OKTATÁSI HIVATAL

8



CSAHÓCZI ERZSÉBET – CSATÁR KATALIN – KOVÁCS CSONGORNÉ
MORVAI ÉVA – SZÉPLAKI GYÖRGYNÉ – SZEREDI ÉVA

Matematika

feladatgyűjtemény

Csahóczi Erzsébet – Csatár Katalin – Kovács Csongorné –
Érdemes Tankönyvíró Érdemes Tankönyvíró
Morvai Éva – Széplaki Györgyné – Szeredi Éva

MATEMATIKA FELADATGYŰJTEMÉNY 8.

a 8. évfolyam számára

OKTATÁSI HIVATAL

A kiadvány 2016. 03. 24-től tankönyvi engedélyt kapott a TKV/2797/2016. számú határozattal.
A kiadvány megfelel az 51/2012. (XII. 21.) EMMI-rendelet 2. sz. melléklet 2.2.03. matematika kerettanterv az általános iskola 5–8. évfolyamára megnevezésű kerettanterv előírásainak.

Szerzők: Csahóczi Erzsébet – Csatár Katalin – Kovács Csongorné – Morvai Éva – Széplaki Györgyné – Szeredi Éva

Kovács Csongorné a Tankönyvesek Országos Szövetségétől 2008-ban elnyerte az „Érdemes Tankönyvíró” kitüntető címet.
Csatár Katalin a Tankönyvesek Országos Szövetségétől 2011-ben elnyerte az „Érdemes Tankönyvíró” kitüntető címet.

Lektor: Kovács Előd, Liszkainé Papp Etelka

Felelős szerkesztő: Tótfalusi Miklós

Szerkesztő: Ackermann Rita

Az átdolgozást szerkesztette: Szelindiné Galántai Melinda

Illusztráció: Fried Katalin, Katona Kata, Létai Márton, Szalóki Dezső, Studio Exit

Fotók: 123RF Képügynökség, Cultiris Képügynökség, i-Stock

Tipográfia: Könyv Művek Bt.

© Csahóczi Erzsébet, Csatár Katalin, Kovács Csongorné, Morvai Éva, Széplaki Györgyné, Szeredi Éva, Oktatási Hivatal (Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet), 2015

A tankönyvvé nyilvánítási eljárásban kirendelt szakértők: Szentes Katalin, Zarubay Attila

ISBN 978-963-328-392-9
Oktatási Hivatal
1055 Budapest, Szalay u. 10–14.
Tel.: (+36-1) 374-2100
E-mail: tankonyv@oh.gov.hu

A kiadásért felel: Brassói Sándor mb. elnök
Raktári szám: AP-080809
Utánnyomásra előkészítette: dr. Koreczné Kazinczi Ilona
Tankönyvkiadási koordinációs osztályvezető: Horváth Zoltán Ákos
Műszaki szerkesztő: Orosz Adél
Grafikai szerkesztő: Feledi Eszter
Terjedelem: 14 (A/5) ív
A könyv tömege: 350 g
1. kiadás, 2021
Nyomdai előkészítés: Könyv Művek Bt.
Gyártás: Könyvtárellátó Nonprofit Kft.
Nyomta és kötötte az Alföldi Nyomda Zrt., Debrecen
Felelős vezető: György Géza vezérigazgató
A nyomdai megrendelés törzsszáma:

magyar nyomdatermék
NYOMDA- ÉS PAPÍRIPARI SZÖVETSÉG

Előszó

Ne vágd el azt, amit kibogozhatsz!
(Joubert, XIX. századi filozófus)

Kedves Gyerekek!

Ez a feladatgyűjtemény az Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet által a 8. évfolyam számára kiadott matematika-tankönyvhöz készült, de attól függetlenül is jól használható matematikai tudásotok elmélyítésére.

A sok egyszerű, gyakorlást segítő feladat mellett rengeteg gondolkodásra szánt feladatot is találhattok benne érdeklődéseteknek megfelelően.

A feladatgyűjtemény munkáltató jellegű feladatokat is tartalmaz, melyeket az arra kijelölt helyeken (táblázatokban, bűvös négyzetekben stb.) oldhattok meg. Páros vagy csoportmunkában megoldandó feladatokat is találtok a kötetben.

A feladatokat a könnyebb eligazodás érdekében a következő piktogramokkal láttuk el:

1. Az új ismeretek elsajátítását, megértését igénylő alapfeladat, ezt meg kell tudnotok oldani a továbbhaladáshoz.

2. Az új ismeret alkalmazását, tudásotok rögzítését, elmélyítését segítő feladat.

3. Többféle ismeret és képesség alkalmazását igénylő feladat.

4. Fejtörők, versenyfeladatok azoknak, akik további érdekes feladatokat szeretnének megoldani.

Internettel támogatott feladatok

A tankönyvnek megfelelően a feladatgyűjteményben is találhatók **Kiegészítő tananyagokhoz** kapcsolódó feladatsorok. Ezeket a matematikát magasabb óraszámban tanuló csoportoknak írtuk, és ilyen színű piktogramokkal jelöltük: **25.**

Ha szabadidőtökben is szívesen foglalkoztok matematikai feladatokkal, akkor figyelmetekbe ajánljuk az alábbi kiadványokat:

Abacus Matematikai Lapok 10–14 éveseknek (a Bolyai János Matematikai Társulat és a Matematikában Tehetséges Gyermekekért Alapítvány folyóirata)

Nemzetközi Kenguru Matematikaverseny (Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány)

Róka Sándor: *Egypercesek – Feladatok matematikából* (Tóth Könyvkereskedés)

Imreczené–Reiman–Urbán: *Fejtörő feladatok felsősöknek* (Szalay Könyvkiadó és Kereskedőház Kft.)

Eredményes tanulást kívánunk: *a szerzők és a kiadó*

Algebrai kifejezések

Behelyettesítés, műveletek sorrendje, képletek jelentése

1. Írd le a kifejezéseket úgy, hogy tedd ki pirossal a láthatatlan szorzásjeleket!

a) $z(3x+4y)$ *b)* $2x^2+5y^2+10xy$ *c)* $(5a-2b)(5a+2b)$

d) efg^2-2g *e)* $(8a^2b^2-10a)(a-b)$ *f)* $(a+b)(2a-1)$

2. Mennyi a kifejezés értéke, ha $x=5$, és mennyi, ha $x=-5$?

a) $4x-20$ *b)* $x-x^2-20$ *c)* $\dfrac{x-x^2}{20}$ *d)* $(x-x^2)\cdot 0{,}05$

e) $x-(2x-5)$ *f)* $x(2x-5)$ *g)* $2x^2-5x$ *h)* $\dfrac{5(5x+5)}{x}$

3. Mennyi a kifejezés értéke, ha $a=3$, és mennyi, ha $a=-3$?

a) $2a+a^2$ *b)* $a^3\cdot a^2\cdot a^7$ *c)* $10a^3-a^2$

d) $\dfrac{2a^4}{4a^2}$ *e)* $(3a^2)^3$ *f)* $\dfrac{4a^3\cdot a^5}{a^2-a}$

4. Melyik összeg, melyik szorzat?

a) $7xy-8xz$ *b)* $5a^2b+2$ *c)* $(2x-3)(5x+4)$

d) $5^6\cdot l^2$ *e)* $(a+b)^3$ *f)* $5x(2xy-1)+6$

g) $5x+3(4xy+6)$ *h)* $fg(f+g)$ *i)* $3pr+7pr$

Összefüggések megfogalmazása az algebra nyelvén

5. Egy új lakóparkban a lakások ára négyzetméterenként x forint volt.

a) Mennyibe került a Tóth család 68 m^2-es lakása?

b) Mennyibe került Szabóék y m^2 területű lakása?

c) Kovácsék lakása 10 m^2-rel nagyobb, mint Szabóéké. Mennyibe került Kovácsék lakása?

d) Nagyék lakása z millió forinttal drágább volt, mint Szabóéké. Mennyibe került Nagyék lakása?

6. Legyen a és b két tetszőleges szám. Írj képletet, amely megadja

a) a két szám szorzatát,

b) a két szám összegének a hatszorosát,

c) a számok hatszorosának az összegét,

d) a számok különbségének az ötödét,

e) a számok összegének és különbségének a szorzatát,

f) a számok összegénél c számmal nagyobb számot!

7. A feladat kérdéseire egy-egy képlettel válaszolj! A 8. a osztályba p gyerek jár. A tanulók $\frac{2}{3}$ része lány. A 8. b osztály létszáma q. A b osztályba c-vel több fiú jár, mint az a osztályba.
Hány fiú és hány lány jár ezekbe az osztályokba?

	Fiúk	Lányok
8. a		
8. b		

8. Az x és az y tetszőleges racionális számok. Írd fel

a) négyzetük összegét, *b)* összegük négyzetét, *c)* az x négyzetének a reciprokát,
d) hányadosuk négyzetét, *e)* négyzetük hányadosát!

9. Az a és a b tetszőleges racionális számok. Írd fel

a) négyzetük különbségének a harmadrészét, *b)* reciprok értékük négyzetének az összegét,
c) az összegük reciprok értékének a négyzetét, *d)* négyzetük ellentettjének az összegét,
e) az a négyzete reciprokának és a b ellentettje négyzetének összegét!

10. Károly fizetése f forint. Péter, Károly öccse, ennek 80%-át keresi. Írj képletet, ami megadja azt, hogy

a) mennyi Péter fizetése, *b)* mennyivel több Károly fizetése, mint Péteré,
c) hányszorosa Károly fizetése Péterének, *d)* mennyi az együttes fizetésük,
e) hány százaléka Károly fizetése Péterének!



11. Minden kérdésre egy képlettel válaszolj!

a) Múlt héten Éva x kg-ot fogyott. Ezen a héten 10 dkg-mal többet. Mennyit fogyott két hét alatt összesen?

b) Éva a fogyókúra kezdetekor e kilogramm volt. A zöldségkúra végére 12%-kal könnyebb lett. Mennyit mutat a mérleg a kúra végén?

c) Andinak híznia kellett. Minden héten a dkg-ot sikerült felszednie. Hány hét alatt hízott 8 kg-ot?

12. Ha egy háromjegyű szám számjegyei a, b és c, akkor a szám értékét így írhatjuk fel: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$.
Fordítsd le az algebra nyelvére a következő szöveget, vagyis írd fel képlettel a szövegekben szereplő háromjegyű számok értékét!

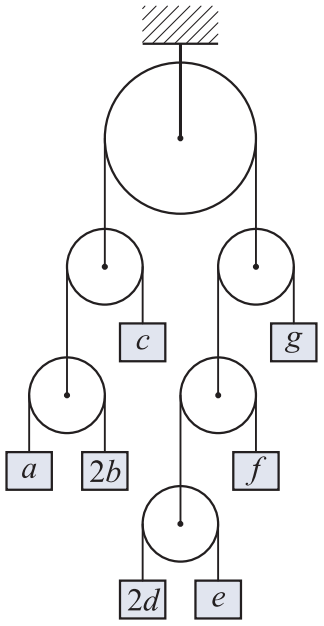
a) A háromjegyű számban az egyesek és a százasok helyén álló számjegyek összege éppen a tízesek számát adja.

b) Ebben a háromjegyű számban a tízesek száma kétszerese a százasok számának, és 7-tel több az egyesek számánál.

c) Egy háromjegyű szám középső jegye 5, és az első jegye éppen annyival több a középsőnél, mint amennyivel az utolsó jegye kevesebb a középsőnél.

d) A háromjegyű szám első jegye a, a második jegye 8, a jegyeinek összege pedig összesen $2a$.

13. A rendszer egyensúlyban van. A csigákra felfüggesztett testek tömegét jelölik a betűk.



a) Eláruljuk, hogy $d = 5$ kg. Hány kilogramm a többi test?

b) Írd a tömegeket növekedő sorba!

c) Igazak-e az alábbi állítások?

$c = 4b$ $\quad \frac{e}{2} = d$ $\quad f = 4d$ $\quad a = 4d$ $\quad 2b = 2d + e$ $\quad 2d = b$

d) Gyűjts igaz egyenlőségeket!

e) Határozd meg egy-egy tömegről, mi a kapcsolata a többivel! Például: $a = 2b$, $b = \frac{a}{2}$, $c = g$, $c = 4b$.

Pótold a keretekből hiányzó számokat, és írj magad is újabb egyenlőségeket!

$b = \square \cdot f$, $b = \square \cdot g$, $b = \square \cdot e$

Egytagú és többtagú algebrai kifejezések

14. Írd le az alábbi kifejezések mindegyikének az együtthatóját! Válaszd ki az egynemű kifejezéseket!

