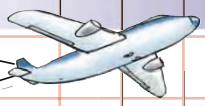
BÉKÉSSY SZILVIA – DR. FRIED KATALIN –
DR. KORÁNDI JÓZSEF – PARÓCZAY JÓZSEF –
SZÁMADÓ LÁSZLÓ – TAMÁS BEÁTA

MATEMATIKA

feladatgyűjtemény

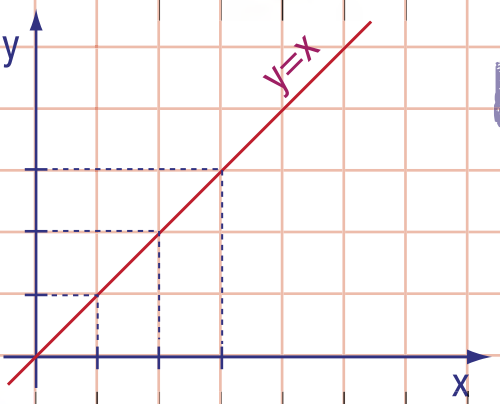
Kalandozások a matematikában



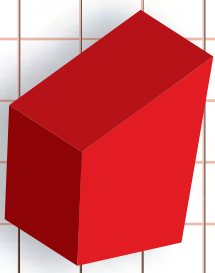
$t = \frac{(a+c)\cdot m}{2}$

$t = \frac{e \cdot f}{2}$

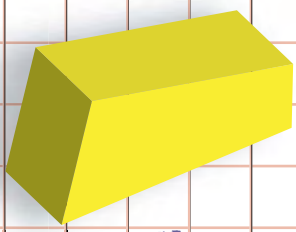




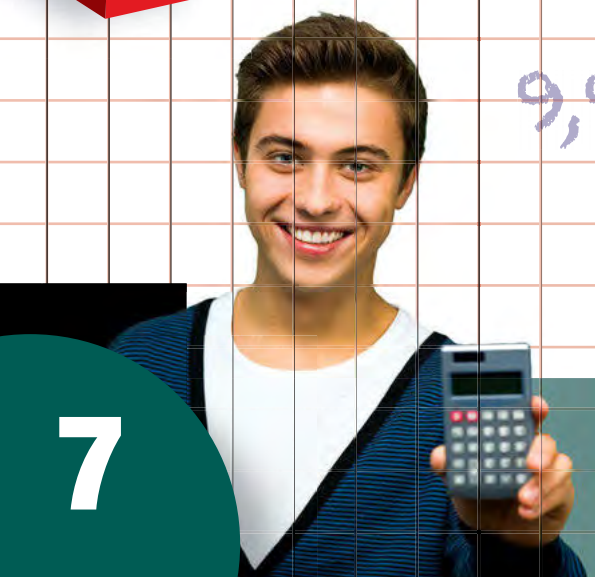
$t = r^2 \cdot \pi$



$9{,}999^{\cdot}$



$K = 2 \cdot r\pi$



7

OKTATÁSI HIVATAL

A kiadvány 2020. 05. 22-től tankönyvvé nyilvánítási engedélyt kapott
a TKV/3046-7/2020. számú határozattal.

A kiadvány megfelel az 51/2012. (XII. 21.) EMMI-rendelet
2. melléklet Kerettanterv az általános iskola 5–8. évfolyamára – 2.2.03 (Matematika),
2.3.1.2 (Emelt matematika – B variáció); 4. melléklet Kerettanterv a gimnáziumok
7–12. évfolyama számára – 4.2.04 (Matematika); 5. melléklet Kerettanterv
a gimnáziumok 5–12. évfolyama számára – 5.2.04 (Matematika) megnevezésű
kerettantervek előírásainak.
A tankönyv összhangban áll a NAT 2012-vel.

A tankönyvvé nyilvánítási eljárásban közreműködő szakértők:
HERCZEGNÉ KASZÁS JUDIT, ÁBRAHÁM JULIANNA

Lektorok: FÜLEKI LÁSZLÓNÉ, PÁLFALVI JÓZSEFNÉ, RAJK ÁGNES

Grafikusok: JUHÁSZ LEHEL, TÉNYI KATALIN

Fedélterv: KORDA ÁGNES, CZAKÓ RITA

Felelős szerkesztők: TÓTHNÉ SZALONTAY ANNA,
DR. KORECZNÉ KAZINCZI ILONA

© Békéssy Szilvia, dr. Fried Katalin, dr. Korándi József, Paróczay József,
Számadó László, Tamás Beáta, Oktatási Hivatal
(Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet), 2015

ISBN 978-963-19-7669-4

Oktatási Hivatal • 1055 Budapest, Szalay utca 10–14.
Telefon: (+36-1) 374-2100 • E-mail: tankonyv@oh.gov.hu

A kiadásért felel: Brassói Sándor mb. elnök • Raktári szám: NT-11780/Fgy
Tankönyvkiadási osztályvezető: Horváth Zoltán Ákos
Műszaki szerkesztő: Marcsek Ildikó • Grafikai szerkesztő: Görög Istvánné
Terjedelem: 12,15 (A/5) ív • Tömeg: 210 gramm • 1. kiadás, 2021
Tördelés, grafika: Könyv Művek Bt. • A szedés EMTEX szedőrendszerben készült

Gyártás: Könyvtárellátó Nonprofit Kft.



Készült a Gyomai Kner Nyomda Zrt.-ben, 2021-ben
Magyar Könyvkiadók és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja
Felelős vezető: Csöndes Zoltán vezérigazgató
www.gyomaikner.hu

Tartalom

		Végeredmények
Bevezetés	5	
1. A racionális számok	6	91
A tanult számok halmaza	6	91
Tört alakba írható számok	7	92
Vizsgáljuk a tizedes törteket!	8	92
Műveletek	9	93
Az összeadás tulajdonságai	9	93
A kivonás tulajdonságai	10	93
A szorzás tulajdonságai	11	93
Az osztás tulajdonságai	11	94
Vegyes műveletek – összetett feladatok	12	94
2. Geometria	15	96
Mértékegységek, gyakorlati példák, alkalmazások	15	96
A legfontosabb geometriai fogalmak I.	17	97
A legfontosabb geometriai fogalmak II.	19	98
Geometriai transzformációk	22	99
Középpontos tükrözés	24	99
Tengelyes és középpontos szimmetria	26	100
3. Nagy számok	28	101
Mi a neve? Hogyan olvassuk ki?	28	101
Egy szám többféle alakja – a normálalak	29	102
A hatványozás azonosságai	30	103
Oszthatóság és hatványozás	31	103
Vegyes feladatok	32	104
4. Algebra	36	105
Jelek és jelölések	36	105
Algebrai fogalmak	37	106
Műveletek algebrai kifejezésekkel	38	106
Összeadás	38	106
Szorzás	39	107
Vegyes feladatok	40	108
5. Egyenletek, egyenlőtlenségek	42	109
A mérlegelv	44	110
Szöveges feladatok	46	112

6. Arányosság 49 114
Százalékszámítás 53 115
7. Hozzárendelések, függvények, sorozatok 56 116
Hozzárendelések más formában 57 118
Számtani sorozat 66 125
8. Geometriai számítások, szerkesztések, bizonyítások 68 127
A paralelogramma és a háromszög területe 68 127
A trapéz területe 69 128
Szögpárok 71 128
A kör kerülete 71 128
A kör területe 73 129
Szerkesztések 74 129
Háromszögekkel kapcsolatos fogalmak, tételek I. 75 130
Háromszögekkel kapcsolatos fogalmak, tételek II. 76 130
Háromszögekkel kapcsolatos fogalmak, tételek III. 77 131
Négyszögek 78 131
Sokszögek 79 131
Hasábok 80 132
Hengerek 82 132
9. Valószínűség-számítás 82 132
Kísérlet, elemi esemény, gyakoriság 82 132
Relatív gyakoriság, valószínűség 84 133
Középiskolába készülünk 86 134
Egyenlettel megoldható feladatok 86 134
Egy kis geometria 88 135
Számokkal kapcsolatos feladatok 89 135
Rejtvények számokkal és számjegyekkel 90 136
Végeredmények 91

Bevezetés

Ez a feladatgyűjtemény az NT-11780 raktári számú 7. évfolyamos tankönyvhöz készült. Célja, hogy lehetővé tegye a folyamatos gyakorlást. A fejezetek követik a tankönyv fejezeteit.

A feladatok nehézségi fokát a ☺ jelek száma mutatja, a legkönnyebbek az egy, a legnehezebbek a három jellel ellátott feladatok.

A gyűjtemény feladatai kiegészítik a tankönyv feladatanyagát. Helyet kaptak olyan feladatok, amelyek bővítik a gyakorlási lehetőségeket, segítenek egyes rutinok kialakításában, de olyanok is, amelyek valamelyest túlmutatnak a tankönyvi kereteken. Így a középiskolába készülőknek is lehetőséget adtunk a felkészülésre, valamint a matematika játékos feladataiba is belekóstolhatnak az érdeklődő tanulók.

A felmérő feladatok szintjét nem jeleztük, ezeket anélkül is mindenkinek meg kell tudnia oldani.

A feladatok végeredménye megtalálható a könyv utolsó fejezetében. Egyes, kicsit nehezebb feladatok esetén egy megoldási ötletet is adtunk.

1. A racionális számok

A tanult számok halmaza

☺ **1** *a)* Csoportosítsd a következő számokat aszerint, hogy melyek egész számok, melyek törtszámok! Sorold fel a tizedes törteket!

$\frac{1}{4}$; 3; $-1{,}5$; $1{,}4$; $\frac{0}{5}$; $\frac{18}{6}$; $-\frac{3}{2}$; $-0{,}2$; $-\frac{1}{2}$; $\frac{7}{5}$.

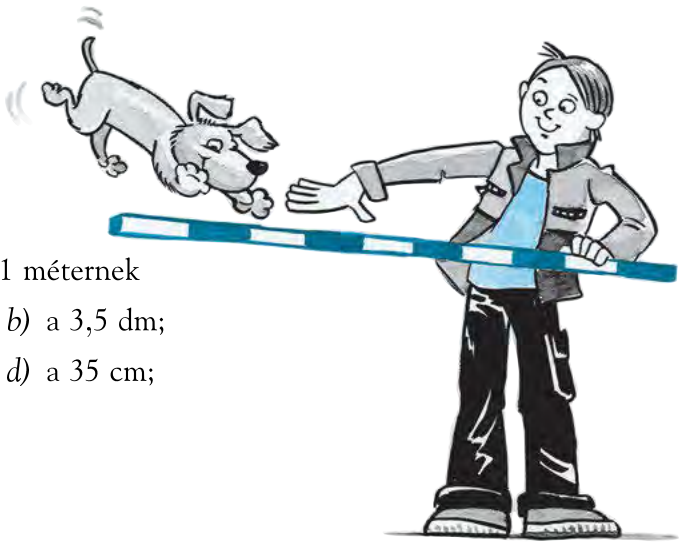
b) Ábrázold őket számegyenesen!

c) Írd fel a számokat növekedő sorrendben!

☺ **2** Írd be a törteket a táblázat megfelelő helyére:

(-1)-nél kisebb	(-1) és 0 közé esik	0 és 1 közé esik	1-nél nagyobb

$-\frac{7}{6}$; $\frac{13}{12}$; $-\frac{4}{15}$; $-\frac{1}{3}$; $\frac{9}{2}$; $-\frac{3}{10}$;
$\frac{2}{3}$; $-\frac{17}{15}$; $\frac{1}{3}$; $-\frac{3}{4}$; $-\frac{7}{5}$; $\frac{13}{5}$.



☺ **3** Hányadrésze 1 méternek

a) a 3 dm; *b)* a 3,5 dm;

c) a 35 dm; *d)* a 35 cm;

e) a 35 mm?

☺ **4** Fejezd ki tört alakban, hányadrésze az 1 órának

a) az 5 perc;
b) a 8 perc;
c) a 12 perc;
d) a 20 perc;
e) a 45 perc;
f) a 75 perc;
g) az 1 perc;
h) a 7 másodperc!



Tört alakba írható számok

☺ **5** Alakítsd át a tört alakban írt számokat olyan törtekké, amelyeknek a nevezője és a számlálója is egész szám! Keress minél egyszerűbb alakot!

a) $\frac{7,5}{1}$; *b)* $\frac{1,5}{1,75}$; *c)* $\frac{2}{5,4}$; *d)* $\frac{3,25}{2,75}$;

e) $\frac{13,2}{3,6}$; *f)* $\frac{1,5}{2,7}$; *g)* $\frac{8,1}{0,3}$; *h)* $\frac{1,4}{1}$;

i) $\frac{0,6}{1,9}$; *j)* $\frac{4,16}{1,04}$; *k)* $\frac{3,9}{4,6}$; *l)* $\frac{5,5}{1,5}$.

☺ **6** Írd át a következő emeletes törteket egyszerűsített törtszámmá!

a) $\frac{\frac{5}{2}}{3}$; *b)* $\frac{\frac{12}{7}}{4}$; *c)* $\frac{2}{\frac{21}{2}}$; *d)* $\frac{3}{\frac{55}{2}}$;

e) $\frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{10}}$; *f)* $\frac{15}{\frac{9}{8}}$; *g)* $\frac{\frac{21}{5}}{\frac{3}{5}}$; *h)* $\frac{\frac{33}{7}}{\frac{18}{26}}$;

i) $\frac{\frac{52}{75}}{\frac{4}{10}}$; *j)* $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{30}{51}}$; *k)* $\frac{\frac{0}{3}}{\frac{7}{13}}$; *l)* $\frac{\frac{69}{42}}{\frac{23}{12}}$.

☺ **7** Írd át tört alakba a következő százalékokat!

a) 25%; *b)* 31%; *c)* 79%; *d)* 42%; *e)* 27%; *f)* 95%;
g) 148%; *h)* 1024%; *i)* 400%; *j)* 0,25%; *k)* 6%; *l)* 830%.

8 Írd át százalék alakra a következő törteket!

a) $\frac{1}{10}$; *b)* $\frac{111}{100}$; *c)* $\frac{11}{20}$; *d)* $\frac{71}{10}$;

e) $\frac{157}{50}$; *f)* $\frac{17}{100}$; *g)* $\frac{29}{200}$; *h)* $\frac{19}{2500}$;

i) $\frac{21}{25}$; *j)* $\frac{1}{10\,000}$; *k)* $\frac{7}{100}$; *l)* $\frac{101}{10}$.

9 Írd tizedes tört alakba a következő számokat!

a) $\frac{12}{5}$; *b)* $\frac{39}{4}$; *c)* $\frac{17}{20}$; *d)* $\frac{21}{6}$; *e)* $\frac{49}{35}$; *f)* $\frac{51}{8}$;

g) $\frac{16}{9}$; *h)* $\frac{11}{10}$; *i)* $\frac{231}{56}$; *j)* $\frac{1}{11}$; *k)* $\frac{74}{18}$; *l)* $\frac{192}{25}$.

10 Fejezd ki tizedes tört alakban, hányadrésze az 1 órának

a) 5 perc; *b)* 8 perc; *c)* 12 perc; *d)* 20 perc; *e)* 45 perc!

Vizsgáljuk a tizedes törteket!

11 Írd át tört alakba a következő számokat! Keresd meg a legegyszerűbb alakot!

a) 7,85; *b)* 26,6; *c)* 0,625; *d)* 55,75;

e) 4,375; *f)* 10,01; *g)* 335,12; *h)* 92,48;

i) 88,8; *j)* 909,09; *k)* $2,\dot{4}$; *l)* $6,\dot{0}\dot{6}$.

12 Mely számok egyenlőek? Ezeket húzd alá azonos színnel!

a) $2,98\dot{9}$; *b)* $2,\dot{9}\dot{9}$; *c)* 2,98; *d)* 2,99;

e) 3,11; *f)* $3,1\dot{0}$; *g)* 3; *h)* $2,\dot{9}$;

i) $3,\dot{0}\dot{0}\dot{0}$; *j)* 3,1; *k)* $3,10\dot{9}$; *l)* $3,0\dot{9}\dot{9}$.

13 Mely számok negatívak, melyek pozitívak az alábbiak közül? Van-e közöttük olyan, amelyik egyik csoportba sem sorolható?

a) $\frac{1}{5}$; *b)* $\frac{-10}{4}$; *c)* $\frac{-7}{-2}$; *d)* $\frac{5}{-16}$;

e) $-\frac{4}{3}$; *f)* $\frac{71}{18}$; *g)* $\frac{0}{9}$; *h)* $\frac{-26}{-1}$;

i) $\frac{54}{-13}$; *j)* $\frac{1}{-62}$; *k)* $\frac{9}{10}$; *l)* $\frac{-100}{233}$.

Műveletek

Az összeadás tulajdonságai

☺ **14** Végezd el a következő összeadásokat!

a) 5,72 + 14,01; *b)* 1,3 + 6,89; *c)* (−0,52) + 4,7;

d) 16,5 + (−2,2); *e)* (−8,41) + 3,19; *f)* 7,65 + (−5);

g) 20,73 + 8,42; *h)* 5,72 + (−14,01); *i)* 6,58 − (−2,36);

j) (−5,72) − 14,01; *k)* (−13,67) + 15,76; *l)* 11,07 + (−19,54).

☺ **15** Végezd el a következő összeadásokat!

a) $\frac{4}{5} + \frac{6}{7}$; *b)* $\frac{14}{3} + \frac{21}{10}$; *c)* $\frac{9}{5} + \left(-\frac{2}{11}\right)$;

d) $\frac{15}{32} + \frac{1}{8}$; *e)* $\left(-\frac{37}{9}\right) + \frac{13}{27}$; *f)* $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$;

g) $\frac{55}{60} + \frac{25}{24}$; *h)* $\frac{18}{22} + \left(-\frac{9}{11}\right)$; *i)* $\left(-\frac{7}{12}\right) + \left(-\frac{5}{15}\right)$;

j) $\left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{36}{54}$; *k)* $\frac{77}{45} + \frac{19}{30}$; *l)* $\frac{17}{9} + \left(-\frac{2}{4}\right)$.

☺ **16** Végezd el a következő összeadásokat! A törtek tetszés szerinti alakját használhatod.

a) $1\frac{2}{5} + 3{,}7$; *b)* $\frac{16}{5} + \left(-2\frac{6}{7}\right)$; *c)* $\left(-\frac{3{,}2}{2}\right) + 1{,}9$;

d) $\frac{10}{8} + 7{,}3$; *e)* $\frac{1{,}5}{2{,}7} + \frac{11}{6}$; *f)* $(-6{,}2) + 2\frac{3}{4}$;

g) $\frac{5}{12} + (-7{,}1)$; *h)* $18{,}4 + 1\frac{3}{5}$; *i)* $9 + 1\frac{1}{9}$;

j) $10\frac{5}{14} + \left(\frac{-92}{8}\right)$; *k)* $26{,}3 + \frac{4}{15}$; *l)* $\left(-\frac{61}{21}\right) + 1\frac{9}{14}$.

A kivonás tulajdonságai

☺ **17** Végezd el a következő kivonásokat!

a) $48{,}61 - 50{,}09$;
b) $29{,}77 - 65{,}28$;
c) $(-15{,}2) - 34{,}75$;
d) $10{,}42 - (-11{,}17)$;
e) $(-741{,}45) - 29{,}89$;
f) $102{,}04 - (-20{,}65)$;
g) $83{,}9 - 98{,}14$;
h) $(-20{,}73) - 13{,}67$;
i) $(-35{,}23) - (-67{,}46)$;
j) $5{,}72 - 14{,}91$;
k) $68{,}4 - (-51{,}25)$;
l) $73{,}19 - 21{,}45$.

☺ **18** Számítsd ki a következő különbségeket! A törtek tetszés szerinti alakját használhatod.

a) $\frac{7}{8} - 1{,}3$;
b) $(-4{,}23) - \frac{19}{10}$;
c) $5\frac{1}{4} - \left(-\frac{7}{6}\right)$;
d) $7{,}1 - \frac{2{,}8}{0{,}6}$;
e) $\left(-\frac{17}{5}\right) - 3{,}8$;
f) $\frac{3}{2} - \left(-2\frac{5}{7}\right)$;
g) $26\frac{2}{9} - 43{,}5$;
h) $\frac{33}{24} - \frac{42}{5}$;
i) $(-2{,}65) - \left(-\frac{112}{25}\right)$;
j) $\frac{57}{18} - 3\frac{1}{4}$;
k) $\frac{9}{12} - 6\frac{1}{4}$;
l) $(-19{,}03) - \left(28\frac{1}{3}\right)$.

☺ **19** A műveletek elvégzése nélkül találd meg az egyenlőeket! Ezeket húzd alá azonos színnel!

a) $3{,}52 + 7{,}11$;
b) $(-3{,}52) + 7{,}11$;
c) $3{,}52 - 7{,}11$;
d) $(-3{,}52) - 7{,}11$;
e) $7{,}11 - 3{,}52$;
f) $(-7{,}11) - 3{,}52$;
g) $7{,}11 + 3{,}52$;
h) $7{,}11 - (-3{,}52)$;
i) $(-3{,}52) - (-7{,}11)$;
j) $3{,}52 - (-7{,}11)$;
k) $3{,}52 + (-7{,}11)$;
l) $7{,}11 + (-3{,}52)$.

☺ **20** Számítsd ki a következő műveletsorok eredményét!

a) $3{,}46 + 71{,}33 - 52{,}74 - 27{,}29$;
b) $(-48{,}1) + (4{,}82 + 8{,}92) - 61$;
c) $17{,}04 - (32{,}99 + 1{,}78) - 10{,}28$;
d) $(25{,}81 - 7{,}39) + (62{,}17 - 16{,}54)$;
e) $3{,}67 - 147{,}8 + 73{,}26 + 22{,}07$;
f) $64{,}72 - (24{,}1 - 92{,}8 + 154{,}48)$;
g) $204{,}52 - (61{,}99 - 643{,}72) + 90{,}4$;
h) $111{,}05 - (56{,}2 - 47{,}94 + 1{,}38)$.

A szorzás tulajdonságai

☺ **21** Számítsd ki a következő szorzatokat!

a) $\frac{12}{5} \cdot \frac{7}{4}$; b) $\frac{6}{8} \cdot \frac{2}{9}$; c) $\frac{22}{3} \cdot \frac{2}{3}$; d) $\frac{5}{16} \cdot \frac{28}{15}$;

e) $14{,}9 \cdot 5{,}1$; f) $2{,}8 \cdot 3{,}7$; g) $5{,}4 \cdot 8{,}6$; h) $7{,}2 \cdot 11$;

i) $\frac{4}{7} \cdot 10{,}5$; j) $8{,}3 \cdot \frac{5}{2}$; k) $\frac{15}{9} \cdot 3{,}3$; l) $7{,}4 \cdot \frac{25}{4}$.

☺ **22** Számítsd ki a következő szorzatokat!

a) $\left(-\frac{20}{9}\right) \cdot \frac{3}{16}$; b) $\frac{35}{24} \cdot \frac{6}{26}$; c) $\left(-\frac{18}{16}\right) \cdot \left(-\frac{28}{45}\right)$;

d) $\frac{58}{33} \cdot \left(-\frac{22}{29}\right)$; e) $(-13{,}5) \cdot (-2{,}4)$; f) $(-10{,}8) \cdot 3{,}7$;

g) $5{,}2 \cdot 20{,}1$; h) $4{,}8 \cdot (-25{,}6)$; i) $\frac{3}{2} \cdot (-3{,}2)$;

j) $24{,}3 \cdot \frac{4}{27}$; k) $\left(-\frac{40}{35}\right) \cdot (-10{,}5)$; l) $7{,}8 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)$.

Az osztás tulajdonságai

☺ **23** Végezd el az osztásokat!

a) $\frac{25}{9} : \frac{5}{4}$; b) $\frac{34}{19} : 17$; c) $\frac{8}{7} : \frac{2}{5}$;

d) $\frac{18}{22} : \frac{6}{5}$; e) $4{,}08 : 3{,}4$; f) $138{,}61 : 8{,}3$;

g) $23{,}66 : 9{,}1$; h) $4{,}83 : 0{,}7$; i) $\frac{37}{2} : 0{,}925$;

j) $8{,}64 : \frac{18}{5}$; k) $\frac{1353}{5} : 123$; l) $9{,}35 : \frac{17}{5}$.

☺ **24** Végezd el a következő osztásokat!

a) $\left(-\frac{18}{65}\right) : \frac{28}{15}$; b) $\frac{24}{7} : \frac{32}{3}$; c) $\left(-\frac{42}{14}\right) : \left(-\frac{1}{56}\right)$;

d) $\frac{39}{48} : \left(-\frac{65}{35}\right)$; e) $213{,}06 : 31{,}8$; f) $(-7{,}56) : (-0{,}4)$;

g) $(-27{,}18) : 15{,}1$; *h)* $(-4{,}08) : 3{,}4$; *i)* $\left(-\frac{27}{2}\right) : (-2{,}7)$;

j) $(-9{,}275) : \frac{7}{4}$; *k)* $\frac{902}{5} : 20{,}5$; *l)* $42{,}92 : \left(-\frac{29}{5}\right)$.

☺ **25** Végezd el a következő műveleteket!

a) $(4{,}9 + 1{,}6) \cdot 0{,}8$; *b)* $(12{,}5 - 10{,}9) \cdot (-4{,}2)$;

c) $(27{,}1 + 3{,}5) \cdot 3{,}6$; *d)* $(7{,}2 - 20) \cdot (-5{,}4)$;

e) $(-4{,}9 + 6{,}8) \cdot 7{,}3$; *f)* $(16{,}3 - 4{,}5) \cdot (-2{,}9)$;

g) $(4{,}95 + 0{,}25) : 0{,}8$; *h)* $(43{,}9 - 44{,}8) : 1{,}2$;

i) $(51{,}89 + 6{,}08) : (-3{,}1)$; *j)* $(5 - 41{,}9) : (-1{,}5)$;

k) $(134{,}6 + 51{,}7) : 23$; *l)* $(53{,}3 - 53{,}3) : (-9{,}09)$.

Vegyes műveletek – összetett feladatok

☺ **26** Melyik az a szám, amely

a) $1\frac{2}{3}$-dal több mint a $\frac{2}{5}$ és a $\frac{4}{3}$ összege?

b) $1\frac{2}{3}$-dal több mint a $\frac{2}{5}$ és a $\frac{4}{3}$ különbsége?

c) $1\frac{2}{3}$-szorosa a $\frac{2}{5}$ és a $\frac{4}{3}$ összegének?

d) $1\frac{2}{3}$-szorosa a $\frac{2}{5}$ és a $\frac{4}{3}$ különbségének?

e) $1\frac{2}{3}$-szorosa a $\frac{2}{5}$ és a $\frac{4}{3}$ szorzatának?

f) $1\frac{2}{3}$-dal több mint a $\frac{2}{5}$ és a $\frac{4}{3}$ hányadosa?

☺ **27** Hány liter víz van az 1,8 l űrtartalmú edényben, ha a $\frac{2}{3}$-áig áll benne a víz?



28 *a)* Hány métert vágtunk le a 3,5 m hosszú lécből, ha a $\frac{2}{5}$ részét vágtuk le?

b) Hányadrész marad meg?

c) Mekkora a megmaradó rész hosszúsága?

d) Mekkora a két rész aránya?



29 Egy téglalap alakú lemeznek az egyik oldalával párhuzamos vágással levágjuk a $\frac{3}{8}$ részét.

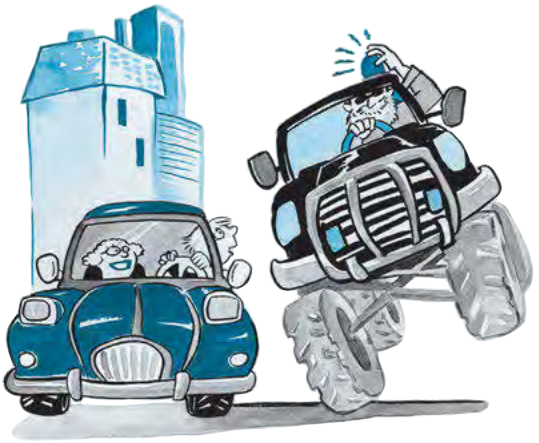
a) Mekkora rész maradt meg?

A megmaradt darabból most a másik oldallal párhuzamos vágással levágjuk a 0,2 részét.

b) A levágott darabnak mekkora része maradt meg?

c) Mekkora része ez az egész lemeznek?

30 Két autó közül az egyik 1,2-szer akkora átlagsebességgel tette meg az utat, mint a másik. Mennyi időre volt szüksége az egyik autónak, ha a másik $\frac{3}{4}$ óra alatt ért célba?



31 Pótold a hiányzó számjegyeket!

a) $\frac{3}{4} \cdot \square,\square = \frac{3}{8}$;

b) $\frac{\square}{3} \cdot 0{,}6 = 1$;

c) $\frac{\square}{\square} \cdot 1{,}5 = 1$;

d) $\frac{5}{\square} \cdot 0{,}75 \cdot \frac{\square}{8} = \frac{5}{8}$.

32 Feladat egy régi 7. osztályos tankönyvből (1965, Tankönyvkiadó): *Egy üveg savanyúságnál a Ta* $\frac{7}{10}$ *kg, a Bttó* $\frac{7}{20}$ *része. Hány kg a savanyúsággal teli üveg?*

Magyarázat: Ta (tára): csomagolóanyag. Bttó (bruttó): az áru teljes tömege.

33 Feladat egy régi 7. osztályos tankönyvből (1965, Tankönyvkiadó): *A tej* $1\frac{1}{30}$*-szor nehezebb a víznél,* $1\frac{1}{10}$*-szer a lenolajnál. Egy kannába* $25\frac{1}{2}$ *kp tej fér. Mennyi víz, illetve lenolaj fér bele?*

Magyarázat: A kp (kilopond) régi erő mértékegység. 1 kg tömeg súlya megközelítőleg 1 kp.

34 Egy medencét három csap tölt meg, és két lefolyója van. Az egyik csap 1,6 óra alatt, a másik 2 óra alatt, a harmadik 2,5 óra alatt tölti fel a medencét. Az egyik lefolyón 1,2 óra alatt, a másikon 1,5 óra alatt lehet leereszteni a vizet. Minden csapot és lefolyót megnyitunk.

a) 1 óra múlva mennyi víz lesz a medencében?

b) 10 óra alatt hány medencére való víz gyűlne össze?

c) Mennyi idő alatt telik meg a medence?

35 Hányszorosa

a) a 10 az 5-nek;

b) a 10% az 5%-nak;

c) a 24 a 38-nak;

d) a $\frac{24}{2\,364\,943}$ a $\frac{38}{2\,364\,943}$-nak;

e) a 16-nak az 50;

f) a 16%-nak az 50%;

g) a 22 a 15-nek;

h) a 22 pönty a 15 pöntynek;

i) az a a b-nek;

j) az a kg a b kg-nak;

k) az x a 100-nak;

l) a 100 az x-nek?

36 *a)* Ha az állandó sebességgel haladó autó 36 másodperc alatt tesz meg 1 km-t, akkor hány $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ a sebessége?

b) Ha az autó átlagosan 32 másodperc alatt tesz meg 1 km-t, akkor hány $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ az átlagsebessége?

37 Egy málnaszörpös üvegre ez van írva: rosttartalom 20 $\frac{\text{g}}{\text{dm}^3}$.

a) Egy 2 dl űrtartalmú pohárban 1 : 4 arányban hígított szörpöt készítünk. Mennyi benne a rosttartalom?

b) Mennyi a rosttartalom abban a 6 dl szörpben, amelyet 1 : 5 arányú hígításban készítettünk?

c) Milyen arányban hígítottuk a szörpöt, ha 1,5 dl-ben 0,9 g a rosttartalom? Mennyi a víz, és mennyi a szörp a 1,5 dl-ben?

2. Geometria

Mértékegységek, gyakorlati példák, alkalmazások

☺ **38** Adott a háromszög három oldalának a hossza. Számítsd ki a háromszög kerületét centiméterben!

a) $a = 12$ cm, $b = 215$ mm, $c = 1{,}7$ dm;

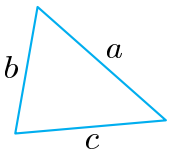
b) $a = 4{,}6$ dm, $b = 0{,}21$ m, $c = 310$ mm;

c) $a = 0{,}0028$ km, $b = 25$ dm, $c = 3040$ mm;

d) $a = 24$ cm, $b = 115$ mm, $c = 1{,}25$ dm;

e) $a = \frac{3}{4}$ m, $b = \frac{26}{5}$ dm, $c = 620$ mm;

f) $a = \frac{17}{5}$ dm, $b = 0{,}99$ m, $c = 640$ mm.



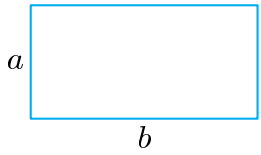
☺ **39** A téglalap két oldalának hosszát különböző mértékegységgel adtuk meg. Számítsd ki, hogy hány m^2 a területe!

a) $a = 3100$ cm, $b = 360$ dm;

b) $a = 58\,000$ mm, $b = 17\,000$ cm;

c) $a = 0{,}02$ km, $b = 460$ dm;

d) $a = 723\,200$ mm, $b = 0{,}75$ km.



☺ **40** Hány deciméter az előző feladatban szereplő téglalapok kerülete?

☺ **41** A téglatest három különböző élének hosszát eltérő mértékegységgel adtuk meg. Számítsd ki, hogy hány dm^2 a felszíne!

a) $a = 1{,}2$ m, $b = 240$ mm, $c = 80$ cm;

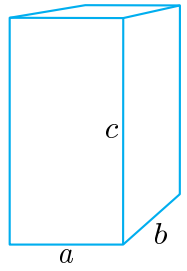
b) $a = 0{,}6$ m, $b = 160$ cm, $c = 340$ mm;

c) $a = 0{,}032$ km, $b = 2050$ mm, $c = 340$ cm;

d) $a = 19$ cm, $b = 95$ mm, $c = 0{,}000\,75$ km;

e) $a = \frac{5}{4}$ m, $b = \frac{68}{5}$ cm, $c = \frac{7300}{8}$ mm;

f) $a = \frac{262}{5}$ cm, $b = \frac{75}{6}$ m, $c = 23$ dm.



☺ **42** Hány cm^3 az előző feladatban szereplő téglatestek térfogata?

43 Három tömeg együttesen 12 kg. Kettőt-kettőt megadunk. Hány dekagramm a hiányzó harmadik?

a) Az egyik 4,5 kg, a másik 3600 g és 250 dkg;

b) Az egyik 0,45 kg, a másik 5350 g és 0,0052 t;

c) Az egyik 38 000 mg, a másik 0,162 kg és 11 800 g;

d) Az egyik 0,05 kg, a másik 320 g és 0,0101 t.

44 Egy polc teherbírása 100 kg. Rárakható-e

a) 170 db 360 grammos és 82 db negyed kilogrammos konzervdoboz?

b) 1200 db 45 grammos, 5 db 1,5 kilogrammos és 200 db 19 dekagrammos konzervdoboz?

45 Add meg a három mennyiség összegét literben!

a) 232 dl + 0,41 hl + 3,8 liter; *b)* 0,23 liter + 0,02 hl + 21 dl;

c) 5260 cl + 4800 ml + 0,3 dl; *d)* 230 000 ml + 0,004 hl + 325 dl.

46 A 15 literes teli benzinkannából áttöltöttek egy másik kannába

a) 120 decilitert; *b)* 1140 centilitert.

Hány deciliter maradt a kannában?

47 A fazekak aljáról leolvasható az űrmértékük. A konyhában 8 literes, 5,2 literes és 3,1 literes fazekat találtunk. Hogyan tudnál a nagy fazékba

a) 28 deciliter;

b) 49 deciliter;

c) 7 liter vizet tölteni?



48 Rakd növekvő sorrendbe a következő időtartamokat!

a) 3700 s; 42 perc; 0,8 h;

b) 1 hét; 11 880 perc; 136 h;

c) 42 hónap; 3,2 év; 1460 nap; 130 hét;

d) 30 hónap; 810 nap; 3 év; 111 hét.

49 Válassz olyan mértékegységet, amelyre átváltva a mérőszám egész szám!

a) $\frac{5}{12}$ h; *b)* $\frac{3}{5}$ perc; *c)* $\frac{5}{3}$ nap; *d)* $\frac{4}{21}$ hét; *e)* $\frac{7}{4}$ év;

f) $\frac{7}{24}$ h; *g)* $\frac{8}{5}$ perc; *h)* $\frac{7}{6}$ nap; *i)* $\frac{5}{28}$ hét; *j)* $\frac{10}{3}$ év.

50 Egy kerék 1 s alatt ötöt fordul. Ugyanez a kerék 4 s alatt 30 métert tesz meg. Hányszor fordul 3 km megtétele során?

51 Egy furcsa falióra éjfélkor pontosan mutatja az időt. Tudjuk, hogy minden páratlan félfordulatot 30 perc helyett 27 perc alatt, és minden páros félfordulatot 30 perc helyett 33 perc alatt tesz meg az óra nagymutatója. Vagyis amikor 0 óra 30 percet *mutat,* akkor valójában 0 óra 27 perc a pontos idő, és amikor 1 órát *mutat,* akkor a pontos idő is 1 óra lesz.



a) Mennyi a pontos idő, amikor ez az óra 4 óra 20 percet mutat?

b) Mennyi a pontos idő, amikor ez az óra 8 óra 40 percet mutat?

c) Mennyit mutat ez a falióra 5 óra 49 perckor?

52 A vasúti menetrend szerint Budapestről Csopakra átszállás nélkül 2 óra 41 perc, 2 óra 43 perc, 2 óra 47 perc vagy 2 óra 55 perc a menetidő. László hat vonat közül választhat, amelyeknek az indulási időpontja: 7:05, 9:05, 10:10, 11:05, 15:05, illetve 18:10. A menetrend szerint László a következő időpontok egyikében érkezik Csopakra: 17:53, 20:51, 11:58. Melyik vonattal utazik?

53 A számítógép mértékegység-átváltó lehetőségét (vagy szakirodalmat, lexikont) felhasználva, a következő mennyiségeket rakd növekvő sorrendbe!

a) 6 gallon; 710 uncia; 41 pint (angol); *b)* 35 yard; 92 láb; 1575 hüvelyk.

A legfontosabb geometriai fogalmak I.

54 Rajzolj egy $ABCD$ konvex négyszöget!

a) Hány egyenest határoz meg a négy csúcsa?

b) A csúcsok által meghatározott egyeneseknek maximálisan hány metszéspontja lehet?

55 Rajzolj az e egyenesre illeszkedő A, B, C, D és E pontot, továbbá egy rá nem illeszkedő P pontot!

a) Hány egyenest határoz meg ez a hat pont?

b) Hány szakaszt határoz meg ez a hat pont?

c) Hány olyan félegyenest határoz meg ez a hat pont, amelynek a kezdőpontja a 6 pont valamelyike?

d) Hány háromszöget határoz meg ez a hat pont?

56 Rajzolj öt, közös Q kezdőpontú, a, b, c, d és e félegyenest, amelyek ebben a sorrendben követik egymást! A félegyenesekre illeszd sorba az A, B, C, D és E pontokat! Kösd össze a hat pontot A, B, C, D, E és Q sorrendben! Milyen síkidomot nem kaphatsz a felsoroltak közül?

konvex hatszöget, konkáv hatszöget, ötszöget,

olyan hatszöget, amelynek három homorú szöge van,

trapézt, háromszöget, hétszöget.

57 Mekkora az eltérés a megadott három szög legnagyobbja és legkisebbje között?

a) $42^\circ\ 34'$, $152\ 630''$, $2550'$;

b) $165^\circ\ 12'$, $9999'$, $597\ 000''$;

c) $224^\circ\ 33'\ 42''$, $13\ 500'$, $808\ 500''$.

58 *a)* A megadott szögek közül melyek a tompaszögek?

$123'\ 30''$, $90^\circ\ 10'$, $179^\circ\ 55'$, $5460'$, $192^\circ\ 40'$.

b) A megadott szögek közül melyek a homorúszögek?

