Kalandozások a matematikában

BÉKÉSSY SZILVIA · FRIED KATALIN · KORÁNDI JÓZSEF
PARÓCZAY JÓZSEF · SZÁMADÓ LÁSZLÓ · TAMÁS BEÁTA

MATEMATIKA

munkafüzet



7

OKTATÁSI HIVATAL

Békéssy Szilvia – Dr. Fried Katalin – Dr. Korándi József
Paróczay József – Számadó László – Tamás Beáta

Matematika munkafüzet
7. évfolyam



OKTATÁSI HIVATAL

A kiadvány 2015. 04. 14-től tankönyvvé nyilvánítási engedélyt kapott a TKV/133–17/2015. számú határozattal.

A kiadvány megfelel az 51/2012. (XII. 21.) EMMI-rendelet
2. melléklet Kerettanterv az általános iskola 5–8. évfolyamára – 2.2.03 (Matematika),
2.3.1.2 (Emelt matematika – B variáció);
4. melléklet Kerettanterv a gimnáziumok 7–12. évfolyama számára – 4.2.04 (Matematika);
5. melléklet Kerettanterv a gimnáziumok 5–12. évfolyama számára – 5.2.04 (Matematika)
megnevezésű kerettantervek előírásainak.
A tankönyv összhangban áll a NAT 2012-vel.

A tankönyvvé nyilvánítási eljárásban közreműködő szakértők:
HERCZEGNÉ KASZÁS JUDIT, ÁBRAHÁM JULIANNA

Lektorok:
PÁLFALVI JÓZSEFNÉ
főiskolai docens

FÜLEKI LÁSZLÓNÉ
középiskolai tanár

RAJK ÁGNES
középiskolai tanár

Grafikusok: FRIED KATALIN, JUHÁSZ LEHEL, TÉNYI KATI

A borítót CZAKÓ RITA rajzának felhasználásával KORDA ÁGNES tervezte.

Szerkesztők: TÓTHNÉ SZALONTAY ANNA, DR. KORECZNÉ KAZINCZI ILONA

Anyanyelvi lektor: DR. FALUSSY BÉLÁNÉ

© Békéssy Szilvia, dr. Fried Katalin, dr. Korándi József, Paróczay József, Számadó László, Tamás Beáta, Oktatási Hivatal (Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet), 2015

ISBN 978-963-19-7668-7

Oktatási Hivatal • 1055 Budapest, Szalay utca 10–14.
Telefon: (+36-1) 374-2100 • E-mail: tankonyv@oh.gov.hu

A kiadásért felel: dr. Gloviczki Zoltán elnök • Raktári szám: NT-11780/M
Tankönyvkiadási koordinációs osztályvezető: Horváth Zoltán Ákos
Műszaki szerkesztő: Marcsek Ildikó • Grafikai szerkesztő: Görög Istvánné
Terjedelem: 12,36 (A/5) ív • Tömeg: 250 gramm • 1. kiadás, 2020
Tördelés, grafika: Könyv Művek Bt. • A szedés EMTEX szedőrendszerben készült

Készült a Gyomai Kner Nyomda Zrt.-ben, 2020-ban
A Magyar Könyvkiadók és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja
Felelős vezető: Erdős Tamás vezérigazgató
Telefon: 66/887-400

Tartalom

Bevezetés 5
1. A racionális számok 6
A tanult számok halmaza 6
Tört alakba írható számok 8
Vizsgáljuk a tizedes törteket! 10
Műveletek 12
2. Geometria 22
Mértékegységek, gyakorlati példák, alkalmazások 22
A legfontosabb geometriai fogalmak I. 24
A legfontosabb geometriai fogalmak II. 25
Geometriai transzformációk 27
Középpontos tükrözés 30
Tengelyes és középpontos szimmetria 33
3. Nagy számok 34
Egy szám többféle alakja – normálalak 36
Oszthatóság és hatványozás 39
4. Algebra 41
Jelek és jelölések 41
Algebrai fogalmak 43
Műveletek algebrai kifejezésekkel 44
5. Egyenletek, egyenlőtlenségek 46
A behelyettesítés (próbálgatás) módszere, a lebontogatás módszere 46
A mérlegelv 47
Egyenlőtlenségek 50
Szöveges feladatok I. 51
Szöveges feladatok II. 52
6. Arányosság, százalékszámítás 53
Az arány fogalma 53
Arányos osztás 54
Arányossági következtetések 55
Többszörös arányosságok 57
Százalékszámítás 58

C4EDMF7
2015.5.21. – 21:10 (3. lap 3. oldal)
Pantone485 U

Hány százalék? ... 59
Összetett feladatok a százalékszámítással kapcsolatban ... 60
7. Hozzárendelések, függvények, sorozatok ... 60
Halmazok ... 60
Hozzárendelések ... 62
Hozzárendelések más formában ... 63
Egyértelmű hozzárendelés, a függvény fogalma ... 65
Olvassunk a grafikonról! ... 66
Lineáris függvények ... 68
A lineáris függvények vizsgálata ... 69
Nemlineáris függvények ... 71
Sorozatok ... 73
A számtani sorozat ... 74
8. Geometriai számítások, szerkesztések, bizonyítások ... 75
A paralelogramma és a háromszög területe ... 75
A trapéz területe ... 77
Szögpárok ... 78
A kör kerülete ... 79
A kör területe ... 81
Szerkesztések ... 82
Háromszögekkel kapcsolatos fogalmak, tételek I. ... 83
Háromszögekkel kapcsolatos fogalmak, tételek II. ... 85
Háromszögekkel kapcsolatos fogalmak, tételek III. ... 86
Négyszögek ... 87
Sokszögek ... 89
Hasábok ... 90
Hengerek ... 92
9. Valószínűség-számítás ... 93
Kísérlet, elemi esemény, gyakoriság ... 93
Relatív gyakoriság, a valószínűség fogalma, nem azonos valószínűségű események ... 94

C4EDMF7
2015.5.21. – 21:10 (4. lap 4. oldal)
Pantone485 U

Bevezetés

Ez a munkafüzet az NT-11780 raktári számú 7. évfolyamos tankönyvhöz készült. Célja, hogy lehetővé tegye a folyamatos gyakorlást. A fejezetek megfelelnek a tankönyvi fejezeteknek, azonban a tankönyvben az órákra bontás érdekében részekre osztott fejezetek alfejezeteit nem feltétlenül követi a munkafüzet.

Az itt található feladatsorok A) és B) változatban készültek. Az A) feladatsor feladatai elsősorban a gyakorlást szolgálják, szándékaink szerint házi feladatként is használhatók. A B) feladatsor feladatai helyenként komplex gondolkodást igényelnek, alkalmasak a sikeres középiskolai felvételi előkészítésére.

A feladatok nehézségi fokát a ☺ jelek száma mutatja, a legkönnyebbek az egy, a legnehezebbek a három jellel ellátott feladatok.

A megoldásokra általában hagytunk helyet. Ahol mégsem áll elég hely rendelkezésre a feladat megoldásra, ott a feladatszám alatt  piktogram jelzi, hogy a füzetbe kell dolgozni.

C4EDME7 2015.5.21. – 21:10 (5. lap 5. oldal)

1. A racionális számok

A tanult számok halmaza

A)

☺ **1** Ábrázold számegyenesen az alábbi számokat!

$-8;\ +5;\ +\frac{2}{5};\ -\frac{0}{3};\ +\frac{5}{4};\ 2{,}7;\ \frac{-4}{3};\ \frac{1}{-3};\ 0;\ 1{,}7;\ -7{,}5;\ \frac{3}{10};\ \frac{-5}{4};\ \frac{0}{5}.$



Válogasd szét a számokat aszerint, hogy

pozitív: _____; pozitív is, negatív is: _____;

negatív: _____; sem nem pozitív, sem nem negatív: _____!

☺ **2** Add meg az alábbi számok ellentettjét!

$-\frac{1}{2}$: _____; $+\frac{4}{3}$: _____; $-\frac{1}{5}$: _____; $-\frac{0}{3}$: _____;

3,52: _____; $-2{,}7$: _____; $\frac{-3}{5}$: _____; $\frac{4}{-5}$: _____.

☺ **3** Add meg az alábbi egész számokat tört alakban! Keress legalább két megfelelő alakot!

$-5 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$; $12 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$; $3 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$;

$0 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$; $-10 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$; $-1 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$;

$5 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$; $1 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$.; $-4 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$.

☺ **4** Add meg két egész szám hányadosaként a következő számokat!

$\frac{3}{4} = \frac{\square}{\square}$; $-4 = \frac{\square}{\square}$; $8{,}2 = \frac{\square}{\square}$; $-1\frac{2}{3} = \frac{\square}{\square}$;

$\frac{11}{4} = \frac{\square}{\square}$; $\frac{-3}{7} = \frac{\square}{\square}$; $\frac{1}{-2} = \frac{\square}{\square}$; $5 = \frac{\square}{\square}$;

$2{,}\dot{5} = \frac{\square}{\square}$; $2{,}5 = \frac{\square}{\square}$; $1{,}3 = \frac{\square}{\square}$; $1{,}\dot{3} = \frac{\square}{\square}$.

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (1. lap 6. oldal)
Pantone485 U

5 *a)* Egy-egy számot többféle alakban is felírhatunk. Az adott számoknak írd be egy-egy megfelelő alakját a táblázatba!

A szám	Egészszám alak	Egy tört alak	Egy tizedes tört alak
$-2 =$			
$\frac{6}{2} =$			
$-0{,}75 =$			
$4{,}3 =$			
$-\frac{12}{4} =$			
$4 =$			
$\frac{-10}{5} =$			

b) Figyeld meg, hogy van-e olyan mező, amelybe nem lehet semmit sem írni! Miért?

c) Van-e olyan mező, amelybe nem lehet többféle számot írni? Miért?

6 Döntsd el, hogy az alábbi számok közül melyik egész szám, melyik tört alakban írt egész szám és melyik törtszám!

$\frac{3}{4}$; -4; $8{,}2$; $-1\frac{2}{3}$; $\frac{11}{4}$; $\frac{-3}{7}$; $\frac{1}{-2}$; $\frac{4}{2}$.

Egész szám	Tört alakban írt egész szám	Törtszám

B)

1 Írd fel a következő egész számok két-két tört alakját!

$-30 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$; $45 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$; $102 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$;

$-80 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$; $150 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$; $-20 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$;

$55 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$; $90 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$; $-15 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$.

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (2. lap 7. oldal)
Pantone485 U

2 Írd fel a következő tizedes törtek két-két tört alakját!

$-3{,}5 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$; $-0{,}7 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$; $0{,}15 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$;

$1{,}5 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$; $15{,}0 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$; $-5{,}0 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$.

3 Írd fel a következő törtszámok egy-egy tizedes tört alakját!

$\frac{1}{2} =$ _____; $\frac{1}{4} =$ _____; $\frac{3}{2} =$ _____; $\frac{1}{5} =$ _____;

$\frac{2}{5} =$ _____; $\frac{3}{10} =$ _____; $\frac{3}{5} =$ _____; $\frac{1}{20} =$ _____;

$\frac{1}{50} =$ _____; $\frac{5}{8} =$ _____; $\frac{41}{40} =$ _____; $\frac{121}{50} =$ _____.

4 Fejezd ki percben a megadott órákat!

$\frac{1}{2}$ óra = _____ perc; $\frac{1}{4}$ óra = _____ perc;

$\frac{1}{3}$ óra = _____ perc; $\frac{1}{5}$ óra = _____ perc;

$\frac{1}{8}$ óra = _____ perc; $\frac{3}{8}$ óra = _____ perc.



5 Fejezd ki órákban (tört alakban) a megadott perceket!

20 perc = _____ óra; 15 perc = _____ óra; 40 perc = _____ óra;

10 perc = _____ óra; 5 perc = _____ óra; 35 perc = _____ óra.

Tört alakba írható számok

A)

1 Döntsd el, hogy az alábbi törtek közül melyik vegyes tört, melyik tizedes tört!

$-1\frac{3}{2}$; $\frac{12}{3}$; $-12{,}3$; $-1{,}5$; $1{,}32$; $1\frac{3}{10}$; $4{,}0$; $\frac{123}{-10}$; $-2{,}5$.

Vegyes törtek: _____

Tizedes törtek: _____

A többi tört: _____

Válogasd össze az egyenlőket!

_____

_____

MUFUZ7

2015.5.21. – 21:04 (3. lap 8. oldal)

Pantone485 U

2 Írd át tizedes tört alakba ezeket a törteket:

$\frac{21}{6} =$ _____; $\frac{3}{4} =$ _____; $\frac{15}{8} =$ _____;

$-\frac{25}{125} =$ _____; $\frac{3}{-50} =$ _____; $\frac{2}{10} =$ _____.

3 Hasonlítsd össze az adott számokat páronként! Melyik nagyobb, melyik kisebb, melyek egyenlők?

a) $1{,}1 \square \frac{13}{11}$; $\frac{10}{11} \square \frac{11}{13}$; *b)* $\frac{13}{17} \square 0{,}6$; $\frac{17}{13} \square 2{,}\dot{6}$.

4 Hasonlítsd össze az adott számokat páronként! Melyik nagyobb, melyik kisebb, melyek egyenlők?

a) $-\frac{5}{7} \square -\frac{7}{5}$; $\frac{5}{7} \square \frac{7}{5}$; *b)* $-\frac{19}{8} \square -\frac{8}{3}$; $-\frac{3}{8} \square -\frac{8}{19}$.

5 Írd tizedes tört alakba az alábbi számokat! Ábrázold őket számegyenesen! Ennek alapján írd fel őket növekvő sorrendben!

$\frac{5}{3}$; $\frac{-4}{7}$; $\frac{3}{5}$; $0{,}6$; $-2{,}5$; $\frac{5}{-6}$.



6 Írd át tizedes tört alakba a következő számokat, majd állítsd őket nagyság szerint növekvő vagy csökkenő sorrendbe!

$\frac{3}{16}$; $-\frac{16}{8}$; $\frac{5}{16}$; $\frac{12}{11}$; 1; $-\frac{1}{17}$; $-\frac{22}{10}$; $\frac{9}{2}$; $\frac{9}{14}$; $\frac{10}{6}$; 5; -3.

B)

1 Írd át tizedes tört alakba a megadott számokat!

$a = \frac{22}{10}$; $b = \frac{19}{2}$; $c = \frac{4}{19}$; $d = \frac{7}{20}$; $e = \frac{23}{16}$; $f = \frac{5}{18}$; $g = \frac{18}{11}$; $h = \frac{22}{20}$.

2 A $\frac{2713}{50}$, a $\frac{2730}{500}$; az $\frac{52}{200}$ és az $\frac{1315}{250}$ számok legegyszerűbb tizedes tört alakját helyiérték-táblázatba írtuk. Néhány számjegyet beírtunk. Töltsd ki a táblázatot!

10-esek	1-esek	$\frac{1}{10}$-ek	$\frac{1}{100}$-ok	a szám
			6	
	5			
		4		
5				

3 Fejezd ki órában és percben a megadott időket!

a) 0,5 óra; *b)* 1,2 óra; *c)* 0,3 óra; *d)* 1,5 óra; *e)* 2,2 óra; *f)* 1,8 óra;

g) $0{,}\dot{3}$ óra; *h)* 1,1 óra; *i)* $1{,}\dot{6}$ óra; *j)* $0{,}08\dot{3}$ óra; *k)* 0,8 óra; *l)* 1,75 óra.

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (4. lap 9. oldal)
Pantone485 U

4 Add meg az alábbi időpontokat órában, tizedes tört alakban!

30 perc = _____; 15 perc = _____; 6 perc = _____; 24 perc = _____;

10 perc = _____; 12 perc = _____; 25 perc = _____; 45 perc = _____;

14 perc = _____; 20 perc = _____; 40 perc = _____; 100 perc = _____.

5 Add meg tizedes tört alakban a következő tömegeket!

$\frac{1}{4}$ kg = _____ kg; $\frac{1}{2}$ kg = _____ kg; $\frac{2}{5}$ kg = _____ kg;

$\frac{4}{5}$ kg = _____ kg; $\frac{5}{4}$ kg = _____ kg; $\frac{3}{8}$ kg = _____ kg;

$\frac{1}{3}$ kg = _____ kg; $\frac{3}{4}$ kg = _____ kg; $\frac{17}{6}$ kg = _____ kg.

6 Add meg a távolságokat közönséges tört alakban kilométerben! Ha lehet, egyszerűsíts!

0,4 km = _____ km; 0,8 km = _____ km; 0,15 km = _____ km;

2,5 km = _____ km; 1,4 km = _____ km; 15,35 km = _____ km;

10,40 km = _____ km; 10,04 km = _____ km; 4,0052 km = _____ km.

Vizsgáljuk a tizedes törteket!

A)

1 Idézd fel az $\frac{1}{9}$ tizedes tört alakját! Ennek alapján tippeld meg a következő számok tizedes tört alakját!

$a = \frac{2}{9} =$ _____; $b = \frac{3}{9} =$ _____; $c = \frac{9}{9} =$ _____;

$d = \frac{10}{9} =$ _____; $e = \frac{12}{9} =$ _____; $f = \frac{18}{9} =$ _____.

Ellenőrizd a válaszaidat osztással! Van-e olyan tört, amelyet lehetett volna egyszerűsíteni?

2 Idézd fel az $\frac{1}{99}$ tizedes tört alakját! Ennek alapján tippeld meg a következő számok tizedes tört alakját!

$a = \frac{98}{99} =$ _____; $b = \frac{11}{99} =$ _____; $c = \frac{99}{99} =$ _____;

$d = \frac{100}{99} =$ _____; $e = \frac{27}{99} =$ _____; $f = \frac{33}{99} =$ _____.

Ellenőrizd a válaszaidat osztással! Van-e olyan tört, amelyet lehetett volna egyszerűsíteni?

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (5. lap 10. oldal)
Pantone485 U

3 Keresd meg, hogy melyik törtet írhattuk tizedes tört alakban így!

$a = 0,\dot{1} =$ _____ ; $b = 0,\dot{1} =$ _____ ; $c = 0,\dot{5} =$ _____ ;

$d = 0,0\dot{1} =$ _____ ; $e = 0,\dot{0}\dot{1} =$ _____ ; $f = 0,\dot{5}\dot{1} =$ _____ ;

$g = 0,1\dot{0} =$ _____ ; $h = 0,\dot{1}\dot{1} =$ _____ ; $i = 0,\dot{5}\dot{9} =$ _____ .

4 Melyik szám a nagyobb a megadott két-két szám közül? Írd be a megfelelő jelet ($<$, $>$, $=$)! Gondolkozz, ne számolj!

$4,\dot{1} \square 4,\dot{0}\dot{1}$; $4,\dot{1}\dot{1} \square 4,\dot{1}\dot{0}$; $4,1\dot{1} \square 4,\dot{1}\dot{1}$; $4,\dot{1}\dot{0} \square 4,\dot{0}\dot{1}$;

$0,0\dot{1} \square 0,\dot{0}\dot{1}$; $0,\dot{1} \square 0,\dot{1}\dot{1}$; $0,1\dot{1} \square 0,\dot{1}\dot{1}$; $0,\dot{1}\dot{0} \square 0,\dot{0}\dot{1}$.

5 Melyik tört tizedes tört alakját írtuk fel?

$a = 3,\dot{3}$; $b = 2,\dot{2}\dot{3}$; $c = 5,\dot{0}\dot{1}$; $d = 0,\dot{1}0\dot{1}$;

$e = 1,\dot{1}1\dot{1}$; $f = 0,\dot{1}00\dot{1}$; $g = 5,100\dot{1}$; $h = 1,11\dot{3}$.

6 A $0,\dot{5}$ végtelen szakaszos tizedes tört szakasza 1, a $0,\dot{4}\dot{5}$ szakasza 2 hosszúságú.

a) Igaz-e, hogy a két tört összege nem szakaszos?

b) Igaz-e, hogy az összeg olyan szakaszos, amelyben a szakasz hossza 1?

c) Igaz-e, hogy az összeg olyan szakaszos, amelyben a szakasz hossza 2?

d) Igaz-e, hogy az összeg olyan szakaszos, amelyben a szakasz hossza több mint 2?

B)

1 Írd fel az alábbi számokat tizedes tört alakban! Milyen érdekességet veszel észre?

$\frac{1}{9}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{99}$; $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{999}$; $\frac{1}{1000}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{43}{99}$; $\frac{43}{100}$; $\frac{125}{999}$; $\frac{125}{1000}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{8}{10}$; $\frac{73}{99}$; $\frac{73}{100}$; $\frac{721}{999}$; $\frac{721}{1000}$;

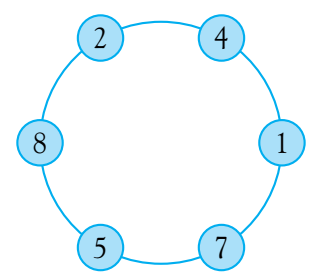
2 Add meg a következő számok egy végtelen szakaszos tizedes tört alakját!

$a = \frac{2}{5}$; $b = \frac{5}{2}$; $c = \frac{1}{6}$; $d = \frac{3}{6}$; $e = \frac{5}{6}$; $f = \frac{6}{5}$; $g = \frac{1}{7}$; $h = \frac{1}{10}$.

Mely számoknak van véges tizedes tört alakjuk?

3 Írd fel az $\frac{1}{7}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{4}{7}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{6}{7}$ számok tizedes tört alakját!

Milyen érdekességet vehetsz észre a szakaszokban előforduló számjegyekkel kapcsolatban?



4 Egy végtelen szakaszos tizedes törtben a szakasz hossza 2.

a) Hogyan változhat a szakasz hossza, ha a számot elosztjuk 10-zel?

b) Hogyan változhat a szakasz hossza, ha a számot megszorozzuk 10-zel?

c) Hogyan változhat a szakasz hossza, ha a számot megszorozzuk 2-vel?

d) Hogyan változhat a szakasz hossza, ha a számot megszorozzuk 3-mal?

e) Hogyan változhat a szakasz hossza, ha a számot megszorozzuk 11-gyel?

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (6. lap 11. oldal)
Pantone485 U

5 Két végtelen szakaszos tizedes törtben a szakasz hossza 1. Lehet-e, hogy a két szám

a) összege; _____ *b)* különbsége; _____ *c)* szorzata; _____ *d)* hányadosa _____

véges tizedes tört?

6 A $0,\dot{3}$ és $1,\dot{6}$ végtelen szakaszos tizedes törtekben a szakasz hossza 1.

a) Mekkora lesz az összegükben a szakasz hossza? _____

b) Mekkora lesz a különbségükben a szakasz hossza? _____

c) Mekkora lesz a szorzatukban a szakasz hossza? _____

d) Mekkora lesz a hányadosukban a szakasz hossza? _____

Műveletek

Az összeadás tulajdonságai

A)

1 Számítsd ki az alábbi műveletek eredményét!

Először tizedes tört alakkal, majd tört alakkal végezd el az összeadást!

a) $\frac{1}{3} + 0,7 =$ _____ $=$ _____ ;

b) $\frac{3}{4} + 1,2 =$ _____ $=$ _____ ;

c) $\frac{2}{5} + 0,\dot{4} =$ _____ $=$ _____ ;

d) $\frac{1}{6} + 0,\dot{6} =$ _____ $=$ _____ .

2 Keresd meg, hogy az alábbi műveletek közül melyeknek egyenlő az eredménye! Ezután számítsd ki a műveletek eredményét!

$a = (-4,4) + \frac{5}{6} =$ _____ ; $b = \left(-\frac{1}{5}\right) + (-1,5) =$ _____ ;

$c = \frac{5}{6} + (-4,4) =$ _____ ; $d = \frac{3}{4} + 7,5 =$ _____ ;

$e = \frac{5}{4} + (-1,1) =$ _____ ; $f = 0,25 + \left(-\frac{1}{4}\right) =$ _____ ;

$g = (-1,1) + \frac{5}{4} =$ _____ ; $h = 7,5 + \frac{3}{4} =$ _____ ;

$i = 4,5 + \frac{5}{3} =$ _____ ; $j = (-1,5) + \left(-\frac{1}{5}\right) =$ _____ ;

$k = \left(-\frac{1}{4}\right) + 0,25 =$ _____ ; $l = \frac{5}{3} + 4,5 =$ _____ .

Egyenlők: _____

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (7. lap 12. oldal)
Pantone485 U

3 Számítsd ki a műveletek eredményét mindkét zárójelezéssel! Mit veszel észre?

a) $\left(0{,}4 + \frac{2}{3}\right) + 0{,}5 =$ _____

$0{,}4 + \left(\frac{2}{3} + 0{,}5\right) =$ _____

b) $\left(\frac{5}{6} + 4{,}2\right) + (-0{,}5) =$ _____

$\frac{5}{6} + \left(4{,}2 + (-0{,}5)\right) =$ _____

c) $\left((-1{,}45) + (-2{,}2)\right) + \frac{2}{5} =$ _____

$(-1{,}45) + \left((-2{,}2) + \frac{2}{5}\right) =$ _____

4 Számítsd ki a műveletek eredményét! Ügyesen választva meg az összeadandók sorrendjét, csoportosítását, könnyebb számolni. Fejben számolj!

a) $10{,}4 + \frac{1}{2} + (-3{,}4) =$ _____

b) $\frac{5}{2} + (-2{,}4) + (-2{,}5) =$ _____

c) $0{,}75 + 0{,}2 + \frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{5}\right) =$ _____

d) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + (-0{,}75) + (-0{,}25) =$ _____

e) $\left(-\frac{7}{10}\right) + 3{,}7 + (-0{,}3) + 1 =$ _____

B)

1 *a)* Két szám összege $\frac{1}{2}$. Az egyik a másiknál 0,5-del nagyobb. Melyik ez a két szám?

b) Két szám összege 2,4. Az egyik a másiknál $\frac{1}{4}$-del nagyobb. Melyik ez a két szám?

c) A piacon 1 kg almáért és 1 kg burgonyáért 2,45 eurót fizettem. Az almáért $\frac{1}{4}$ euróval többet, mint a burgonyáért. Mennyit fizettem az almáért, mennyit a burgonyáért?



2 Három szám összege 1,6. A három közül valamelyik kettőnek az összege 0,2, egy másik kettőé $\frac{1}{2}$. Melyik ez a három szám?

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (8. lap 13. oldal)
Pantone485 U

3 Három szám közül minden lehetséges módon kiválasztottam kettőt-kettőt és összeadtam. A kapott összegek: 0,1; $\frac{2}{5}$ és -2. Melyik ez a három szám?

4 Egy háromtagú összeget kétféle zárójelezéssel adtam össze. Az egyik esetben a zárójelben szereplő művelet eredménye 4,5 volt, a másik esetben $\frac{9}{10}$. Mennyi az első és a harmadik szám különbsége?

5 Egy háromtagú összeget kétféle zárójelezéssel adtam össze. Az egyik esetben a zárójelben szereplő művelet eredménye 2,8 volt, a másik esetben $\frac{1}{2}$. Az első és a harmadik szám összege $(-0{,}1)$. Mennyi a három szám összege?

A kivonás tulajdonságai

A)

1 Végezz minél több azonos átalakítást a műveletsorokon, a számodra legegyszerűbbnek tűnőt számítsd ki!

Például így: $2{,}5 - \left(\frac{3}{5}\right) = 2{,}5 + \left(-\frac{3}{5}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right) + 2{,}5 = \left(-\frac{3}{5}\right) - (-2{,}5) = -\left(\frac{3}{5} - 2{,}5\right) = 1{,}9$

a) $\frac{3}{2} - 4{,}5 =$ _____

b) $1{,}2 + \frac{2}{5} =$ _____

c) $\frac{5}{4} - 1{,}5 =$ _____

d) $\left(-\frac{3}{4}\right) - 3{,}4 =$ _____

e) $(-2{,}2) - \left(-\frac{1}{4}\right) =$ _____

2 Számolás nélkül határozd meg, hogy mely műveletek eredménye egyenlő! Az egyenlőket azonos, a különbözőket más-más színnel húzd alá! Adj magyarázatot az egyenlőségre! Hányféle eredmény van?

a)

$5{,}2 + \frac{2}{5}$;	$5{,}2 + \left(-\frac{2}{5}\right)$;	$5{,}2 - \frac{2}{5}$;	$5{,}2 - \left(-\frac{2}{5}\right)$;
$-5{,}2 + \frac{2}{5}$;	$-5{,}2 + \left(-\frac{2}{5}\right)$;	$-5{,}2 - \frac{2}{5}$;	$-5{,}2 - \left(-\frac{2}{5}\right)$;
$\frac{2}{5} + 5{,}2$;	$\frac{2}{5} - 5{,}2$;	$\frac{2}{5} + (-5{,}2)$;	$\frac{2}{5} - (-5{,}2)$;
$\left(-\frac{2}{5}\right) + 5{,}2$;	$\left(-\frac{2}{5}\right) - 5{,}2$;	$\left(-\frac{2}{5}\right) + (-5{,}2)$;	$\left(-\frac{2}{5}\right) - (-5{,}2)$.

b)

$2{,}5 + \frac{5}{2}$;	$2{,}5 + \left(-\frac{5}{2}\right)$;	$2{,}5 - \frac{5}{2}$;	$2{,}5 - \left(-\frac{5}{2}\right)$;
$-2{,}5 + \frac{5}{2}$;	$-2{,}5 + \left(-\frac{5}{2}\right)$;	$-2{,}5 - \frac{5}{2}$;	$-2{,}5 - \left(-\frac{5}{2}\right)$;
$\frac{5}{2} + 2{,}5$;	$\frac{5}{2} - 2{,}5$;	$\frac{5}{2} + (-2{,}5)$;	$\frac{5}{2} - (-2{,}5)$;
$\left(-\frac{5}{2}\right) + 2{,}5$;	$\left(-\frac{5}{2}\right) - 2{,}5$;	$\left(-\frac{5}{2}\right) + (-2{,}5)$;	$\left(-\frac{5}{2}\right) - (-2{,}5)$.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (9. lap 14. oldal)
Pantone485 U

3 Válogasd össze az egyenlőket! Minden esetben indokold a válaszodat!

a) $1{,}5 - \left(\frac{1}{4} - (-0{,}2)\right)$; $1{,}5 - \left(\frac{1}{4} + (-0{,}2)\right)$; $1{,}5 + \left(\frac{1}{4} - (-0{,}2)\right)$;

$1{,}5 + \left(\frac{1}{4} + (-0{,}2)\right)$; $\left(1{,}5 - \frac{1}{4}\right) - (-0{,}2)$; $\left(1{,}5 - \frac{1}{4}\right) + (-0{,}2)$;

$\left(1{,}5 + \frac{1}{4}\right) - (-0{,}2)$; $\left(1{,}5 + \frac{1}{4}\right) + (-0{,}2)$; $1{,}5 + \frac{1}{4} + (-0{,}2)$;

$1{,}5 + \frac{1}{4} - (-0{,}2)$; $1{,}5 - \frac{1}{4} + (-0{,}2)$; $1{,}5 - \frac{1}{4} - (-0{,}2)$.

b) $(-0{,}7) - \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{4}\right)$; $(-0{,}7) - \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{4}\right)$; $(-0{,}7) + \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{4}\right)$;

$(-0{,}7) + \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{4}\right)$; $\left((-0{,}7) - \frac{5}{2}\right) - \frac{1}{4}$; $\left((-0{,}7) - \frac{5}{2}\right) + \frac{1}{4}$;

$\left((-0{,}7) + \frac{5}{2}\right) - \frac{1}{4}$; $\left((-0{,}7) + \frac{5}{2}\right) + \frac{1}{4}$; $(-0{,}7) + \frac{5}{2} + \frac{1}{4}$;

$(-0{,}7) + \frac{5}{2} - \frac{1}{4}$; $(-0{,}7) - \frac{5}{2} + \frac{1}{4}$; $(-0{,}7) - \frac{5}{2} - \frac{1}{4}$.

B)

1 Számolás nélkül mondd meg, melyik művelet eredménye melyikével egyenlő, melyikének ellentettje! Az egyenlőket azonos, a különbözőket más-más színnel húzd alá! Számolással ellenőrizheted a válaszodat!

a) $(-4{,}5) - \frac{12}{5}$; $\frac{12}{5} - (-4{,}5)$; $(-4{,}5) + \frac{12}{5}$;

$(-4{,}5) - \left(-\frac{12}{5}\right)$; $\frac{12}{5} - (4{,}5)$; $(-4{,}5) + \left(-\frac{12}{5}\right)$; $\frac{12}{5} + (4{,}5)$.

b) $3{,}5 - 4{,}3$; $4{,}3 - 3{,}5$; $3{,}5 + 4{,}3$;

$3{,}5 - (-4{,}3)$; $4{,}3 - (-3{,}5)$; $3{,}5 + (-4{,}3)$; $4{,}3 + (-3{,}5)$.

c) $\frac{1}{2} - (-0{,}04)$; $(-0{,}04) - \frac{1}{2}$; $\frac{1}{2} + (-0{,}04)$;

$\frac{1}{2} - \left(-(-0{,}04)\right)$; $(-0{,}04) - \left(-\frac{1}{2}\right)$; $\frac{1}{2} + \left(-(-0{,}04)\right)$; $(-0{,}04) + \left(-\frac{1}{2}\right)$.

2 Számolás nélkül állapítsd meg és indokold, hogy az adott műveletpárok közül melyiknek nagyobb az eredménye! Ha bizonytalan vagy, számolással ellenőrizheted a válaszodat!

a) $5{,}46 - \left(\frac{-2}{3} + 8{,}4\right) \square \left(5{,}46 - \frac{-2}{3}\right) + 8{,}4$;

b) $\frac{2}{7} - \left((-6{,}7) - \frac{1}{15}\right) \square \left(\frac{2}{7} - (-6{,}7)\right) - \frac{1}{15}$;

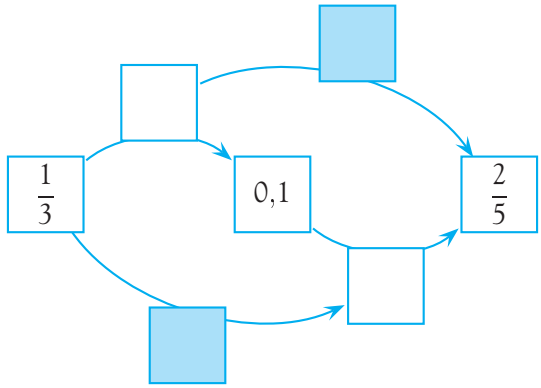
c) $0{,}01 + \left(\frac{5}{3} - (-975)\right) \square \left(0{,}01 + \frac{5}{3}\right) - (-975)$;

d) $(-17{,}8\dot{5}) + \left(2 + \frac{4}{25}\right) \square \left((-17{,}8\dot{5}) + 2\right) + \frac{4}{25}$.

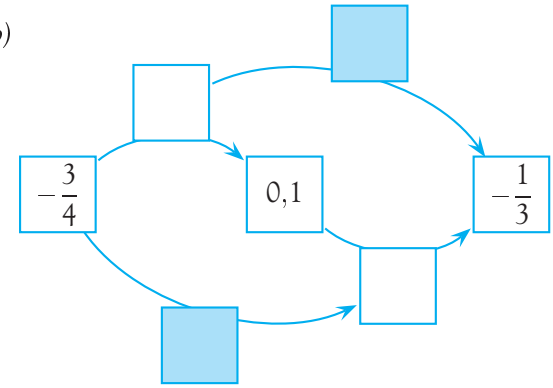
MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (10. lap 15. oldal)
Pantone485 U

3 Az ábrán a nyilak kivonást jelölnek: a kivonandóból a kisebbítendőbe mutatnak. A nyílra írt négyzetbe kerül az eredmény. Írd be az ábrába a hiányzó számokat!

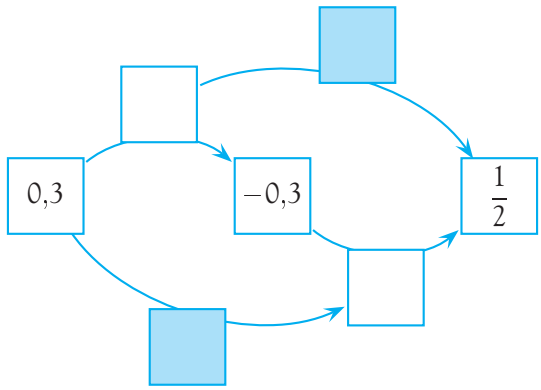
a)



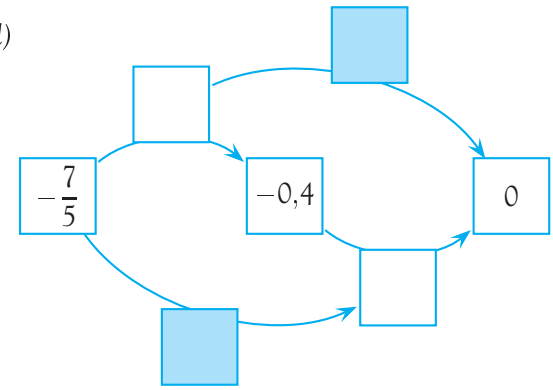
b)



c)



d)



Milyen esetben állhatnak a színezett mezőkben egyenlő számok?