$\frac{ab}{5}$ $\quad -a^2b$ $\quad \frac{a \cdot 108}{0{,}1}$ $\quad 5a \cdot 2b \cdot a$ $\quad \frac{7ab}{2}$ $\quad 0{,}6a\frac{b}{3}$

$-\frac{a^2}{3}$ $\quad \frac{(-a)(-2b)}{2}$ $\quad 5a \cdot \frac{b}{7}$ $\quad \frac{b}{2} \cdot \frac{a}{3} \cdot 6a$ $\quad \left(\frac{3a}{2}\right)^2$

15. Vond össze az egynemű tagokat!

a) $2x + 3y^2 - 5x - 1$

b) $5xy + 5x^2 - 3xy + 4x + 7y^2$

c) $3x^2 + 3x + 3 + 5x - x^2 - 2x^2$

d) $2y + 7y^2 + 5y - 4y^2 - 3y^2 - 3$

16. Határozd meg a és b összegét és különbségét!

$a = 5x^2 - 2x - 1$ és $b = 3x^2 - 7x + 5$

17. Írd fel $-2a^2 + ab - 2{,}5$ és $-4a^2 - 5b + 7$ összegét és különbségét!

18. Az azonosság mindkét oldalán egy vagy több tagot elrejtettünk. Pótold a hiányzó tagokat! Többféle megoldás is lehetséges.

a) $3a + 2ab + \square = 5a + 2ab - \square$

b) $3x^2 + xy - \square = x^2 + xy - \square$

c) $6y^2 + 5y + \square = 3y^2 + y + \square + 4y + 5$

19. Az azonosság mindkét oldalán egy vagy több tagot elrejtettünk. Pótold a hiányzó tagokat! Többféle megoldás is lehetséges.

a) $2bc + \square + 3b^2c^2 - 7bc = 5b^2c^2 - \square$

b) $2x^2 + 2y + 7x^2 + \square = \square + 2y + 5$

c) $2a - 3b + 5a^2 + \square = 2a^2 + 6b + 1 - \square$

d) $3a^2 + 3b + 2a + \square = 4a^2 + b + 2a + \square$

e) $12ab - \square + 2a^2 = 6ab + a^2 + \square$

20. Színezd egyformán az azonos kifejezéseket!

O: $6 - \frac{3}{2} \cdot (-2a)$	Á: $(-3) \cdot (-2 - a)$	E: $3a - 6$	B: $9a - 6(a + 1)$	J: $-2a + 2b$
É: $2(a - b)$	T: $3(b - a) - (b - a)$	L: $-3 \cdot (2 - a)$	T: $-(2a - 8 + 2a) - (a + 2) + 8a$	
Ö: $2(b - a)$	B: $4a - (a + 6)$	N: $3a + 6$	N: $2a - 2b$	T: $a + b - (3a - b)$
Ő: $7a + 2 - (4a + 8)$	A: $3(a + 2)$	B: $7a - 2b - (4a - b - 6) + b$		
E: $-2b + 2a - 4(a - b)$	M: $8b - (3b + a) \cdot 2$	C: $10a - (-6 + 7a)$	S: $3 \cdot (2a + 2) - 3a$	

Plusz egy vicc



Kinyílik a szülőszoba ajtaja és a nővér odaszól egy izgatottan várakozó férfinak.
– Megszületett a fia! Három és fél kiló.
Erre egy szintén ott ülő férfi idegesen felugrik.

– ..... !

A vicc poénját kitalálhatod, ha az azonos kifejezéseket egyformán színezed, majd az egyforma színű betűkből értelmes szavakat készítesz.

21. Végezd el a lehetséges összevonásokat!

a) $ab + 3 + a^2b - ab - 8$

b) $xy^2 - y^2 + 5y^2x + 2y^2 + 2xyx$

c) $6(x+3) - 8(x+3) - 3(x+3)$

d) $\frac{x^2}{2} - \frac{x^2}{3} + x^2 - \frac{5x^2}{6}$

e) $xy + x + y + \frac{xy}{5} - 4x - \frac{y}{3}$

f) $5abc + 4ab + 2ac - 7abc - ac - 5db$

g) $2 - \frac{b}{2} + \frac{b^2}{2} + 2 + \frac{b}{4} - \frac{3b^2}{2} + \frac{3}{4}b$

h) $a^2 - b^2 + \frac{a^2}{4} - \frac{a}{2a} + \frac{3b^2}{2} + \frac{5a}{2}$

i) $-3k \cdot l^3 + 6l \cdot 2k \cdot 2l^2 - 3k \cdot l^2 + 2k \cdot 5l^2$

j) $-6m^3 + 4n^2 + \frac{nm}{5} - n \cdot 4n + 12m^2 \cdot \frac{m}{2}$

k) $e^4 - 2e^3 + e^2 - 3e^4 - 10e^2 + 2e^3$

l) $-\frac{1}{2}cd + \frac{1}{2}cdc + c^2d + 0{,}5cd$

22. Indulj ki az $\frac{a}{b}$ számból! Színezd egyformán azokat a műveletsorokat, amelyek ugyanarra az eredményre vezetnek!

$\frac{a}{b} \cdot \frac{2}{3}$ $\quad \frac{a:2}{b:2}$ $\quad \frac{a}{b} \cdot \frac{3}{2}$ $\quad \frac{a}{b} : \frac{3}{2}$ $\quad \frac{a}{2} : \frac{3}{b}$ $\quad \frac{a}{b} : \frac{2}{3}$ $\quad \frac{a \cdot 2}{b \cdot 3}$

$\frac{a}{b} \cdot 3 : 2$ $\quad \frac{a \cdot 3}{b \cdot 2}$ $\quad \frac{a \cdot b}{6}$ $\quad \frac{a:3}{b:2}$ $\quad \frac{a}{b} \cdot 2 : 3$ $\quad \frac{a}{2} \cdot \frac{3}{b}$ $\quad \frac{a}{2} : \frac{3}{b}$

23. Kösd össze a bekeretezett kifejezéssel azokat, amelyek egyenlők vele!

$15 \cdot \frac{a}{b}$-nek a 25%-a

$\frac{a}{4} : \frac{b}{15}$

$\frac{a}{b}$-nek a $\frac{15}{4}$ része

$\frac{a}{15} \cdot \frac{4}{b}$

$\frac{a}{b} \cdot \frac{15}{4}$

$\frac{a}{b}$-nek a 375%-a

$a : b : 4 \cdot 15$

$\frac{1}{\frac{b}{a} \cdot \frac{4}{15}}$

24. Hozd egyszerűbb alakra!

a) $x^2 + (2 - 3x - 5x^2) - (x^2 - 7)$

b) $a - b - (a - b) - (2a - b)$

c) $-(8 + 7x) - (-3 + 5x)$

d) $5(x - 3) - (5x - 15)$

25. Hozd egyszerűbb alakra!

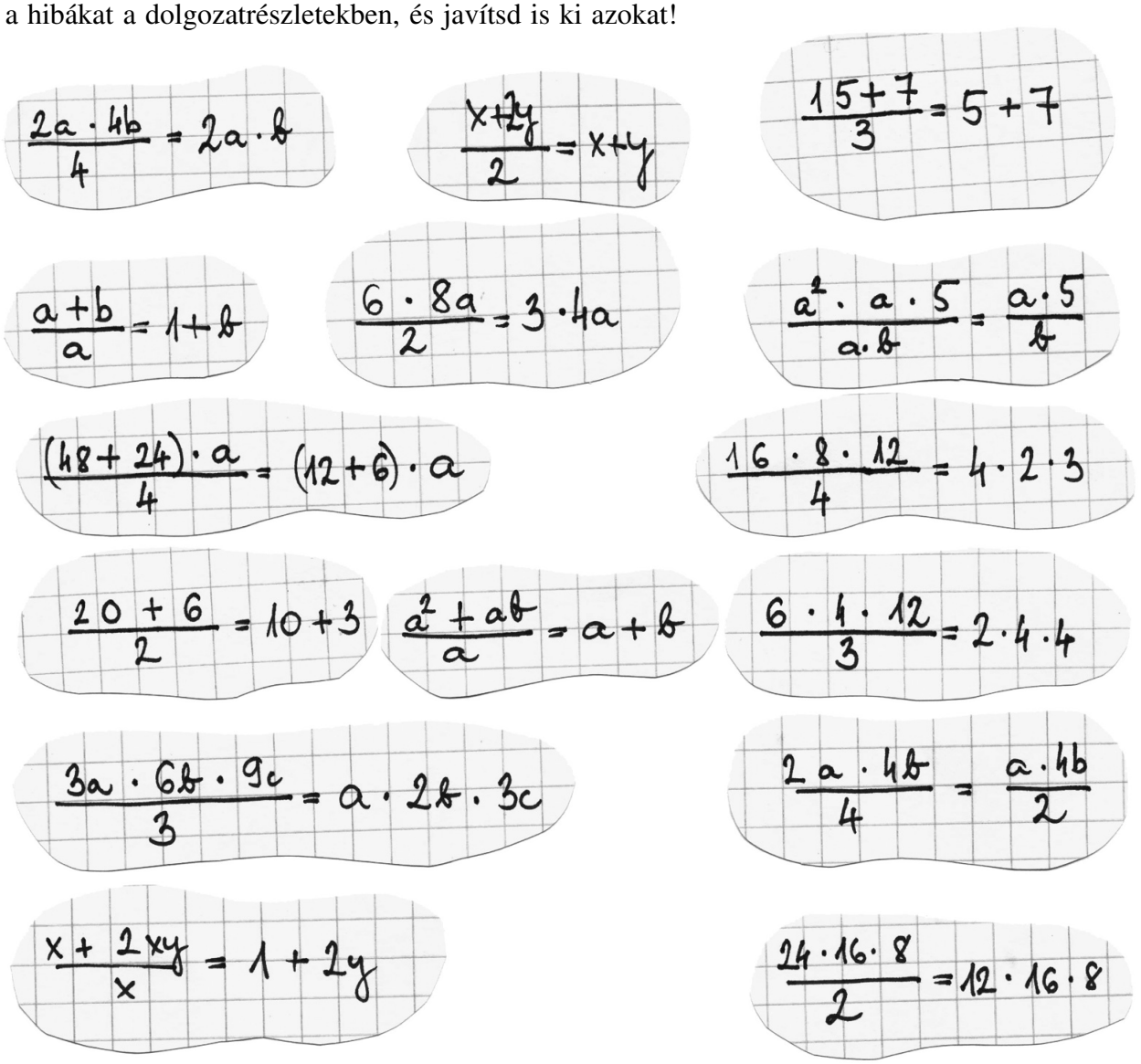
a) $3 - (x - 1) + (-4 + 3 - 2x)$

b) $(2x + 3) \cdot x - 2x^2$

c) $\left(-\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4}x$

d) $-0{,}5x - \left(x - \frac{5}{2} + \frac{3}{4} + 1{,}5x - x\right)$

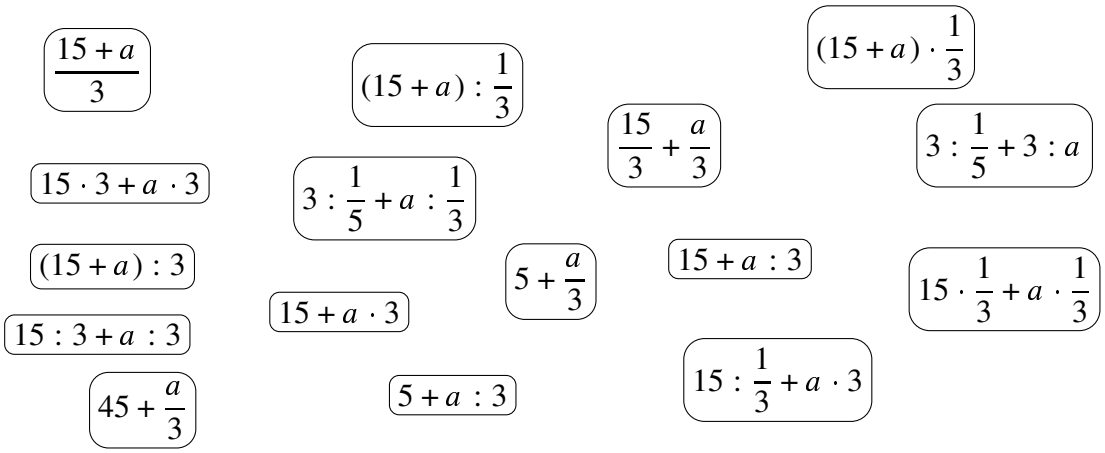
26. A matematikadolgozatban a törtek egyszerűsítésekor a gyerekek sokszor hibáztak. Keresd meg a hibákat a dolgozatrészletekben, és javítsd is ki azokat!



27. A hagyományos dominóhoz hasonlóan készíts láncot! Azokat illesztheted össze, amelyek biztosan egyenlő értékűek, bármilyen számot írunk a, illetve b változók helyébe.

a^2+1	$(a-b) \cdot 3$	$\frac{2a-8}{2}$	$3-a$	$\frac{2a+3}{2}$	$a^2-a \cdot a$
$5ab$	$a(a-2)$	$2a-(a+a)$	$a-4$	$2a-1$	$a-(2a-3)$
$4-(3-a^2)$	$a+1{,}5$	a^2-2a	$\frac{6a-3}{3}$	$3a-3b$	$\frac{10ab}{2}$

28. Színezd azonos színűre az egyenlőket!



29. Oldd meg az egyenleteket!

a) $-(6x+22-8x)=-90$

b) $(8-3x)-(3x+20)=12$

c) $(8+7x)-(3+5x)=-15$

d) $-(-66+4x)-(-88-2x)=-46$

30. Az alábbiak közül melyek azok a kifejezések, amelyeknél

a) pozitív, *b)* negatív, *c)* nulla is lehet a helyettesítési érték?