$223'\ 20''$, $194^\circ\ 38'$, 181°, $655\ 200''$, $275^\circ\ 15'$.

59 Négy cédulára felírtuk a következő szögeket:

$\alpha = 117^\circ\ 35'$, $\beta = 103^\circ\ 43'$, $\gamma = 22^\circ\ 53'\ 10''$, $\delta = 128^\circ\ 45'$.

Többször is kiválasztottunk két-két cédulát, és a rajtuk lévő két szöget összeadtuk.

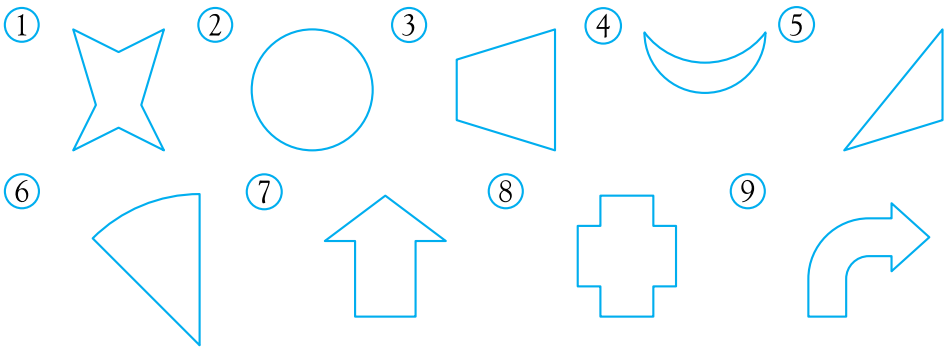
Az általunk kapott értékek a következők:

$126^\circ\ 36'\ 10''$, $139^\circ\ 28'\ 10''$, $232^\circ\ 28'$, $246^\circ\ 20'$.

a) A felsoroltak között van-e olyan, amit rosszul számoltunk?

b) Add meg a felsorolásból hiányzó mennyiségeket!

60 Az ábrán síkidomokat látsz.



a) Melyik nem sokszög?

b) Melyik konvex sokszög?

c) Melyik nem sokszög, de konvex?

d) Melyik konkáv sokszög?

61 Döntsd el, hogy igaz vagy hamis!

a) Egy háromszögben lehet mindhárom szög hegyesszög.

b) Egy négyszögben lehet három derékszög.

c) Egy ötszögben lehet három tompaszög.

d) Ha egy sokszögnek van hegyes-, derék- és tompaszöge is, akkor az oldalainak a száma több mint három.

e) Ha egy síkidom konkáv, akkor az sokszög.

f) Ha egy síkidomnak vannak egyenes határvonalai, akkor az sokszög.

g) Ha egy síkidomot csak görbe vonal határol, akkor az konvex.

h) Ha egy síkidomot köríven kívül egyéb vonal nem határol, akkor az kör.

A legfontosabb geometriai fogalmak II.

62 A háromszögeket szögeik nagysága alapján csoportosítottuk. A háromszög két szögének ismeretében döntsd el, hogy hegyes-, derék- vagy tompaszögű háromszögről van-e szó! Számítsd ki a hiányzó szög nagyságát!

a) $\beta = 45^\circ\ 48'$, $\gamma = 2040'$;

b) $\alpha = 73^\circ\ 25'$, $\gamma = 17^\circ\ 35'$;

c) $\alpha = 3800'$, $\beta = 197\ 980''$;

d) $\gamma = 5400'$, $\alpha = 356\ 949''$.

63 Az egyenlő szárú háromszög két oldalának ismeretében add meg a hiányzó oldal hosszát centiméterben!

a) $b = 8{,}2$ cm, $c = 64$ mm;

b) $a = 0{,}83$ dm, $c = 52$ mm;

c) $a = 1{,}04$ m, $b = 254$ mm;

d) $b = 0{,}0032$ km, $c = 1{,}6$ m.

64 Számítsd ki a négyzet kerületét és területét, ha adott az a oldalának hossza!

a) $a = 1{,}4$ cm; *b)* $a = 3{,}1$ dm; *c)* $a = 3{,}5$ m;

d) $a = 4{,}4$ mm; *e)* $a = 52$ cm; *f)* $a = 4$ km.

65 Egy négyzet oldalhosszának mérőszáma a. Milyen esetben lesz az a oldalú négyzet kerületének mérőszáma

a) nagyobb; *b)* kisebb; *c)* egyenlő,

mint a területének a mérőszáma?

66 Egy téglalap oldalai: $a = 18$ cm, $b = 27{,}6$ cm. Az a oldalt c-vel növeljük, a b oldalt d-vel csökkentjük. Mennyivel változik a téglalap kerülete és területe, ha

a) $c = 5{,}5$ cm, $d = 2{,}6$ cm; *b)* $c = 2{,}4$ cm, $d = 5{,}6$ cm;

c) $c = 4{,}6$ cm, $d = 4{,}6$ cm; *d)* $c = 9{,}6$ cm, $d = 9{,}6$ cm.

67 Igaz-e?

Ha egy téglalap két szemközti oldalának hosszát c-vel növeljük, a másik két szemközti oldalát pedig d-vel csökkentjük, akkor

a) a kerülete biztosan nem változik;

b) a területe biztosan csökken;

c) lehet, hogy nő a kerülete;

d) lehet, hogy nem változik a kerülete;

e) lehet, hogy a kerülete nem változik, de a területe nő;

f) lehet, hogy sem a kerülete, sem a területe nem változik;

g) lehet, hogy a kerülete nő, a területe pedig csökken;

h) lehet, hogy a kerülete csökken, a területe pedig nő.

68 A térképen egy építési telek olyan $ABCD$ négyszög, amelynek az oldalai: $AB = 13$ cm, $BC = 12$ cm, $CD = 3$ cm, $AD = 4$ cm, továbbá az $AC = 5$ cm-es átló két derékszögű háromszögre vágja. Ami a térképen 1 cm, az a valóságban 5 m.

a) Mekkora a négyszög kerülete a térképen?

b) Mekkora a telek kerülete?

c) Mekkora területű részekre vágja az $ABCD$ négyszöget az AC átló?

d) Mekkora a telek területe?

69 Megmértük az $ABCD$ deltoid oldalait: $AB = 26$ cm, $BC = 25$ cm, az átlók M metszéspontjára pedig $AM = 10$ cm, $BM = 24$ cm, $CM = 7$ cm, $DM = 24$ cm adódott.

a) Mekkora az átlók hossza?

b) Mekkora kerületű háromszöget vág le a deltoidból a szimmetriatengelye?

c) Számítsd ki a deltoid területét!

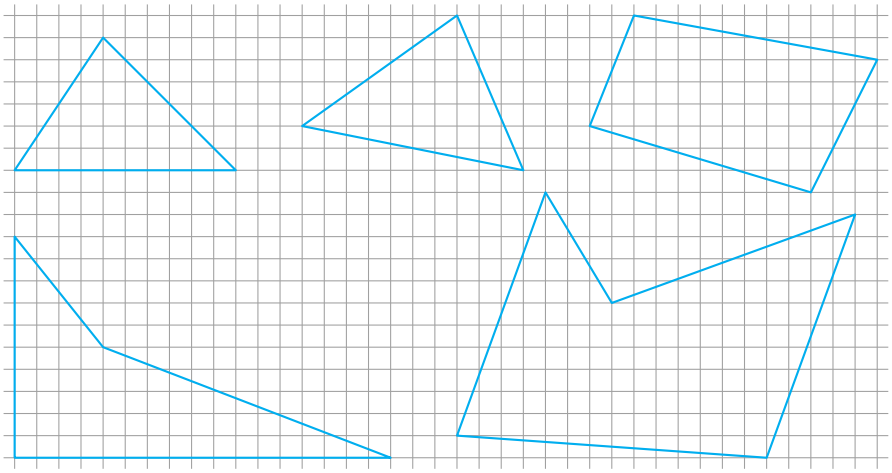
d) Mekkora kerületű háromszögekre vágja a deltoidot a nem szimmetriaátlója?

e) Mekkora területű háromszögekre vágja a deltoidot a nem szimmetriaátlója?

f) Milyen messze van az oldalegyenesektől az átlók metszéspontja?

70 Három négyzetet rajzoltunk. Az első négyzet átlója 12 cm, a második négyzet oldala 9 cm, a harmadik négyzet kerülete 32 cm. Rakd a területük alapján növekvő sorrendbe a négyzeteket!

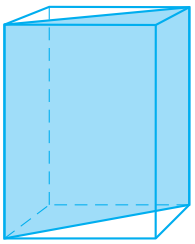
71 Határozd meg a rácssokszögek területét!



72 Számítsd ki a téglatest felszínét és térfogatát, ha éleinek hossza: 13 cm, 1,8 dm, 60 mm! Mekkora a legnagyobb lapjának a területe?

73 Egy téglatest egyik lapjának területe 63 cm^2, a kerülete 32 cm, a rá merőleges él pedig 5 cm. Számítsd ki a téglatest felszínét és térfogatát!

74 Egy négyzetes oszlopot az alaplapok átlói mentén kettévágva egy 64 cm^2 területű négyzetet kapunk vágásfelületként. Mekkora a négyzetes oszlop térfogata?



75 Egy 8 cm élű, 400 grammos kockamargarin alakját megváltoztatták. Az új, négyzetes oszlop alakú margarin tömege 50 grammal nőtt, ezért az árát is növelték 15%-kal. Az élei cm-ben mérve 5-nél nagyobb, de 20-nál kisebb egész számok lettek.

a) Hány cm^3 az új alakú margarin?

b) Hány centiméteresek lehetnek az oszlop élei?

c) Hány centiméteresek az oszlop élei, ha tervezéskor figyeltek arra, hogy takarékoskodjanak a csomagolóanyaggal?

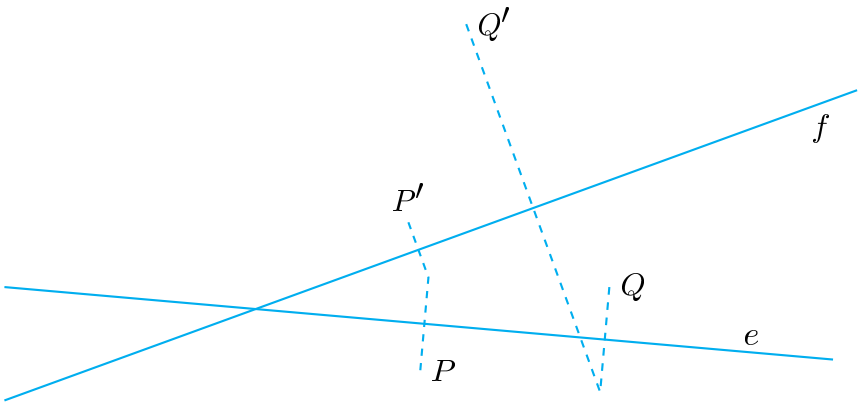
d) A térfogatváltozás alapján hány százalékos árváltozás lett volna indokolt?

Geometriai transzformációk

76 Rajzolj közös K csúccsal két félegyenest! A félegyenesekre illeszkedő tetszőleges P pont P' képe a másik félegyenesre illeszkedik úgy, hogy KP' duplája a KP-vel egyenlő. Szerkeszd meg néhány, a félegyenesekre illeszkedő pontnak a képét! Egy tetszőleges Q' (félegyenesekre illeszkedő) ponthoz megszerkeszthető az eredeti Q pont?

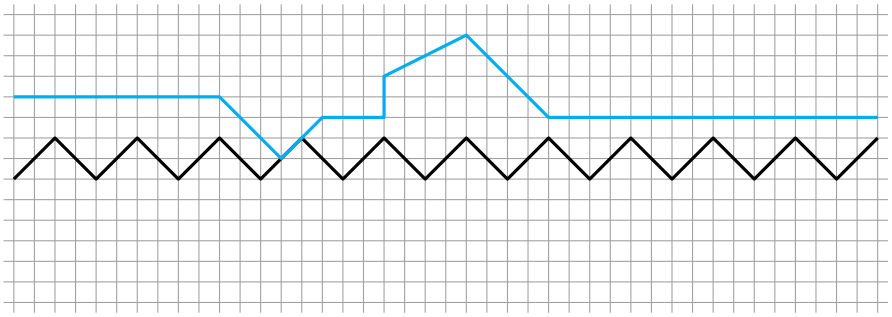
77 Rajzolj egy szabályos hatszöget! Egy tetszőleges P pont (ami nem azonos a hatszög O középpontjával) képe az OP félegyenes és a hatszög határvonalának metszéspontja lesz. Rajzold meg néhány pontnak a képét! Megfordítható ez a transzformáció?

78 e és f két metsző egyenes. Az ábra mutatja a P pont P' képét és a Q pont Q' képét. Szerkeszd meg néhány pontnak a képét! Tapasztalataid alapján

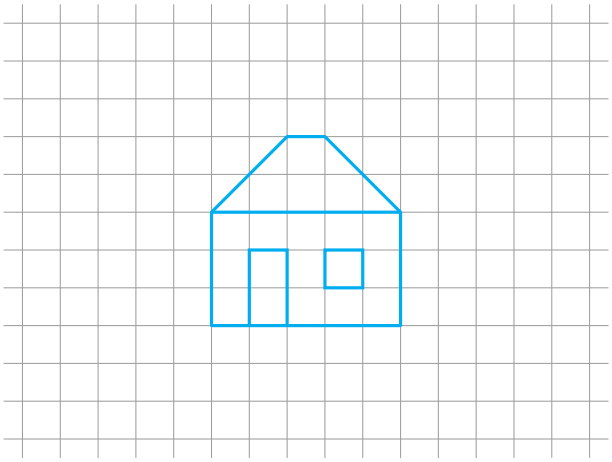


a) távolságtartónak; *b)* szögtartónak; *a)* egyenestartónak gondolod-e ezt a transzformációt?

79 Rajzolj a füzetedbe az ábrán látható „vízszintes” cikcakkvonalat! Egy pontnak a képét a következő módon kell megszerkesztened: rajzolj a ponton át „függőleges” egyenest! Amilyen távolságra van a pont a cikcakkvonaltól, a másik oldalán a képe is ugyanolyan messze kell, hogy legyen. Vázold a füzetedbe a képen látható vonal képét!



80 A képen látható házikót rajzold meg a füzetedbe!



a) Tükrözd a tető jobb, majd a bal ferde egyenesére, s végül a talaj egyenesére!

b) Tükrözd a jobb és a bal fal egyenesére, majd a tető tetejének egyenesére!

81 Rajzolj egy olyan körcikket, amelyet az egyik határoló egyenesére, majd a másik határoló egyenesére tükrözve a három körcikk együtt éppen egy kört ad! Milyen körcikket kell rajzolnod?

82 A koordináta-rendszerben minden pont első koordinátájához adj 4-et, a másik koordinátát ne változtasd! Rajzold meg az $A(4;2)$, $B(-3;4)$, $C(-1;-2)$ csúcsokkal megadott háromszöget és a képét!

83 A koordináta-rendszerben minden pont második koordinátájából vegyél el 2-t, az első koordinátát ne változtasd! Rajzold meg az $A(-2;4)$, $B(3;2)$, $C(1;-2)$ csúcsokkal megadott háromszöget és a képét!

84 A koordináta-rendszerben minden pont első koordinátájából vegyél el 3-at, a második koordinátához pedig adj 1-et! Rajzold meg az $A(3;5)$, $B(5;-1)$, $C(-1;0)$ csúcsokkal megadott háromszöget és a képét!

85 Add meg az $A(-3;0)$, $B(6;-3)$, $C(9;6)$, $D(0;9)$ csúcsokkal megadott négyszög y tengelyre vett tükörképének koordinátáit! Add meg az eredeti és a képként kapott négyszög közös része által meghatározott sokszög csúcsainak koordinátáit! Számítsd ki a közös rész területét!

86 Add meg az $A(0;0)$, $B(30;10)$, $C(60;0)$, $D(30;90)$ csúcsokkal megadott négyszög tükörképének koordinátáit, ha a tükörtengely az első negyed szögfelezője! Add meg az eredeti és a képként kapott négyszög közös része által meghatározott sokszög csúcsainak koordinátáit! Számítsd ki a közös rész területét!

87 Az $A(2;-1)$, $B(10;-1)$, $C(8;2)$ csúcsokkal megadott háromszöget tükrözd az x tengelyre, majd a képként kapott háromszöget tükrözd az első negyed szögfelezőjére! Add meg az így kapott háromszög csúcsainak koordinátáit!

Középpontos tükrözés

88 Tükrözz középpontosan egy $ABCDEF$ szabályos hatszöget

a) az A csúcsára;

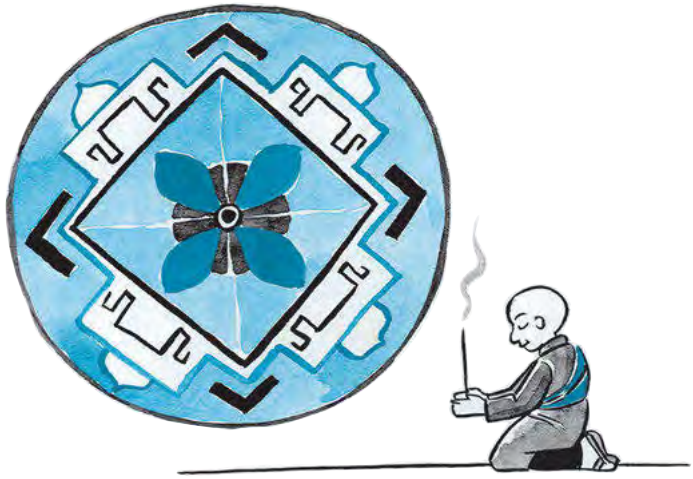
b) a K középpontjára;

c) az AD és egy rá merőleges átló metszéspontjára;

d) az AB oldalának felezőpontjára!

Az eredeti és a képként kapott hatszögnek mi a közös része?

89 Rajzolj egy hegyesszöget, és a szárai között vegyél fel egy K pontot! Tükrözd a szárakat a K pontra! Milyen síkidomot határoz meg a négy egyenes?



90 Egy rajzlapon két különböző hosszúságú, egymással nem párhuzamos szakasz és egy rájuk nem illeszkedő pont látható. Szerkeszd meg azt a paralelogrammát, amelynek a középpontja az adott pont, az adott szakaszok pedig az oldalegyenesekre illeszkednek!

91 Szerkessz egy egyenlő szárú háromszöget 3 cm-es alappal és 2,5 cm-es szárakkal! Tükrözd a háromszöget

a) az alap; *b)* a szár;

c) az alaphoz tartozó magasság; *d)* a szárhoz tartozó magasság

felezőpontjára!

Milyen sokszöget kapsz, ha az eredeti és a képként kapott háromszöget egyesíted?

92 Melyik igaz, melyik hamis?

a) Egy szakasz és a középpontos tükörképe illeszkedhet közös egyenesre.

b) Egy háromszöget az egyik oldal felezőpontjára tükrözve az eredeti és a képháromszög egyesítésével paralelogramma jön létre.

c) A szabályos háromszöget a középpontjára tükrözve a kép és az eredeti háromszög egybeesik.

d) Két egyenlő hosszú szakaszhoz mindig található olyan pont, amelyre tükrözve az egyiket, megkapjuk a másikat.

93 Az $A(6;3)$, $B(-2;5)$, $C(0;-3)$, $D(8;-1)$ csúcsokkal megadott négyszöget tükrözd

a) az origóra; *b)* az AD oldal felezőpontjára; *c)* a $Q(3;1)$ pontra!

Add meg a tükörkép csúcsainak koordinátáit!

94 Melyik pontra kell tükröznöd az $A(-2;1)$, $B(8;1)$, $C(2;5)$, $D(-4;3)$ négyszöget, hogy az oldalainak a felezőpontjai által meghatározott négyszög és a képe egybeessen?

95 Minden négyszög esetén megtalálható az a pont, amelyre tükrözve a négyszöget, az oldalainak a felezőpontjai által meghatározott négyszög és a képe egybeesik. Miért?

96 Milyen tulajdonságú négyszöget kell rajzolnod, ha azt szeretnénk, hogy az oldalak felezőpontjai

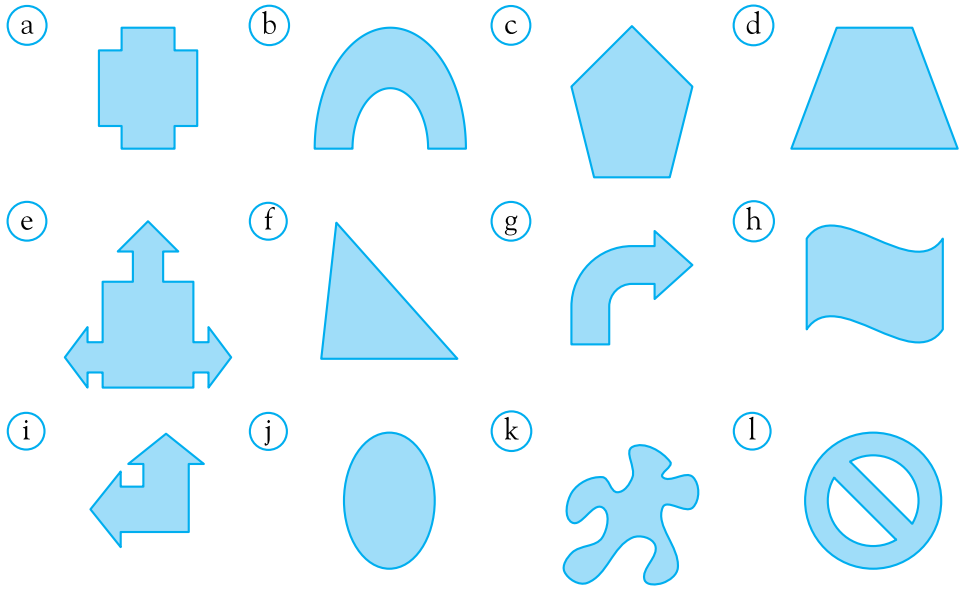
a) rombuszt; *b)* nem egyenlő oldalú deltoidot

határozzanak meg?

97 Rajzolj egy ABC háromszöget! Tükrözz egy tetszőleges P pontot az A-ra, az így kapott P_1-et a B-re, az ekkor kapott P_2-t a C-re! Szerkeszd meg azt a D pontot, amelyre tükrözve a P pontot azonnal az utolsónak kapott P_3 pontot kapnád! Milyen négyszög az $ABCD$?

Tengelyes és középpontos szimmetria

98 Csoportosítsd a síkidomokat! Az A halmazba kerüljenek azok, amelyeknek van szimmetriatengelye, a B halmazba kerüljenek azok, amelyeknek van szimmetria-középpontja!



99 Csoportosítsd az előző feladat síkidomait! Melyek azok, amelyeknek

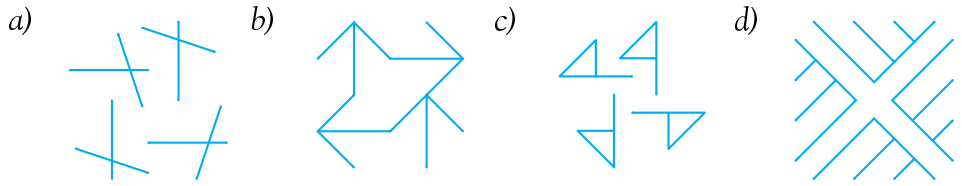
a) van tengelyes szimmetriája, de nincs középpontos;

b) van középpontos szimmetriája, de nincs tengelyes;

c) van tengelyes és középpontos szimmetriája is;

d) nincsen sem tengelyes, sem középpontos szimmetriája?

100 A következő ábrák négy egybevágó részletből állnak. Melyik két részlet középpontosan szimmetrikus?





101 A koordináta-rendszerben az $ABCDEF$ középpontosan szimmetrikus hatszög AB oldalának egyik végpontja $(-3;-1)$, a másik $(0;-2)$. A $(-1;3)$ és az $(1;1)$ pontok közül az egyik legyen a C csúcs, a másik a K középpont. Add meg a hatszög csúcsainak koordinátáit!

102 Szerkessz trapézt, ha a két párhuzamos oldalának összege 7 cm, a szárai 2,4 cm és 2,8 cm, a magassága pedig 2 cm!

103 Szerkessz trapézt, ha a két párhuzamos oldalának összege 8 cm, az alapon fekvő két szöge 45° és 60°, a magassága pedig 2,5 cm!

104 Rajzolj egy szöget és a szögtartományban egy F pontot! A szög csúcsa az ABC háromszög C csúcsával azonos, az F pont pedig az AB oldal felezőpontja. Szerkeszd meg az A és a B csúcsokat!

105 Igaz-e?

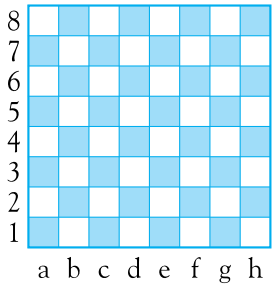
a) Ha egy kört tükrözöl az egyik pontjára, akkor a tükörkép és az eredeti kör érinti egymást.

b) Két egymást metsző, egyenlő sugarú kör középpontosan szimmetrikus az egyik metszéspontra.

c) Két kör mindig középpontosan szimmetrikus.

d) Két egymást metsző, egyenlő sugarú kör középpontosan szimmetrikus a közös húr felezőpontjára.

106 A sakktáblán például a c3 mezőre a b1 és a d5 mezők középpontosan szimmetrikusak. A sakktábla minden mezőjébe írd be, hogy hány középpontosan szimmetrikus mezőpár tartozik hozzá!



3. Nagy számok

Mi a neve? Hogyan olvassuk ki?

107 Mely számokat írtuk fel hatvány alakban? Olvasd ki ezeket!

a) 10^5; *b)* 10^1; *c)* 10^7; *d)* 10^4;

e) 10^9; *f)* 10^2; *g)* 10^3; *h)* 10^6.

108 Írd fel a következő számok prímtényezős felbontását hatvány alak felhasználásával!

a) 125; *b)* 162; *c)* 18; *d)* 486; *e)* 1000; *f)* 450;

g) 525; *h)* 52; *i)* 539; *j)* 1440; *k)* 350; *l)* 6125.

109 Írd fel a következő számok prímtényezős felbontását hatvány alak felhasználásával!

a) 8575; *b)* 567; *c)* 4725; *d)* 715; *e)* 408; *f)* 605;

g) 1197; *h)* 1225; *i)* 7744; *j)* 4851; *k)* 7776; *l)* 24 300.

110 Mely számok prímtényezős felbontását írtuk fel?

a) $2^3 \cdot 7$; *b)* $3^3 \cdot 7^2$; *c)* $2^3 \cdot 11$; *d)* $2^4 \cdot 3^3$;

e) $2 \cdot 3 \cdot 5$; *f)* $2 \cdot 5^2 \cdot 11$; *g)* $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$; *h)* $3^2 \cdot 5 \cdot 7$;

i) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 13$; *j)* $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$; *k)* $3^4 \cdot 7^2$; *l)* $5^2 \cdot 7 \cdot 11$.

111 Mely számokat írtuk fel? Végezd el a hatványozásokat és a szorzásokat!

a) $5^2 \cdot 4^2$; *b)* 9^3; *c)* $2^3 \cdot 7^2$; *d)* $4^2 \cdot 8$;

e) $1^3 \cdot 2^5$; *f)* $3^2 \cdot 10^5$; *g)* 12^3; *h)* $6^2 \cdot 5$;

i) $4^2 \cdot 6 \cdot 3$; *j)* $2^2 \cdot 9$; *k)* $3^2 \cdot 14^1$; *l)* $1^{52} \cdot 8^2$.

☺ **112** Írd fel az alábbi számokat, majd olvasd ki őket!

a) $51 \cdot 10^6$; *b)* $1372 \cdot 10^8$; *c)* $6 \cdot 10^{10}$;

d) $439 \cdot 10^{13}$; *e)* $78\,300 \cdot 10^7$; *f)* $256 \cdot 10^5$;

g) $3{,}74 \cdot 10^9$; *h)* $0{,}002 \cdot 10^{11}$; *i)* $100\,000 \cdot 10^4$;

j) $9305 \cdot 10^6$; *k)* $5{,}88 \cdot 10^7$; *l)* $206 \cdot 10^{16}$.

Egy szám többféle alakja – a normálalak

☺ **113** Melyek egyenlők az alábbi számok közül?

a) $64{,}02 \cdot 10^4$; *b)* $6{,}402 \cdot 10^4$; *c)* $6402 \cdot 10^2$;

d) 64 020; *e)* $6402 \cdot 10^3$; *f)* $640{,}2 \cdot 10^2$;

g) $6{,}402 \cdot 10^6$; *h)* $640{,}2 \cdot 10^4$; *i)* $6{,}402 \cdot 10^5$;

j) $6402 \cdot 10$; *k)* 640 200; *l)* $64{,}02 \cdot 10^5$.

☺ **114** Melyek egyenlők az alábbi számok közül?

a) $1{,}937 \cdot 10^{15}$; *b)* $19\,370 \cdot 10^{17}$; *c)* $193{,}7 \cdot 10^{16}$;

d) $1937 \cdot 10^{18}$; *e)* $0{,}019\,37 \cdot 10^{17}$; *f)* $1937 \cdot 10^{12}$;

g) $1{,}937 \cdot 10^{18}$; *h)* $19{,}37 \cdot 10^{20}$; *i)* $19\,370 \cdot 10^{14}$;

j) $19{,}37 \cdot 10^{14}$; *k)* $0{,}1937 \cdot 10^{19}$; *l)* $1{,}937 \cdot 10^{21}$.

☺ **115** Írd át normálalakba a következő számokat!

a) 18 320; *b)* 841; *c)* 266 479; *d)* 10 200;

e) 45 009; *f)* 30; *g)* 7 608 132; *h)* 5295;

i) 38; *j)* 611 314; *k)* 94 833; *l)* 62 228 037.

☺ **116** Írd fel a következő számok normálalakját!

a) $370 \cdot 10^{15}$; *b)* $0{,}062 \cdot 10^5$; *c)* $5043 \cdot 10^7$;

d) $21{,}5 \cdot 10^1$; *e)* $0{,}908 \cdot 10^6$; *f)* $4672 \cdot 10^4$;

g) $1{,}71 \cdot 10^5$; *h)* $73\,556 \cdot 10^2$; *i)* $2518 \cdot 10^{11}$;

j) $0{,}05 \cdot 10^8$; *k)* $53{,}16 \cdot 10^3$; *l)* $814 \cdot 10^{14}$.

☺ **117** Mely számok normálalakját írtuk fel? Írd fel a számokat hatványok használata nélkül!

a) $6{,}743 \cdot 10^2$; *b)* $9{,}04 \cdot 10^6$; *c)* $1{,}888 \cdot 10^4$;

d) $7 \cdot 10^3$; *e)* $5{,}1678 \cdot 10^3$; *f)* $6{,}415\,51 \cdot 10^8$;

g) $3{,}570\,34 \cdot 10^7$; *h)* $1{,}0007 \cdot 10^5$; *i)* $1{,}362 \cdot 10^1$;

j) $8{,}659\,292 \cdot 10^5$; *k)* $4{,}237\,01 \cdot 10^9$; *l)* $2{,}5 \cdot 10^4$.

A hatványozás azonosságai

☺ **118** Írd fel egyetlen szám hatványaként a szorzatokat! Keress több megoldást, ha lehet!

a) $4^3 \cdot 4^2$; *b)* $6^5 \cdot 6^3$; *c)* $24^1 \cdot 24^6$; *d)* $7^2 \cdot 7^4$;

e) $15^4 \cdot 15^5$; *f)* $28^3 \cdot 28^3$; *g)* $11^8 \cdot 11^1$; *h)* $54^9 \cdot 54^4$;

i) $72^7 \cdot 72^{10}$; *j)* $35^6 \cdot 35^{12}$; *k)* $63^2 \cdot 63^7$; *l)* $101^5 \cdot 101^9$.

☺ **119** Mely szorzatok egyenlők? Próbáld meg számolás nélkül megtalálni az egyenlőket!

a) $4^2 \cdot 2^3$; *b)* 36^4; *c)* $2^6 \cdot 4^3$; *d)* 6^8;

e) $4^4 \cdot 2^4$; *f)* 2^7; *g)* $2^8 \cdot 3^8$; *h)* $6^1 \cdot 6^8$;

i) 4^6; *j)* $2^5 \cdot 4$; *k)* $6^5 \cdot 6^3$; *l)* 2^{12}.

☺ **120** Írd fel hatványok szorzataként a hatvány alakban megadott kifejezéseket!

a) $(4 \cdot 10)^3$; *b)* $(7 \cdot 5)^6$; *c)* $(8 \cdot 6)^5$; *d)* $(2 \cdot 3)^{10}$;

e) $(12 \cdot 9)^2$; *f)* $(3 \cdot 7)^4$; *g)* $(14 \cdot 4)^6$; *h)* $(5 \cdot 16)^7$;

i) $(4 \cdot 2)^4$; *j)* $(20 \cdot 8)^9$; *k)* $(6 \cdot 15)^3$; *l)* $(10 \cdot 7)^2$.

☺ **121** Írd fel hatványok szorzataként a hatvány alakban megadott kifejezéseket!

a) $\left(2^2 \cdot 5^3\right)^3$; *b)* $\left(3^3 \cdot 4^2\right)^5$; *c)* $\left(5^{10} \cdot 6^2\right)^4$;

d) $\left(7^3 \cdot 2^5\right)^2$; *e)* $\left(10^2 \cdot 3^6\right)^6$; *f)* $\left(9^5 \cdot 4^4\right)^3$;

g) $\left(6^4 \cdot 12^5\right)^9$; *h)* $\left(3^7 \cdot 8^2\right)^8$; *i)* $\left(11^5 \cdot 2^3\right)^5$;

j) $\left(6^8 \cdot 9^2\right)^7$; *k)* $\left(8^3 \cdot 7^4\right)^{10}$; *l)* $\left(5^9 \cdot 2^{12}\right)^4$.

122 Írd fel az alábbi számok prímtényezős felbontását hatvány alak alkalmazásával!

a) 14^5; *b)* 35^2; *c)* 64^3; *d)* 15^{10}; *e)* 18^7; *f)* 72^4;

g) 20^8; *h)* 42^9; *i)* 54^2; *j)* 112^6; *k)* 95^5; *l)* 100^3.

123 Az alábbiakban szorzat alakban adunk meg számokat. Írd fel a prímtényezős felbontásukat hatvány alak alkalmazásával!

a) $6^4 \cdot 5^3$; *b)* $7^2 \cdot 8^5$; *c)* $12^3 \cdot 15^2$; *d)* $9^6 \cdot 10^4$;

e) $18^3 \cdot 7^7$; *f)* $4^2 \cdot 14$; *g)* $25^4 \cdot 3^6$; *h)* $32^3 \cdot 6^3$;

i) $38^2 \cdot 42^9$; *j)* $24^6 \cdot 68^1$; *k)* $44^5 \cdot 5^7$; *l)* $49 \cdot 84^3$.

Oszthatóság és hatványozás

124 Az alábbiak közül mely számok többszörösei a 36-nak?

a) $2^2 \cdot 3$; *b)* $2^5 \cdot 3^2$; *c)* $2^3 \cdot 3^{10}$;

d) $2^1 \cdot 3^2$; *e)* $2^6 \cdot 3^3$; *f)* $4^1 \cdot 3$.

125 Az alábbi szorzatok közül melyekkel osztható a 120?

a) $2^2 \cdot 3$; *b)* $2^3 \cdot 3^{10}$; *c)* $2 \cdot 3 \cdot 5$;

d) $3 \cdot 5^2$; *e)* $2^2 \cdot 5$; *f)* $2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

126 Válaszolj a kérdésekre!

a) Többszöröse-e 16-nak a $2^3 \cdot 5^2$ szorzat?

b) Többszöröse-e 30-nak a $2 \cdot 3^7 \cdot 5^3$ szorzat?

c) Osztható-e 75-tel a $6 \cdot 5^2 \cdot 10$ szorzat?

d) Többszöröse-e 48-nak a $2^4 \cdot 5^2$ szorzat?

e) Többszöröse-e 240-nek a $2^5 \cdot 15$ szorzat?

f) Osztható-e 315-tel a $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$ szorzat?

127 Mely prímtényezőkkel kell megszorozni a $3^3 \cdot 5^4 \cdot 7^2$ szorzatot, hogy a kapott szám biztosan osztható legyen

a) 7^3-nal; *b)* 3^{10}-nel; *c)* 5^3-nal; *d)* $2^3 \cdot 3^2$-nel;

e) $5^5 \cdot 7^5$-nel; *f)* $3 \cdot 7^6$-nal; *g)* 2-vel; *h)* 81-gyel;

i) 100-zal; *j)* 6^2-nel; *k)* 14^5-nel; *l)* 75^3-nal?

128 Add meg a következő számpárok legkisebb közös többszörösét!

a) 16 és 32; *b)* 5 és 7; *c)* 12 és 33; *d)* 42 és 18;
e) 56 és 70; *f)* 10 és 55; *g)* 9 és 24; *h)* 15 és 100;
i) 13 és 17; *j)* 36 és 30; *k)* 51 és 6; *l)* 84 és 27.

129 Add meg az alábbi legkisebb közös többszörösöket prímtényezős alakban!

a) [110; 250]; *b)* [588; 140]; *c)* [1323; 315]; *d)* [1925; 220];
e) [212; 96]; *f)* [425; 153]; *g)* [686; 1225]; *h)* [2352; 504].

130 Válaszolj a kérdésekre!

a) Mennyi lehet a nevezője egy olyan törtnek, amely bővíthető úgy, hogy a nevezője 10 legyen?

b) Mennyi lehet a nevezője egy olyan törtnek, amely bővíthető úgy, hogy a nevezője 12 legyen?

131 Válaszolj a kérdésekre!

a) Mennyi lehet a nevezője egy olyan törtnek, amely bővíthető úgy is, hogy a nevezője 12 legyen, és úgy is, hogy 20 legyen?

b) Mennyi lehet a nevezője egy olyan törtnek, amely bővíthető úgy, hogy a nevezője 12 legyen, de úgy nem, hogy 20 legyen?

132 Írd fel a következő számpárok közös osztóit!

a) 24 és 30; *b)* 14 és 21; *c)* 32 és 18; *d)* 42 és 56;
e) 105 és 63; *f)* 28 és 84; *g)* 75 és 45; *h)* 92 és 120.

133 Add meg a következő számpárok legnagyobb közös osztóját! Prímtényezős alakban is add meg!

a) (45; 27); *b)* (18; 30); *c)* (11; 25); *d)* (8; 14);
e) (35; 21); *f)* (72; 135); *g)* (120; 264); *h)* (1020; 900).

Vegyes feladatok

134 Magyarország lakossága kb. 10^7 fő. Ha egy népszámlálás során 1 embert 1 másodperc alatt lehetne megszámolni, kb. mennyi idő kellene 10^7 ember megszámlálásához?

135 A hatalmas vulkánkitöréseknek akkora a hangja, hogy azt a Föld „túloldalán” is hallani lehet.



a) Mennyi idő alatt ér körbe egy Egyenlítő közelében lévő vulkán hangja – ha elég hangos?

b) Mennyi idő alatt ér körbe egy Egyenlítő közelében lévő vulkán fénye – ha elég fényes? (Jól gondold meg a választ, még mielőtt hosszas számolásokba bonyolódnál!)

Adatok: A hang sebessége kb. 330 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, a fényé kb. $3 \cdot 10^8$ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Az Egyenlítő hossza kb. $4 \cdot 10^4$ km.

136 *Becsüljük meg a Föld légkörének tömegét!* (Olvasmány) Bolygónk légkörét a gravitációs vonzás tartja fogva. Ha ez a vonzóerő megszűnne vagy nagysága lecsökkenne, akkor a légkört alkotó részecskék az állandó rendezetlen hőmozgás miatt a világűrbe távoznának. Így a légkört alkotó gázok „elfogynának”.