A szorzás tulajdonságai

A)

1 Végezd el a szorzásokat!

a) $\frac{1}{3} \cdot 0{,}6 =$ _____ ; *b)* $0{,}5 \cdot \frac{2}{3} =$ _____ ; *c)* $\frac{3}{7} \cdot (-0{,}7) =$ _____ ;

d) $2{,}5 \cdot \frac{4}{7} =$ _____ ; *e)* $\frac{1}{4} \cdot (-4{,}8) =$ _____ ; *f)* $\left(-\frac{7}{4}\right) \cdot 4{,}2 =$ _____ .

2 Válogasd össze az egyenlőket! Indokold meg a döntésedet! A műveletek elvégzésével ellenőrizheted, hogy jól gondolkodtál-e.

a) $(-4{,}3) \cdot \frac{5}{3}$; $\left(-\frac{5}{3}\right) \cdot 4{,}3$; $(-4{,}3) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)$; $(4{,}3) \cdot \frac{5}{3}$;

$4{,}3 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)$; $\left(-\frac{5}{3}\right) \cdot (-4{,}3)$; $\frac{5}{3} \cdot 4{,}3$; $\frac{5}{3} \cdot (-4{,}3)$.

b) $\frac{1}{3} \cdot 0{,}4$; $0{,}4 \cdot \frac{1}{3}$; $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (-0{,}4)$; $(-0{,}4) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$;

$\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 0{,}4$; $(-0{,}4) \cdot \frac{1}{3}$; $\frac{1}{3} \cdot (-0{,}4)$; $0{,}4 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (11. lap 16. oldal)
Pantone485 U

3 Végezd el a szorzásokat mindkét zárójelezéssel! Mit veszel észre?

a) $\left(\frac{1}{6} \cdot 0{,}2\right) \cdot \frac{3}{5} =$ _____

$\frac{1}{6} \cdot \left(0{,}2 \cdot \frac{3}{5}\right) =$ _____

b) $\left(2{,}4 \cdot \frac{5}{12}\right) \cdot 0{,}4 =$ _____

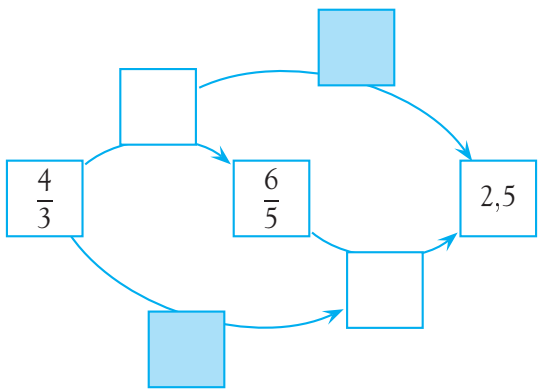
$2{,}4 \cdot \left(\frac{5}{12} \cdot 0{,}4\right) =$ _____

c) $\left(\frac{1}{5} \cdot 0{,}5\right) \cdot \frac{4}{3} =$ _____

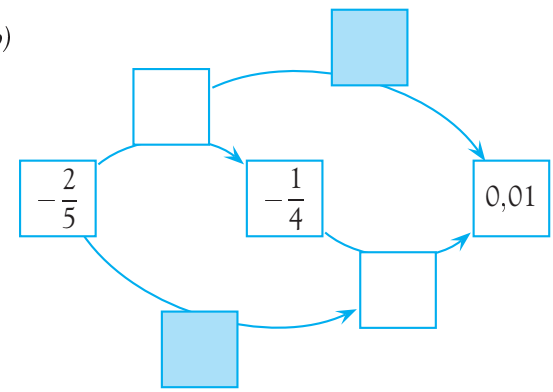
$\frac{1}{5} \cdot \left(0{,}5 \cdot \frac{4}{3}\right) =$ _____

4 Az ábrán a nyilak szorzást jelölnek. A nyíl két végén álló szám a két tényező. A nyílra írt négyzetbe kerül az eredmény. Írd be az ábrába a hiányzó számokat!

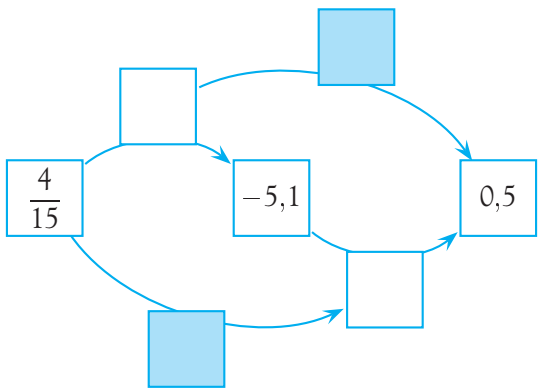
a)



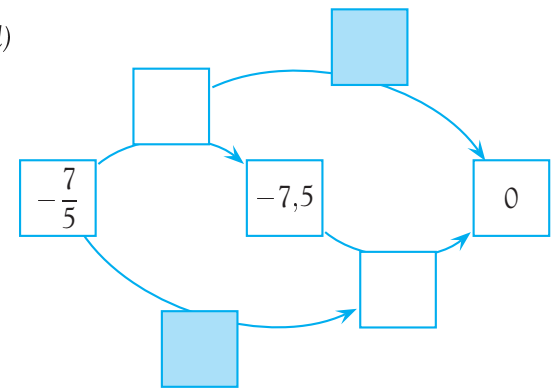
b)



c)



d)



Ha jól számoltál, a színezett négyzetekbe minden esetben ugyanaz a szám került. Mit gondolsz, miért?

B)

1 Egy téglalap egyik oldala $\frac{3}{7}$ méter, a másik oldala 3,6 méter. Mekkora a téglalap területe?

2 *a)* Három racionális szám szorzata 1. Az egyik két szám szorzata $\frac{3}{4}$, egy másik kettőé 0,5. Mennyivel egyenlő a három szám?

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (12. lap 17. oldal)
Pantone485 U

b) Három racionális szám szorzata $\frac{4}{5}$. Két-két kiválasztott szám páronként vett szorzata 2 és 3. Mennyivel egyenlő a három szám?

3 Egy születésnapról megmaradt $\frac{2}{3}$ tortát 10 egyenlő részre osztanak, és 0,6-et kap az egyik gyerek, a maradékot a másik. A teljes tortának hányadrészét ette meg egy-egy gyerek?

4 A lízingelt autó ára az eredeti árnak az 1,7-szerese. Ennek a 8%-át fizetjük ki első részletként.

Az eredeti ár hányszorosát fizetjük ki első részletként?

5 Két gyerek csokoládét vásárolt. A 0,075 kilogrammos szelet árának a $\frac{2}{3}$ részét fizette az egyik, az $\frac{1}{3}$ részét a másik. Ennek arányában akarnak osztozni a csokoládén. Melyik mennyit kap?



Az osztás tulajdonságai

A)

1 Végezd el az osztásokat! Milyen kapcsolatot figyelhetsz meg a páronként kapott eredmények között?

a) $\frac{4}{5} : 0{,}2 =$ _____ ; $0{,}2 : \frac{4}{5} =$ _____ ;

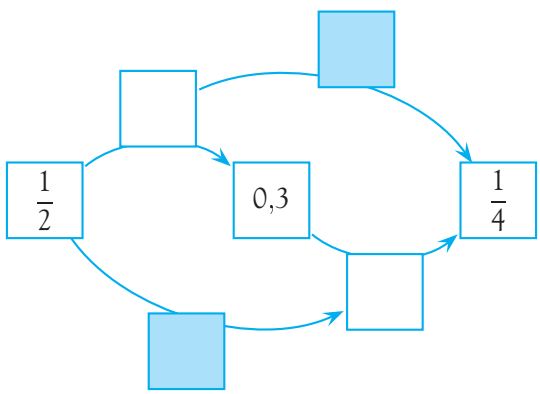
b) $\frac{3}{4} : 0{,}75 =$ _____ ; $0{,}75 : \frac{3}{4} =$ _____ ;

c) $\frac{1}{6} : 0{,}6 =$ _____ ; $0{,}6 : \frac{1}{6} =$ _____ ;

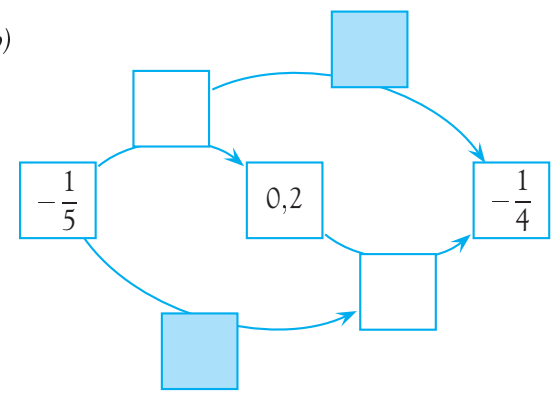
d) $\frac{5}{7} : (-0{,}5) =$ _____ ; $(-0{,}5) : \frac{5}{7} =$ _____ .

2 Az ábrán a nyilak osztást jelölnek: az osztandóból az osztóba mutatnak. A nyílra írt négyzetbe kerül a hányados. Írd be az ábrába a hiányzó számokat!

a)

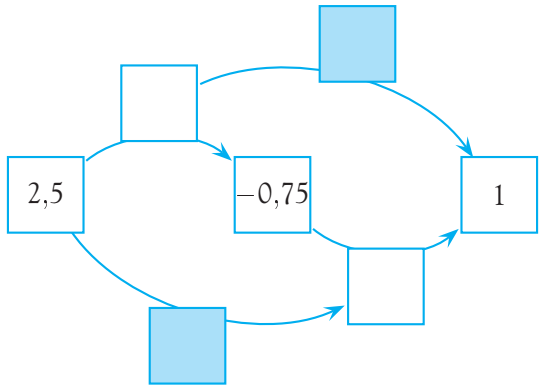


b)

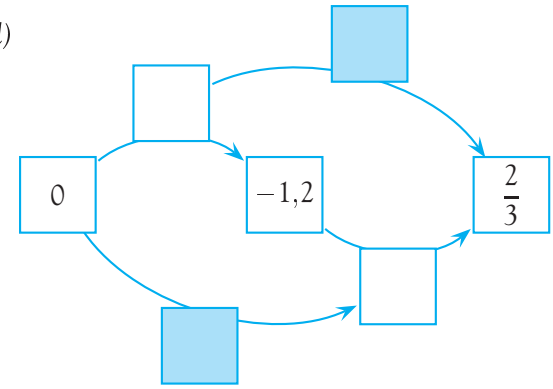


MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (13. lap 18. oldal)
Pantone485 U

c)

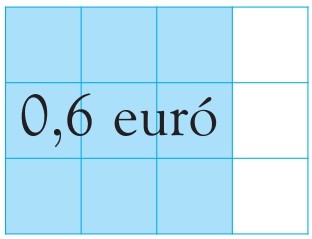


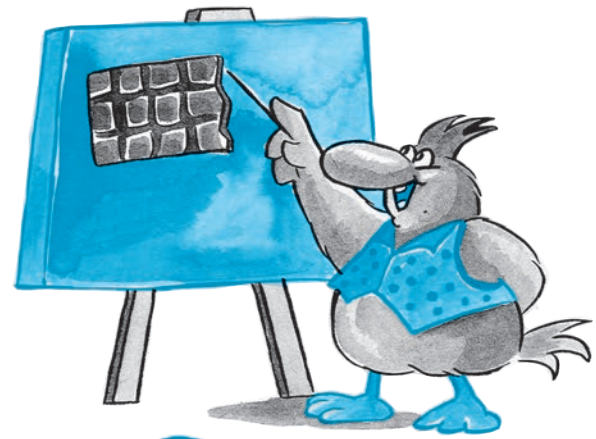
d)



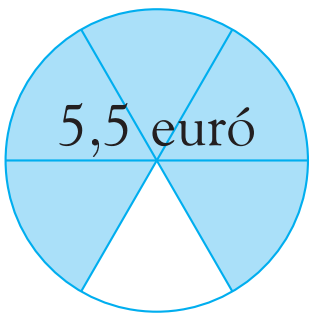
Milyen esetben állhatnak a színezett mezőkben egyenlő számok?

3 Egy tábla csokoládé $\frac{3}{4}$ része 0,6 euróba került. Mennyibe kerül az egész tábla csokoládé? Fejben számolj!





4 Egy szelet pizza a teljes pizza $\frac{1}{6}$ része. 5 szelet ára 5,5 euró volt. Mennyibe került a teljes pizza? Fejben számolj!





B)

1 Két szám hányadosa is, szorzata is $\frac{2}{5}$. Melyik ez a két szám?

2 *a)* Két szám hányadosa 1, a szorzatuk $\frac{1}{4}$. Melyik ez a két szám?

b) Két szám hányadosa $\frac{1}{4}$, a szorzatuk 1. Melyik ez a két szám?

3 *a)* Egy téglalap területe 0,24 területegység. Az egyik oldal a másiknak másfélszerese. Mekkorák a téglalap oldalai?

b) Két szám hányadosa 1,5, szorzata 0,24. Melyik ez a két szám?

c) Mi a kapcsolat az *a)* és a *b)* feladat között?

4 Egy csap egy medencének a $\frac{2}{5}$ részét tölti meg 1 óra alatt. Hány óra alatt tölti meg a csap a medencét?

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (14. lap 19. oldal)
Pantone485 U

5 *a)* Egy csap egy medencét $\frac{5}{3}$ óra alatt tölt meg. Hány medencényi víz folyik ki a csapból egy óra alatt?

b) Egy másik csap $\frac{3}{4}$ óra alatt tölti meg ugyanazt a medencét. Hány medencényi víz folyik ki a csapból egy óra alatt?

c) Ha a két csapot egyszerre hagynánk nyitva, akkor hány medencényi víz folyna ki a két csapból együtt 1 óra alatt?

d) Mennyi idő alatt tölti meg a medencét a két csap együtt?

Vegyes műveletek

A)

1 Keresd meg az egyenlőket! Először számolás nélkül. Indokold meg a válaszodat! Utána számítsd ki a műveletek eredményét!

$a = 2\frac{5}{3} : 0{,}3;$ $\quad b = 5 : 0{,}4 + \frac{1}{4} : 0{,}4;$ $\quad c = 4 : 1{,}2 + \frac{2}{5} : 1{,}2;$

$d = 4\frac{2}{5} : 1{,}2;$ $\quad e = \left(5 + \frac{1}{3}\right) : 0{,}4;$ $\quad f = \left(2 + \frac{5}{3}\right) : 0{,}3;$

$g = 5\frac{1}{3} : 0{,}4;$ $\quad h = 2 : 0{,}3 + \frac{5}{3} : 0{,}3;$ $\quad i = \left(4 + \frac{2}{5}\right) : 1{,}2.$

2 Végezd el a műveleteket! Figyeld meg, hogy mely esetekben kapsz egyenlő eredményeket! Indokold meg, hogy miért!

a) $2{,}4 : \left(\frac{1}{5} + 0{,}1\right);$ $\quad 2{,}4 : \frac{1}{5} + 0{,}1;$ $\quad 2{,}4 : \frac{1}{5} + 2{,}4 : 0{,}1;$

$\left(\frac{1}{5} + 0{,}1\right) : 2{,}4;$ $\quad \frac{1}{5} + 0{,}1 : 2{,}4;$ $\quad \frac{1}{5} : 2{,}4 + 0{,}1 : 2{,}4.$

b) $\frac{2}{5} : \left(3{,}2 + \frac{1}{3}\right);$ $\quad \frac{2}{5} : 3{,}2 + \frac{1}{3};$ $\quad \frac{2}{5} : 3{,}2 + \frac{2}{5} : \frac{1}{3};$

$\left(3{,}2 + \frac{1}{3}\right) : \frac{2}{5};$ $\quad 3{,}2 + \frac{1}{3} : \frac{2}{5};$ $\quad 3{,}2 : \frac{2}{5} + \frac{1}{3} : \frac{2}{5}.$

c) $\frac{5}{2} : \left(\frac{1}{4} + 1{,}5\right);$ $\quad \frac{5}{2} : \frac{1}{4} + 1{,}5;$ $\quad \frac{5}{2} : \frac{1}{4} + \frac{5}{2} : 1{,}5;$

$\left(\frac{1}{4} + 1{,}5\right) : \frac{5}{2};$ $\quad \frac{1}{4} + 1{,}5 : \frac{5}{2};$ $\quad \frac{1}{4} : \frac{5}{2} + 1{,}5 : \frac{5}{2}.$

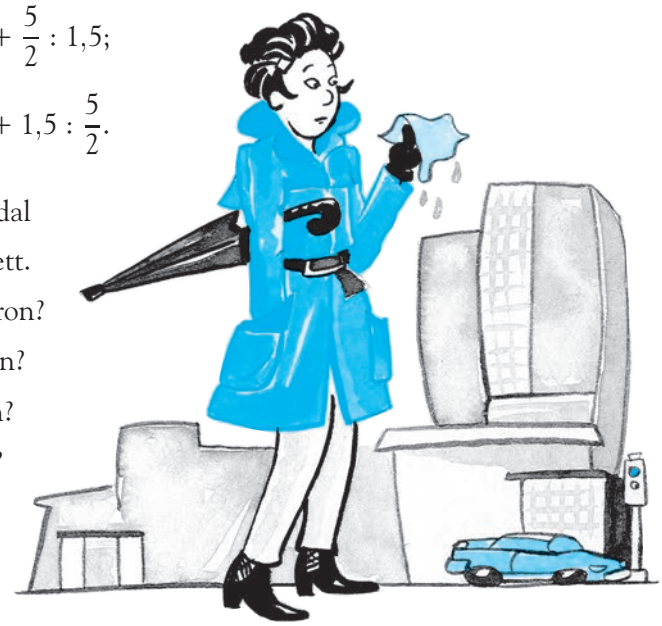
3 Egy elmosódott cédulát találtam a zsebemben. A $\frac{2}{3}$-dal végeztem el egy egyszerű műveletet. Az eredmény 1,2 lett.

a) Mi lehetett a művelet, ha egy összeadás volt a papíron?

b) Mi lehetett a művelet, ha egy kivonás volt a papíron?

c) Mi lehetett a művelet, ha egy szorzás volt a papíron?

d) Mi lehetett a művelet, ha egy osztás volt a papíron?



MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (15. lap 20. oldal)
Pantone485 U

4 Egy művelettel a $\frac{2}{5}$-ből 3,4-et kaptam. A $\frac{2}{5}$-ön kívül melyik számmal végeztem a műveletet, ha az

a) összeadás; *b)* kivonás; *c)* szorzás; *d)* osztás volt?

5 Válaszd ki a $\frac{-7}{3} \cdot \left(\frac{2}{5} + 0{,}65\right)$ műveletsor helyes eredményét az alábbiak közül, és húzd alá a betűjelét!

(A) 0; (B) 2,45; (C) $-\frac{49}{20}$; (D) $-2{,}5$; (E) $-0{,}28\dot{3}$.

B)

1 Számlálókat írtam egy táblázat fejlécébe, a bal oldali oszlopába pedig nevezőket. A táblázatban egy sor és egy oszlop találkozásába a megfelelő számlálóval és nevezővel képzett törtet írtam be valamilyen formában.

Írd be a hiányzó számokat!

a)

nevezők \ számlálók					
6	$\frac{2}{3}$		$\frac{1}{2}$	
			$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$
		$\frac{4}{5}$		
		4		2

b)

nevezők \ számlálók					
4	$\frac{1}{2}$			3
		$\frac{5}{6}$		2
				$\frac{6}{5}$
	1		3	

2 Egy sorozat első eleme az 5. A további elemeit úgy képeztem, hogy az előzőt elosztottam $\frac{3}{2}$-del.

a) Írd fel a sorzat első 10 elemét!

b) Lehet-e, hogy a sorozat elemei egyszer csak nagyobbak lesznek 10-nél?

c) Lehet-e, hogy egyszer csak negatív tagot kapjunk a sorozatban?

d) Lehet-e, hogy egyszer csak 0 lesz valamelyik tag?

e) Lehet-e, hogy a sorozat elemei egyszer csak már mind kisebbek lesznek 1-nél?

3 Két szám összege $\frac{2}{3}$, különbsége 0,2. Melyik lehet ez a két szám?

4 Két szám hányadosa $\frac{2}{3}$, szorzata 0,06. Melyik lehet ez a két szám?

5 Két szám összege $\frac{10}{3}$, a szorzata 1. Mi lehet a két szám?

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (16. lap 21. oldal)
Pantone485 U

2. Geometria

Mértékegységek, gyakorlati példák, alkalmazások

A)

1 Írd be a hiányzó számokat!

a) 270 mm = _____ cm = _____ m;

b) 1700 mm = _____ cm = _____ m;

c) 350 cm = _____ m = _____ dm;

d) 62 500 cm = _____ m = _____ dm;

e) 107 dm = _____ mm = _____ m;

f) 290 dm = _____ mm = _____ m;

g) 251 m = _____ cm = _____ km;

h) 370 m = _____ cm = _____ km;

i) 0,162 km = _____ m = _____ dm;

j) 0,07 km = _____ m = _____ dm.

2 Válassz olyan mértékegységet, hogy a mérőszám egész legyen!

a) 4,6 cm = _____;

b) 3,83 dm = _____;

c) 0,023 km = _____;

d) 2,04 dm = _____;

e) $\frac{5}{2}$ m = _____;

f) $\frac{7}{4}$ dm = _____;

g) $\frac{16}{5}$ cm = _____;

h) $\frac{2}{25}$ m = _____.

3 Add meg a hiányzó számokat!

a) 0,02 g = _____ mg;

b) 0,008 g = _____ mg;

c) 4,7 dkg = _____ g;

d) 45,1 dkg = _____ g;

e) 31,5 kg = _____ dkg;

f) 6,71 kg = _____ dkg;

g) 321 t = _____ kg;

h) 0,23 t = _____ kg;

i) 34 dkg = _____ kg;

j) 365 g = _____ kg.

4 Írd be a hiányzó mérőszámokat, mértékegységeket!

a) 12 h = _____ perc = _____ s;

b) 0,75 h = 45 _____ = 2700 _____;

c) 5 nap = _____ h = 7200 _____;

d) 6,5 _____ = 156 h = _____ perc;

e) _____ nap = 1596 h = _____ s;

f) 3 hét = _____ nap = _____ perc;

g) 21 600 s = _____ perc = _____ nap;

h) _____ s = 1080 h = _____ nap.

5 Anita és Zsófi ugyanabban az 1,4 km hosszú, egyenes utcában lakik. Mindketten megmérték, hogy milyen messze található az utca hozzájuk közelebb eső vége. Anita 150 métert, Zsófi pedig 224 métert kapott. Milyen messze lakhatnak egymástól?

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (17. lap 22. oldal)
Pantone485 U

6 Egy hatszög öt oldalának hosszúsága 50 mm, 4 cm, 1,2 dm, 6 cm és 0,07 m. A hatodik oldal hosszúsága centiméterben mérve egész szám. Add meg a hatodik oldal hosszúságát úgy, hogy a hatszög kerülete a lehető legnagyobb legyen!

7 Egy lift ajtaján a következő szöveg látható: *4 személy (max. 400 kg) részére.*



a) András 120 kilogrammos és a liftre vár. Megérkezik Dani és két barátja. Hármójuk közül Dani a legnehezebb, de ő sem éri el a 90 kilogrammot. Beszállhatnak-e mind a négyen a liftbe?

b) A lift előtt nyolc fő várakozik, átlagtestsúlyuk 100 kg. Biztosan ki tudnak alakítani két csoportot úgy, hogy mindkét csoport beszállhasson a liftbe?

8 Bartók Béla születésének 125. évfordulóján, március 25-én és előtte egy héten át ünnepi műsor volt a Bartók rádióban. Az egyhetes rendezvény jelmondata a következő:
1250 perc Bartók a jubileumi héten az ország legnagyobb koncerttermében – a Bartók rádióban

a) Hány órát közvetítettek Bartók zenéjéből ezen a héten? Add meg egészekre kerekítve ezt a számot!

b) Átlagosan napi hány óra közvetítést jelent ez? Add meg egészekre kerekítve ezt a számot!

c) Ha ugyanilyen elv szerint állítanák össze a következő években is az ünnepi hetet (vagyis a születésétől eltelt minden évhez 10 perc közvetítést rendelnének), akkor hányadik évfordulón mondhatnánk, hogy a napi átlagközvetítés 3,5 óra?

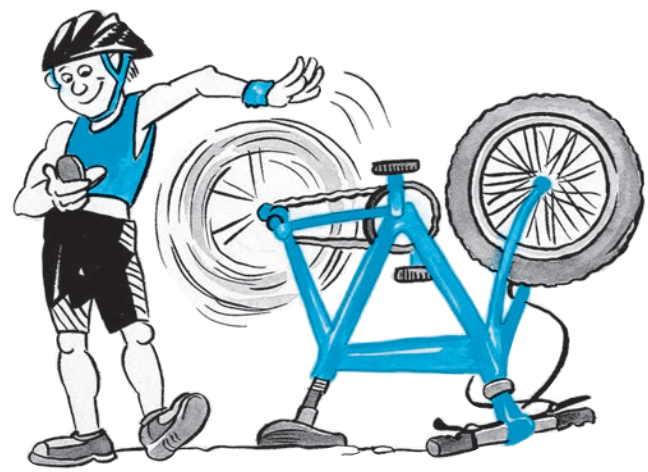
B)

1 Válassz olyan mértékegységet, hogy a mérőszám egész legyen!

a) $\frac{3}{8}$ m = _____, *b)* $\frac{7}{50}$ dm = _____, *c)* $\frac{5}{16}$ km = _____, *d)* $\frac{3}{80}$ km = _____.

2 Bartók Béla születésének 125. évfordulóján, március 25-én és előtte egy héten át összesen 1250 perc ünnepi műsor volt a Bartók rádióban.

Ha minden évben ugyanilyen módon készítenék az ünnepi megemlékezést a rádióban, akkor mely évfordulókon kapnánk a napi közvetítés átlagára egész órát?



3 Egy kerékpár kereke 1 s alatt négyet fordul. Ugyanez a kerék 3 s alatt 24 métert tesz meg. Hányszor fordul körbe a kerék, ha 1,4 km-t haladt a kerékpár?

4 Egy óra nappal 40 másodpercet siet, éjjel fél percet késik. December elsején úgy kezdődött az éjjel, hogy az óra pontos volt. Mikor fog ez az óra 4 percet sietni?

5 Három testvérpárnak összesen 1 tonna ribizlije termett. Szabó Józsefnél Molnár Pál 10 kilogrammal kevesebbet, Kiss László pedig 10 kilogrammal többet termelt. Nekik összesen 396 kg ribizlijük volt. István kétszer annyit termelt, mint testvére. Péter és testvére egyenlő mennyiséget, Sándor 1,5-szer annyit termelt, mint testvére. Határozd meg Péter, Sándor és István vezetéknevét!

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (18. lap 23. oldal)
Pantone485 U

6 Egy építkezéshez szerdára 124 zsák cementet kell kiszállítani. Egy zsák cement 50 kg-os. A szállítással két fuvarozót bíznak meg, Kálmánt és Zolit. Hétfőn Kálmán $\frac{3}{4}$ annyit szállított, mint ezen a napon Zoli. Kedden Kálmán $\frac{2}{3}$ annyit szállított, mint ezen a napon Zoli. Kedden estére az összes cementet kiszállították az építkezés helyszínére. Hány tonnát szállított a két nap alatt összesen Kálmán?



7 Hányszor annyit fordul az óra nagymutatója 2000 perc alatt, mint a kismutató?

8 Egy háromszög két oldalának hosszúsága 70 cm és 0,4 m. A harmadik oldal hosszúsága egész számú deciméter. Hány különböző értéke lehet a harmadik oldal hosszának? Karikázd be a válaszod betűjelét!

(A) 11; (B) 10; (C) 7; (D) 6; (E) Az előzőek egyike sem.

9 Egy órásmester feje fölött a következő öt óra látható. Karikázd be a válaszod betűjelét!



A műhelyében tartózkodó vásárló megkérdezte a mestert, hogy melyik óra jár pontosan, melyikhez igazítsa a sajátját. Az órás válaszából megtudta, hogy egyik sem jár jól, de van egy, amelyik 2 percet, és van egy, amelyik 22 percet siet. Mennyi a pontos idő?

(A) 14:03; (B) 14:07; (C) 14:23; (D) 11:43; (E) Az előzőek egyike sem.

10 A bodzaszörp elkészítéséhez szedjünk 40 dkg bodzavirágot. Öntsünk hozzá 10-szer annyi vizet, mint amennyi tömegű karikára vágott citromot teszünk bele (1 liter vizet számoljunk 1 kilogrammnak). A citrom negyedével azonos tömegű borkősavat is keverjünk hozzá. Ezt egy-két napig hagyjuk állni, majd szűrjük le. Az így kapott lében kavarjunk el a citrom és a borkősav tömegének nyolcszorosával azonos mennyiségű cukrot. Ekkor a hozzávalók tömege összesen 7,2 kg. Hány gramm borkősavat használtunk? Karikázd be a válaszod betűjelét!



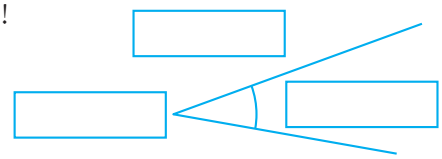
(A) 8; (B) 6; (C) 10;

(D) 80; (E) Ezekből az adatokból nem állapítható meg.

A legfontosabb geometriai fogalmak I.

A)

1 Írd a téglalapokba az elnevezéseket!



MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (19. lap 24. oldal)
Pantone485 U

2 Írd a vonalra az egyes szögfajták nevét, és rajzolj a füzetedbe egy-egy megfelelő szöget!

$0° < _____ < 90°$; $_____ = 90°$; $90° < _____ < 180°$;

$_____ = 180°$; $180° < _____ < 360°$; $_____ = 360°$.

3 Rajzolj egy $ABCD$ négyzetet!

a) Hány egyenest határoz meg a négy csúcsa?

b) A csúcsok által meghatározott összes egyenes berajzolása után jelölj a rajzodon egy-egy szöget, amely 45°-os, 90°-os, 135°-os, 225°-os, 270°-os!

4 A felsorolt szögek közül karikázd be a hegyesszögeket!

$98° 31'$, $270'$, $181° 33'$, $7200''$, $180°$, $3° 34'$, $89{,}9°$, $450'$.

5 Legyen $\alpha = 24° 54'$, $\beta = 48° 37'$, $\gamma = 72° 13'$, $\delta = 45°$, $\varepsilon = 27° 47'$. Az öt hegyesszög közül válogasd ki azokat a párokat, amelyek összege tompaszög!

B)

1 Rajzolj olyan síkidomot, amely nem sokszög!

2 A K, L, M és N egy egyenesen vannak úgy, hogy M a KL szakasz L-en túli meghosszabbításán található. A KL hossza x, az LM hossza y. Az N pont a KL szakasz K-hoz közelebbi negyedelőpontja. Mekkora az AN szakasz hossza (x-szel és y-nal kifejezve), ha A a KM felezőpontja?

3 Fejezd ki fokban a következő szögeket:

a) $42° 9'$; *b)* $36° 36'$; *c)* $12° 18' 36''$; *d)* $32° 54' 45''$.

4 Igazold, hogy egy szögnek és a mellékszögének szögfelezői merőlegesek egymásra!

A legfontosabb geometriai fogalmak II.

A)

1 Pótold a hiányzó szavakat!

Az egyenlő szárú háromszög $_____$ szögei egyenlők.

A $_____$ háromszög mindhárom szöge egyenlő.

A $_____$ belső szögeinek összege 180°.

A $_____$ olyan négyszög, amelynek van párhuzamos oldalpárja.

A paralelogramma olyan trapéz, amelynek $_____$ is párhuzamosak egymással.

Az olyan paralelogrammát, amelynek minden oldala egyenlő, $_____$ nevezzük.

A téglalap átlói $_____$ metszik egymást.

A négyzet átlói $_____$ felezve metszik egymást.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (20. lap 25. oldal)
Pantone485 U

2 A következő képletekben a szokásos jelölést alkalmaztuk, a, b, c oldalt, e, f átlót jelent. A területképleteket foglald téglalap alakú keretbe, a kerületképleteket karikázd be! Kösd össze az alakzat nevét és a hozzá tartozó képletet!

$$\frac{e \cdot f}{2}$$

deltoid $\quad a^2 \quad a \cdot b \quad$ téglalap

négyzet $\quad a + b + c$

derékszögű háromszög $\quad 4 \cdot a \quad \frac{a \cdot b}{2}$

$2 \cdot (a + b)$

3 Írd be a hiányzó képleteket!

Téglatest: $A =$ _____; $V =$ _____;

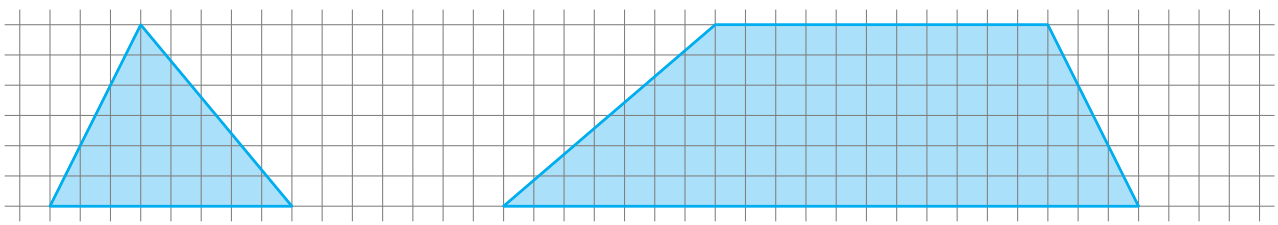
Kocka: $A =$ _____; $V =$ _____.

4 Egy 412 cm kerületű négyzet két szemközti oldalát 17-17 cm-rel meghosszabbítjuk. Mennyivel lesz nagyobb az így kapott téglalap területe a négyzet területénél?

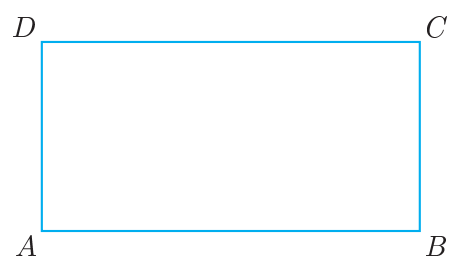
5 Egy derékszögű háromszög két hegyesszögének különbsége 44°. Mekkorák a háromszög szögei?

6 Huszonnyolc darab ugyanakkora kocka felhasználásával készíts tömör téglatestet! Hány különbözőt tervezhetsz?

7 Foglald téglalapba a következő rácssokszögeket! Határozd meg a területüket! A négyzethálós papír rácsnégyzete legyen a területegység.



8 Színezd az ábrán látható téglalap azon pontjait barnára, amelyek az átlók metszéspontjától 0,8 cm-nél nincsenek messzebb, továbbá az A ponthoz közelebb vannak, mint a B ponthoz!



B)

1 Egy háromszög minden oldalának hossza centiméterben mérve egész szám, a kerülete 20 cm. Hány különböző ilyen háromszöget lehet elképzelni?

2 Egy deltoidnak pontosan egy derékszöge van. A legkisebb szöge 30°-kal kisebb, mint a legnagyobb szöge. Mekkorák a deltoid szögei?

3 Egy 30 cm oldalú négyzet minden csúcsa körül képzelj el egy 15 cm sugarú kört! A négyzetnek a körök által le nem fedett részét egyesítsd az egyik körlappal! Rajzold le az így kapott síkidomot (1 dm a rajzodon 1 cm legyen)! Mekkora területet fed egy ilyen síkidom?

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (21. lap 26. oldal)
Pantone485 U

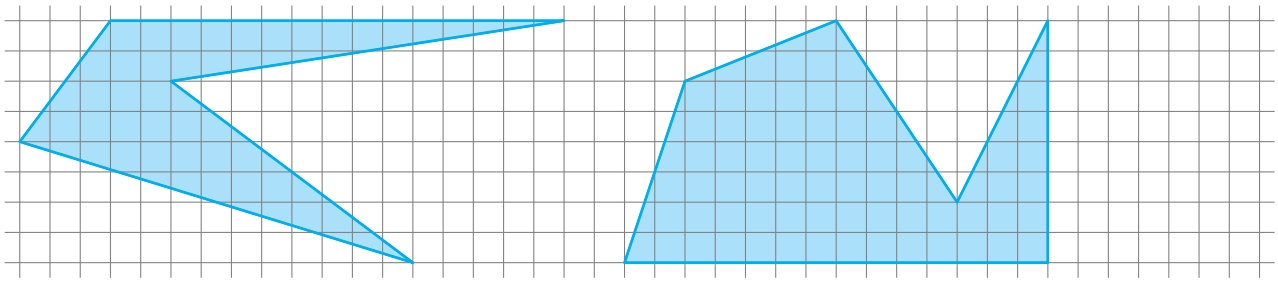
4 Az $ABCD$ konvex négyszögben az EG és az FH egyenes is felezi a területet (E, F, G, H adott körüljárású oldalfelező pontok). Milyen négyszög lehet az $ABCD$ négyszög?