A) a^2+b^2 *B)* a^2-b^2 *C)* $-a^2b^2$

D) a^2+1 *E)* a^3+1 *F)* $-a^2-1$

G) $a^2+b^2+c^2$ *H)* a^2-a^4 *I)* $2a^2-3a^2$

31. Oldd meg az egyenleteket!

a) $\frac{x}{2}+25=3x-12{,}5$

b) $\frac{2x}{3}-12\cdot\frac{x}{4}-\frac{4x}{12}=3-2x$

c) $\frac{2x}{3}-\frac{x}{6}=\frac{x}{4}+1$

d) $\frac{2x}{3}-\frac{x}{6}=\frac{x}{2}+1$

e) $5\cdot\frac{x}{3}-12\cdot\frac{x}{4}-\frac{4x}{12}=3-2x$

f) $\frac{4x}{3}-\frac{1}{15}\cdot 3x+\frac{7x}{20}=x+2$

g) $3x-\left(\frac{1}{2}x-5\right)=5-\left(\frac{1}{2}x-5\right)$

h) $\frac{3}{4}x+\frac{1}{8}x+\frac{1}{2}x=x-2$

i) $2x+2-\left(3+\frac{x}{3}\right)=x+1+\left(3-\frac{x}{3}\right)$

j) $\frac{x}{2}-\left(1-\frac{x}{2}\right)=2x+3$

32. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}-\frac{x}{4}=7$

b) $\frac{x}{5}+\frac{3x}{7}-\frac{x}{35}=21$

c) $\frac{3x}{2}+\frac{x}{6}-\frac{2x}{9}=13$

d) $x+\frac{2x}{3}-\frac{3x}{4}=11$

33. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $\frac{x-2}{6}=8$ *b)* $\frac{2x+5}{3}=7$ *c)* $\frac{3x+5}{7}=5$ *d)* $\frac{4x-3}{5}=13$

34. Oldd meg az egyenleteket!

a) $\frac{x-2}{3}=x+1$ *b)* $\frac{x}{2}=5x-3$ *c)* $\frac{2x+1}{2}=2x-6$

d) $\frac{3x-7}{5}=x-3$ *e)* $5+\frac{2x+1}{3}=2x$ *f)* $-6+\frac{3-x}{5}=2x-3$

g) $-x+\frac{x-3}{4}=2$ *h)* $3+\frac{5-x}{6}=x+1$

35. Oldd meg az egyenleteket!

a) $\frac{x-2}{3}=x+1$ *b)* $3+\frac{x+1}{5}=\frac{2x}{5}+2$ *c)* $\frac{2x+2}{3}-5=3x$

d) $2-\frac{x-1}{2}=x$ *e)* $3-\frac{x+2}{2}=5-x$ *f)* $\frac{2x+1}{5}-(x+3)=2$

36. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $\frac{x-2}{3}+\frac{5+4x}{5}=6$ *b)* $\frac{5x+3}{2}-4=\frac{8-3x}{4}$

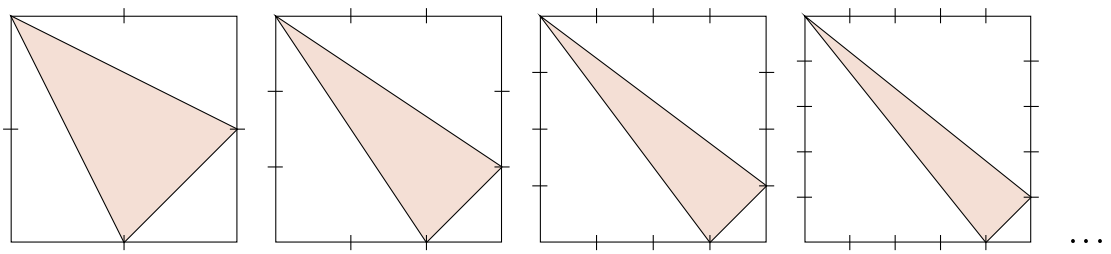
c) $y+1=\frac{5-y}{2}$ *d)* $2-\frac{1-3y}{4}=y$

37. Oldd meg az egyenleteket!

a) $12-\frac{2x-1}{5}=x+1$ *b)* $2x-\frac{1+2x}{2}=6x-\frac{5}{2}$

c) $\frac{5x-4}{3}+\frac{9-2x}{3}-\frac{x-7}{3}=8$ *d)* $\frac{11x}{2}-\frac{x-1}{3}-\frac{x+2}{6}=5$

38. A négyzet oldalait n egyenlő részre osztottuk. A négyzet területének mekkora része a színes háromszög területe? Folytasd! Keress szabályt!



$n=2$ $n=3$ $n=4$ $n=5$ ...

39. Egy szám 12-vel nagyobb a másiknál. Ha a kisebbiket elosztjuk 3-mal, a nagyobbikat pedig 6-tal, akkor az első hányados a másodiknál 2-vel nagyobb lesz. Melyek ezek a számok?

40. Két szám összege 112. Ha a kisebbiket elosztjuk 4-gyel, a nagyobbikat pedig 12-vel, a hányadosok összege 16 lesz. Melyik ez a két szám?

Számoljunk hatványokkal!

41. Írd fel hatvány alakban!

a) $b^2 \cdot b^3$ $2^8 \cdot 2^5$ $a^4 \cdot a^7$ $x \cdot x^2 \cdot x^3$ $8 \cdot 2^5$ $27 \cdot 3^4$ $x^{10} \cdot x^{90}$

b) $\frac{b^5}{b^2}$ $c^8 : c^2$ $4^{20} : 4$ $\frac{2^{10}}{4}$ $x^2 \cdot x^5 : x^6$ $\frac{a^{71}}{a^{70}}$

c) $a^4 \cdot b^4$ $2^5 \cdot p^5$ $64 \cdot x^3$ $81k^4$ $81 \cdot 25 \cdot x^2$ $125 \cdot 64 \cdot 27$

d) $\frac{10^3}{5^3}$ $\frac{a^8}{b^8}$ $\frac{16}{c^4 \cdot d^4}$ $\frac{(100a)^3}{10^3 \cdot a^3}$ $\frac{100\,000}{2^5}$ $\frac{1\,000\,000 \cdot a^6}{(2 \cdot a)^6}$

42. Írd fel minél többféleképpen hatványok szorzataként vagy hányadosaként az adott kifejezést!

Például: $a^9 = a^3 \cdot a \cdot a^5 = a \cdot a^8 = \frac{a^{18}}{a^9} = a^{10} : a = \ldots$

a^5 a^3b^4 a^{10} x^2 $(x-5)^2$ $4x^2$ $(4x)^2$

43. Írj a kifejezéssel azonosat úgy, hogy ne használj zárójeleket!

$(3a)^3$ $\left(\frac{b^2}{2}\right)^2$ $(c^3)^2$ $(2d)^3$ $(2x^2)^3$

44. Mely szám négyzete?

a) $4a^2$ *b)* $9a^4b^2$ *c)* $81a^2b^2$

d) $\frac{4}{9}x^4y^2$ *e)* $36x^6y^4$ *f)* $100x^8y^2$

45. Írd fel hatvány alakban!

a) $9 \cdot 3^5$ $8 \cdot 16^2 \cdot 2^7$ $25 \cdot 125$ $a^4 \cdot 16 \cdot 81$ $a^4 \cdot b^4 \cdot 10\,000$

b) $10 \cdot 2^3 \cdot 5^3$ $4 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 7$ $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ $a \cdot 3 \cdot a^2 \cdot 9$

c) $\frac{10^{10}}{5^9 \cdot 2^9}$ $\frac{3 \cdot 15 \cdot 5}{a \cdot (3 \cdot 5)}$ $\frac{(7x)^2}{49}$ $\frac{16a \cdot a^3}{(2a)^2}$ $\frac{125x^3}{5x}$

46. Egészítsd ki a szorzótáblákat!

a)

·	5^3	2^2	3^2
2^3			
$5^2 \cdot 3$			

b)

·	a^2	ab	b^3
a^3			
b			

c)

·	$5a$	3^2	$3ab$
$2b^2$			
$5b$			

d)

·	$\frac{3}{2}x^2$	$30y$	$-6xy$
$\frac{1}{15}$			
$\frac{xy}{6}$			

47. Építs egynemű kifejezéseket!

Minden feladatban egynemű kifejezéseket gyűjtöttünk össze, különféle alakokban. A kifejezések egy-egy részét letakartuk. Mi állhat a foltok alatt?

a) $2p\square q\square$ $\quad 3pq\cdot\square$ $\quad 2\cdot p^3\cdot q^4$ $\quad 0{,}5\cdot p^3q\cdot\square$

b) $\frac{1}{2}bc^2$ $\quad bc\cdot\frac{\square}{2}$ $\quad \square\cdot c\square$ $\quad \frac{bc^2}{\square}$

c) $3x^2y$ $\quad 2x\square y$ $\quad \square\cdot xy$

d) $\square\cdot k^5l^5$ $\quad -12\cdot k\square\cdot l^7\cdot k$ $\quad 3{,}1\cdot k^3\cdot l\square\cdot k^2$ $\quad \square\cdot kl$

48. Készíts szorzáscsaládokat! Három vagy több szám szorzáscsaládot alkot, ha közülük valamelyik a többinek a szorzata.

a) Ezekből az azonos alapú hatványokból válogass: a, a^5, a^6, a^{20}, a^9, a^7, a^{21}, a^{40}, a^{22}, a^{83}

b) Ezekből az azonos kitevőjű hatványokból válogass: 2^x, 7^x, 35^x, 14^x, 5^x, $\left(\frac{1}{5}\right)^x$, 1^x, 70^x, 10^x

c) Ezekből a hatványokból válogass: 2^5, 10^{12}, 2^3, 5^5, 2^4, 5^2, 10^5, 20^5, 100^5, 10^7

49. Fűzd láncba az egyenlőket! Mindegyik láncból megadtunk egy láncszemet. A többit a felsorolt számokból válaszd ki! Folytasd!

1000, $\quad 2^4\cdot5^7:5^3$, $\quad 1\,000\,000$, $\quad 2^3\cdot5^3$, $\quad \frac{1^3}{2^3}$, $\quad 64$, $\quad \left(\frac{1}{2}\right)^3$, $\quad 2^2\cdot5^3\cdot2$,

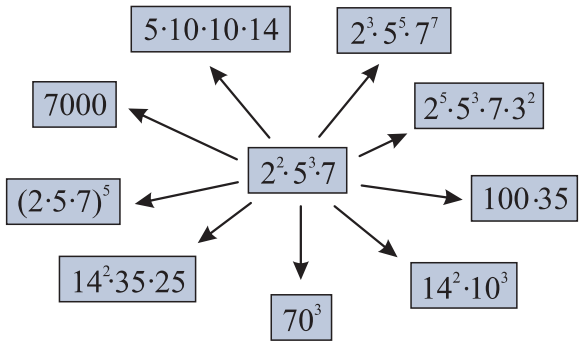
$10\,000$, $\quad 2^5\cdot2$, $\quad \frac{1}{2^2\cdot2}$, $\quad \frac{1}{32}$, $\quad 2^7$, $\quad \left(10^3\right)^2$, $\quad \frac{2^8}{2}$, $\quad (2\cdot5)^6$, $\quad \frac{10^4}{10^6}$,

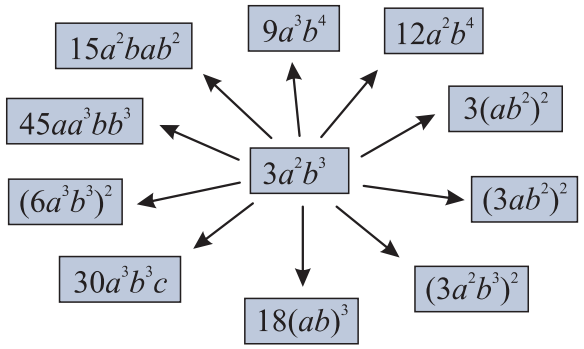
$\left(\frac{1}{2}\right)^5$, $\quad 2\cdot2^4$, $\quad 2^5\cdot4$, $\quad \frac{2^2}{2^7}$, $\quad \frac{1}{100}$, $\quad (0{,}1)^2$

$10^3\bigcirc\bigcirc\ldots$ $\quad \frac{1}{8}\bigcirc\ldots$ $\quad 10^6\bigcirc\ldots$ $\quad 2^6\bigcirc\ldots$

$\frac{1}{2^5}\bigcirc\ldots$ $\quad 128\bigcirc\ldots$ $\quad 10^4\bigcirc\ldots$ $\quad \frac{1}{10^2}\bigcirc\ldots$

50. A nyíl a többszörösre mutat. Írd a nyíl mellé, hogy hányszorosa a nyíl végén álló kifejezés a középsőnek!





51. Add meg a hiányzó kifejezést úgy, hogy $A = B \cdot C$ igaz legyen!

B	y		pq	$0{,}1x^3$	$2xy$		$\frac{7}{3}m^5n$	$0{,}1aa^3$
C		$2{,}3k^3$	q^2r			$\frac{5a^3b^2}{3}$	$\frac{3n^4}{7}$	$100a^5b$
A	$5xy^2$	$23k^5$		$10x^3y^4$	$3x^2y$	$10a^3b^4$		

52. Írd fel a felsorolt számok közös osztóit!

a) $2^2 \cdot 3^2$ és $2 \cdot 3$,
b) $3 \cdot 5^2$ és $2 \cdot 3 \cdot 5$,
c) $2 \cdot 3^2 \cdot 5$ és $2^2 \cdot 3^2$,
d) $2 \cdot 5^2 \cdot 11$ és $3 \cdot 5 \cdot 7$,
e) $7^2 \cdot 11 \cdot 13$ és $3^2 \cdot 5 \cdot 7$,
f) $2^2 \cdot 7^3 \cdot 13$ és $3^3 \cdot 5^2 \cdot 11$.

