolyan vastagságú, de harmadakkora hosszúságú mini rudakat készít. A 100 db maxi rúdhoz elkészített tölteléket mind felhasználják a mini rudakhoz. Mennyivel változik így a csokival bevont felület?

12. Egy süteményszállító doboz négy oldalát polisztirolból készült egybevágó kis hengerekkel szigetelik az ábrán látható módon. A kis hengerek magassága megegyezik a doboz magasságával. A hengerek egymást és a doboz falait is érintik.

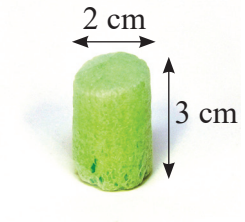
a) Mekkorák a doboz külső és belső méretei (hosszúság, szélesség, magasság)?

b) Egy kis henger 9,42 cm^3 térfogatú részt foglal el. A szigetelt rész térfogatának hányadrésze üres?

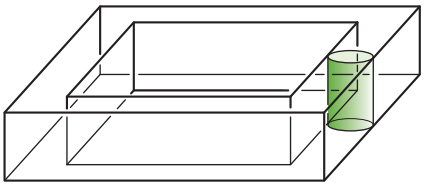
A szigetelő kis hengerek



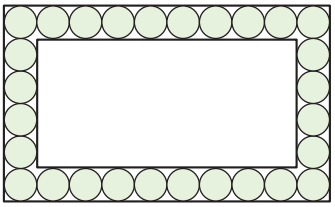
Egy kis henger mérete



A doboz egy szigetelő kis hengerrel



A hengerekkel szigetelt doboz felülnézete.



Tartalom

Előszó 3
SZÁMOK ÉS MŰVELETEK 5
Milyen számokat ismerünk? 5
BETŰS KIFEJEZÉSEK 26
A valóság megragadása a matematika nyelvén 26
GEOMETRIAI TRANSZFORMÁCIÓK 47
Mozgatások 47
ARÁNY, SZÁZALÉK 67
Az arány fogalma 67
Arányos osztás 70
Százalékszámítás 71
SOKSZÖGEK 77
Síkbeli alakzatok csoportosítása 77
SZÁMELMÉLET 97
Oszthatóság 97
A SOKSZÖGEK TERÜLETE 112
A tengelyesen szimmetrikus négyszögek területe 112
HOZZÁRENDELÉSEK, ÖSSZEFÜGGÉSEK 122
Hozzárendelések 122
HASÁBOK 138
Hasábok mindenütt 138
A henger 145

A 2, 3, … , 9 első 13 hatványa

k^n

k \ n	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	9	16	25	36	49	64	81
3	8	27	64	125	216	343	512	729
4	16	81	256	625	1 296	2 401	4 096	6 561
5	32	243	1 024	3 125	7 776	16 807	32 768	59 049
6	64	729	4 096	15 625	46 656	117 649	262 144	531 441
7	128	2 187	16 384	78 125	279 936	823 543	2 097 152	4 782 969
8	256	6 561	65 536	390 625	1 679 616	5 764 801	16 777 216	43 046 721
9	512	19 683	262 144	1 953 125	10 077 696	40 353 607	134 217 728	387 420 489
10	1024	59 049	1 048 576	9 765 625	60 466 176	282 475 249	1 073 741 824	3 486 784 401
11	2048	177 147	4 194 304	48 828 125	362 797 056	1 977 326 743	8 589 934 592	31 381 059 609
12	4096	531 441	16 777 216	244 140 625	2 176 782 336	13 841 287 201	68 719 476 736	282 429 536 481
13	8192	1 594 323	67 108 864	1 220 703 125	13 060 694 016	96 889 010 407	549 755 813 888	2 541 865 828 329