A Földön a levegő súlyából származó nyomás értéke 10^5 Pa. Ennek szemléletes jelentése: a levegő a Föld minden négyzetméterére 10^5 N erőt fejt ki a levegő súlya miatt. A légkör teljes súlyát könnyen kiszámíthatjuk, ha a Föld felszínét megszorozzuk ezzel az értékkel. A Föld felszíne kb. $5 \cdot 10^8$ km^2.
(Forrás: `http://www.sulinet.hu/tart/cikk/Rab/0/30524/1`)

a) Fejezd ki a levegő nyomását $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ mértékegységgel!

b) Fejezd ki a Föld felszínét m^2-ben!

c) Számítsd ki a teljes légkör súlyát!

d) A tömeg a légkör súlyának és a gravitációs állandónak a hányadosa. Számítsd ki a légkör tömegét! (A gravitációs állandót g-vel jelöljük, és kb. 9,81 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$-tel egyenlő.)

137 Az előző feladatban megbecsültük a Föld légkörének tömegét. (Ha nem tudod, nézd meg a megoldásban!)

A levegő összetételéről olvashattad:

Az egyéb gázok jelentős részét a metán, egy üvegházhatású gáz teszi ki.

Mekkora az egyéb gázok tömege a levegőben?

Nitrogén (N_2)	78,08%
Oxigén (O_2)	20,95%
Argon (Ar)	0,93%
Szén-dioxid (CO_2)	0,034%
Neon (Ne)	0,0018%
Hélium (He)	0,0005%
Ózon (O_3)	0,0002%
Egyéb gázok, vízgőz	0,0035%

138 *Az esőerdők pusztulása* (Olvasmány) A Föld erdeinek egyharmadát az esőerdők teszik ki, ezek közül a legnagyobb a dél-amerikai Amazonas-medencében található, területe kb. $5 \cdot 10^6$ km^2. Esőerdők találhatók még Afrikában, Délkelet-Ázsiában, Ausztráliában és Közép-Amerikában is. Ezek együttes területe nagyjából megegyezik az amazonasi erdőkével. A trópusi esőerdőket a Föld tüdejének is szokták nevezni, mivel hatalmas felületükkel csökkentik a légkör szén-dioxid-szintjét, rengeteg oxigént termelnek, sőt, a légkörben található port is megkötik a levelek felületén.

Sajnos az emberi mohóság és ostobaság veszélybe sodorta az esőerdők létét. Az erdőirtás napjainkban meghaladja az évi 200 000 km^2-t. Az amazóniai esőerdők eredeti területükből már mintegy 25%-ot vesztettek.

Szárazság Dél-Amerikában – veszélyben az esőerdők (2005. október 14., National Geographic Online).

Az Atlanti-óceán felmelegedése nemcsak a szokásosnál is erősebben pusztító hurrikánok keletkezéséhez vezetett, hanem Dél-Amerikában az esőerdőket is veszélyeztető szárazságot okozott.

A kutatók szerint például Santarém erdei megfigyelőállomásnál, ott, ahol az Amazonas és a Tapajós folyók találkoznak, a szokásosnál 15 méterrel alacsonyabb a vízállás! A folyó egyes ágai kiszáradtak.

a) Ha nem változik az esőerdőirtás üteme, hány év alatt irtják ki az esőerdőket?

b) Hány km^2-t vesztettek az amazóniai esőerdők az eredeti területükből?

c) Ha 2005-ben csak 1 méterrel csökkent a víz szintje a teljes vízgyűjtő területen, akkor hány köbméter vízzel volt kevesebb az Amazonasban? (Az Amazonas vízgyűjtő területe 7 180 000 km^2.)

139 Nézz utána, hogy melyik a Földön élő legkisebb, illetve legnagyobb tömegű madár! Fejezd ki, hogy hányszorosa a nagyobb madár tömege a kisebbének!



☺ **140** A sivatagokban az éves csapadékmennyiség nem éri el a 250 mm-t. Egy sivatagi kaktusz egy kiadós eső alkalmával akár 1000 dm^3 vizet is felszívhat.

a) Legfeljebb hány m^3 csapadék hullhat évente a sivatag egy négyzetkilométerére?

b) Hány négyzetméterre hull a kaktusz számára felszívható mennyiségű víz?

☺ **141** Egy pénzszállító autóval körülbelül $9 \cdot 10^8$ Ft-ot szállítanak. A sofőr minden postán átad százezer Ft-ot. Hány helyre jut a pénzből?



4. Algebra

Jelek és jelölések

☺ **142** Írd fel algebrai kifejezéssel a következő meghatározásokat! Az ábécé elejéről vett betűket használj!

a) Két szám különbsége.

b) Három szám négyzetének összege.

c) Három szám szorzatának és egy negyedik számnak az összege.

d) Két szám szorzatának és az egyik kétszeresének különbsége.

e) Három szám összegének kétszerese.

f) Egy szám ötszörösének és egy másik szám háromszorosának összege.

g) Két szám szorzatának és az összegének az összege.

h) Három szám összegének és egy negyedik számnak a szorzata.

i) Egy szám ötszörösének és egy másik szám háromszorosának szorzata.

j) Két szám önmagával vett szorzatának különbsége.

☺ **143** Írd fel más alakban a következő kifejezéseket!

a) $aa + b + b$;

b) $b - c - c$;

c) $x + x - y + x$;

d) $5h + i \cdot i$;

e) $g^2 + g^2 + g^2$;

f) $4t - 2o$;

g) $m \cdot m \cdot n \cdot o$;

h) $hi + hi + h + h + 5i$.

☺ **144** Keress egyenlőket a kifejezések között! Ezeket jelöld azonos színnel!

a) $m \cdot m \cdot m + n + n$;
$3m + 2n$;
$m^3 + n^2$;
$m^3 + 2n$;
$m + m + m + n + n$;
$m + m + m + n \cdot n$;
$m \cdot m \cdot m + n \cdot n$;
$2m + mn + n$;
$2n + m^3$;
$mn + n + 2m$;
$m + m + m \cdot n + n$;
$n^2 + 3m$.

b) $x \cdot y \cdot z$;
$z + x + z$;
$yx + zy$;
$z + 2y + 3x$;
$x + 2z$;
$x \cdot x \cdot x + z + y + y$;
$z \cdot z + x$;
$x^3 + z + 2y$;
zxy;
$x + z^2$;
$zy + xy$;
$x + x + y + x + z + y$.

Algebrai fogalmak

☺ **145** Válogasd szét az egy- és többtagú kifejezéseket!

k^2l;	$2t + s \cdot s$;	$a + 5b$;
$(-3)zx$;	$6k - l^3$;	$c^2 + 2d + e \cdot e \cdot e$;
$f^2 + (-3g)$;	$4 - h$;	$8i \cdot (-3)$;
$j \cdot 5$;	m^4n^2;	$3q - 1$;
$-q$;	$r + t + t^2$;	$p \cdot p \cdot o^3$;
$12 + 2a$;	w^2uv;	$d + 8h$.

☺ **146** Keresd meg az egyes kifejezésekben az együtthatókat!

a) $6a + b^2 + 5c$;	*b)* $-xy + 2x - 16y$;
c) $9d + 41ed^3$;	*d)* $f + g - h$;
e) $4{,}5i^2 + 10j$;	*f)* $k - 4l - 13k$;
g) $-7m + n + 6mn$;	*h)* $op^3 + 36p - 2o$;
i) $-q - r$;	*j)* $\frac{4}{5}s + 3{,}5t$;
k) $(-24u^2) - \frac{34}{7}v$;	*l)* $-v + \frac{1}{10}w + x - y$.

☺ **147** Keress egyneműeket az alábbi kifejezések közül! Ezeket jelöld azonos színnel!

a) x^2y;	$5y^2$;	$-2x^2y$;	$7xy$;
$14x$;	$9y^2$;	$15x^2y$;	$-y^2$.
b) $3de^2f$;	$-8d^2ef$;	$-31de^2f$;	$3e^2f$;
$5dedf$;	$9edfd$;	$27efe$;	$3de^2f$.
c) $12k^5lm^2$;	$7k^2lk^2m^2$;	$-4k^3lm^2k^2$;	$6klm$;
$48k^4lm^2$;	$-klmk^3m$;	$11mlk$;	$-k^5lm^2$.

Műveletek algebrai kifejezésekkel

Összeadás

148 Végezd el a lehetséges összevonásokat!

a) $c - 2d + 4 - c$;
b) $7j - 4i + 3i$;
c) $5g - 15 + 6 + 2h$;
d) $k + l + 2 - 5k$;
e) $7a - 2ab + a - ab$;
f) $14ef - 5f + 4f$;
g) $-8m + 3 - 5n + 9m$;
h) $3q - 5pq + 4q - p$;
i) $16s + 7 - 4s + 4$;
j) $-10r + 5r - 7$;
k) $5v - 7 + 3u - 2v$;
l) $xy - x - 13xy - 5x$.

149 Végezd el a lehetséges összevonásokat!

a) $-4a^2 + 5ab^2 + 3a^2 - 2$;
b) $15c^2d + 2cd - 7c^2d + cd$;
c) $e - 4e^5f - 6e + 8$;
d) $2g^3h - gh^3 + 15gh^3 - 4$;
e) $9i + 6ij - 2ji - 7i$;
f) $6kl^2 - 10lk + lk^2 - 2kl$;
g) $-17m^2n - 4 + 13mnm$;
h) $7o^2 - 16po + 4op - 2oo$;
i) $6st^5 - 6s + t^5s + 5s$;
j) $-5qrqr + 6q^2r - 4rq^2 - q^2r^2$;
k) $8x^3y - 5xyx - 7x^2yx$;
l) $-2u^2v^3u^2 + 5u^5v^3 - 3uv^3u^3$.

150 Végezd el a lehetséges összevonásokat!

a) $10c^3d^2 + 3cd^2c - 17 - 9c^2d^2 + 4 - dc^2d + 6c^2d - 11c^2d^2c$;
b) $-5xy^2z^2 + 6zxy - 8 + 2z^2yxy - 13 + xyz + 4y^2z^2x + 1$;
c) $7h^3z - 6 + 18z^2h^2 - 15zhzh + 5h^2zh + 3 - 4zh^2z$;
d) $-6s^2t^4 - 6s^2t + t^3s^2t + 14 + 23t^4ss - 7sts - 5$;
e) $3por^2 + pop - 4opp + 6 + 2r^2op - 5ropp - 7 + p^2ro$;
f) $17q^2rq + rqr^2 - 8 + 9r^3q - 11qrq^2 - 5r^2qr + 4 - qr$;
g) $-4abba + 7 - 12baba + 3b^2a + 6 + 5a^2b^2 - 9bab - 2$;
h) $8g^2ne^3 + 5 - n^2ge + 7en^2g + 12e^2g^2en + 9 - e^3ng^2 + 20$.

☺ **151** Írd be a hiányzó együtthatókat!

a) $a - 3b + 8a + 4 + \square b = 9a - 10b + 4$;

b) $3xy - 6y + 2 - \square xy = 2 - 2xy - 6y$;

c) $\square - 16k + l - \square k - 8 - 3l = -1 - 11k - 2l$;

d) $-7p + \square q + 2q + 7 - 4q + \square p = 4p - 5q + 7$;

e) $5g - 8 + \square h - 2g + \square g - 3 + 6h = 2g + 9h - 11$;

f) $4e + 6f - \square e + \square g + 15 - 2g = e + 6f + 15$;

g) $-t - \square st + 2t - 7 + \square ts = t + 12st - 7$;

h) $\square m^2n - \square - 7n^2m + 2nm^2 - 5 - \square mn^2 + 1 = 5m^2n - 8mn^2 + 10$.

Szorzás

☺ **152** Végezd el a szorzásokat!

a) $q(q - 4)$;
b) $x(2x + 12)$;
c) $-3(a - 6c)$;
d) $(7 - 5y) \cdot 2$;
e) $d(3n + m)$;
f) $(10k - l) \cdot k$;
g) $5p(2r + p)$;
h) $(8t - 5) \cdot 3t$;
i) $(h + 6i) \cdot j$;
j) $(32 - 4b) \cdot g$;
k) $2z(v + 9w)$;
l) $(-e + 1) \cdot (-3f)$.

☺ **153** Végezd el a szorzásokat!

a) $x^2y(x + y)$;
b) $x^2(2x - 5)$;
c) $x^5y^2(xy^2 - 5xy)$;
d) $3xy^2(-x^2y + 2y)$;
e) $(xy + z) \cdot xz^2$;
f) $(3x^2 - 2xy) \cdot y$;
g) $(x - y) \cdot 4x^3y^2$;
h) $2y^3x^2(x^3y^2 + 6yx^3)$;
i) $xy(1 - y)$;
j) $(z + y) \cdot x^2$;
k) $(-3x^3y - 7y^4x^2) \cdot 5xy$;
l) $(-4y^2)(-6x^3 + 11xy^2)$.

☺ **154** Először végezd el a zárójelen belül a lehetséges összevonásokat, utána végezd el a szorzásokat!

a) $d(2e - 4 + 6e)$;
b) $(6 + b - 4b - 3) \cdot 2a$;
c) $(-5f)(c + 7 - 6c)$;
d) $g(8 + 2g - 9g)$;
e) $(i - 3h - 2i + 11h) \cdot (-4)$;
f) $(-4 + 15j + 12) \cdot 3k$;
g) $mn(m - 2 - 5n + m)$;
h) $o^2p(2po + op - op^2)$;
i) $(rs - r^2s^2 + 5rs^2r) \cdot (-r)$;
j) $(-3u^2 + 19 - 2t^2u + 4u^2) \cdot ut$;
k) $3v^2w(2u^2 + w^2v - 6u^2 + vw^2)$;
l) $(-4xy + -y + 2z^2 + 2y) \cdot xy$.

155 Összeszoroztunk egy egytagú és egy többtagú algebrai kifejezést. Mi lehetett a két kifejezés, ha a kapott szorzat

a) $15b^3g^4 - 12b^2g^2 + 21b^3g^3 + 6b^2g^3$;

b) $2a^3h + 18ah^2 - 16a^2h - 2a^2$;

c) $2s^3t^3 - 2st^3 + 3s^2t^2 - 6s^2t^3$;

d) $20x^3y^3 + 5x^4y^2 + 15x^4y^3 - 55x^5y$;

e) $2e^5d - 6d - 18ed^3 - 10e^2d^2$;

f) $8pq^2r^2 - 40p^2qr + 20pq^3 - 16p^2r^2q^2$?

Vegyes feladatok

A mértékegységek még ma sem egységesek az egész Földön.

156 Az Egyesült Államokban a hőmérsékletet Fahrenheit-fokban (fárenheit-fok) mérik. Ha C a Celsius-fokban kifejezett hőmérséklet, akkor Fahrenheit-fokra így számítjuk át: $F = C \cdot \frac{9}{5} + 32$.

a) Hány Fahrenheit-fok a 0 °C; 36,6 °C; 24 °C; 40 °C; 100 °C; 225 °C?

b) Fejezd ki, hogy miként lehet a Fahrenheit-fokban megadott hőmérsékletet Celsius-fokban megadni!

c) Van-e olyan hőmérséklet, amelynek mérőszáma Fahrenheit-fokban ugyanannyi, mint Celsius-fokban?

157 Angliában – és több más országban – a nagy távolságokat nem kilométerben, hanem mérföldben mérik. 1 angol mérföld körülbelül 1,6 km. A $\frac{\text{mérföld}}{\text{óra}}$ sebességet angolul mph (mile per hour; ejtsd májlperaur, mérföld per óra, azaz mérföld/óra) mértékegységgel jelölik.



a) Hány $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ annak az autónak a sebessége, amely 80 mph sebességgel halad?

b) Hogyan számítható át $\frac{\text{km}}{\text{h}}$-ra az a sebesség, amely mph-ban van megadva?

c) Mekkora az 50 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebesség mérföld per órában?

d) Van-e olyan sebesség, amelynek $\frac{\text{km}}{\text{h}}$-ban és mph-ban kifejezett mérőszáma ugyanaz?

e) Az Egyesült Államokban a lakott területeken belül a sebességhatár általában 35 mph. Hány $\frac{\text{km}}{\text{h}}$-nak felel meg? Magyarországon a lakott területeken belül a sebességhatár 50 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Hány mph-nak felel meg?

f) A $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ mértékegység sem SI-mértékegység. (Vagyis Magyarországon sem a hivatalos – sőt sehol a világon – mértékegységet használjuk a sebesség mérésére!) Mi a sebesség SI-mértékegysége? Hány $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ ez az egység?

☺ **158** A tömeg mérésére (egyebek között) Angliában a fontot használják (pound – ejtsd paund – a neve). (Ne keverd össze a pénzegységgel, amelynek a neve Angliában szintén font!)

a) Egy font kb. 45 dkg. Hány font 1 kg?

b) Írd fel, hogy a kg káposzta hány font!

c) Írd fel, hogy b font túró hány kilogramm!

d) Fejezd ki kilogrammban az 1 font, 10 font, 3 font, 1,5 font, 2,25 font tömeget!

☺ **159** A képernyők (tévé, monitor) átmérőjét a legtöbb helyen inchben mérik (ejtsd: incs, 1 inch $\approx$ 2,54 cm, vagy az egyszerűbb számítás kedvéért gyakrabban 2,5 cm, magyarul hüvelyk). Jele: ". Az átmérő inchben kifejezett mérőszáma (vagy annak utolsó számjegye) gyakran a készülék típusszámában (például az elején vagy a végén) is szerepel. (Nézd meg az üzletekben!)

Hazánkban ez a mértékegység a német közvetítés hatására zoll (ejtsd col, például colstok, összehajtható mérőrúd) néven terjedt el.

a) Hány centiméteres annak a képernyőnek az átmérője, amelyre 21" van írva?

b) Mekkora lehet a 42PV1 típusszámú tévékészülék átmérője centiméterben?

c) Hogyan fejezhető ki 1 cm inchben?

d) Hány inches lehet az a tévé, amelynek átmérőjére 55 cm van írva?

e) Minek a mérőszámában használják még a hüvelyk mértékegységet?

160 Egyes statisztikai adatok szerint a Földön megtermelt javak 85%-át a lakosság kb. 25%-a fogyasztja el.



a) A javak hány százaléka jut átlagosan a lakosság *ezen rétegének* 1%-ára?

b) A javak hány százaléka jut átlagosan a lakosság *többi részének* 1%-ára?

c) Átlagosan hányszor annyi jut a javakból a „gazdagoknak”, mint a többieknek?

d) Mit gondolsz, Magyarország gazdag országnak számít-e?

161 Egyes statisztikai adatok szerint a Földön megtermelt energia 50%-át a népesség 15%-a használja fel.

a) Az energia hány százaléka jut átlagosan a lakosság *ezen rétegének* 1%-ára?

b) Az energia hány százaléka jut átlagosan a lakosság *többi részének* 1%-ára?

c) Átlagosan hányszor annyi energia jut a 15%-hoz tartozóknak, mint a többieknek?

d) Mit gondolsz, Magyarország nagy energiafogyasztónak számít-e?

5. Egyenletek, egyenlőtlenségek

162 Oldd meg az egyenleteket a racionális számok halmazán!

a) $2a = 1{,}2$; *b)* $\frac{4}{5}b = \frac{1}{3}$; *c)* $-7c = \frac{7}{4}$;

d) $d - 5{,}8 = 11$; *e)* $e + \frac{9}{7} = \frac{2}{7}$; *f)* $4{,}5 + f = -1$;

g) $-8g = 32$; *h)* $h - 8 = -32$.

163 Melyik számot írhatjuk a p betű helyére, hogy az egyenlet gyöke $x = \frac{1}{2}$ legyen?

a) $px = 3$; *b)* $-px = 1$; *c)* $p + x = -8{,}8$;

d) $p + x = \frac{1}{3}$; *e)* $p - x = 2$; *f)* $p - x = -\frac{3}{4}$.

164 Melyik számot írhatjuk a p betű helyére, hogy az egyenlet gyöke $x = -\frac{2}{5}$ legyen?

a) $px = 3$; *b)* $-px = 1$; *c)* $p + x = -8{,}8$;

d) $p + x = \frac{1}{3}$; *e)* $p - x = 2$; *f)* $p - x = -\frac{3}{4}$.

165 Válaszd ki, hogy az itt látható egyenletnek a felsorolt számok közül melyik a megoldása! Párosítsd össze a megfelelőket!

Az egyenletek:	A gyökök:
a) $5x - 3 = 22$;	-6;
b) $\frac{1}{6}x + 1 = 0$;	1;
c) $2 - 3x = 29$;	5;
d) $\frac{x - 7}{3} = -2$;	-9.



166 Melyik egyenlet írja le algebrai módon a szöveges feladatot? Oldd meg a feladatokat! Amelyikhez nem találtál megfelelő szöveget, ahhoz találj ki!

a) Gondoltam egy számra. A kétszeresénél hárommal kisebb szám feléhez ha hozzáadunk 7-et, akkor 45-öt kapunk. Melyik ez a szám?

b) Gondoltam egy számra. A kétszeresénél hárommal kisebb szám 7-tel kisebb 45-nél. Melyik ez a szám?

c) Gondoltam egy számra. A 3-mal kisebb szám kétszeresénél 7-tel nagyobb szám a 45. Melyik ez a szám?

I. $2 \cdot (x - 3) + 7 = 45$; II. $2x - 3 + 7 = 45$;

III. $\frac{x - 3}{2} + 7 = 45$; IV. $\frac{2x - 3}{2} + 7 = 45$.

167 Oldd meg az egyenlőtlenségeket a racionális számok halmazán!

a) $2a > 7$; *b)* $3{,}5b < -10{,}5$; *c)* $c - \frac{2}{3} \leq \frac{1}{9}$;

d) $d + 0{,}75 \geq -3{,}6$; *e)* $6{,}8 - e < 7{,}1$; *f)* $-3f \leq 6{,}9$;

g) $\frac{g-1}{3} \geq 2{,}5$; *h)* $3 \cdot \left(h - \frac{4}{3}\right) - 2 > 13$.

168 Oldd meg az egyenleteket, egyenlőtlenségeket a racionális számok halmazán! Használd a lebontogatás módszerét!

a) $\frac{(-2) \cdot (x-1)}{5} + 14 = -9$; *b)* $\frac{(-2) \cdot (x-1)}{5} + 14 < -9$;

c) $3 \cdot \{2 \cdot [4 \cdot (x+7)]\} + 2 = 218$; *d)* $3 \cdot \{2 \cdot [4 \cdot (x+7)]\} + 2 > 218$;

e) $\frac{1{,}5 \cdot (2x+3)}{4} - 11{,}5 = -8{,}875$; *f)* $\frac{1{,}5 \cdot (2x+3)}{4} - 11{,}5 \geq -8{,}875$;

g) $\frac{\left(\frac{x-1}{2}\right) \cdot 3 + 1}{5} - 6 = -3{,}4$; *h)* $\frac{\left(\frac{x-1}{2}\right) \cdot 3 + 1}{5} - 6 \leq -3{,}4$.

169 Melyik számot írhatjuk a p betű helyére, hogy az egyenlőtlenség megoldása $x > \frac{2}{3}$ legyen?

a) $p + x > \frac{2}{5}$; *b)* $p - x < -\frac{3}{4}$; *c)* $px < -2$; *d)* $-px > 1$.

A mérlegelv

170 Szemléltesd mérleggel az alábbi egyenleteket, egyenlőtlenségeket! Az alaphalmaz a racionális számok halmaza. Oldd meg az egyenleteket, egyenlőtlenségeket! Az egyenlőtlenségek megoldásait ábrázold számegyenesen!

a) $3x + 1 = 2x + 6$; *b)* $4x > 2x + 8$;

c) $x + 12 = 3x + 2$; *d)* $x + x + 3 < 3x + 1$;

e) $\frac{1}{2}x + 12 = 4{,}5x + 4$.

171 Oldd meg mérlegelvvel az egyenleteket, egyenlőtlenségeket! Alaphalmaz a racionális számok halmaza. Az egyenlőtlenségek megoldásait ábrázold számegyenesen!

a) $5x - (2x + 3) = 2x$;

b) $12 - (7x + 1) + 8 = 3x + 9$;

c) $(x - 8) + (2x + 2) - (5 - 7x) = 8x - (4 - x)$;

d) $(3{,}5x + 8) - (6 - 4{,}5x) + 9 = (5x - 3) + (2x + 5)$;

e) $\frac{3}{4} + (10x + 6{,}25) - (6x + 4) = 16x - (8x + 6{,}5) + (2x - 5{,}5)$;

f) $5x - (2x + 3) > 2x$;

g) $12 - (7x + 1) + 8 \leq 3x + 9$;

h) $(x - 8) + (2x + 2) - (5 - 7x) < 8x - (4 - x)$;

i) $(3{,}5x + 8) - (6 - 4{,}5x) + 9 \geq (5x - 3) + (2x + 5)$;

j) $\frac{3}{4} + (10x + 6{,}25) - (6x + 4) > 16x - (8x + 6{,}5) + (2x - 5{,}5)$.

172 Oldd meg az egyenleteket, egyenlőtlenségeket! Alaphalmaz a racionális számok halmaza. Az egyenlőtlenségek megoldásait ábrázold számegyenesen!

a) $2 \cdot (x - 1) + 3 = 5x - 29$;

b) $5 \cdot (2x + 1) - 4 \cdot (3x - 2) + 8 = 3(x - 9) + 10$;

c) $3 \cdot (4 - x) + 2 \cdot (x + 7) + 2 = 2 \cdot (2x + 6)$;

d) $\frac{1}{2} \cdot (4x + 6) + \frac{1}{3} \cdot (6x - 3) + 12 = 3 \cdot (x - 7) + 30$;

e) $2 \cdot (x - 1) + 3 < 5x - 29$;

f) $5 \cdot (2x + 1) - 4 \cdot (3x - 2) + 8 \geq 3(x - 9) + 10$;

g) $3 \cdot (4 - x) + 2 \cdot (x + 7) + 2 > 2 \cdot (2x + 6)$;

h) $\frac{1}{2} \cdot (4x + 6) + \frac{1}{3} \cdot (6x - 3) + 12 \leq 3 \cdot (x - 7) + 30$.

173 Oldd meg az egyenleteket, egyenlőtlenségeket! Alaphalmaz a racionális számok halmaza. Az egyenlőtlenségek megoldásait ábrázold számegyenesen!

a) $\frac{x + 1}{7} = \frac{x - 2}{2}$;

b) $\frac{x}{2} + \frac{x}{5} - 3 = \frac{3x}{10} - 9$;

c) $\frac{2x - 1}{4} + \frac{3}{2} = 8 - \frac{x}{8}$;

d) $\frac{6 - 5x}{3} + \frac{2x + 1}{6} = \frac{4x + 8}{2}$;

e) $\frac{x + 1}{7} > \frac{x - 2}{2}$;

f) $\frac{x}{2} + \frac{x}{5} - 3 \leq \frac{3x}{10} - 9$;

g) $\frac{2x - 1}{4} + \frac{3}{2} \geq 8 - \frac{x}{8}$;

h) $\frac{6 - 5x}{3} + \frac{2x + 1}{6} < \frac{4x + 8}{2}$.

174 Oldd meg az egyenleteket! Alaphalmaz a racionális számok.

a) $(x-1)(x+3)=0$; *b)* $(6-x)(x+7)=0$;

c) $x(2x+5)=0$; *d)* $x^2=12x$.

175 Melyik számot írhatjuk a p betű helyére, hogy az egyenlet gyöke $x=2$ legyen? $\frac{px+1}{7}+3=\frac{4x}{2}$

176 Melyik számot írhatjuk a p betű helyére, hogy az egyenlet gyöke $x=0$ legyen? $\frac{x+p}{10}+5=\frac{p+1}{3}$

177 Melyik számot írhatjuk a p betű helyére, hogy az egyenlet gyöke $x=-5$ legyen? $\frac{p\cdot(2x+4)}{2}=-3p$

178 Melyik számot írhatjuk a p betű helyére, hogy az egyenlet gyöke $x=\frac{1}{2}$ legyen? $\frac{2x-8p}{9}=p+19$

179 Írj az a, b, c, d betűk helyére megfelelő számokat!

$ax+b=cx+d \quad /-2x$

$3x+b=d \quad /-8$

$x=9$

Szöveges feladatok

180 Írd le algebrai kifejezésekkel az alábbi szövegeket! Írd fel azt is, mit jelölsz ismeretlennel!

a) Egy szám és a nála 12-vel nagyobb szám összege.

b) Egy szám és a nála 2-vel kisebb szám összege.

c) Egy szám ötszörösének és a felének az összege.

d) Három sorban állnak a tanulók. Az első sorban kétszer annyi, a harmadik sorban 7-tel több tanuló van, mint a középsőben.

e) Annak a téglalapnak a kerülete, amelynek az egyik oldala 7 cm-rel rövidebb a másik oldalánál.

f) Egy kétjegyű számban a tízesek helyén álló számjegy 2-vel nagyobb az egyesek helyén álló számjegynél.

g) Egy kétjegyű számban az egyesek helyén álló számjegy 7-tel nagyobb a tízesek helyén álló számjegynél.

h) Egy háromjegyű számban a számjegyek 1-gyel kisebbek, mint az előtte lévő számjegy.

A következő feladatokat (181–199.) először próbáld következtetéssel, majd egyenlettel is megoldani! Ne feledkezz meg az ellenőrzésről!

181 Petinek hárommal több zsetonja van, mint Klárinak. Kettőjüknek összesen 75 zsetonjuk van. Hány zsetonja van Klárinak?



182 Kata 33 évvel fiatalabb édesapjánál. Kettőjük életkora összesen 57 év. Hány éves Kata?

183 Timi 25 évvel fiatalabb édesanyjánál, 2 évvel idősebb Tamaránál. Hármójuk életkora összesen 41 év. Hány évesek külön-külön?

184 Két szám összege 128, különbsége 32,8. Melyik ez a két szám?

185 Egy vízzel teli műanyag kanna 21,8 kg. Ha kiöntjük a víz felét, akkor a félig vízzel telt kanna tömege 11,8 kg. Hány liter víz fér a kannába?

186 Egy 1000 Ft-ost felváltottunk 10 és 20 Ft-osokra. Hány darabot kaptunk mindegyikből, ha összesen 90 érmét adtak?

187 Egy paralelogramma kerülete 42 cm. Az egyik oldala 5 cm-rel rövidebb a másiknál. Mekkorák az oldalak?

188 Géza és Gizi pénzének aránya 4 : 5. Ha Gizi elkölt 1200 Ft-ot, akkor ugyanannyi pénzük lesz. Kinek hány Ft-ja van?

189 Az évfolyamon az a osztály létszáma 5-tel kevesebb, mint a c osztályé, de 3-mal több, mint a b osztályé. Az évfolyamra összesen 95 tanuló jár. Hány tanuló van az egyes osztályokban?

190 Péter és Pál 48,6 km-re lakik egymástól. Péter átlag 12 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, Pál átlag 15 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel kerékpározik. Hány óra múlva találkoznak, ha egyszerre indulnak el egymás felé?

191 Két zacskóban levő golyók aránya 3 : 5. Ha az egyik zacskóból átteszünk 4 golyót a másikba, akkor mindkettőben azonos lesz a golyók száma. Hány golyó volt eredetileg az egyes zacskókban?

192 Három gyerek kettesével mérte meg magát. A mérési eredmények: 91 kg, 83 kg, 88 kg. Hány kg-osak külön-külön?

193 Kétféle kávéból 50 kg, 960 Ft egységárú keveréket akarunk készíteni. Az egyik fajta 900 $\frac{\text{Ft}}{\text{kg}}$, a másik 1200 $\frac{\text{Ft}}{\text{kg}}$. Hány kg kávét vegyünk az egyes fajtákból?

194 Pankának annyi lánytestvére van, mint fiútestvére, bátyjának, Emilnek, feleannyi fiútestvére van, mint lánytestvére. Hány lány és hány fiú van a családban?



195 Egy teremben háromlábú és négylábú székek vannak. Minden széken ül egy gyerek, így összesen 35 lábat számoltunk össze.

Hány gyerek van a szobában?



196 Két azonos magasságú gyertyát egyszerre meggyújtottunk. Az első 3 óra alatt, míg a második 4 óra alatt égett le. Az égés közben a magasságuk egyenletesen csökkent. Mikor volt az egyik kétszer olyan magas, mint a másik?

197 Nagymama életkorában levő számjegyek pontosan két unokájának életkorával egyeznek meg. Hárman együtt 83 évesek. Mennyi idősek az unokák?

198 Barna 30 évvel idősebb Beánál. 25 évvel ezelőtt háromszor annyi idős volt, mint Bea. Hány évesek most?

199 Melyik az a pozitív egész háromjegyű szám, amelynek értéke ötször akkora lesz, ha a végén lévő 5-ös számjegyet az elejére írjuk, a végéről pedig elhagyjuk?

6. Arányosság

200 Egy 8 cm hosszú szakaszt megfeleztünk, majd az egyik felét beszíneztük. A színezetlen szakaszt megfeleztük és az egyik felét beszíneztük.

a) Írd fel a színezetlen és az egész szakasz hosszának arányát!

b) Írd fel a színezett és színezetlen szakaszok hosszának arányát!

c) Változik-e az *a)* és *b)* részben kérdezett arány, ha az eredeti szakasz 12 m hosszú?

201 Keresd meg az egyenlő arányokat!

a) $5 : 7$; $10 : 13$; $15 : 21$; $21 : 15$; $\frac{3}{5} : \frac{21}{25}$.

b) $\frac{2}{7} : \frac{3}{14}$; $12 : 9$; $2 : 3$; $4 : 3$; $\frac{1}{6} : \frac{1}{8}$.

202 Egy lakásban 36 m^2 területet járólappal borítottak, 45 m^2 területet parkettáztak. Írd fel a legegyszerűbb alakban

a) a járólapozott és parkettázott területek arányát!

b) a járólapozott és a lakás területének arányát!

c) Számítsd ki, a lakás hányadrészét borították járólappal!

203 Egy kertben 48 db paradicsompalántát és 72 db paprikapalántát ültettek.

a) Mennyi a paradicsom és az ültetett növények aránya?

b) Mennyi a paprikák és paradicsomok aránya a kertben?



204 Határozd meg a következő számok arányát, és írd két egész szám felhasználásával a lehető legegyszerűbb alakba!

14 : 28; 121 : 143; 0,5 : 23; 0,1 : 0,02; 0,625 : 0,45.

205 Írd fel egész számokkal a megadott arányokat!

$\frac{5}{6} : \frac{4}{5}$; $\frac{4}{7} : \frac{4}{3}$; $2\frac{3}{5} : 1\frac{2}{3}$; $\frac{5}{8} : \frac{8}{5}$; $0{,}625 : 1\frac{3}{5}$.

206 Melyik az a két szám, amelyek aránya 4 : 5, összegük 126?

207 Határozd meg azt a két számot, amelyeknek az aránya 10 : 13 és a különbségük 12!

208 Melyik az a két pozitív szám, amelyeknek az aránya 1 : 5 és a különbségük −24?

209 Két szám közül a nagyobb szám 72, a két szám aránya 4 : 9. Mekkora a kisebb szám?

210 Mekkora a háromszög egyik szöge, ha a szögnek és hozzá tartozó külső szögének aránya 3 : 7?

211 Egy háromszög kerülete 72 cm, oldalainak aránya 2 : 3 : 4. Mekkorák a háromszög oldalai?

212 Egy iskolának 558 tanulója van. Az iskola minden tanulója vagy angolul, vagy németül tanul. Az angolul és németül tanulók aránya 11 : 7. Hányan tanulnak németül, illetve angolul?

213 A gyümölcsös piskótába a belekevert liszt és meggy aránya 5 : 6. Mennyi meggy szükséges a süteménybe, ha 35 dkg lisztet használunk el?

214 Egy könyvesboltban az ifjúsági és egyéb könyvek aránya 2 : 13. Hány ifjúsági könyv van a könyvesboltban, ha a könyvállomány 6600 db?



215 Egy almáskertben a leszedett almát kétfelé osztályozzák. Első osztályú a nagy, másodosztályú a méreten aluli. Egy őszi napon a leszedett első és másodosztályú almák aránya 7 : 3. Mennyi almát szedtek le ezen a napon, ha a másodosztályúból 1842 kg-ot szedtek?



216 Egy derékszögű háromszög átfogója 6 cm, hegyesszögeinek aránya 1 : 5. Mekkorák a háromszög szögei?

Szerkeszd meg a háromszöget!

217 A bicikliken a sebességfokozatokat a lánckerék, illetve a fogaskerék közötti áttételi arány szabja meg. Az első keréknél található a lánckerék, a hátsó kerékhez közel a fogaskerék.

a) Az 52 fogú lánckerék 4 : 1 arányú áttétellel hány fogú fogaskereket hajt meg?

b) Egy 28 fogú lánckerék pontosan egyszerre forog a 28 fogú fogaskerékkel. Ekkor mennyi az áttételi arány?

c) Érdeklődj, melyik áttételi arány milyen haladást tesz lehetővé!

218 Egy ásványvizet forgalmazó cég nyári hőségben naponta 135 000 liter ásványvizet szállít a megrendelőkhöz.

a) Hány palackot szállít ki, ha a palackok 1,5 literesek?

b) A kiszállított buborékmentes, enyhe és az erős ásványvíz aránya 17 : 35 : 20. Melyik fajtából hány palackkal szállítottak ki?

219 Három zsemle 51 Ft-ba kerül. Hány forintba kerül

a) 15 zsemle; *b)* 10 zsemle?

220 Egy autónak átlagosan 5,2 liter a fogyasztása országúton. Ez azt jelenti, hogy az autó 100 km megtétele során 5,2 liter benzint éget el. A Vidám család a nyári nyaralás során 1450 km-t tett meg.

a) Mennyi benzint használtak el az utazáshoz?

b) Hány euróba került a benzin, ha egy liter benzinre 1,18 eurót számolhatunk? Számítsd át forintba is! (Nézz utána az euró-forint árfolyamnak!)

221 A szobanövények gondozásakor folyékony tápoldatot használunk. A használati utasítás szerint 10 liter vízbe kell önteni 1 kupaknyi tápoldatot. 1 kupaknyi tápoldat kb. 4 cl.

a) Írd fel a tömény tápoldat és a víz keverési arányát!

b) Egy-egy alkalommal 35 liter vízhez keverünk tápoldatot. Hány dl tápoldatot használunk el?

c) Hetente egyszer kell a szobanövényeket tápoldatos vízzel öntözni. Mennyi ideig elegendő egy flakon, ha 7 dl tápoldat van benne?

222 2 liter teát 4 kanál cukorral ízesítünk. Hány dkg cukrot használtunk fel 15 liter tea ízesítéséhez, ha egy kanál cukor tömege átlagosan 3 dkg?

223 Egy kerékpározó társaság átlagosan 15 km-t tesz meg egy óra alatt. Az egyik nap reggel 8-kor indultak, este 6 órára értek a szálláshelyükre, pihenéssel, strandolással 5 óra 30 percet töltöttek. Hány km-t kerékpároztak ezen a napon?



224 Péternek és Istvánnak külön-külön 500 000 Ft megtakarított pénze volt. Mindketten szerették volna, ha a pénzük a lehető legjobban kamatozik.

a) István eurót vett a megtakarított forintjáért. Amikor vásárolta, 263 Ft-ot ért 1 euró.

Hány eurót kapott a pénzéért?

b) Egy év múlva szüksége volt a forintra, ezért eladta az euróját, ekkor 1 euróért 275 Ft-ot kapott.

Mennyi volt a nyeresége?

c) Péter egy bankot választott. Egyéves lekötés esetén a bank 6% kamatot adott.

Mennyi pénze volt Péternek egy év múlva?

d) Egy év után melyikük befektetése volt előnyösebb?

Százalékszámítás

225 Számítsd ki, mennyivel egyenlő 125-nek a *a)* 20%-a; *b)* 45%-a; *c)* 122%-a; *d)* 440%-a; *e)* 6,2%-a!

226 Számítsd ki

a) 25 liter 30%-át; *b)* 62 kg 35%-át; *c)* 150 000 Ft 107%-át!