53. Ha lehet, egyszerűsítsd, majd számítsd ki!

a) $\dfrac{2^2 - (3^3 + 5)}{2 \cdot 3}$ *b)* $\dfrac{48^4}{24^4}$ *c)* $\dfrac{2^4 + 5^3}{(2 \cdot 5)^2}$

54. Egyszerűsíts, majd végezd el a műveleteket!

a) $\dfrac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3}{3 \cdot 5^2}$ *b)* $\dfrac{3^3}{3 \cdot 5^2}$ *c)* $\dfrac{36^3}{48^3}$

55. Válaszd ki az azonosságokat!

$2a - 6 = 2(a - 3)$
$5x + x^2 = x(5 + 1)$
$4a + 12b = 4 \cdot (a + 3b)$
$x + 3x - 5x^2 = x(1 + 3 - 5x)$
$2x^2 - 1 = x(2x - x)$
$5x - (2x - 1) = 3x + 1$
$5x + x^2 = x(5 + x)$
$a(2a + 1) = 2a^2 + a$
$a^2 + 2a + a = a(a + 2 + a)$

Beszorzás, kiemelés

56. Válaszd ki az azonosságokat! (Az alaphalmazba minden ismert szám beletartozik.)

a) $(a+3)\cdot 2+1=2a+7$

b) $\dfrac{10a+7}{2}=5a+7$

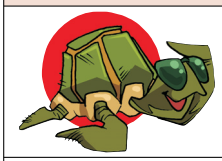
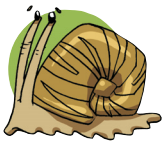
c) $\dfrac{8x-6}{2}=4\cdot x-3$

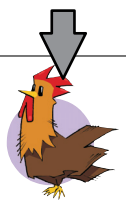
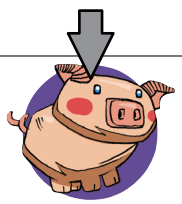
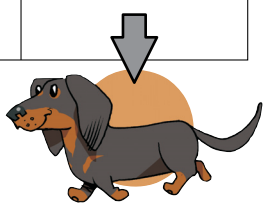
d) $(a+2a)\cdot a=3a^2$

e) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{x}{3}=\dfrac{5x}{6}$

f) $a-(5-a)=-5$

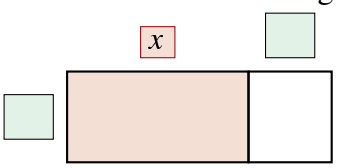
57. Kinek mi a kedvenc állata? Megtudod, ha a fiúk nevéből kiindulva mindig az ott álló kifejezéssel azonos mezőre lépsz. a és b egyike sem nulla. Jelöld a helyes útvonalat!

TOMI		PALI		MIKLÓS
$4a^3b^2$	$a^2b^2a\cdot 2^2$	$4a^2b^3$	$(2ab)^2b$	$2a^2b^2$
		$a(2ab)^2$	$\dfrac{(2ab)^2}{2}$	$\dfrac{16(ab)^3}{4a}$
	$\dfrac{12(ab)^3}{3b}$	$\dfrac{2(ab)^3}{ab}$	$(a^2b+3a^2b)b^2$	
	$(ab^2+3ab^2)a^2$	$(ab+ab)^2\cdot 0{,}5$		$(3ab+ab)ab^2$
$(a^2b+ba^2)b$	$\dfrac{2a^4b^4}{(ab)^2}$	$(3ab+ab)a^2b$	$\dfrac{a^2bab^2}{b}\cdot 4$	$(2ab)^2b$

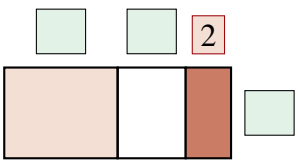




58. Mindegyik kifejezés a felette lévő téglalap területét adja meg. A téglalap oldalairól azonban részben vagy teljesen lemaradtak a megfelelő betűk, illetve számok.

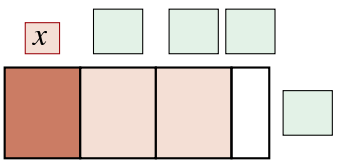
Pótold azokat! Írd az összegeket szorzat alakba!



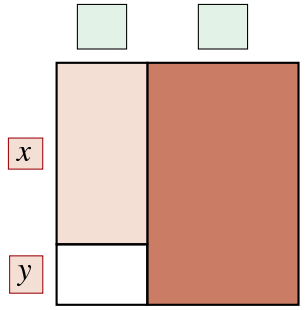
$xy+8y$



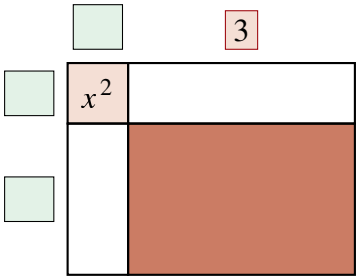
$5x+3x+2x$



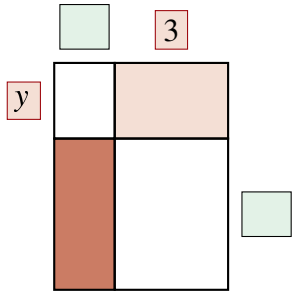
$3xy+5y$



$x \cdot 3 + y \cdot 3 + (x + y) \cdot 5$



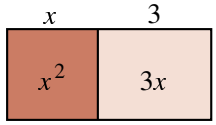
$x^2 + 5x + 6$



$xy + 3y + 4x + 12$

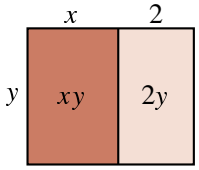
59. Mindegyik kifejezés egy téglalap területét adja meg. Készíts mindegyik kifejezéshez a példához hasonló módon téglalapot, és annak segítségével az összeget írd fel szorzat alakban, a szorzatot pedig összeg alakban!

Például: $T = x(x + 3) \rightarrow$



$T = x^2 + 3x$

vagy $T = xy + 2y \rightarrow$



$T = y(x + 2)$

a) $T = (3a + b) \cdot 2c$
b) $T = 3xy + 6x$
c) $T = 4x^2 + 2x$
d) $T = 5x(2y + 1)$
e) $T = 15k^2 + 3k$
f) $T = 5pq + 2p^2 + 3p$
g) $T = 25xy + 5x + 15xz$
h) $T = 7pq + 2p^2 + 3p$

60. Írd fel szorzat alakban!

a) $2a + 2b$
b) $5x - 5y$
c) $xy + x$
d) $7x + 14y$
e) $8a - 16b$
f) $15x^2 - 5x$

61. Írd fel az összegeket szorzat alakban!

a) $2a + a^2$
b) $33b^2 + 22ab$
c) $4a + 12ab$
d) $xy - y^2$
e) $xy + y$
f) $15x + 6xy + 12x^2y^2$
g) $-a + 8ab$
h) $-18l - l$
i) $3x^2 - \frac{x}{2}$

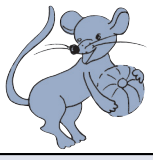
62. Írd fel szorzat alakban!

a) $ab - ac$
b) $a^5 - a^4$
c) $5ab - 10ac$
d) $3xya - 3xyb$
e) $7x^2 + 3x^3$
f) $5ab - 10a^2b^2$

63. Egyszerűsítsd a kifejezéseket!

a) $\frac{a^2 + ab}{a}$
b) $\frac{2x + 4}{6y}$
c) $\frac{x + 3xy}{5(1 + 3y)}$
d) $\frac{6b - 15}{3}$
e) $\frac{9a + 6 + 12b}{3ab}$
f) $\frac{5x + 10xy}{2x^2}$

64. A szomszédos mezők közül arra gurítsd a labdát, amelyikben megtalálod az adott egyenlet gyökét!



INDULÁS	1 $\frac{x}{5}=1$	6 $\frac{-3}{x}=1$	0 $\frac{1}{x-1}=\frac{1}{4}$	5 $\frac{1}{x-1}=\frac{1}{x-1}$
-1 $\frac{1}{2}=x-1$	$\frac{x}{2}=3$	3 $\frac{3}{x}=\frac{-1}{2}$	-3 $\frac{6}{x}-1=\frac{4}{x}-\frac{1}{2}$	-2 $\frac{x+4}{x-4}=1$
4 $\frac{1}{x-1}=\frac{1}{4}$	-6 $\frac{2}{x-1}+3=5$		1 $\frac{3x}{3-x}=3$	4 $\frac{x-1}{x}=2$
2 $\frac{1}{x-1}=\frac{1}{x+1}$	7 $\frac{7}{x+2}=2$	$\frac{1}{2}$ $\frac{8}{x-3}=2$	-1 $\frac{2}{x}+\frac{3}{x}+\frac{4}{x}=18$	0 $\frac{1}{x}+\frac{3}{x}=\frac{1}{x}$
	$1\frac{1}{2}$ $\frac{x+1}{x}=2$	-2 $\frac{x}{x-2}=1$	$\frac{1}{3}$ $\frac{3}{x+1}=1$	9 $\frac{x}{x-2}=0$
$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{x}+2=4$	-1 $\frac{2}{x-2}=1$	1 $\frac{1}{x}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$	-6 $\frac{2}{x}-2=0$	
nincsen gyöke $\frac{x}{x-2}=0$		6 $\frac{1}{x+1}+2=0$	$\frac{-2}{3}$ $\frac{1}{x}+\frac{1}{x}=1$	5 $\frac{2}{x}+\frac{1}{2}=\frac{5}{2x}$
0 $\frac{x-1}{x+3}=\frac{1}{3}$	4 $\frac{1}{x}-\frac{1}{x-1}=\frac{x-2}{x(x-1)}$	$-1\frac{1}{2}$ $\frac{x+1}{2x}=1$	-2 $\frac{2}{x}=3$	10 $\frac{6}{x-2}=2$
3 $\frac{2}{x-1}-3=-1$	8 $\frac{1}{2}-\frac{1}{x}=\frac{1}{x}$	1 $\frac{3-x}{x}=2$		7 $\frac{1}{2x-1}-2=0$
2 GÓL	-6 $\frac{x}{x-1}-\frac{x-1}{x}=\frac{1}{x}$	1 $\frac{9-x}{x-7}=1$	-1 $\frac{5}{x}-1=\frac{1}{x}$	$\frac{4}{5}$ $\frac{3}{x}=9$

Szöveges feladatok

65. Egy hegedű tokkal együtt 60 000 Ft. Mennyi ebből a hegedű ára, ha a hegedű 48 000 Ft-tal drágább, mint a tokja?

66. Egy istállóban annyi ló van, hogy a fele 5-tel több, mint a negyedrésze. Hány ló van az istállóban?

67. Nagyanyó vendégségbe várta unokáit. Sütött nekik süteményt. Megszámlálta, és ezt gondolta: ha mindegyik unokámnak öt süteményt adnék, akkor hárommal kevesebb volna, ha azonban csak négyet adok, akkor három darab megmarad. Hány unokája volt, és hány süteményt sütött nagyanyó?

Segítséget adunk az egyenlet felállításához. Kövesd a lépéseket!

Nagyanyónak ennyi unokája van: x

A sütik darabszámát kétféleképpen is felírhatjuk:

5-ösével kiosztva: ☐

4-esével kiosztva: ☐

68. A ballagó nyolcadikosoktól a hetedikesek virággal búcsúztak. A nagy csokor margarétát először hatosával akarták szétosztani, de akkor egy valakinek 4-gyel kevesebb szál virág jutott volna. Ezért ötösével kötötték csokorba a virágokat, és így 14 szál megmaradt. Ebből az osztályfőnöknek kötöttek egy szép csokrot. Hány nyolcadikos ballagott, és hány szál margaréta volt?

69. Ildi egy számot maradékosan osztott először 7-tel, majd 9-cel. Az első esetben 4-et, másodszor 8-at kapott maradékul. A két hányados különbsége 8 volt. Melyik számot osztotta el Ildi kétszer?

70. A Zrínyi Ilona Matematika Versenyre az ötödikesek háromszor annyian jelentkeztek, mint a nyolcadikosok.
A hatodik és a hetedik osztályból összesen annyian indultak, mint az ötödikesek.
A felső tagozatból így összesen 80-nál több, de 90-nél kevesebb tanuló jelentkezett. Hány nyolcadikos indult a Zrínyi versenyen?