5 Mekkora részekre vágják a szabályos ötszög egy csúcsából kiinduló átlók a csúcsnál lévő szöget?

6 Található-e minden konvex négyszögben olyan oldal, amelyik kisebb az egyik átlónál?

7 Egy 30 cm × 40 cm-es téglalapot négyzetekre vágunk. Mennyi a lehető legkevesebb számú négyzet, amit így kaphatunk?

8 Határozd meg a képen látható sokszögek területét! A négyzethálós papír rácsnégyzete legyen a területegység.



9 *a)* Az ABC háromszögben az A csúcsnál 45°-os, a B csúcsnál 105°-os szög van. A BT magasság 13,25 cm. Milyen hosszú az $ATBC$ törött vonal?

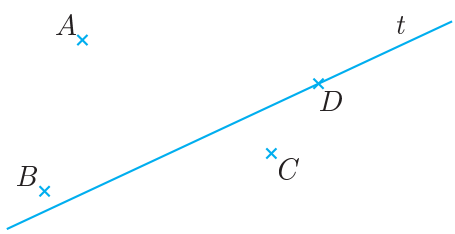
b) Az ABC háromszögben az A csúcsnál 135°-os, a B csúcsnál 15°-os szög van. A BT magasság 13,25 cm. Milyen hosszú az $ATBC$ törött vonal?

Geometriai transzformációk

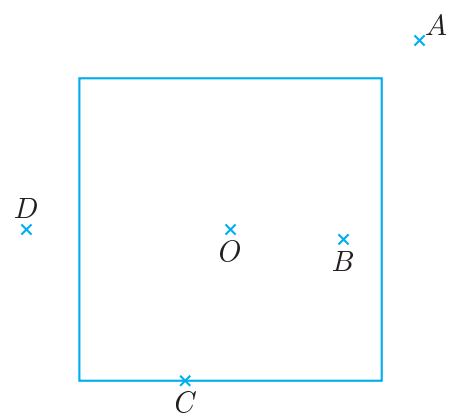
A)

1 Az ábrákon bejelöltünk néhány pontot. A hozzárendelési szabály az ábra felett olvasható. Szerkeszd meg a képpontokat!

a) A sík pontjaiból merőlegest állítunk a t tengelyre. A pont és a tengely távolságának a kétszeresét felmérjük a merőleges egyenesen a tengely másik oldalán. Az így kapott pont lesz a képpont.



b) A négyzet középpontjából olyan félegyenest rajzolunk, amelyre illeszkedik a transzformálandó pont. Ahol a félegyenes metszi a négyzet határvonalát, az lesz a képpont.



2 Fejezd be a megkezdett mondatokat!

Távolságtartó transzformációnak mondjuk azokat a transzformációkat, amelyeknél _____.

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (22. lap 27. oldal)
Pantone485 U

Szögtartó transzformációnak mondjuk azokat a transzformációkat, amelyeknél _____.

_____

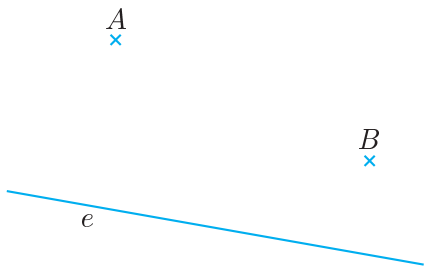
Egyenestartó transzformációnak mondjuk azokat a transzformációkat, amelyeknél _____.

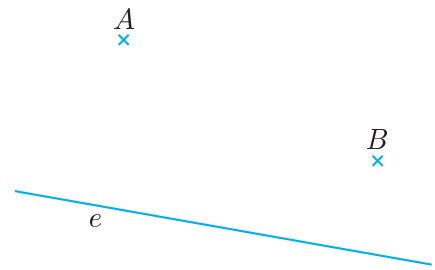
_____

3 A vázlatrajzon e egyenes egy utat, az A és B pontok egy-egy tanyát jelölnek.

a) Rajzold be azt az utat, amely az A és B tanyákat összekötő út felénél lévő buszmegállótól a legrövidebben vezet az e főútvonalhoz!

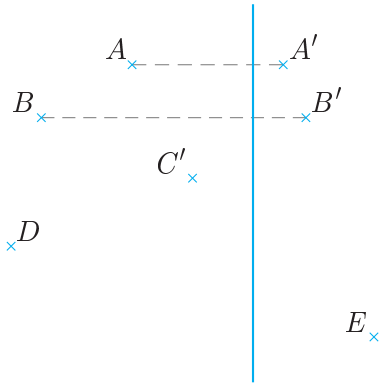
b) Hol legyen az úton az az útkereszteződés, ahonnan az A-ba és a B-be vezető egyenes utak együttes hossza a legrövidebb?



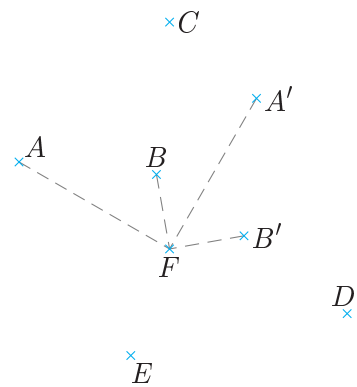


4 Az ábrákon bejelöltünk néhány pontot és néhánynak a transzformáció utáni helyét is. Mi lehet az egyes esetekben a hozzárendelési szabály? Rajzold meg az ábrákat a füzetedben, és rajzold meg a hiányzó képpontokat és a képpontok eredetijét is!

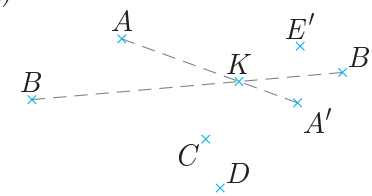
a)



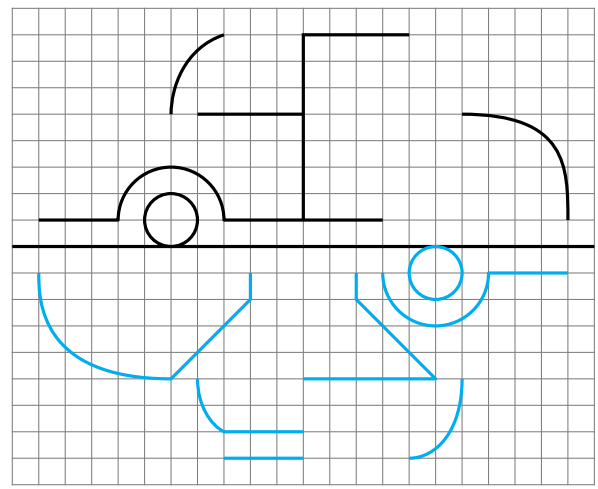
b)



c)



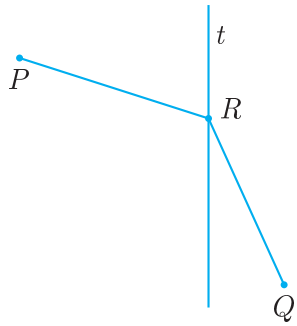
5 Rajzold meg a teljes képet, ha a vízszintes vonal a tengelyes tükrözés tengelye!



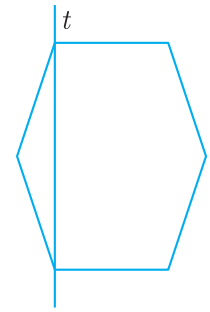
MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (23. lap 28. oldal)
Pantone485 U

6 Szerkeszd meg a következő ábrákon látható alakzatok tengelyes tükörképét!

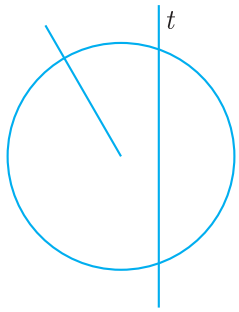
a)



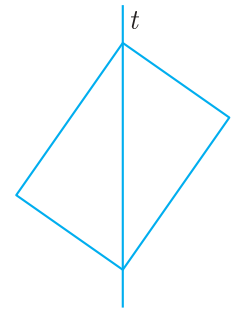
b)



c)



d)



7 Rajzolj olyan háromszöget, amelyet egyik oldalegyenesére tükrözve az eredeti és a képként kapott háromszög együtt a következő alakzatot adja!

a) rombusz; *b)* négyzet; *c)* derékszögű deltoid (pontosan két derékszöge van);

d) olyan deltoid, amelynek pontosan egy derékszöge van.

8 Pótold a hiányzó szavakat úgy, hogy igaz állításokat kapj!

a) A deltoidnak két-két _____ oldala egyenlő hosszúságú.

b) A deltoid egyik _____ mindig szimmetriatengely.

c) Ha egy négyszög két átlója nem merőleges egymásra, akkor ez a négyszög nem lehet _____.

d) A deltoid átlói _____ egymásra.

e) A deltoid szimmetriaátlója _____ belső szöget felez.

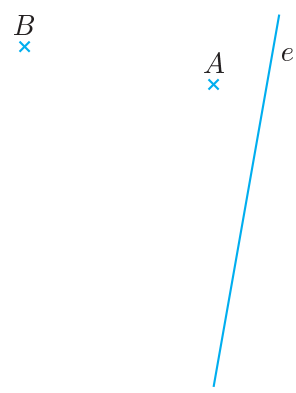
f) A rombusz minden szöge _____.

g) A rombusznak _____ átlója szimmetriatengely.

h) A rombusz két-két _____ szöge egyenlő.

i) Ha a rombusz átlói _____ hosszúságúak, akkor négyzetről van szó.

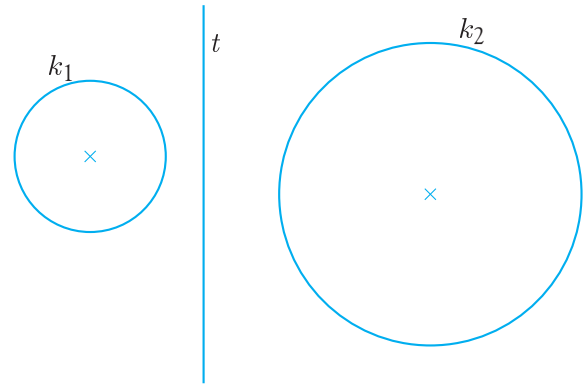
9 Adott az e egyenes, továbbá az A, B és C pontok. Szerkeszd meg az e egyenesen azt a D pontot, amelyre az $ABCD$ négyszög kerülete a legkisebb!



MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (24. lap 29. oldal)
Pantone485 U

B)

1 Szerkeszd meg azt a húrtrapézt, amelynek szimmetriatengelye t, a szárai végpontjai pedig a k_1, illetve a k_2 körre illeszkednek!



2 Szerkeszd meg azt a deltoidot, amelynek adott a szimmetriatengelyére illeszkedő két csúcsa, egy egyenes és egy kör, amelyekre egy-egy további csúcs illeszkedik!

3 Szerkessz rombuszt, ha adott az egyik szimmetriatengelye, egy rá illeszkedő csúcsa, továbbá két egyenes, amelyek átmennek egy-egy, a tengelyre nem illeszkedő további csúcson!

4 Szerkeszd meg azt az egyenlő szárú háromszöget, amelynek adott a szimmetriatengelye és a rá illeszkedő csúcs, továbbá két egyenes, amelyekre a hiányzó két csúcs illeszkedik!

5 Igazak-e a következő állítások?

a) Ha egy háromszögnek van két szimmetriatengelye, akkor van három is.

b) Ha egy négyszögnek van három szimmetriatengelye, akkor van négy is.

Középpontos tükrözés

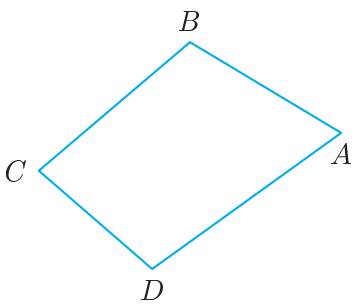
A)

1 A következő utasítással megadott geometriai transzformáció a középpontos tükrözés. Pótold a szöveg hiányzó részeit!

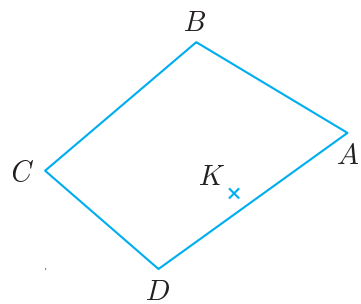
Legyen adott a síkon egy K pont. Egy tetszőleges síkbeli P pont P' _____ megkapjuk, ha a P pontot _____ a K ponttal, és az így kapott _____ a P pontot nem tartalmazó felére felmérjük a K ponttól a KP távolságot.

2 Tükrözd középpontosan az $ABCD$ négyszöget

a) az A csúcsára;



b) a K pontra!



MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (25. lap 30. oldal)
Pantone485 U

3 Megfogalmazzuk a középpontos tükrözés tulajdonságait. Pótold a hiányzó szavakat!

Távolságtartó, szögtartó, egyenestartó transzformáció.

A _____ illeszkedő egyenes képe önmaga.

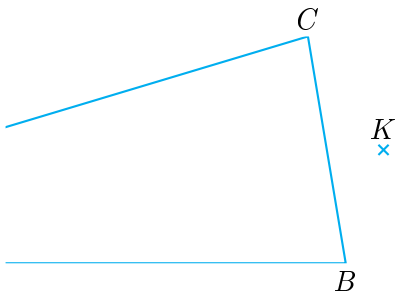
_____ a körüljárási irányt.

A középpontra nem illeszkedő egyenes és a képe _____.

A félegyenes és képe _____ állású.

Szakasz képe párhuzamos az eredetivel, de a végpontjaik sorrendje _____.

4 Az ABC háromszög A csúcsa nem fért rá a lapra. Szerkeszd meg a háromszög K középpontra vett tükörképét!



5 Tükrözz egy négyzetet

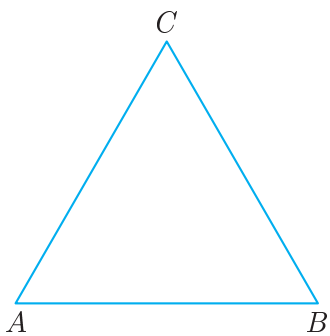
a) az A csúcsára;

b) a K középpontjára;

c) az AB oldal F felezőpontjára;

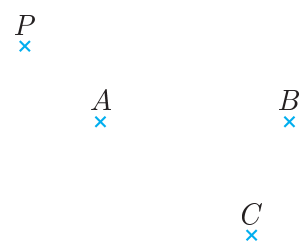
d) az AK szakasz G felezőpontjára!

6 Az ábrán látható ABC szabályos háromszög egyik oldalának felezőpontját középpontosan tükrözve az F' pontot kaptuk. Szerkeszd meg a középpontos tükrözés összes lehetséges középpontját és az ABC szabályos háromszög $A'B'C'$ képét!





7 Tükrözd a P pontot az A középpontra, majd az így kapott P'-t a B-re, végül az ekkor kapott P''-t a C-re! Az így kapott pont legyen P'''!



Szerkeszd meg azt a D pontot, amelyre P-t tükrözve P''' pontot kapjuk!

Milyen négyszöget határoznak meg az A, B, C, D pontok?

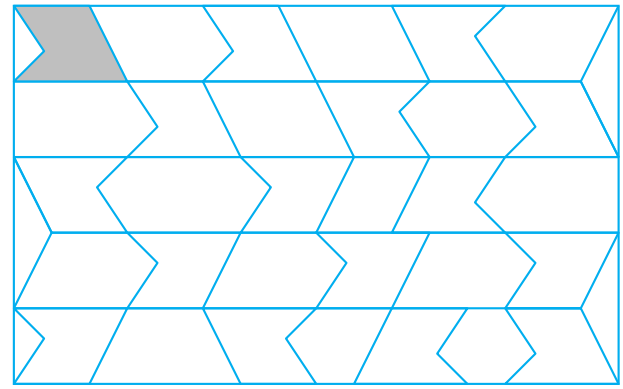
_____

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (26. lap 31. oldal)
Pantone485 U

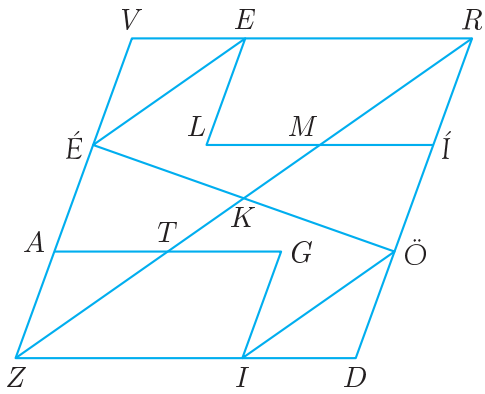
8 Keresd meg és színezd ki a képen szürkével festett síkidom

a) középpontosan tükrös;

b) tengelyesen tükrös képeit!



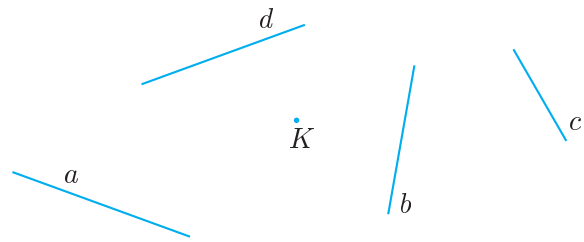
9 A K pontra tükrözz, és töltsd ki a táblázatot!



Ős	IGAZ			KÉZ	
Kép		AZ	ÖDI		KÖT

B)

1 Szerkeszd meg a paralelogrammát, ha adott az átlók K metszéspontja és négy olyan egyenes (a, b, c, d), amelyekre egy-egy csúcsa illeszkedik!

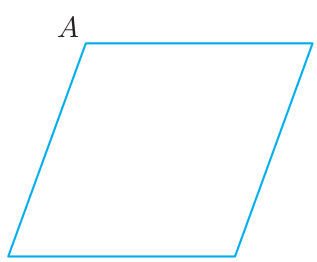


2 Ketten a következő játékot játsszák. Egy négyzet alakú asztalra felváltva raknak korongokat. A korongok nem fedhetik egymást. Minden korongnak teljesen az asztalon kell lennie. Az nyer, aki a feltételeknek megfelelően az utolsó korongot el tudja helyezni az asztalon.

a) Hogyan játsszon a kezdő, ha biztosan nyerni szeretne?

b) Milyen alakú lehet még az asztal, ahol hasonlóan lehet játszani?

3 A játszótér homokozója látható a vázlatrajzon. A homokozó A-val jelölt sarkában áll egy fa. A fa kivágása nélkül tervezd meg azt a téglalap alakú homokozót, amelynek területe a régi kétszeresével egyenlő, a szélén áll ez a fa, és az új homokozó egészében tartalmazza a régit!





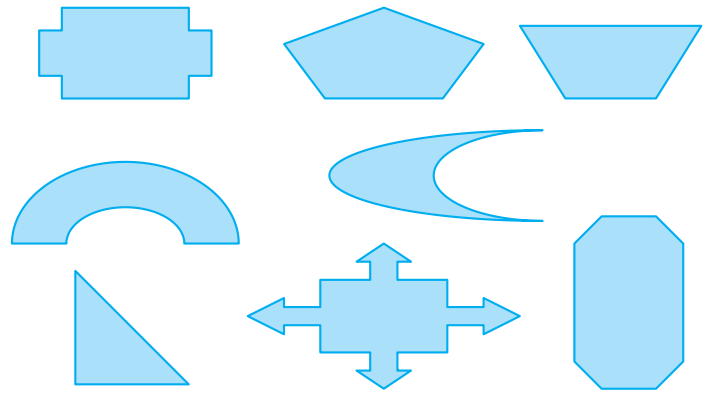
4 Az ABC egyenlő szárú háromszögben $AC = BC$. A BC szár egy tetszőleges D pontját kösd össze az AC szár A-n túli meghosszabbítására illeszkedő E ponttal, amelyre $AE = BD$. Igazold, hogy az ED szakasz felezőpontja illeszkedik az AB alapra!

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (27. lap 32. oldal)
Pantone485 U

Tengelyes és középpontos szimmetria

A)

1 A következő alakzatokhoz rajzold be (ha van) a szimmetriatengelyt, illetve a szimmetria-középpontot!



2 Milyen síkbeli alakzatokat nevezünk középpontosan szimmetrikusnak?

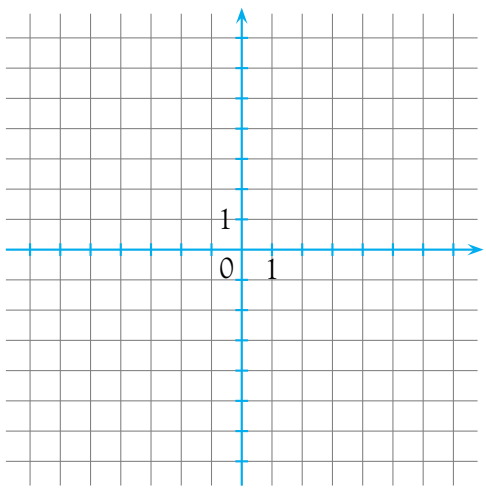
_____

_____

3 Rajzolj három olyan síkidomot, amelyik középpontosan szimmetrikus, de tengelyesen nem!

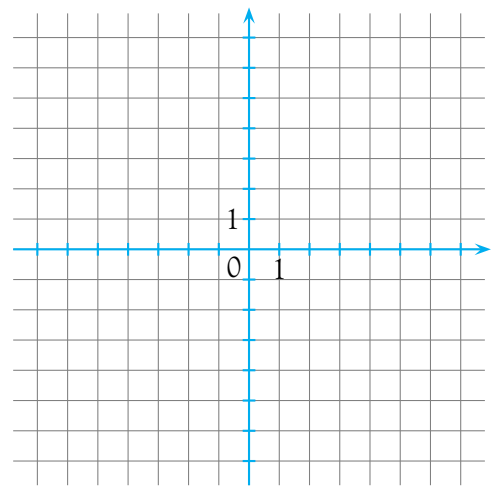
4 Az $ABCD$ négyszög két csúcspontjának koordinátája: $A(-4; 2)$, $B(-2; -4)$. Készíts ábrát, majd határozd meg a hiányzó két csúcspont koordinátáját, ha a négyszög

a) a $K(-1; 1)$ pontra középpontosan szimmetrikus;



C(_____; _____), D(_____; _____).

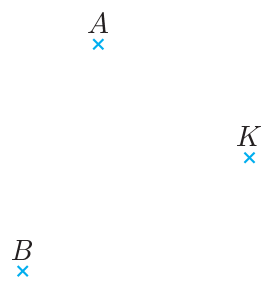
b) az y tengelyre tengelyesen szimmetrikus!



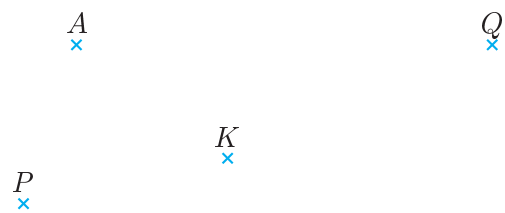
C(_____; _____), D(_____; _____).

5 Szerkeszd meg az $ABCD$ paralelogrammát, ha a rajzlapodon adott

a) az A és a B csúcsa, valamint az átlóinak K metszéspontja;



b) az A csúcsa, az AB oldalegyenes P pontja, az AD oldalegyenes Q pontja, valamint az átlóinak K metszéspontja!



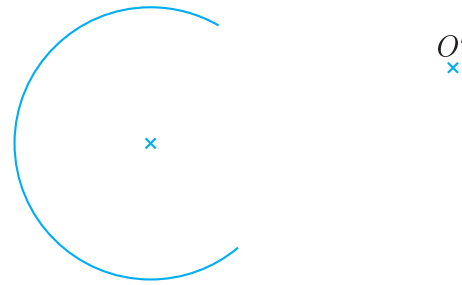
6 Rajzolj egy középpontosan szimmetrikus *a)* konvex hatszöget; *b)* konkáv nyolcszöget!

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (28. lap 33. oldal)
Pantone485 U

B)

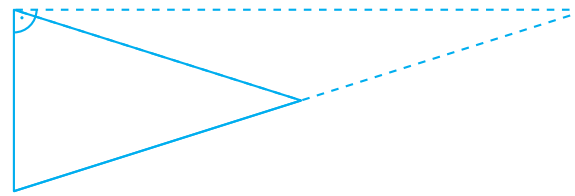
1 A trapéz alapjainak összege 10 cm. A hosszabb alappal 60°-os szöget bezáró szár hossza 5 cm. A 60°-os szög csúcsából induló átló 7 cm hosszú. Szerkeszd meg a trapézt!

2 Az O középpontú körvonalnak a K pontra vett tükörképe az O' középpontú kör. Az ábra hiányzó részleteit szerkeszd meg!



3 Rajzolj két, egymást metsző kört! Az egyik közös ponton át szerkessz olyan szelőt, amelyből a két kör egyenlő hosszúságú húrokat metsz ki!

4 Az egyenlő szárú háromszög egyik szárát hosszabbítsd meg a kétszeresére az ábrán látható módon! Az így kapott pontot kösd össze az alap hozzá közelebbi végpontjával! Ez az egyenes miért merőleges az alapra?



3. Nagy számok

A)

1 *a)* Írd fel azt a hatványt, amelynek alapja 5, kitevője 3, számítsd is ki! _____

b) Írd fel azt a hatványt, amelynek alapja 10, kitevője 5, számítsd is ki! _____

c) Írd fel azt a hatványt, amelynek alapja 2, kitevője 8, számítsd is ki! _____

2 Írd fel hatvány alakba a 2; 4; 16; 25; 32; 49 számokat! Keress alkalmas alapszámot! Ha lehet, többfélét is.

3 *a)* Írd fel 10 alapú hatvány alakban azt a számot, amely kifejezi, hogy 1 kg-ban hány gramm van! _____

b) Írd fel 10 alapú hatvány alakban azt a számot, amely kifejezi, hogy 1 kg-ban hány milligramm van! _____

c) Írd fel 10 alapú hatvány alakban azt a számot, amely kifejezi, hogy 1 tonnában hány gramm van! _____

d) Írd fel 10 alapú hatvány alakban azt a számot, amely kifejezi, hogy 1 tonnában hány milligramm van! _____

4 Írd fel 10 hatványaként a mértékegységek előtagjait!

deka: _____ hekto: _____ kilo: _____ mega: _____ terra: _____

5 Írd fel a következő számok prímtényezős felbontását hatvány alakok szorzataként!

$96 =$ _____; $250 =$ _____;

$1250 =$ _____; $720 =$ _____;

$810 =$ _____; $10^5 =$ _____.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (29. lap 34. oldal)
Pantone485 U

B)

1 Írd fel 10 hatványaként a váltószámokat!

1 négyzetkilométer = _____ négyzetméter; 1 négyzetkilométer = _____ négyzetdeciméter;

1 négyzetkilométer = _____ négyzetcentiméter; 1 négyzetkilométer = _____ négyzetmilliméter.

2 Írd fel 10 hatványaként a váltószámokat!

1 négyzetméter = _____ négyzetdeciméter; 1 négyzetméter = _____ négyzetcentiméter;

1 négyzetméter = _____ négyzetmilliméter; 1 négyzetdeciméter = _____ négyzetmilliméter;

1 négyzetcentiméter = _____ négyzetmilliméter; 1 köbcentiméter = _____ köbmilliméter.

3 Gondoltam egy számot. Két hatvány alak szorzata. A két alap a 3 és az 5. A két kitevő a 2 és a 4. Mi lehetett a gondolt szám? Hány megoldás lehet?

_____

4 Magyarország területe 93 ezer négyzetkilométer. Írd be a hiányzó számokat!

a) 93 ezer km^2 = 93 _____ $km^2 = 93 \cdot 10^{\square}$ km^2;

b) 93 ezer km^2 = 93 _____ $m^2 = 93 \cdot 10^{\square}$ m^2.

5 Egy rajzfilmben a következő párbeszéd zajlott le két figura között:

– Ne menj el vásárolni!

– Nem tart tovább néhány megamásodpercnél!

Ha a néhányat kettőnek gondoljuk, akkor mennyi ideig kell várnia az egyiknek a másikra? (1 mega = 10^6.) Fejezd ki minél nagyobb időmértékegységben!



Mi a neve? – Hogyan olvassuk ki?

A)

1 Írd le 10-nek az itt következő hatványait!

10^3 _____; 10^6 _____; 10^9 _____;

10^{12} _____; 10^7 _____; 10^8 _____;

10^{10} _____; 10^{22} _____.

2 Írd fel 10 hatványaiként:

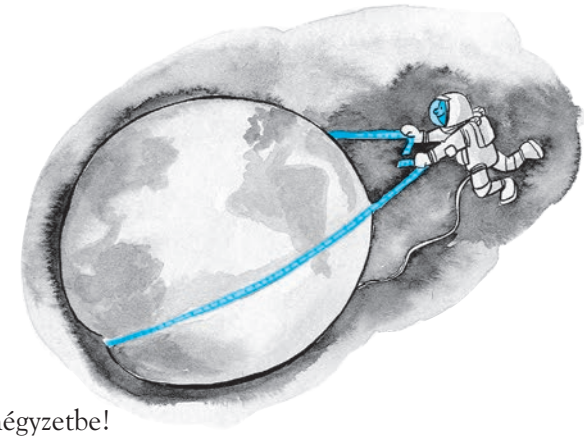
tízezer: _____; százezer: _____; millió: _____;

tízmillió: _____; milliárd: _____; ezermilliárd: _____;

billió: _____; trillió: _____.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (30. lap 35. oldal)
Pantone485 U

3 A *Négyjegyű függvénytáblázatok* földrajz fejezetében is megtalálható adatokat írtunk ide:



Az Egyenlítő hossza:	40 075,7 km
A Föld egy hosszúsági körének hossza:	40 008,5 km
A Föld felülete:	$510 \cdot 10^6$ km^2
A világtenger felülete:	$361 \cdot 10^6$ km^2
A szárazföldek összterülete:	$149 \cdot 10^6$ km^2

Írd fel a mérőszámokat! Olvasd fel őket!

4 Melyik nagyobb? Írd be a megfelelő jelet (<, >, =) a négyzetbe!

10 trillió ☐ 10 billió; 1000 millió ☐ 1 milliárd; 1000 millió ☐ 1 billió;

100 ezer ☐ 1 millió; 10 000 millió ☐ 10 milliárd; 1 trillió ☐ 1000 billió.

5 Olvasd fel hangosan a következő számokat!

3 415 843; 241 682 051; 16 424 890; 5 762 581 111; 92 456 762 180; 721 000 000 000.

B)

1 Megadtuk számokról, hogy melyik a bennük szereplő legnagyobb helyiérték. Határozd meg, hogy hány jegyűek a számok!

Tíz: _____; Ezer: _____; Tízezer: _____;

Százezer: _____; Millió: _____; Milliárd: _____;

Százmillió: _____; Ezermillió: _____; Tíztrillió: _____.

2 Megadtuk tíz hatványairól, hány jegyűek. 10-nek melyik hatványa szerepel a számok hatvány alakjában.

2 jegyű _____; 3 jegyű _____; 6 jegyű _____;

4 jegyű _____; 5 jegyű _____; 8 jegyű _____;

15 jegyű _____; 44 jegyű _____; 1000 jegyű _____.

3 *a)* Egy 7 jegyű számban melyik a legnagyobb előforduló helyiérték? _____

b) Egy 10 jegyű számban melyik a legnagyobb előforduló helyiérték? _____

c) Egy számot kiolvasva harmincmilliárddal kezdődik. Hány jegyű? Melyik számjegy szerepel a legnagyobb helyiértéken? _____

4 Egy számban minden számjegy pontosan egyszer szerepel. Hány jegyű a szám? Melyik a benne szereplő legnagyobb helyiérték? _____

Egy szám többféle alakja – normálalak

A)

1 Az alábbiak közül melyik a $74{,}3 \cdot 10^2$ normálalakja?

(A) $7{,}43 \cdot 10^2$; (B) $0{,}743 \cdot 10^4$; (C) $7{,}43 \cdot 10^3$; (D) $74 \cdot 10^2$; (E) $743 \cdot 10^1$.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (31. lap 36. oldal)
Pantone485 U

2 Válogasd össze az egyenlőket!

$42 \cdot 10^7$; $0{,}0042 \cdot 10^6$; $420 \cdot 10^7$; $0{,}0042 \cdot 10^7$; $0{,}0042 \cdot 10^5$;
$42 \cdot 10^6$; $0{,}42 \cdot 10^7$; $4{,}2 \cdot 10^6$; $4{,}2 \cdot 10^5$; $0{,}42 \cdot 10^6$;
$42 \cdot 10^5$; $0{,}42 \cdot 10^5$; $4{,}2 \cdot 10^7$; $420 \cdot 10^5$; $420 \cdot 10^6$.

3 Melyik nagyobb? Írd be a relációs jelet a négyzetbe!

a) $5{,}6 \cdot 10^7 \square 56 \cdot 10^6$; *b)* $12{,}86 \cdot 10^3 \square 3 \cdot 10^4$; *c)* $5{,}13 \cdot 10^5 \square 513 \cdot 10^4$;
d) $4{,}46 \cdot 10^3 \square 444 \cdot 10^4$; *e)* $2{,}15 \cdot 10^7 \square 0{,}215 \cdot 10^6$; *f)* $3{,}1416 \square 0{,}31 \cdot 10^2$;
g) $1{,}57 \cdot 10^5 \square 157 \cdot 10^3$; *h)* $0{,}011 \cdot 10^3 \square 0{,}011 \cdot 10^4$; *i)* $36{,}5 \cdot 10^2 \square 3{,}65 \cdot 10^3$.

4 Írd fel normálalakban az adott számokat!

$a = 2657 \cdot 10^4$; $b = 2{,}756 \cdot 10^3$; $c = 1945$; $d = 715 \cdot 10^2$; $e = 5{,}45$;
$f = 7225{,}4 \cdot 10^2$; $g = 0{,}75 \cdot 10^2$; $h = 12 \cdot 10$; $i = 874$.

5 Állítsd nagyság szerint növekvő sorrendbe az alábbi (normálalakban adott) számokat!

a) $9 \cdot 10^5$; $7{,}95 \cdot 10^5$; $2{,}19 \cdot 10^5$; $6{,}1 \cdot 10^5$; $4{,}44 \cdot 10^5$; $7{,}59 \cdot 10^5$.
b) $3{,}75 \cdot 10^5$; $3{,}75 \cdot 10^3$; $3{,}75 \cdot 10^2$; $3{,}75 \cdot 10^4$; $3{,}75 \cdot 10^7$; $3{,}75 \cdot 10^1$.
c) $3{,}67 \cdot 10^6$; $7{,}645 \cdot 10^3$; $3{,}15 \cdot 10^2$; $5{,}1176 \cdot 10^3$; $5{,}1176 \cdot 10^2$; $3{,}15 \cdot 10^4$.

6 Írd fel normálalakban az adott számokat, utána állítsd őket nagyság szerint növekvő sorrendbe!

$a = 18{,}17 \cdot 10^2$; $b = 163{,}4 \cdot 10^5$; $c = 0{,}15 \cdot 10^4$; $d = 0{,}05 \cdot 10^3$; $e = 0{,}5 \cdot 10^7$; $f = 22 \cdot 10^5$.

B)

1 Keresd meg az alábbi számok közül azokat, amelyek $7{,}54 \cdot 10^5$-nel egyenlőek!

(A) $754 \cdot 10^5$; (B) $7{,}54 \cdot 10^3$; (C) $754 \cdot 10^3$; (D) $0{,}754 \cdot 10^4$; (E) $0{,}754 \cdot 10^6$.

2 Írd be a hiányzó számokat!

a) $16{,}48 \cdot 10^3 = \square \cdot 10^1$; *b)* $53{,}2 \cdot 10^{\square} = 0{,}532 \cdot 10^4$; *c)* $14{,}76 \cdot 10^{\square} = 1{,}476 \cdot 10^5$;
d) $98 \cdot 10^2 = \square \cdot 10^3$; *e)* $10{,}1 \cdot 10^{\square} = 0{,}101 \cdot 10^5$; *f)* $\square \cdot 10^2 = 64 \cdot 10^5$.

3 Írd normálalakba, majd állítsd nagyság szerint növekvő sorrendbe az alábbi számokat!

$a = 1\,276\,974$; $b = 0{,}6 \cdot 10^7$; $c = 514\,984 \cdot 10^2$; $d = 111 \cdot 10^{10}$; $e = 97\,925\,846$.