227 Egy egészséges felnőtt férfi testtömegének 15-20%-a zsírszövet. Hány kg zsírszövet van egy 85 kg tömegű emberben?

228 Hány százaléka

a) 9 a 36-nak; *b)* 36 a 12-nek; *c)* 1,08 a 108-nak;

d) 72 a 108-nak; *e)* 108 a 12-nek; *f)* 108 a 72-nek;

g) 27 a 72-nek?

229 Hány százaléka

a) 14 a 70-nek; *b)* 120-nak a 102; *c)* 34 az 1700-nak;

d) 1,5 a 0,6-nek; *e)* 0,8-nek a 12; *f)* 4 kg a 80 dkg-nak;

g) 15 km-nek a 400 m; *h)* 2000 Ft-nak az 1500 Ft?

230 Mennyi 75-nek a 30%-a?

231 Melyik az a szám, amelynek 30%-a 75?

232 A nád 45%-a a víz alatt van. Milyen hosszú a nádszál, ha a víz felett lévő része 1,1 m?

233 Az őszibarackkonzerv tömege 800 gramm. A töltőtömege 480 gramm. A konzerv tömegének hány százaléka töltőtömeg?

234 Egy nyári napon egy strandbüfé bevétele 156 000 Ft. Az üdítőkből származó bevétel az összbevétel 18%-a, a napi forgalom $\frac{5}{8}$ részét a melegétel adja.

a) Mennyi a bevétel üdítőkből?

b) Mekkora bevétel származik a melegételből?

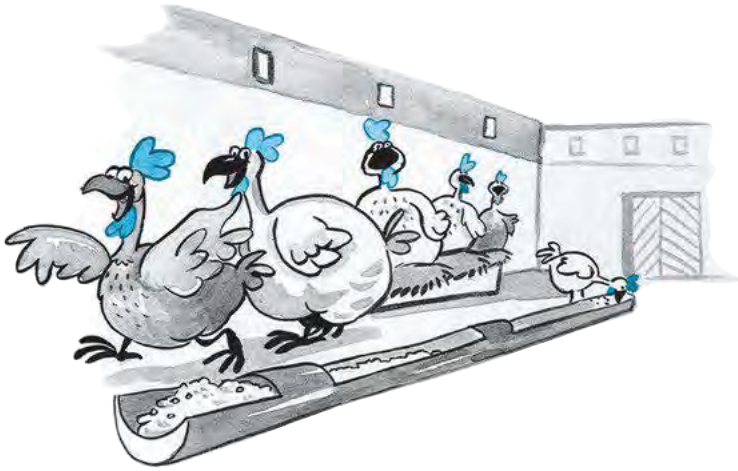
c) A bevétel hány százaléka adódik egyéb termékekből?

235 2006. áprilisban a magyarországi tyúkállomány egy részét, 18 496 tyúkot egyéni gazdálkodók nevelték. Ez az összállománynak közelítőleg 52%-a. A többi tyúkot gazdálkodó szervezeteknél nevelték.

a) Hány tyúkot tartottak összesen?

b) A gazdálkodó szervezetetek hány tyúkot tartottak?

c) Hány százalékkal volt több tyúk az egyéni gazdálkodóknál, mint a vállalatoknál?



236 Ha meglevő pénzemet gyarapítanám eddigi pénzem 20%-ával, akkor pontosan ki tudnám fizetni a kedvenc CD-mért a 3600 Ft-ot. Mennyi pénzem van most?

237 Egy téglalap egyik oldalát 25%-kal megnöveltük. Hány százalékkal kell csökkenteni a másik oldalt, hogy ne változzon a téglalap területe?

238 800 000 Ft megtakarított pénzünket abban a bankban kötöttük le, amelynek 5 éves kamatozási feltételei a következők:

Az első évben 4% kamatot ír jóvá, majd a további évek mindegyikében 2%-kal nagyobb a kamat, mint a megelőző évben volt.

Tippeld meg, hány százalékkal növekedett a 800 000 Ft! Számítsd ki:

a) Mennyi pénzünk lesz az 5. év végén?

b) Hány százalékkal növekedett a 800 000 Ft-unk az 5. év végére?

239 Melyik az a szám, amelynek 20%-a 250-nel nagyobb, mint a 45%-a?

240 Hétfőn délután elköltöttem a pénzem ≈ 20%-át, kedden a maradék 15%-át, szerdán a maradék 40%-át, csütörtökön a maradék ≈ 80%-át, pénteken nem költöttem, így hétvégére maradt 600 Ft-om. Mennyi pénzem lehetett hétfőn reggel?

241 A tábori kosárra dobó versenyen a résztvevők 10%-a kapott oklevelet. Az oklevéllel kitüntetettek 75%-a kosarazik iskolájában is. Hányan vettek részt a tábori versenyen, ha az iskolájukban is kosarazók száma a versenyen részt vevők számának 12,5%-a, és közülük 6-an nem nyertek oklevelet?



242 Egy üvegben 5 liter 30%-os alkohol volt. Nyitva felejtették az üveget, és a folyadékból valamennyi elpárolgott, a gyorsabban párolgó alkoholból kétszer annyi, mint a lassabban párolgó vízből. A visszamaradt folyadék alkoholtartalma 20%-ra változott. Hány liter folyadék maradt az üvegben? (Varga Tamás-verseny, 1988.)

(A 30%-os alkoholtartalom azt jelenti, hogy az alkoholos ital 30%-a tiszta alkohol.)

243 Egy matematikaversenyen az iskola tanulóinak 20%-a indult. Az indulók két feladatot kaptak. Az elsőt a versenyzők 60%-a, a másodikat a versenyzők 65%-a oldotta meg. Minden induló legalább egy feladatot megoldott. Csak a másodikat 80-an oldották meg. Hányan járnak az iskolába? (Varga Tamás-verseny 1989.)

244 Egy motoros 24 perc alatt tette meg a tervezett útja $\frac{2}{3}$ részének 25%-át. Így haladva tovább, még 100 km-t kell megtennie.

a) Mekkora távolságot kell megtennie összesen a motorosnak?

b) Mekkora átlagsebességgel halad?

7. Hozzárendelések, függvények, sorozatok

245 Készíts hozzárendeléseket a megadott két halmaz között!

a) A={Magyarország, Olaszország, Lengyelország, Ausztria, Németország}; B={Visztula, Duna, Pó, Rajna, Odera}.

Minden országhoz rendeld hozzá azt a folyót, amely az ország területén halad! Egyértelmű-e a megadott hozzárendelés?

b) A={Egerszegi Krisztina, Darnyi Tamás, Kovács Ágnes, Risztov Éva, Cseh László}; B={olimpiai bajnok, világbajnok, Európa-bajnok}.

Nézz utána, hogy a felsorolt versenyzők milyen sportágban nyújtottak kiemelkedő teljesítményt!

Minden versenyzőhöz rendeld hozzá, milyen díjat szerzett a sportágban! Egyértelmű-e a kapott hozzárendelés? Indokolj!

c) A={Altató, Az Alföld, Arany Lacinak, Tréfás állatkerti útmutató, Himnusz}; B={Petőfi Sándor, Kölcsey Ferenc, József Attila, Devecseri Gábor}.

Minden vershez rendeld hozzá a szerzőjét! Egyértelmű-e ez a hozzárendelés?

246 A felsorolt hozzárendelések közül válaszd ki a függvényeket!

a) Minden osztálytársadhoz hozzárendeljük a születésnapját.

b) Minden osztálytársadhoz hozzárendeljük a haja színét.

c) Egy társasház lakásaihoz hozzárendeljük a lakás kapukódját.

d) A Telecom telefontársaság által létrehozott körzeti hívószámokhoz hozzárendeljük azt a települést, amelynek ez a körzeti hívószáma.

247 Válaszd ki a megadott hozzárendelések közül a függvényeket!

a) A 20-nál kisebb pozitív egész számokhoz hozzárendeljük az osztóinak számát.

b) A 20-nál kisebb pozitív egész számokhoz hozzárendeljük az osztóit.

c) Az egynél kisebb nemnegatív számokhoz rendeljük hozzá a számhoz legközelebb eső, nála nem nagyobb egész számot!

d) Az egynél kisebb nemnegatív számokhoz rendeljük hozzá a nála nem nagyobb egész számot!

248 A Magyarországi vasúti menetrendet megnézheted a `www.elvira.hu` weboldalon.

a) Nézd meg, hogy Győrből Veszprémbe milyen vonatokkal lehet eljutni!

b) Gyűjtsd össze, milyen információkat olvashatunk le erről a weblapról!

c) Te is válassz ki két települést, nézd meg a köztük közlekedő vonatokat!

d) Sorolj fel néhány hozzárendelést a menetrendből!

249 Ábrázold a következő hozzárendeléseket koordináta-rendszerben!

a) Minden egyjegyű számhoz rendeljük hozzá a kétszeresénél 1-gyel kisebb számot!

b) A 15-nél kisebb, 1-nél nagyobb egész számokhoz rendeljük hozzá a számnál kisebb legnagyobb osztóját!

c) A 10-nél kisebb nemnegatív számokhoz rendeljünk hozzá 3-at!

Hozzárendelések más formában

250 Töltsd ki a táblázatot, majd fogalmazd meg, mi lehet az alaphalmaz és mi lehet a képhalmaz!

	Igaz	Lehetetlen	Lehet, de nem biztos, hogy igaz
Minden 1-nél nagyobb pozitív egész számnak legalább két osztója van.			
Egy szám osztója lehet nagyobb a vizsgált számnál.			
Van olyan prímszám, amelynek három osztója van.			
A számnál kisebb osztók összege egyenlő a számmal.			
A prímszám osztóinak összege páros.			

251 Több olyan hozzárendelési szabály is van, amely a táblázatban megadott a alaphalmazbeli elemekhez a hozzá tartozó b képhalmazbeli elemeket rendeli! Keress ilyet! Töltsd ki a táblázatot a megtalált hozzárendelési szabály alapján!

a)

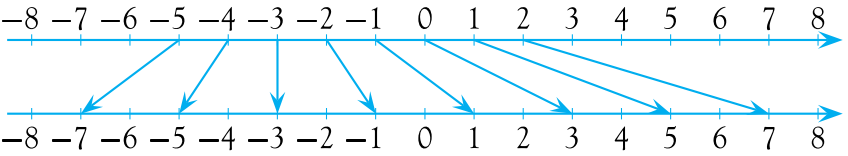
a	-2	3	1	0		
b	-5	5	1		-7	4

b)

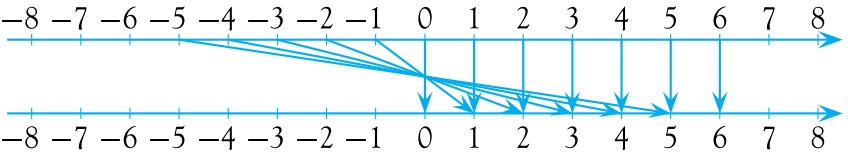
a	2	1	-2	-3	1,5	4
b	3	0	3			

252 A nyíldiagram alapján készíts táblázatot, majd fogalmazz meg hozzárendelési szabályt!

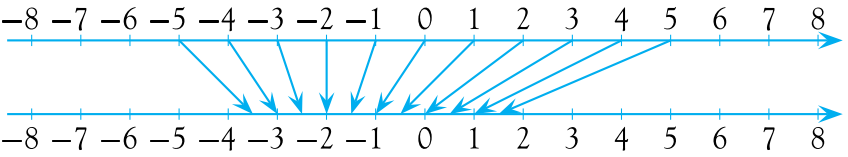
a)



b)



c)

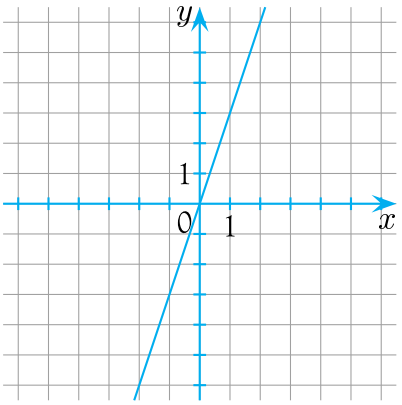


253 Jelöljük a grafikonon lévő pontok első jelzőszámát x-szel, a második jelzőszámát y-nal!

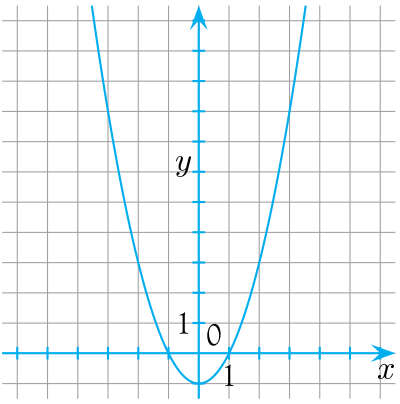
Készíts a grafikon alapján táblázatot, majd fogalmazd meg a hozzárendelés szabályát!

Írj fel összefüggést y és x között!

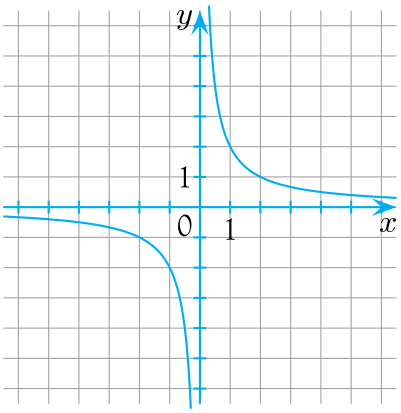
a)



b)



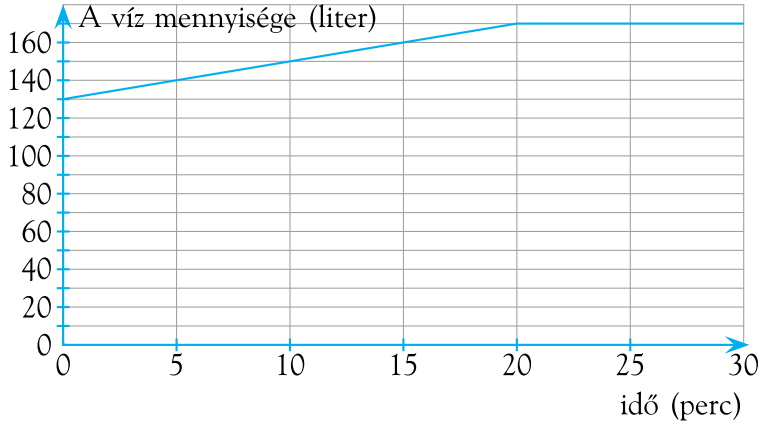
c)



254 Balázs öt napon keresztül napi 100 Ft-ot tett félre zsebpénzéből. Két napig nem tudott félretenni, és a következő napon elköltötte összes félretett pénzét.

Ábrázold Balázs félretett pénzének változását!

255 Egy nyári zápor a kertben lévő medence vizét az itt látható módon változtatta meg. A megfigyelésünk fél órán keresztül tartott.



a) Készíts táblázatot a grafikon alapján!

b) Írd le, hogyan változott a medencében lévő víz mennyisége!

c) Mennyi víz volt a medencében a vihar elején?

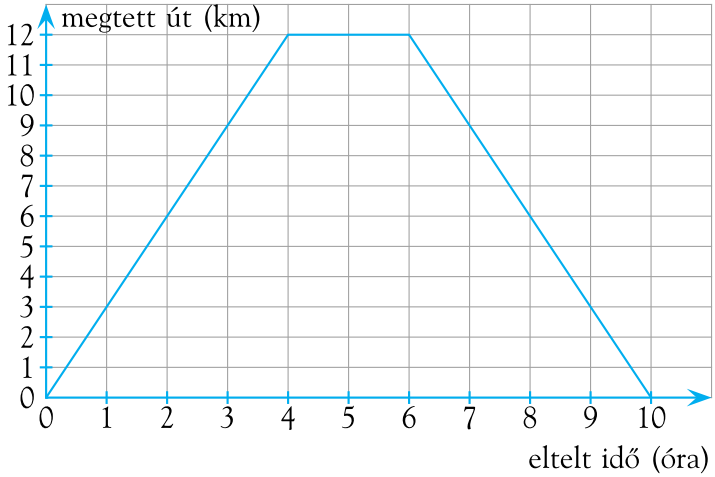
d) Leolvasható-e a grafikonról, hogy mikor állt el az eső?

e) Hány literrel nőtt a medencében lévő víz mennyisége?

f) 10 perc elteltével mennyi víz volt a medencében? Hogyan lehet ezt leolvasni?

g) Mikor volt 160 liter a medencében?

256 Luca barátaival kirándulni ment. Az itt látható grafikon mutatja a mozgásukat. A grafikon alapján válaszolj a kérdésekre!



a) Mennyi utat tettek meg összesen?

b) Mennyi ideig tartott a kirándulás?

c) Mekkora volt az odaúton, illetve visszafelé a csoport sebessége?

d) Mikor voltak a kiindulási helytől 9 km-re?

e) Mekkora sebességgel kellene megtenni az oda-vissza utat akkor, ha nem tartanának pihenőt, és a kirándulás időtartama ugyanakkora lenne?

257 Meggyújtottunk egy 20 cm hosszú gyertyát. Egyenletesen égett, és azt tapasztaltuk, hogy 4 óra alatt a magassága 12 cm-t csökkent.

a) Ábrázold a gyertya magasságát az eltelt idő függvényében!

b) Milyen hosszú lesz a gyertya három óra elteltével?

c) Mikor lesz a gyertya 5 cm magas?

d) Mennyi idő alatt ég el a gyertya?

258 Péter és Pál távirányítású autókkal játszanak. Egymástól 15 m távolságra állnak, egy egyenes útszakaszon. Péter autója 20 másodperc alatt teszi meg Pálig az utat, Pál autója 30 másodperc alatt ér Péterhez.

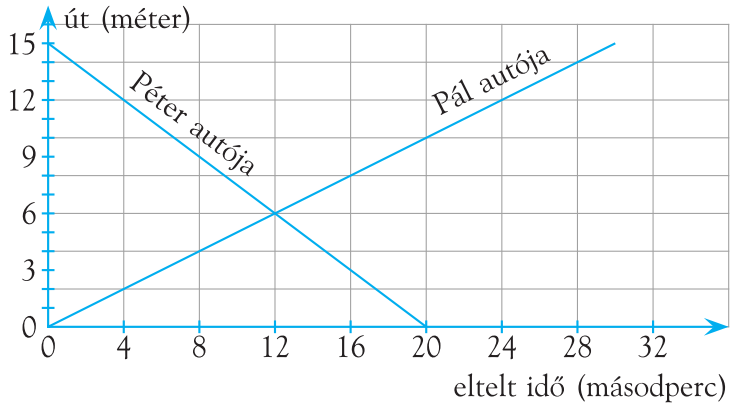
Koordináta-rendszerben ábrázoltuk a két autó mozgását.

a) Mennyi utat tesz meg Péter, illetve Pál autója másodpercenként?

b) Mikor találkozik a két távirányítású autó?

c) Péter tartózkodási helyétől számítva hány méterre találkozik a két autó?

d) Mikor lesznek az autók egymástól 5 méter távolságra?



259 Tamás 1 óra alatt kerékpárral tette meg az utat otthonról a 20 km-re lakó nagymamájához. Útközben pontosan félúton haladt el a vetőmagbolt előtt. Amikor nagymamájához ért, nagymamája megkérte őt, hozzon fűmagot a vetőmagboltból. Időveszteség nélkül újra felpattant a kerékpárra, és ugyanakkora sebességgel visszament a bolthoz. Itt elég sokan voltak, így a vásárlás fél óráig tartott. Mivel egy kicsit elfáradt, így most csak feleakkora sebességgel ment nagyijához. Tamás egy órát volt nagymamájánál, közben közösen elvetették a fűmagot. Aztán evett a kedvenc sajtos pogácsájából is, amelyet a nagymama az ő kedvéért sütött. Ekkor elindult, és 45 perc alatt ért haza.



a) Rajzold meg Tamás mozgásának út-idő grafikonját! A vízszintes tengelyen az eltelt időt, a függőleges tengelyen a megtett utat jelöljük.

b) Az indulástól a hazaérkezéséig mennyi idő telt el?

c) Miből látható a grafikonon az, amikor Tamás nem haladt kerékpárjával?

d) Hány km-t kerékpározott összesen?

e) Mikor haladt a leggyorsabban?

f) Mikor volt az otthonától 10 km-re?

g) Hol tartózkodott az indulástól számított 3,5 óra elteltével?

h) Mekkora sebességgel haladt az indulás után két és három óra között?

260 Készíts értéktáblázatot, és ennek segítségével ábrázold a megadott függvényeket! Add meg a függvények hozzárendelési szabályát képlettel! Az alaphalmaz és a képhalmaz legyen a racionális számok halmaza.

a) Minden számhoz hozzárendeljük önmagát.

b) Minden számhoz rendeljük hozzá a háromszorosát!

c) Minden számhoz rendeljük hozzá a felét!

261 Ábrázold az f, g, h függvényeket külön koordináta-rendszerben!

$f: x \mapsto 2x$; $\quad g: x \mapsto \frac{1}{4}x$; $\quad h: x \mapsto -3x$.

a) Mindhárom függvényt told el az y tengely mentén $+2$, illetve -3 egységgel!

b) Add meg az így kapott függvények hozzárendelési szabályát!

262 Készítsünk értéktáblázatot az alábbi függvényekhez! Az értéktáblázat elkészítése után ábrázold a függvények grafikonjának 6-8 pontját! Az alaphalmaz és a képhalmaz az egész számok halmaza.

a) Minden számhoz a kettővel nagyobb számot rendeljük.

b) Minden számhoz a háromszorosánál 1-gyel kisebb számot rendeljük.

263 Értéktáblázat segítségével ábrázold a megadott függvényeket!

a) $a: x \mapsto 3 \cdot x - 1$; $\quad$ *b)* $b: x \mapsto 3 \cdot (x - 1)$.

264 Ábrázold a megadott függvényeket közös koordináta-rendszerben!

a) $a: x \mapsto x$; $\quad b: x \mapsto 3x$; $\quad c: x \mapsto \frac{1}{2}x$.

b) $f: x \mapsto 2x - 1$; $\quad g: x \mapsto 3x - 1$; $\quad h: x \mapsto \frac{1}{3}x - 1$.

c) $n: x \mapsto -x + 2$; $\quad m: x \mapsto -2x + 2$; $\quad p: x \mapsto -\frac{1}{2}x + 2$.

265 Ábrázold a megadott függvényeket!

$f: x \mapsto \frac{2}{3} \cdot x$ és $g: x \mapsto \frac{2}{3} \cdot x - 4$.

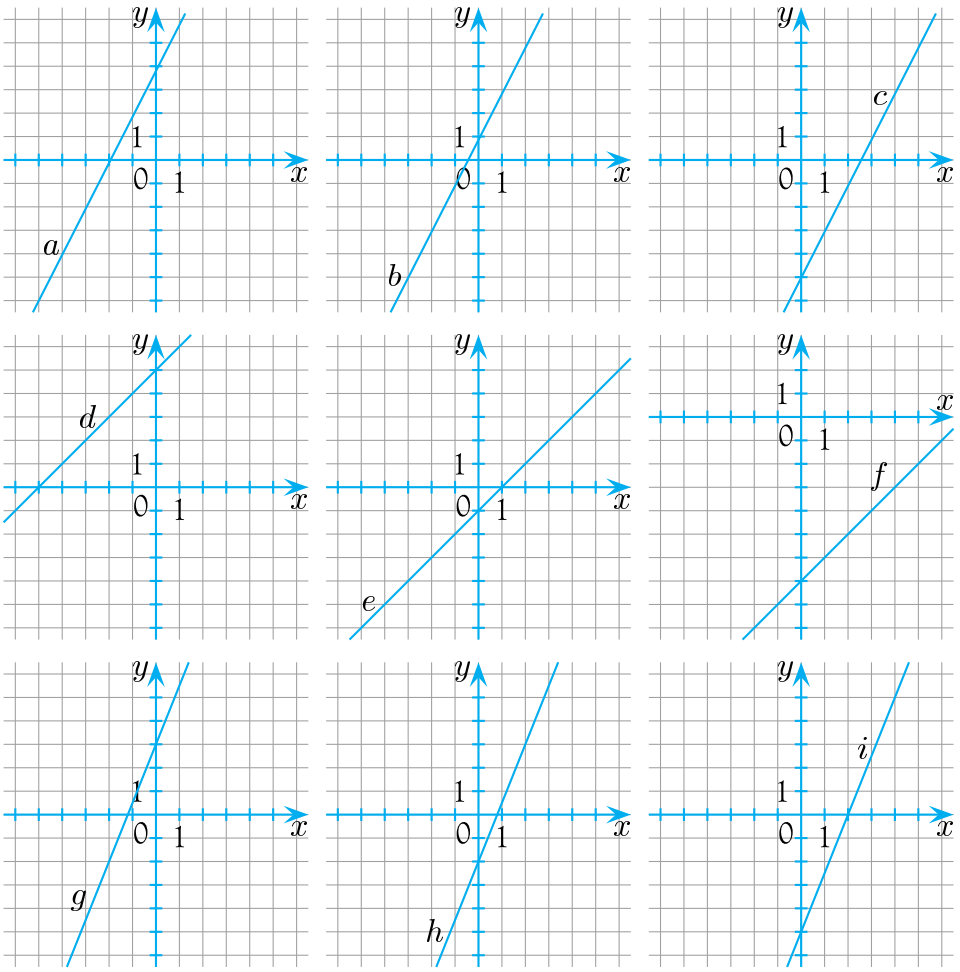
a) Egyenes arányosságot fejez-e ki valamelyik függvény?

b) Metszi-e egymást a két függvény grafikonja?

c) Van-e olyan x érték, amelyre a $g(x)$ nagyobb, mint az $f(x)$?

266 Add meg képlettel a koordináta-rendszerben ábrázolt függvények hozzárendelési szabályát! Ha szükséges, készíts táblázatot!

A képletben mi utal arra, hogy a függvények grafikonjai **párhuzamos** egyenesek?



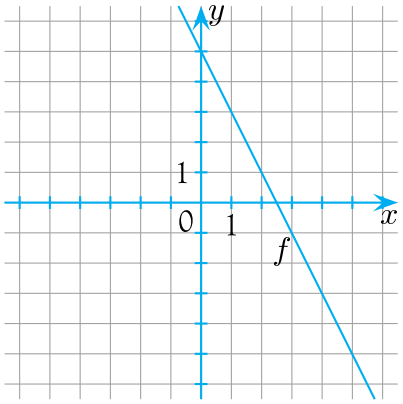
267 Ábrázold a megadott függvényeket!

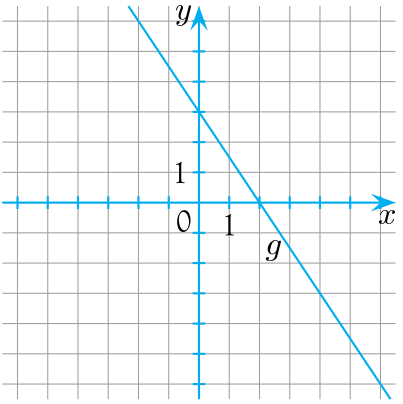
$h: x \mapsto -\frac{3}{4} \cdot x + 1$ és $l: x \mapsto -\frac{3}{4}x - 2$.

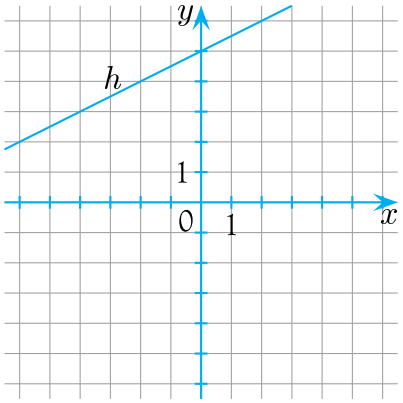
a) Egyenes arányosságot fejez-e ki valamelyik függvény?

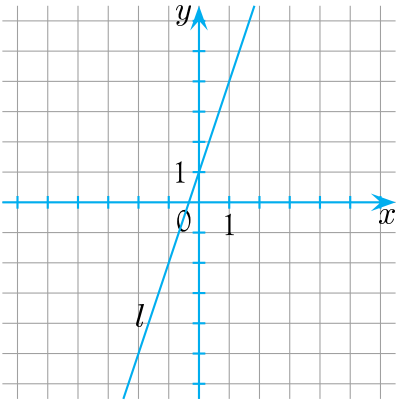
b) Van-e olyan x érték, amelyre $h(x)$ nagyobb, mint $l(x)$?

268 Készíts táblázatot a grafikonok alapján, és határozd meg a lineáris függvények hozzárendelési szabályát!









269 Egy függvény hozzárendelési szabálya: Minden racionális számhoz rendeljük hozzá azt a számot, amely a (-1)-szeresénél 3-mal több!

Az alábbiak közül melyik pont illeszkedik a függvény grafikonjára?

$A(2;1)$; $B(1;3)$; $C(-2;6)$; $D(-5;8)$.

270 Mennyivel változik az $f: x \mapsto 3x - 1$ függvény értéke, ha az x értékét 1-gyel növeljük?

271 Mennyivel változik a $g: x \mapsto 2 - 3x$ függvény értéke, ha az x értékét 1-gyel növeljük?

272 Mennyivel változik a $h: x \mapsto \frac{3}{4}x - 3$ függvény értéke, ha az x értékét 4-gyel növeljük?

273 Mennyivel változik az $l: x \mapsto -\frac{2}{5}x + 4$ függvény értéke, ha az x értékét 5-tel növeljük?

274 Ábrázold az alábbi lineáris függvényeket két pont segítségével!

$f: x \mapsto 3x - 3$;

x	0	1
$3x - 3$		

$g: x \mapsto -2x + 3$;

x	0	1
$-2x + 3$		

$h: x \mapsto -x + 4$;

x	0	1
$-x + 4$		

$l: x \mapsto \frac{1}{4}x - 1$;

x	0	4
$\frac{1}{4}x - 1$		

$n: x \mapsto \frac{3}{5}x - 3$;

x	0	5
$\frac{3}{5}x - 3$		

$m: x \mapsto -\frac{3}{4}x + 2$.

x	0	4
$-\frac{3}{4}x + 2$		

275 Ábrázold a következő pontokat a koordináta-rendszerben, és határozd meg az adott két ponton átmenő lineáris függvény hozzárendelési szabályát!

a) $A(0; 3)$, $B(4; 5)$; *b)* $C(0; -3)$, $D(4; -1)$;

c) $E(-3; 3)$, $F(3; 1)$; *d)* $G(0; 0)$, $H(5; 2)$;

e) $K(-2; 8)$, $L(2; 2)$; *f)* $P(-2; 1)$, $Q(2; -7)$.

276 Az f lineáris függvény átmegy az $A(-2{,}5; 0)$ és $B(5; 6)$ pontokon.

a) Ábrázold a függvényt koordináta-rendszerben!

b) Határozd meg a függvény hozzárendelési szabályát!

c) Add meg a pontok hiányzó koordinátáit úgy, hogy a pontok rajta legyenek a függvény grafikonján!

$P(0; \square)$; $Q(2{,}5; \square)$; $R(\square; 6)$;

$S(105; \square)$; $T(\square; 100)$; $Q(\square; 2010)$.

277 A következő hozzárendelési szabályok lineáris függvényt határoznak meg. Add meg a hozzárendelési szabályt olyan alakban, amelynek segítségével könnyen tudod ábrázolni a függvényt! Ábrázold a függvényeket!

a) $a: x \mapsto \frac{x+6}{2}$; *b)* $b: x \mapsto 3(x+2)-(x+5)$;

c) $c: x \mapsto \frac{4-x}{2}+\frac{2x-9}{3}$.

Számtani sorozat

278 Egy-egy sorozat második, harmadik és negyedik tagját ismerjük. Adj meg egy-egy első és ötödik tagot úgy, hogy

– az öt szám számtani sorozatot alkosson;

– az öt szám ne alkosson számtani sorozatot!

a) …; 3; 5; 7; … *b)* …; 10; 10; 10; … *c)* …; 9; 6; 3; …

279 Válaszd ki a sorozatok közül azokat, amelyek lehetnek számtani sorozat egymást követő tagjai! Folytasd ezeket 3-3 taggal!

a) …; 10 000; 1000; 10; …; *b)* …; −45; −55; −65; …;

c) …; $\frac{7}{4}$; $\frac{13}{4}$; $\frac{19}{4}$; …; *d)* …; $\frac{5}{6}$; $\frac{6}{7}$; $\frac{7}{8}$; …;

e) …; $-\frac{9}{7}$; $-\frac{4}{7}$; $\frac{1}{7}$; ….

280 Írj be 12 és 48 közé *a)* egy; *b)* két; *c)* három; *d)* kilenc;

számot úgy, hogy ezek számtani sorozat egymás utáni elemei legyenek!

281 Töltsd ki a táblázatot! Az adatok számtani sorozatokra vonatkoznak.

a_1	a_2	a_3	a_5	a_8	d	a_n
$-\frac{11}{12}$	$-\frac{1}{12}$					
	18			60		
						$10n+1$
	0		0			
		44			−9	

282 Összeadtuk egy számtani sorozat első három tagját, az összeg: 6.

Meg lehet-e állapítani a sorozat valamelyik tagját egyértelműen az összeg ismeretében?

Adj meg ilyen sorozatot! Ha tudsz, keress több megoldást!

283 Összeadtuk egy számtani sorozat első négy tagját, az összeg: 14.

Meg lehet-e állapítani a sorozat valamelyik tagját egyértelműen az összeg ismeretében?

Adj meg ilyen sorozatot! Ha tudsz, keress több megoldást!

284 A következő hozzárendelések alaphalmaza a pozitív egész számok halmaza. Mely hozzárendelések állítanak elő számtani sorozatot?

a) $n \mapsto n - 1$; *b)* $n \mapsto 2n + 1$; *c)* $n \mapsto (n - 1)(n - 2)$;

d) $n \mapsto \dfrac{n + 2}{n + 1}$; *e)* $n \mapsto \dfrac{1}{2}n + 4$.

285 Adj meg olyan, végtelen sok elemből álló számtani sorozatot, amely megfelel az alábbi feltételeknek:

a) a tagok váltakozva páros és páratlan egész számok;

b) a tagok mindegyike kisebb mint 10;

c) a tagok váltakozva pozitív és negatív egész számok;

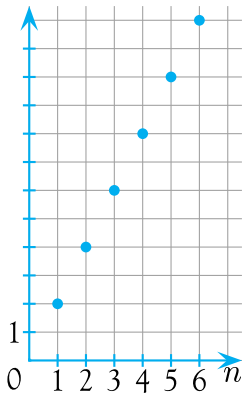
d) tagjai között nincs egész szám!

286 Koordináta-rendszerben ábrázoltuk néhány sorozat első hat tagját.

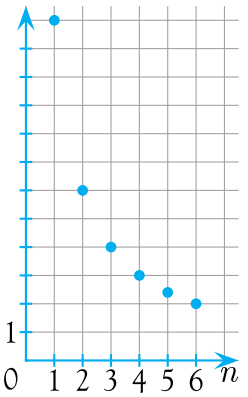
Melyek számtani sorozatok? Ezeknek számítsd ki a tizedik és a századik tagját!

Állapítsd meg a képzési szabályukat!

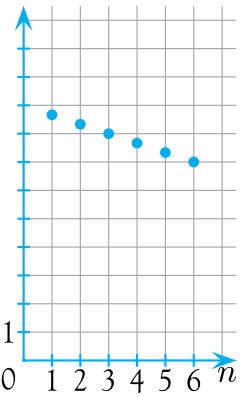
a)



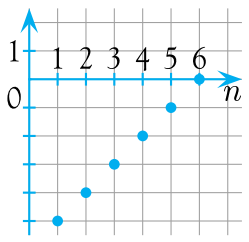
b)



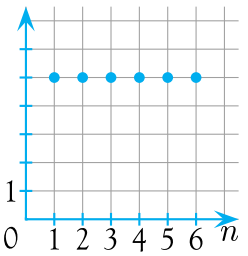
c)



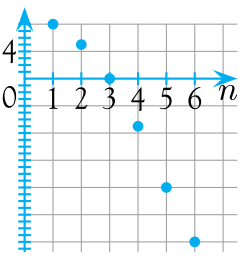
d)



e)



f)



287 Tudjuk, hogy az 55, a 66 és az x számok egy számtani sorozat egymást követő elemei. Mennyi lehet az x értéke?

288 Számtani sorozat öt egymás utáni tagjának összege 435, a legnagyobb tag a 103. Melyik ez az öt tag? Lehet-e több megoldása a feladatnak?

289 Hány olyan háromjegyű szám van, amelynek számjegyei növekvő számtani sorozatot alkotnak? Melyek ezek?

290 Egy téglatest élei cm-ben mérve egész számok. A test térfogata 315 cm^3. Számítsd ki a téglatest felszínét, ha az élek számtani sorozatot alkotnak!

291 Összeszoroztuk 2-nek az első 10, pozitív egész kitevőjű hatványát. 2-nek hányadik hatványát kaptuk eredményül? Számítsd ki számológéppel a szorzat értékét!

292 Ha minden nap megtakarítanánk 10 Ft-tal többet, mint az előző napon, akkor egy év alatt mennyi pénzt lehetne összegyűjteni?

8. Geometriai számítások, szerkesztések, bizonyítások

A paralelogramma és a háromszög területe

293 Számítsd ki a paralelogramma területét, ha

a) $a = 23$ cm, $m_a = 12$ cm;

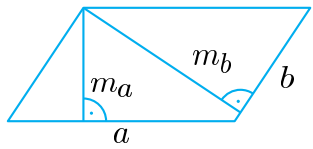
b) $a = 48$ mm, $m_a = 3{,}2$ cm;

c) $b = 3{,}3$ dm, $m_b = 24$ cm;

d) $b = 175$ mm, $m_b = 16$ cm;

e) $b = 4{,}2$ cm, $m_a = 3{,}1$ cm;

f) $a = 18$ cm, $b = 12$ cm!



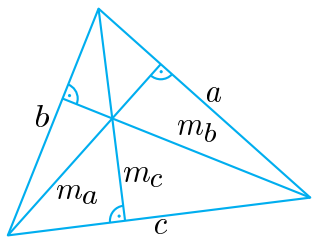
294 Számítsd ki a háromszög területét, ha

a) $a = 34$ cm, $m_a = 28$ cm;

b) $b = 4{,}3$ cm, $m_b = 24$ mm;

c) $c = 37$ cm, $m_c = 0{,}3$ m;

d) $a = 195$ mm, $c = 163$ mm!



295 Hogyan változik a háromszög területe, ha

a) az alapja felére csökken, a hozzá tartozó magasság pedig kétszeresére nő?

b) az alapja és a hozzá tartozó magassága is a háromszorosára nő?

c) az alapja harmadára csökken, a hozzá tartozó magasság pedig kétszeresére nő?

296 A trapéz átlói a trapézt négy háromszögre vágják. Ha a rövidebb szárhoz tartozó háromszög területe 16 cm^2, akkor mekkora a másik szárhoz tartozó háromszög területe?

297 A paralelogramma átlói a paralelogrammát négy háromszögre vágják. A négy közül az egyik háromszög 17 cm^2 területű. Mit mondhatunk a paralelogramma területéről?

298 Egy paralelogramma középpontja az 5 cm-es oldalától 2 cm-re található.

a) Számítsd ki a paralelogramma területét!

b) Milyen messze van ez a középpont a paralelogramma 3 cm-es oldalától?

299 Egy derékszögű háromszög hosszabb befogójának felezőpontjából a háromszög határoló vonalán haladva a szemközti csúcs 19, illetve 11 cm-re van. Az átfogó és a rövidebb befogó együtt 18 cm.

a) Mekkora a háromszög kerülete?

b) Számítsd ki a háromszög területét!