Segítség:

8. osztályosok: x
5. osztályosok:
6. és 7. osztályosok:

} Összesen:

71. Egy osztályban kétszer annyi lány van, mint fiú. Ha a lányok számából is, meg a fiúk számából is elveszünk ötöt, akkor háromszor annyi lány lesz, mint fiú. Hány lány, és hány fiú jár az osztályba?

72. Két ládában krumpli van. A másodikban 65 kg-mal több, mint az elsőben. Miután a második ládából átraktunk valamennyit az elsőbe, már csak 25 kg-mal több krumpli volt a másodikban. Mennyi krumplit raktunk át?

Jelöljük így a ládák tartalmát: Első láda: L Második láda: $L + 65$

x kg-ot átraktunk a másik ládába. Ekkor ennyi lett az első ládában:

Ennyi lett a második ládában:

Írj egyenletet!

73. A könyvállványon 65-tel több könyv volt, mint a szekrényben. Hány könyvet kell áttennünk az állványról a szekrénybe, ha azt akarjuk, hogy a szekrényben 15-tel több könyv legyen, mint az állványon?

Segíthet, ha az adatokat táblázatba gyűjtjük. Így indulhatunk:

	Könyvek áttétele előtt	x darab könyv áttétele után
Állványon	k	$k - x$
Szekrényben		

74. Három ládában összesen 205 kilogramm cukor volt. Ha az első ládából áttesznek a második ládába 20 kilogrammot, a harmadikba pedig 15 kilogrammot, akkor mindhárom ládában ugyanannyi cukor lesz. Mennyi cukor volt eredetileg egy-egy ládában?

75. Egy turistaház két emeletén összesen 160 kirándulót helyeztek el. Amikor az első emeletről fölment a másodikra 36 ember, akkor a második emeleten háromszor annyian lettek, mint az elsőn. Hány kiránduló volt eredetileg egy-egy emeleten?

76. Gábor és Jutka a tanév folyamán összesen 12 000 Ft-ot gyűjtött. Miután Gábor kapott még 3400 Ft-ot, és Jutka elköltött 2500 Ft-ot, akkor Gábornak kétszer annyi pénze lett, mint Jutkának. Mennyi pénzt gyűjtött Gábor, mennyit Jutka?

77. Két pénztárgépben összesen 366 160 Ft van.

Amikor az első gépből áttettek a másikba 6150 Ft-ot, akkor az elsőben még mindig 3840 Ft-tal több maradt, mint a másodikban.

78. Katinak 1900 Ft-ja van, Évának 300 Ft-ja. Édesanyjuk ugyanannyi pénzt adott mindkettőnek, így Katinak háromszor annyi pénze lett, mint Évának. Hány forintot kaptak édesanyjuktól a gyerekek?

79. Egy kisebb és egy nagyobb vagon együttes teherbíró képessége 21 tonna. A 16 kisebb és 22 nagyobb vagonból álló szerelvény együttes teherbíró képessége 408 tonna.

Hány tonna áru fér a kisebb, és mennyi a nagyobb vagonba?

Segítség: 16 kisebb + 16 nagyobb együtt hány tonna? Honnan a többlet?

80. Egy párnahuzathoz és egy dunyhahuzathoz összesen 7 méter vászonra van szükség. 48 méter vászonból 6 párna- és 7 dunyhahuzatot varrtak. Mennyi vásznat használtak fel egy párnahuzathoz?

Segítség: $p + d = 7$ m

$6p + 6d = ?$

$6p + 7d = 48$ m

$d = ?$



81. Két kosár körte ugyanolyan tömegű, mint három kosár alma. Hat kosár körte 27 kg. Mennyi a tömege egy kosár almának?

Segítség: Képzeld el, és folytasd a rajzot!



82. 15 zsák dió és 25 zsák cukor együttesen 812,5 kg. Egy zsák dió tömege feleannyi, mint egy zsák cukoré. Melyik hány kilogramm?

83. Egy ketrecben nyulak és fácánok vannak. Hány nyúl és hány fácán van a ketrecben, ha az állatoknak összesen

a) 53 fejük és 168 lábuk van, *b)* 31 fejük és 124 lábuk van, *c)* 12 fejük és 158 lábuk van?

84. Egy játéküzlet polcán játékautók és motorkerékpárok vannak. A játékoknak összesen 69 kormányuk és 186 kerekük van. Hány kisautó és hány motorkerékpár van a polcokon?

85. András, Béla, Csaba és Dénes leültek kártyázni. Négy játszmát játszottak, minden játszma végén a vesztes megduplázta a többiek pénzét.

Az első játszmában András, a másodikban Béla, a harmadikban Csaba, a negyedikben Dénes vesztett. A végén mindannyian egyformán 240 forinttal a zsebükben álltak fel az asztaltól. Kinek mennyi pénze volt a játék kezdetekor?

86. Egy kétjegyű számban a jegyek összege 9. Ha a számjegyeket felcseréljük, az eredetinél 9-cel nagyobb számot kapunk.

Mi az eredeti szám? **Segítség:**

	Első jegy	Második jegy	Értéke
Az eredeti szám	x	$9-x$	$10x+(9-x)$
Új szám			

Az új szám 9-cel nagyobb, mint az eredeti szám:

87. Egy kétjegyű szám jegyeinek aránya 3 : 4. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti $\frac{3}{2}$-szeresénél 8-cal kisebb lesz. Melyik ez a szám?

88. Mónika felírt egy kétjegyű számot, majd a számjegyeket felcserélte, így egy 45-tel kisebb számot kapott, amelyben a számjegyek összege 9 volt. Melyik számot írta fel először Mónika?

Segítség: A számjegyek összege 9, ez a cserével nem változik. Folytasd a táblázat kitöltését! Keress összefüggést!

	Tízesek	Egyesek	A szám értéke
Csere előtt	$9-a$	a	$10(9-a)+a$
Csere után	a		

89. Egy kétjegyű szám jegyeinek összege 7. Ha a számjegyeket fölcseréljük, 27-tel nagyobb számot kapunk. Melyik az eredeti kétjegyű szám?

90. Egy kétjegyű szám egyik jegye 5-tel nagyobb a másiknál. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredeti háromszorosánál 9-cel kisebb lesz. Melyik ez a szám?

91. Egy kétjegyű szám egyik jegye 5-tel nagyobb a másiknál. Ha a jegyeket felcseréljük, az új szám az eredetinek $\frac{8}{3}$-szorosa lesz. Melyik ez a szám?

92. Két szám összege 53,515. Ha a nagyobbik számban a tizedesvesszőt egy hellyel balra visszük, a kisebbik számot kapjuk. Melyik ez a két szám?

Segítség: Ha a tizedesvesszőt egy hellyel balra visszük, akkor a számot 10-zel osztottuk.

93. Két szám különbsége 3,87. Ha a kisebbik számban a tizedesvesszőt egy hellyel jobbra visszük, a nagyobbik számot kapjuk. Melyik ez a két szám?

94. Egy háromjegyű szám jegyeinek az összege 21, a tízesek helyén álló számjegy a másik két számjegy számtani közepe. Ha a két szélső jegyet fölcseréljük, 198-cal nagyobb számot kapunk. Melyik volt az eredeti háromjegyű szám?

95. – Hány éves vagy, Péter? – kérdezte Luca.

Péter így válaszolt:

– A te éveid száma most $\frac{2}{5}$-e az én éveim számának. 4 évvel ezelőtt viszont a te éveid száma $\frac{1}{3}$-a volt az én mostani koromnak.

Hány éves Luca és mennyi Péter?

Segítség: Segíthet az egyenlet felállításában, ha kitöltöd a táblázatot:

	Luca	Péter
Most		x
4 évvel ezelőtt		

96. – Hány éves a fiad? – kérdezte egy ember a barátját. Az meg így válaszolt:

– Ha a fiam korához hozzáadod az évei számát és még a felét, akkor 10-et kapsz.

Hány éves a fiú?

97. Péter 12 éves, édesanyja háromszor annyi. Hány év múlva lesz Péter feleannyi idős, mint édesanyja?

Segítség: Segít, ha táblázatba gyűjtjük az adatokat, majd a szöveg alapján felírjuk az egyenletet:

	Péter	Édesanyja
Most	12	
x év múlva		

98. Három fiútestvér közül a középső két évvel idősebb a legfiatalabbnál, a legidősebb fiú életkora pedig néggyel kevesebb, mint a másik kettő életkorának az összege.

Hány évesek külön-külön, ha hármójuk életkora együtt 96 év?

Mozgásos feladatok

99. Péter a közeli boltba ment vásárolni. Mozgását az alábbi grafikon szemlélteti. Mit lehet leolvasni a grafikonról?

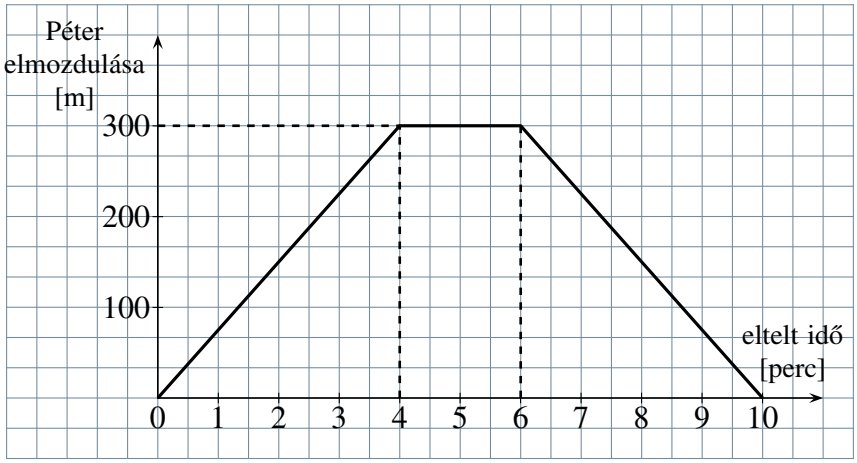
a) Milyen távol van a bolt Péterék lakásától?

b) Hány perc alatt ért el Péter a boltba?

c) Hány percig volt a boltban?

d) Mennyi idő alatt járta meg az egész utat?

e) Átlagosan hány métert tett meg percenként?



100. Déli 12 órakor A városból a tőle 300 km távolságra levő B városba indul egy autós, ahol őt délután 5 órakor várják. Két órán keresztül 60 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel haladt, amikor motorhiba miatt egy órát állnia kellett. Milyen sebességgel kell haladnia, hogy a megadott időre B városba érjen?

101. Imre reggel 8 órakor kerékpáron elindult a szomszédos faluba, és 16 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ átlagsebességgel haladt. Fél órával később motorkerékpárral utánament Béla, aki 40 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ átlagsebességgel követte Imrét. Mikor érte utol Imrét a motoros? Ekkor hány kilométerre voltak a falujuktól?

Segítség: Imre és Béla azonos utat tettek meg. Az $s = v \cdot t$ képlettel számolunk.
Gyűjtsük táblázatba az adatokat, majd a szöveg alapján írjuk fel az egyenletet:

	Idő (h)	Sebesség $\left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$	Út (km)
Imre	t	16	$s =$
Béla	$t - 0{,}5$	40	$s =$

102. Két szomszédos falu közti utat Gábor gyalog 1,2 óra alatt, Dénes kerékpárral 24 perc alatt tette meg. Dénes 8 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$-val nagyobb átlagsebességgel haladt, mint Gábor. Milyen messze van egymástól a két falu?

Segítség: Segít, ha táblázatba gyűjtjük az adatokat, majd a szöveg alapján felírjuk az egyenletet:

Gábor sebessége + 8 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ = Dénes sebessége.

	Idő (h)	Sebesség $\left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$	Út (km)
Gábor	1,2	$\frac{s}{1{,}2}$	s
Dénes			s

103. Két falu, A és B, 20 kilométernyire van egymástól. Péter az A faluból indul a B felé, Pál a B faluból indul az A felé.

Mindketten óránként 4 kilométert tesznek meg. Hány órával induljon később Pál, mint Péter, ha az A falutól 8 km-re akarnak találkozni?

104. Egy kör alakú pálya 156 méter hosszú. Péter 6,5 métert tesz meg másodpercenként, Pál pedig 5,5 métert, és a pálya azonos pontjáról egyszerre indulnak el ellenkező irányban. Hány másodperc múlva találkoznak?

105. Péter 8 órakor indult útnak gyalog, Pál 10 órakor indult utána kerékpáron. Pál 11 órakor érte utol Pétert. Milyen sebességgel ment Péter, és milyen sebességgel ment Pál, ha Pál sebessége 8 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$-val volt több Péterénél?

106. Egy utazó útjából hátra van még 252 km. Eddigi tapasztalatai alapján naponta legalább 12 km-t, legfeljebb 18 km-t tesz meg. Hány napot tervezzen ennek alapján a hátralevő 252 km megtételéhez?

Munkavégzéssel kapcsolatos feladatok

107. A gazdaság kertjét 2 motoros szivattyúval öntözik. Ha csak a nagyobb szivattyú működik, 4 óra alatt lesznek készen, ha csak a kisebbik, 9 óra alatt. Mennyi idő alatt lennének készen, ha mind a két szivattyút használnák?