A hatványozás azonosságai

A)

1 Pótold a hiányzó számokat!

$2^4 \cdot 2^3 = 2^{\square}$; $2^6 \cdot 2^4 = 2^{\square}$; $2^6 \cdot 2^4 = 4^{\square}$;
$2^6 \cdot 2^4 = 32^{\square}$; $2^3 \cdot 2^3 = 4^{\square}$; $3^1 \cdot 3^1 = 3^{\square}$;

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (32. lap 37. oldal)
Pantone485 U

$5^2 \cdot 5^3 = \square^5$; $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^5 = \square^{11}$; $8^4 \cdot 8^2 = 2^{\square} = 8^{\square}$;

$17^5 \cdot 17^1 \cdot 17^6 = 17^{\square}$; $10^5 \cdot 10^{\square} = 100^4$; $101^{15} \cdot 101^{23} = \square^{38}$.

☺ **2** Pótold a hiányzó számokat!

$49 = \square^2$; $81 = \square^4$; $1000 = 10^{\square}$;

$125 = \square^3$; $625 = 25^{\square}$; $243 = \square^5$;

$169 = \square^2$; $343 = 7^{\square}$; $1369 = 37^{\square}$.

☺ **3** Írd szét szorzatra a hatványokat, utána írd fel őket egyetlen szám hatványaiként!

Így: $(2^4)^5 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{20}$;

$(2^3)^2 =$ _____;

$(2^2)^3 =$ _____;

$(3^3)^5 =$ _____;

$(5^3)^2 =$ _____;

$(2^8)^2 =$ _____.

☺ **4** Pótold a hiányzó számokat! Találsz-e több megoldást?

$2^3 \cdot 3^3 = \square^3$; $10^2 = \square^2 \cdot \square^2$; $15^4 = \square^4 \cdot \square^4$; $1^6 \cdot 5^6 = \square^6$;

$4^3 \cdot 5^3 = \square^3$; $20^2 = \square^2 \cdot \square^2$; $2^6 \cdot 5^6 = \square^6$; $7^4 = \square^4 \cdot \square^4$.

☺ **5** Két szám mindegyike egy prímszám valamelyik hatványa. A két szám szorzata 500. Mi lehetett a két szám?

_____

B)

☺ **1** Egy számot két hatvány alakban írt szám szorzataként kaptam meg. Mindkét hatvány alak alapja 5. A kitevőik 3 és 4. Mi a szorzat?

_____

☺ **2** Egy számot két hatvány alakban írt szám szorzataként kaptam meg. A két hatvány alak alapja 2 és 3. Mindkettő kitevője 4. Mi lehetett a szám?

_____

☺ **3** Pótold a hiányzó számokat!

$3^{\square} = 27$; $2^{\square} = 128$; $2^{\square} = 1024$; $3^{\square} = 81$;

$5^{\square} = 5$; $5^{\square} = 125$; $10^{\square} = 2^5 \cdot 5^{\square}$; $6^{\square} = 2^{\square} \cdot 3^2$.

☺ **4** Pótold a hiányzó számokat! Van-e több megoldás?

$\square^3 = 2^3 \cdot 3^3$; $\square^2 \cdot \square^4 = 2^8$; $\square^4 = 9^2 \cdot 5^4$; $\square^3 = 3^{\square} \cdot 5^{\square}$.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (33. lap 38. oldal)
Pantone485 U

Oszthatóság és hatványozás

Többszörösök, osztók

A)

1 Írd fel a 24-et prímhatványok szorzataként! Írd fel a 24 összes osztóját prímhatványok szorzataként!

2 Osztója-e 1500-nak $2^3 \cdot 3^2$; $2 \cdot 3^3 \cdot 5$; $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$; 3^3; $2^3 \cdot 5^2$; $2^2 \cdot 5^3$?

3 Többszöröse-e 40-nek $2^2 \cdot 3$; $2^2 \cdot 5$; $2^3 \cdot 5$; $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$; $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$; $2^5 \cdot 5^2$?

4 Írd fel a 90 prímtényezős felbontását prímhatványokkal! Ennek segítségével döntsd el, hogy osztható-e 90-nel $2^2 \cdot 3 \cdot 5$; $2 \cdot 3^2 \cdot 5$; $2 \cdot 3 \cdot 5^2$; $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^5$; $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^5$; $2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2$!

5 Írd fel a 7500-at prímhatványok szorzataként! Ennek segítségével döntsd el, hogy osztható-e a 7500 2^5-nel; $2^3 \cdot 5^2$-nel; $2^2 \cdot 3 \cdot 5^3$-nel; $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$-nel; $2 \cdot 3^3 \cdot 5$-tel; $2^2 \cdot 5^2$-nel!

B)

1 Írd fel a 120-at prímhatványok szorzataként! Mivel kell megszorozni a 120-at, hogy a kapott szorzat osztható legyen $2^2 \cdot 5$-tel; $2^4 \cdot 3 \cdot 5$-tel; $2 \cdot 3 \cdot 5^2$-nel; $2^4 \cdot 5$-tel; $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$-nel?

2 Írd fel a 200-at prímhatványok szorzataként! Mivel kell megszorozni a 200-at, hogy a szorzat osztható legyen $2^3 \cdot 5$-tel; $2^3 \cdot 3 \cdot 5$-tel; $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$-nel; $2^4 \cdot 5$-tel; $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$-nel?

3 Mivel kell megszorozni az alábbi számokat ahhoz, hogy biztosan többszörösei legyenek a $2^2 \cdot 3 \cdot 5$-nek?
10; 25; 100; 120; 30; 80.

4 Mely prímtényezőket hagyjuk el az alábbi számokból, hogy biztosan osztói legyenek a 100-nak?
$2^3 \cdot 5$; $2 \cdot 3 \cdot 5$; $2^2 \cdot 5^2$; $3^2 \cdot 5$; $3^2 \cdot 7$; $2^2 \cdot 5 \cdot 7$.

5 *a)* Egy számról tudom, hogy biztosan osztható 5-tel és 3-mal. Mivel osztható még biztosan?
b) Egy számról tudom, hogy biztosan osztható 5-tel és 4-gyel. Mivel osztható még biztosan?
c) Egy számról tudom, hogy biztosan osztható 2-vel és 4-gyel. Mivel osztható még biztosan?
d) Egy számról tudom, hogy biztosan osztható 2-vel és 3-mal. Mivel osztható még biztosan?
e) Egy számról tudom, hogy biztosan osztható 4-gyel és 10-zel. Mivel osztható még biztosan?

Közös többszörös; legkisebb közös többszörös

A)

1 Keresd meg az alábbi számok néhány közös többszörösét! (Írd fel a prímtényezős felbontásukat!) Melyik a legkisebb közös többszörösük?
12 és 16; 10 és 16; 4 és 12; 18 és 30; 20 és 15; 14 és 30;
20 és 21; 10 és 15; 11 és 22.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (34. lap 39. oldal)
Pantone485 U

2 Keresd meg, hogy mely számok írhatók a hiányzó helyre!

$[10; \square] = 20$; $[\square; 6] = 24$; $[\square; 25] = 250$; $[30; \square] = 30$;

$[15; \square] = 60$; $[\square; 16] = 144$; $[\square; 27] = 999$; $[11; \square; \square] = 1001$.

3 Marci két társaságnak szervez nyári kirándulásokat. Az egyik csapattal 6 naponként, a másikkal 10 naponként megy. Az egyik napon mindkét csapattal kirándult. Hány nap múlva megy ismét egyszerre a két csapat?



4 Két szám legkisebb közös többszöröse 20. Milyen prímtényezők szerepelnek a számokban egészen biztosan?

5 $[a; b] = 30$; $[b; c] = 20$; $[a; c] = 12$. Mit lehet mondani a 3 szám közös többszöröséről?

B)

1 Két 1-nél nagyobb szám valamelyik közös többszöröse 20. Mi lehet a legkisebb közös többszörösük?

2 Két 1-nél nagyobb szám valamelyik közös többszöröse 25. Mi lehet a legkisebb közös többszörösük?

3 Két 1-nél nagyobb szám egyik közös többszöröse a 31. Bizonyítsd be, hogy nincs ennél kisebb pozitív közös többszörösük!

4 Három 1-nél nagyobb szám legkisebb közös többszöröse 110. Mi lehetett a három szám?

Közös osztó; legnagyobb közös osztó

A)

1 Keresd meg a megadott számok közös osztóit! Használd a számok prímtényezős felbontását!

10 és 24 _____; 15 és 12 _____;

40 és 16 _____; 45 és 21 _____;

128 és 16 _____; 81 és 21 _____.

2 Írd fel az adott számok prímtényezős felbontását, ennek alapján számítsd ki a legnagyobb közös osztókat!

$(12; 21) =$ _____; $(42; 28) =$ _____; $(42; 28) =$ _____;

$(65; 75) =$ _____; $(23; 36) =$ _____; $(24; 52) =$ _____;

$(24; 52) =$ _____; $(50; 88) =$ _____; $(44; 23) =$ _____.

3 Karikázd be a 28 és a 42 számok közös osztói betűjelét!

(A) 10; (B) 2; (C) 3; (D) 5; (E) 7.

4 Mivel kell megszorozni a 45-öt ahhoz, hogy osztója legyen

a) a 10; *b)* a 8; *c)* a 12; *d)* a 15; *e)* a 17; *f)* a 135?

5 Az alábbiak közül mely számpárnak legnagyobb közös osztója a 12?

(A) 20 és 24; (B) 120 és 44; (C) 24 és 120; (D) 36 és 60; (E) 3 és 4.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (35. lap 40. oldal)
Pantone485 U

B)

1 Megadjuk két szám közös osztóit – kivéve a legnagyobbat. Mi lehetett a legnagyobb közös osztó?

a) 1; 2; 3; 4; 6; *b)* 1; 2; 5; *c)* 1; 2; 4; 5; 10.

2 Keress három olyan számot, amelyek legnagyobb osztója 1, de bármelyik kettőt is választod ki, azoknak van 1-nél nagyobb közös osztója!

3 Mi lehet a és b, ha

$(a; b) = 5$; $[a; b] = 20$; $(a; b) = 12$; $[a; b] = 12$; $(a; b) = 15$; $[a; b] = 45$;

$(a; b) = 8$; $[a; b] = 48$; $(a; b) = 16$; $[a; b] = 32$; $(a; b) = 1$; $[a; b] = 50$.

4 Gondoltam egy 40-nél kisebb számot. A 36-tal vett legnagyobb közös osztója 4. A 25-tel vett legnagyobb közös osztója 5. Melyik ez a szám?

5 Melyik az a 100-nál kisebb szám, amelynek bármelyik 100-nál nagyobb számmal vett legnagyobb közös osztója legfeljebb annyi, mint a 144-gyel vett legnagyobb közös osztója?

4. Algebra

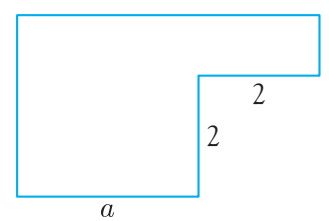
Jelek és jelölések

A)

1 Kösd össze a szövegeket a megfelelő képlettel!

Két szám összege:	$a + b + c$;
Két szám szorzata:	$a + bc$;
Két szám összegének egy harmadikkal vett szorzata:	$a + b$;
Két szám összegének a 2-szerese:	$a + 2b$;
Egy szám és egy másik szám 2-szeresének összege:	$2(a + b)$;
Három szám összege:	$(a + b)c$;
Egy szám és két másik szám szorzatának összege:	ab.

2 Írd fel az ábrán látható alakzat kerületét és területét!



3 Egy iskolában négy 7. osztály van. A c-be 5-tel többen járnak, mint az a-ba. A d-be kétszer annyian, mint a b-be. Az a-ba 12-vel kevesebben, mint a d-be. Jelöld az osztályba járó gyerekek számát a-val, b-vel, c-vel és d-vel! Írd fel az adott összefüggéseket képlettel!

Hányan járnak az egyes osztályokba, ha a b-be 17-en járnak?

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (36. lap 41. oldal)
Pantone485 U

4 Írd fel képlettel, hogy egy könyvtárban 7-szer annyi magyar nyelvű könyv van, mint idegen nyelvű!

5 Az $a = b \cdot c$ kifejezésben mi lehet az a, ha

a) b és c egy téglalap két oldalának hossza?

b) b egy anyag sűrűsége, c a térfogata?

c) b egy jármű sebessége, c az eltelt idő?

d) b egy oldat töménysége, c az oldat mennyisége?

e) b az *euró* : *dollár* váltásaránya, c egy pénzösszeg dollárban kifejezve?

B)

1 Írd fel képlettel!

a) Egy szám ötszöröse .

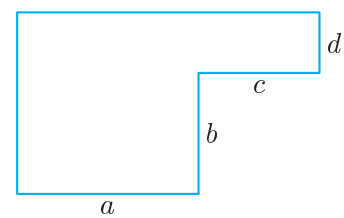
b) Egy szám felének és egy másik szám kétszeresének összege .

c) Egy szám 5-szörösénél 3-mal nagyobb .

d) Egy szám 6-szorosából kivonva és egy másik szám 2-szeresét .

e) Két szám összegének a 3-szorosa .

2 Írd fel az ábrán látható alakzat kerületét és területét!



3 Válaszd ki az alábbi kifejezések közül azokat, amelyek **nem** egy a élhosszúságú kocka felszínét adják meg!

(A) $6a^2$; (B) $6aa$; (C) $a + a + a + a + a + a$;

(D) $aa + aa + aa + aa + aa$; (E) $6 + a^2$; (F) $a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2$.

4 A $b = \frac{a}{c}$ képletben mit jelenthet a b, ha

a) az a egy téglalap területe, c a téglalap egy oldalának hossza?

b) a egy anyag tömege, c a térfogata?

c) a egy jármű által megtett út, c az eltelt idő?

d) a az oldott anyag mennyisége egy oldatban, c az oldat mennyisége?

e) a egy pénzösszeg euróban, c az összeg dollárban kifejezve?

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (37. lap 42. oldal)
Pantone485 U

5 Egy boltban $35a + 42b$ forintot fizettünk. Mit jelenthet a $35a + 42b$ kifejezésben az a és a b, ha

a) 35 darab rajzlapot és 42 darab borítékot vettünk?

b) a rajzlap egységára 35 forint, a borítéké 42 forint?

c) a rajzlap egységára 35 forint, és 42 borítékot vettünk?

Algebrai fogalmak

A)

1 Karikázd be az egytagú kifejezések betűjelét!

(A) rs; (B) $x + rs$; (C) 6; (D) $1 + 2x$; (E) $10x$; (F) $3zv + 1$.

2 Karikázd be a kéttagú kifejezések betűjelét!

(A) ay; (B) $x + 5$; (C) $6y$; (D) $n - m$; (E) $2h + 5k$; (F) $2hk$.

3 *a)* Írj olyan kéttagú kifejezést, amelyben az együtthatók 5 és 3! _____

b) Írj olyan háromtagú kifejezést, amelyben az együtthatók 3; -1 és 2! _____

c) Írj olyan négytagú kifejezést, amelyben az együtthatók -1; 3; -5 és 1! _____

4 Sorold fel a megadott kifejezésben szereplő együtthatókat!

a) $7x^2 + 3x^2 - 5z^2 + 0zx - 9z^2x + 9zx$: _____

b) $4z - 4 + 8x^2 + 2z^2 - 8zx + 9z^2x^2$: _____

5 Az alábbi kifejezésben húzd alá azonos színnel az egymással egyneműeket!

$2ms$; $-9ms$; $1m^2s$; -10; $3ms^2$; $-2ms$; $-3ms^2$; $-5m^2s$; $-6m^2s$; 9.

B)

1 Válogasd szét az algebrai kifejezéseket a bennük szereplő tagok száma szerint!

$a + a$; $2a$; $a + b$; $ab + 1$; ab; $a + b + 1$; $2ab$; $-a$.

2 Karikázd be a többtagú kifejezések betűjelét!

(A) $5wi$; (B) $-4i^2 - 10wi^2$; (C) $-2w^3i^2$; (D) $+9w^2i^2 + 9wi^3 - 2w^3i^3$; (E) $-6w^3i^2$.

3 Döntsd el, hogy mely állítások igazak (I), melyek hamisak (H)! A válaszod betűjelét írd a négyzetbe!

(A) Két egynemű kifejezés csak együtthatóiban térhet el egymástól. _____ ☐

(B) Két egytagú kifejezésnek mindig ugyanaz az együtthatója. _____ ☐

(C) Ha két egytagú algebrai kifejezés csak az együtthatóiban tér el, akkor azok egyneműek. _____ ☐

(D) Ha két egynemű kifejezésnek egyenlő az együtthatója, akkor azok egyenlők. _____ ☐

(E) Ha két egytagú kifejezésnek egyenlő az együtthatója, akkor azok egyenlők. _____ ☐

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (38. lap 43. oldal)
Pantone485 U

4 Ebben a feladatban $a = 3$, $b = -1$. Pótold a hiányzó együtthatót, kitevőt vagy ismeretlent úgy, hogy igazak legyenek az egyenlőségek!

a) $2a\square = -6$; *b)* $\square ab^2 = -6$; *c)* $5a\square b = -15$; *d)* $\left(-\frac{1}{3}\right)a\square b = 3$.

5 Az alábbi kifejezések közül húzd alá azonos színnel az egymással egyneműeket!

$4l$; $8c^2$; $-5lc^2$; $9lc^2$; c; $-9lc$; $7c$; $-9c^2$; $-9lc$; $-4l^2$; $-2l$; $6c$.

Műveletek algebrai kifejezésekkel

Összeadás

A)

1 Végezd el a lehetséges összevonásokat!

a) $5a + 4b - 3a + ab =$ _____;

b) $-3x + 4x - 3y + z =$ _____;

c) $t - r - tr + t^2 =$ _____;

d) $uv + 5uv - 3uv + v =$ _____.

2 Végezd el a lehetséges összevonásokat!

a) $7b - 3b - 2c - 10bc + 6b - 2bc + 5 - 8 - 7bc - 4bc + 5bc =$ _____;

b) $-10m^2 + 2dm + 3d - d^2 + 4m^2 + 8d^2m + 6d^2m - 8m^2 + 9m^2 + 4d^2m + 6dm^2 + 7dm^2 =$ _____

_____

3 Vond össze az egynemű kifejezéseket, majd az $a = 5$; $b = 2$ értékeket behelyettesítve számítsd ki a művelet eredményét!

a) $2a + b - ab + 5b - a + ab - a =$ _____

b) $5ab - 5a + 5b + 3ab - 5b - 8ab =$ _____

c) $a - 2b + 4ab + 3a - 2b =$ _____

d) $5a^2b - 3ab^2 + a^2b + 2ab^2 - 5a^2b =$ _____

4 Igaz-e? Írj a négyzetbe I-t, ha igaz, H-t, ha hamis!

(A) Két egynemű kifejezés összege mindig összevonható az eredetiekkel egynemű kifejezéssé. _____ ☐

(B) Két egynemű kifejezés különbsége mindig összevonható az eredetiekkel egynemű kifejezéssé. _____ ☐

(C) Két egynemű kifejezés szorzata mindig összevonható az eredetiekkel egynemű kifejezéssé. _____ ☐

5 Két algebrai kifejezés összege $a + 2b$, különbsége $3a$. Mi a két algebrai kifejezés?

_____

_____

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (39. lap 44. oldal)
Pantone485 U

B)

1 Végezd el a lehetséges összevonásokat!

a) $-3z + 8zn + 4zn - 6n - 3z + 7n - 7zn - 10zn - 7zn + 9zn + 8zn + 9n$;

b) $8t - 2ts + 4ts - 3ts - 2s - 6ts - 3t + t + 5t + 9t + 8ts - 9ts$;

c) $3r + 4rg + 7 + 5rg + 2g + 2r + 7rg - rg - 6g + 5r - 10r + 5g$.

2 Végezd el az összevonásokat, majd a helyébe 2-t, b helyébe 0-t helyettesítve számítsd ki a művelet eredményét!

a) $a^2 + b + ab + 3a^2b - 5b + 3a^2 =$ _____;

b) $a^2 - b^2 + 2ab - 2a^2 - 5ab + 3b^2 =$ _____;

c) $6a - 3b + 2ab^2 + 3a - 6b - ab^2 =$ _____.

3 Pótold a hiányzó ismeretleneket!

a) $4\square^2 + xy^2 + y^2 - x^2 = 3x^2 + \square^2 + xy^2$;

b) $3x^2 - \square^2 + xy^2 - 3x^2y = 2x^2 + x\square^2 - 3x^2\square$;

c) $-5\square^2 + 3x - 4\square + 6y^2 = -\square + y^2$.

4 Pótold a hiányzó kitevőket!

a) $x^{\square}y^2 + 2xy + x^2y^2 = 2xy + 2x^2y^{\square}$;

b) $x^2y^{\square} - 2x^2y^2 - xy^2 = -xy^2 - x^2y^2$;

c) $3uv^{\square} - u^{\square}v + 5uv^{\square} + u^{\square}v = 8u^{\square}v$.

5 Felírtunk két algebrai kifejezést. Az összegük $3ab + a^2 + 4b^2$. A különbségük $3a^2 - ab$. Mi lehetett a két eredeti kifejezés?

Szorzás

A)

1 Végezd el a szorzásokat!

a) $3(a + b)$; *b)* $a(3 + b)$; *c)* $b(a + 3)$; *d)* $3ab(a + b)$;

e) $4a(u + x)$; *f)* $3(a + b + c)$; *g)* $x(r + 2s - 5t)$; *h)* $3y(4t - 3s - a)$.

2 Húzd alá azonos színnel az egyenlőket!

$a(2b + a)$; $b(2a + 2ab)$; $2ab + a^2$; $2ab + 2ab^2$;

$2b(a + ab)$; $2(ab + a^2)$; $2ab + 2a^2$; $b(2a + ab)$.

3 Először végezd el a zárójelen belül a lehetséges összevonásokat, majd a beszorzást!

a) $2ab(5a + 4b^2 - 4ab - 3a + 6b^2 + 3ab + a) =$ _____

b) $x^2y(2x + 2y - 4xy + x - 2y + 6xy) =$ _____

c) $(-u^2v)(2uv - 2v^2 + uv + u^2 + 4v^2 - 2v^2) =$ _____

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (40. lap 45. oldal)
Pantone485 U

B)

1 Az iskolai étkezdében a reggeli ára r, az ebédé d, az uzsonnáé z. A reggelire 5-en, az ebédre 14-en, az uzsonnára 12-en fizetnek elő. A következő hónapban n napon van étkeztetés.

a) Mennyi pénzt fizetnek a gyerekek egy napra az egyes étkezésekre?

b) Mennyi pénzt fizetnek a gyerekek összesen a következő hónapban az egyes étkezésekre?

c) Mennyi pénzt fizetnek a gyerekek a teljes hónapra összesen?

d) Mennyi pénzt fizet az a gyerek a teljes hónapra összesen, aki mindhárom étkezésre előfizet?

A reggeli ára 80 Ft, az ebéd ára 450 Ft, az uzsonnáé 60 Ft. A napok száma 18.

e) Számítsd ki, hogy mennyi pénzt fizetnek a gyerekek egy napra az egyes étkezésekre!

f) Számítsd ki, hogy mennyi pénzt fizetnek a gyerekek összesen a következő hónapban az egyes étkezésekre!

g) Számítsd ki, hogy mennyi pénzt fizetnek a gyerekek a teljes hónapra összesen!

h) Számítsd ki, hogy mennyi pénzt fizet a teljes hónapra összesen az, aki mindhárom étkezére előfizet!

5. Egyenletek, egyenlőtlenségek

A behelyettesítés (próbálgatás) módszere, a lebontogatás módszere

A)

1 Figyeld meg, milyen műveletet kell végrehajtani az egyenlet gyökének megkereséséhez, és ez alapján csoportosítsd az egyenleteket! Az egyenlet betűjelét írd a megfelelő helyre, majd keresd meg az egyenlet megoldását!

Az egyenlet megoldását megkapjuk, ha

az egyenletet megszorozzuk vagy elosztjuk ugyanazzal a nullától különböző számmal _____.

az egyenlet mindkét oldalához hozzáadjuk vagy kivonjuk belőlük ugyanazt a számot _____.

legalább két lépést hajtunk végre a megoldás során _____.

a) $7b = -35$ _____; *b)* $-6c = 126$ _____; *c)* $e + 6{,}5 = 14$ _____;

d) $g + \frac{7}{8} = 1$ _____; *e)* $\frac{1}{20} + h = 3{,}5$ _____; *f)* $24 - j = 13$ _____;

g) $k - 19{,}9 = 11$ _____; *h)* $m : 8 = 7$ _____; *i)* $420 : p = 7$ _____.

2 Oldd meg az egyenleteket! Az alaphalmaz a racionális számok halmaza.

a) $2a = 82$; *b)* $55 = -11d$; *c)* $(-5) : q = \left(-\frac{1}{4}\right)$; *d)* $i - 5{,}2 = 0{,}8$;

e) $\frac{4}{5} - l = \frac{11}{5}$; *f)* $n : (-3) = 10{,}5$; *g)* $57 + f = 9$.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (41. lap 46. oldal)
Pantone485 U

3 Az egyenletek megoldásai – egy kivételével – az $A = \{4;\ 0;\ -1;\ 1;\ 9\}$ halmaz elemei. Párosítsd az egyenleteket a halmaz megfelelő elemével! Alkalmazhatod a **behelyettesítés** módszerét is.

a) $2x - 3 = 15$; *b)* $3 \cdot (5 - x) - 7 = 5$; *c)* $x + 1 + 2x + 2 + 3x + 3 = 4x + 4 + 5x + 5 + 6x + 6$;

d) $\frac{1}{3}x + \frac{4}{5} = \frac{5}{4} - \frac{4}{3}x$; *e)* $5 \cdot (4 - 3x) + 2 = 22$; *f)* $(x - 8) : 2 = \frac{x}{4}$.

a) _____ *b)* _____ *c)* _____ *d)* _____ *e)* _____ *f)* _____

4 Írj fel egyenletet a szöveg alapján! Oldd meg az egyenleteket a **lebontogatás** módszerével!

Gondoltam egy számra. A nála 2-vel kisebb szám negyedéhez 13-at adva 18-at kaptam. Melyik számra gondoltam?

Jelöljük a gondolt számot: _____ A felírt egyenlet: _____

Az egyenlet megoldása: _____

_____

B)

1 Oldd meg az egyenleteket a **lebontogatás** módszerével! Alaphalmaz a racionális számok halmaza. Végezz ellenőrzést is! Írd fel egy műveletsorral az egyenlet gyökének kiszámítását!

Például: $2 \cdot \left(\frac{x-1}{3} + 5\right) - 7 = 9 \quad \Rightarrow \quad x = \left(\frac{9+7}{2} - 5\right) \cdot 3 + 1 = 10.$

a) $3 \cdot (2x + 5) - 7 = 44$ _____;

b) $(3x - 8) : 11 + 10 = 12$ _____;

c) $\frac{x+8}{7} + 4 = 11$ _____.

2 Gondoltam egy számra. A 6-szorosánál 5-tel nagyobb szám fele 35,5. Melyik számra gondoltam?

3 Gondoltam egy számra. A $\frac{2}{3}$ részénél 12-vel nagyobb szám fele 20. Melyik számra gondoltam?

A mérlegelv

Egyenletek

A)

1 Válaszd ki, melyik az együttható a $-4x + 7$ algebrai kifejezésben!

(A) 4; (B) -4; (C) 7; (D) $-4x$.

2 Válaszd ki, melyik tagot nevezzük konstansnak a $\frac{3}{8}x - 15$ algebrai kifejezésben!

(A) 8; (B) -15; (C) 3; (D) $\frac{3}{8}$.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (42. lap 47. oldal)
Pantone485 U

3 Végezd el a zárójelfelbontásokat, és a lehetséges összevonásokat!

a) $3x - (x + 4) + 5x + 1 =$ _____;

b) $25 - (16 + 3x) + (5x - 4) + 8 =$ _____;

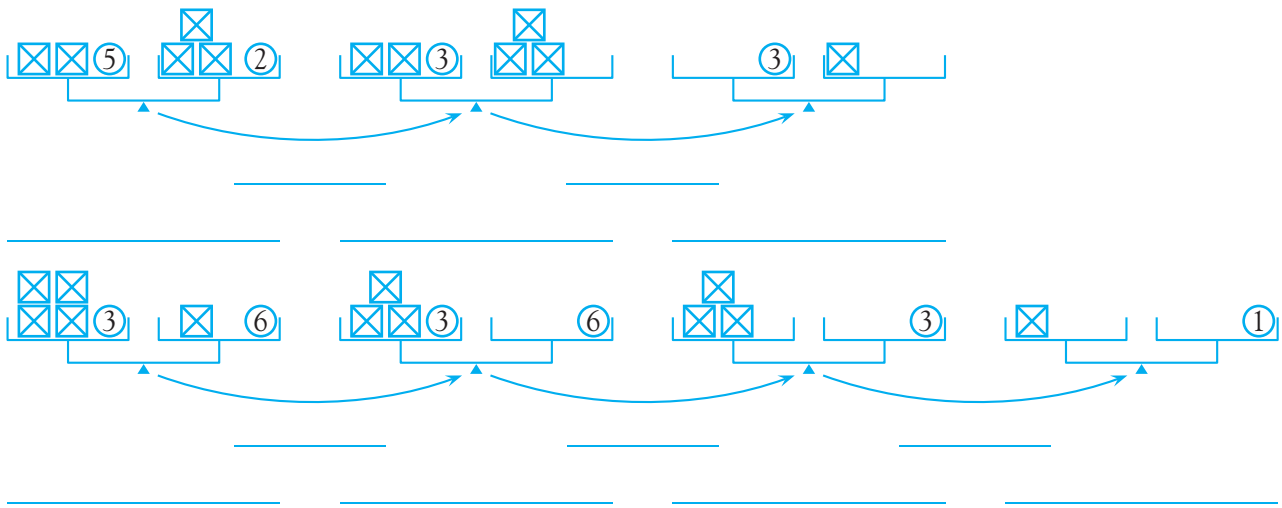
c) $7x + (x - 2) - 3x + 11 =$ _____;

d) $2 \cdot (x - 6) + 2x + 5 =$ _____;

e) $5 \cdot (4 - 3x) - (x + 2) + 1 =$ _____;

f) $13{,}5 - 2 \cdot (4{,}5x + 3) - 13{,}5 =$ _____.

4 Az ábrákon látható mérlegek rajzai alá írd fel a megfelelő egyenleteket! Az egy sorban levő ábrák az első egyenlet egy lehetséges megoldásmenetét szemléltetik. Írd fel a két oldal változtatásait a nyilak alatti vonalra!



5 Igazak-e vagy hamisak az alábbi állítások?

a) Ha az egyenletben a bal oldalon egy ismeretlen és egy szám összege áll, a jobb oldalon egy szám van, akkor az egyenlet megoldását megkapjuk, ha a bal oldalból kivonjuk az ott álló számot. _____ ☐

b) Az $x + 11 = -3$ egyenlet megoldását megkapjuk, ha a bal oldalból kivonunk 11-et. _____ ☐

c) Az $x + 11 = -3$ egyenlet megoldását megkapjuk, ha az egyenlet mindkét oldalából 11-et kivonunk. ☐

6 Mi kerül a kihagyott helyre? Az egyenlet bal oldalán _____ állhat.

(A) csak ismeretlen; (B) algebrai kifejezés; (C) csak szám.

7 A bal oldali egyenletekből úgy kaptuk a megfelelő jobb oldali egyenlet valamelyikét, hogy mind a két oldalt ugyanúgy változtattuk. Kösd össze a megfelelőket, írd rá az összekötő szakaszra a változtatást!

(A) $2x + 8 = 7x - 2$;

(B) $3 \cdot (x - 5) + 11 = 9 - 4x$;

(C) $\frac{x - 1}{3} + 2 = 10x$;

(D) $2 - \frac{7 - x}{5} = 4x - 5$;

(E) $6 - 4{,}5x = 1{,}5x + 3$;

I. $x - 1 + 6 = 30x$;

II. $8 = 5x - 2$;

III. $10 - 7 + x = 20x - 25$;

IV. $3 \cdot (x - 5) = -2 - 4x$

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (43. lap 48. oldal)
Pantone485 U

8 Írd a ferde vonalak után, hogyan változtattuk az egyenlet két oldalát a **mérlegelv** szerint! A zárójelfelbontást jelöld *zf*-fel, az összevonást *öv*-vel!

a) $2 \cdot (x - 1) + 3 = 5x - 11$ /
$2x - 2 + 3 = 5x - 11$ /
$2x + 1 = 5x - 11$ /
$1 = 3x - 11$ /
$12 = 3x$ /
$4 = x$

b) $4x + 10{,}4 = 2x - 3 \cdot (x - 2{,}4) + 44$ /
$4x + 10{,}4 = 2x - 3x + 7{,}2 + 44$ /
$4x + 10{,}4 = -x + 51{,}2$ /
$5x + 10{,}4 = 51{,}2$ /
$5x = 40{,}8$ /
$x = 8{,}16$

c) $x - 1 = \frac{x + 3}{2} + 1$ /
$2x - 2 = x + 3 + 2$ /
$2x - 2 = x + 5$ /
$x - 2 = 5$ /
$x = 7$

B)

1 Oldd meg az egyenleteket a mérlegelv segítségével! Alaphalmaz a racionális számok halmaza. Végezz ellenőrzést is!

a) $10x - 26 = 44$;

b) $11x + 28 = -5$;

c) $47 - 6x = -13$;

d) $3x - 13 = 2x$;

e) $7x + 9 = 25x$;

f) $x + 5 = 4x - 4$;

g) $8 - 2x = 3x + 12$;

h) $5x + 0{,}75 = 0{,}25 - 5x$.

2 Oldd meg az egyenleteket a mérlegelv segítségével! Alaphalmaz az egész számok halmaza. Végezz ellenőrzést is!

a) $\frac{5}{8}x - 3 = 12$;

b) $\frac{1}{3}x - \frac{7}{12}x = 5$;

c) $\frac{x - 5}{4} = 1{,}25$;

d) $\frac{2}{3}x - \frac{x}{4} - \frac{1}{6} = x - \frac{2}{3}$;

e) $x \cdot 0{,}25 - 2{,}5 = 10$;

f) $x + \frac{3}{4}x = \frac{21}{8}$.

3 Oldd meg az egyenleteket a mérlegelv segítségével!

a) $\frac{x - 1}{2} + \frac{x + 1}{5} = 2x$;

b) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} + 4 = 4 - x$;

c) $\frac{2 + 3x}{x - 1} = \frac{3 + 2x}{x - 1}$.

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (44. lap 49. oldal)
Pantone485 U

Egyenlőtlenségek

A)

1 Ha az egyenlőtlenséget a mérlegelvvel oldjuk meg, figyelnünk kell arra, hogy mely átalakítások nem változtatják meg a relációs jel állását. Húzd alá, melyek igazak az alábbi állítások közül!

Nem változik meg a relációs jel állása, ha

– mindkét oldalt ugyanazzal a számmal szorozzuk;

– mindkét oldalhoz ugyanazt a pozitív számot adjuk;

– mindkét oldalból ugyanazt a pozitív számot elvesszük;

– mindkét oldalt ugyanazzal a pozitív számmal szorozzuk;

– mindkét oldalt ugyanazzal a negatív számmal osztjuk;

– mindkét oldalnak az ellentettjét vesszük;

– mindkét oldalt ugyanannyival csökkentjük.

2 Az egyenlőtlenség mindkét oldalát változtattuk a megadott módon. Tedd ki a hiányzó relációs jeleket a hiányzó helyekre!

a) $2x + 7 < 5 - 3x \quad / + 3x$

$5x + 7 ____ 5;$

b) $2x + 7 < 5 - 3x \quad / - 5$

$2x + 2 ____ -3x;$

c) $2x + 7 < 5 - 3x \quad / \cdot (-1)$

$-2x - 7 ____ -5 + 3x;$

d) $2x + 7 < 5 - 3x \quad / : 2$

$x + 3{,}5 ____ 2{,}5 - 1{,}5x;$

e) $2x + 7 < 5 - 3x \quad / : (-2)$

$-x - 3{,}5 ____ -2{,}5 + 1{,}5x;$

f) $2x + 7 < 5 - 3x \quad / - 2x$

$7 ____ 5 - 5x.$

3 Oldd meg az egyenlőtlenségeket a mérlegelv segítségével! Alaphalmaz a racionális számok halmaza. Ellenőrzést azzal a legnagyobb, illetve a legkisebb egész számmal végezz, amely megoldása az egyenlőtlenségnek!

a) $10x - 26 > 44;$

b) $47 - 6x \leq -13;$

c) $7x + 9 < 25x;$

d) $8 - 2x < 3x + 12;$

e) $11x + 28 < -5;$

f) $3x - 13 \geq 2x;$

B)

1 Oldd meg az egyenlőtlenségeket a mérlegelv segítségével! Alaphalmaz a tanult számok halmaza. Ábrázold számegyenesen a megoldáshalmazt!

a) $\frac{5 - 2x}{10} - 3x + 1 < x - 5;$

b) $\frac{7}{8} - \frac{8x}{20} > \frac{4x - 1}{2};$

c) $\frac{x - 3}{4} + \frac{x - 3}{8} \geq 2 \cdot (x - 3).$

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (45. lap 50. oldal)
Pantone485 U

Szöveges feladatok I.