300 Egy 37 cm oldalú rombusz átlói 24 cm és 70 cm hosszúságúak. Milyen messze van egymástól a két párhuzamos oldala?

A trapéz területe

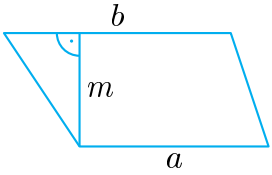
301 Számítsd ki a trapéz területét, ha a és b a trapéz párhuzamos olalai, továbbá

a) $a = 18$ cm, $b = 15$ cm, $m = 12$ cm;

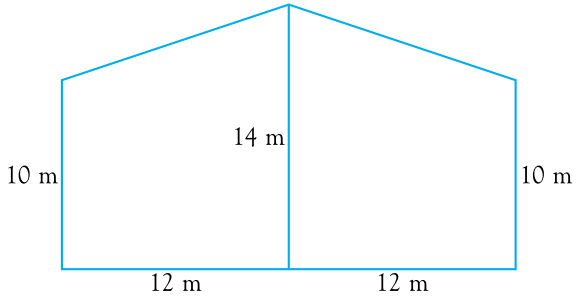
b) $a = 29$ dm, $b = 19$ dm, $m = 14$ dm;

c) $a = 36$ cm, $b = 2{,}5$ dm, $m = 0{,}3$ m;

d) $a = 42$ cm, $b = 360$ mm, $m = 2{,}7$ dm!



302 A vázlatrajzon egy társasház egyik fala látható, amelyet szeretnének szigetelőanyaggal bevonni. A megadott adatok alapján számítsd ki, hogy hány m^2 felületre kell vásárolniuk ezt az anyagot!



303 Egy doboz két egybevágó lapja trapéz alakú. Egy üzemben 140 db ilyen doboz gyártását kezdték el. A trapéz alakú lapokat préselt lemezből vágják ki. Hány m^2 anyagot használnak fel ezekhez a lapokhoz, ha a trapéz párhuzamos oldalai 12 cm és 9 cm, magassága pedig 95 mm?

304 Számítsd ki a következő trapézok területét!

a) $A(-7;-1)$, $B(4;-1)$, $C(3;5)$, $D(-4;5)$;

b) $A(1;-2)$, $B(3;-8)$, $C(3;4)$, $D(1;1)$;

c) $A(-4;4)$, $B(4;2)$, $C(9;2)$, $D(-2;4)$;

d) $A(0;2)$, $B(3;-1)$, $C(7;-1)$, $D(0;6)$.

305 Számítsd ki a következő sokszögek területét!

a) $A(6;0)$, $B(8;0)$, $C(10;3)$, $D(10;7)$, $E(3;7)$, $F(3;3)$;

b) $A(-2;2)$, $B(1;-3)$, $C(4;0)$, $D(4;6)$, $E(1;5)$, $F(-2;7)$.

306 Egy 1320 m^2-es derékszögű trapéz alakú telek két párhuzamos oldalán már elkészült a 110 méter hosszúságú drótkerítés. A telek legrövidebb oldala néz az utcára, ahová fából készítik a kerítést. Hány méterre elegendő faanyagot kell ehhez vásárolni?

307 Egy egyenlő szárú háromszög alapja 15 cm, a hozzá tartozó magassága pedig 5 cm. Mekkora a vele egyenlő alapú és területű trapéz másik alapjának hossza, ha a trapéz magassága 3 cm?

308 Az $ABCD$ trapéz csúcsait koordináta-rendszerben adtuk meg $A(a;0)$, $B(5;m)$, $C(2;m)$, $D(0;0)$. Add meg a hiányzó pozitív egész koordinátákat, ha a trapéz területe 49!

Szögpárok

309 Keress olyan nyomtatott betűket, amelyekkel szemléltetni tudod

a) a váltószögeket; *b)* a csúcsszögeket; *c)* az egyállású szögeket!

310 Keresd meg az alábbiak közül az igaz állításokat!

a) A háromszög két belső szöge soha nem lehet kiegészítő szögpár.

b) A kiegészítő szögpárok összege 360°.

c) A pótszögek összege 180°.

d) A merőleges szárú szögek lehetnek kiegészítő szögek.

311 Egy kiegészítő szögpár egyik tagja $70^\circ\ 34'$-cel nagyobb, mint a kisebb szög. Mekkora a nagyobb szög?

312 Egy szög négyszereséhez adj hozzá $34^\circ\ 42'$-et! Ekkor a kiegészítő szögét kapod. Mekkora a szög és a kiegészítő szöge?

313 A koordináta-rendszerben adott négy pont: $A(1;4)$, $B(6;4)$, $C(4;8)$, $D(4;5{,}5)$. Az AD egyenes F pontban metszi BC egyenest, a CD egyenes E-ben metszi az AB egyenest. Milyen szögpár

a) $ADC\sphericalangle$ és $FDE\sphericalangle$; *b)* $ADE\sphericalangle$ és $FDE\sphericalangle$;

c) $FAB\sphericalangle$ és $BCE\sphericalangle$; *d)* $EDF\sphericalangle$ és $EBF\sphericalangle$?

314 Ha egy szög négyszerese egyenlő a pótszögével, akkor hányszorosát kell venned, hogy a kiegészítő szögét kapd?

315 Három különböző nagyságú szögről tudjuk, hogy α és β pótszögek, β és γ kiegészítő szögek. Rakd növekvő sorrendbe a három szöget!

316 Ha α és β kiegészítő szögek, akkor milyen szögpárt alkot $\frac{\alpha}{2}$ és $\frac{\beta}{2}$?

317 Ha α és β kiegészítő szögek, továbbá α harmada és β háromszorosa pedig pótszögek, akkor mekkora α?

A kör kerülete

318 Számítsd ki a kör kerületét, ha a sugara

a) 12,5 cm; *b)* 0,24 dm; *c)* $\frac{3}{32}$ km; *d)* $\frac{7}{25}$ m!

319 Számítsd ki a kör kerületét, ha az átmérője

a) 14 cm; *b)* 5,4 m; *c)* 5,8 dm; *d)* 1,25 km!

320 Számítsd ki a kör átmérőjét tized cm pontossággal, ha a kerülete

a) 31 cm; *b)* 4,9 dm; *c)* 100 mm; *d)* 0,735 m!

321 Add meg tízesekre kerekítve, hogy hányat fordul a 32 cm sugarú kerék, ha 32 km-t tesz meg!

322 Képzeld el, hogy egy 34 méter sugarú kör alakú sétányon egyszer körbesétálsz. Melletted az osztálytársad is megtesz egy kört, de ő tőled 1 méterre halad. Mekkora az eltérés, ha a jobb, illetve a bal oldaladon halad?

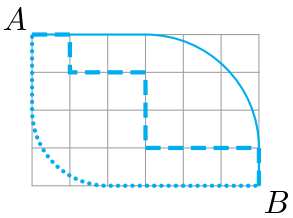


323 A 3000 méteres futáshoz egy kör alakú pályát jelöltek ki a szervezők. Hány méteres a kör

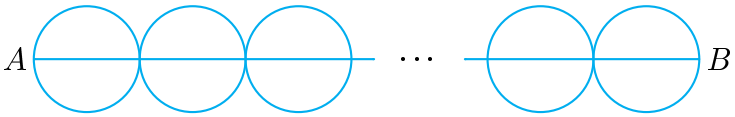
a) kerülete; *b)* sugara,

ha az ötödik körnek csak a négyötödét kell lefutni?

324 Az ábrán egy város térképének kis részlete látható. Az A pontból B-be három úton juthatsz el. Az ábrán látható négyzetek a tájékozódást könnyítik meg a térképen, ezek oldalai a valóságban 100 méteresek. Rakd növekvő sorrendbe az utak hosszát!

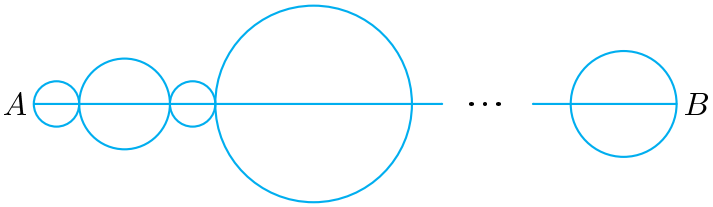


325 Az ábrán látható módon illessz egymás mellé 46 db 2 cm sugarú kört!



A 46 db kis körnek vagy az AB átmérőjű nagy körnek nagyobb a kerülete?

326 Az ábrán látható módon illessz egymás mellé 46 db kört, amelyekről csak annyit tudsz, hogy átmérőinek összege, $AB = 184$ cm.



A 46 db kis körnek vagy az AB átmérőjű nagy körnek nagyobb a kerülete?

A kör területe

327 Számítsd ki a kör területét, ha a sugara

a) 19 cm; *b)* 12,4 dm; *c)* 0,0025 km; *d)* 0,73 m!

328 Számítsd ki a kör területét, ha az átmérője

a) 172 cm; *b)* 11,4 dm; *c)* 51 mm; *d)* 0,125 km!

329 Melyik két szomszédos egész szám között van a kör sugara centiméterben mérve, ha a területe

a) 230 cm^2; *b)* 495 dm^2; *c)* 1100 mm^2; *d)* 751 m^2?

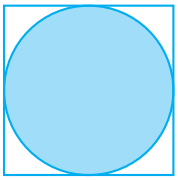
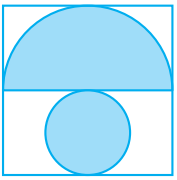
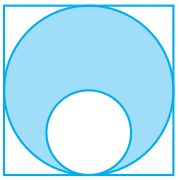
330 Az ábrán látható síkidomot két egyenlő hosszúságú szakasz, valamint két azonos középpontú 6 cm és 3 cm sugarú félkörív határolja. Számítsd ki a kerületét és a területét!



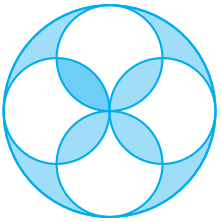
331 Van-e olyan kör, amelynek a kerülete és a területe azonos mérőszámmal írható le?

332 Egy 21 cm-szer 14,5 cm-es írólapot hajts ketté a hosszú oldal felezőmerőlegese mentén! Az egyik feléből vágj ki egy 4,5 cm sugarú, a másik feléből 3 darab 1,5 cm sugarú körlapot! Az egylukú vagy a háromlukú síkidom területe a nagyobb? Mennyivel?

333 A négyzetek 8 cm oldalúak, a nagy körök 4 cm, a kis körök 2 cm sugarúak. A fehéren hagyott vagy a festett rész területe a nagyobb? Mennyivel?

a)  *b)*  *c)*  *d)* 

334 Ha a jobb oldali ábrán látható minta sötétebb levélkéje 15 cm^2-es, akkor mekkora az összes festett rész területe?



Szerkesztések

335 Szerkessz háromszöget a következő adatokból! (A szokásos jelöléseket használtuk.)

a) $a = 3$ cm, $b = 3{,}5$ cm, $c = 4$ cm;
b) $a = 4$ cm, $b = 3$ cm, $\gamma = 60°$;
c) $a = 5$ cm, $\beta = 30°$, $\gamma = 90°$;
d) $a = 4$ cm, $b = 3{,}5$ cm, $\alpha = 75°$.

336 Szerkeszd meg az $ABCD$ paralelogrammát, ha

a) $AB = 5$ cm, $AD = 3$ cm, $BD = 3{,}5$ cm;
b) $AB = 5{,}5$ cm, $BC = 2{,}5$ cm, $ABC \sphericalangle = 150°$;
c) $AB = 3$ cm, $ABC \sphericalangle = 120°$, $CAB \sphericalangle = 30°$;
d) $AB = 4{,}5$ cm, $AD = 2{,}5$ cm, $ADB \sphericalangle = 90°$!

337 Szerkessz derékszögű háromszöget a következő adatokból! (A szokásos jelöléseket használtuk.)

a) $a = 3{,}4$ cm, $b = 2$ cm; *b)* $a = 6$ cm, $c = 6{,}5$ cm;
c) $a = 2$ cm, $\beta = 60°$; *d)* $a = 4{,}5$ cm, $\alpha = 75°$.

338 Az egyenlő szárú háromszög alapja a, szárai b, az alaphoz tartozó magassága m_a, a szárhoz tartozó magassága m_b, az alapon fekvő szögek β, a szárak által bezárt szög α. Szerkeszd meg az egyenlő szárú háromszöget a következő adatokból!

a) $a = 4$ cm, $\alpha = 30°$; *b)* $a = 3{,}6$ cm, $m_a = 5$ cm;
c) $b = 4{,}5$ cm, $\alpha = 45°$; *d)* $m_b = 3$ cm, $\alpha = 60°$.

339 Szerkessz rombuszt, melynek rövidebb átlója 4 cm, és az átló felezőpontja az oldalaktól 1,5 cm-re van!

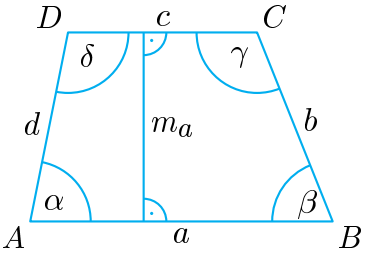
340 Szerkessz paralelogrammát, ha két oldala 2,5 cm és 4 cm, továbbá az egyik átlója ezzel a két oldallal összesen 105°-os szöget zár be!

341 Szerkessz trapézt! A mellékelt ábra jelöléseit használtuk az adatok megadásakor.

a) $a + c = 7$ cm, $b = 2{,}4$ cm, $d = 2{,}2$ cm, $\alpha = 60°$.

b) $a = 8$ cm, $m_a = 4$ cm, $\alpha = 45°$, $\beta = 60°$.

c) $a = 6$ cm, $m_a = 4$ cm, $\alpha = 45°$, $\beta = 30°$.



342 Szerkessz szabályos háromszöget, ha adott a k kerülete!

343 Szerkessz háromszöget, ha adott a k kerülete, valamint az α és a β szöge!

Háromszögekkel kapcsolatos fogalmak, tételek I.

344 Rajzolj egy háromszöget, és rakd nagyság szerinti sorrendbe a háromszög oldalait! Figyeld meg, hogy ha a háromszög leghosszabb oldalából levágsz annyit, amennyi a soron következő oldal hossza, akkor rövidebb szakaszt kapsz, mint a harmadik oldal. Ez mindig így van? Miért?

345 Igazold, hogy a négyszög átlója mindig kisebb, mint a kerület fele!

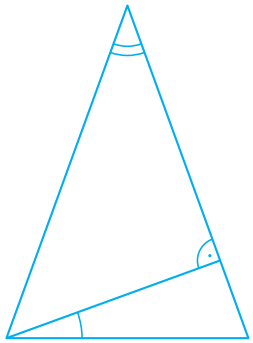
346 A négyszög kerülete $a + b + c + d$. Ebben a négytagú összegben a leghosszabb oldalt jelentő betűt cseréld a legrövidebb oldalt jelölő betűre. Igazold, hogy még így is nagyobb az összeg értéke, mint ha a két átló hosszát adnád össze!

347 Igazold, hogy a háromszög egyik csúcsából induló két oldal összege mindig nagyobb, mint ugyanebből a csúcsból a szemközti oldal felezőpontjába húzott szakasz hossza!

348 Mutasd meg, hogy a háromszög külső szögei között csak egy hegyesszög lehet!

349 Mutasd meg, hogy a háromszög külső szögei között mindig van legalább két tompaszög!

350 Rajzolj egy egyenlő szárú háromszöget! Rajzold be az alappal szemközti csúcs külső szögfelezőjét! Igazold, hogy ez a szögfelező párhuzamos az alappal!



351 Az ábrán egyenlő szárú háromszöget látsz. Igazold, hogy az egy ívvel jelölt szög fele a két ívvel jelölt szögnek!

352 Számítsd ki a hiányzó értékeket! (α, β, γ a belső, α', β', γ' a megfelelő külső szögeket jelenti egy háromszögben.)

α	β	γ	α'	β'	γ'
42°	48°				
49°		63°			
	37°		98°		
28° 33′				121° 42′	
			111° 11′		122° 22′

Háromszögekkel kapcsolatos fogalmak, tételek II.

353 Szerkessz 3 cm-es szárral egyenlő szárú derékszögű háromszöget! Szerkeszd meg a köré írt és a beírt körének a középpontját! Mekkora a két középpont távolsága? Mérd meg!

354 Egy háromszögnek 58°-os és 44°-os szögei vannak. Szerkeszd meg a beírt körét! Képzeld el, hogy a kör közepén állok! Mekkora szögben látom az oldalakat?

355 Szerkessz háromszöget, ha az egyik oldala 4,5 cm, a köré írt kör sugara 3,5 cm, és az oldalon fekvő egyik szöge 45°!

356 Szerkessz egyenlő szárú háromszöget, ha a köré írt kör sugara 3 cm, továbbá az alapja 2 cm!

357 Szerkessz egyenlő szárú háromszöget, ha a köré írt kör sugara 2,5 cm, a szára pedig 4 cm!

358 Az alábbi állítások a háromszögek szögfelező szakaszairól szólnak. Rendezd az állításokat három csoportba: igazak, hamisak, csak különleges háromszög esetén igazak!

(1) A háromszög szögfelezői egyenlő hosszúak.

(2) A háromszög szögfelezői merőlegesek az oldalakra.

(3) A háromszög szögfelezői felezik a csúcsnál lévő szöget.

(4) A háromszög szögfelezői egy pontban metszik egymást.

(5) Egyenlő szárú háromszögben az alaphoz tartozó szögfelező rövidebb, mint a szár.

(6) A szögfelezők közös metszéspontja a háromszög beírható körének a középpontja.

(7) A háromszögnek egy szögfelezője van.

(8) A háromszögek esetén a beírt és a köré írt kör középpontja egybeesik.

(9) A háromszögek szögfelezői egybeesnek a szimmetriatengellyel.

(10) A háromszögekben a szögfelezők metszéspontjának távolsága a csúcsoktól egyenlő.

(11) A háromszögek szögfelezőinek talppontjai mindig az oldalakon vannak.

(12) A háromszög szögfelezői a háromszögön belül metszik egymást.

(13) A szögfelező felezi a háromszög területét.

Háromszögekkel kapcsolatos fogalmak, tételek III.

359 Egy háromszöget a három középvonala mentén vágj négy háromszögre! Mekkora lehetett az eredeti háromszög kerülete, ha az így kapott négy háromszög kerületének összege 60 cm?

360 Egy derékszögű háromszög egyik befogója 4 cm. Milyen messze van az átfogó felezőpontja a másik befogótól?

361 Két vándor egy helyről, egyszerre indul egy-egy egyenes úton, de haladási irányuk különböző. Mindketten azonos sebességgel, egyenes irányban haladnak. 45 perc elteltével 1,2 km-re távolodtak el egymástól. Mekkora a távolságuk az indulástól számított másfél óra múlva?



362 Egy háromszögnek 58°-os és 44°-os szögei vannak. Mekkora szögben látszanak a magasságpontból a háromszög oldalai?

363 Mutasd meg, hogy a háromszög három oldalának felezőpontja által meghatározott háromszög magasságpontja egybeesik az eredeti háromszög köré írt kör középpontjával!

364 Az ABC háromszögben a C csúcsból induló magasság talppontja T, a C-ből induló súlyvonal másik vége F. Szerkeszd meg a háromszöget, ha BC oldal 6 cm, FC súlyvonal 5 cm, TC magasság 4 cm!

Négyszögek

365 Számítsd ki a négyszög hiányzó szögeit! (α, β, γ, δ a belső, α', β', γ', δ' a megfelelő külső szögeket jelenti egy konvex négyszögben.)

a) $\alpha = 92^\circ$, $\beta = 83^\circ$, $\gamma = 109^\circ$;

b) $\alpha = 73{,}8^\circ$, $\beta' = 97{,}1^\circ$, $\delta' = 87^\circ$.

366 Egy konvex négyszög egyik szöge 112°-kal nagyobb, mint az α szöge. Tudjuk, hogy pontosan

a) két egyenlő; *b)* három egyenlő

szöge van a négyszögnek. Add meg egy-egy ilyen négyszög szögeit!

367 Egy négyszögnek három darab 108°-os szöge van. Lehet-e ez a négyszög deltoid? Ha igen, akkor rajzolj egyet!

368 Mekkorák a paralelogramma szögei, ha két szomszédos szögének különbsége $25^\circ\ 32'$?

369 Igaz-e?

a) Ha egy négyszög szemközti szögei egyenlők, akkor a négyszög paralelogramma.

b) Ha egy négyszögben bármely két szomszédos szög összege 180°, akkor a négyszög paralelogramma.

c) Ha egy négyszög két szomszédos szöge egyenlő, akkor nem lehet paralelogramma.

d) Ha egy négyszögben az egyik átló hossza megegyezik az egyik oldal hosszával, akkor a négyszög rombusz.

e) Ha egy négyszög minden szöge különböző, akkor az nem lehet trapéz.

f) Ha egy négyszögben két oldal egyenlő, a másik kettő pedig párhuzamos, akkor a négyszög paralelogramma.

370 Vizsgáld meg, hogy milyen helyzetű lehet a paralelogramma két szemközti csúcsának szögfelezője!

371 Létezik-e

a) olyan trapéz, amelynek egyik átlója az egyik oldallal azonos hosszúságú;

b) olyan paralelogramma, amelynek egyik átlója az egyik oldallal azonos hosszúságú;

c) olyan rombusz, amelynek egyik átlója az oldallal azonos hosszúságú;

d) olyan téglalap, amelynek egyik oldala és egyik átlója azonos hosszúságú?

372 Az $ABCD$ paralelogramma átlóinak metszéspontjára olyan egyenest illesztettünk, amely az $APQD$ trapézt vágta le. A trapéz párhuzamos oldalai 3,5 cm és 2,5 cm hosszúak. Mekkorák a paralelogramma oldalai?

373 Az $ABCD$ paralelogramma BC oldalának felezőpontja E, CD oldalának felezőpontja F. A BD átlót az AE egyenes P-ben, az AF egyenes Q-ban metszi.

a) Igazold, hogy DB átló fele az EF!

b) Milyen négyszög $BDFE$?

c) Igazold, hogy $BP = PQ = QD$!

d) Hogyan aránylik egymáshoz az APQ és az AEF háromszögek területe?

Sokszögek

374 Hány átló húzható egy konvex 22-szög egyik csúcsából?

375 Hány háromszögre vágja a konvex 29-szöget az egyik csúcsából kiinduló összes átló?

376 Egy konvex sokszög egyik csúcsából 341 átló húzható. Hány oldalú a sokszög?

377 Hány oldalú az a konvex sokszög, amelyet az egy csúcsából induló átlói 102 háromszögre vágnak?

378 Egy szabályos sokszög alakú ablakra vasrácsot készítenek. Az ugyanolyan alakú sokszög és az egyik csúcsból kiinduló átlók adják a rács mintáját. Az oldalakhoz és az átlókhoz levágott vasrudak száma 13.

a) Hány oldalú sokszög az ablak?

b) Hányféle hosszúságú rudat kellett levágni a rács elkészítéséhez?

379 Egy konvex sokszög és az egy csúcsából induló átlóinak a megrajzolásához

a) 1001; *b)* 1010

szakaszra volt szükség. Hány oldala van a sokszögnek?

380 Hány átlója van a konvex 25-szögnek?

381 Mennyi a belső szögek összege a 23-szögben?

382 Hány oldala van annak a konvex sokszögnek, amelyben összesen 299 átló van?

383 Hány oldala van annak a konvex sokszögnek, amelyben a belső szögek összege 12 780°?

384 Lehet-e egy konvex sokszögnek 7-szer annyi átlója, mint oldala?

385 Egy konvex sokszög oldalainak a száma n, az átlóinak a száma m. Milyen n esetén lesz

a) $n > m$; *b)* $n = m$; *c)* $m > n$?

386 Egy hatszögnek 5 darab 113°-os belső szöge van. Számítsd ki a külső szögeinek nagyságát!

387 Háromszögekre igaz, hogy két belső szög összege egyenlő a nem mellettük fekvő külső szöggel. Négyszögek esetén a három belső szög összege hogyan fejezhető ki a nem mellettük fekvő külső szöggel?

Hasábok

388 *a)* Hány lap határolja a hatszög alapú egyenes hasábot?

b) Hány lap határolja a tízszög alapú egyenes hasáb palástját?

c) Szabályos hétszög alapú dobozok gyártásához síkidomokat kell kivágni kartonpapírból. Hányféle mintára van szükség a lapok megrajzolásához?

d) Hány éle van a tizenegyszög alapú hasábnak?

e) Hány szög alapú az a hasáb, amelyet 210 lap határol?

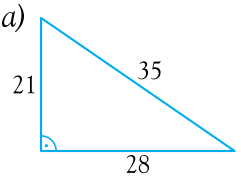
f) Hány szög alapú az a hasáb, amelynek 543 éle van?

g) Hány szög alapú az a hasáb, amelynek 76 éle van?

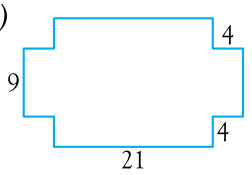
h) Hány lapja nem lehet egy hasábnak?

389 Számítsd ki a 12 cm magasságú egyenes hasáb palástjának területét, felszínét és térfogatát, ha alaplapjának vázlata látható a rajzon! (Az adatok centimétert jelentenek.)

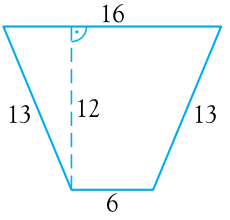
a)



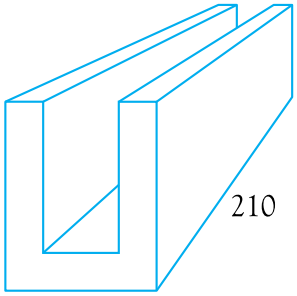
b)

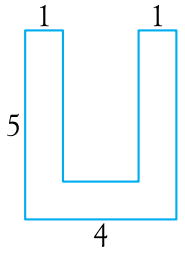


c)



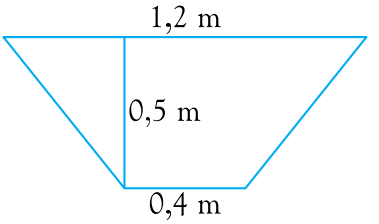
390 Az ábra egy U keresztmetszetű, 2,1 méter hosszú vasrudat ábrázol. 12 darab ilyen rudat kell lefesteni. Hány m^2-re elegendő festéket kell vásárolni?



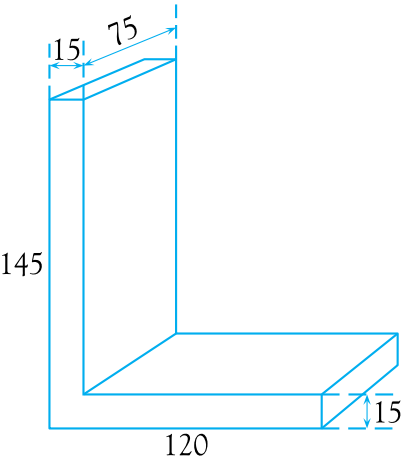


391 Egy szabályos hatszög keresztmetszetű 18 cm hosszú, hasáb alakú ceruza alaplapja 65 mm^2 területű. Belefér-e 20 darab egy 3,25 cm × 4 cm × 18 cm-as téglatest alakú dobozba?

392 Az ábrán látható trapéz egy vízlevezető árok keresztmetszetét ábrázolja. Az adatok alapján számítsd ki, hogy hány m^3 földet kell kiemelni és elszállítani, ha az ároknak egy 3,2 km hosszú szakaszát építik meg!



393 Az ábrán egy könyvtámasz vázlatrajzát látod. Az adatok millimétert jelentenek. A könyvtámaszt egy olyan kőből fogják kicsiszolni, amelyből 1 cm^3 század pontossággal 3,56 g tömegű. Milyen nehéz lesz ez a könyvtámasz?



394 Egy nagyon meleg nyári napon 6 millió m^3 víz is elpárologhat a Balatonból, ekkor 1 cm-rel csökken a vízszint. Ezeket a kerekített adatokat felhasználva, mekkorának adódik a Balaton vizének felülete?

395 A következő megállapítást egy nyári hírműsorban hallottuk: A Velencei-tó vízmennyisége és vízminősége évek óta egyaránt jó. A tó átlagos vízmélysége 161 cm.

Hány hektoliter víz van a 26 km^2-es Velencei-tóban?

Hengerek

396 Számítsd ki a henger felszínét és térfogatát, ha

a) $r = 2{,}8$ cm, $m = 4{,}4$ cm; *b)* $r = 0{,}23$ dm, $m = 18$ mm!

397 Egy 42 cm sugarú henger alakú hordóban 1,2 hl vizet tárolnak. Milyen magasan áll benne a víz?

398 A 2,5 cm sugarú alapkörű, valamint 10,5 cm magasságú üvegpohárból hány darabot kell elővenni, ha 1 liter gyümölcslevet szeretnénk kitölteni?

399 Egy 34 cm és 28 cm oldalú téglalap kétféle hengernek is lehet a palástja. Számítsd ki a hengerek térfogatát!

400 Igaz-e a következő állítás? A henger térfogatát úgy is kiszámíthatod, hogy az alapkör félkerületének négyzetét megszorzod a magassággal és osztod π-vel.

401 Mennyi festék kell egy 5,2 m magas, 36 cm átmérőjű oszlop palástjának befestéséhez, ha 20 dkg festék 1 m^2-re elegendő?

402 Henger alakú üveg kémcső oldalára cm^3-enként szeretnénk beosztást tenni. A kémcső belső átmérője 0,8 cm. Milyen távol legyen egymástól két szomszédos beosztás?

403 Egy a és b ($a > b$) oldalakkal megadott téglalapot forgass előbb az a, majd a b oldala – mint tengely – körül! Határozd meg a leírt testek térfogatának arányát!

9. Valószínűség-számítás

Kísérlet, elemi esemény, gyakoriság

404 Egy csomag magyar kártyából kihúztunk két lapot. Megjegyezzük a sorrendjüket. Ennek a kísérletnek milyen kimenetelei lehetnek, ha

– a színek szerint vizsgáljuk a kihúzott két lapot;
– a figurák szerint vizsgáljuk a kihúzott két lapot;
– a figurák és a színek szerint is vizsgáljuk a kihúzott két lapot?

Hány elemi eseményt határoznak meg az egyes kiválasztások?



405 Két kockával dobva azt figyeltük, hogy mennyi a dobott számok összege. Összegként a négy 72-szer, a hét 103-szor fordult elő. Milyen elemi eseményekre bontható az az esemény, hogy a dobott számok összege 4, illetve 7?

406 Egy 16 fős csoportban 10 fiú és 6 lány van. Kiválasztunk közülük három tanulót. A kiválasztásnak hányféle kimenetele lehet, ha

– a nemek szerinti kiválasztást vesszük figyelembe (azaz csak az számít, hogy fiút vagy lányt választunk)?

– a nevek szerinti kiválasztást vesszük figyelembe (azaz itt mindenki különkülön számít)?

407 Egy csomag magyar kártyából húzzunk két lapot véletlenszerűen 50-szer úgy, hogy a kihúzott lapokat visszatesszük!

Mit gondolsz, melyik esemény fordul elő gyakrabban:

A esemény: azonos színű lapokat húztál;

B esemény: különböző színű lapokat húztál?

Végezd el a kísérletet, készíts grafikont az események gyakoriságáról!

408 Egy dobozban 1-től 9-ig számozott golyók vannak.

Visszatevés nélkül kihúzunk kettőt, és a kihúzás sorrendjében egymás mellé illesztjük. Így minden esetben kétjegyű számot kapunk. Milyen elemi eseményei lehetnek a kísérletnek? Határozd meg az elemi események számát!

409 Egy dobozban 1-től 9-ig számozott golyók vannak.

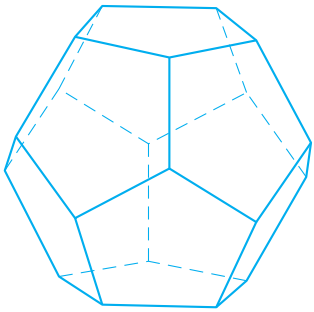
Visszatevéssel kihúzunk kettőt, és a kihúzás sorrendjében egymás mellé illesztjük. Így minden esetben kétjegyű számot kapunk. Milyen elemi eseményei lehetnek a kísérletnek? Határozd meg az elemi események számát!

410 Dobj fel egy pénzérmét 10-szer! Ezt a kísérletsorozatot ismételd meg 10-szer! Minden esetben tippelj, hogy hányszor fogsz írást dobni egy 10-es sorozaton belül! Hány esetben tippeltél helyesen? Készíts a dobássorozatokról diagramot!

411 Színezz egy dobókockát két színnel úgy, hogy 4 lapja piros, két lapja kék legyen! Mit gondolsz, 100 dobásból melyik szín milyen arányban fordul elő? Végezd el a kísérletet! Készíts a 100 dobásról diagramot!

412 Színezz egy dobókockát két színnel úgy, hogy 5 lapja piros, egy lapja kék legyen! Mit gondolsz, 100 dobásból melyik szín milyen arányban fordul elő? Végezd el a kísérletet! Készíts a 100 dobásról diagramot!

413 Egy szabályos dodekaédert négy színnel színeztünk, kékkel, pirossal, sárgával, zölddel. (A dodekaédernek 12 lapja van.)



100 dobás elvégzése után felírtuk, hogy az egyes színek előfordulási gyakorisága mennyi volt. Hogyan színezhettük a lapokat?

Az egyes gyakorisági értékek:

a) zöld: 47; piros: 36; kék: 9; sárga: 8.

b) zöld: 20; piros: 28; kék: 19; sárga: 33.

c) zöld: 17; piros: 21; kék: 52; sárga: 10.

d) zöld: 11; piros: 60; kék: 9; sárga: 20.

Relatív gyakoriság, valószínűség

414 Mit fejeznek ki a következő relatív gyakorisági értékek? Párosítsd a megfelelőket!

Relatív gyakoriság:	A vizsgált esemény:
$\frac{22}{50}$	3 kísérletből 1-szer fordult elő
$\frac{47}{100}$	1000 kísérletből 999-szer fordult elő
$\frac{1}{3}$	100 kísérletből 47-szer fordult elő
$\frac{999}{1000}$	50 kísérletből 22-szer fordult elő

415 A relatív gyakorisági értékek alapján döntsd el, melyik esemény bekövetkezése valószínűbb!

a) Az A esemény relatív gyakorisága: $\frac{9}{80}$, a B eseményé: $\frac{41}{80}$.

b) Az A esemény relatív gyakorisága: $\frac{19}{80}$, a B eseményé: $\frac{41}{100}$.

c) Az A esemény relatív gyakorisága: $\frac{23}{500}$, a B eseményé: $\frac{150}{300}$.

416 Egy kísérletnek háromféle kimenetele lehet. 600-szor végrehajtva a kísérletet, a relatív gyakorisági értékek aránya: 1 : 2 : 3. Mekkorák voltak az egyes relatív gyakorisági értékek?

417 Egy kísérletnek háromféle kimenetele lehet. 500-szor végrehajtva a kísérletet, a relatív gyakorisági értékek aránya: 2 : 7 : 1. Mekkorák voltak az egyes relatív gyakorisági értékek?

418 Kati $\frac{7}{10}$ valószínűséggel tudja 60 méteres futásban legyőzni Emesét. Most álltak a rajthoz. Biztos-e, hogy Kati fog győzni? Kinek a győzelmére fogadnál inkább?



419 Három cédulára felírtunk egy-egy számot. Ezeket a cédulákat bekötött szemmel egymás mellé tesszük. Mekkora annak a valószínűsége, hogy háromjegyű számot kaptunk, ha a felírt számok a következők?

a) 1; 9; 4; *b)* 0; 1.5; 8;

c) 0; 0; 6; *d)* 7; 25; 4.

420 A kétjegyű számok közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Panka akkor nyer, ha a kiválasztott számban van 1-es, vagy 2-es számjegy, Robi a többi esetben. Igazságos-e a játék?

421 Minek nagyobb a valószínűsége? Két kockával összegként 2-t dobni, vagy három kockával 3-at?

422 Az irodalomórán négy felelőnek kellene felelnie, de csak három feleletre van elegendő idő. Mekkora valószínűséggel „úszhatja meg” Peti a feleletet, ha ő is a kiválasztott négy között van?

423 Egy kísérletben egy szabályos 10 Ft-os érmét kétszer feldobtunk, és mind a két alkalommal írást dobtunk. Döntsd el, hogy az állítások közül melyik igaz, melyik hamis!

a) Az érme biztosan hamis volt.

b) Ezzel az érmével az írás dobásának valószínűsége 1.

c) A kísérletben az írás dobásának relatív gyakorisága: $\frac{2}{2} = 1$.

d) A harmadik dobás biztosan fej lett volna.

Középiskolába készülünk

Egyenlettel megoldható feladatok

424 Egy természetes szám végén három 0 áll. Ha elhagyjuk az egyiket, akkor kapunk egy új számot, aztán elhagyjuk a másodikat, akkor kapunk egy harmadik számot, végül elhagyjuk a harmadikat is, ekkor egy negyedik szám lesz belőle. A négy szám összege 485 507. Melyik a negyedik szám?

425 Egy 1961-ben született apának 45 évesen van egy 17 éves fia és egy 12 éves lánya. Melyik évben lesz az apa életkora pontosan annyi, mint a gyerekei életkorának összege?

426 Egy meséből megtudjuk, hogy a hétfejű és a háromfejű sárkányok gyűlést tartottak, ahová *he*ted *hét ha*tárból 776 sárkány érkezett. Melyikből mennyi van, ha 2772 fejük van összesen?

427 Egy téglatest éleit nem ismerjük, de tudjuk, hogy kettő-kettő összege 70 cm, 134 cm, 138 cm. Mekkora a felszíne?

428 Egy téglatest éleit nem ismerjük, de tudjuk, hogy kettő-kettő szorzata 437 cm^2, 589 cm^2, 713 cm^2. Mekkora a térfogata?

429 Ágnes most 12 éves, Péter pedig 17. Hány év múlva lesz Péter kétszer annyi éves, mint Ágnes?



430 Oldd meg az egyenletet! $x - \big(x - (x - 1) - 1\big) - 1 = 2222$.

431 Oldd meg az egyenletet! Az alaphalmaz az egész számok halmaza.

a) $(x + 3)(x + 5)(x + 9) = 0$;

b) $(x + 3)(x + 5)(x + 9) = 385$.

432 László egy nagyon érdekes, 455 oldalas könyvet három hét alatt olvasott el. Minden héten 20%-kal többet haladt, mint az előző héten. Hány oldalt olvasott az első héten?

433 Az osztály színdarabjának bemutatójára a felnőttek 500 Ft-os, a diákok 300 Ft-os jegyeket vásároltak. A 143 fős közönség így 64 100 Ft-tal járult hozzá az előadás költségeihez. Hány felnőtt- és hány gyerekjegyet adtak el összesen?

Egy kis geometria

434 *a)* Egy téglalap átlóinak metszéspontja az oldalaktól 14 centiméterre, illetve 11 centiméterre van. Mekkora a kerülete és a területe a téglalapnak?

b) Egy téglalap egy tetszőleges pontja az oldalaktól 14 cm-re, 16 cm-re, 9 cm-re, illetve 11 cm-re van. Mekkora a kerülete és a területe a téglalapnak?

435 Egy négyzet alakú telekre egy négyzet alapú házat építettek. A ház körül az udvar 408 m^2. A telek szélessége 12 méterrel nagyobb, mint a ház szélessége. Hány m^2 a ház alapterülete?

436 Egy négyszög hosszabb átlója merőlegesen felezi a rövidebb, 21,8 cm-es átlót, amely minden oldallal 60°-os szöget zár be. Hány centiméter a négyszög kerülete?

437 Egy háromszög és egy kör határoló vonalának hány közös pontja lehet?

438 Az A és a B pont 15 cm-re van egymástól az írólapunkon. Hogyan rajzolnád meg a két pontot összekötő vonalat egy 9 cm-es vonalzóval és egy körzővel?