Segítség:

1 óra alatt a nagyobbik szivattyú a munka ____ részét végzi el.

1 óra alatt a kisebbik szivattyú a munka ____ részét végzi el.

Ha mindkét szivattyú dolgozik, x óra alatt lesz kész a munka, ezalatt a nagyobb $\frac{x}{4}$ részt, a kisebb pedig $\frac{x}{9}$ részt végez.

x idő alatt a teljes munka elkészül.

108. János a kertet 8 óra alatt ássa fel. Béla gyorsabban dolgozik, ő 6 óra alatt végez ugyanezzel a munkával. Idén tavasszal együtt láttak munkához. Hány óra alatt végeztek vele?

109. Egy munkát az első brigád 12 nap alatt, a második brigád 15 nap alatt végezne el.

A két brigád együtt fogott hozzá ehhez a munkához, de néhány nap múlva az első brigád más munkát kapott, így a munka hátralevő részét a második brigád 6 nap alatt fejezte be. Hány napig tartott az egész munka elvégzése?

110. A fürdőmedencébe három csapon át tudunk vizet tölteni. Az első csap egyedül 10 óra alatt tölti meg a medencét. A második csap egyedül 6, a harmadik pedig 5 óra alatt tölti meg.

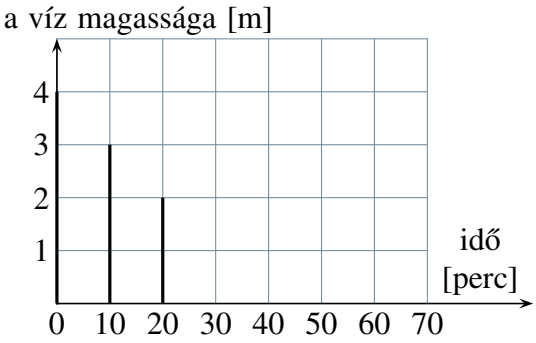
Mennyi idő alatt telik meg a medence, ha

a) mindhárom csapból együtt töltjük,

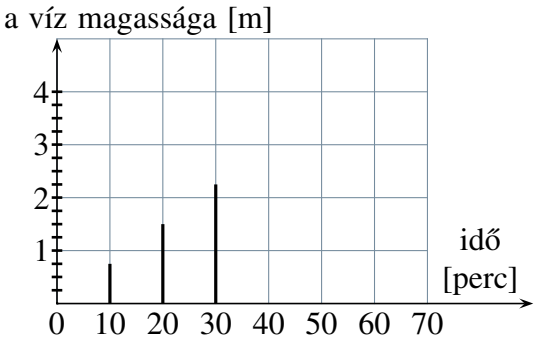
b) kezdetben mindhárom csap nyitva van, de 1 óra múlva az elsőt elzárjuk?

111. Egy medencében cserélik a vizet. Az egyik oldalon mérőbeosztás van. 10 percenként nézzük meg a víz szintjét! Miután a víz kifolyik, tiszta vizet engednek a medencébe. Ekkor is 10 percenként nézzük meg a víz állását! A víz szintje mindkét esetben egyenletesen változik.

Fejezd be a rajzot!



Mennyi idő alatt lett üres a medence?



Mennyi idő alatt telt meg a medence?

Állapítsd meg a rajz alapján, hogy leeresztéskor vagy feltöltéskor változik-e gyorsabban a vízszint!

112. Edisonnak – a szénszálas izzó feltalálójának – jó érzéke volt a szellemes megoldásokhoz. Nagyszámú vendégserege egyszer szóvá tette, hogy túl nehéz a ház előtti kertajtót kinyitni.

Egyik barátja így szólt:

– Egy ilyen technikai zseni, mint te, igazán megcsinálhatná a kertajtót, hogy rendesen működjön.

Edison mosolyogva válaszolt:

– Elhihetitek, hogy a kapumat értelmesen terveztem meg. Rákötöttem a ciszternára, és mindenki, aki hozzám jön, egy ajtónyitással 20 l vizet pumpál a víztárolómba.

Amikor Edison 20 literes edényről 25 literes edényre tért át, 12 látogatóval kevesebb kellett a ciszterna megtöltéséhez. Hány liter víz fért a ciszternába?

Százalékszámítással kapcsolatos feladatok

113. A matematikaverseny járási fordulóján kiesett a tanulók 95%-a. A döntőbe a megyei fordulóban részt vevők 2%-a jutott be. A döntőn 23 tanuló volt jelen. Hányan indultak a járási és a megyei fordulón?

114. Egy könyv ára kötve 2400 Ft. A kötés ára a kötetlen könyvek árának 20%-a. Mennyibe kerül a kötetlen könyv?

115. Egy város lakóinak száma az év végén 78 000. A szaporulat az év folyamán 4% volt. Hány lakosa volt a városnak az év elején?

116. Két szám összege 2490. Az egyik szám 13%-a egyenlő a másik szám 17%-ával. Melyik ez a két szám?

117. Két szám különbsége 420. Az egyik szám 3%-a egyenlő a másik szám 8%-ával. Melyik ez a két szám?

118. Egy kaszásokból álló brigád az első napon lekaszálta egy rét felét és még két hektárt, a második napon a megmaradt terület 25%-át és a még hátralevő 6 hektárt. Mekkora volt a rét területe?

119. Egy város lakóinak száma 1950-től a következő népszámlálásig – 1960-ig – 8%-kal növekedett, és a következő 10 év elteltével 10%-kal növekedett a város lakóinak száma az előző népszámláláskor tapasztalt létszámhoz képest. 1970-ben a város lakóinak a száma 52 272 volt. Mennyi volt a város lakóinak száma 1950-ben?

120. Két fiú sakkot szeretne venni. Az egyiknek hiányzik a pénzéből a sakk árának 10%-a, a másiknak az ár $\frac{1}{6}$ része. Megveszik a sakkot közösen, kiderül, hogy a pénzük 4400 Ft-tal volt több, mint a sakk ára. Mennyibe kerül a sakk?

121. Két kannában összesen 16 liter benzin volt. Mindegyikből kivettek egy litert, és így az első kannában maradt benzin 25%-a a második kannában maradt benzin $\frac{1}{3}$ részével lett egyenlő. Hány liter benzin volt eredetileg az egyes kannákban?

Négyzetgyök, Pitagorasz-tétel

122. Sorold fel az összes háromjegyű négyzetszámot!

123. Egészítsd ki a mondatokat úgy, hogy a kapott állítások igazak legyenek!

a) Ha egy természetes szám utolsó jegye 2, akkor a szám négyzete ..... végződik.

b) Ha egy természetes szám 4-re vagy 6-ra végződik, akkor a szám négyzetének utolsó számjegye .....

c) Ha egy természetes szám négyzetének utolsó jegye 9, akkor a szám ..... végződik.

d) Van olyan négyzetszám, amely pontosan ..... nullára végződik.

e) Nincs olyan négyzetszám, amelynek az utolsó jegye .....

124. *a)* Az alábbi természetes számok első jegyei közül néhányat letakartunk. Melyik biztosan nem négyzetszám?

A) ☐6 *B)* ☐7 *C)* ☐48 *D)* ☐25

E) ☐700 *F)* ☐250 *G)* ☐000 000

b) Szorzat alakban adtunk meg természetes számokat. Melyik nem négyzetszám? Válaszodat indokold!

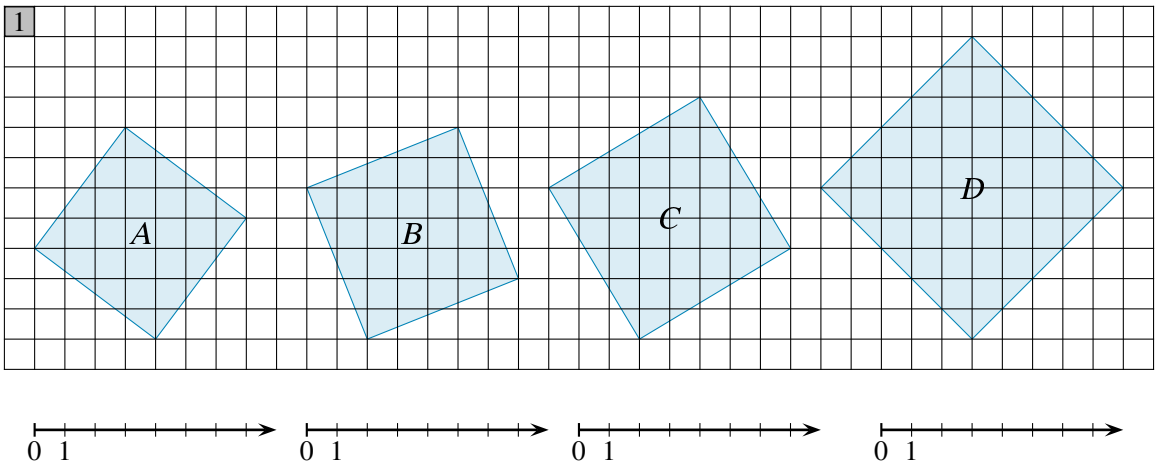
A) $1{,}44 \cdot 10^2$ *B)* $4 \cdot 10^3$ *C)* $6{,}25 \cdot 10^2$ *D)* $9 \cdot 10^5$ *E)* $9{,}61 \cdot 10^4$ *F)* $1{,}296 \cdot 10^3$

125. *a)* Határozd meg a négyzetek területét! A területmérés egysége: 1

b) Területükből határozd meg a négyzetek oldalainak hosszát 1 tizedesjegy pontossággal (azaz tizedekre kerekítve)!

c) Melyik négyzet oldalának mérőszáma egész szám?

d) Számegyenesen jelöld a négyzetek oldalainak hosszát!



126. Négyzettáblázat vagy számológép segítségével határozd meg, melyek azok a számok, amelyek négyzete

a) 1369 *b)* 3136 *c)* 6889 *d)* 6561 *e)* 35 721 *f)* 94 864!

127. Melyik állítás hamis? Számológéppel ellenőrizz!

a) $1{,}23^2 = 1{,}512$
$1{,}23^2 > 1{,}512$
$1{,}23^2 - 0{,}5 > 0{,}012$
$1{,}23^2 - 1{,}23 = 1{,}23$

b) $\sqrt{3} < 1{,}8$
$\sqrt{3} > 1{,}7$
$\sqrt{3} - 2 > 0$
$2 - \sqrt{3} > 0$

c) $\sqrt{2} > 1{,}415$
$\sqrt{2} - \left|\sqrt{2}\right| = 0$
$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2$
$\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2$

128. Melyik állítás igaz? Számológéppel ellenőrizz!

a) $\sqrt{121} \cdot \sqrt{144} = \sqrt{121 \cdot 144}$

b) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{25} = 5^2$

c) $\dfrac{\sqrt{400}}{\sqrt{900}} = \dfrac{2}{3}$

d) $\sqrt{625} : \sqrt{125} = \sqrt{625 : 125}$

e) $\sqrt{64} - \sqrt{16} = \sqrt{64 - 16}$

f) $\sqrt{256} + \sqrt{324} = \sqrt{580}$

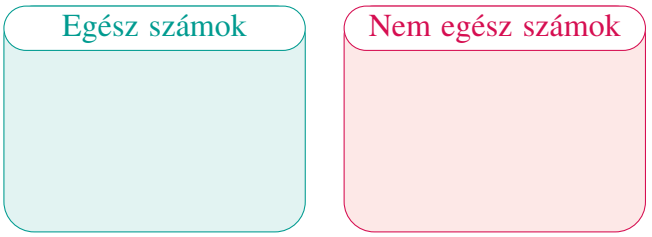
129. *a)* Határozd meg a következő kifejezések értékét! Számológéppel ellenőrizz!

A) $\sqrt{1}$ *B)* $\sqrt{10}$ *C)* $\left(\sqrt{10}\right)^2$ *D)* $\sqrt{(-10)^2}$ *E)* $\sqrt{-10^2}$ *F)* $\sqrt{3}$ *G)* $\left(\sqrt{3}\right)^2$ *H)* $\sqrt{9}$

b) Melyik kifejezés nincs értelmezve? Add meg a betűjelét!

.....

c) Írd be a kifejezéseket a halmazábra megfelelő részébe!



130. *a)* Mely számok négyzetét jelöltük meg a négyzettáblázatban?

Számok négyzete (1,00 → 1,49)

Sz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	1,000	1,020	1,040	1,061	1,082	1,102	1,124	1,145	1,166	1,188
1,1	1,210	1,232	1,254	1,277	1,300	1,322	1,346	1,369	1,392	1,416
1,2	1,440	1,464	1,488	1,513	1,538	1,563	1,588	1,613	1,638	1,664
1,3	1,690	1,716	1,742	1,769	1,796	1,823	1,850	1,877	1,904	1,932
1,4	1,960	1,988	2,016	2,045	2,074	2,103	2,132	2,161	2,190	2,220

Hány tizedesjegy pontossággal szerepelnek a táblázatban a számok négyzetei?

Melyik pontos érték a táblázatban megjelölt öt szám közül?

b) A négyzettáblázatból olvasd le a megadott számok négyzetgyökét!