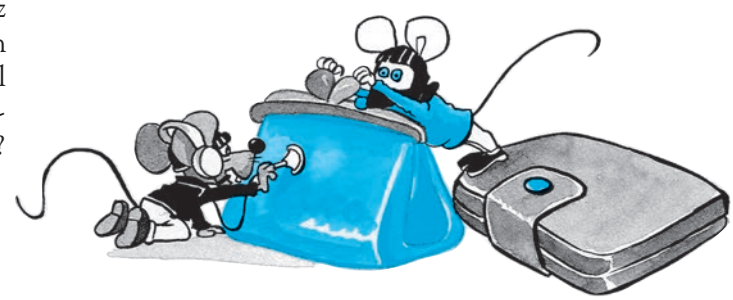
A)

Fordítsd le a szöveges feladatokat a matematika nyelvére, azaz írj a szövegnek megfelelő egyenletet, egyenlőtlenséget! Mindig írd fel, hogy mit jelölsz ismeretlennel! A megoldást a szövegbe kell visszahelyettesíteni, így végezz ellenőrzést!

1 Három szomszédos páros szám összege 6012. Ellenőrizd, hogy helyesen írtuk-e fel egyenlettel a feladat feltételeit! Karikázd be a helyes válasz betűjelét! Mit jelölhettünk ismeretlennel a helyes egyenleteknél? Melyik a keresett három szám?

(A) $a + a + 2 + a + 4 = 6012$; (B) $b - 2 + b + b + 2 = 6012$; (C) $c - 4 + c - 2 + c = 6012$.

2 Apa pénztárcájában 1560 Ft-tal több pénz van, mint anyáéban. Összesen 19 060 Ft van náluk. Ellenőrizd, hogy helyesen írtuk-e fel egyenlettel a feladat feltételeit! Mit jelölhettünk ismeretlennel a helyes egyenleteknél? Kinél mennyi pénz van?



(A) $19\,060 - 1560 = 2a$;

(B) $b + b + 1560 = 19\,060$;

(C) $c - 1560 + c = 19\,060$.

3 Egy háromszög egyik oldala 7 cm-rel hosszabb, a másik oldala 15 cm-rel rövidebb, mint a harmadik oldal. A háromszög kerülete 88 cm. Melyik egyenlettel írtuk fel a feladat feltételeit? Mit jelölhettünk ismeretlennel a helyes egyenleteknél? Mekkorák a háromszög oldalai?

(A) $88 + 7 - 15 = 3a$; (B) $b + b - 15 + b + 7 = 88$; (C) $c + c + 15 + c + 22 = 88$.

4 Írj szöveget az $x + (x + 250) + (x - 400) = 5394$ egyenlethez!

A szöveges feladatod alapján válassz más ismeretlent, írj fel így másik egyenletet.

Oldd meg mindkét egyenletet!

B)

1 Gondoltam egy számot. A hatodánál 12-vel kisebb szám nagyobb 4-nél. Melyik egyenlőtlenség lehet megfelelő „fordítás” a matematika nyelvére? Oldd meg a helyes egyenlőtlenséget!

(A) $\frac{a - 12}{6} > 4$; (B) $\frac{b}{6} - 12 > 4$; (C) $\frac{c}{6} < 4 + 12$.

2 Ha egy szám $\frac{2}{3}$ részét elvesszük 700-ból, akkor a szám felénél nagyobb számot kapunk. Mely számokra igaz az állítás? Melyik egyenlőtlenséggel írtuk fel a feladat feltételeit? Oldd meg a helyes egyenlőtlenséget!

(A) $700 - \frac{2}{3} > \frac{a}{2}$; (B) $\frac{2}{3}b - 700 > \frac{b}{2}$; (C) $700 - \frac{2}{3}c > \frac{c}{2}$.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (46. lap 51. oldal)
Pantone485 U

Szöveges feladatok II.

A)

1 Két szám hányadosa $\frac{4}{3}$. Ha az összegükből elveszünk 25-öt, akkor 66-ot kapunk. Melyik ez a két szám?

2 Két szám hányadosa $\frac{4}{3}$. Ha a nagyobbik és a kisebbik szám különbségéből elveszünk 25-öt, akkor 66-ot kapunk. Melyik ez a két szám?

3 Két pozitív szám hányadosa $\frac{4}{3}$. Ha a két szám szorzatából elveszünk 25-öt, akkor 1175-öt kapunk. Melyik ez a két szám?

4 Anya és apa egyszerre tartja születésnapját. Apa 7 évvel idősebb anyánál. Életkoruk összege 87 év. Hány évesek külön-külön?



5 Egy családban az anya, az apa és a fiuk egyszerre tartja születésnapját. Apa 7 évvel idősebb anyánál, anya 22 évvel idősebb a fiánál. Életkoruk összege 87 év. Hány évesek külön-külön?

6 Egy családban anya, apa, a fiuk és a lányuk egyszerre tartják születésnapjukat. Apa 7 évvel idősebb anyánál. Anya 22 évvel idősebb a fiánál. A fiú 5 évvel idősebb húgánál. Életkoruk összege 82 év. Hány évesek külön-külön?

B)

1 Egy egyenlő szárú háromszög szárai 2,5-szer akkorák, mint az alapja. Mekkorák lehetnek a háromszög oldalai, ha a kerülete 90 cm-nél kevesebb? Lehet-e mindhárom oldal hossza cm-ben mérve egész szám?

2 Egy derékszögű háromszögben a hegyesszögek különbsége 10°. Mekkora a legnagyobb külső szöge a háromszögnek?

3 Ki lehet-e fizetni 10 Ft-os és 50 Ft-os érmékkel 580 Ft-ot, ha az érmék száma pontosan 30 lehet?

4 Petinek feleannyi fiútestvére van, mint lánytestvére. Összesen 7 gyerek van a családban. Mennyivel több vagy kevesebb a családban a lányok száma a fiúkéhoz képest?

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (47. lap 52. oldal)
Pantone485 U

6. Arányosság, százalékszámítás

Az arány fogalma

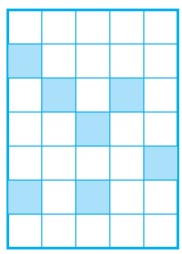
A)

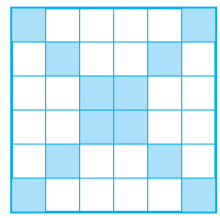
☺ **1** Mit jelent a 2 : 5 arány? Húzd alá, amelyik igaz!

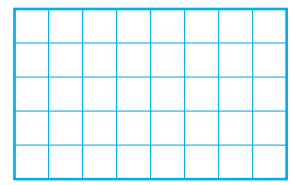
(A) Azt a számot jelenti, amely megmutatja, hogy a 2 hányadrésze az 5-nek.
(B) Azt a számot jelenti, amely megmutatja, hogy a 5 hányadrésze a 2-nek.
(C) Azt a számot, amely megadja, hogy 5 hányszorosa a 2-nek.
(D) Azt a számot, amely megadja, hogy 2 hányszorosa az 5-nek.

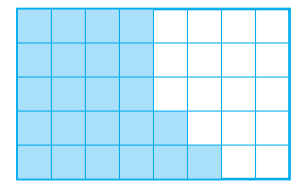
☺ **2** Írd fel, melyik arány fejezi ki azt, hogy a 11 hányszorosa a 17-nek! _____

☺ **3** Írd fel az ábrán látható színezett és színezetlen területek arányát!

a) 

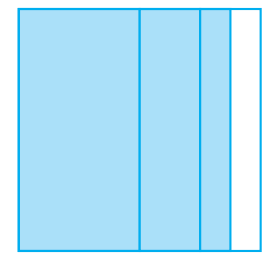
b) 

c) 

d) 

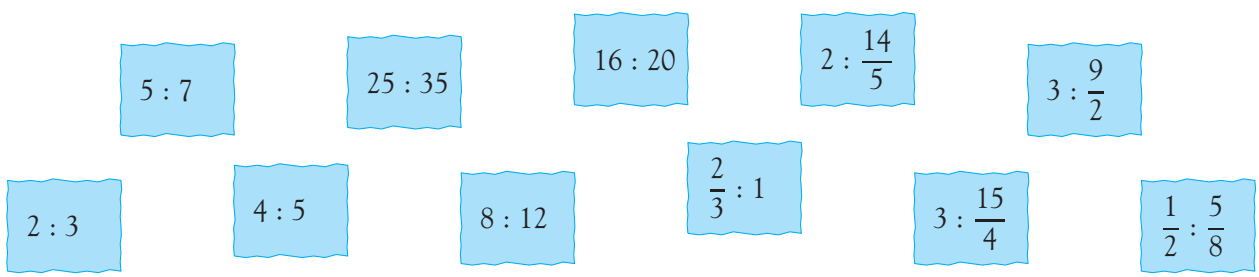
☺ **4** Egy 4 cm oldalú négyzet területét egyik oldalával párhuzamosan két egyenlő területű részre osztottuk, majd az egyik felét beszíneztük pirossal. A nem színezett részt megint az előző módon félbevágtuk, és az egyik felét beszíneztük.

Ezt az eljárást összesen háromszor végeztük el. Mekkora a színezett és nem színezett részek területének aránya?



B)

☺ **1** Kösd össze azokat az arányokat, amelyek egyenlők!



☺ **2** Határozd meg a következő számok arányát, és írd két egész szám felhasználásával a lehető legegyszerűbb alakba!

a) 35 és 56 _____; *b)* 21 és 14 _____; *c)* 10 és 0,02 _____;

d) 0,375 és 1,2 _____; *e)* $\frac{5}{8}$ és $\frac{2}{3}$ _____.

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (48. lap 53. oldal)
Pantone485 U

3 Írd fel egész számokkal a megadott arányokat!

a) $\frac{8}{21} : \frac{17}{21}$ _____; *b)* $\frac{7}{15} : \frac{4}{45}$ _____; *c)* $\frac{3}{4} : \frac{3}{7}$ _____;

d) $\frac{8}{9} : \frac{9}{8}$ _____; *e)* $\frac{8}{9} : \frac{8}{9}$ _____; *f)* $1\frac{2}{3} : 3\frac{1}{2}$ _____.

4 Mely számokat kell írni az x, illetve az y helyére, hogy az x és y aránya 5 : 12 legyen?

Töltsd ki a táblázatot!

x	15		7,5		$\frac{10}{3}$	$1\frac{1}{4}$
y		72		4		

Arányos osztás

A)

1 Felosztottuk a megadott számokat adott arányban. Az eredményeket a jobb oldali oszlopban találod összekeverve. Kösd össze egymással az összetartozókat!

72-t 3 : 5 arányban.	A két szám a 90 és a 105.
168-at 7 : 1 arányban.	A két szám az 56 és a 72.
195-öt 6 : 7 arányban.	A két szám a 27 és a 45.
128-at 7 : 9 arányban.	A két szám a 147 és a 21.

2 Két testvér életkorának összege 26 év, életkoruk aránya 6 : 7. Mennyi idős a fiatalabb testvér?



3 Dóri és Panka két különböző koncertre megy. Édesanyjuk vásárolta meg a jegyeket, amelyekért 1875 Ft-ot fizetett. A két jegy árának az aránya 12 : 13. Mennyibe kerültek a koncertjegyek?

4 Melyik az a két szám, amelyek aránya 3 : 7, összege 140?

5 Határozd meg azt a két számot, amelyek aránya 3 : 4, és a különbségük 12!

6 Melyik az a két szám, amelyek aránya 7 : 13, és a különbségük 42?

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (49. lap 54. oldal)
Pantone485 U

7 Melyik az a két szám, amelyeknek az aránya 7 : 13, és a különbségük −78?

8 Két szám közül a kisebbik 65, a két szám aránya 5 : 11. Mekkora a nagyobb szám?

B)

1 Egy háromszög kerülete 45 cm, oldalainak aránya 4 : 5 : 6. Mekkorák a háromszög oldalai?

2 Egy zöldségárusnál a sárgarépa, a fehérrépa és a burgonya kg-onkénti árának az aránya 1 : 3 : 2. A burgonya kg-ja 254 Ft-ba kerül. Mennyibe kerül a sárgarépa és a fehérrépa kg-onként?

3 Egy háromszög hosszabb oldala 12 cm, az oldalak aránya 2 : 3 : 6. Milyen háromszögről lehet szó?

4 Egy háromszög legnagyobb szögének és hozzá tartozó külső szögének aránya 5 : 7. Mekkorák a háromszög szögei, ha a legkisebb szög a legnagyobb szög $\frac{3}{5}$ része?

5 Egy osztályban 26-an tanulnak. Mennyi lehet a fiúk és lányok aránya, ha tudjuk, hogy vannak fiúk is az osztályban, de a lányok vannak többen?

Arányossági következtetések

A)

1 Válaszd ki, mi kerüljön a kihagyott helyre, hogy igaz legyen az állítás, és a válaszod betűjelét írd be oda!

Két mennyiség egyenesen arányos, _____.

(A) ha a két mennyiség összetartozó értékeinek hányadosa állandó, kivéve a 0; 0 számpárt.

(B) ha a két mennyiség összetartozó értékeinek szorzata állandó.

2 Válaszd ki, mi kerüljön a kihagyott részre, hogy igaz legyen az állítás, és a válaszod betűjelét írd be oda!

a) Ha két mennyiség egyenesen arányos, és az egyik mennyiséget felére változtatjuk, akkor a másik mennyiség _____

(A) felére változik; (B) kétszeresére nő; (C) állandó marad.

b) Ha két mennyiség fordítottan arányos, és az egyik mennyiséget háromnegyedszeresére változtatjuk, akkor a másik mennyiség _____

(A) háromnegyedszeresére változik; (B) állandó marad; (C) négyharmadszorosára változik.

3 Egy autó egyenes úton egyenletes sebességgel fél óra alatt 42 km utat tesz meg. Melyik összefüggés írja le az autó által megtett utat az idő függvényében? Karikázd be a válaszod betűjelét! (Az utat s-sel, az időt t-vel jelöltük.)

(A) $s = 84\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t$; (B) $s = \frac{84\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}{t}$; (C) $s = \frac{t}{84\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}$.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (50. lap 55. oldal)
Pantone485 U

4 Döntsd el az alábbi állításokról, hogy igazak-e (I) vagy hamisak (H)! A válaszod betűjelét írd be a négyzetbe!

(A) A megvásárolt kiflik száma és a kiflikért fizetett összeg között egyenes arányosság van. _____ ☐

(B) Az ember életkora és testsúlya között fordított arányosság van. _____ ☐

(C) Az ember életkora és testsúlya között egyenes arányosság van. _____ ☐

(D) Ha két változó mennyiség (szám) szorzata állandó, akkor a két mennyiség (szám) között fordított arányosság áll fenn. _____ ☐

(E) Ha minden nemnegatív számhoz hozzárendeljük a reciprokát, akkor ez a hozzárendelés fordított arányosság. _____ ☐

(F) Ha minden negatív számhoz hozzárendeljük az ellentettjét, akkor ez a hozzárendelés fordított arányosság. _____ ☐

(G) A fordított arányosság grafikonja koordináta-rendszerben egy speciális görbe vagy a görbére illeszkedő pontok halmaza. A görbe neve: parabola. _____ ☐

5 Egyenes arányosságot ábrázoltunk koordináta-rendszerben. Milyen grafikont kaphattunk? Karikázd be a válaszod betűjelét!

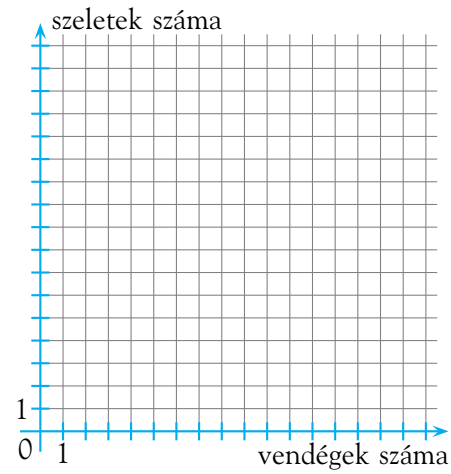
(A) Egyenest. (B) Hiperbolát. (C) Origón áthaladó egyenest.

6 Fordított arányosságot ábrázoltunk koordináta-rendszerben. Milyen grafikont kaphattunk? Karikázd be a válaszod betűjelét!

(A) Egyenest. (B) Hiperbolát. (C) Origón áthaladó egyenest.

B)

1 Családi születésnapi összejövetel szervezésekor azon gondolkodunk, hány szeletes tortát rendeljünk. Végül egy 16 szeletes torta mellett döntünk. Hány szelet jut egy-egy vendégnek, ha mindenkire ugyanannyi, egész szeletet számolunk? Ábrázold koordináta-rendszerben a megoldást!



2 Húzzunk egy konvex deltoid átlóival párhuzamos egyeneseket a csúcsokon át. Milyen négyszöget határoznak meg az egyenesek? Ha a kapott négyszög területe 20 cm^2, milyen hosszúak lehetnek a deltoid átlói? Adj meg több megoldást is!

3 Egy autó átlagosan 90 km-t tesz meg óránként.

a) Mennyi idő alatt jut el 500 km távolságra lévő célpontjához?

b) Mennyi utat tett meg 80 perc alatt?

4 Egy természetvédelmi tábor zárásakor minden résztvevő egy tábla csokoládét kap a táborban végzett munkájáért. A tábor közelében lévő élelmiszerboltban akció keretében tejcsokit árulnak. A „kettőt fizet, hármat kap” akcióban 3 db tejcsokit kapunk 396 Ft-ért. Mennyit kell fizetni a csokoládéért, ha a lehető leggazdaságosabban szeretnénk vásárolni, és a táborban 73 diák van?



MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (51. lap 56. oldal)
Pantone485 U

5 Egy országos matematikafelmérést minden 7. osztályos tanulóval megíratnak. Véletlenszerűen kiválasztanak 1800 dolgozatot, hogy az eredményeket feldolgozzák. A felmérés értékeléséhez szakértőket kérnek fel. Egy felmérő kijavítása átlagosan 25 percig tart.

a) Mennyi idő alatt végeznek a munkával, ha 45 szakértőt kérnek fel?

b) Hány javító szakemberre van szükség, ha 12 óra alatt el kell végezni a munkát?

6 Mely hozzárendelések fordított arányosságok? Karikázd be a válaszod betűjelét!

(A) A 100 cm^2 területű téglalapok a és b oldala közötti összefüggés.

(B) Egy pozitív számhoz az ellentettjét rendeljük hozzá.

(C) Az $\frac{1}{4} = x \cdot y$ képlettel megadott összefüggés.

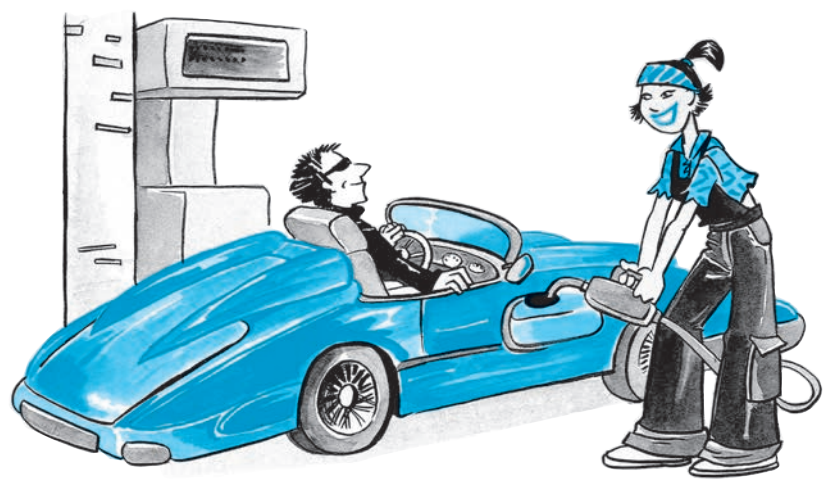
Többszörös arányosságok

A)

1 3 kg meggyért ugyanannyit kell fizetnünk, mint 5 kg cseresznyéért. A meggy ára kg-onként 335 Ft. Mennyibe kerül 1 kg cseresznye?

2 Mennyit kell fizetnünk a zöldségesnél, ha befőzéshez 5 kg meggyet és 8 kg cseresznyét vásárolunk?

3 Egy autósztráda melletti benzinkútnál 41,25 litert tankoltunk. Itt 295 Ft-ba kerül 1 liter benzin. Mennyi benzint vásárolhattunk volna ennyi pénzért a diszkont kútnál, ha ott 275 Ft-ba kerül 1 liter benzin?



4 Az iskolában március hónapban 21 napra 5922 Ft-ot fizettünk az ebédért. Hány forintot kell fizetnünk áprilisban, ha 17 napra kérünk ebédet?

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (52. lap 57. oldal)
Pantone485 U

B)



1 Egy kerámiákat készítő cég kézi festésű tálakra kapott megrendelést. 1 munkanap (8 óra) alatt 120 db-ot 5 nő készít el.

a) Hány nap alatt készítenek el 810 db-ot? _____

b) 3 nő 12 óra alatt hány db tálkát fest meg? _____

c) Megrendelés érkezett 6750 db-ra. Hány nap alatt készítené el 6 nő ezt a mennyiséget? _____

2 Egy csokoládégyárban 5 gép 20 perc alatt 300 db csokit csomagol be.

a) 2 gép 2,5 óra alatt hány db csokoládét csomagol be? _____

b) 3 gép hány óra alatt csomagol be 4320 db csokoládét? _____

c) Hány gép működik, ha félóra alatt 360 db csokoládét csomagol be? _____

Százalékszámítás

A)

1 520 méter 35%-a 182 méter. Írd a kihagyott helyre, melyiknek mi az elnevezése!

százalékalap: _____ százalékérték: _____ százalékláb: _____

2 K forint p százaléka M forint. Példánkban a

százalékalap: _____ százalékérték: _____ százalékláb: _____

3 Kösd össze az egymással egyenlőket!

400-nak a 40%-a	2	150-nek az 50%-a
50-nek a 150%-a	40	20-nak a 60%-a
60-nak a 20%-a	12	2-nek a 100%-a
40-nek a 400%-a	160	100-nak a 2%-a
	75	

4 Igaz-e, hogy 500-nak a 80%-a egyenlő 80-nak az 500%-ával? _____

5 Igaz-e, hogy x Ft-nak a p%-a egyenlő p Ft-nak az x%-ával? Indokolj! _____

B)

1 Kösd össze az egymással egyenlőket! Melyik az a szám, amelynek

60%-a 75? | 75%-a 60? | 4%-a 0,4? | 120%-a 720? | 250%-a 100?

10 | 40 | 125 | 600 | 80 | 70

2 Húzd alá a helyes számításokat! 1200-nak a 45%-a:

$45 \cdot 1200$; $\frac{1200}{100} \cdot 45$; $\frac{1200}{45} \cdot 100$; $1200 \cdot 0{,}45$; $\frac{1200}{0{,}45}$.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (53. lap 58. oldal)
Pantone485 U

3 Húzd alá a helyes számításokat! x-nek a p%-a:

$\frac{x}{100p}$; $\frac{x}{100} \cdot p$; $\frac{x}{p} \cdot 100$; $x \cdot \frac{p}{100}$; $\frac{p}{x} \cdot 100$; $\frac{100p}{x}$.

4 Iskolánk alsó tagozatára 192 tanuló jár. Ez az iskola tanulóinak 40%-a. Hány felsős tanuló jár iskolánkba?

Hány százalék?

A)

1 Hányadrésze:

a) 12 a 60-nak? _____; *b)* 48 a 60-nak? _____; *c)* 3 a 60-nak? _____;

d) 60 a 24-nek? _____; *e)* 60 a 36-nak? _____; *f)* 60 a 6-nak?? _____.

2 Hány százaléka

a) 24 a 60-nak? ____; *b)* 36 a 60-nak? ____; *c)* 6 a 60-nak? ____; *d)* 4 a 60-nak? ____;

e) 60 a 12-nek? ____; *f)* 60 a 48-nak? ____; *g)* 60 a 3-nak? ____.

3 Hány százaléka

a) 12 a 80-nak? _____; *b)* 150-nek a 112,5? _____; *c)* 54 a 4500-nak? _____;

d) 0,75 a 9-nek? _____; *e)* 0,4-nek a 6? _____; *f)* 2 m az 50 cm-nek? _____;

g) 3 liternek a 6 dl? _____; *h)* 1500 m az 5 km-nek? _____.

B)

1 Egy téglalap két oldala 20 cm és 25 cm. A rövidebb oldalát 15%-kal növeltük, a hosszabb oldalát 20%-kal csökkentettük. Hány százalékkal változott a területe? _____

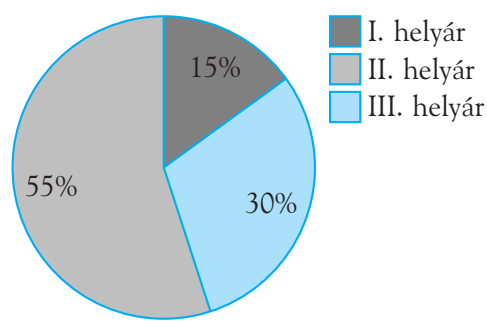
2 Egy négyzet oldala 1,5 dm. Hány százalékkal növeltük a négyzet oldalait, ha kerülete 9,6 dm-re változott?

3 Hány százalékos az oldat, ha 300 g oldatban 60 g só van? _____

4 500 gramm vízbe 80 gramm sót teszünk. Hány százalékos lesz a keletkezett sóoldat? _____

5 Egy nemzetközi bajnoki labdarúgó-mérkőzésen háromféle jegyet lehet vásárolni. Az I. hely 150 euróba, a II. hely 100 euróba, a III. hely 80 euróba kerül. Mennyi a bevétele a mérkőzés szervezőinek, ha a meccset telt ház előtt játsszák, és a jegyárak megoszlását a diagram mutatja?

Számold át forintba a bevételt, ha az euró árfolyama: 1 euró kb. 285 Ft!





MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (54. lap 59. oldal)
Pantone485 U

Összetett feladatok a százalékszámítással kapcsolatban

A)

1 Városunkban a buszjegy ára 125 Ft. A közlekedési vállalat 12%-os áremelést vezetett be, de ha 10 darabos jegyköteget veszünk, akkor 10%-kal kedvezőbben vehetjük meg. Mennyit kell az áremelés után fizetni egy 10 darabos gyűjtőjegyért?

2 Háromnapos kenutúrán az első napon 11,5 km tettünk meg. Hány százalék maradt hátra a következő két napra, ha a tervezett távolság 50 km?

3 1 500 000 Ft-ot kötöttünk le a bankban évi 5,6% kamatra.

a) Mennyi pénzünk lesz a bankban egy év múlva?

b) A bank a második évben már hozzáírja a kamatot a bent lévő pénzhez, és ennek a kamatát fizeti. Mennyi pénzünk lesz a második év elteltével?

c) Hány forintot kaphatunk vissza 3 év múlva?

4 1 500 000 Ft-ot kötöttünk le a bankban. Az első évben a kamat 5%, majd minden következő évben – három éven keresztül – fél százalékkal magasabb. Hány forintot kaphatunk vissza négy év múlva?

B)

1 Egy téglalap egyik párhuzamos oldalát 20%-kal megnöveltük. Hány százalékkal kell csökkenteni a másik párhuzamos oldalpár hosszát, hogy a téglalap területe ne változzon?

2 Két szám összege 400, az egyik szám a másik számnak 20%-a. Melyik ez a két szám?

3 Két szám összege 400. Az egyik szám 150%-a megegyezik a másik szám 50%-ával. Melyik ez a két szám?

4 Egy kereskedő 150 kg banánt vett 39 000 forintért. A banánt szétválogatta, és egyik részét 15%-os haszonnal, a másik részét 5%-os veszteséggel adta el, így nyeresége 3250 Ft volt. Hány kg banánt adott el nyereséggel?

5 Két rekeszben összesen 90 kg körte van. Mennyi körte van az egyes rekeszekben, ha az első rekesz körtéinek 25%-a a második rekesz körtéinek 20%-ával egyenlő?

6 A tengervíz 5% sót tartalmaz oldott állapotban. Mennyi édesvizet kell 50 liter tengervízhez hozzákeverni, hogy a keverék 2%-a só legyen?

7. Hozzárendelések, függvények, sorozatok

Halmazok

A)

1 Karikázd be, melyik esetben adtuk meg helyesen a halmazokat!

(A) $A = \{$a hárommal osztható legfeljebb kétjegyű pozitív egész számok halmaza$\}$;

(B) $B = \{$a legfeljebb 2 abszolút értékű számok$\}$;

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (55. lap 60. oldal)
Pantone485 U

(C) C = {a trapézok}; (D) D = {a négyszögek}; (E) E = {nagy számok}.

☺ **2** Milyen módon adhatunk meg halmazokat?

a) _____

b) _____

c) _____

B)

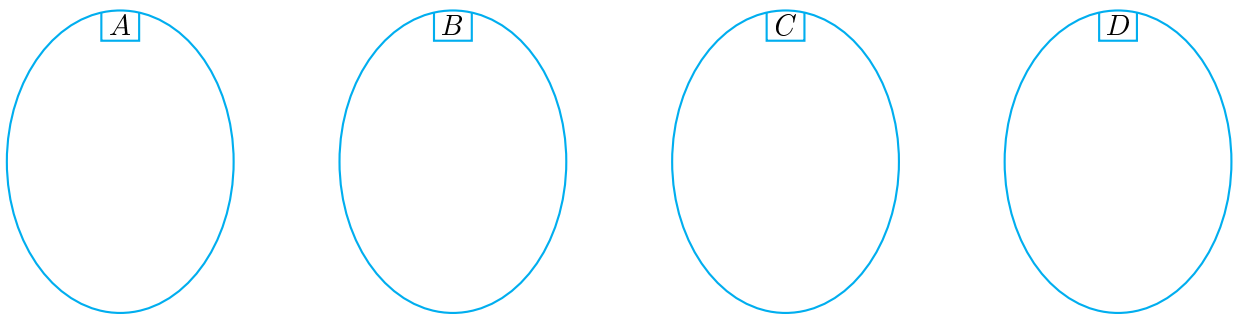
☺ **1** Írd be a Venn-diagramba a megadott halmaz elemeit!

a) A = {az egyjegyű prímszámok}.

b) B = {Magyarország három legnagyobb területű megyéje}.

c) C = {10 Mb-nál nagyobb memóriájú adathordozó}.

d) D = {Magyarország megyéinek száma}.

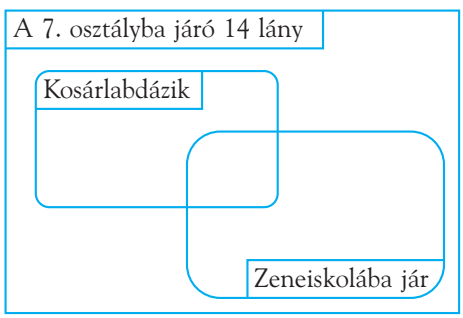


☺ **2** Az iskola 7.a osztályában lévő 14 lányról a következőket tudjuk:

Kosárlabdázik: Panni, Luca, Réka, Orsi, Emese, Kinga, Dóri.

Zeneiskolába jár: Évi, Boglárka, Dóri, Orsi, Zsuzsi, Nóri, Panni.

Írd be a tanulók nevének kezdőbetűjét az ábra megfelelő részébe, és ezek után válaszolj a kérdésekre!





a) Hányan járnak zeneiskolába és kosárlabdára? _____

b) Hányan vannak, akik csak zeneiskolába járnak? _____

c) Hány olyan lánytanuló van, aki csak kosárlabdázik? _____

d) Hány 7.a osztályos lány van, aki nem kosarazik, és nem jár zeneiskolába? _____

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (56. lap 61. oldal)
Pantone485 U

Hozzárendelések

A)

☺ **1** Mit kell megadnunk egy hozzárendelés meghatározásakor?

a) _____

b) _____

c) _____

☺ **2** Sorold fel, hogy a hozzárendelések milyen fajtáit ismered!

_____

☺ **3** Egészítsd ki a mondatot!

a) Egyértelmű hozzárendelést létesítünk, ha az _____ minden eleméhez _____ képhalmazbeli elemet rendelünk hozzá.

b) Nem egyértelmű hozzárendelést adunk meg, ha van olyan alaphalmazbeli elem, amelyhez _____ képhalmazbeli elemet rendelünk.

☺ **4** Döntsd el, melyek az egyértelmű, illetve melyek a nem egyértelmű hozzárendelések!

a) $A = \{\text{Az iskola tanulói}\}$; $K = \{\text{A pozitív egész számok}\}$.
Minden tanulóhoz rendeljük hozzá a taj-kártyájának a számát. _____

b) $A = \{\text{Az iskola tanulói}\}$; $K = \{\text{A pozitív egész számok}\}$.
Minden tanulóhoz rendeljük hozzá a sorszámát az osztálynaplóban. _____

c) $A = \{\text{a pozitív egész számok}\}$; $K = \{\text{a pozitív egész számok}\}$.
Minden egész számhoz rendeljük hozzá a hozzá legközelebbi prímosztóját. _____

d) $A = \{\text{a pozitív páratlan számok}\}$; $K = \{\text{a pozitív egész számok}\}$.
Minden páratlan számhoz rendeljük hozzá a páratlan osztóit. _____

e) $A = \{\text{a pozitív páratlan számok}\}$; $K = \{\text{a pozitív egész számok}\}$.
Minden páratlan számhoz rendeljük hozzá a páratlan osztóinak a számát. _____

f) Minden racionális számhoz rendeljük hozzá az abszolút értékét. _____

B)

☺ **1** A felrajzolt két halmazba írd be az elemeket!

$A = \{\text{trópusi erdő, szavanna, sivatag}\}$;

$B = \{\text{óriáskaktusz, majomkenyérfa, orchidea, lián, akáciák}\}$.

a) Készíts olyan hozzárendelést, amely azt mutatja, hogy melyik növény hol él!

b) Miért nem egyértelmű a megadott hozzárendelés?

_____

Növény	Élőhely

☺ **2** Készítsd el a hozzárendelést Venn-diagramon!

$A = \{\text{8-nál kisebb nemnegatív egész számok}\}$; $K = \{\text{egész számok}\}$.

A hozzárendelési szabály: Minden A-beli számhoz rendeljük hozzá a kétszeresénél 3-mal kisebb számot!

☺ **3** Ábrázold Venn-diagramon azt a hozzárendelést, amely minden hatványhoz hozzárendeli az értékét!

$A = \{1^2;\ (-1)^2;\ -1^2;\ 2^3;\ -2^3;\ (-2)^3;\ -2^2;\ (-2)^2\}$; $B = \{1;\ -1;\ 4;\ -4;\ 8;\ -8\}$.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (57. lap 62. oldal)
Pantone485 U

Hozzárendelések más formában

A)

1 Mi lehet a hozzárendelés szabálya a megadott hozzárendelésben? Az alaphalmaz és a képhalmaz a racionális számok halmaza. Töltsd ki a táblázatot a talált hozzárendelési szabály alapján!

a)

a	3	6	-2			0,3
b	7	13	-3	-3	0	

b)

a	1	4	-6	2		
b	1,5	3	-2		1,75	$-0,25$

2 Mi lehet a hozzárendelés szabálya a megadott hozzárendelésben? Döntsd el, hogy egyértelmű vagy nem egyértelmű hozzárendelést adtunk-e meg!

a) $A = \{\text{a pozitív egész számok}\}$; $K = \{\text{a pozitív egész számok}\}$.

x	2	5	6	9		
y	3	7	7	11	5	19

b) $A = \{\text{a pozitív egész számok}\}$; $K = \{\text{a pozitív egész számok}\}$.

x	3	4	5	6	9	10
y	2; 4	4	4; 6			

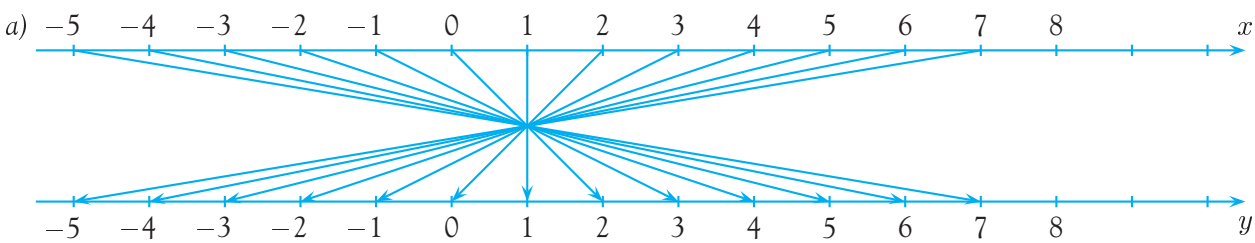
3 Töltsd ki a táblázatot, tegyél X-et az állításnak megfelelő cellákba, majd a táblázat alá írd le, mi lehet az alaphalmaz, mi lehet a képhalmaz!