439 Négyzethálós papírra a rácsvonalak mentén téglalapot rajzoltunk. Hány kis négyzetből állhat ez a téglalap,

a) ha 7 kis négyzet nem ér hozzá a határvonalhoz?

b) ha 12 kis négyzet nem ér hozzá a határvonalhoz?

440 Egy háromszög szögeinek aránya 3 : 4 : 5. Mekkora szöget zár be egymással a két legnagyobb szög szögfelezője?

441 Négyzetes oszlopot építettünk 1 cm-es élű kis kockákból. Az oszlop alapterülete 9 cm^2, a felszíne pedig 450 cm^2. Milyen magas az oszlop?

442 Négyzetes oszlopot építettünk 1 cm-es élű kis kockákból. Befestettük a felszínét, s így 11 kis kocka maradt festetlen. Mekkora az oszlop térfogata?

443 Egy hatszög oldalainak a hossza cm-ben mérve hat egymást követő páros szám. A kerülete 642 cm. Mekkorák az oldalai?

Számokkal kapcsolatos feladatok

444 Hány százalékkal nagyobb a 117,42 : 1,14 osztásban az osztandó, mint az osztás hányadosa?

445 Ha a $\frac{613}{587}$ tört számlálójából ugyanazt az x számot vonod ki, mint amit a nevezőjéhez hozzáadsz, $\frac{1}{5}$-öt kapsz. Mennyi az x értéke?

446 *a)* Egy kétjegyű szám ezerszereséhez add hozzá a kétszeresét! Mutasd meg, hogy ekkor egy 167-tel osztható számot kapsz!

b) Egy kétjegyű szám ezerszereséhez add hozzá a négyszeresét! Mutasd meg, hogy ekkor egy 251-gyel osztható számot kapsz!

447 Milyen számjegyre végződik:

a) $2^{111} + 3^{222} + 6^{333}$; *b)* $5^{2006} + 6^{2007} + 7^{2008}$?

448 Ha az 51-et kétszer egymás mellé írod, akkor olyan négyjegyű számot kapsz, amelyik osztható 17-tel: 5151 : 17 = 303. Hány ilyen kétjegyű szám van?

449 Határozd meg az összes olyan számot, amelyhez a számjegyeit hozzáadva 1000 lesz a kapott összeg!

450 Egy hétjegyű telefonszámban az egyik számjegy háromszor fordul elő. Ezt a számjegyet letöröltük, és pöttyöket írtunk a helyére: •4•405•. Találd ki a telefonszámot, ha tudjuk, hogy osztható 29-cel!

451 Gondoltam egy pozitív egész számot. Mindig tudsz ennyi darab prímszámot választani úgy, hogy az összegük páros legyen?

452 Egy négyzet oldalhossza egész szám. A területét felírtuk egy papírra, amin már voltak számok. Mennyi a négyzet területe, ha a papíron most a következő három szám olvasható:

644 076 283 453 210 335

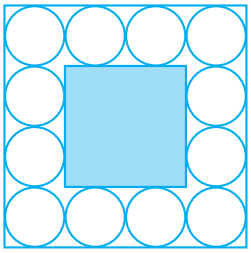
26 762 342 464

583 513 603 338 437 021 435 246

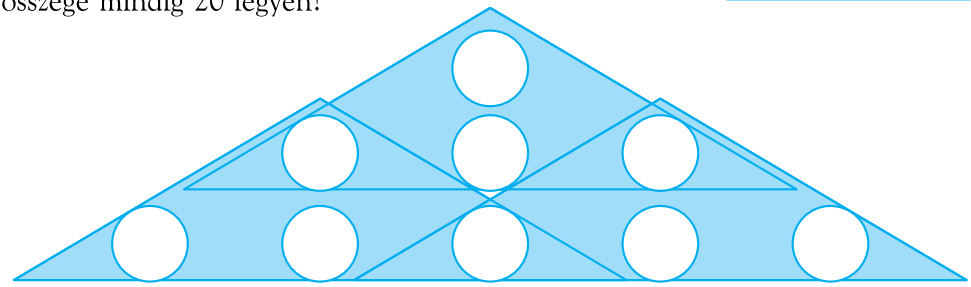
453 Milyen maradékot ad 3-mal osztva a $4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 13 \cdot \ldots \cdot 103$ szorzat?

Rejtvények számokkal és számjegyekkel

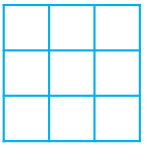
454 Írd be 1-től 23-ig az összes páratlan számot a megadott körökbe úgy, hogy mind a négy oldalon 40 legyen a négy-négy szám összege!



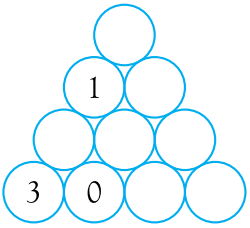
455 Írd be a lenti ábrán látható körökbe a pozitív számjegyek mindegyikét úgy, hogy a három egyforma háromszögben lévő négy-négy körben a számjegyek összege mindig 20 legyen!



456 Írd be mindegyik négyzetbe a 2, a 7, vagy a 9 számjegyek közül valamelyiket! Ilyen módon soronként egy-egy háromjegyű számot kapsz. Ezek összege legyen 1998! Hányféleképpen tudod kitölteni a táblázatot?



457 Írd be a körökbe az összes számjegyet úgy, hogy a négy vízszintes sorban lévőket egy-egy számként olvasod ki! Ezek mindegyike legyen egy-egy négyzetszám. Segítségként már három számjegyet beírtunk. Hányféle kitöltést találsz?



458 A sudoku játékban cél a 9 × 9-es négyzet kitöltése úgy, hogy

a) csupán az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számok használhatók a beíráshoz;

b) minden üres négyzetbe be kell írni egy számot;

c) minden sorban, minden oszlopban és minden 3 × 3-as kis négyzetben az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számok mindegyike pontosan egyszer szerepeljen.

		2	7		6			5
			1					7
	1	5		8		3		
				7		1	3	
1								9
	5					8		
5					1		7	
			9	5				
8					2			

Írd be a táblázatba a hiányzó számokat!

Végeredmények

1. A racionális számok

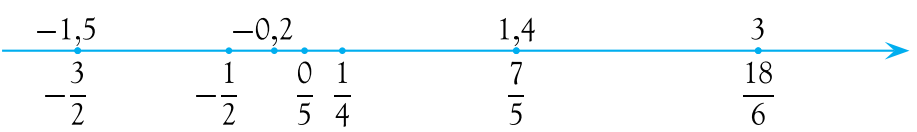
A tanult számok halmaza

1 *a)* Egész számok: 3; $\frac{0}{5} = 0$; $\frac{18}{6} = 3$;

törtszámok: $\frac{1}{4}$; $-\frac{3}{2}$; $-\frac{1}{2}$; $\frac{7}{5}$; $-1{,}5$; $1{,}4$; $-0{,}2$.

Tizedes törtek: $-1{,}5$; $1{,}4$; $-0{,}2$.

b)



c) $-1{,}5 = -\frac{3}{2} < -\frac{1}{2} < -0{,}2 < \frac{0}{5} < \frac{1}{4} < 1{,}4 = \frac{7}{5} < 3 = \frac{18}{6}$.

2

(-1)-nél kisebb	$-\frac{7}{6}$; $-\frac{17}{15}$; $-\frac{7}{5}$
(-1) és 0 közé esik	$-\frac{4}{15}$; $-\frac{1}{3}$; $-\frac{3}{10}$; $-\frac{3}{4}$
0 és 1 közé esik	$\frac{2}{3}$; $\frac{1}{3}$
1-nél nagyobb	$\frac{13}{12}$; $\frac{9}{2}$; $\frac{13}{5}$

3 *a)* $\frac{3}{10}$; *b)* $\frac{35}{100}$; *c)* 3,5 vagy $\frac{35}{10}$; *d)* $\frac{35}{100}$; *e)* $\frac{35}{1000}$.

4 *a)* $\frac{1}{12}$; *b)* $\frac{4}{15}$; *c)* $\frac{1}{5}$; *d)* $\frac{1}{3}$; *e)* $\frac{3}{4}$; *f)* $\frac{6}{5}$; *g)* $\frac{1}{60}$;

h) $\frac{7}{3600}$.

Tört alakba írható számok

5 *a)* $\frac{15}{2}$; *b)* $\frac{6}{7}$; *c)* $\frac{10}{27}$; *d)* $\frac{13}{11}$; *e)* $\frac{11}{3}$; *f)* $\frac{5}{9}$; *g)* 27; *h)* $\frac{7}{5}$; *i)* $\frac{6}{19}$; *j)* 4; *k)* $\frac{39}{46}$; *l)* $\frac{11}{3}$.

6 *a)* $\frac{5}{6}$; *b)* $\frac{3}{7}$; *c)* $\frac{4}{21}$; *d)* $\frac{6}{55}$; *e)* 2; *f)* $\frac{40}{3}$; *g)* 7; *h)* $\frac{143}{21}$; *i)* $\frac{26}{15}$; *j)* $\frac{51}{60}$; *k)* 0; *l)* $\frac{6}{7}$.

7 *a)* $\frac{1}{4}$; *b)* $\frac{31}{100}$; *c)* $\frac{79}{100}$; *d)* $\frac{21}{50}$; *e)* $\frac{27}{100}$; *f)* $\frac{19}{20}$; *g)* $\frac{37}{25}$; *h)* $\frac{256}{25}$; *i)* 4; *j)* $\frac{1}{400}$; *k)* $\frac{3}{50}$; *l)* $\frac{83}{10}$.

8 *a)* 10%; *b)* 111%; *c)* 55%; *d)* 710%; *e)* 314%; *f)* 17%; *g)* 14,5%; *h)* 0,76%; *i)* 84%; *j)* 0,01%; *k)* 7%; *l)* 1010%.

9 *a)* 2,4; *b)* 9,75; *c)* 0,85; *d)* 3,5; *e)* 1,4; *f)* 6,375; *g)* $1,\dot{7}$; *h)* 1,1; *i)* 4,125; *j)* $0,\dot{0}\dot{9}$; *k)* $4,\dot{1}$; *l)* 7,68.

10 *a)* $0,08\dot{3}$; *b)* $0,1\dot{3}$; *c)* 0,2; *d)* $0,\dot{3}$; *e)* 0,75.

Vizsgáljuk a tizedes törteket!

11 *a)* $\frac{157}{20}$; *b)* $\frac{133}{5}$; *c)* $\frac{5}{8}$; *d)* $\frac{223}{4}$; *e)* $\frac{35}{8}$; *f)* $\frac{1001}{100}$; *g)* $\frac{8378}{25}$; *h)* $\frac{2312}{25}$; *i)* $\frac{444}{5}$; *j)* $\frac{90909}{100}$; *k)* $\frac{22}{9}$; *l)* $\frac{200}{33}$.

12 $3 = 2,\dot{9} = 2,\dot{9}9\dot{9} = 3,\dot{0}0\dot{0}$; $3,11 = 3,10\dot{9}$; 2,98; $3,1 = 3,1\dot{0} = 3,0\dot{9}\dot{9}$; $2,99 = 2,98\dot{9}$.

13 Pozitívak: *a)*, *c)*, *f)*, *h)*, *k)*. Negatívak: *b)*, *d)*, *e)*, *i)*, *j)*, *l)*. Egyik sem (nulla): *g)*.

Műveletek

Az összeadás tulajdonságai

14 *a)* 19,73; *b)* 8,19; *c)* 4,18; *d)* 14,3; *e)* −5,22; *f)* 2,65; *g)* 29,15; *h)* −8,29; *i)* 8,94; *j)* −19,73; *k)* 2,09; *l)* −8,47.

15 *a)* $\frac{58}{35}$; *b)* $\frac{203}{30}$; *c)* $\frac{89}{55}$; *d)* $\frac{19}{32}$; *e)* $-\frac{98}{27}$; *f)* $\frac{19}{12}$; *g)* $\frac{47}{24}$; *h)* 0; *i)* $-\frac{11}{12}$; *j)* $\frac{1}{3}$; *k)* $\frac{211}{90}$; *l)* $\frac{25}{18}$.

16 *a)* $\frac{51}{10}$; *b)* $\frac{12}{35}$; *c)* $\frac{3}{10}$; *d)* $\frac{171}{20}$; *e)* $\frac{43}{18}$; *f)* $-\frac{69}{20}$; *g)* $-\frac{401}{60}$; *h)* 20; *i)* $\frac{91}{9}$; *j)* $-\frac{8}{7}$; *k)* $\frac{797}{30}$; *l)* $-\frac{53}{42}$.

A kivonás tulajdonságai

17 *a)* −1,48; *b)* −35,51; *c)* −49,95; *d)* 21,59; *e)* −771,34; *f)* 122,69; *g)* −14,24; *h)* −34,4; *i)* 32,23; *j)* −9,19; *k)* 119,65; *l)* 51,74.

18 *a)* $-\frac{17}{40}$; *b)* $-\frac{613}{100}$; *c)* $\frac{77}{12}$; *d)* $\frac{73}{30}$; *e)* $-\frac{36}{5}$; *f)* $\frac{59}{14}$; *g)* $-\frac{311}{18}$; *h)* $-\frac{281}{40}$; *i)* $\frac{183}{100}$; *j)* $-\frac{1}{12}$; *k)* $-\frac{11}{2}$; *l)* $-\frac{14\,209}{300}$.

19 *a)*-val egyenlők: *g)*, *j)*, *h)*; *b)*-vel egyenlők: *e)*, *l)*, *i)*; *c)*-vel egyenlő: *k)*; *d)*-vel egyenlő: *f)*.

20 *a)* −5,24; *b)* −95,36; *c)* −28,01; *d)* 64,05; *e)* −48,8; *f)* −21,06; *g)* 876,65; *h)* 101,41.

A szorzás tulajdonságai

21 *a)* $\frac{21}{5}$; *b)* $\frac{1}{6}$; *c)* $\frac{44}{9}$; *d)* $\frac{7}{12}$; *e)* 75,99; *f)* 10,36; *g)* 46,44; *h)* 79,2; *i)* 6; *j)* $\frac{83}{4} = 20{,}75$; *k)* $\frac{11}{2}$; *l)* $\frac{185}{4} = 46{,}25$.

22 *a)* $-\frac{5}{12}$; *b)* $\frac{35}{104}$; *c)* $\frac{7}{10}$; *d)* $-\frac{4}{3}$; *e)* 32,4; *f)* −39,96; *g)* 104,52; *h)* −122,88; *i)* $-\frac{48}{10} = -4{,}8$; *j)* $\frac{18}{5}$; *k)* 12; *l)* $-\frac{39}{2}$.

Az osztás tulajdonságai

23 *a)* $\frac{20}{9}$; *b)* $\frac{2}{19}$; *c)* $\frac{20}{7}$; *d)* $\frac{15}{22}$; *e)* 1,2; *f)* 16,7; *g)* 2,6; *h)* 6,9; *i)* 20; *j)* $\frac{12}{5} = 2{,}4$; *k)* $\frac{11}{5} = 2{,}2$; *l)* $\frac{11}{4} = 2{,}75$.

24 *a)* $-\frac{27}{182}$; *b)* $\frac{9}{28}$; *c)* 168; *d)* $-\frac{7}{16}$; *e)* 6,7; *f)* 18,9; *g)* −1,8; *h)* −1,2; *i)* 5; *j)* −5,3; *k)* 8,8; *l)* −7,4.

25 *a)* 5,2; *b)* −6,72; *c)* 110,16; *d)* 69,12; *e)* 13,87; *f)* −34,22; *g)* 6,5; *h)* −10,08; *i)* −18,7; *j)* 24,6; *k)* −0,75; *l)* 0.

Vegyes műveletek – összetett feladatok

26 *a)* $\frac{17}{5}$; *b)* $\frac{11}{15}$; *c)* $\frac{26}{9}$; *d)* $-\frac{14}{9}$; *e)* $\frac{8}{9}$; *f)* $\frac{59}{30}$.

27 1,2 l.

28 *a)* 1,4 m-t; *b)* $\frac{3}{5}$; *c)* 2,1 m; *d)* 2 : 3.

29 *a)* $\frac{5}{8}$ rész marad meg. *b)* A levágott darab 0,8 része marad meg. *c)* Az egésznek az $\frac{5}{8} \cdot 0{,}8 = 0{,}5$ része marad meg.

30 $\frac{3}{4} : 1{,}2 = 0{,}625 = \frac{5}{8}$ óra = 37,5 perc.

31 *a)* 0 és 5; *b)* 5; *c)* 2 és 3; *d)* A nevező 3, a számláló 4.

32 Ha a Ta a Bttó $\frac{7}{20}$ része, akkor $\frac{7}{10}$ kg a Bttó $\frac{7}{20}$ része. A teljes Bttó tömeg ezért $\frac{7}{10}$ kg : $\frac{7}{20}$ = 2 kg.

Másképp is gondolkodhatunk: ha valaminek a $\frac{7}{20}$ része $\frac{7}{10}$ kg, akkor az $\frac{1}{20}$ része $\frac{1}{10}$ kg, az egész ennek a 20-szorosa, 2 kg.

33 Nyilván arról van szó, hogy az ugyanakkora térfogatú víz, illetve lenolaj tömege kevesebb a tejénél. A „Mennyi víz …, lenolaj …" nem a térfogatra, hanem a tömegre vonatkozik.

Vízből: $\left(25\frac{1}{2}\right) : \left(1\frac{1}{30}\right) = \frac{51}{2} : \frac{31}{30} = \frac{765}{31} \approx 24{,}68$ (kp);

lenolajból: $\left(25\frac{1}{2}\right) : \left(1\frac{1}{10}\right) = \frac{51}{2} : \frac{11}{10} = \frac{255}{11} \approx 23{,}18$ (kp) fér a kannába.

34 Számítsuk ki, hogy egy-egy csap, illetve lefolyó mennyi (hány medencényi) vizet enged át 1 óra alatt! 1. csap: $\frac{1}{1{,}6} = \frac{5}{8}$ medencényit, 2. csap: $\frac{1}{2}$ medencényit, 3. csap: $\frac{1}{2{,}5} = \frac{2}{5}$ medencényit tölt meg; 1. lefolyó: $\frac{1}{1{,}8} = \frac{5}{6}$ medencényit; 2. lefolyó: $\frac{1}{1{,}5} = \frac{2}{3}$ medencényit enged le.

a) 1 óra alatt $\frac{5}{8} + \frac{1}{2} + \frac{2}{5}$ medencényi víz folyik be, $\frac{5}{6} + \frac{2}{3}$ folyik ki, tehát $\frac{5}{8} + \frac{1}{2} + \frac{2}{5} - \frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{1}{40}$ medencényi víz marad benne. 1 óra elteltével $\frac{1}{40}$ medencényi víz lesz a medencében.

b) 10 óra elteltével $\frac{10}{40} = 0{,}25$ medencényi víz lesz.

c) 40 óra alatt.

35 *a)* 2; *b)* 2; *c)* $\frac{24}{38} = \frac{12}{19}$; *d)* $\frac{24}{38} = \frac{12}{19}$; *e)* $\frac{50}{16} = \frac{25}{8}$;

f) $\frac{50}{16} = \frac{25}{8}$; *g)* $\frac{22}{15}$; *h)* $\frac{22}{15}$; *i)* $\frac{a}{b}$; *j)* $\frac{a}{b}$; *k)* $\frac{x}{100}$; *l)* $\frac{100}{x}$.

36 *a)* 36 másodperc = 0,01 óra, tehát az autó sebessége $\frac{1\text{ km}}{0{,}01\text{ óra}} = 100\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

b) Az autó sebessége az *a)* kérdésben szereplő autó sebességének $\frac{36}{32} = 1{,}125$-szerese, azaz $112{,}5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Vagy másképp gondolkodva az autó sebessége:

$$\frac{1\text{ km}}{32\text{ mp}} = \frac{3600\text{ km}}{3600 \cdot 32\text{ mp}} = \frac{3600\text{ km}}{32\text{ h}} = 112{,}5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

37 A $20\ \frac{\text{g}}{\text{dm}^3}$ azt jelenti, hogy minden liter sűrítményben 20 g a rosttartalom. Azaz minden deciliterében 2 g.

a) 2 dl. Ennek az 5-ödrésze, 0,4 dl a sűrítmény. 0,4 · 2 g = 0,8 g a pohár szörpben a rosttartalom.

b) 6 dl szörpben 1 : 5 arányú keverés esetén 1 dl a sűrítmény. A rosttartalom a 6 dl szörpben 2 g.

c) Ha 1,5 dl-ben 0,9 g a rosttartalom, akkor 1 dl-ben 0,6 g. Ez az 1 dl sűrítményben található 2 g-nak a 0,3-szerese, tehát a maradék 0,7 rész a víz, 3 rész szörp, 7 rész víz. A hígítás 3 : 7 arányú, a víz mennyisége a 1,5 dl-ben 0,7 · 1,5 = 1,05 dl, a szörpé 0,3 · 1,5 = 0,045 dl, vagy, ami ugyanaz, 1,5 dl – 1,05 dl = 0,45 dl.

2. Geometria

Mértékegységek, gyakorlati példák, alkalmazások

38 *a)* 50,5; *b)* 98; *c)* 834; *d)* Ilyen háromszög nem létezik; *e)* 189; *f)* Ilyen háromszög nem létezik.

39 *a)* 1116; *b)* 9860; *c)* 920; *d)* 542 400.

40 *a)* 1340; *b)* 4560; *c)* 1320; *d)* 29 464.

41 *a)* 288; *b)* 341,6; *c)* 36 274; *d)* 46,36; *e)* 286,945; *f)* 7301,04.

42 *a)* 230 400; *b)* 326 400; *c)* 223 040 000; *d)* 13 537,5; *e)* 155 125; *f)* 15 065 000.

43 *a)* 140; *b)* 100; *c)* 0; *d)* 153.

44 *a)* Összesen 81,7 kg, ezért igen; *b)* Összesen 99,5 kg, ezért igen.

45 *a)* 68; *b)* 4,33; *c)* 57,43; *d)* 262,9.

46 *a)* 30; *b)* 36.

47 *a)* $8 - 5{,}2 = 2{,}8$ liter, ami 28 dl; *b)* $8 - 3{,}1 = 4{,}9$ liter, ami 49 dl; *c)* $(8 - 5{,}2) + 2 \cdot (5{,}2 - 3{,}1) = 7$ liter vagy $(8 - 3{,}1) + (5{,}2 - 3{,}1) = 7$.

48 *a)* 42 perc $<$ 0,8 h $<$ 3700 s;

b) 136 h $<$ 1 hét $<$ 11 880 perc;

c) 130 hét $<$ 3,2 év $<$ 42 hónap $<$ 1460 nap;

d) 111 hét $<$ 810 nap $<$ 30 hónap $<$ 3 év.

49 *a)* 25 perc; *b)* 36 s; *c)* 40 h; *d)* 32 h; *e)* 21 hónap; *f)* 1050 s; *g)* 96 s; *h)* 28 h; *i)* 30 h; *j)* 40 hónap.

50 2000.

51 *a)* 4 óra 18 perc; *b)* 8 óra 38 perc; *c)* 5 óra 50 perc.

52 A 18:10-essel.

53 *a)* 710 uncia $\approx$ 21 liter; 6 gallon $\approx$ 22,7 liter; 41 pint $\approx$ 23,3 liter;

b) 92 láb $\approx$ 28 m; 35 yard $\approx$ 32 m; 1575 hüvelyk $\approx$ 40 m.

A legfontosabb geometriai fogalmak I.

54 *a)* 6; *b)* 7.

55 *a)* 6; *b)* 15; *c)* 30; *d)* 10.

56 Hétszöget.

57 *a)* Legnagyobb: $42^\circ\ 34' = 2554'$, legkisebb: $152\ 630'' = 2543'\ 50''$, eltérés: $10'\ 10''$;

b) legnagyobb: $9999'$, legkisebb: $165^\circ\ 12' = 9912'$, eltérés: $1^\circ\ 27'$;

c) legnagyobb: $13\ 500'$, legkisebb: $224^\circ\ 33'\ 42'' = 808\ 422''$, eltérés: $26'\ 18''$.

58 *a)* $90^\circ\ 10'$, $179^\circ\ 55'$, $5460'$; *b)* $194^\circ\ 38'$, 181°, $655\ 200''$.

59 *a)* igen: $139^\circ\ 28'\ 10''$ nem lehet;

b) $140^\circ\ 28'\ 10''$, $151^\circ\ 38'\ 10''$, $221^\circ\ 18'$.

60 *a)* A ②, ④, ⑥ és ⑨; *b)* a ③ és ⑤; *c)* a ② és ⑥;
d) az ①, ⑦ és ⑧.

61 *a)* Igaz; *b)* igaz, ekkor a negyedik szög is derékszög; *c)* igaz;
d) igaz; *e)* hamis; *f)* hamis; *g)* hamis; *h)* hamis.

A legfontosabb geometriai fogalmak II.

62 *a)* $\alpha = 100^\circ\ 12'$, tompaszögű; *b)* $\beta = 89^\circ$, hegyesszögű;
c) $\gamma = 61^\circ\ 40'\ 20''$, hegyesszögű; *d)* ilyen háromszög nem létezik.

63 *a)* $a = 8{,}2$ cm vagy $a = 6{,}4$ cm;

b) $b = 8{,}3$ cm vagy $b = 5{,}2$ cm; *c)* $c = 104$; *d)* $a = 320$ cm.

64 *a)* $k = 5{,}6$ cm, $t = 1{,}96$ cm^2; *b)* $k = 12{,}4$ dm, $t = 9{,}61$ dm^2;
c) $k = 14$ m, $t = 12{,}25$ m^2; *d)* $k = 17{,}6$ mm, $t = 19{,}36$ mm^2;
e) $k = 208$ cm, $t = 2704$ cm^2; *f)* $k = 16$ km, $t = 16$ km^2.

65 *a)* $a < 4$; *b)* $a > 4$; *c)* $a = 4$.

66 *a)* Nő 5,8 cm-rel, nő 90,7 cm^2-rel;

b) csökken 6,4 cm-rel, csökken 48 cm^2-rel;

c) nem változik, nő 23 cm^2-rel; *d)* nem változik, nem változik.

67 *a)* Hamis; *b)* hamis; *c)* igaz; *d)* igaz; *e)* igaz;
f) igaz; *g)* igaz; *h)* igaz (például: $a = 0{,}5$, $b = 4$, $c = 2$, $d = 3$).

68 *a)* 32 cm; *b)* 160 m; *c)* 30 cm^2 és 6 cm^2; *d)* 900 m^2.

69 *a)* $AC = 17$ cm, $BD = 48$ cm; *b)* 68 cm; *c)* 408 cm^2;
d) 98 cm és 100 cm; *e)* 168 cm^2 és 240 cm^2; *f)* $\frac{336}{25}$ cm, $\frac{240}{13}$ cm.

70 A harmadik 64 cm^2, az első 72 cm^2, a második 81 cm^2.

71 30, 31, 64, 62,5, 124,5.

72 840 cm^2, 1404 cm^3, 234 cm^2.

73 286 cm^2, 315 cm^3.

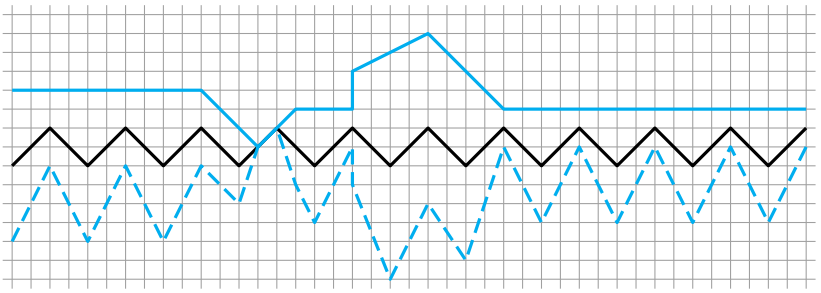
74 256 cm^3.

75 *a)* 576; *b)* 8, 8, 9 vagy 6, 6, 16; *c)* 8, 8, 9; *d)* 12,5%.

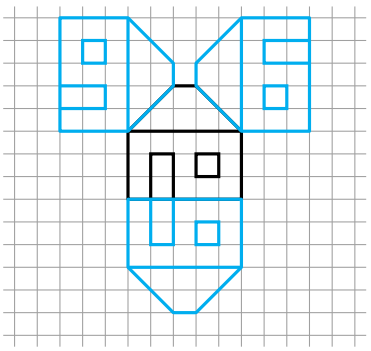
Geometriai transzformációk

76 Igen. **77** Nem. **78** *a)* Igen; *b)* igen; *c)* igen.

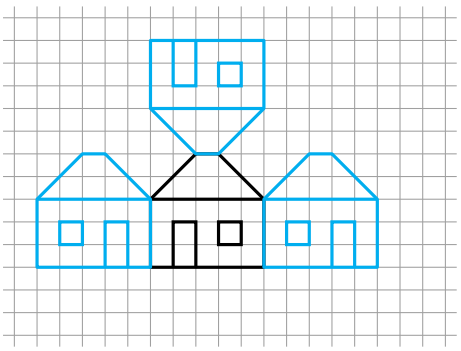
79



80 *a)*



b)



81 120°-os. **82** $A'(8;2)$, $B'(1;4)$, $C'(3;-2)$.

83 $A'(-2;2)$, $B(3;0)$, $C(1;-4)$. **84** $A(0;6)$, $B(2;0)$, $C(-4;1)$.

85 $A'(3;0)$, $B'(-6;-3)$, $C'(-9;6)$, $D'(0;9)$; a közös rész csúcsai: A, D, A', $E(0;-1)$; $t = 30$.

86 $A'(0;0)$, $B'(10;30)$, $C'(0;60)$, $D'(90;30)$; a közös rész csúcsai: A, $P(54;18)$, $Q(45;45)$, $P'(18;54)$; $t = 1620$.

87 $A''(1;2)$, $B''(1;10)$, $C''(-2;8)$.

Középpontos tükrözés

88 *a)* A pont; *b)* az $ABCDEF$ hatszög;

c) például az $ABKF$ vagy a $CDEK$ rombusz; *d)* az AB szakasz.

89 Paralelogramma.

90 Tükrözd a pontra a szakaszokat!

91 *a)* Rombusz; *b)* paralelogramma;
c) tengelyesen és középpontosan tükrös konkáv hatszög;
d) középpontosan tükrös konkáv hatszög.

92 *a)* Igaz; *b)* igaz; *c)* hamis; *d)* hamis.

93 *a)* $A_1(-6;-3)$, $B_1(2;-5)$, $C_1(0;3)$, $D_1(-8;1)$;
b) $A_2(8;-1)$, $B_2(16;-3)$, $C_2(14;5)$, $D_2(6;3)$;
c) $A_3(0;-1)$, $B_3(8;-3)$, $C_3(6;5)$, $D_3(-2;3)$.

94 $K(1;2{,}5)$.

95 Igen. Az oldalfelező pontok mindig paralelogrammát alkotnak.

96 *a)* Az átlók hossza egyenlő. *b)* Ilyen négyszög nincs.

97 Paralelogramma.

Tengelyes és középpontos szimmetria

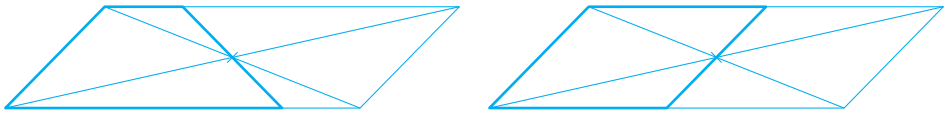
98 $A = \{a, b, c, d, e, j, l\}$, $B = \{a, h, j, l\}$.

99 *a)* (b), (c), (d), (e); *b)* (h);
c) (a), (j), (l); *d)* (f), (g), (i), (k).

100 *a)* Bal alsó és jobb felső; *b)* bal alsó és jobb felső;
c) bal felső és jobb alsó; *d)* jobb és bal.

101 $A(0;-2)$, $B(-3;-1)$, $C(-1;3)$, $D(2;4)$, $E(5;3)$, $F(3;-1)$ vagy $A(-3;-1)$, $B(0;-2)$, $C(1;1)$, $D(1;7)$, $E(-2;8)$, $F(-3;5)$.

102 A 7 cm-es alappal, 2 cm-es magassággal és a 2,4 cm-es szárral szerkesztett paralelogramma átlóinak metszéspontja adja a trapéz másik szárának felezőpontját. A felezőpont körül szerkesztett 1,4 cm sugarú kör kimetszi a hiányzó csúcsokat. Két megoldás adódik.



103 A 8 cm-es alappal, 2,5 cm-es magassággal és a 45°-os szöggel szerkesztett paralelogramma átlóinak metszéspontja adja a trapéz másik szárának felezőpontját. Ezen át megszerkeszthető a trapéz 60°-os szára.

104 Tükrözzük az egyik szárat F-re!

105 *a)* Igen; *b)* nem; *c)* nem; *d)* igen.

106

8	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	4	7	10	10	7	4	0
6	0	7	12	17	17	12	7	0
5	0	10	17	24	24	17	10	0
4	0	10	17	24	24	17	10	0
3	0	7	12	17	17	12	7	0
2	0	4	7	10	10	7	4	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0
	a	b	c	d	e	f	g	h

3. Nagy számok

Mi a neve? Hogyan olvassuk ki?

107 *a)* 100 000, százezer; *b)* 10, tíz; *c)* 10 000 000, tízmillió; *d)* 10 000, tízezer; *e)* 1 000 000 000, egymilliárd; *f)* 100, száz; *g)* 1000, ezer; *h)* 1 000 000, egymillió.

108 *a)* 5^3; *b)* $2 \cdot 3^4$; *c)* $2 \cdot 3^2$; *d)* $2 \cdot 3^5$; *e)* $2^3 \cdot 5^3$; *f)* $2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$; *g)* $3 \cdot 5^2 \cdot 7$; *h)* $2^2 \cdot 13$; *i)* $7^2 \cdot 11$; *j)* $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$; *k)* $2 \cdot 5^2 \cdot 7$; *l)* $5^3 \cdot 7^2$.

109 *a)* $5^2 \cdot 7^3$; *b)* $3^4 \cdot 7$; *c)* $3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$; *d)* $5^2 \cdot 11 \cdot 13$; *e)* $2^3 \cdot 3 \cdot 17$; *f)* $5 \cdot 11^2$; *g)* $3^2 \cdot 7 \cdot 19$; *h)* $5^2 \cdot 7^2$; *i)* $2^6 \cdot 11^2$; *j)* $3^2 \cdot 7^2 \cdot 11$; *k)* $3^5 \cdot 2^5$; *l)* $2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^2$.

110 *a)* 56; *b)* 1323; *c)* 88; *d)* 432; *e)* 30; *f)* 550; *g)* 504; *h)* 315; *i)* 468; *j)* 1400; *k)* 3969; *l)* 1925.

111 *a)* 400; *b)* 729; *c)* 392; *d)* 128; *e)* 32; *f)* 900 000; *g)* 1728; *h)* 180; *i)* 288; *j)* 36; *k)* 126 ; *l)* 64.

112 *a)* 51 000 000, ötvenegymillió;

b) 137 200 000 000, százharminchétmilliárd-kétszázmillió;

c) 60 000 000 000, hatvanmilliárd;

d) 4 390 000 000 000 000, négybilliárd-háromszázkilencvenbillió;

e) 783 000 000 000, hétszáznyolcvanhárommilliárd;

f) 25 600 000, huszonötmillió-hatszázezer;

g) 3 740 000 000, hárommilliárd-hétszáznegyvenmillió;

h) 200 000 000, kétszázmillió;

i) 1 000 000 000, egymilliárd;

j) 9 305 000 000, kilencmilliárd-háromszázötmillió;

k) 58 800 000, ötvennyolcmillió-nyolcszázezer;

l) 2 060 000 000 000 000 000, kéttrillió-hatvanbilliárd.

Egy szám többféle alakja – a normálalak

113 $a = 640\,200$; $b = 64\,020$; $c = 640\,200$; $d = 64\,020$; $e = 6\,402\,000$; $f = 64\,020$; $g = 6\,402\,000$; $h = 6\,402\,000$; $i = 640\,200$; $j = 64\,020$; $k = 640\,200$; $l = 6\,402\,000$.

$a = c = i = k$; $b = d = f = j$; $e = g = h = l$.

114 $a = 1{,}937 \cdot 10^{15}$; $b = 1\,937\,000 \cdot 10^{15}$; $c = 1937 \cdot 10^{15}$; $d = 1\,937\,000 \cdot 10^{15}$; $e = 1{,}937 \cdot 10^{15}$; $f = 1{,}937 \cdot 10^{15}$; $g = 1937 \cdot 10^{15}$; $h = 1\,937\,000 \cdot 10^{15}$; $i = 1937 \cdot 10^{15}$; $j = 1{,}937 \cdot 10^{15}$; $k = 1937 \cdot 10^{15}$; $l = 1\,937\,000 \cdot 10^{15}$.

$a = e = f = j$; $b = d = h = l$; $c = g = i = k$.

115 *a)* $1{,}832 \cdot 10^4$; *b)* $8{,}41 \cdot 10^2$; *c)* $2{,}66\,479 \cdot 10^5$; *d)* $1{,}02 \cdot 10^4$; *e)* $4{,}5\,009 \cdot 10^4$; *f)* $3 \cdot 10^1$; *g)* $7{,}608\,132 \cdot 10^6$; *h)* $5{,}295 \cdot 10^3$; *i)* $3{,}8 \cdot 10^1$; *j)* $6{,}11\,314 \cdot 10^5$; *k)* $9{,}4\,833 \cdot 10^4$; *l)* $6{,}2\,228\,037 \cdot 10^7$.

116 *a)* $3{,}7 \cdot 10^{17}$; *b)* $6{,}2 \cdot 10^3$; *c)* $5{,}043 \cdot 10^{10}$; *d)* $2{,}15 \cdot 10^2$; *e)* $9{,}08 \cdot 10^5$; *f)* $4{,}672 \cdot 10^7$; *g)* $1{,}71 \cdot 10^5$; *h)* $7{,}3\,556 \cdot 10^6$; *i)* $2{,}518 \cdot 10^{14}$; *j)* $5 \cdot 10^6$; *k)* $5{,}316 \cdot 10^4$; *l)* $8{,}14 \cdot 10^{16}$.

117 *a)* 674,3; *b)* 9 040 000; *c)* 18 880; *d)* 7000; *e)* 5167,8; *f)* 641 551 000; *g)* 35 703 400; *h)* 100 070; *i)* 13,62; *j)* 865 929,2; *k)* 4 237 010 000; *l)* 25 000.

A hatványozás azonosságai

118 *a)* 4^5; *b)* 6^8; *c)* 24^7; *d)* 7^6; *e)* 15^9; *f)* 28^6; *g)* 11^9; *h)* 54^{13}; *i)* 72^{17}; *j)* 35^{18}; *k)* 63^9; *l)* 101^{14}.

119 *a)* 2^7; *b)* 6^8; *c)* 2^{12}; *d)* 6^8; *e)* 2^{12}; *f)* 2^7; *g)* 6^8; *h)* 6^9; *i)* 2^{12}; *j)* 2^7; *k)* 6^8; *l)* 2^{12}.
$a = f = j$; $b = d = g = k$; $c = e = i = l$; h

120 *a)* $4^3 \cdot 10^3$; *b)* $7^6 \cdot 5^6$; *c)* $8^5 \cdot 6^5$; *d)* $2^{10} \cdot 3^{10}$; *e)* $12^2 \cdot 9^2$; *f)* $3^4 \cdot 7^4$; *g)* $14^6 \cdot 4^6$; *h)* $5^7 \cdot 16^7$; *i)* $4^4 \cdot 2^4$; *j)* $20^9 \cdot 8^9$; *k)* $6^3 \cdot 15^3$; *l)* $10^2 \cdot 7^2$.