A) 16,32 *B)* 16,89 *C)* 18,15 *D)* 19,18 *E)* 19,80 *F)* 20,25

Számok négyzete (4,00 → 4,59)

Sz.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4,0	16,00	16,08	16,16	16,24	16,32	16,40	16,48	16,56	16,65	16,73
4,1	16,81	16,89	16,97	17,06	17,14	17,22	17,31	17,39	17,47	17,56
4,2	17,64	17,72	17,81	17,89	17,98	18,06	18,15	18,23	18,32	18,40
4,3	18,49	18,58	18,66	18,75	18,84	18,92	19,01	19,10	19,18	19,27
4,4	19,36	19,45	19,54	19,62	19,71	19,80	19,89	19,98	20,07	20,16
4,5	20,25	20,34	20,43	20,52	20,61	20,70	20,79	20,88	20,98	21,07

Hány tizedesjegy pontossággal szerepelnek a táblázatban a számok négyzetei?

Melyik pontos érték a táblázatból leolvasható öt szám közül?

131. *a)* Becsüld meg a táblázatban szereplő számok négyzetgyökének nagyságrendjét (százas, tízes, egyes, tized, század, ezred)! Számológéppel is határozd meg a számok négyzetgyökét (maximum 10 tizedesjegy pontossággal)!

Például: A $\sqrt{4800}$ kifejezés becsült nagyságrendje: **tízes**. A számológéppel meghatározott értéke két tizedesjegy pontossággal: **69**,28.

A $\sqrt{0{,}5625}$ kifejezés becsült nagyságrendje: **tized**.
Számológéppel meghatározott értéke 0,**75**. Ez a pontos érték.

A)

Számok négyzetgyöke	Becsült nagyságrend	Számológéppel meghatározott érték (maximum 10 tizedesjegy pontossággal)
$\sqrt{1225}$		
$\sqrt{122{,}5}$		
$\sqrt{12{,}25}$		
$\sqrt{1{,}225}$		
$\sqrt{0{,}1225}$		

B)

Számok négyzetgyöke	Becsült nagyságrend	Számológéppel meghatározott érték (maximum 10 tizedesjegy pontossággal)
$\sqrt{656\,200}$		
$\sqrt{6562}$		
$\sqrt{65{,}62}$		
$\sqrt{0{,}6562}$		
$\sqrt{0{,}006562}$		

b) Fogalmazd meg tapasztalataidat!

132. Igazak-e az állítások? Írd a keretbe a megfelelő (I/H) jelet!
Az állítások mindegyikében $a \geqq 0$.

A) Ha $\sqrt{a} = b$, akkor a $\sqrt{10 \cdot a} = 10 \cdot b$. ..... ☐
B) Ha $\sqrt{a} = b$, akkor a $\sqrt{100 \cdot a} = 10 \cdot b$. ..... ☐
C) Ha $\sqrt{a} = b$, akkor a $\sqrt{a : 10} = b : 10$. ..... ☐
D) Ha $\sqrt{a} = b$, akkor a $\sqrt{a : 100} = b : 10$. ..... ☐

133. Mennyi a négyzet területe, ha oldala

a) 1,51 m; *b)* 15,1 m; *c)* 0,151 m; *d)* 0,0151 m; *e)* 1510 m?

134. Mennyi a négyzet oldala, ha területe

a) 1296 cm^2; *b)* 129,6 cm^2; *c)* 12,96 cm^2; *d)* 1,296 cm^2; *e)* 0,1296 cm^2?

135. Mennyi a kocka felszíne, ha éle

a) 0,063 m; *b)* 0,63 m; *c)* 6,3 m; *d)* 63 m; *e)* 630 m?

136. Mekkora a kocka éle, ha felszíne

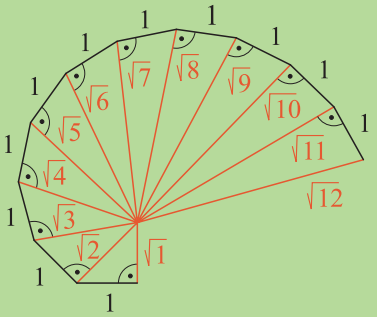
a) 3840 cm^2; *b)* 384 cm^2; *c)* 38,4 cm^2; *d)* 3,84 cm^2; *e)* 0,384 cm^2?

137. Oldd meg az egyenleteket!

a) $x^2 = 81$ *b)* $x^2 = 0{,}64$ *c)* $x^2 + 12 = 156$ *d)* $x^2 - 0{,}09 = 0{,}07$

e) $x^2 - 4 = 0$ *f)* $(x - 4)^2 = 0$ *g)* $(x + 5)^2 = 16$ *h)* $(x - 2)^2 = -4$

★ **138.** Az eljárást folytatva akármilyen pozitív egész szám négyzetgyökét meg lehetne szerkeszteni. Igazold az eljárás helyességét! Szerkeszd meg a $\sqrt{13}$ hosszúságú szakaszt!



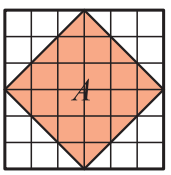
Hosszúság és terület meghatározása rácson

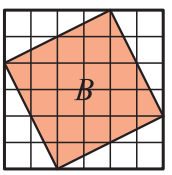
139. *a)* Mekkora az *A*, illetve a *B* színezett négyzet területe? A területmérés egysége: 1.

b) Mekkora része a nagy négyzet területének az *A*, illetve a *B* négyzet területe?

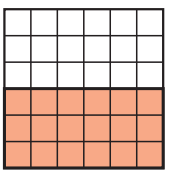
c) Add meg az *A*, illetve a *B* négyzet oldalának hosszát egy tizedesjegy pontossággal!

d) Melyik színezett terület egyezik meg az *A*, illetve a *B* négyzet területével?

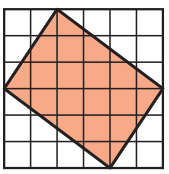




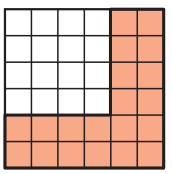
C)



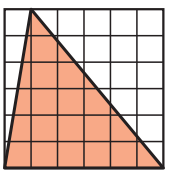
D)



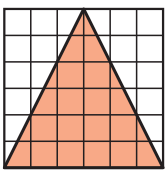
E)



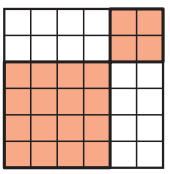
F)



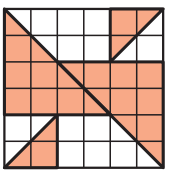
G)



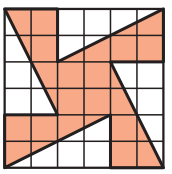
H)



I)



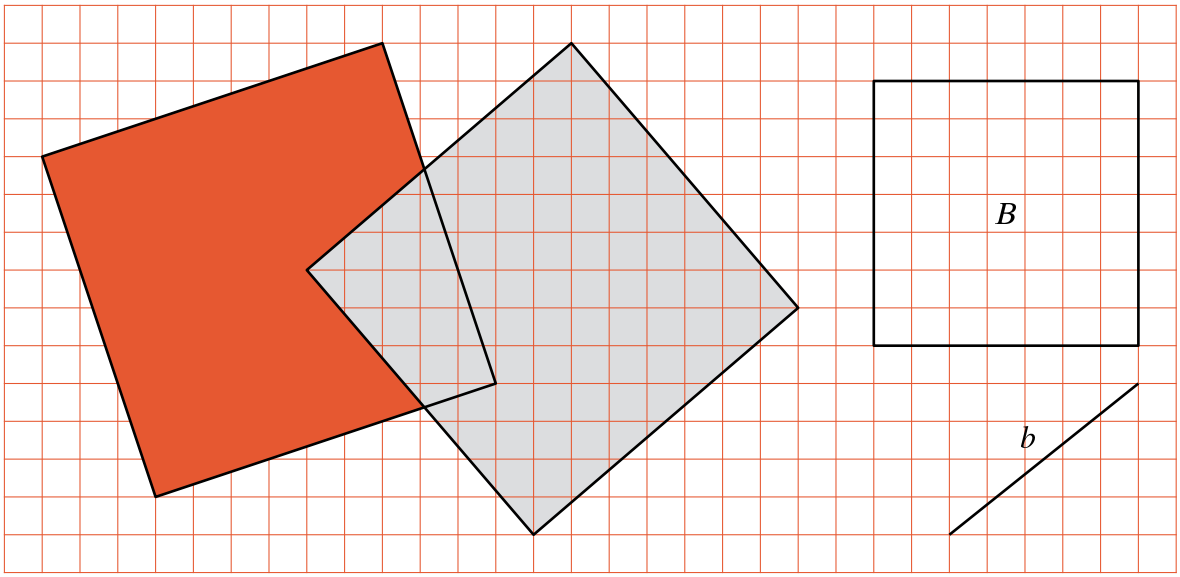
J)



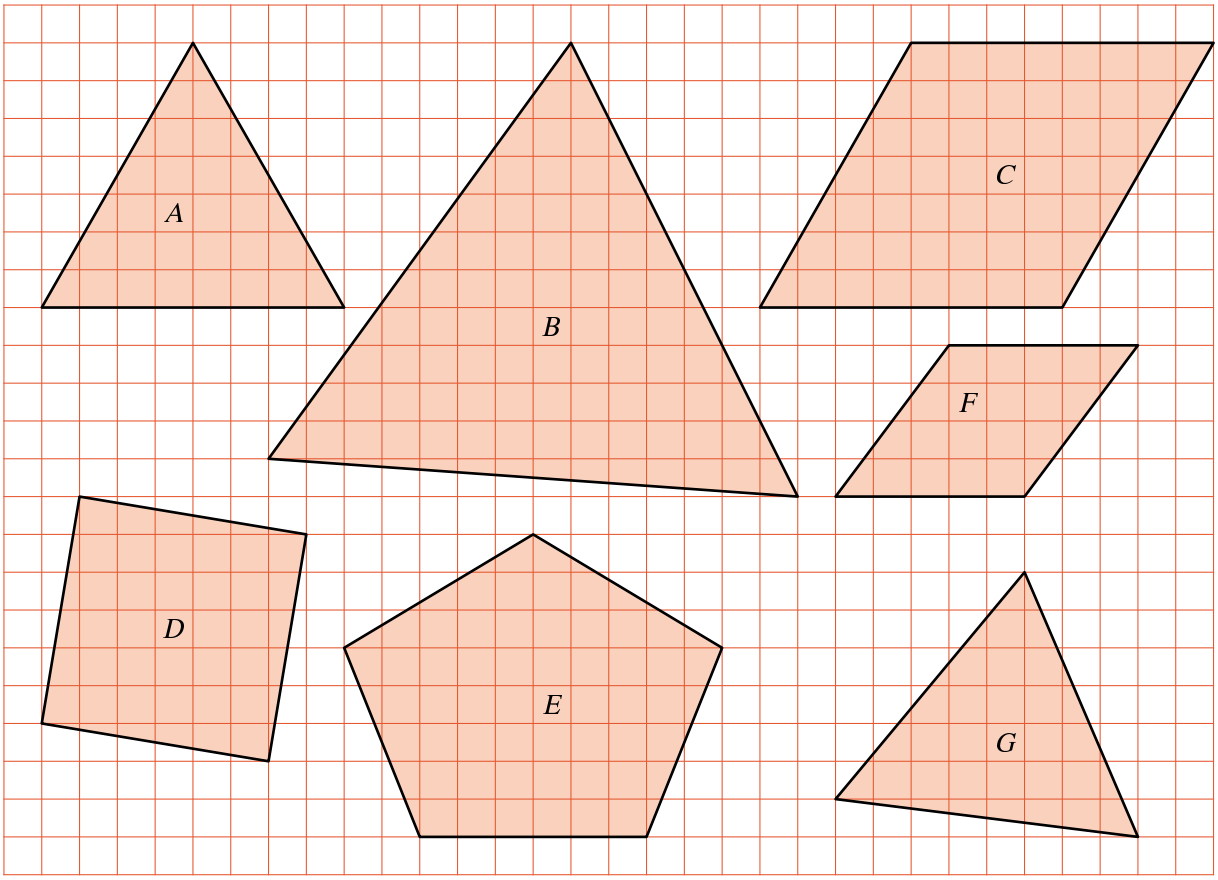
140. Melyik állítás igaz?

a) A piros és a szürke négyzet egybevágó.

b) A b szakasz hossza ugyanakkora, mint a B négyzet oldala.