	Igaz	Lehetetlen	Lehet, de nem biztos, hogy igaz
A deltoidnak van párhuzamos oldalpárja.			
A paralelogramma középpontosan szimmetrikus.			
A konkáv négyszög középpontosan szimmetrikus.			
A paralelogramma egyik csúcsából kiinduló átlója felezi a csúcsnál lévő szöget.			
Az egyenlő szárú trapéz tengelyesen szimmetrikus.			

B)

1 Az itt látható nyíldiagram alapján töltsd ki a táblázatot, majd fogalmazz meg hozzárendelési szabályt!

a)

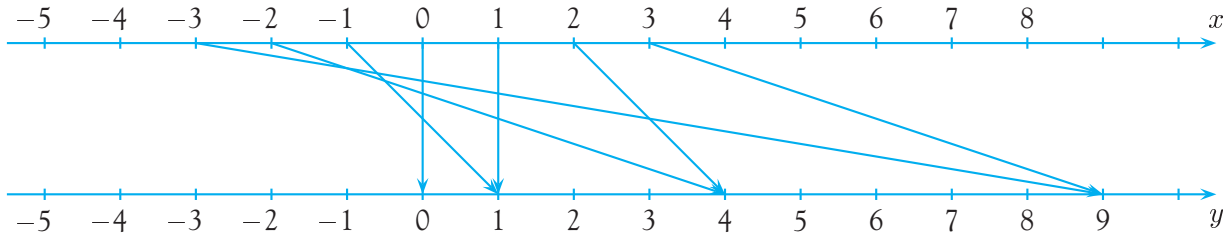


MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (58. lap 63. oldal)
Pantone485 U

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
y													

A hozzárendelés szabálya: _____

b)

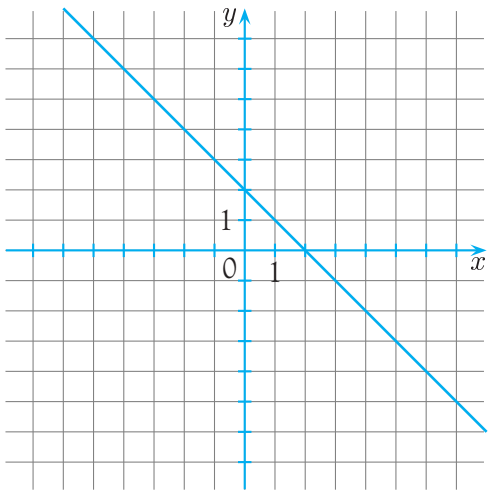


x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y										

A hozzárendelés szabálya: _____

☺ **2** Töltsd ki a grafikon alapján a táblázatot, majd fogalmazd meg a hozzárendelés szabályát!

a)

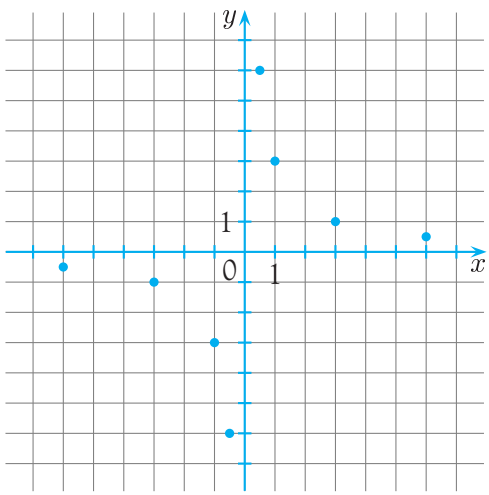


Első jelzőszám						
Második jelzőszám						

A hozzárendelés szabálya: _____

Jelöld a grafikonon lévő pont első jelzőszámát x-szel, a második jelzőszámát y-nal! Írj fel összefüggést y és x között! $y =$ _____

b)



Első jelzőszám						
Második jelzőszám						

A hozzárendelés szabálya: _____

Jelöld a grafikonon lévő pont első jelzőszámát x-szel, a második jelzőszámát y-nal! Írj fel összefüggést y és x között! $y =$ _____

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (59. lap 64. oldal)
Pantone485 U

Egyértelmű hozzárendelés, a függvény fogalma

A)

1 Válaszd ki az alábbi hozzárendelések közül a függvényeket! Karikázd be a válaszod betűjelét!

a) $A = \{\text{A családod tagjai}\}$; $K = \{\text{A családod tagjai}\}$.
Minden családtaghoz rendeljük hozzá a nála idősebb családtagok halmazát, a legidősebb családtaghoz rendeljük önmagát!

b) $A = \{\text{A természetes számok}\}$; $K = \{\text{A természetes számok}\}$.
Minden számhoz rendeljük hozzá a számjegyei összegének kétszeresét!

c) $A = \{\text{Egy 5 cm-es szakasz pontjai}\}$; $K = \{\text{A sík pontjai}\}$.
A szakasz minden pontjához rendeljük hozzá azt a pontot, amely 3 cm-re van az adott ponttól!

d) $A = \{\text{Magyarország lakosai}\}$; $B = \{\text{Az utónevek}\}$.
Minden emberhez rendeljük hozzá az utónevét!

e) $A = \{\text{állatok}\}$; $K = \{\text{természetes számok}\}$.
Minden állathoz rendeljük hozzá a lábainak a számát!

2 A táblázat alapján döntsd el, melyik esetben nem függvény a megadott hozzárendelés!

a)

x	1	2	3	4	5
y	0; 2	1; 3	2; 4	3; 5	4; 6

b)

a	1	2	3	4	5
b	4	5	5	4	0

3 Döntsd el, hogy függvényt határoz-e meg a megadott hozzárendelés!

a) Minden számhoz rendeljük hozzá az abszolút értékét! _____

b) Minden nemnegatív egyjegyű egész számhoz rendeljük hozzá azt a számot, amelynek az adott nemnegatív szám az abszolút értéke! _____

4 Válaszd ki, melyik a hibás állítás! Húzd át!

(A) A függvényt szemléltethetjük a derékszögű koordináta-rendszerben a grafikonjával.
(B) A függvényt szemléltethetjük Venn-diagramon.
(C) A függvényre jellemző, hogy egy x értékhez két y értéket rendel.

B)

1 Adott a síkon egy e egyenes. A sík tetszőleges P pontjához rendeljük hozzá az e egyenesnek azt a P' pontját, amelyre a PP' szakasz a legkisebb. Függvényt adtunk-e meg ily módon? Válaszodat indokold rajz segítségével!

2 Jelölj ki a síkon egy O pontot! Az adott O ponthoz önmagát rendeljük. A sík minden más P pontjához rendeljük hozzá azt a P' pontot, amelyre igaz, hogy a PP' szakasznak az O a felezőpontja. Függvényt adtunk-e meg? Készíts rajzot!

3 Minden sokszöghöz hozzárendeljük a belső szögeinek összegét. Készíts táblázatot a megadott hozzárendeléshez, és döntsd el, hogy függvényt adtunk-e meg ily módon!

Sokszög fajtái						
A belső szögek összege						

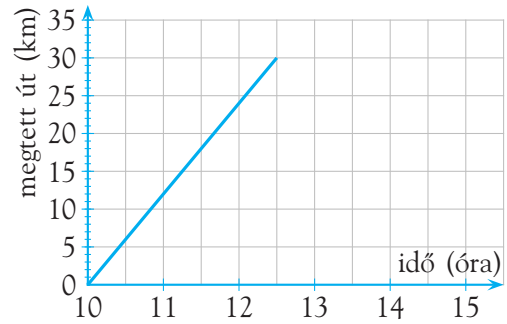
4 Ábrázold a következő hozzárendelést koordináta-rendszerben!
Alaphalmaz $= \{\text{tanult számok}\}$; Képhalmaz $= \{\text{tanult számok}\}$; $x \mapsto 5(x-4)$.

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (60. lap 65. oldal)
Pantone485 U

Olvassunk a grafikonról!

A)

1 Anna 10 órakor indult el kerékpárral otthonról, egyenletes sebességgel haladt.



a) Mikor lesz az otthonától 30 km-re? _____

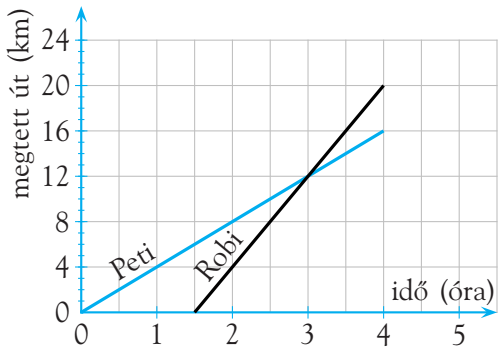
b) Mennyi volt a sebessége?
(Mennyi utat tett meg egy óra alatt?) _____

c) Milyen távol volt az indulási helyétől másfél óra múlva? _____

d) Rajzold meg a grafikont a következő szöveg alapján: Anna a 30 km-es utat megtéve egy órát pihent, majd visszaindult. A hazafelé úton 3 km-rel többet tett meg óránként.

e) Mennyi ideig tartott a hazafelé út? _____

2 Peti elindult, és egyenletes sebességgel sétált. Robi másfél óra múlva Peti után indult kerékpárral.





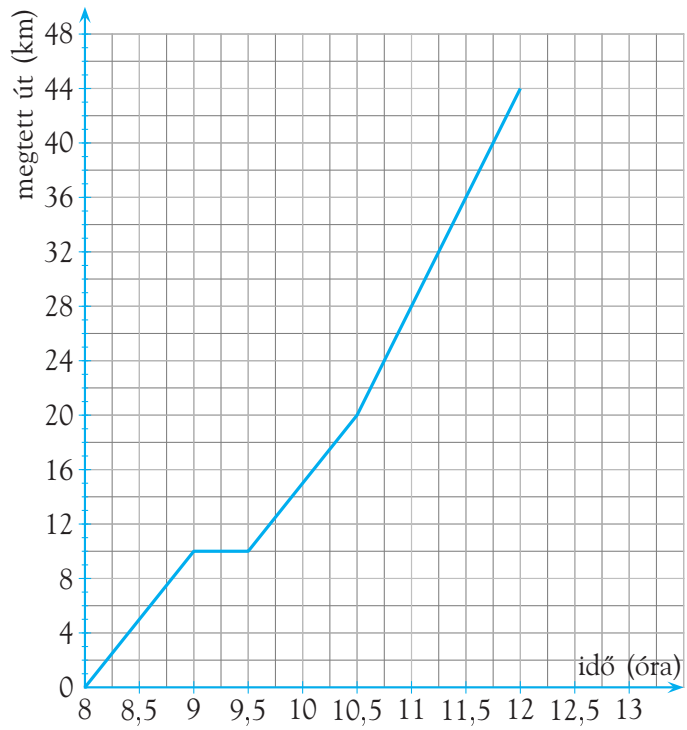
a) Mekkora volt Peti sebessége?

b) Mekkora sebességgel kerékpározott Robi?

c) Mikor érte utol Robi Petit?

d) Mennyi utat tettek meg a találkozásig?

3 András 8 órakor indult el otthonról kerékpárral, hogy a tőle 34 km-re lévő barátjával találkozzon. A mozgását leíró grafikon elemzésével válaszolj a kérdésekre!



a) Jellemezd a mozgásának egyes szakaszait!

b) Mikor tartott pihenőt András?

c) Mekkora sebességgel haladt, amikor a leggyorsabban ment?

d) A legnagyobb sebességgel haladva mekkora utat tett meg?

e) Mikor találkozott a barátjával?

f) Pihenés nélkül, egyenletesen haladva mekkora sebességgel kellett volna kerékpároznia Andrásnak, hogy 12 órára pontosan érkezzen a találkozóra? Rajzold be ezt a mozgásgrafikont az ábrába!

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (61. lap 66. oldal)
Pantone485 U

B)

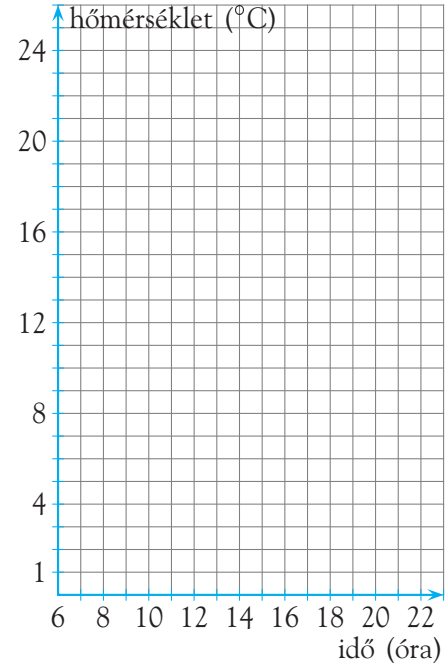
1 Egy nyári napon reggel 6 órakor a hőmérséklet 18 °C volt. Egyenletesen melegedett az idő, 10 órakor már 24 °C-ot mértek. Ekkor egy kisebb vihar miatt lehűlt a levegő, 1 óra alatt 3 °C-ot. A vihar elmúltával ismét egyenletesen melegedett, így délután 2 órakor 24 °C-ot mértek.

a) Készíts grafikont a hőmérséklet változásáról!

b) Hány fok volt 8 órakor?

c) Hány órakor volt a hőmérséklet 21 °C?

d) Mikor melegedett gyorsabban a levegő hőmérséklete, a vihar előtt vagy a vihar után?



2 Két gyertyát (egy narancssárga színűt és egy kéket) egyszerre gyújtottunk meg. Égésük időbeli folyamatát a grafikon mutatja.

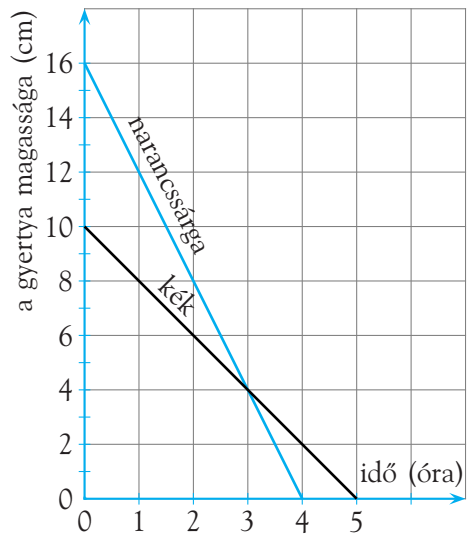
a) Mennyi idő alatt égnek el a gyertyák? _____

b) Milyen magas volt meggyújtásakor a kék gyertya? _____

c) Mennyi idő elteltével lesznek ugyanolyan magasak? Milyen hosszúak ekkor a gyertyák? _____

d) Mikor lesz a narancssárga gyertya 10 cm magas? _____

e) Mikor lesz az egyik gyertya kétszer olyan magas, mint a másik? Olvasd le a grafikonról a közelítő értékét! _____

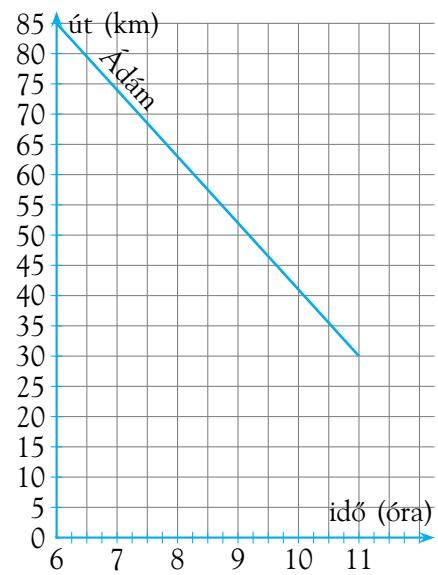


3 Ádám és Misi egymástól 85 km-re laknak. Elhatározták, hogy szombat reggel 6 órakor kerékpárral elindulnak egymás felé, és útközben találkoznak. Ádám óránként 14 km-t tesz meg. Misi elaludt, és csak fél 8-kor indult, de ő óránként 18 km-rel megy. Ádám mozgásgrafikonját az ábrán látod.

a) Rajzold be Misi mozgásgrafikonját az ábrába! (Vigyázz arra, hogy Misi később indult el!)

b) Hány órakor találkozik egymással a két jó barát? _____

c) Hány km-t kerékpározott Ádám a találkozásig? _____



MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (62. lap 67. oldal)
Pantone485 U

Lineáris függvények

A)

1 Válaszd ki, mi kerüljön a kihagyott részre, hogy igaz legyen az állítás! Karikázd be a válaszod betűjelét!

Ha két mennyiség egyenesen arányos, és az egyik mennyiséget háromszorosára változtatjuk, akkor a másik mennyiség _____

(A) harmadrészére változik; (B) háromszorosára változik; (C) állandó marad.

2 Mi **nem** jellemzi az egyenes arányosság grafikonját?

(A) Az ábrázolt pontok egy egyenesre esnek.

(B) Az az egyenes, amely a pontokra illeszkedik, áthalad az origón.

(C) Az ábrázolt pontok olyan egyenesre illeszkednek, amely párhuzamos az x tengellyel.

3 Mennyi az A pont második jelzőszáma, ha tudjuk, hogy az A pont az $y : x = 4$ egyenes arányosság grafikonjára illeszkedik és az A pont első jelzőszáma 6? _____

4 Minden racionális számhoz rendeljük hozzá a háromszorosánál kettővel nagyobb számot! Melyik képlet írja le helyesen a függvény hozzárendelési szabályát? Karikázd be a válaszod betűjelét!

(A) $f(x) = 2x + 3$; (B) $f(x) = 3x + 2$; (C) $f(x) = 3x - 2$; (D) $f(x) = 2x - 3$.

5 Egy függvény hozzárendelési szabálya: minden racionális számhoz rendeljük hozzá azt a számot, amely a -2-szeresénél 5-tel több! Melyik pont illeszkedik a függvény grafikonjára? Karikázd be a válaszod betűjelét!

(A) $A(2; 8)$; (B) $B(1; 3)$; (C) $C(-2, 9)$; (D) $D(4; -3)$.

B)

1 Ábrázold az $f: x \mapsto 3x$; $g: x \mapsto \frac{1}{2}x$; $h: x \mapsto -2x$ függvényeket külön koordináta-rendszerben!

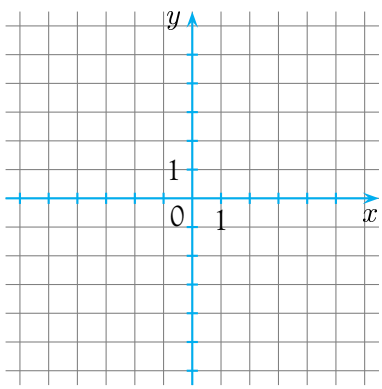
Mindhárom függvényt told el az y tengely mentén $+3$, illetve -4 egységgel!

Add meg az így kapott függvények hozzárendelési szabályát!

2 Töltsd ki a táblázatot a képlettel megadott lineáris függvényekhez, és ábrázold koordináta-rendszerben a függvények grafikonját!

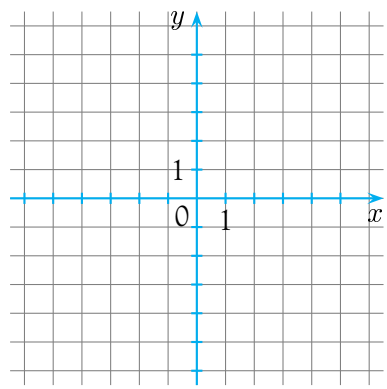
$f: x \mapsto 2x - 3$

x					
$2x - 3$					



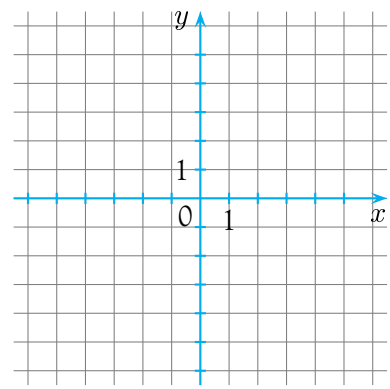
$g: x \mapsto -3x + 4$

x					
$-3x + 4$					



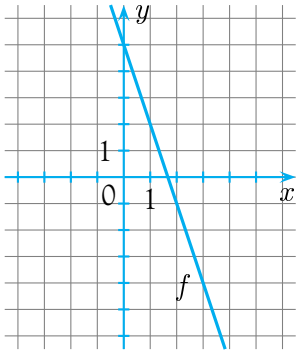
$h: x \mapsto -x + 2$

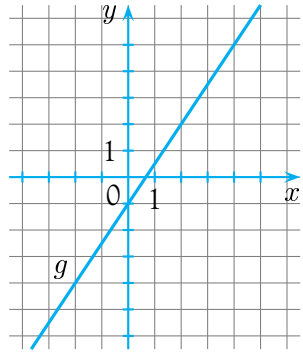
x					
$-x + 2$					

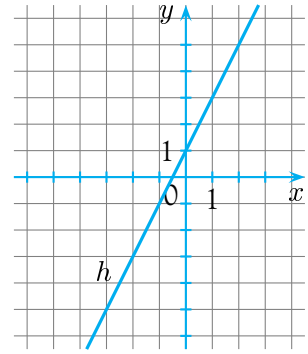


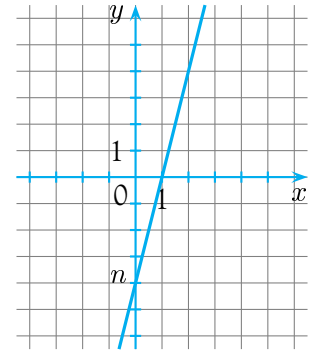
MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (63. lap 68. oldal)
Pantone485 U

3 Készíts táblázatot a grafikonok alapján, és határozd meg a lineáris függvények hozzárendelési szabályát!









4 Ábrázold közös koordináta-rendszerben az $f: x \mapsto 3x + 4$; $g: x \mapsto 3x - 5$; $h: x \mapsto 3x + 2$ függvényeket! Milyen azonosságokat látsz a függvények grafikonján?

5 *a)* Mennyi a Q pont második koordinátája, ha tudjuk, hogy illeszkedik az $x \mapsto 3x - 5$ függvény grafikonjára és az első koordinátája 4? _____

b) Mennyi a P pont első koordinátája, ha tudjuk, hogy a P pont illeszkedik az $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ függvény grafikonjára és a P pont második koordinátája 4? _____

A lineáris függvények vizsgálata

A)

1 Fejezd be a mondatot! A lineáris függvények általános alakja _____.

2 Karikázd be, melyik a helyes válasz! Hol metszi az y tengelyt az $f(x) = 4x + 7$ függvény grafikonja?

(A) A $(0; 4)$ pontban. (B) A $\left(-\frac{7}{4}; 0\right)$ pontban. (C) A $(0; 7)$ pontban.

3 Egészítsd ki a mondatot!

Az $f: x \mapsto mx + b$ lineáris függvény grafikonja az y tengelyt a _____ pontban metszi.

4 Melyik függvény grafikonjára illeszkedik az $A(1; 2)$ pont? Jelöld meg a helyes választ!

(A) Az $f: x \mapsto x + 1$ függvény grafikonjára. (B) A $g: x \mapsto 5 - 2x$ függvény grafikonjára.

(C) A $h: x \mapsto 2x - 3$ függvény grafikonjára. (D) Az $l: x \mapsto 4 - 2x$ függvény grafikonjára.

5 Jelöld meg, mely függvények grafikonjai párhuzamosak egymással!

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (64. lap 69. oldal)
Pantone485 U

$f: x \mapsto 2x - 1$; $g: x \mapsto \frac{1}{2}x - 1$; $h: x \mapsto -2x + 1$; $l: x \mapsto 1 + 2x$.

6 Igaz-e, hogy az $f: x \mapsto \frac{2}{3}x - 3$ és a $g: x \mapsto 3 - \frac{2}{3}x$ függvény grafikonja párhuzamos egymással? _____

B)

1 Ábrázold táblázat segítségével az $f: x \mapsto 2x + 2$; $g: x \mapsto x + 2$; $h: x \mapsto -2x + 2$ függvényeket!

Milyen közös tulajdonságot veszel észre a három függvény grafikonján?

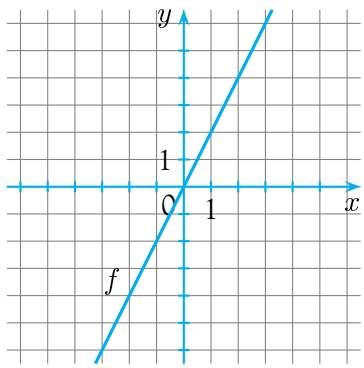
2 Ábrázold a következő pontokat koordináta-rendszerben, és olvasd le az ábráról annak a lineáris függvénynek a hozzárendelési szabályát, amelynek grafikonjára az adott pontpárok illeszkednek!

a) $A(0; -3)$, $B(1, -1)$; *b)* $C(0; 4)$, $D(2; -2)$; *c)* $E(0; 5)$, $F(3; 7)$; *d)* $G(0; 2)$, $H(4; 0)$;

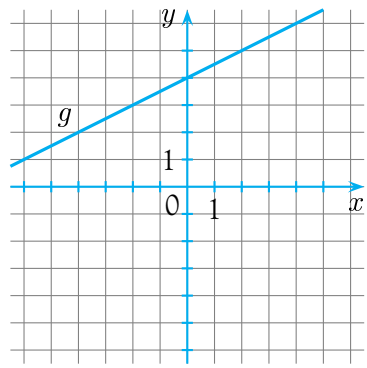
e) $K(-1; 1)$, $L(1; 3)$; *f)* $M(1; 2)$, $N(3; 4)$; *g)* $P(-3; 4)$, $Q(6; 1)$.

3 Írd fel az ábrán látható függvények hozzárendelési szabályát!

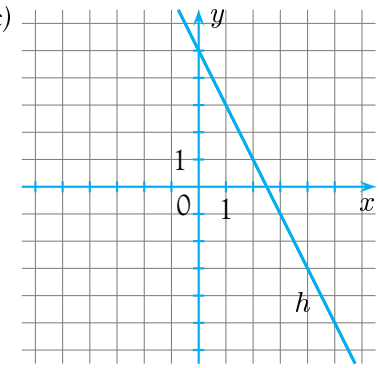
a)



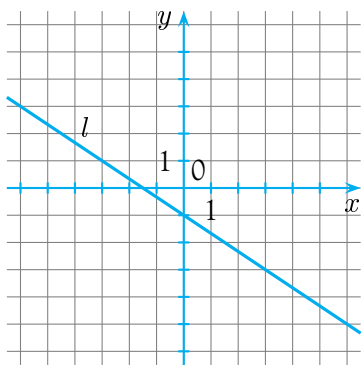
b)



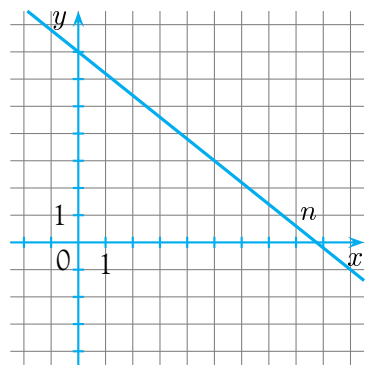
c)



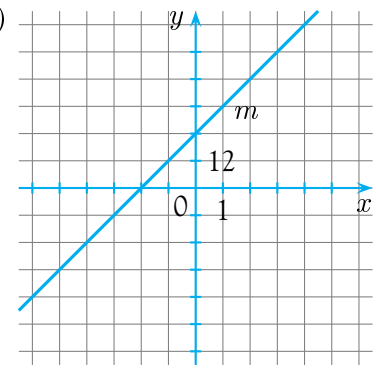
d)



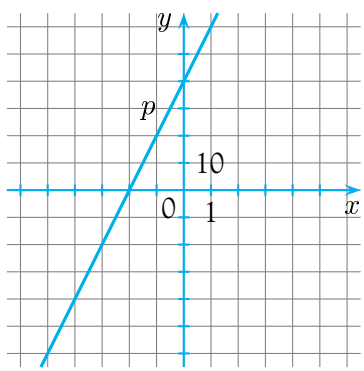
e)



f)

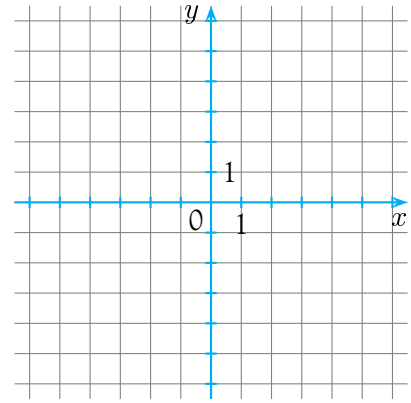


g)



MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (65. lap 70. oldal)
Pantone485 U

4 Az f lineáris függvény átmegy a $P(2;-4{,}5)$ és a $Q(4,0)$ pontokon. Ábrázold a függvényt koordináta-rendszerben!



5 Határozd meg az előző feladatban megrajzolt függvény hozzárendelési szabályát! _____

Add meg a pontok hiányzó koordinátáit úgy, hogy a pont rajta legyen a függvény grafikonján!

$A(8;\square)$; $B(\square;9)$; $C(0;\square)$; $D(-1;\square)$;

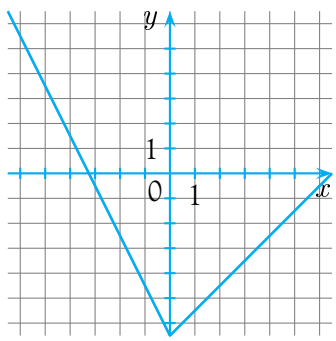
$E(100;\square)$; $F(\square;-9)$; $G(\square;99)$.

Nemlineáris függvények

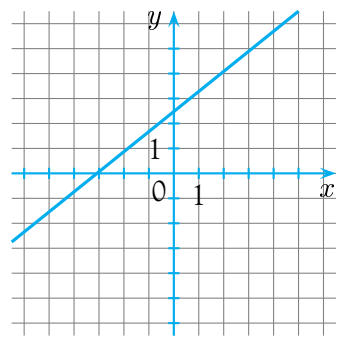
A)

1 Válaszd ki az alábbi grafikonok közül azokat, amelyek **nem** lineáris függvények grafikonjai!

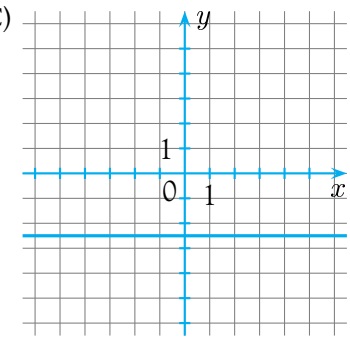
(A)



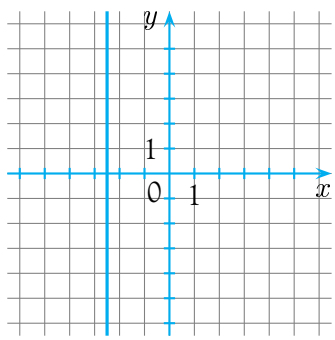
(B)



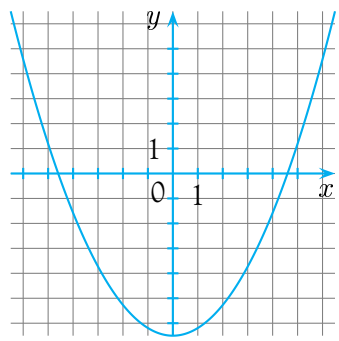
(C)



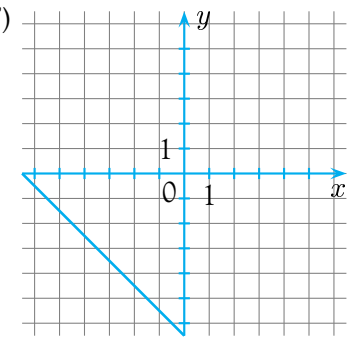
(D)



(E)



(F)



2 Egy autóbusz két helység között egyenes utat tett meg. A tőlünk 8 km-re lévő faluból érkezett hozzánk. A grafikon alapján válaszolj az alábbi kérdésekre!

a) Jellemezd a mozgást a grafikon alapján! _____

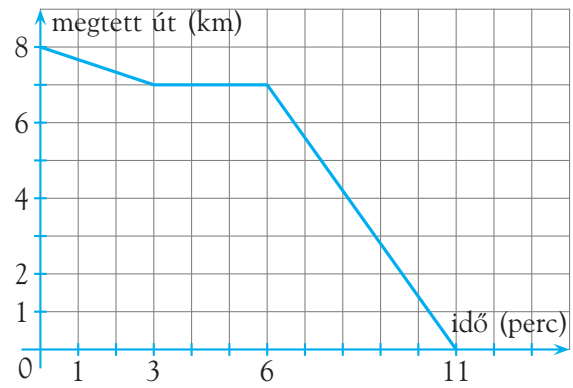
_____

b) Mikor és mennyi ideig állt az autóbusz? _____

_____

c) Mely időpontban volt tőlünk 6 km-re? _____

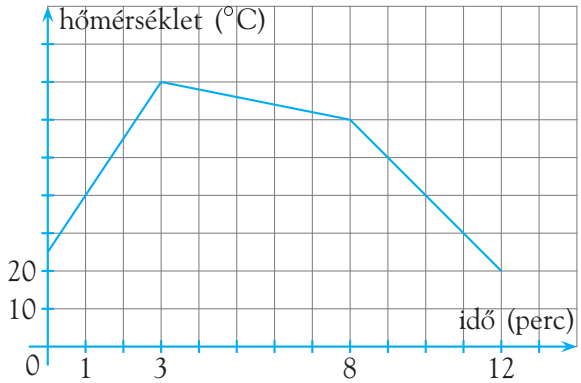
_____



3 Ábrázold az alábbi fordított arányosságok függvényét koordináta-rendszerben! Az ábrázolás előtt készíts értéktáblázatot!

$a\colon x \mapsto \frac{2}{x}$; $b\colon x \mapsto \frac{5}{x}$; $c\colon x \mapsto -\frac{1}{x}$.

4 Egy fizikai kísérlet során egy pohár vizet gázon melegítettek, majd levéve a gázról, a víz hűlni kezdett. Egy idő elteltével beledobtak egy darab jégkockát, és tovább mérték a hőmérséklet változását. A grafikonon látod a mérés eredményét. A grafikon adatai alapján válaszolj a kérdésekre!





a) Hány percig végeztünk mérést? _____

b) Hány °C-os vízzel kezdtük a kísérletet? _____

c) Hány °C-ra melegítettük a vizet? _____

d) Hány °C-kal csökkent a víz hőmérséklete a jégkocka beledobását követően? _____

e) Mikor volt 50 °C-os a víz? _____

B)

1 A szöveggel megadott hozzárendeléseket írd le képlettel! Minden egész számhoz hozzárendeljük a szám és a nála eggyel nagyobb szám szorzatát.

a) Minden egész számhoz hozzárendeljük a számnál eggyel kisebb szám önmagával való szorzatát.

b) Minden nullától különböző számhoz rendeljük hozzá a reciprokának kétszeresét!

c) Minden számhoz rendeljük hozzá a szám háromszorosánál 4-gyel kisebb szám kétszeresét!

d) Minden számhoz rendeljük hozzá a szám háromszorosánál néggyel kisebb szám felét!

e) A felsoroltak közül melyek a nemlineáris függvények? Értéktáblázat segítségével ábrázold ezeket a függvényeket!

2 Képlettel adtuk meg néhány függvény hozzárendelési szabályát. Döntsd el, hogy melyik lineáris függvény! A lineáris függvényeket ábrázold két pontjuk segítségével, a nemlineáris függvények ábrázolásához készíts értéktáblázatot!

(A) $a\colon x \mapsto 2(x-1)$; (B) $b\colon x \mapsto x(x-3)$; (C) $c\colon x \mapsto \frac{2-3x}{4}$; (D) $d\colon x \mapsto -\frac{3}{x}$;

(E) $e\colon x \mapsto \frac{x-1}{2} + \frac{2x+4}{3}$; (F) $f\colon x \mapsto x^2 - 1$; (G) $h\colon x \mapsto |x+1|$.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (67. lap 72. oldal)
Pantone485 U

Sorozatok

A)

1 Folytasd a megkezdett sorozatokat 3-3 taggal! Írd le, milyen felismert szabály szerint folytatod! Ha lehet, keress több megoldást!

a) 4; 3; 2; 1 _____

b) 1,1; 2,2; 3,3; 4,4 _____

c) 2; 3; 5; 7; 11 _____

d) 1; 4; 9; 16 _____

e) 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13 _____

f) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$ _____

g) 2; 4; 8; 16 _____

h) 7; −7; 7; −7; 7 _____

2 A sorozatok jelölésére vonatkozó kérdésekkel ellenőrizheted a tudásodat.

a) Mit jelent az a_5? _____

b) Mit jelöl az a_n? _____

c) A sorozat hányadik elemét jelöltük a_{n+1}-gyel? _____

d) Fogalmazd meg szöveggel! $a_n = 3n + 2$ _____

3 Egy sorozat első négy eleme: $a_1 = \frac{1}{2}$; $a_2 = \frac{2}{3}$; $a_3 = \frac{3}{4}$; $a_4 = \frac{4}{5}$.

Adj meg olyan képletet, amely a sorozat hozzárendelési szabályát írja le! _____

4 Egy számsorozat hozzárendelési szabálya $a_n = n^2 + 2$. Mennyi a sorozat hatodik eleme? _____

5 Egy számsorozat hozzárendelési szabálya $a_n = 2n - 3$. Hányadik eleme a sorozatnak a 19? _____

B)

1 Sorold fel nagyság szerint növekvő sorrendben azt a 6 legkisebb pozitív egész számot, amelyek 5-tel osztva 4-et adnak maradékul! _____

Add meg képlettel a képzési szabályt! _____

2 Képezzünk sorozatot a következő módon: az első tag az első páratlan szám, a második tag az első két páratlan szám összege, a harmadik tag az első három páratlan szám összege és így tovább, az n-edik tag az első n páratlan szám összege.