121 *a)* $2^6 \cdot 5^9$; *b)* $3^{15} \cdot 4^{10}$; *c)* $5^{40} \cdot 6^8$; *d)* $7^6 \cdot 2^{10}$; *e)* $10^{12} \cdot 3^{36}$; *f)* $9^{15} \cdot 4^{12}$; *g)* $6^{36} \cdot 12^{45}$; *h)* $3^{56} \cdot 8^{16}$; *i)* $11^{25} \cdot 2^{15}$; *j)* $6^{56} \cdot 9^{14}$; *k)* $8^{30} \cdot 7^{40}$; *l)* $5^{36} \cdot 2^{48}$.

122 *a)* $(2 \cdot 7)^5 = 2^5 \cdot 7^5$; *b)* $(5 \cdot 7)^2 = 5^2 \cdot 7^2$; *c)* $(2^6)^3 = 2^{18}$; *d)* $(3 \cdot 5)^{10} = 3^{10} \cdot 5^{10}$; *e)* $(2 \cdot 3^2)^7 = 2^7 \cdot 3^{14}$;

f) $(2^3 \cdot 3^2)^4 = 2^{12} \cdot 3^8$; *g)* $(2^2 \cdot 5)^8 = 2^{16} \cdot 5^8$;

h) $(2 \cdot 3 \cdot 7)^9 = 2^9 \cdot 3^9 \cdot 7^9$; *i)* $(2 \cdot 3^3)^2 = 2^2 \cdot 3^6$; *j)* $(2^4 \cdot 7)^6 = 2^{24} \cdot 7^6$; *k)* $(5 \cdot 19)^5 = 5^5 \cdot 19^5$; *l)* $(2^2 \cdot 5^2)^3 = 2^6 \cdot 5^6$.

123 *a)* $2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^3$; *b)* $2^{15} \cdot 7^2$; *c)* $2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^2$; *d)* $2^4 \cdot 3^{12} \cdot 5^4$; *e)* $2^3 \cdot 3^6 \cdot 7^7$; *f)* $2^5 \cdot 7$; *g)* $3^6 \cdot 5^8$; *h)* $2^{18} \cdot 3^3$; *i)* $2^{11} \cdot 3^9 \cdot 7^9 \cdot 19^2$; *j)* $2^{20} \cdot 3^6 \cdot 17$; *k)* $2^{10} \cdot 5^7 \cdot 11^5$; *l)* $2^6 \cdot 3^3 \cdot 7^5$.

Oszthatóság és hatványozás

124 A 36-nak a *b)*, *c)* és *e)* számok többszörösei.

125 A 120-nak az *a)*, *c)*, *e)* és *f)* számok osztói.

126 *a)* Nem, mert $16 = 2^4$, és a szorzatból hiányzik még egy 2-es szorzótényező.

b) Igen, mert $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$. *c)* Igen, mert $75 = 3 \cdot 5^2$.

d) Nem, mert $48 = 2^4 \cdot 3$, a megadott szorzatból hiányzik egy 3-as mint szorzótényező.

e) Igen, mert $240 = 2^4 \cdot 15$. *f)* Igen, mert $315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$.

127 *a)* 7; *b)* 3^7; *c)* a megadott szám osztható 5^3-nal; *d)* 2^3; *e)* $5 \cdot 7^3$; *f)* 7^4; *g)* 2; *h)* 3; *i)* 2^2; *j)* 2^2; *k)* $2^5 \cdot 7^3$; *l)* 5^2.

128 *a)* 32; *b)* 35; *c)* 132; *d)* 126; *e)* 280; *f)* 110; *g)* 72; *h)* 300; *i)* 221; *j)* 180; *k)* 102; *l)* 756.

129 *a)* $[110; 250] = 2 \cdot 5^3 \cdot 11$; *b)* $[588; 140] = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$;
c) $[1323; 315] = 3^3 \cdot 5 \cdot 7^2$; *d)* $[1925; 220] = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11$;
e) $[212; 96] = 2^5 \cdot 3 \cdot 53$; *f)* $[425; 153] = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 17$;
g) $[686; 1225] = 2 \cdot 5^2 \cdot 7^3$; *h)* $[2352; 504] = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^2$.

130 *a)* 2; 5; *b)* 2; 3; 4; 6.

131 *a)* 2; 4; *b)* 3; 6.

132 *a)* 1, 2, 3, 6; *b)* 1, 7; *c)* 1, 2; *d)* 1, 2, 7, 14;
e) 1, 3, 7, 21; *f)* 1, 2, 4, 7, 14, 28; *g)* 1, 3, 5, 15; *h)* 1, 2, 4.

133 *a)* $(45; 27) = 3^2 = 9$; *b)* $(18; 30) = 2 \cdot 3 = 6$;
c) $(11; 25) = 1$; *d)* $(8; 14) = 2$; *e)* $(35; 21) = 7$;
f) $(35; 21) = 3^2 = 9$; *g)* $(120; 264) = 2^3 \cdot 3 = 24$;
h) $(1020; 900) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

Vegyes feladatok

134 Egy nap $24 \cdot 3600$ mp = 86 400 mp. $10^7 : 86\,400 \approx 116$ nap, majdnem 4 hónap.

135 *a)* A hang $4 \cdot 10^4$ km : $330 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4 \cdot 10^4 : 0{,}33$ s alatt, azaz $1{,}2 \cdot 10^5$ s $\approx$ $\approx$ 33 óra, durván másfél nap alatt ér körbe. A mai napig feljegyzett vulkánok közül a Krakatau hangja olyan erős volt, hogy 4800 km-re is elhallatszott. (A Föld történetében ennél hangosabb vulkánokat is feltételeznek.) A keletkező légnyomáshullám kétszer kerülte meg a Földet.

b) A hang minden irányban terjed, de a fény nem! Képtelenség – bármilyen nagy is a vulkán fénye –, hogy az megkerülje a Földet!

136 *a)* $10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$; *b)* $5 \cdot 10^{14}$ m^2.

c) $10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 5 \cdot 10^{14}$ m^2 $= 5 \cdot 10^{19}$ N.

d) $\frac{5 \cdot 10^{19}}{9{,}81} \approx 0{,}51 \cdot 10^{19} = 5{,}1 \cdot 10^{18}$ (kg). Ez kb. $5100 \cdot 10^{15}$ tonna.

137 $5100 \cdot 10^{15}$ tonna $\cdot\, 0{,}0035 \approx 18 \cdot 10^{15}$ tonna.

138 *a)* $10^7 : (2 \cdot 10^5) = 5 \cdot 10 = 50$ év alatt.

b) Ha 25%-ot vesztett a területből, akkor már csak 75% maradt meg.
$5 \cdot 10^6 : 0{,}75 = 500 \cdot 10^6 : 75 = 6{,}67 \cdot 10^6$ km^2 volt eredetileg az esőerdő.

c) Az Amazonas vízgyűjtő területe kb. $7 \cdot 10^6$ km^2. Ez $7 \cdot 10^{12}$ m^2. A folyó vízmennyiségének csökkenése $7 \cdot 10^{12}$ m$^2 \cdot 1$ m $= 7 \cdot 10^{12}$ m$^3 = 7000$ km^3.

139 A legnehezebb madár a strucc, tömege elérheti a 180 kg-ot; a legkönnyebb madár egy kolibrifaj, egy kifejlett egyed 1,6 g-ot nyom.
180 kg = 180 000 g, 180 000 : 1,6 = 112 500.

140 *a)* 250 mm = 0,25 m;

1 km^2 = 1 000 000 m^2. 1 000 000 m^2 $\cdot$ 0,25 m = 250 000 m^3.

b) Egy négyzetméterre évente 0,25 m^3 csapadék hull.

1000 dm^3 = 1 m^3. Mivel 1 m^3 : 0,25 m^3 = 4, ezért 1 m^3 víz ezért 4 m^2-nyi területre hull.

141 $9 \cdot 10^8 : 10^5 = 9 \cdot 10^3 = 9000$. Körülbelül 9000 járókelőnek jut a pénzből.

4. Algebra

Jelek és jelölések

142 *a)* $a - b$; *b)* $a^2 + b^2 + c^2$; *c)* $abc + d$;
d) $ab - 2b$; *e)* $(a + b + c) \cdot 2 = 2(a + b + c)$; *f)* $5a + 3b$;
g) $ab + (a + b) = ab + a + b$; *h)* $(a + b + c) \cdot d$;
i) $5a \cdot 3b = 15 \cdot ab$; *j)* $a \cdot a - b \cdot b = aa - bb = a^2 - b^2$.

143 *a)* $a^2 + 2b$; *b)* $b - 2c$; *c)* $3x - y$;
d) $5h + i^2$; *e)* $3g^2$; *f)* $t + t + t + t - o - o$;
g) $m^2 \cdot n \cdot o$; *h)* $2hi + 2h + 5i$.

144 *a)* $m \cdot m \cdot m + n + n = m^3 + 2n = 2n + m^3$;
$3m + 2n = m + m + m + n + n$;
$m^3 + n^2 = m \cdot m \cdot m + n \cdot n$;
$m + m + m + n \cdot n = n^2 + 3m$;
$2m + mn + n = mn + n + 2m = m + m + m \cdot n + n$.

b) $x \cdot y \cdot z = zxy$; $z + x + z = x + 2z$;
$yx + zy = zy + xy$; $z \cdot z + x = x + z^2$;
$z + 2y + 3x = x + x + x + y + z + y$;
$x \cdot x \cdot x + z + y + y = x^3 + z + 2y$.

Algebrai fogalmak

145 Egytagú kifejezés: k^2l; $(-3)zx$; $8i \cdot (-3)$; $j \cdot 5$; m^4n^2; $-q$; $p \cdot p \cdot o^3$; w^2uv.

Többtagú kifejezés: $2t + s \cdot s$; $a + 5b$; $6k - l^3$; $c^2 + 2d + e \cdot e \cdot e$; $f^2 + (-3g)$; $4 - h$; $3q - 1$; $r + t + t^2$; $12 + 2a$; $d + 8h$.

146 *a)* 6; 1; 5; *b)* −1; 2; −16; *c)* 9; 41;
d) 1; 1; −1; *e)* 4,5; 10; *f)* 1; −4; −13;
g) −7; 1; 6; *h)* 1; 36; −2; *i)* −1; −1; *j)* $\frac{4}{5}$; 3,5;
k) −24; $-\frac{34}{7}$; *l)* −1; $\frac{1}{10}$; 1; −1.

147 *a)* x^2y; $15x^2y$; $-2x^2y$; $5y^2$; $9y^2$; $-y^2$; $7xy$; $14x$.
b) $3de^2f$; $-31de^2f$; $3de^2f$; $-8d^2ef$; $5dedf$; $9edfd$; $3e^2f$; $27efe$.
c) $12k^5lm^2$; $-4k^3lm^2k^2$; $-k^5lm^2$; $7k^2lk^2m^2$; $48k^4lm^2$; $-klmk^3m$; $6klm$; $11mlk$.

Műveletek algebrai kifejezésekkel

Összeadás

148 *a)* $-2d + 4$; *b)* $7j - i$; *c)* $5g - 9 + 2h$; *d)* $l + 2 - 4k$;
e) $8a - 3ab$; *f)* $14ef - f$; *g)* $m + 3 - 5n$; *h)* $7q - 5pq - p$;
i) $12s + 11$; *j)* $-5r - 7$; *k)* $3v - 7 + 3u$; *l)* $-12xy - 6x$.

149 *a)* $-a^2 + 5ab^2 - 2$; *b)* $8c^2d + 3cd$; *c)* $-5e - 4e^5f + 8$;
d) $2g^3h + 14gh^3 - 4$; *e)* $2i + 4ij$; *f)* $6kl^2 - 12lk + lk^2$;
g) $-4m^2n - 4$; *h)* $5o^2 - 12po$; *i)* $7st^5 - s$; *j)* $-6qrqr + 2q^2r$;
k) $x^3y - 5x^2y$; *l)* $-5u^4v^3 + 5u^5v^3$.

150 *a)* $-c^3d^2 - 7c^2d^2 + 6c^2d - 13$; *b)* $xy^2z^2 + 7zxy - 20$;
c) $12h^3z - 3 - h^2z^2$; *d)* $18s^2t^4 - 13s^2t + 9$;
e) $5opr^2 - 3op^2 - 4op^2r - 1$; *f)* $6q^3r + 5qr^3 - qr - 4$;
g) $-11a^2b^2 - 6ab^2 - 11$; *h)* $19e^3g^2n + 6egn^2 + 34$.

151 *a)* $a - 3b + 8a + 4 + (-7b) = 9a - 10b + 4$;
b) $3xy - 6y + 2 - 5xy = 2 - 2xy - 6y$;
c) $7 - 16k + l - (-5k) - 8 - 3l = -1 - 11k - 2l$;
d) $-7p + (-3q) + 2q + 7 - 4q + 11p = 4p - 5q + 7$;
e) $5g - 8 + 3h - 2g + (-1g) - 3 + 6h = 2g + 9h - 11$;
f) $4e + 6f - 3e + 2g + 15 - 2g = e + 6f + 15$;
g) $-t - (-9st) + 2t - 7 + 3ts = t + 12st - 7$;
h) $3m^2n - (-15) - 7n^2m + 2nm^2 - 5 - 1mn^2 + 1 = 5m^2n - 8mn^2 + 10$.

Szorzás

152 *a)* $q^2 - 4q$; *b)* $2x^2 + 12x$; *c)* $-3a + 18c$; *d)* $14 - 10y$;
e) $3dn + dm$; *f)* $10k^2 - kl$; *g)* $10pr + 5p^2$; *h)* $24t^2 - 15t$;
i) $hj + 6ij$; *j)* $32g - 4bg$; *k)* $2zv + 18zw$; *l)* $3ef - 3f$.

153 *a)* $x^3y + x^2y^2$; *b)* $2x^3 - 5x^2$; *c)* $x^6y^4 - 5x^6y^3$;
d) $-3x^3y^3 + 6xy^3$; *e)* $xyz^2 + xz^3$; *f)* $3x^2y - 2xy^2$;
g) $4x^4y^2 - 4x^3y^3$; *h)* $2y^5x^5 + 12y^4x^5$; *i)* $xy - xy^2$;
j) $x^2z + x^2y$; *k)* $-15x^4y^2 - 35x^3y^5$; *l)* $24x^3y^2 - 44xy^4$.

154 *a)* $d(8e - 4) = 8de - 4d$; *b)* $(3 - 3b) \cdot 2a = 6a - 6ab$;
c) $(-5f)(7 - 5c) = -35f + 25cf$; *d)* $g(8 - 7g) = 8g - 7g^2$;
e) $(8h - i) \cdot (-4) = -32h + 4i$; *f)* $(15j + 8) \cdot 3k = 45jk + 24k$;
g) $mn(2m - 2 - 5n) = 2m^2n - 2mn - 5mn^2$;
h) $o^2p(3po - op^2) = 3o^3p^2 - o^3p^3$;
i) $(rs + 4r^2s^2) \cdot (-r) = -r^2s - 4r^3s^2$;
j) $(19 - 2t^2u + u^2) \cdot ut = 19ut - 2u^2t^3 + u^3t$;
k) $3v^2w(2vw^2 - 4u^2) = 6v^3w^3 - 12u^2v^2w$;
l) $(-4xy + y + 2z^2) \cdot xy = -4x^2y^2 + xy^2 + 2xyz^2$.

155 Például:

a) $3b^2g^2(5bg^2 - 4 + 7bg + 2g)$; *b)* $2a(a^2h + 9h^2 - 8ah - a)$;
c) $st^2(2s^2t - 2t + 3s - 6st)$; *d)* $5x^3y(4y^2 + xy + 3xy^2 - 11x^2)$;
e) $2d(e^5 - 3 - 9ed^2 - 5e^2d)$; *f)* $4pq(2r^2q - 10pr + 5q^2 - 4pr^2q)$.

Vegyes feladatok

156 *a)* 32 °F; 97,88 °F; 75,2 °F; 104 °F; 212 °F; 437 °F.

b) $C = (F - 32) : \frac{9}{5}$ vagy $C = (F - 32) \cdot \frac{5}{9}$.

c) -40 °F $= -40$ °C.

157 *a)* kb. 128 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. *b)* 1 $\frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 0{,}625$ mph. *c)* 31,25 mph.

d) $m = 1{,}6k$. A két mennyiség között egyenes arányosság áll fenn. Mivel az arányosság mérőszáma nem 1, a két mennyiség csak akkor lehet egyenlő, ha mindkettő 0.

e) 35 mph $= 35 \cdot 1{,}6$ $\frac{\text{km}}{\text{h}} = 56$ $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. 50 $\frac{\text{km}}{\text{h}} = 50 : 1{,}6$ mph $= 31{,}25$ mph.

f) $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, 1 $\frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{0{,}001 \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ óra}} = 0{,}001 \cdot 3600$ $\frac{\text{km}}{\text{h}} = 3{,}6$ $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

158 *a)* kb. 2,22.

b) 1 kg $= 2{,}22$ font, tehát a kg káposzta $= 2{,}22a$ font káposzta.

c) 1 font $= 0{,}45$ kg, tehát b font túró $= 0{,}45b$ kg túró.

d) Kilogrammban kb.: 0,45; 4,5; 1,35; 0,675; 1,0125.

159 *a)* kb. 52,5 cm. *b)* 42” ≈ 105 cm. *c)* 1 cm $\approx 0{,}3937$” $\approx 0{,}4$”.
d) 55 cm ≈ 22”.

e) Például a ruhák méretjelzésében: a 30-as nadrág például azt jelzi, hogy a csípőmérete 30”, kb. 75 cm-es.

160 *a)* 1%-ra a 85% $\frac{85}{25}$ része, azaz $85 : 25 \approx 3{,}4\%$-a jut.

b) A megmaradó 15% jut a lakosság 75%-ának. Egy százalékukra átlag $\frac{15}{75}$ rész jut, azaz $15 : 75 = 0{,}2\%$.

c) Átlagban $3{,}4 : 0{,}2 = 17$-szer annyi jut.

d) Minden bizonnyal. A magyarországi gazdasági, ipari és életkörülmények jelentősen meghaladják a nagy népsűrűségű afrikai, ázsiai országok átlagát.

161 *a)* 15%-nak jut az 50%, ezért 1%-ukra átlagosan ennek a 15-öde jut: $50 : 15 = 3\frac{1}{3} = 3{,}\dot{3}$.

b) $50 : 85 = \frac{2}{3} \approx 0{,}59.$ *c)* $\left(\frac{50}{15}\right) : \left(\frac{50}{85}\right) = \frac{85}{15} = 5{,}\dot{6}.$

d) Igen. Magyarországon például a fűtés, a légkondicionálás, a gazdaság egyaránt igen nagy mennyiségű energiát igényel.

5. Egyenletek, egyenlőtlenségek

162 *a)* $a = 0{,}6$; *b)* $b = \frac{5}{12}$; *c)* $c = -\frac{1}{4}$; *d)* $d = 16{,}8$;

e) $e = -1$; *f)* $f = -5{,}5$; *g)* $g = -4$; *h)* $h = -24$.

163 *a)* $p = 6$; *b)* $p = -2$; *c)* $p = -9{,}3$; *d)* $p = -\frac{1}{6}$;

e) $p = 2{,}5$; *f)* $p = -\frac{1}{4}$.

164 *a)* $p = -7{,}5$; *b)* $p = \frac{5}{2}$; *c)* $p = -8{,}4$; *d)* $p = \frac{11}{15}$;

e) $p = 1{,}6$; *f)* $p = -\frac{23}{20}$.

165 *a)* $x = 5$; *b)* $x = -6$; *c)* $x = -9$; *d)* $x = 1$.

166 *a)* IV., $x = 39{,}5$; *b)* II., $x = 20{,}5$; *c)* I., $x = 22$;
III., $x = 79$.

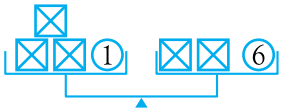
167 *a)* $a > 3{,}5$; *b)* $b < -3$; *c)* $c \leq \frac{7}{9}$; *d)* $d \geq -4{,}35$;

e) $e > -0{,}3$; *f)* $f \geq -2{,}3$; *g)* $g \geq 8{,}5$; *h)* $h > \frac{19}{3}$.

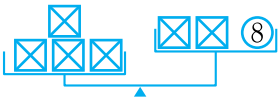
168 *a)* $x = 58{,}5$; *b)* $x > 58{,}5$; *c)* $x = 2$; *d)* $x > 2$;
e) $x = 2$; *f)* $x \geq 2$; *g)* $x = 9$; *h)* $x \leq 9$.

169 *a)* $p = -\frac{4}{15}$; *b)* $p = \frac{1}{12}$; *c)* $p = 3$; *d)* $p = -\frac{3}{2}$.

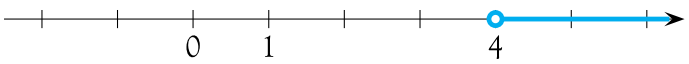
A mérlegelv

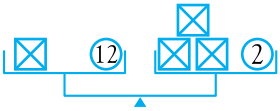
170 *a)* 

$x = 5$;

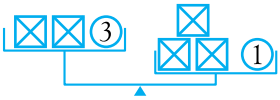
b) 

$x > 4$;

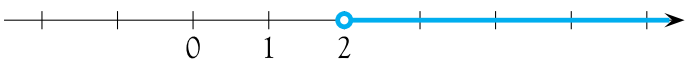


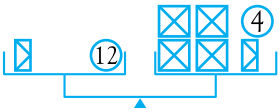
c) 

$x = 5$;

d) 

$x > 2$;

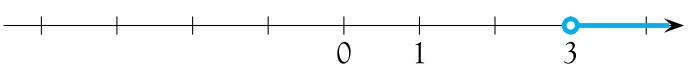


e) 

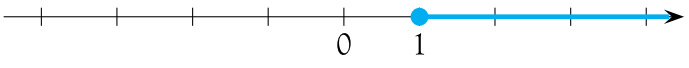
$x = 2$.

171 *a)* $x = 3$; *b)* $x = 1$; *c)* $x = 7$; *d)* $x = -9$;
e) $x = 2{,}5$;

f) $x > 3$;



g) $x \geq 1$;



h) $x < 7$;



i) $x \geq -9$;



j) $x < 2{,}5$.



172 *a)* $x = 10$; *b)* $x = 7{,}6$; *c)* $x = 3{,}2$; *d)* $x = -5$;

e) $x > 10$;



f) $x \leq 7{,}6$;



g) $x < 3{,}2$;



h) $x \leq -5$.

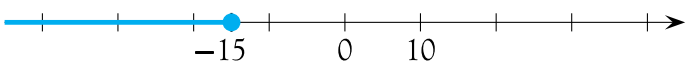


173 *a)* $x = 3{,}2$; *b)* $x = -15$; *c)* $x = 10{,}8$; *d)* $x = -\frac{11}{20}$;

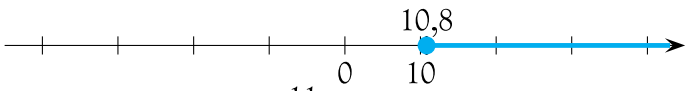
e) $x < 3{,}2$;



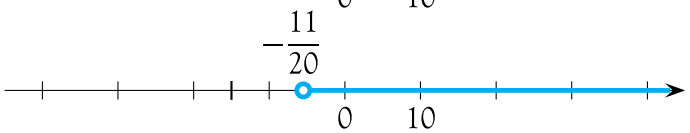
f) $x \leq -15$;



g) $x \geq 10{,}8$;



h) $x > -\frac{11}{20}$.



174 *a)* $x_1 = 1$, $x_2 = -3$; *b)* $x_1 = 6$, $x_2 = -7$;

c) $x_1 = 0$, $x_2 = -\frac{5}{2}$; *d)* $x_1 = 0$, $x_2 = 12$.

175 $x = 2$, ha $p = 3$.

176 $x = 0$, ha $p = 20$.

177 $x = -5$, ha $p \neq 0$ (minden más p értékre $x = -5$).

178 $x = \frac{1}{2}$, ha $p = -10$.

179 $a = 5$, $b = 8$, $c = 2$, $d = 35 \Rightarrow 5x + 8 = 2x + 35$.

Szöveges feladatok

180 *a)* Ha x a kisebbik szám, akkor: $x + (x + 12) = 2x + 12$.

b) Ha x a kisebbik szám, akkor: $x + (x + 2) = 2x + 2$.

c) Ha x az egyik szám, akkor: $5x + \frac{1}{2}x = 5{,}5x$.

d) Ha x a középső szám, akkor: $2x + x + (x + 7) = 4x + 7$.

e) Ha x a rövidebbik oldal, akkor: $2 \cdot [x + (x + 7)] = 4x + 14$.

f) Ha x az egyesek helyén álló számjegy, akkor:
$10 \cdot (x + 2) + x = 11x + 20$.

g) Ha x az egyesek helyén álló számjegy, akkor:
$10(x - 7) + x = 11x - 70$.

h) Ha x a százasok helyén álló számjegy, akkor:
$100x + 10(x - 1) + (x - 2) = 111x - 12$.

181 Ha x jelöli Klári zsetonjai számát: $x + (x + 3) = 75$.

Petinek 39, Klárinak 36 zsetonja van.

182 Ha x jelöli Kata életkorát: $x + (x + 33) = 57$.

Kata 12 éves, édesapja 45 éves.

183 Ha x jelöli Timi életkorát: $x + (x + 25) + (x - 2) = 41$.

Tamara 4, Timi 6, édesanya 31 éves.

184 Ha x jelöli a nagyobbik számot: $x - (128 - x) = 32{,}8$.

$x = 80{,}4$. A két szám: 47,6 és 80,4.

185 Ha x jelöli a kannában lévő víz tömegét (kg-ban):
$\frac{x}{2} + (21{,}8 - x) = 11{,}8$ vagy $\frac{x}{2} = 21{,}8 - 11{,}8$.

$x = 10$. A kannába 20 l víz fér.

186 Ha x jelöli a 20 Ft-osok számát: $10 \cdot (90 - x) + 20x = 1000$.

$x = 10$. 80 db 10 Ft-os, 10 db 20 Ft-os érmét kaptunk.

187 Ha x jelöli a rövidebbik oldalt: $2 \cdot [x + (x + 5)] = 42$.

$x = 8$. A paralelogramma oldalai: 8 cm, 13 cm.

188 Ha x jelöli az egységnyi pénzösszeget (amelynek 4-szerese Géza, 5-szöröse Gizi pénze): $5x - 1200 = 4x$.

$x = 1200$. Gézának 4800 Ft-ja, Gizinek 6000 Ft-ja van.

189 Ha x jelöli az a osztály létszámát: $x + (x + 5) + (x - 3) = 95$.

$x = 36$. Az a osztály létszáma 31, a b osztályé 28, a c osztályé 36.

190 Ha x jelöli a találkozásig eltelt időt: $12x + 15x = 48{,}6$.

$x = 1{,}8$. 1,8 óra múlva találkoznak.

191 Ha x jelöli az egységnyi golyók számát, amelynek 3-szorosa van az egyik, 5-szöröse a másik zacskóban: $5x - 4 = 3x + 4$.

$x = 4$. Az egyik zacskóban 12, a másikban 20 golyó volt eredetileg.

192 Ha x jelöli a három gyerek közül az egyik tömegét:
$x + (91 - x) + (88 - x) = (91 + 83 + 88) : 2$.

$x = 48$. A testvérek 40 kg, 43 kg, 48 kg súlyúak.

193 Ha x jelöli a másik fajta kávéból vett mennyiség tömegét:
$1200x + 900 \cdot (50 - x) = 50 \cdot 960$.

$x = 10$. Vegyünk 10 kg-ot az 1200 Ft-osból, 40 kg-ot a 900 Ft-osból.

194 Ha x jelöli a fiúk számát: $2 \cdot (x - 1) = x + 1$.

$x = 3$. A családban 3 fiú, és 4 lány van.

195 A háromlábú széken ülők számát x-szel, a négylábún ülők számát y-nal jelöljük: $(3 + 2)x + (4 + 2)y = 35 \Rightarrow x = 1$, $y = 5$ (nem megoldás: $x = 7$, $y = 0$).

A székeken 6 gyerek ül. 1 háromlábún, 5 négylábú széken ül.

196 Ha x az eltelt időt jelöli: $2 \cdot \left(1 - \frac{x}{3}\right) = 1 - \frac{x}{4}$. $x = 2{,}4$.

A meggyújtás után 2,4 órával volt az egyik kétszer olyan magas, mint a másik.

197 x jelöli az egyik unoka, y másik unoka életkorát. A nagymama életkora $10x + y$. $x + y + 10x + y = 83$.

$x = 7$, $y = 3$. Az unokák 7 és 3 évesek. (A nagymama 73 éves.)

198 Bea most x, Barna $x + 30$ éves. 25 éve Bea $x - 25$, Barna $x + 30 - 25 = x + 5$ éves volt. Barna akkori életkora Bea életkorának 3-szorosa volt: $3 \cdot (x - 25) = x + 5$.

$x = 40$. Barna 70, Bea 40 éves.

199 Ilyen pozitív egész szám nem létezik.

6. Arányosság

200 *a)* $1 : 4$; *b)* $3 : 1$.

c) Csak a szakaszok hossza változik, a kérdezett arány nem.

201 *a)* $5 : 7 = 15 : 21 = \frac{3}{5} : \frac{21}{25}$.

b) $\frac{2}{7} : \frac{3}{14} = 12 : 9 = 4 : 3 = \frac{1}{6} : \frac{1}{8}$.

202 *a)* $4 : 5$; *b)* $4 : 9$; *c)* $\frac{4}{9}$. **203** *a)* $2 : 5$; *b)* $3 : 2$.

204 $1 : 2$; $11 : 13$; $1 : 46$; $5 : 1$; $25 : 18$.

205 $25 : 24$; $3 : 7$; $39 : 25$; $25 : 64$; $25 : 64$.

206 A két szám az 56 és a 70. **207** A két szám a 40 és az 52.

208 A két szám a 6 és a 30. **209** A kisebbik szám a 36.

210 A háromszög kérdezett szöge $54°$-os, a hozzá tartozó külső szög $126°$-os.

211 A háromszög oldalai 16 cm, 24 cm, és 32 cm hosszúak.

212 Angolul 341 diák, németül 217 diák tanul.

213 42 dkg meggy szükséges a piskótába.

214 880 db ifjúsági könyv van a könyvesboltban.

215 6140 kg almát szedtek le.

216 A háromszög hegyesszögei $15°$ és $75°$. A szerkesztéshez használjuk fel a szögfelezést!

217 *a)* 13 fogú fogaskereket hajt meg.

b) Az áttételi arány $1 : 1$.

c) Az *a)* eset ($52 : 13$ áttétel) gyors haladást tesz lehetővé, a *b)* eset ($28 : 28$ áttétel) lassú, az emelkedőn történő haladást könnyíti meg.

218 *a)* 90 000 palackot szállít ki a cég.

b) Buborékmentes ásványvízből 21 250 palackkal, enyhéből 43 750 palackkal, erős ásványvízből 25 000 palackkal szállítottak ki.

219 *a)* 255 Ft-ba; *b)* 170 Ft-ba.

220 *a)* 75,4 liter benzint használtak el.

b) Közelítőleg 89 euróba került a benzin. Az euró-forint árfolyam határozza meg, mennyibe kerül. Ha 1 euró = 285 Ft, akkor 25 365 Ft a benzinköltség.

221 *a)* 4 : 1000 = 1 : 250 a kérdezett arány.

b) 1,4 dl tápoldatot használtunk el.

c) 5 hétig elegendő a 7 dl tápoldat.

222 15 liter teához 30 kanál, átszámítva 90 dkg cukor szükséges.

223 67,5 km-t kerékpároztak azon a napon.

224 *a)* István ≈ 1901,14 eurót kapott.

b) A nyeresége ≈ 22 814 Ft volt.

c) Péternek egy év múlva 530 000 Ft-ja volt.

d) Péter befektetése ≈ 7186 Ft-tal többet ért.

Százalékszámítás

225 *a)* 25; *b)* 56,25; *c)* 152,5; *d)* 550; *e)* 7,75.

226 *a)* 7,5 liter; *b)* 21,7 kg; *c)* 160 500 Ft.

227 A zsírszövet 12,75–17 kg között változhat.

228 *a)* 25%-a; *b)* 300%-a; *c)* 1%-a; *d)* 66,7%-a;
e) 900%-a; *f)* 150%-a; *g)* 37,5 %-a.

229 *a)* 20%-a; *b)* 85 %-a; *c)* 2%-a; *d)* 250%-a;
e) 1500 %-a; *f)* 500%-a; *g)* 2,67%-a; *h)* 75%-a.

230 22,5. **231** 250. **232** 2 m hosszú. **233** 60%-a.

234 *a)* Üdítőkből a bevétel 28 080 Ft.

b) Melegételből a bevétel 97 500 Ft.

c) Egyéb termékből 19,5% a haszon.

235 *a)* Összesen közelítőleg 35 569 tyúkot tartottak.

b) A gazdálkodó szervezeteknél kb. 17 073 tyúk volt.

c) 4%-kal több tyúkot neveltek az egyéni gazdálkodók, mint a gazdálkodó szervezetek.

236 3600 Ft a pénzem 120%-a, ezért most 3000 Ft-om van.

237 A másik oldalt 20%-kal kell csökkenteni.

238 5 év múlva 1 173 447,5 Ft-unk lesz. A pénzünk összesen $\approx$ 46,7%-kal növekedett.

239 A keresett szám a -1000.

240 Hétfőn reggel $\approx$ 7353 Ft-om volt.

241 A versenyen 120-an vettek részt.

242 Ha x liter víz párolgott el, akkor: $1{,}5 - 2x = (5 - 3x) \cdot 0{,}2$.

A megmaradt folyadék: $\frac{27{,}5}{7} = \frac{54}{7}$ liter.

243 Az iskolának 1000 tanulója van.

244 A teljes út 120 km, az átlagsebessége 50 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

7. Hozzárendelések, függvények, sorozatok

245 *a)* Magyarország $\mapsto$ Duna; Olaszország $\mapsto$ Pó; Lengyelország $\mapsto$ Visztula; Lengyelország $\mapsto$ Odera; Ausztria $\mapsto$ Duna; Németország $\mapsto$ Odera; Németország $\mapsto$ Duna.

A hozzárendelés nem egyértelmű, mert van olyan ország, amelyhez több folyót is rendeltünk.

b) Egerszegi Krisztina $\mapsto$ olimpiai bajnok; Egerszegi Krisztina $\mapsto$ világbajnok; Egerszegi Krisztina $\mapsto$ Európa-bajnok; Darnyi Tamás $\mapsto$ olimpiai bajnok; Darnyi Tamás $\mapsto$ világbajnok; Darnyi Tamás $\mapsto$ Európa-bajnok; Kovács Ágnes $\mapsto$ Európa-bajnok; Kovács Ágnes $\mapsto$ világbajnok; Kovács Ágnes $\mapsto$ olimpiai bajnok; Risztov Éva $\mapsto$ Európa-bajnok; Cseh László $\mapsto$ Európa-bajnok; Cseh László $\mapsto$ világbajnok.

Nem egyértelmű hozzárendelés.

c) Altató $\mapsto$ József Attila; Az Alföld $\mapsto$ Petőfi Sándor; Arany Lacinak $\mapsto$ Petőfi Sándor; Tréfás állatkerti útmutató $\mapsto$ Devecseri Gábor; Himnusz $\mapsto$ Kölcsey Ferenc.

Egyértelmű hozzárendelés.

246 Függvények: *a)*; *c)*.

b) Ha elfogadjuk, hogy az emberek a hajszínük szerint egyértelműen halmazokba sorolhatók, akkor ez is függvény.

d) Nem függvény, mert több szomszédos kis településnek is lehet ugyanaz a körzeti hívószáma.

247 Függvények: *a)*; *c)*.

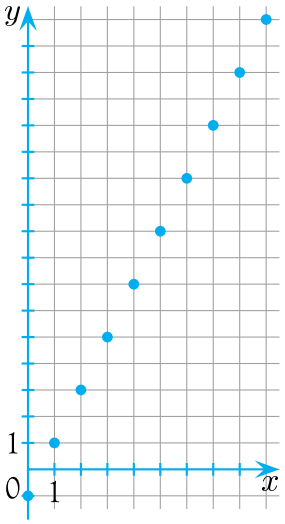
248 Például: **Győr–Veszprém**

	ind.	érk.	átsz.	tartam	út	ár		oszt.
1	04:15	06:39	1	2:24	79 km	774 Ft	–	2.
2	06:58	09:26		2:28	79 km	774 Ft	–	2.
3	07:43	10:44	1	3:01	235 km	2750 Ft	[P]	1.
4	07:50	11:20	1	3:30	151 km	1624 Ft	–	2.
5	11:28	13:38		2:10	79 km	774 Ft	–	2.
6	12:10	14:34	2	2:24	151 km	2014 Ft	[P]	1.2.
7	12:10	15:00	1	2:50	151 km	1624 Ft	–	2.
8	14:08	16:22		2:14	79 km	774 Ft	–	2.
9	15:00	18:35	3	3:35	148 km	1974 Ft	[R]	1.2.
10	15:17	18:35	1	3:18	235 km	3100 Ft	[R] [P]	1.
11	16:00	19:03	1	3:03	151 km	1624 Ft	–	1.2.
12	17:23	19:35		2:12	79 km	774 Ft	–	2.
13	19:23	21:45		2:22	79 km	774 Ft	–	2.
14	21:30	05:37	2	8:07	235 km	2360 Ft	–	2.

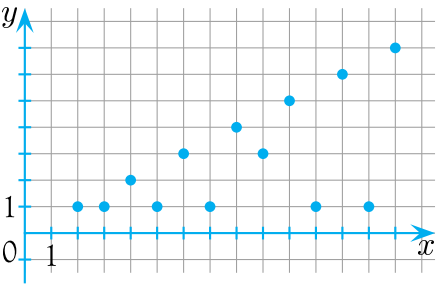
[R] helyjegyköteles [P] pótjegyköteles

249

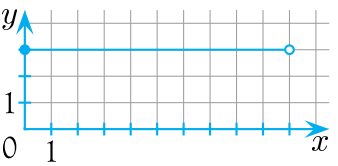
a)



b)



c)



Hozzárendelések más formában

250 Például: alaphalmaz: állítások; képhalmaz: az igazságértékek.

	Igaz	Lehetetlen	Lehet, de nem biztos, hogy igaz
Minden 1-nél nagyobb pozitív egész számnak legalább két osztója van.	X		
Egy szám osztója lehet nagyobb a vizsgált számnál.		X	
Van olyan prímszám, amelynek három osztója van.		X	
A számnál kisebb osztók összege egyenlő a számmal.			X
A prímszám osztóinak összege páros.			X

251 A kitöltött táblázat és a hozzárendelési szabály:

a)

a	-2	3	1	0	-3	2,5
b	-5	5	1	-1	-7	4

$b = 2a - 1$.

b)

a	2	1	-2	-3	1,5	4
b	3	0	3	8	1,25	15

$b = a^2 - 1$.

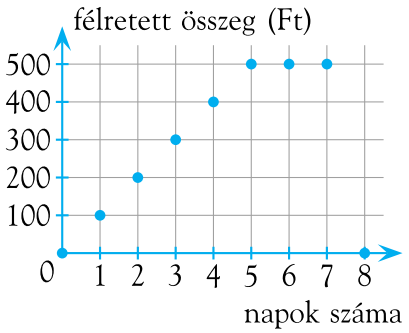
252 A keresett hozzárendelési szabályok:

a) $y = 2x + 3$; *b)* $y = |x|$; *c)* $y = \frac{x}{2} - 1$.

253 A keresett hozzárendelési szabályok:

a) $y = 3x$; *b)* $y = x^2 - 1$; *c)* $y = \frac{2}{x}$.