A prímszámok 5000-ig

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 97,
101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199,
211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293,
307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397,
401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499,
503, 509, 521, 523, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599,
601, 607, 613, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, 683, 691,
701, 709, 719, 727, 733, 739, 743, 751, 757, 761, 769, 773, 787, 797,
809, 811, 821, 823, 827, 829, 839, 853, 857, 859, 863, 877, 881, 883, 887,
907, 911, 919, 929, 937, 941, 947, 953, 967, 971, 977, 983, 991, 997,
1009, 1013, 1019, 1021, 1031, 1033, 1039, 1049, 1051, 1061, 1063, 1069, 1087, 1091, 1093, 1097,
1103, 1109, 1117, 1123, 1129, 1151, 1153, 1163, 1171, 1181, 1187, 1193,
1201, 1213, 1217, 1223, 1229, 1231, 1237, 1249, 1259, 1277, 1279, 1283, 1289, 1291, 1297,
1301, 1303, 1307, 1319, 1321, 1327, 1361, 1367, 1373, 1381, 1399,
1409, 1423, 1427, 1429, 1433, 1439, 1447, 1451, 1453, 1459, 1471, 1481, 1483, 1487, 1489, 1493, 1499,
1511, 1523, 1531, 1543, 1549, 1553, 1559, 1567, 1571, 1579, 1583, 1597,
1601, 1607, 1609, 1613, 1619, 1621, 1627, 1637, 1657, 1663, 1667, 1669, 1693, 1697, 1699,
1709, 1721, 1723, 1733, 1741, 1747, 1753, 1759, 1777, 1783, 1787, 1789,
1801, 1811, 1823, 1831, 1847, 1861, 1867, 1871, 1873, 1877, 1879, 1889,
1901, 1907, 1913, 1931, 1933, 1949, 1951, 1973, 1979, 1987, 1993, 1997, 1999,
2003, 2011, 2017, 2027, 2029, 2039, 2053, 2063, 2069, 2081, 2083, 2087, 2089, 2099,
2111, 2113, 2129, 2131, 2137, 2141, 2143, 2153, 2161, 2179,
2203, 2207, 2213, 2221, 2237, 2239, 2243, 2251, 2267, 2269, 2273, 2281, 2287, 2293, 2297,
2309, 2311, 2333, 2339, 2341, 2347, 2351, 2357, 2371, 2377, 2381, 2383, 2389, 2393, 2399,
2411, 2417, 2423, 2437, 2441, 2447, 2459, 2467, 2473, 2477,
2503, 2521, 2531, 2539, 2543, 2549, 2551, 2557, 2579, 2591, 2593,
2609, 2617, 2621, 2633, 2647, 2657, 2659, 2663, 2671, 2677, 2683, 2687, 2689, 2693, 2699,
2707, 2711, 2713, 2719, 2729, 2731, 2741, 2749, 2753, 2767, 2777, 2789, 2791, 2797,
2801, 2803, 2819, 2833, 2837, 2843, 2851, 2857, 2861, 2879, 2887, 2897,
2903, 2909, 2917, 2927, 2939, 2953, 2957, 2963, 2969, 2971, 2999,
3001, 3011, 3019, 3023, 3037, 3041, 3049, 3061, 3067, 3079, 3083, 3089,
3109, 3119, 3121, 3137, 3163, 3167, 3169, 3181, 3187, 3191,
3203, 3209, 3217, 3221, 3229, 3251, 3253, 3257, 3259, 3271, 3299,
3301, 3307, 3313, 3319, 3323, 3329, 3331, 3343, 3347, 3359, 3361, 3371, 3373, 3389, 3391,
3407, 3413, 3433, 3449, 3457, 3461, 3463, 3467, 3469, 3491, 3499,
3511, 3517, 3527, 3529, 3533, 3539, 3541, 3547, 3557, 3559, 3571, 3581, 3583, 3593,
3607, 3613, 3617, 3623, 3631, 3637, 3643, 3659, 3671, 3673, 3677, 3691, 3697,
3701, 3709, 3719, 3727, 3733, 3739, 3761, 3767, 3769, 3779, 3793, 3797,
3803, 3821, 3823, 3833, 3847, 3851, 3853, 3863, 3877, 3881, 3889,
3907, 3911, 3917, 3919, 3923, 3929, 3931, 3943, 3947, 3967, 3989,
4001, 4003, 4007, 4013, 4019, 4021, 4027, 4049, 4051, 4057, 4073, 4079, 4091, 4093, 4099,
4111, 4127, 4129, 4133, 4139, 4153, 4157, 4159, 4177,
4201, 4211, 4217, 4219, 4229, 4231, 4241, 4243, 4253, 4259, 4261, 4271, 4273, 4283, 4289, 4297,
4327, 4337, 4339, 4349, 4357, 4363, 4373, 4391, 4397,
4409, 4421, 4423, 4441, 4447, 4451, 4457, 4463, 4481, 4483, 4493,
4507, 4513, 4517, 4519, 4523, 4547, 4549, 4561, 4567, 4583, 4591, 4597,
4603, 4621, 4637, 4639, 4643, 4649, 4651, 4657, 4663, 4673, 4679, 4691,
4703, 4721, 4723, 4729, 4733, 4751, 4759, 4783, 4787, 4789, 4793, 4799,
4801, 4813, 4817, 4831, 4861, 4871, 4877, 4889,
4903, 4909, 4919, 4931, 4933, 4937, 4943, 4951, 4957, 4967, 4969, 4973, 4987, 4993, 4999