Sorold fel a sorozat első 6 tagját! _____

Add meg a képzési szabályt képlet formájában! _____

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (68. lap 73. oldal)
Pantone485 U

3 Döntsd el, hogy mely állítások igazak (I), melyek hamisak (H)! Válaszod betűjelét írd a négyzetbe!

(A) Ha egy háromjegyű egész szám számjegyei azonosak, akkor a szám nem lehet prímszám. ☐

(B) A prímszámok sorozatában csak egy olyan számpár van, amelyek különbsége 1. ☐

(C) A prímszámok sorozatának tagjai az $a_n = n^2 - 5n + 6$ képlettel számíthatók ki. ☐

(D) A prímszámok sorozatának egyetlen olyan tagja van, amely osztható 17-tel, és ez a tag a 17. ☐

4 Döntsd el, mely állítások igazak a háromszögszámok sorozatának tagjaira? A válaszod kezdőbetűjét írd be a négyzetbe! (A sorozat képzése: $a_1 = 1$, $a_2 = 1 + 2 = 3$, $a_3 = 1 + 2 + 3 = 6$, $a_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$ stb.)

(A) Tagjai egész számok. ☐

(B) Ha a sorszám osztható 3-mal, akkor a tag is. ☐

(C) A páros és páratlan számok kettesével váltják egymást. ☐

(D) Csak egy négyzetszám van a sorozatban. ☐

5 Adott a sorozat első eleme és a hozzárendelés szabálya. $a_1 = 7$, és $a_n = 2 \cdot a_{n-1} + 3$.

Döntsd el, hogy mely állítások igazak (I), melyek hamisak (H)! Válaszod betűjelét írd a négyzetbe!

(A) A sorozat negyedik eleme 67. ☐

(B) A sorozat minden tagja 7-re végződik. ☐

(C) A sorozat szomszédos tagjainak különbsége 3. ☐

6 Számítsd ki a sorozat első hat tagját, ha képzési szabálya: $a_1 = -2$; $a_2 = 14$; $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n-2}}{2}$!

A számtani sorozat

A)

1 Egy számtani sorozat első eleme 7 és a differenciája -5. Add meg a sorozat ötödik elemét!

2 Egy számtani sorozat első eleme 13 és differenciája 4. Add meg a sorozat tizenkettedik elemét!

3 Melyik számot kell a 7 és 15 közé beírni úgy, hogy azok a 7-tel és 15-tel együtt egy számtani sorozat három egymást követő elemét alkossák?

4 Egy számtani sorozat első három eleme: $\frac{5}{2}$; 3; $\frac{7}{2}$. Hányadik elem a 15?

5 Válaszd ki, melyik képlet **nem** írja le azt a sorozatot, amelynek harmadik tagja 7, és a tagok különbségéből képzett sorozat tagjai 5-tel egyenlők! Karikázd be a válaszod betűjelét!

(A) $a_1 = -3$; (B) $a_n = a_{n-1} + 5$; (C) $a_n = 3 + (n - 1) \cdot 2$.

B)

1 Keresd meg annak a sorozatnak az első hét elemét, amelynek negyedik tagja -3, és bármely tagból a közvetlen előtte lévőt elvéve a különbség minden esetben 3,5!

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (69. lap 74. oldal)
Pantone485 U

2 Írd fel a megadott sorozatok első öt tagját!

a) $a_1 = 8$. A másodiktól kezdve minden tag az előzőnél hárommal kisebb.

b) $a_1 = a_2 = 2$. A harmadik tagtól kezdve minden tag a kettővel előtte lévő tag kétszeresének és az előtte lévő tagnak az összege.

c) $a_n = \frac{3}{2}n - \frac{1}{2}$.

3 Karikázd be a számtani sorozatok betűjelét, és írd le a szabályaikat!

a) Ez egy olyan sorozat, amelynek minden tagja a 0. _____

b) Ez egy olyan sorozat, amelyben van három egymás utáni, 0-tól különböző, váltakozó előjelű tag. _____

_____

c) A sorozat bármely tagját megkapjuk, ha a tag sorszámának kétszereséből elveszünk 1-et. _____

_____

d) $a_1 = 4; \quad a_2 = 32; \quad a_3 = 54.$ _____

e) A sorozat bármely tagját úgy kapjuk meg, hogy a tag sorszámát megszorozzuk a következő tag sorszámával.

_____

4 Öt osztály tanulóit úgy állították fel az udvaron, hogy az első sorban 1 tanuló állt, a másodikban 2, a harmadikban 3 és így tovább, végül a tizenhatodikban 16. Hány tanuló jár átlagosan egy osztályba?

5 Számítsd ki, hány néző fér el a Nemzeti Színház nézőterének díszpáholy előtti, úgynevezett balkon középrészén. A `www.nemzetiszinhaz.hu` weboldalon a helyárakra kattintva található meg a nézőtér rajza.

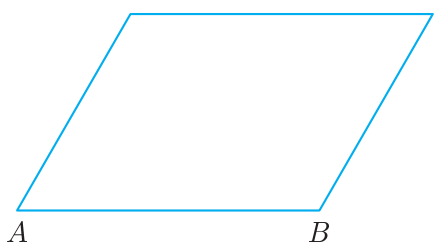
Mennyi bevétele származott a színháznak ezen rész jegyeinek eladásából, ha a jegyek 5%-át nem tudták eladni?

8. Geometriai számítások, szerkesztések, bizonyítások

A paralelogramma és a háromszög területe

A)

1 Rajzold be a paralelogramma A és B csúcsból induló két-két magasságát!



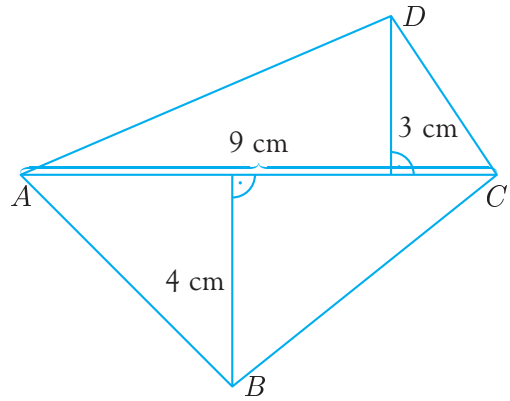
2 *a)* A paralelogramma egyik oldalának hossza 23 cm, a hozzá tartozó magasságé 14 cm. Számítsd ki a paralelogramma területét!

b) A paralelogramma egyik oldalának hossza 42 cm, a területe 234 cm^2. Mekkora a hossza az adott oldalhoz tartozó magasságnak?

c) A 348 cm^2 területű paralelogrammának van 14 cm-es magassága. Számítsd ki a paralelogramma egyik oldalának hosszát!

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (70. lap 75. oldal)
Pantone485 U

3 *a)* Számítsd ki az $ABCD$ négyszög területét az ábrán látható adatok alapján! _____



b) Döntsd el, hogy a következő állítások közül melyek igazak (I) és melyek hamisak (H)! Írd a keretbe a megfelelő betűt! Az állítások az előző ábráról szólnak.

Az ACD háromszög területe cm^2-ben nem egész szám. _____ ☐

Az $ABCD$ négyszög kerülete több mint 18 cm. _ ☐

Az $ABCD$ négyszög BD átlója nem lehet 7 cm-nél rövidebb. _____ ☐

Az ABC háromszög területe kisebb, mint az ADC háromszög területe. _____ ☐

4 Hogyan változik a paralelogramma területe, ha

a) az alapja felére csökken, a hozzá tartozó magasság pedig kétszeresére nő?

b) az alapja és a hozzá tartozó magassága is a felére csökken?

c) az alapja négyszeresére nő, a hozzá tartozó magasság pedig harmadára csökken?

5 Fejezd be a megkezdett mondatokat!

a) A paralelogramma párhuzamos oldalegyeneseinek távolságát a paralelogramma _____

b) A háromszög magasságának nevezzük a háromszög egyik csúcsának a csúcsot nem tartalmazó _____

c) Ha egy négyszöget az egyik átlója két derékszögű háromszögre vág, akkor az a négyszög _____

d) Minden háromszögben kell lennie legalább két _____ szögnek.

6 Egy háromszög egyik oldala 54 cm, a hozzá tartozó magasság 12 cm. Mekkora a vele egyenlő területű négyzet egyik oldalának hossza?

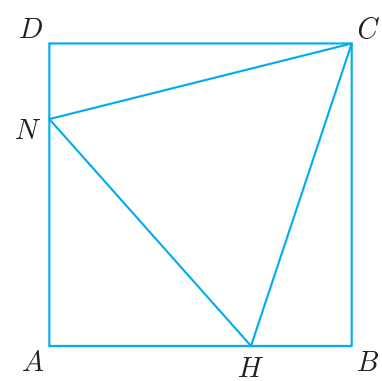
7 Egy háromszög és egy téglalap alakú föld egyenlő területű. A háromszög egyik oldala 46 m, a hozzá tartozó magasság 28 m. A téglalap egyik oldala 32 m. Mekkora a másik oldal hossza?

B)

1 Egy négyszög egyik átlója felezi a négyszög területét. Igazold, hogy ez az átló felezi a másik átlót is!

2 Az $ABCD$ négyzet BD átlóján felvettük a P pontot, amelyre $AB = PB$. A BD-re P-ben merőleges egyenes AD-t Q-ban metszi. Tudjuk, hogy $PQ = 2$ cm. Milyen hosszú az $AQPD$ törött vonal?

3 Az ábrán látható CHN háromszög területe 66 cm^2. Tudjuk, hogy H harmadolópont, N pedig negyedelőpont. Mekkora az $ABCD$ négyzet kerülete?



4 Egy háromszög és egy téglalap alakú föld egyenlő területű. A háromszög egyik oldala 46 m, a hozzá tartozó magasság 28 m. A téglalap egyik oldala kétszerese a másiknak. Mekkora téglalap kerülete?

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (71. lap 76. oldal)
Pantone485 U

5 Rajzolj egy 6 cm oldalú négyzetet, majd helyezz el a belsejében öt pontot! A négyzet négy csúcsa és a berajzolt öt pont közül semelyik három ne legyen egy egyenesen! Csak ezt a kilenc pontot felhasználva bontsd háromszögekre a négyzetet! Mutasd meg, hogy lesz legalább egy háromszög, amelynek a területe nem kisebb 3 cm^2-nél!

A trapéz területe

A)

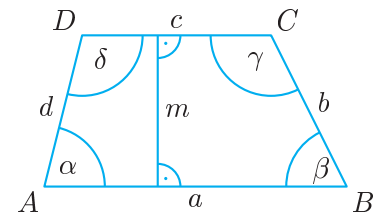
1 Egészítsd ki a hiányzó részeket!

A trapéz _____ oldalegyeneseinek a _____ nevezzük a trapéz magasságának.

A trapéz területét úgy számíthatjuk ki, hogy a _____ az összegét megszorozzuk a trapéz _____, majd _____;

képlettel: $t =$ _____

2 Számítsd ki a trapéz területét! Az adatok megadásakor a szokásos jelölést alkalmaztuk, ami a vázlatrajzon is látható.



a) $a = 8$ cm, $c = 4$ cm, $m = 5$ cm;

b) $a = 11$ cm, $c = 50$ mm, $\alpha = \beta = 45°$;

c) $k = 2{,}8$ dm, $b = d = 5$ cm, $m = 4$ cm. (k a trapéz kerülete.)

3 Az $ABCD$ trapéz csúcsait koordináta-rendszerben adtuk meg. Számítsd ki a trapéz területét!

a) $A(-1;-2)$, $B(9;-2)$, $C(5;10)$, $D(1;10)$; *b)* $A(-2;-1)$, $B(3;0)$, $C(3;11)$, $D(-2;3)$.

4 Melyek igazak (I), melyek hamisak (H) a következő állítások közül? Válaszod betűjelét írd a négyzetbe!

(A) A trapéz két párhuzamos oldalegyenesének távolságát nevezzük a trapéz magasságának. _____ ☐

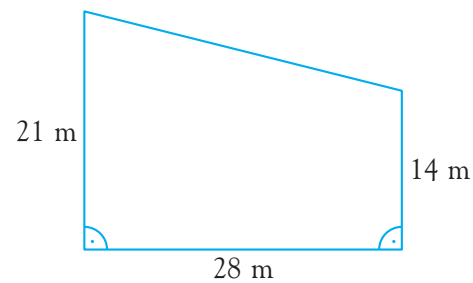
(B) A trapéz területét úgy számíthatjuk ki, hogy a két szemközti oldalának az összegét megszorozzuk a trapéz magasságával, majd az így kapott értéket elosztjuk kettővel. _____ ☐

(C) Van olyan trapéz, amelynek a területét a két átlójának ismeretében is ki lehet számítani. _____ ☐

(D) Minden trapéz egy egyenes vágással két háromszögre vágható. _____ ☐

(E) Minden trapéz egy egyenes vágással két trapézra vágható. _____ ☐

5 Egy trapéz alakú kert adatai a rajzról leolvashatók. Számítsd ki a kert területét!



6 Egy trapéz alakú rét két párhuzamos oldala 540 m és 320 m, a párhuzamos oldalak távolsága 95 m. Mekkora a területe? Add meg a rét területét hektárban is!

7 *a)* Egy trapéz egyik párhuzamos oldala 30 cm, magassága 16 cm, területe 448 cm^2. Mekkora a másik párhuzamos oldal?

b) Egy trapéz egyik párhuzamos oldala 280 mm, a másik 2,3 dm. A területe 637,5 cm^2. Hány centiméteres a magassága?

c) Egy trapéz magassága 1,7 dm. Mekkora a két párhuzamos oldal összege, ha a területe 340 cm^2?

8 Az $ABCD$ trapéz csúcsait koordináta-rendszerben adtuk meg $A(-4;-3)$, $B(8;-3)$, $C(6;12)$, $D(____;12)$. Add meg a hiányzó koordinátát, ha a trapéz területe 165 területegység!

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (72. lap 77. oldal)
Pantone485 U

B)

1 *a)* Rajzolj olyan trapézt, amit egy vágással négyzetté darabolhatsz át!

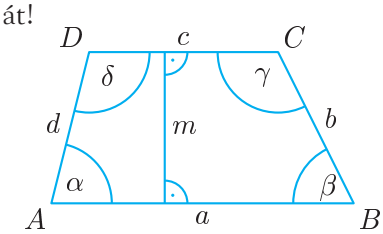
b) Rajzolj olyan trapézt, amit egy vágással szabályos ötszöggé darabolhatsz át!

2 Számítsd ki a trapéz területét! A mellékelt ábra jelöléseit használtuk.

a) $k_1 = 13{,}4$ cm, $m = 15$ cm; (k_1 az alapok összege.)

b) $a = 145$ mm, $c = 9$ cm, $b = 5$ cm; $\beta = 90°$;

c) $a \cdot m = 96$ cm^2, $c \cdot m = 40$ cm^2.



3 Számítsd ki a trapéz oldalfelező pontjai által meghatározott négyszög területét, ha $a = 9$ cm, $c = 5$ cm, $m = 4$ cm! (Az adatok megadásakor a szokásos jelölést alkalmaztuk.)

4 Egy trapéz magassága 17 cm. A két párhuzamos oldal hossza is egész szám centiméterben mérve. A trapéz területe 340 cm^2. Hány ilyen trapéz van? Karikázd be válaszod betűjelét!

(A) 1; (B) 9; (C) 10; (D) 20; (E) végtelen sok.

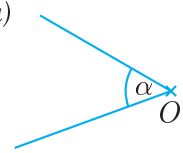
5 Egy trapéz csúcsait koordináta-rendszerben adtuk meg: $(-4; -3)$, $(8; -3)$, $(6; 12)$. Hány helyen lehet a negyedik csúcs, ha a trapéz területe 165 területegység?

Szögpárok

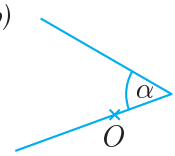
A)

1 Szerkeszd meg az α szög középpontosan szimmetrikus képét, ha a középpont az O pont!

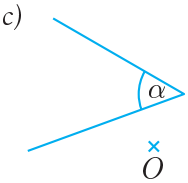
a)



b)



c)



2 Írd be a hiányzó szavakat!

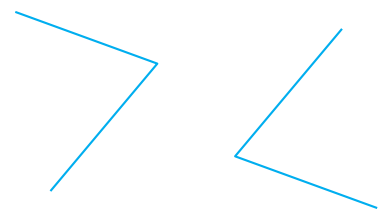
A középpontosan szimmetrikus szögek szárai párhuzamosak, páronként ellenkező irányúak. Az ilyen szögpárokat _____ nevezzük.

Ha két váltószögnek egybeesik a csúcsa, akkor _____ a nevük.

A váltószögeket _____ állású szögeknek is nevezzük.

Egy szögpárt _____ nevezünk, ha a szögszárak páronként párhuzamosak, és a szárak iránya páronként megegyezik. Az _____ és a fordított állású szögek is egyenlők.

3 Szerkeszd meg annak a középpontos tükrözésnek a középpontját, amely az ábrán látható váltószögpárt egymásba transzformálja!



MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (73. lap 78. oldal)
Pantone485 U

4 Keresd az igaz állításokat! Húzd alá őket!

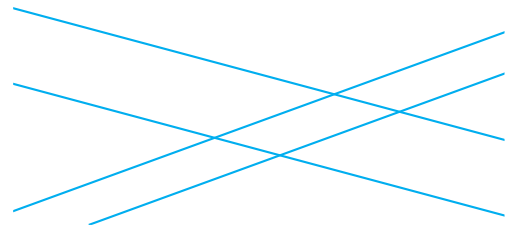
a) Ha két szögnek egybeesik a csúcsa, akkor csúcsszög a nevük.

b) A kiegészítő szögpárok összege 90°.

c) A pótszögek összege 180°.

d) A merőleges szárú szögek 180°-ra egészítik ki egymást.

5 Keress az ábrán csúcsszöget, váltószöget, egyállású szöget!



6 Egy szög 3-szorosánál 20°-kal kisebb a pótszöge. Hány fokos ez a szög?

7 Egy szög 4-szeresénél 10°-kal nagyobb a kiegészítő szöge. Hány fokos ez a szög?

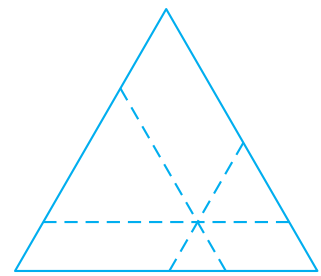
8 Kösd össze pirossal a pótszögeket, kékkel a kiegészítő szögeket!

$42° \ 23'$; $132° \ 23'$; $44° \ 31'$; $47° \ 37'$; $45° \ 29'$; $137° \ 37'$.

B)

1 *a)* Keress az ábrán nevezetes szögpárokat!

b) Mekkora a szaggatott vonalak együttes hossza, ha az ábrán látható szabályos háromszög oldala 4 cm-es?

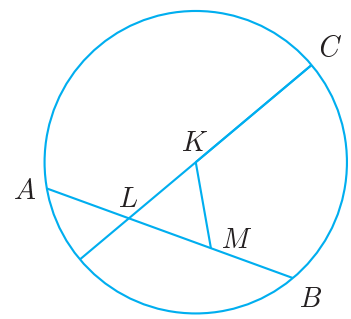


2 $ABCD$ téglalap AC átlója E pontban metszi a téglalap hosszabb AB oldalát. A téglalap középpontja K. Tudjuk, hogy $BCKE$ deltoid, és a szimmetriatengelye EC.

a) Határozd meg az átlók hajlásszögét!

b) Határozd meg az átlók és az oldalak hajlásszögét!

3 Az ábrán látható kör középpontja a K pont. Az AB szakasz két harmadolópontja L és M. Mekkorák az ABC háromszög szögei, ha KLM háromszög szabályos?



A kör kerülete

A)

1 Számítsd ki a kör kerületét, ha a sugara

a) 3 cm; *b)* 24 mm; *c)* $\frac{2}{3}$ cm; *d)* $\frac{3}{8}$ m!

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (74. lap 79. oldal)
Pantone485 U

2 Számítsd ki a kör sugarát, ha a kerülete

a) 18,85 cm; *b)* 69,12 cm; *c)* 6,28 dm; *d)* 0,88 m!

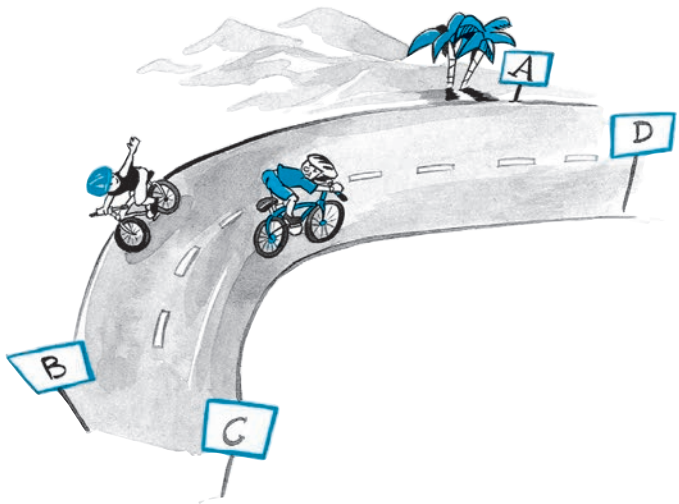
3 Egy 40 méter sugarú kör alakú pályát hányszor kell körbefutni, ha 5000 méteres versenyt szeretnénk rendezni?

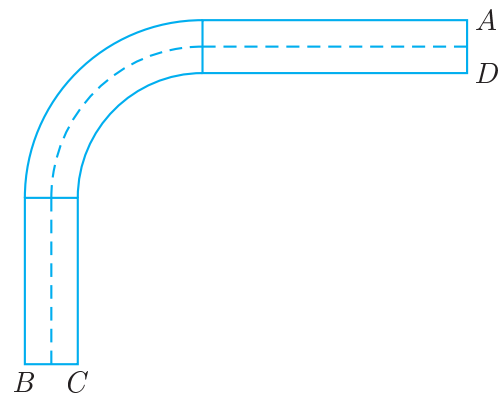
4 Elgurítottunk egy 32 cm sugarú kereket, és 10 métert gurult. Hányszor fordult eközben?

5 Megadunk néhány π-közelítést és a π-t. Rakd növekvő sorrendbe ezeket a számokat!

$$\frac{142}{45};\quad 4\cdot\left(\frac{8}{9}\right)^2;\quad \pi;\quad 3;\quad \frac{25}{8};\quad 4\left(1-\frac{1}{8}+\frac{1}{8\cdot 29}-\frac{1}{8\cdot 29\cdot 6}+\frac{1}{8\cdot 29\cdot 6\cdot 8}\right)^2;\quad \frac{92}{29}.$$

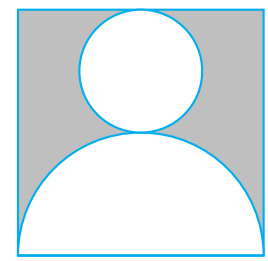
6 Egy 7 méter széles út derékszögben kanyarodik. Az út képen látható részén a szaggatottal jelölt középvonal egy 20 méter sugarú negyedkörívből, továbbá egy 22 méteres és egy 35 méteres szakaszból áll. Két kerékpáros szembehalad egymással az út szélén. Péter az A pontból B-be, Pál a C pontból D-be. Melyik kerékpáros tesz meg hosszabb utat és mennyivel?





B)

1 Egy 80 cm széles, kör alakú futópálya belső és külső szélének hossza közötti eltérés 5 m. Hány métert fut az a sportoló, aki egy 80 cm széles, kör alakú futópálya közepén egyszer megkerüli a pályát?



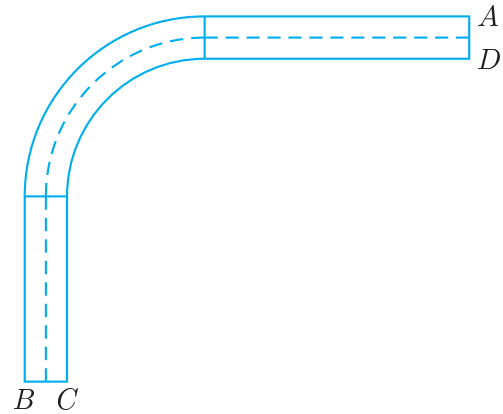
2 Egy kör sugara 12 dm. Mennyivel nagyobb sugarú a nála 12 dm-rel nagyobb kerületű kör?

3 Mekkora az ábrán szürkével festett síkidomok kerülete, ha a körvonalak a négyzet középpontjában érintik egymást? A négyzet oldala 5 cm.

4 Egy 8 méter széles út derékszögben kanyarodik. Az út képen látható részén a szaggatottal jelölt középvonal egy 30 méter sugarú negyedkörívből, továbbá egy 35 méteres és egy 50 méteres szakaszból áll. Péter az A pontból B-be, Pál a C pontból D-be kerékpározik. Egyszerre indulnak, és egyszerre érkeznek.

a) Add meg a sebességeik pontos arányát! (Használd a π-t!)

b) Ha Pál sebessége 10 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, akkor mekkora Péter sebessége?



MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (75. lap 80. oldal)
Pantone485 U

A kör területe

A)

1 Számítsd ki a kör területét, ha a sugara

a) 6 cm; *b)* 11 mm; *c)* $\frac{2}{5}$ cm; *d)* $\frac{1}{8}$ m!

2 Számítsd ki a kör sugarát, ha a területe

a) 28,3 cm^2; *b)* 50,3 cm^2; *c)* 153,9 dm^2; *d)* 1963,5 m^2!

3 Egy kör sugara 5 cm. Számítsd ki a kör területét a különböző π-közelítésekkel!

$\pi \approx$	3	3,1	3,14	3,141	3,1415	3,14159
$t \approx$						

4 Egy 1,8 méter sugarú kör alakú, virággal beültetett részt Balázsnak öntözőkannával kell meglocsolnia. Egy kanna vízzel 1,2 m^2 öntözhető meg. Hány kanna vizet kell a helyszínre vinnie Balázsnak?



5 Egy kör alakú teret 2 $\frac{km}{h}$ sebességgel Miklós 6 perc alatt körbesétál.

a) Mekkora területű ez a tér?

b) Hány métert tesz meg Éva, aki Miklós mellett 1 méterre sétál?

6 Egy CD átmérője 116 mm. A közepén egy 46 mm átmérőjű kör nem adathordozó. Mekkora területű részen történik az adatrögzítés?

7 Egy 38 cm átmérőjű tepsi tetejére a sütőbe helyezés előtt sütőfóliát teszünk.

a) Mekkora a területe ennek a fóliának?

b) Egy negyedekkora területű kör alakú fóliával mekkora átmérőjű tepsi takarható le?

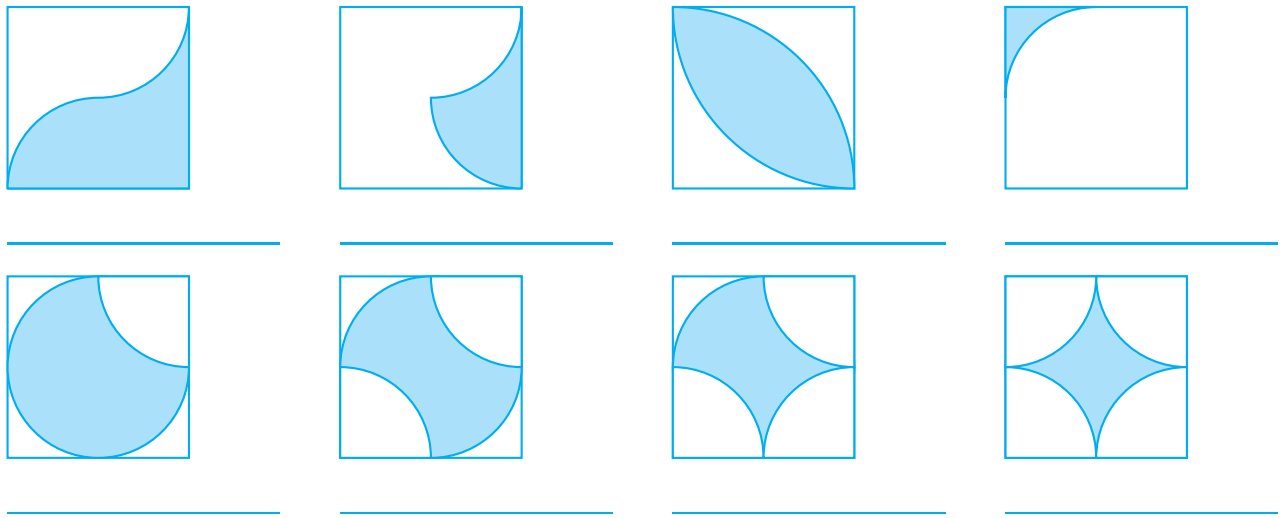
8 A locsolókanna szórófeje kör alakú és 4 cm a sugara. A víz 61 darab 1,2 mm átmérőjű lyukon folyhat át. Mit gondolsz, locsoláskor a fej felületének hány százalékán folyik a víz? Számítással ellenőrizd, hogy mennyit tévedtél!



MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (76. lap 81. oldal)
Pantone485 U

B)

1 A négyzet területének hányadrészét színeztük be?



2 Egy kört, egy háromszöget és egy téglalapot kell elhelyezned úgy, hogy határvonalaik a legtöbb pontban metsszék egymást. A síkidomok méreteit szabadon megválaszthatod. Maximum hány különböző metszéspont jöhet létre? (Ne vizsgáld azt az esetet, amikor a téglalap és a háromszög egyik oldala egy egyenesre illeszkedik!)

3 Egy 8 cm oldalú négyzet egyik csúcsa egy olyan körvonalra illeszkedik, amely érinti a szemközti csúcsba futó oldalakat. Számítsd ki a kör területét!

Szerkesztések

A)

1 Szerkessz háromszöget a következő adatokból! (A szokásos jelöléseket használtuk.)

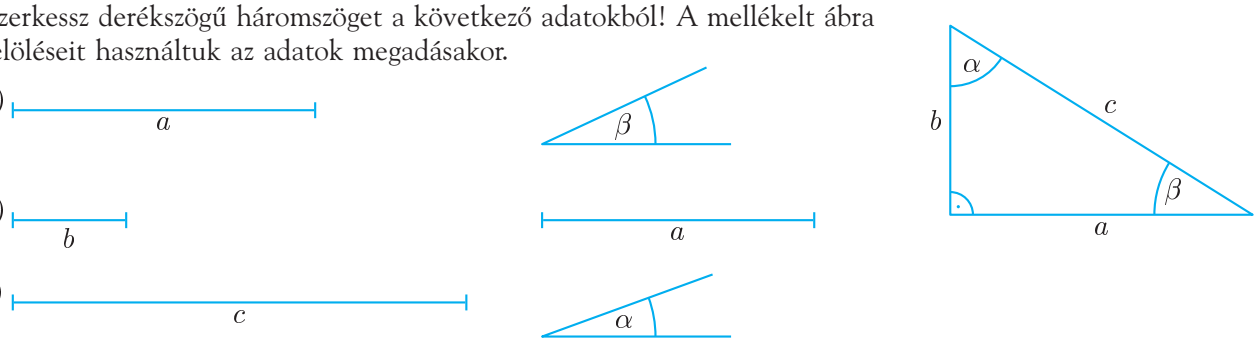
a) $a = 2{,}2$ cm, $b = 3$ cm, $c = 3{,}6$ cm;

b) $a = 2$ cm, $b = 2{,}6$ cm, $\gamma = 45°$;

c) $a = 3$ cm, $\alpha = 30°$, $\beta = 60°$;

d) $a = 2{,}5$ cm, $b = 3{,}3$ cm, $\beta = 45°$.

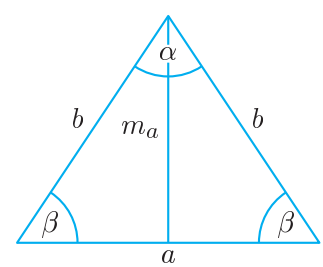
2 Szerkessz derékszögű háromszöget a következő adatokból! A mellékelt ábra jelöléseit használtuk az adatok megadásakor.



3 Szerkessz egyenlő szárú háromszöget a következő adatokból! A mellékelt ábra jelöléseit használtuk az adatok megadásakor.

a) $a = 2$ cm, $b = 4$ cm;

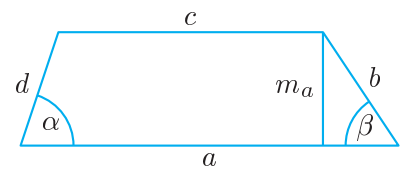
b) $m_a = 3{,}5$ cm, $b = 4$ cm.



MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (77. lap 82. oldal)
Pantone485 U

4 Szerkessz paralelogrammát, amelynek oldalai 5 cm és 3 cm, a közbezárt szög pedig 30°-os! Lehet-e ezt a szöget úgy módosítani, hogy a paralelogramma területe ne változzon? (Az oldalak hosszát se változtasd!)

5 Szerkessz trapézt! A mellékelt ábra jelöléseit használtuk az adatok megadásakor.

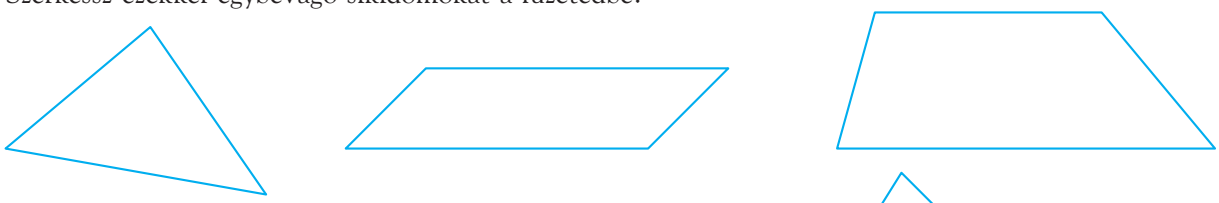


a) $a = 5$ cm, $m_a = 2$ cm, $\alpha = 60°$, $\beta = 45°$;

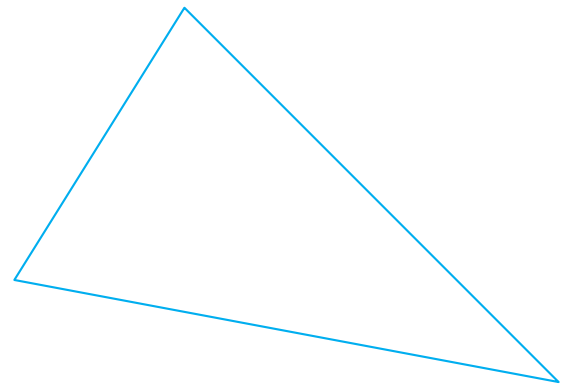
b) $a = 4$ cm, $b = 2$ cm, $c = 1{,}5$ cm, $\beta = 60°$.

6 Szerkessz egy paralelogrammát! Szerkessz egy másikat is, amelynek ugyanakkora a területe és kétszer akkora az alapja! Mekkorára választod a magasságot?

7 Szerkessz ezekkel egybevágó síkidomokat a füzetedbe!



8 Szerkeszd meg a háromszög három magasságvonalát!



B)

1 Hogyan vághatsz egy trapézt egy egyenessel két trapézra?

2 Miskolc, Nyíregyháza, Debrecen és Szolnok helyét jelölő pontok egy négyszöget határoznak meg. Szerkeszd meg ezt a négyszöget a füzetedbe! A térkép arányát felhasználva, a szükséges mérések elvégzésével számítsd ki, mekkora ez a terület a valóságban!

3 Szerkessz derékszögű háromszöget, ha adott két befogójának összege és az egyik hegyesszöge!

4 Szerkessz derékszögű háromszöget, ha adott a kerülete és az egyik hegyesszöge!

Háromszögekkel kapcsolatos fogalmak, tételek I.