254



255 *a)*

Idő (perc)	0	5	10	15	20	25	30
Vízmennyiség (liter)	130	140	150	160	170	170	170

b) Az első 20 percben egyenletesen növekedett, a következő 10 percben nem változott a víz mennyisége.

c) 130 liter.

d) Igen, 20 perc múlva, amikor már nem nőtt a víz mennyisége a hordóban.

e) 40 literrel nőtt a víz mennyisége.

f) 10 perc elteltével 150 liter víz volt a hordóban. A vízszintes tengelyen megnézzük a 10. percet, majd függőlegesen addig megyünk az y tengely mentén, amíg a grafikon pontjához nem érünk, és leolvassuk, hogy hány liter.

g) 15 perc múlva. A leolvasás technikája hasonló az előző pontbelihez.

256 *a)* Összesen 24 km utat tettek meg.

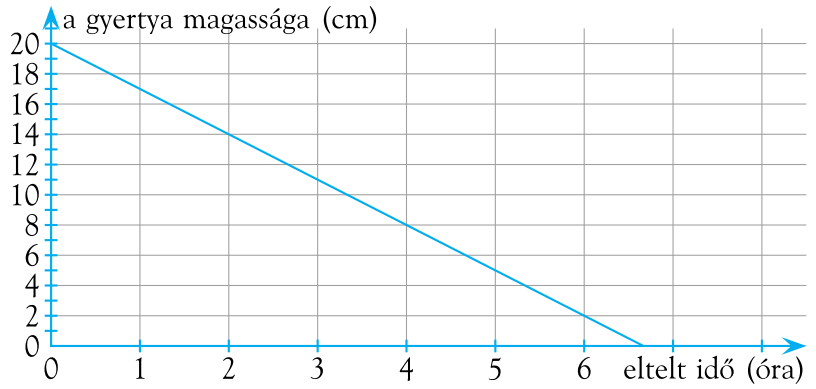
b) 10 óra hosszat tartott.

c) A csoport sebessége oda-, illetve visszafele is 3 km/óra volt.

d) Két időpontban: az indulás után 3, illetve 7 óra elteltével.

e) Ekkor 10 óra alatt tenne meg a csoport 24 km-t, ezért a csoport sebessége 2,4 $\frac{\text{km}}{\text{óra}}$ lenne.

257 *a)*



b) Három óra elteltével a gyertya 11 cm hosszú.

c) Öt óra elteltével lesz 5 cm hosszú a gyertya.

d) 6 óra 40 perc alatt ég el a gyertya.

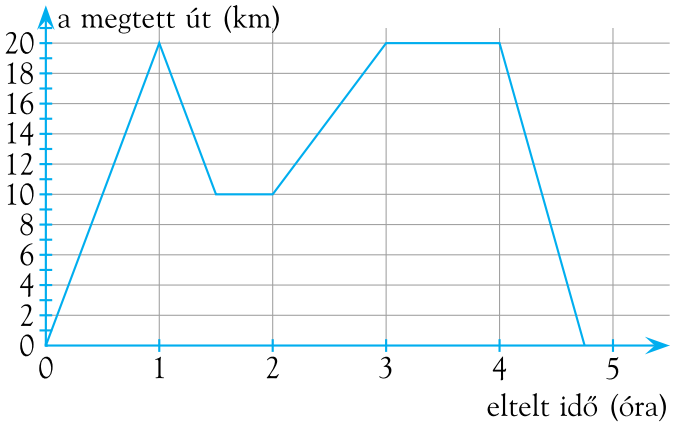
258 *a)* Péter autója 0,75 m-t, Pál autója 0,5 m-t tesz meg egy másodperc alatt.

b) Az út-idő grafikonon a metszéspont első koordinátája adja meg a találkozás idejét. 12 másodperc múlva halad el egymás mellett a két autó.

c) Péter tartózkodási helyétől 9 m-re van a két autó találkozási helye.

d) Két alkalommal, a 8. és a 16. másodpercben.

259 *a)*



b) Az indulástól hazaérkezésig 4 óra 45 perc telt el.

c) A grafikon megfelelő részlete párhuzamos az x tengellyel.

d) Összesen 60 km-t kerékpározott.

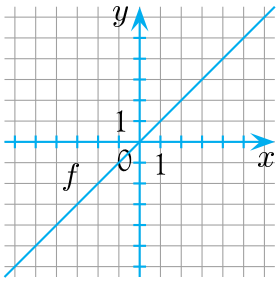
e) Hazafelé, ekkor sebessége $\frac{80}{3}\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

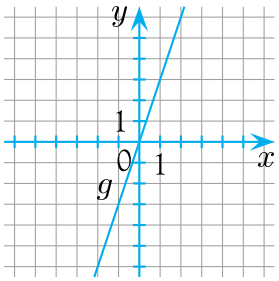
f) Indulástól számított 30. percben, 1,5–2 óra között és hazaérkezése előtt 22,5 perccel.

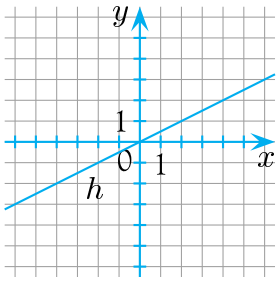
g) A nagymamájánál tartózkodott.

h) Két és három óra között a sebessége: $10\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

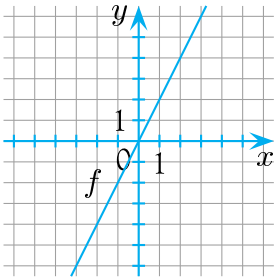
260 *a)* $f: x \mapsto x$ *b)* $g: x \mapsto 3x$ *c)* $h: x \mapsto \frac{x}{2}$

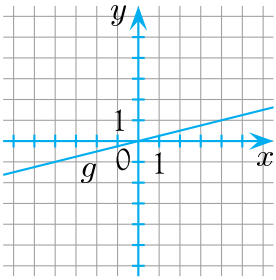


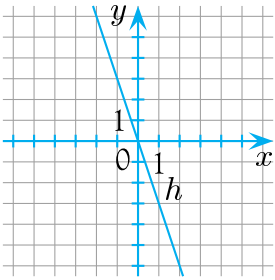




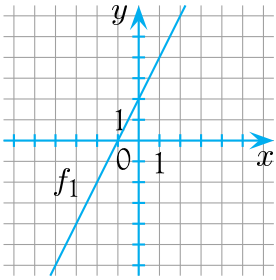
261 Az eredeti függvények grafikonja:

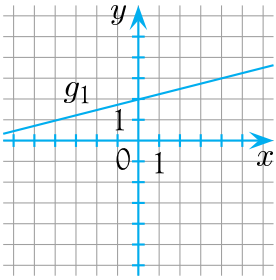


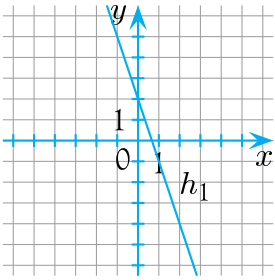




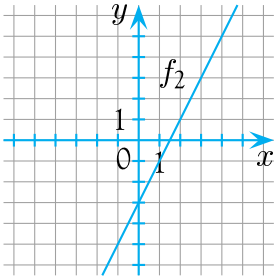
a) A $(+2)$-vel eltolt függvények grafikonjai:

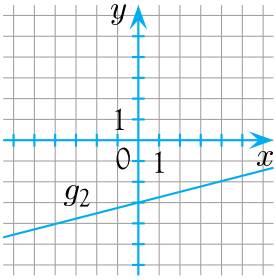


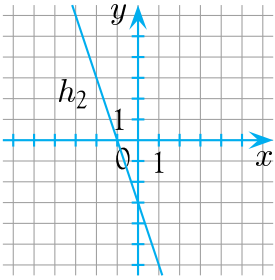




A (-3)-mal eltolt függvények grafikonjai:







b) Az eltolt függvények hozzárendelési szabálya:

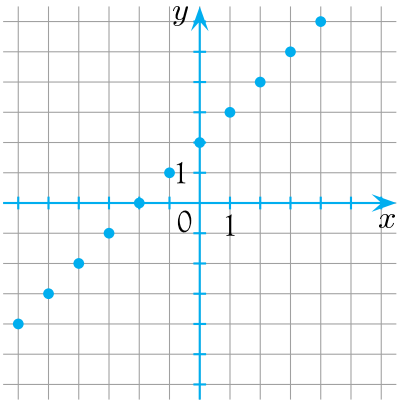
$f_1: x \mapsto 2x + 2$; $\quad f_2: x \mapsto 2x - 3$;

$g_1: x \mapsto \frac{1}{4}x + 2$; $\quad g_2: x \mapsto \frac{1}{4}x - 3$;

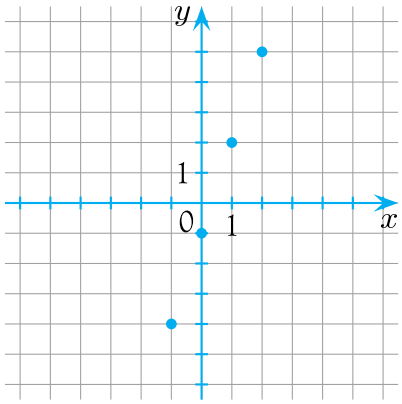
$h_1: x \mapsto -3x + 2$; $\quad h_2: x \mapsto -3x - 3$.

262 Az alaphalmaz elemei egész számok. Az értéktáblázatban csak egész számok szerepelhetnek az x értékeként.

a)

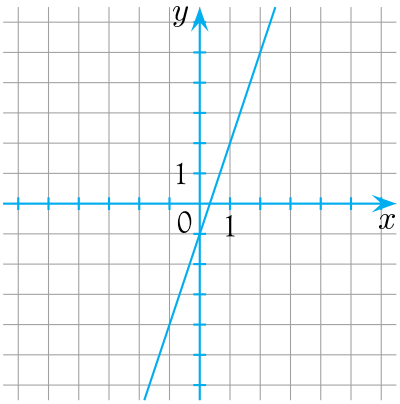


b)

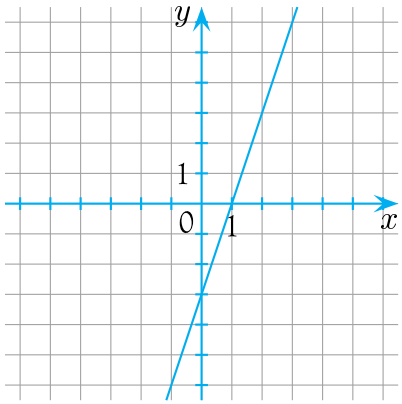


263 A függvények grafikonja:

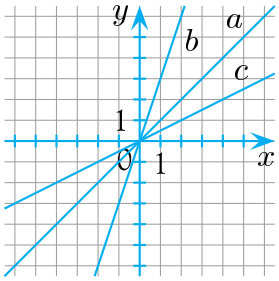
a)



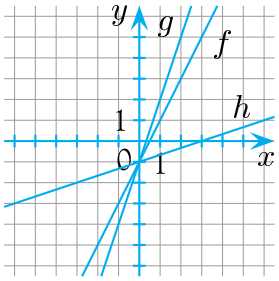
b)



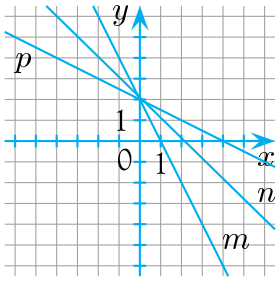
264 *a)*



b)



c)

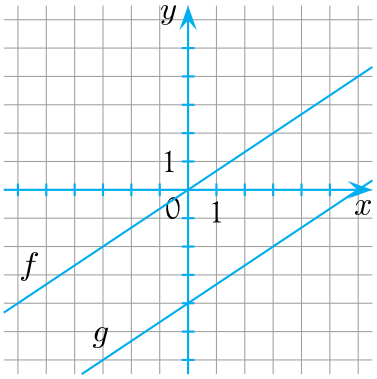


265 A függvények grafikonja:

a) Az f függvény egyenes arányosság.

b) Nem metszi egymást a két függvény grafikonja, mert a két egyenes párhuzamos.

c) Nincs, mert a g függvény függvényértékei 4-gyel kisebbek, mint az f függvény értékei.



266 A koordináta-rendszerben megadott függvények hozzárendelési szabálya:

$a: x \mapsto 2x + 4$; $b: x \mapsto 2x + 1$; $c: x \mapsto 2x - 5$.

$d: x \mapsto x + 5$; $e: x \mapsto x - 1$; $f: x \mapsto x - 7$.

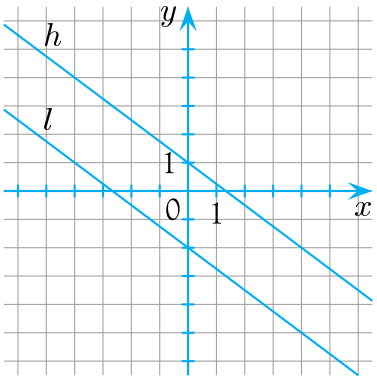
$g: x \mapsto \frac{5}{2}x + 3$; $h: x \mapsto \frac{5}{2}x - 2$; $i: x \mapsto \frac{5}{2}x - 5$.

Az egy-egy sorban szereplő függvények párhuzamosak, ezt a képletben az x-es tagok együtthatójának egyenlősége mutatja.

267 A függvények grafikonja:

a) Nincs.

b) Nincs, mert a h függvény értékei minden x esetén nagyobbak, mint az l függvény függvényértékei.



268 A hozzárendelési szabályok:

$f: x \mapsto -2x + 5$; $g: x \mapsto -\frac{3}{2}x + 3$;

$h: x \mapsto \frac{1}{2}x + 5$; $l: x \mapsto 3x + 1$.

269 A hozzárendelési szabály képlettel: $x \mapsto -x + 3$. Az A és D pont illeszkedik a megadott függvény grafikonjára.

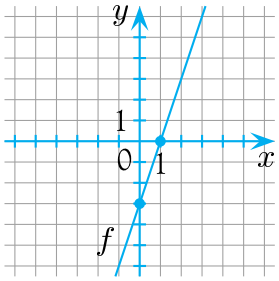
270 3-mal nő.

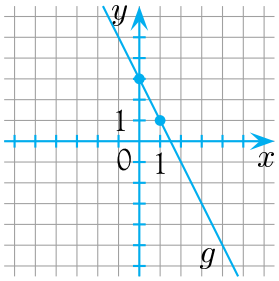
271 3-mal csökken.

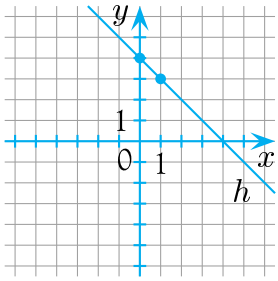
272 $\frac{3}{4}$-del nő.

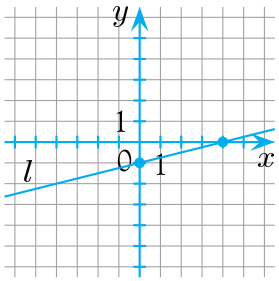
273 $\frac{2}{5}$-del csökken.

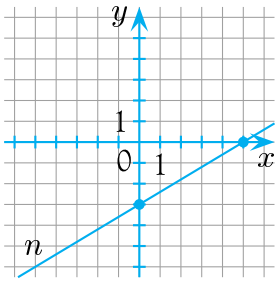
274 A függvények grafikonjai:

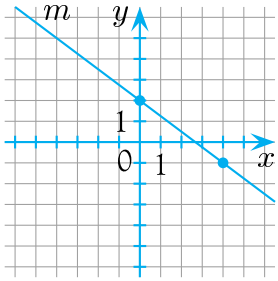






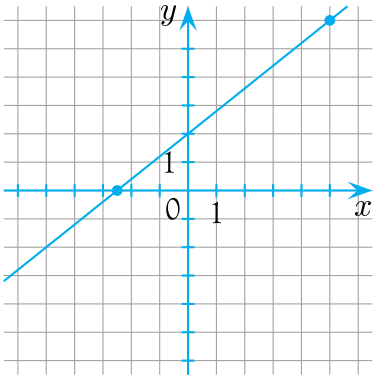






275 *a)* $x \mapsto \frac{1}{2}x+3$; *b)* $x \mapsto \frac{1}{2}x-3$; *c)* $x \mapsto -\frac{1}{3}x+2$; *d)* $x \mapsto \frac{2}{5}x$;
e) $x \mapsto -\frac{3}{2}x+5$; *f)* $x \mapsto -2x-3$.

276 *a)* A függvény grafikonja:



b) A hozzárendelési szabály:
$x \mapsto \frac{4}{5}x+2$

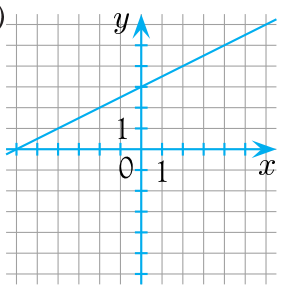
c) $P(0;2)$; $Q(2{,}5;4)$;
$R(5;6)$; $S(105;86)$;
$T(122{,}5;100)$; $Q(2510;2010)$.

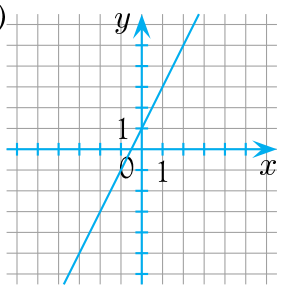
277 *a)* $a: x \mapsto \frac{1}{2}x+3$.

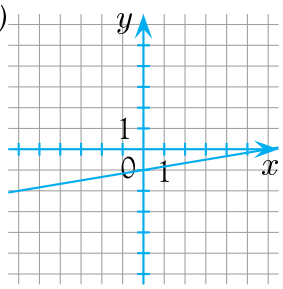
b) $b: x \mapsto 2x+1$.

c) $c: x \mapsto \frac{4-x}{2}+\frac{2x-9}{3}=\frac{x-6}{6}=\frac{1}{6}x-1$.

A három függvény grafikonja:

a) 

b) 

c) 

Számtani sorozat

278 Számtani sorozat:

a) 1; 3; 5; 7; 9; ...

b) 10; 10; 10; 10; 10; ...

c) 12; 9; 6; 3; 0; ...

Nem számtani sorozat például:

2; 3; 5; 7; 11; ... (prímszámok)

0; 10; 10; 10; 0; ...

12; 9; 6; 3; 6; ...

279 Számtani sorozatok:

b) $-45;\ -55;\ -65;\ -75;\ -85;\ -95;\ \ldots$

c) $\frac{7}{4};\ \frac{13}{4};\ \frac{19}{4};\ \frac{25}{4};\ \frac{31}{4};\ \frac{37}{4};\ \ldots$

e) $-\frac{9}{7};\ -\frac{4}{7};\ \frac{1}{7};\ \frac{6}{7};\ \frac{11}{7};\ \frac{16}{7};\ \ldots$

280 *a)* 12; 30; 48; ...

b) 12; 24; 36; 48; ...

c) 12; 21; 30; 39; 48; ...

d) 12; 15,6; 19,2; 22,8; 26,4; 30; 33,6; 37,2; 40,8; 44,4; 48; ...

281

a_1	a_2	a_3	a_5	a_8	d	a_n
$-\frac{11}{12}$	$-\frac{1}{12}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{29}{12}$	$\frac{59}{12}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{10}{12}n-\frac{21}{12}$
11	18	25	39	60	7	$7n+4$
11	21	41	51	81	10	$10n+1$
0	0	0	0	0	0	0
62	53	44	26	-1	-9	$71-9n$

282 Az első és a harmadik tag egyenlő távolságra kell, hogy legyen a második tagtól, így végtelen sok megoldás van, például: $-3;\ 2;\ 7;\ \ldots$

283 Nem lehet egyetlen tagot sem egyértelműen meghatározni. A $2a_1 + 3d = 7$ egyenlet bármely megoldása jó, például: $2;\ 3;\ 4;\ 5;\ \ldots$ vagy: $-1;\ 2;\ 5;\ 8;\ \ldots$

284 Számtani sorozatot határoz meg:

a) $a_n = n - 1$; $a_1 = 0;\ a_2 = 1;\ a_3 = 2;\ \ldots;\ d = 1.$

b) $a_n = 2n + 1$; $a_1 = 3;\ a_2 = 5;\ a_3 = 7;\ \ldots;\ d = 2.$

e) $n \mapsto a_n = \frac{1}{2}n + 4$; $a_1 = 4{,}5;\ a_2 = 5;\ a_3 = 5{,}5;\ \ldots;\ d = 0{,}5.$

285 *a)* Végtelen sok megoldás lehet, például: $a_1 = 10$, $d = 3$.

b) Végtelen sok megoldás lehet, például: $a_1 = 9$, $d = -3$.

c) Ilyen számtani sorozat nem létezik.

d) Végtelen sok megoldás lehet, például: $a_1 = 0{,}5$, $d = 3$.

286 A számtani sorozatok hozzárendelési szabályai:

a) $n \mapsto 2n$; $a_1 = 2;\ d = 2.$

b) Nem számtani sorozat.

c) $n \mapsto -\frac{1}{3}n + 9$; $a_1 = \frac{26}{3};\ d = -\frac{1}{3}.$

d) $n \mapsto n - 6$; $a_1 = -5;\ d = 1.$

e) $n \mapsto 5$; $a_1 = 5;\ d = 0.$

f) Nem számtani sorozat.

287 Három megoldás van:

Az x a legnagyobb: $55;\ 66;\ 77;\ \ldots$

Az x a középső szám: $55;\ 60{,}5;\ 66;\ \ldots$

Az x a legkisebb szám: $44;\ 55;\ 66;\ \ldots$

288 A középső tag a $435 : 5 = 87$. A differencia: $(103 - 87) : 2 = 8$.

A keresett számok: $71;\ 79;\ 87;\ 95;\ 103$. Nincs több megoldás.

289 Csoportosítsuk a számokat a lehetséges differencia értéke szerint:

Ha $d = 1$, akkor: 123; 234; 345; 456; 567; 678; 789, 7 db szám.

Ha $d = 2$, akkor: 135; 246; 357; 468; 579, 5 db szám.

Ha $d = 3$, akkor: 147; 258; 369, 3 db szám.

Ha $d = 4$, akkor: 159, 1 db szám.

Több megoldás nincs, tehát 16 darab háromjegyű szám felel meg a feltételeknek.

290 A téglatest térfogata az egy csúcsba futó élek hosszának szorzata.

315 prímfelbontása: $3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, ezért a téglatest élei: 5 cm, 7 cm, 9 cm.

A test felszíne: 286 cm^2.

291 A szorzat: $2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5 \cdot 2^6 \cdot 2^7 \cdot 2^8 \cdot 2^9 \cdot 2^{10} = 2^{1+2+3+4+5+6+7+8+9+10} = 2^{55} \approx 3{,}6 \cdot 10^{16}$.

292 A megtakarítás napi összege számtani sorozatot alkot: $a_1 = 10$; $d = 10$; $a_{365} = 3650$.

A napi megtakarítások összege: $\frac{10 + 3650}{2} \cdot 365 = 667\,950$ Ft.

8. Geometriai számítások, szerkesztések, bizonyítások

A paralelogramma és a háromszög területe

293 *a)* 276 cm^2; *b)* 1536 mm^2; *c)* 7,92 dm^2; *d)* 280 cm^2.

e) Ezekből az adatokból nem kiszámítható.

f) Ezekből az adatokból nem kiszámítható.

294 *a)* 476 cm^2; *b)* 5,16 cm^2;

c) 555 cm^2; *d)* Ezekből az adatokból nem kiszámítható.

295 *a)* Nem változik; *b)* kilencszeresére nő;

c) kétharmadszorosára csökken.

296 16 cm^2.

297 68 cm^2.

298 *a)* 20 cm^2; *b)* $\frac{10}{3}$ cm.

299 *a)* 30 cm; *b)* 30 cm^2.

300 $\approx$ 22,7 cm.

A trapéz területe

301 *a)* 198 cm^2; *b)* 336 dm^2; *c)* 915 cm^2; *d)* 1053 cm^2.

302 288 m^2.

303 $\approx$ 2,8 m^2.

304 *a)* 54; *b)* 15; *c)* 7; *d)* 20.

305 *a)* 41,5; *b)* 40,5.

306 24 m.

307 10 cm.

308 a = 4, 11, 46, 95 esetén rendre m = 14, 7, 2, 1.

Szögpárok

309 *a)* váltó: N, X, W, Z, csúcs: X; egyállású: E, F.

310 Igaz: a, d.

311 125° 17′.

312 29° 3′ 36″, 150° 56′ 24″.

313 *a)* Csúcs; *b)* mellék; *c)* merőleges szárú; *d)* merőleges szárú.

314 A 9-szeresét.

315 $\alpha < \beta < \gamma$ vagy $\beta < \alpha < \gamma$.

316 Pót.

317 168° 45′.

A kör kerülete

318 *a)* $\approx$ 78,5 cm; *b)* $\approx$ 15,1 cm; *c)* $\approx$ 589 m; *d)* $\approx$ 176 cm.

319 *a)* $\approx$ 44 cm; *b)* $\approx$ 17 m; *c)* $\approx$ 18,2 dm; *d)* $\approx$ 3,9 km.

320 *a)* $\approx$ 9,9 cm; *b)* $\approx$ 15,6 cm; *c)* $\approx$ 3,2 cm; *d)* $\approx$ 23,4 cm.

321 15 920-at.

322 $\approx$ 12,6 m.

323 *a)* 625 m; *b)* kb. 99,5 m.

324 folytonos vonal: 871 m, pontozott vonal: 914 m, szaggatott vonal 1000 m.

325 Egyenlő.

326 Egyenlő.

A kör területe

327 *a)* $\approx 1134\ \text{cm}^2$; *b)* $\approx 483\ \text{dm}^2$; *c)* $\approx 20\ \text{m}^2$;

d) $\approx 16\,742\ \text{cm}^2$.

328 *a)* $\approx 23\,235\ \text{cm}^2$; *b)* $\approx 102\ \text{dm}^2$; *c)* $\approx 2043\ \text{mm}^2$;

d) $\approx 0{,}0123\ \text{km}^2$.

329 *a)* 8 és 9; *b)* 125 és 126; *c)* 1 és 2; *d)* 1546 és 1547.

330 $k \approx 34{,}3$ cm; $t \approx 42{,}4$ cm.

331 $r = 2$.

332 A háromlukú 42,4 cm-rel.

333 *a)* A festett kb. $36{,}5\ \text{cm}^2$-rel; *b)* a festett kb. $11{,}4\ \text{cm}^2$;

c) a festett kb. $11{,}4\ \text{cm}^2$; *d)* a fehér kb. $12{,}6\ \text{cm}^2$.

334 $120\ \text{cm}^2$.

Szerkesztések

335 A szerkesztés megengedett lépéseit használd!

336 A szerkesztés megengedett lépéseit használd!

337 A szerkesztés megengedett lépéseit használd!

338 A szerkesztés megengedett lépéseit használd!

339 Szerkesztendő 2 cm-es átfogóval és 1,5 cm-es befogóval derékszögű háromszög.

340 Szerkesztendő háromszög 2,5 cm és 4 cm oldallal, a közbezárt szög 75°.

341 *a)* Szerkesztendő paralelogramma: $a + c$, b és α segítségével;

b) Az a két végére másolandó a két szög, majd a-val párhuzamos szerkesztése m_a távolságra.

c) ilyen trapéz nem létezik.

342 Szerkesztendő a k oldallal mint alappal és a rajta fekvő 30°-os szöggel egyenlő szárú háromszög.

343 Szerkesztendő a k oldallal és a rajta fekvő $\frac{\alpha}{2}$ és a $\frac{\beta}{2}$ szöggel háromszög.

Háromszögekkel kapcsolatos fogalmak, tételek I.

344 Igen, a háromszög-egyenlőtlenség miatt.

345 Háromszög-egyenlőtlenség.

346 Háromszög-egyenlőtlenség.

347 Tükrözz a felezőpontra, és alkalmazd az egyik háromszög-egyenlőtlenséget!

348 Ha kettő is lenne, akkor a harmadik nagyobb lenne mint 180°.

349 Ha kettőnél kevesebb lenne, akkor két külső szög összegének 180°-nál nagyobbnak kellene lenni.

350 Váltószögek.

351 A belső szögek összege 180°.

352 *a)* $\gamma = 90^\circ$, $\alpha' = 138^\circ$, $\beta' = 132^\circ$, $\gamma' = 90^\circ$;

b) $\beta = 68^\circ$, $\alpha' = 131^\circ$, $\beta' = 112^\circ$, $\gamma' = 117^\circ$;

c) $\alpha = 82^\circ$, $\gamma = 61^\circ$, $\beta' = 143^\circ$, $\gamma' = 119^\circ$;

d) $\beta = 58^\circ\ 18'$, $\gamma = 93^\circ\ 9'$, $\alpha' = 151^\circ\ 27'$, $\gamma' = 86^\circ\ 51'$;

e) $\alpha = 68^\circ\ 49'$, $\beta = 53^\circ\ 33'$, $\gamma = 57^\circ\ 38'$, $\beta' = 126^\circ\ 27'$.

Háromszögekkel kapcsolatos fogalmak, tételek II.

353 Kb. 0,9 cm.

354 129°, 112°, 119°.

355 A köré írt kör megrajzolása után az adott oldal mint húr felvehető.

356 A köré írt kör megrajzolása után az alap mint húr felvehető.

357 A köré írt kör és a szár megrajzolása után tükrözés.

358 Igaz: 3, 4, 5, 6, 11, 12. Hamis: 7. Van olyan háromszög, amelyre igaz: 1, 2, 8, 9, 10, 13.

Háromszögekkel kapcsolatos fogalmak, tételek III.

359 30 cm.

360 2 cm.

361 2,4 km.

362 102°, 122°, 136°.

363 A három magasságvonal három oldalfelező egyenes lesz.

364 Az FTC háromszög szerkeszthető.

Négyszögek

365 *a)* $\delta = 76°$, $\alpha' = 88°$, $\beta' = 97°$, $\gamma' = 71°$, $\delta' = 104°$;

b) $\beta = 82{,}9°$, $\gamma = 110{,}3°$, $\delta = 93°$, $\alpha' = 106{,}2°$, $\gamma' = 69{,}7°$.

366 *a)* például 30°; 30°; 142°; 158°.

b) például 62°; 62°; 62°; 174°.

367 Igen.

368 77° 14′, 102° 46′.

369 *a)* Igen; *b)* igen; *c)* nem; *d)* nem; *e)* nem; *f)* nem.

370 Párhuzamos vagy egybeesik.

371 *a)* Igen; *b)* igen; *c)* igen; *d)* nem.

372 $AB = CD = 6$ cm, a BC és AD hosszát nem tudjuk megmondani.

373 *a)* Középvonal; *b)* trapéz;

c) ABC háromszögben AE, ACD háromszögben AF súlyvonal; *d)* 4 : 9.

Sokszögek

374 19. **375** 27. **376** 344. **377** 104.

378 *a)* 8; *b)* 4.

379 *a)* 502; *b)* ilyen sokszög nem létezik.

380 275. **381** 3780. **382** 26. **383** 73.

384 Igen, a 17 szögnek.

385 *a)* 3, 4; *b)* 5; *c)* 6, 7, ...

386 5 db 67°-os, 1 db 25°-os. **387** $\alpha + \beta + \gamma = 180° + \delta'$.

Hasábok

388 *a)* 8; *b)* 10; *c)* 2; *d)* 33; *e)* 208; *f)* 181;
g) ilyen hasáb nem létezik; *h)* 1, 2, 3, 4.

389 *a)* 1008 cm^2, 1596 cm^2, 3528 cm^3;

b) 1104 cm^2, 1962 cm^2, 5148 cm^3;

c) 576 cm^2, 840 cm^2, 1584 cm^3.

390 $\approx 0{,}55\ m^2$.

391 A térfogat megegyezik. Nem lehet teljesen megtölteni a dobozt.

392 1280 m^3. **393** kb. 10 kg. **394** 600 km^2. **395** 418,6 millió.

Hengerek

396 *a)* $\approx 126{,}7\ cm^2$, $\approx 108{,}4\ cm^3$; *b)* $\approx 59{,}3\ cm^2$, $\approx 29{,}9\ cm^3$.

397 $\approx 21{,}7$ cm. **398** 5 db.

399 $\approx 2575{,}8\ cm^3$, $\approx 2121{,}2\ cm^3$. **400** Igaz.

401 Kb. 118 dkg. **402** Kb. 2 cm. **403** $b : a$.

9. Valószínűség-számítás

Kísérlet, elemi esemény, gyakoriság

404 Az elemi események száma:

– a színek szerint: $4 \cdot 4 = 16$ különböző lehetőség van,

– a figurák szerint: $8 \cdot 8 = 64$ különböző lehetőség van,

– a színek és figurák szerint: $32 \cdot 31 = 992$ különböző lehetőség van.

405 Dobásként a 4 a következő három elemi esemény valamelyikeként fordulhat elő: $4 = 1 + 3 = 2 + 2 = 3 + 1$.

Dobásként a 7 a következő hat elemi esemény valamelyikeként fordulhat elő: $7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4 = 4 + 3 = 5 + 2 = 6 + 1$.

406 A nemek szerinti kiválasztás esetén: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ elemi esemény valamelyikét kaphatjuk.

A nevek szerinti kiválasztás esetén: $16 \cdot 15 \cdot 14 = 3360$ elemi esemény valamelyikét kaphatjuk.

407 A kísérlet során feltehetőleg az fordul elő gyakrabban, hogy különböző színű lapokat húzunk. Hiszen egy laphoz kevesebb ugyanolyan színű lap van, mint másmilyen színű.

408 Bármely kétjegyű szám megkapható, amelyben nincs nulla. Összesen $9 \cdot 8 = 72$ különböző kimenetele lehet a húzásoknak.

409 Összesen $9 \cdot 9 = 81$ különböző kimenetele lehet a húzásoknak.

410 Az érmék 10-es dobássorozatának $2^{10} = 1024$ különböző sorozatai állhatnak elő.

411 Várhatóan a dobások körülbelül $\frac{2}{3}$ része lesz piros.

412 Várhatóan a dobások körülbelül $\frac{5}{6}$ része lesz piros.

413 A színezések valószínűleg:

a) Zöld: 6, piros: 4, kék: 1, sárga: 1. *b)* Zöld: 3, piros: 3, kék: 2, sárga: 4.

c) Zöld: 2, piros: 3, kék: 6, sárga: 1. *d)* Zöld: 1, piros: 8, kék: 1, sárga: 2.

Relatív gyakoriság, valószínűség

414 – 3 kísérletből 1-szer fordult elő: $\frac{1}{3}$.

– 1000 kísérletből 999-szer fordult elő: $\frac{999}{1000}$.

– 100 kísérletből 47-szer fordult elő: $\frac{47}{100}$.

– 50 kísérletből 22-szer fordult elő: $\frac{22}{50}$.

415 *a)* A B esemény bekövetkezése valószínűbb, mert $\frac{41}{80} > \frac{9}{80}$.

b) A B esemény bekövetkezése valószínűbb, mert $\frac{41}{100} > \frac{19}{80}$.

c) A B esemény bekövetkezése valószínűbb, mert $\frac{150}{300} > \frac{23}{500}$.

416 A gyakorisági értékek: $\frac{100}{600}$; $\frac{200}{600}$; $\frac{300}{600}$.

417 A gyakorisági értékek: $\frac{100}{500}$; $\frac{350}{500}$; $\frac{50}{500}$.

418 Nem biztos Kati győzelme, de rá lenne okosabb fogadni.

419 *a)* A valószínűsége: 1. *b)* A valószínűsége: 0.

c) A valószínűsége: $\frac{1}{3}$. *d)* A valószínűsége: 0.

420 A játék Robinak kedvezőbb.

421 Valószínűbb két kockával 2-t dobni. Mind a két esetben csupa egyest kell dobnunk.

Három kocka esetén lehet, hogy két 1-est dobunk, de a harmadik szám 6-féle lehet, ezek közül csak egy a megfelelő.

422 Peti $\frac{1}{4}$ valószínűséggel nem felel.

423 *a)* Hamis. *b)* Hamis. *c)* Igaz. *d)* Hamis.

Középiskolába készülünk

Egyenlettel megoldható feladatok

424 437.

425 2022.

426 Hétfejű 111, háromfejű 665.

427 16 582 cm^2.

428 13 547 cm^3.

429 Már soha. Ezelőtt 7 évvel volt ez az állapot.

430 2223.

431 *a)* A lehetséges megoldások: -3; -5; -9; *b)* $x = 2$.

432 125 oldal.

433 Felnőttjegy 106 db, gyerekjegy 37 db.

Egy kis geometria

434 *a)* 100 cm, 616 cm^2.

b) Három eset lehet: 100 cm, 600 cm^2 vagy 100 cm, 621 cm^2 vagy 100 cm, 625 cm^2.

435 121 m^2.

436 87,2 cm.

437 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 db.

438 Körzővel szerkesszünk $ACBD$ rombuszt, amelynek CD átlója rövidebb 9 cm-nél, így az F felezőpontja megszerkeszthető, AF, illetve BF összeköthető.

439 *a)* 27; *b)* 30, 32 vagy 42.

440 67,5°.

441 36 cm.

442 117 cm^3.

443 102, 104, 106, 108, 110, 112 cm.

Számokkal kapcsolatos feladatok

444 14%-kal.

445 413. (A számláló és a nevező összege 1200.)

446 *a)* A kétjegyű szám 1002-szeresét kaptuk, ami osztható 167-tel;

b) A kétjegyű szám 1004-szeresét kaptuk, ami osztható 251-gyel.

447 *a)* 3; *b)* 2.

448 5 db: 17, 34, 51, 68 és 85.

449 977.

450 2 424 052.

451 Igen.

452 Az első szám azért nem lehet négyzetszám, mert az 5-re végződő négyzetszámok oszthatók 5-tel, de mivel négyzetszámok, ezért 25-tel is oszthatóak. Az első szám viszont nem osztható 25-tel.

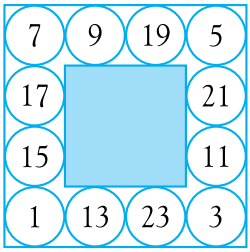
A harmadik szám azért nem lehet, mert a páros négyzetszámok 4-gyel is oszthatók, de a harmadik szám nem osztható 4-gyel.

Ezért csak a 26 762 342 464 szám marad. Ez valóban négyzetszám, mert a 163 592 négyzete.

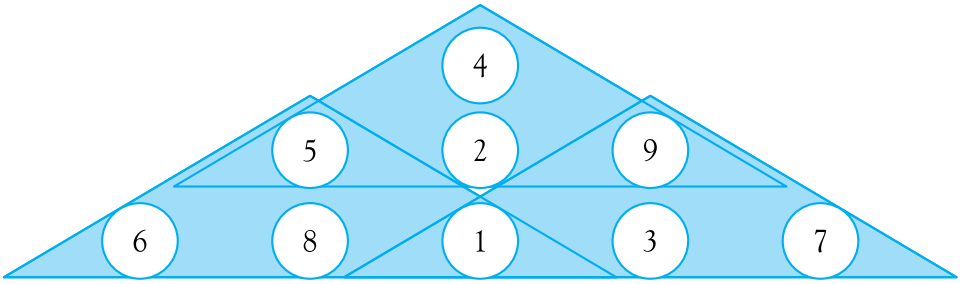
453 1.

Rejtvények számokkal és számjegyekkel

454 Egy lehetséges megoldás:

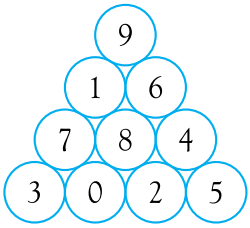


455 Egy lehetséges megoldás:



456 $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ különböző összeadást írhatunk fel.

457 A megoldás:



458 A megoldás:

3	8	2	7	9	6	4	1	5
6	9	4	1	3	5	2	8	7
7	1	5	2	8	4	3	9	6
2	6	8	5	7	9	1	3	4
1	4	3	6	2	8	7	5	9
9	5	7	4	1	3	8	6	2
5	2	6	8	4	1	9	7	3
4	3	1	9	5	7	6	2	8
8	7	9	3	6	2	5	4	1