A)

1 Egy háromszög két szöge adott (a szokásos jelölés szerint: α, β és γ a belső; α', β' és γ' a külső):
Határozd meg a hiányzó belső és külső szögek nagyságát!

a) $\alpha = 34°$ és $\beta = 47°$ _____

b) $\alpha = 104°\ 52'$ és $\gamma' = 153°\ 24'$ _____

c) $\beta' = 126°\ 29'\ 35''$ és $\gamma' = 132°\ 47'\ 44''$ _____

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (78. lap 83. oldal)
Pantone485 U

2 Pótold a hiányzó szavakat a következő szövegben!

A háromszögeket osztályozhatjuk szögeik és oldalaik szerint. Szögeik szerint osztályozva lehetnek _____, _____ és _____ háromszögek. Oldalaik szerint osztályozva lehetnek _____ háromszögek, _____ háromszögek és _____ háromszögek.

A háromszög _____ mindig nagyobb, mint a harmadik oldal.

A háromszög _____ szögeinek összege 180°.

A háromszög egy-egy külső szöge akkora, mint a vele _____ szög összege. A háromszög külső szögeinek összege _____.

3 Rajzolj paralelogrammát! Méréssel állapítsd meg a kerületét, valamint az átlók hosszának összegét! A kapott két értéket hasonlítsd össze! Vajon mindig ez lesz a nagyságrendi viszony közöttük? Miért?

4 Egy háromszögben az egyik oldal felezőpontját kösd össze a szemközti csúccsal! Az így kapott szakasz mindig kisebb, mint a háromszög kerületének fele. Miért?

5 Töltsd ki a táblázatot! (α, β, γ a belső, α', β', γ' a megfelelő külső szögeket jelenti egy háromszögben.)

	α	β	γ	α'	β'	γ'
a)	33°	51°				
b)		67°	53°			
c)		45,5°				100°
d)			56°		122°	
e)				123°		127°

B)

1 Egy négyszögben az egymás után következő négy belső szög különbsége mindig 12°. Mekkora lehet a négyszög legnagyobb külső szöge? Karikázd be válaszod betűjelét!

(A) 72°; (B) 108°; (C) 118°; (D) 144°; (E) Az előzőek egyike sem.

2 Egy négyszögben az egymás után következő négy belső szög különbsége állandó. Keresd meg az igaz állításokat és karikázd be a betűjelüket!

(A) Ekkor a legkisebb belső és a legkisebb külső szöge egyenlő.

(B) Ekkor a legnagyobb belső és a legkisebb külső szöge egyenlő.

(C) Ekkor a legkisebb belső és a legnagyobb külső szöge egyenlő.

(D) A külső szögek között nincs olyan, amelyik valamelyik belsővel egyenlő lenne.

(E) Ekkor a négyszög paralelogramma.

3 A háromszög legkisebb szögének a négyszerese a legnagyobb szögével egyenlő. A középső szög nagysága egyenlő a legnagyobb szög háromnegyedével. Karikázd be az igaz állítás betűjelét!

(A) Ez a háromszög tompaszögű. (B) Ez a háromszög derékszögű. (C) Ez a háromszög hegyesszögű.

(D) Ennek a háromszögnek van 45°-os szöge. (E) Az előzőek egyike sem igaz.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (79. lap 84. oldal)
Pantone485 U

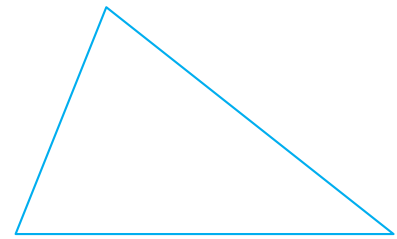
4 A derékszögű háromszög egyik szöge 23° 40′-cel nagyobb egy másik szögénél. Az átfogója 4 cm-es. Hány ilyen háromszög létezik? Karikázd be válaszod betűjelét!

(A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 3-nál több.

Háromszögekkel kapcsolatos fogalmak, tételek II.

A)

1 Szerkeszd meg a háromszög három oldalának felezőmerőlegesét, majd egészítsd ki a szöveget!



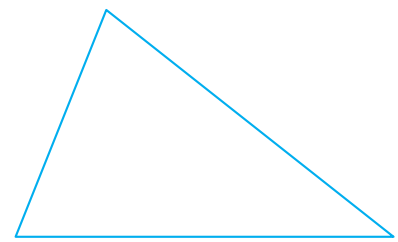
A háromszög három oldalfelező merőlegese _____

_____ egymást.

Ez a metszéspont a csúcsoktól _____ távolságra található.

Ez azt jelenti, hogy van olyan _____, amelyre mindhárom csúcs illeszkedik. Ez a _____ a háromszög _____.

2 Szerkeszd meg a háromszög három belső szögének a szögfelezőjét, majd egészítsd ki a szöveget!



A háromszög három belső szögének a szögfelezője _____

_____ egymást.

Ez a metszéspont az oldalegyenesektől _____ távolságra található.

Vagyis van olyan kör, amelynek mindhárom oldal az _____

Ez a kör a háromszög _____

3 Szerkessz 4 cm-es oldallal egyenlő oldalú háromszöget! Szerkeszd meg a köré írt és a beírt körének a középpontját! Mekkora a két középpont távolsága? Hasonlítsd össze a két kör sugarát!

4 Az ABC háromszögben $\alpha = 48°$, $\beta = 72°$. A három csúcs és a beírt körének O középpontja négy háromszöget jelöl ki a síkon. Számítsd ki a négy háromszög belső szögeit!

5 Szerkessz háromszöget, ha az egyik oldala 3 cm, a köré írt kör sugara 3,5 cm, és egy másik oldala 4,5 cm!

B)

1 Mekkora szöget zár be egymással a háromszög 84°-os és 62°-os szögének a szögfelezője? Karikázd be válaszod betűjelét!

(A) 42°; (B) 31°; (C) 73°; (D) 34°; (E) Az előzőek egyike sem.

2 Mekkora szöget zár be egymással a háromszög két szögének szögfelezője, ha tudjuk, hogy a harmadik szög 72°-os? Karikázd be válaszod betűjelét!

(A) 108°; (B) 36°; (C) 45°; (D) 54°; (E) Az előzőek egyike sem.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (80. lap 85. oldal)
Pantone485 U

3 Az ábrán látható 10°-os szög szárai közötti cikcakkvonal minden szakasza egyenlő hosszú. Hányadik szakasz megrajzolása után kapunk szabályos háromszöget? Karikázd be válaszod betűjelét!



(A) 5; (B) 6; (C) 7; (D) 7-nél több; (E) soha.

4 Egy egyenlő szárú háromszög csúcsnál lévő szögfelezője olyan két háromszögre bontja a háromszöget, amelyeknek a szögei ugyanakkorák, mint az eredeti háromszög szögei. Mekkora szöget zár be a két szára a háromszögnek? Karikázd be válaszod betűjelét!

(A) 30°; (B) 36°; (C) 72°; (D) Az előzőek egyike sem;

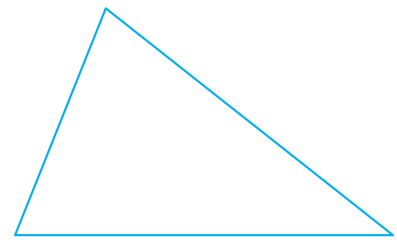
(E) Ilyen egyenlő szárú háromszög nem létezik.

Háromszögekkel kapcsolatos fogalmak, tételek III.

A)

1 Mutasd meg egy-egy rajzon, hogy a háromszög magasságpontja lehet a háromszög belsejében, lehet a határvonalán és lehet a háromszögön kívül!

2 Szerkeszd meg az ábrán látható háromszög súlyvonalait! Jelöld S-sel a súlypontot!



3 A háromszög nevezetes pontjairól készítettünk egy táblázatot.

Tegyél X-et az igaz állításnak megfelelő cellákba!

	Lehet kint	Lehet bent	Lehet a határvonalon
A beírt kör középpontja			
A köré írt kör középpontja			
Magasságpont			
Súlypont			

4 Szerkessz háromszöget, ha három középvonalának hossza 1,2 cm, 2,5 cm és 3 cm!

5 Az ABC háromszögben $\alpha = 52°$, $\beta = 74°$. A három magasságvonal hat háromszögre vágja az ABC háromszöget. Számítsd ki a háromszögek belső szögeit!

B)

1 Mekkora szöget zár be egymással a háromszög 80°-os és 50°-os szögének csúcsából induló két magasság?

(A) 50°; (B) 80°; (C) 100°; (D) 130°; (E) Az előzőek egyike sem.

2 Hány állítás igaz?

A háromszög magasságvonalai felezik a csúcsnál lévő szöget.

A háromszögek magasságpontja a csúcsoktól egyenlő távolságra van.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (81. lap 86. oldal)
Pantone485 U

A háromszög magasságvonalai a háromszögön belül metszik egymást.

A magasságvonal felezi a háromszög területét.

(A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4.

3 Az egyenlő szárú háromszög egyik szárához húzott súlyvonal a háromszög kerületét 18 cm és 13 cm hosszúságú részekre osztja. Mekkora a háromszög alapja, ha tudjuk, hogy minden oldala centiméterben mérve egész szám? Karikázd be válaszod betűjelét!

(A) 5 cm; (B) 12 cm; (C) 15,5 cm; (D) 7 cm; (E) Az előzőek egyike sem.

4 Mit mondhatunk a háromszögek magasságainak az összegéről? Karikázd be válaszod betűjelét!

(A) Egyenlő a háromszög kerületével.

(B) Nagyobb, mint a háromszög kerülete.

(C) Kisebb, mint a háromszög kerülete.

(D) Nagyobb vagy egyenlő, mint a háromszög kerületének másfélszerese.

(E) Az előzőek egyike sem.

Négyszögek

A)

1 Számítsd ki a négyszög hiányzó szögeit! (α, β, γ, δ a belső, α', β', γ', δ' a megfelelő külső szögeket jelenti egy konvex négyszögben.)

	α	β	γ	δ	α'	β'	γ'	δ'
a)	42°		80°	114°				
b)		45°	71°					100°
c)						101° 10′	92° 34′	117° 44′
d)	43° 45′					121°	96° 45′	

2 Egy négyszög egyik szöge 62°, egy másik kétszer akkora. Tudjuk, hogy van két egyenlő szöge. Add meg a négyszög szögeit!

3 Igazak-e a következő állítások? Írj a négyzetbe I-t, ha igaz, H-t, ha hamis!

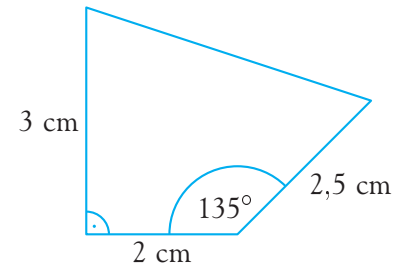
(A) Ha egy négyszögnek két szemközti oldala nem párhuzamos, akkor az nem trapéz. ☐

(B) Ha egy négyszögnek nincs két egyenlő oldala, akkor az nem lehet húrtrapéz. ☐

(C) Ha egy négyszögnek nincs két merőleges oldala, akkor az nem lehet téglalap. ☐

(D) Ha egy négyszögnek nincs két egyenlő szöge, akkor az nem lehet deltoid. ☐

4 Szerkessz négyszöget az ábrán látható adatok alapján!



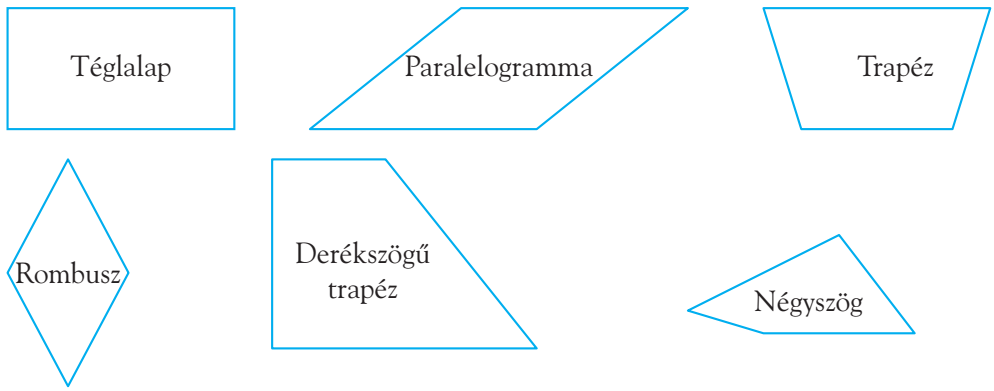
MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (82. lap 87. oldal)
Pantone485 U

5 Írd be a négyszögek belsejébe a rájuk jellemző tulajdonság betűjelét!

(A) Tengelyesen szimmetrikus; (B) Középpontosan szimmetrikus;

(C) Pontosan két szöge egyenlő; (D) Pontosan két oldala egyenlő;

(E) Két-két szemközti oldala egyenlő; (F) Átlói merőlegesek egymásra.



6 Egy négyszög szögeiről tudjuk, hogy három legkisebb szögének összege 238°, három legnagyobb szögének összege pedig 290°.

a) Igaz-e, hogy a két összegnek a különbsége megegyezik a legnagyobb és a legkisebb szög különbségével?

b) Mekkora a két középső szög összege?

c) Ha azt is tudjuk, hogy a két középső szög különbsége 16°, akkor mekkorák a négyszög szögei?

7 Egy négyszög belső szögei: α, $\alpha - 10°$, $2\alpha + 20°$, $3\alpha - 70°$. Mekkora a négyszög legnagyobb szöge?

8 Egy négyszög belső szögeinek aránya 1 : 3 : 5 : 6.

a) Add meg a négyszög szögeit!

b) Add meg a külső szögek arányát (a legkisebb külső szög legyen 3 rész)!

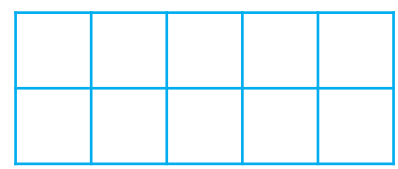
B)

1 Szerkeszd meg azt a húrtrapézt, amelyről tudod, hogy van beírt köre, amelynek sugara 2 cm, és a szárai 5 cm-esek!

2 Egy négyszög négy oldalának hossza adott. Milyen adatot kérnél még, hogy a négyszöget megszerkeszthesd? Gyűjts minél többet!

3 Hány olyan nem egybevágó téglalap van, amelynek kerülete 2006 cm, oldalai cm-ben mérve egész számok?

4 A négyzetrácson látható 18 rácspont hány olyan téglalapot határoz meg, amelynek az oldalegyenesei rácsegyenesek?



5 Egy téglalap belsejében végy fel egy pontot! Kösd össze a téglalap négy csúcsával! Mutasd meg, hogy ebből a négy szakaszból olyan négyszög szerkeszthető, amelynek csúcsai a téglalap oldalaira illeszthetők!

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (83. lap 88. oldal)
Pantone485 U

Sokszögek

A)

1 Írd be a hiányzó képleteket!

Ha a sokszög csúcsainak a száma n, akkor _____ a belső szögek összege.

Az n oldalú konvex sokszög egy csúcsából húzható átlók száma: _____.

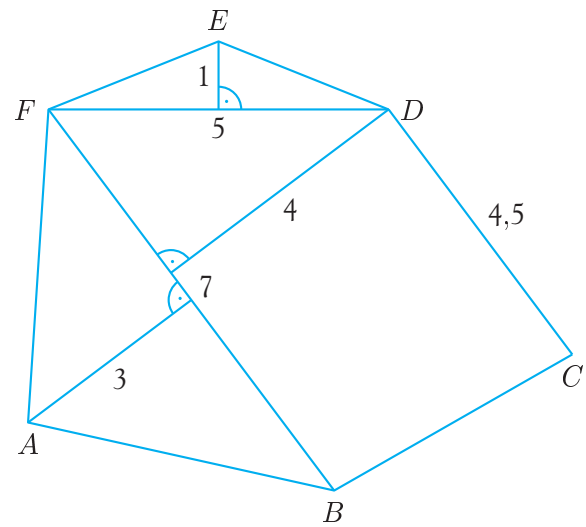
Az n oldalú konvex sokszög átlóinak száma: _____.

2 Töltsd ki a táblázatot!

A sokszög oldalainak a száma	12	15				
A sokszög belső szögeinek összege			3060°	3600°		
A sokszög átlóinak száma					104	189

3 Egy hatszög belső szögeinek nagysága: 90°, 95°, 101° 28′, 110° 57′, 120°.
Számítsd ki a külső szögeit! Mennyi a hat külső szög összege?

4 Az $ABCDEF$ konvex hatszöget úgy rajzoltuk, hogy az $FBCD$ trapéz FD szárára kifelé megrajzoltuk az EFD háromszöget és az FB alapjára szintén kifelé az ABF háromszöget. Az adatokat a mellékelt ábráról leolvashatod. Mekkora a hatszög területe?



5 Képzelj el egy konvex 23 szöget! A következő kérdések erre a sokszögre vonatkoznak.

a) Hány átló húzható egy csúcsból?

b) Az egy csúcsból húzható átlói hány háromszögre vágják?

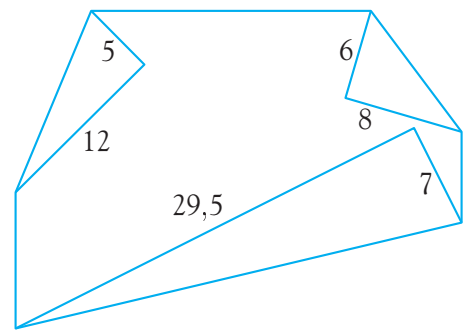
c) Hány átlója van összesen?

d) Hány fok a belső szögeinek összege?

e) Hány fok a külső szögeinek összege?

6 Hány oldalú az a konvex sokszög, amelyben a külső szögek összege harmada a belső szögek összegének?

7 Egy 29,5 cm-szer 21 cm-es lap sarkait az ábrán látható módon felhajtottuk. Az így kapott hatszög fekszik az asztalon. Mekkora részt takar az asztalból?



MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (84. lap 89. oldal)
Pantone485 U

B)

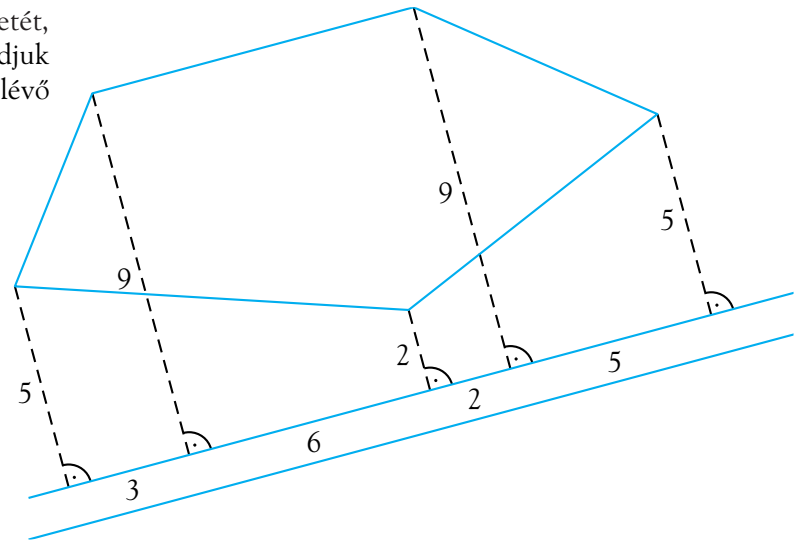
1 Egy konvex kilencszög összes átlóját meghúztuk. Maximálisan hány metszéspontja lehet ezeknek a szakaszoknak a sokszög belsejében?

2 Egy téglalap oldalai 3 cm és 8 cm. Rajzolj a hosszú oldalakra mint szimmetriaátlókra olyan deltoidokat, amelyeknek pontosan egy-egy derékszögük van, továbbá az egyik csúcsuk a másik hosszú oldalra illeszkedik.

a) Mekkora annak a síkidomnak a területe, amit a téglalap és a két deltoid közül legalább az egyik fed?

b) Mekkora annak a síkidomnak a területe, amit a téglalap és a két deltoid mindegyike fed?

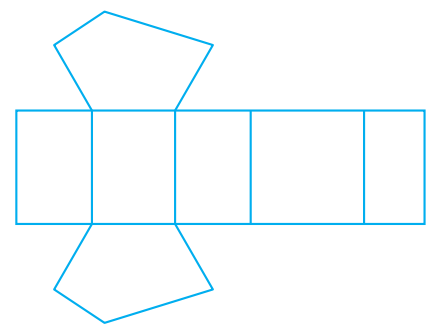
3 Számítsd ki a sokszög alakú föld területét, ha a vázlatrajzon jelölt egyenes úttól tudjuk a csúcsok távolságát, továbbá az úton lévő távolságok is ismertek!



Hasábok

A)

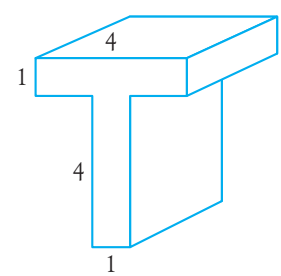
1 Egy papírból készült egyenes hasábot alapélei és egy oldaléle mentén felvágtunk, és síkba kiterítettük. Ekkor az ábrán látható hálózatot kaptuk. Egy ötszög területe 10,4 cm^2, a kerülete pedig 11 cm. A hasáb magassága 7 cm.



a) Mekkora a palást területe? _____

b) Mekkora a hasáb felszíne? _____

2 Az ábra egy T keresztmetszetű, 1,2 méter hosszú vasrudat ábrázol. Mennyi festék szükséges 14 darab ilyen vasrúd befestéséhez, ha a festék használati utasítása szerint 1 m^2-re 25 dkg festék felhasználása javasolt?



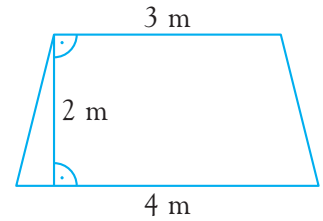
3 Hogyan számítjuk ki a hasáb térfogatát?

_____

_____.

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (85. lap 90. oldal)
Pantone485 U

4 Az ábrán látható trapéz egy gát keresztmetszetét ábrázolja. Az adatok alapján számítsd ki, hogy hány m^3 föld kellett a gát 2,5 km hosszú szakaszának megépítéséhez!



5 A következő állítások egy hétszög alapú egyenes hasábra vonatkoznak. Melyek az igaz (I) és melyek a hamis (H) állítások? Írd a megfelelő betűt a négyzetbe!

(A) Tizennégy lap határolja. ☐

(B) A határolólapok között van paralelogramma is. ☐

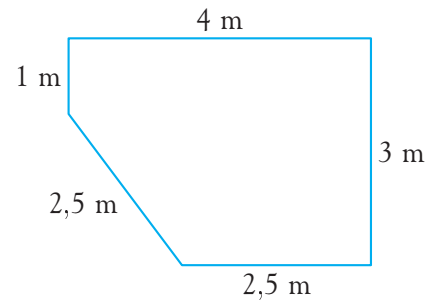
(C) A határolólapok között biztosan van két egybevágó téglalap. ☐

(D) Hét oldallapja van. ☐

(E) Ha az alaplap szabályos, akkor az oldallapok egybevágók. ☐

(F) Ha az oldallapok egybevágók, akkor az alaplap szabályos. ☐

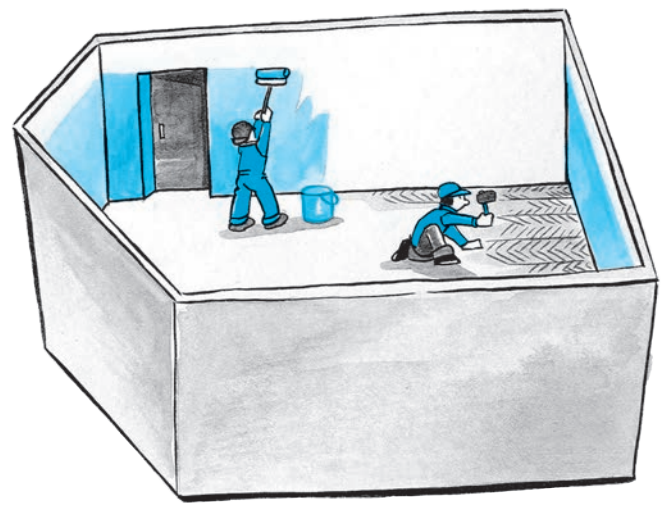
6 Az ábrán egy 2,8 méter magas szoba alaprajzát látod.



a) A szobát parkettázni szeretnénk. Hány m^2-re elegendő parkettát kell vásárolni?

b) Körben a fal mellett szegőlécet helyeznek el. A szobába egy 90 cm széles ajtón lehet bejutni. Hány méter szegőlécet használnak fel?

c) A 2 méter magas ajtó tetejéig sárgára festik a falat. A fal többi része és a mennyezet fehér lesz. Számítsd ki a sárga és a fehér felület nagyságát!



d) Hány m^3 a szoba légtere?

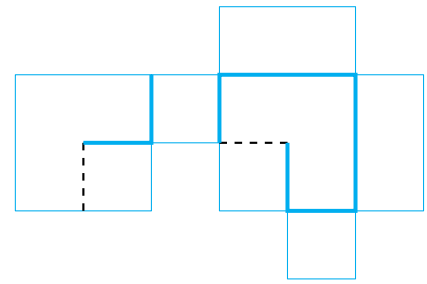
MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (86. lap 91. oldal)
Pantone485 U

B)

1 Egy fakockából az egyik lapjára merőleges vágásokkal egy nyolcszög alapú hasábot faragtunk ki. A négy hulladék egybevágó, egyenlő szárú, derékszögű háromszög alapú hasáb. Szerkeszd meg a nyolcszöget, ha a hulladék összesen 12,5%-a a kocka térfogatának!

2 Egy kocka minden lapjához hozzáragasztunk egy ugyanolyan méretű kockát. Az így kapott test felszíne és térfogata hányszorosa lett az eredeti kockáénak?

3 Az ábrán egy konkáv hatszög alapú hasáb hálózata látható. A hálózatot csupa 2 cm oldalú négyzetlapból készítettük. A vastag vonalak hajtásvonalat jelentenek, a szaggatott vonalak mentén vágni kell. Készíts vázlatrajzot a testről! Mekkora a hasáb felszíne és térfogata?



Hengerek

A)

1 Rajzolj egy hengert! Az ábra megfelelő helyére írd a következő szavakat: alaplap, palást, magasság, a henger sugara, a henger alkotója!

2 Rajzold le az 1 cm sugarú, 2 cm magasságú henger hálózatát!

3 *a)* Keretezd be azokat a képleteket, amelyekkel a henger felszínét lehet kiszámítani!

$2\pi(r + a)$; $2r\pi(r \cdot a)$; $2r\pi(r + a)$; $2r^2\pi + 2r\pi a$; $2r^2\pi m$.

b) Hogyan számítható ki a henger térfogata? $V =$ _____

4 Számítsd ki a henger felszínét és térfogatát, ha

a) $r = 2{,}5$ cm, $m = 4{,}6$ cm; *b)* $r = 14$ mm, $m = 0{,}6$ dm!

5 Számítsd ki a 4 cm átmérőjű, 11 cm magasságú henger felszínét és térfogatát!

6 Hány deciliteres a 3 cm sugarú, 12 cm magasságú üvegpohár? _____

7 Hány milliliter folyadék fér egy 22 cm hosszú, 5 mm átmérőjű szívószálba? _____

8 Egy tekercs rézvezetéket kell kihoznod egy raktárból. A vezeték átmérője 2,2 mm, a hossza 500 méter, a réz sűrűsége 8,9 $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Milyen nehéz ez a vezeték?

B)

1 Egy henger felszíne 160π mm^2. A palást területe a felszín 68,75%-ával egyenlő.

a) Mekkora az alapkör sugara? *b)* Számítsd ki a henger térfogatát!

2 Egy 30 cm átmérőjű csövön 1 másodperc alatt 3,2 m hosszúságú vízoszlop folyik át. Hány hektoliter víz folyik át a csövön 1 nap alatt?

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (87. lap 92. oldal)
Pantone485 U

9. Valószínűség-számítás

Kísérlet, elemi esemény, gyakoriság

A)

1 Válaszd ki a felsorolt kifejezések közül a megfelelőt, és írd be a kipontozott helyre!

Kimenetel; kísérlet; gyakoriság; elemi esemény; esemény.

A valószínűség-számításban egy dobókocka feldobását _____nek nevezzük. Ennek a kísérletnek hatféle _____ lehet. Ezek mindegyike egy-egy _____. Az az _____ _____, hogy páros számot dobtunk, háromféle _____ teljesülésével állhat elő. Ezek: 2-t, 4-et, vagy 6-ot dobtunk. Azt a számot, amely megmutatja, hogy egy _____ a _____ során hányszor fordult elő, _____nak nevezzük.

2 Három korongot egyszerre feldobunk. Az egyik korong lapjai kék és sárga, a másik korong lapjai fehér és kék, a harmadik korong lapjai sárga és piros színűek. Sorold fel a kísérlethez tartozó elemi eseményeket!

_____

_____



3 Egy dobókocka lapjainak színezéséhez két színt használtunk, zöldet és pirosat. Minden lapot egyszínűre színeztünk. Feldobtuk a kockát 100-szor. A „pirosat dobtunk” gyakorisága 90, a „zöldet dobtunk” gyakorisága 10. Hogyan lehetett kiszínezve a kocka? Indokolj!

_____

_____

B)

1 Egy koronggal, egy tetraéderrel – négy egybevágó szabályos háromszöglap által határolt test – és egy kockával 25-25 dobásból álló dobássorozatot végeztünk. A korong egyik oldala fehér (F), a másik kék (K). A tetraéder 3 lapja fehér, 1 kék, míg a kocka 1 lapja fehér és 5 kék.

Első sorozat: F K K K K F F K K K F K K K K F F K F K K K K K K

Második sorozat: F F K F K K K K F K F F K K K F K F F F F K F K K

Harmadik sorozat: K F F K K F F F K F F K F K F F F F F K K F K F F

Melyik sorozat tartozhat az egyes testekkel végrehajtott dobássorozathoz? Számold össze a gyakorisági értékeket!

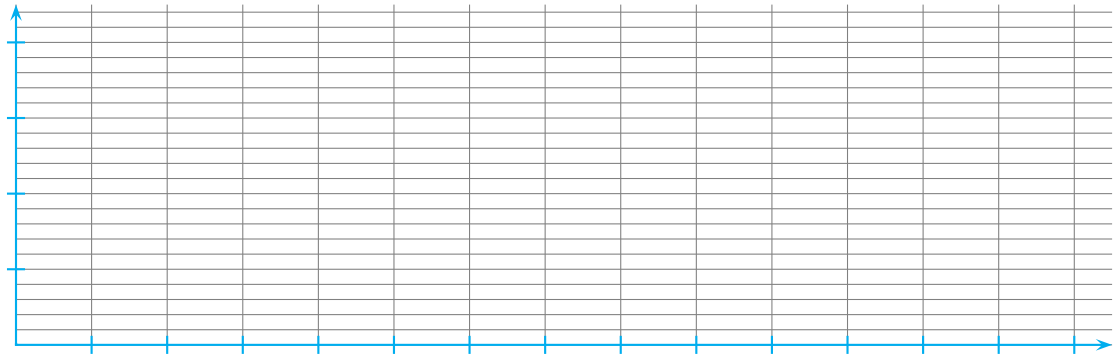
Korong dobása: a fehér dobás gyakorisága _____, a kék dobás gyakorisága _____.

Tetraéder dobása: a fehér dobás gyakorisága _____, a kék dobás gyakorisága _____.

Kocka dobása: a fehér dobás gyakorisága _____, a kék dobás gyakorisága _____.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (88. lap 93. oldal)
Pantone485 U

☺ **2** Szabályos dobókockával végezz 100 dobássorozatból álló kísérletet! Egy-egy dobássorozat addig tart, amíg az első hatost nem dobtad. Készíts a 100 dobássorozatról oszlopdiagramot! A vízszintes tengelyen azt jelöld, hogy hányadikra dobtad az első hatost (1.-re; 2.-ra; 3.-ra, . . .), a függőleges tengelyen pedig a gyakorisági értékeket! Ezt a diagramot **gyakorisági diagramnak** nevezzük.



Relatív gyakoriság, a valószínűség fogalma, nem azonos valószínűségű események

A)

☺ **1** Mit mutat meg egy kísérletben bekövetkezett esemény gyakorisága, relatív gyakorisága?

_____

_____

☺ **2** Írd be a vonalra a válaszokat!

a) 10 dobásból 7 volt páros.

A páros dobás gyakorisága: _____, relatív gyakorisága _____.

b) 30 húzásból 16 volt fekete.

A fekete húzás gyakorisága: _____, relatív gyakorisága _____.

c) 100 kísérletből az A esemény 25-ször következett be.

Az A esemény gyakorisága: _____, relatív gyakorisága _____.

d) 50 kísérletből a vizsgált esemény k-szor következett be.

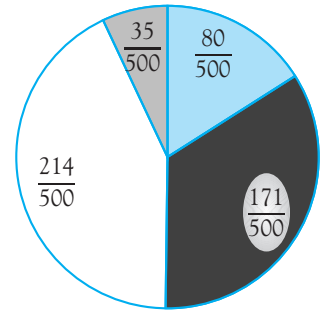
A vizsgált esemény gyakorisága: _____, relatív gyakorisága _____.

e) A végrehajtott n kísérletből az A esemény k-szor következett be.

Az A esemény gyakorisága: _____, relatív gyakorisága _____.

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (89. lap 94. oldal)
Pantone485 U

3 A dodekaéder olyan test, amelyet 12 egybevágó szabályos ötszöglap határol. Minden lapját kiszíneztük pirossal, kékkel, fehérrel vagy zölddel. Ezután feldobtuk a dodekaédert, és a felső lap színét feljegyeztük. A kördiagram az egyes színekkel való dobások relatív gyakoriságát ábrázolja 500 dobás után. Hogyan színezhettük ki a dodekaéder lapjait?



piros zöld kék fehér

Piros lapja _____ lehetett, mert _____

_____ .

Zöld lapja _____ lehetett, mert _____

_____ .

Fehér lapja _____ lehetett, mert _____

_____ .

Kék lapja _____ lehetett, mert _____

_____ .

4 Az italautomatából azonos áron vehetünk dobozos üdítőket: narancslét, kólát, tonikot, szőlőlét. A pénz bedobása után találomra kiválasztjuk az egyik italt. Mekkora annak a valószínűsége, hogy



a) kólát kapunk? _____

b) narancslét vagy szőlőlét kapunk? _____

c) nem tonikot kapunk? _____

Indokolj!

_____

_____

_____

B)

1 Írd a megfelelő törteket vonalra!

Szabályos dobókockával dobva

a „3-at dobtunk” valószínűsége: _____ .

a „2-t vagy 5-öt dobtunk” valószínűsége: _____ .

a „nem 4-et dobtunk” valószínűsége: _____ .

a „prímszámot dobtunk” valószínűsége: _____ .

MUFUZ7
2015.5.21. – 21:04 (90. lap 95. oldal)
Pantone485 U

2 Két dobozba számjegykártyákat tettünk. A zöldbe 1-es, 2-es, 3-as, míg a pirosba 2-es, 3-as, 4-es és 5-ös kártyákat.

Húzzunk 1-1 kártyát a dobozokból! Képezzünk kétjegyű számot úgy, hogy a tízesek helyére a zöld, az egyesek helyére pedig a piros dobozból húzott számot írjuk!

Hány különböző kétjegyű számot állíthatunk így elő? _____

Indokolj! _____

Állapítsd meg a következő események valószínűségét!

a) A számjegyek összege 3. _____

b) A szám osztható 11-gyel. _____

c) A szám nem osztható 9-cel. _____

d) Nagyobb szám áll a tízesek helyén, mint az egyesek helyén. _____

e) A szám nem 2-vel kezdődik. _____

f) 40-nél kisebb a kétjegyű szám. _____

g) A számjegyek összege legalább 3. _____

h) A számjegyek különbségének abszolút értéke 1. _____

3 Három lapra felírjuk az É, K, P betűket. Mekkora annak a valószínűsége, hogy ha véletlenszerűen egymás mellé illesztjük a lapokat, akkor értelmes szót kapunk? Indokolj!

_____

4 Egy dobozban sárga és kék golyók vannak. Sárgából 4, kékből 7 darab. Véletlenszerűen kiveszünk egy golyót a dobozból.



a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy sárgát vettünk ki? _____

b) Hogyan változtassuk a golyók számát, hogy a sárga golyó kihúzásának valószínűsége azonos legyen a kék golyó kihúzásának valószínűségével?

_____

c) Hogyan változtassuk a golyók számát, hogy a sárga golyó kihúzásának valószínűsége ne változzon? _____

_____

d) Hogyan változtassuk a golyók számát, hogy a sárga golyó kihúzásának valószínűsége a kék golyó kihúzása valószínűségének kétszerese legyen?

_____

MUFUZ7 2015.5.21. – 21:04 (91. lap 96. oldal)
Pantone485 U