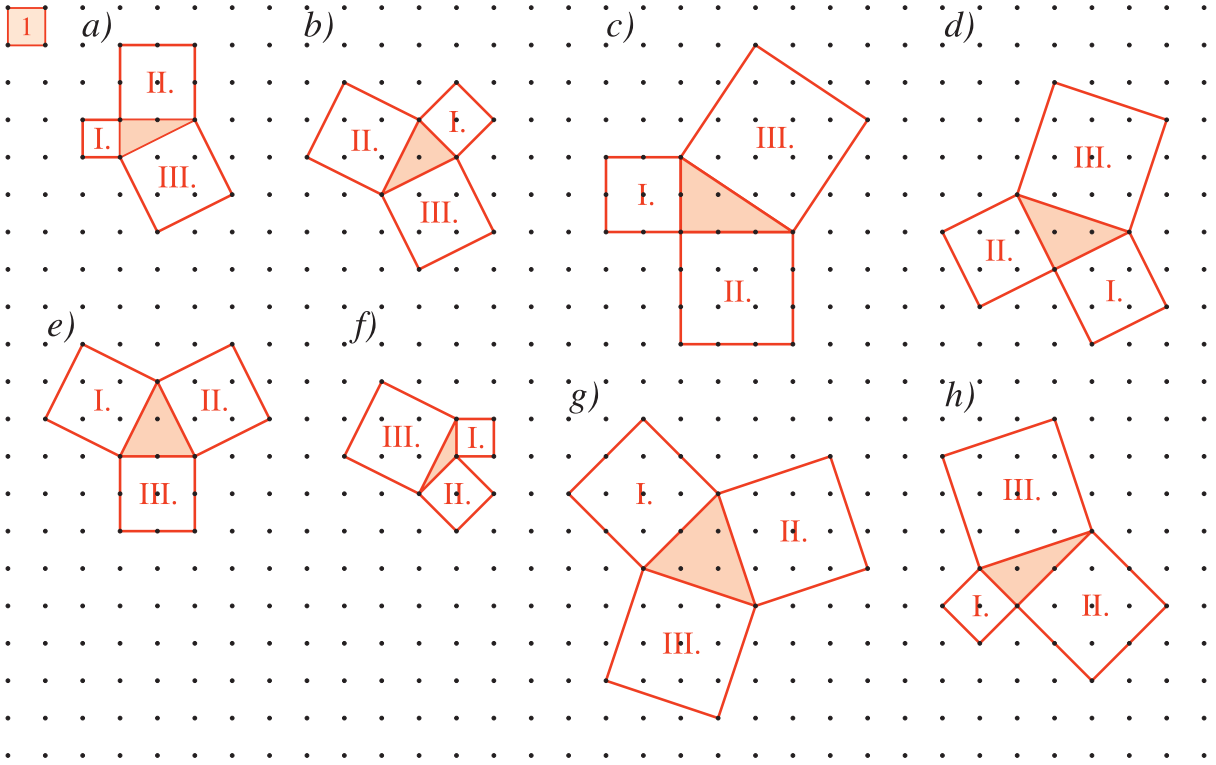
141. Melyik sokszög nem egyenlő oldalú? Mérésedet számítással ellenőrizd!



Pitagorasz-tétel

142. Mennyi a háromszögek oldalaira rajzolt négyzetek területe? Írd be a táblázatba! Melyik háromszögekre igaz, hogy $t_{I.} + t_{II.} = t_{III.}$?

	a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*	*f)*	*g)*	*h)*
I.								
II.								
III.								



Pitagoraszi háromszögek és számhármasok

143. Az alábbi képlettel (formulával) pitagoraszi számhármasokat tudunk előállítani:

$$(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2$$

A képletben m és n tetszőleges pozitív egész számok, amelyekre igaz, hogy $m > n$. Ha azt akarjuk, hogy a kapott számhármasok ne legyenek egy kisebb számhármas többszörösei, például a $(3; 4; 5)$ hármas kétszerese a $(6; 8; 10)$, akkor az m és n változókra a következő kikötéseket kell tenni:

1. Az m és n számoknak különböző paritásúaknak kell lenniük. (Egyik páros, másik páratlan.)
2. Relatív prímek legyenek, azaz $(m, n) = 1$.

A táblázat első sorában előállítottuk a már megismert $(3, 4, 5)$ pitagoraszi számhármast, amely az $m = 2$ és az $n = 1$ számok behelyettesítésével megkapható. Határozd meg a képlet segítségével a táblázat hiányzó számait!

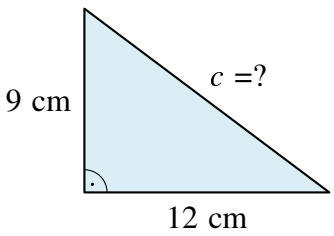
m	n	$x = m^2 - n^2$	$y = 2mn$	$z = m^2 + n^2$	x^2	y^2	z^2
2	1	3	4	5	9	16	25
4	3						
4		15					
	2		20				
6				45			

Keresd meg a „formula” szó jelentéseit az *Idegen szavak és kifejezések szótárában*!

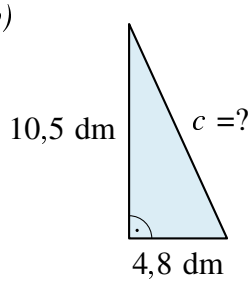
A Pitagorasz-tétel alkalmazása

144. Számítsd ki az átfogók hosszúságát! Centiméter pontossággal add meg az eredményt!

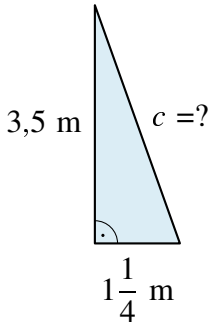
a)



b)



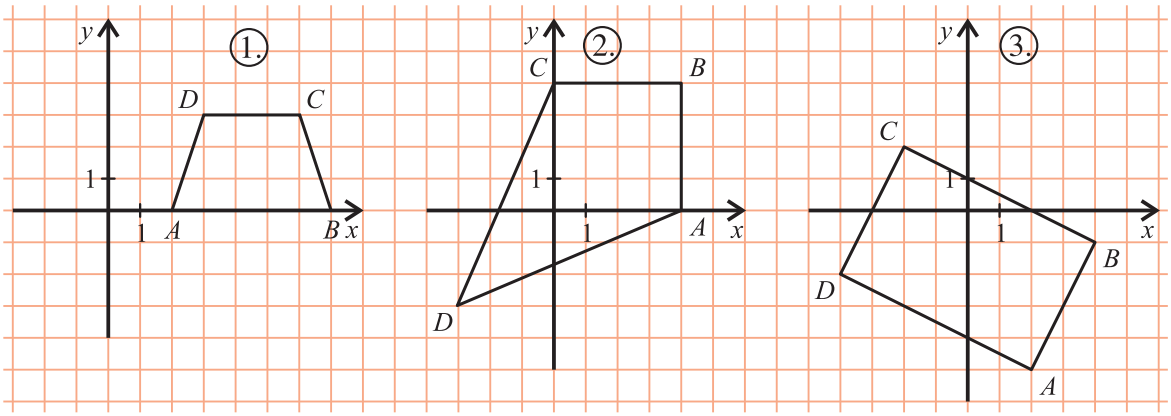
c)



145. *a)* Milyen messze vannak a koordináta-rendszer kezdőpontjától az alábbi tükrös négyszögek csúcsai?

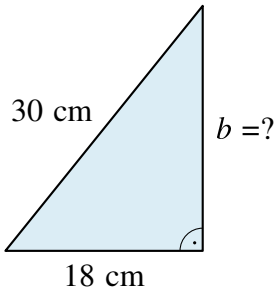
b) Milyen hosszú az átlójuk?

c) Mekkora a kerületük, illetve a területük? A hosszúságmérés egysége: 1 .

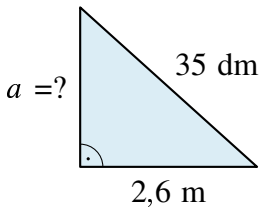


146. Számítsd ki a kérdezett hosszúságokat! Számítsd ki a háromszögek területét!

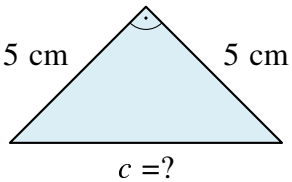
a)



b)



c)



147. A derékszögű háromszögek befogóit a-val, b-vel, átfogóját c-vel jelöltük. Számítsd ki a derékszögű háromszögek két oldalából a harmadikat!

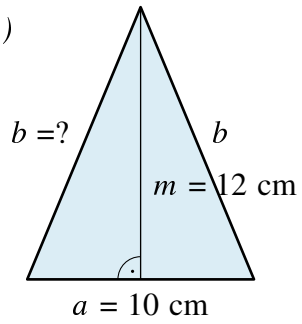
a	14	60	8		390		0,28	3,2	7,2	
b	48		15	120		65	0,45		15,4	9,6
c		65		123	890	97		13		14,6

148. Határozd meg a derékszögű háromszögek hiányzó oldalát! Egy tizedesjegy pontossággal számolj! A derékszögű háromszögek befogóit a-val, b-vel, átfogóját c-vel jelöltük.

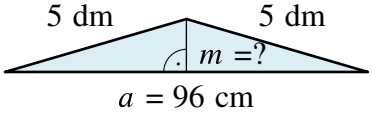
a	4,7	14		0,4	3,6	
b	5,2		205	0,9		1,0
c		32	304		8,0	2,0

149. Számítsd ki az egyenlő szárú háromszögek kérdezett hosszúságait!

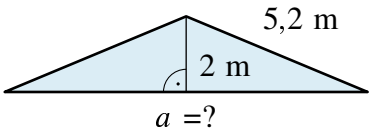
a)



b)

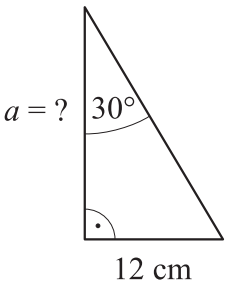


c)

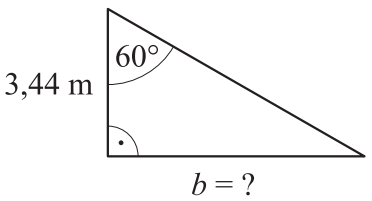


150. Számítsd ki a kérdezett hosszúságokat!

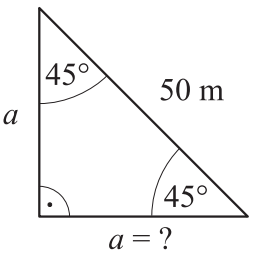
a)



b)



c)

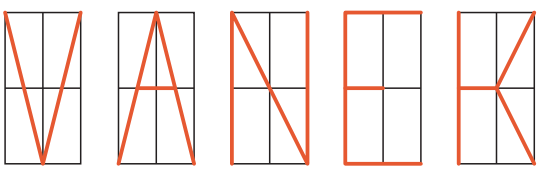


151. Egy szabályos háromszög kerülete 19,2 cm. Mekkora a területe?

152. Egy derékszögű háromszög oldalainak mérőszámai pitagoraszi számhármast alkotnak. Mekkora a háromszög területe, ha a kerülete 120 cm?

153. Számítsd ki egy 28 cm oldalú négyzet átlójának hosszát!

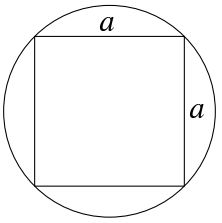
154. Milyen hosszú neoncsőből készültek az egyes betűk, ha a téglalap oldalai 12 cm és 24 cm hosszúak?



★ **155.** Egy téglalap kerülete 48 cm, oldalainak aránya 3 : 5. Mekkora a téglalap területe? Mekkora az átlója?

156. Egy téglalap oldalainak aránya 1 : 3, az átlója 14,40 m. Mekkora a kerülete?

157. Mekkora a 14,4 dm sugarú körbe írt négyzet oldala?



158. Lehet-e egy 28 cm átmérőjű körbe 20 cm oldalú négyzetet szerkeszteni?

159. Milyen távol van a 4 cm sugarú kör középpontjától az a húr, amelynek hossza 6 cm?

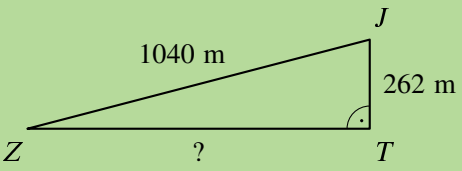
160. Milyen hosszú az a húr, amely egy 3 cm sugarú körben a középponttól 2 cm távolságban halad?

161. A budapesti Libegőt 1970. augusztus 17-én adták át.

A drótkötélpályás felvonó (függővasút) az alacsonyabban fekvő Zugligetből a magasabban fekvő János-hegyre viszi utasait.

A libegő útvonala 1040 m hosszú. A pálya a Zugligeti (Z) és a János-hegyi (J) végállomás között 262 métert emelkedik.



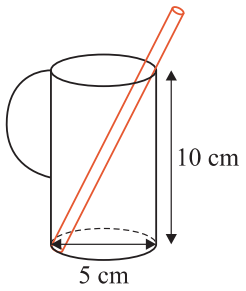


a) Milyen hosszú lenne a Zugligeti alsó végáállomásról induló, a Libegő pályája alatt vízszintesen haladó alagút ZT szakasza?

b) Számítsd ki, körülbelül hány perc a menetideje a Libegőnek, ha az óránkénti 4 km-t tesz meg egyenletes sebességgel!

(http://budapestcity.org/03-muemlekek/12/Libego/index-hu.htm)

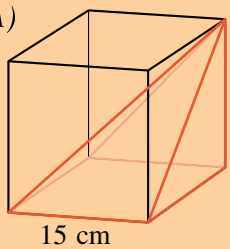
162. Milyen hosszú a szívószál, ha 5 cm hosszú része lóg ki a pohárból?



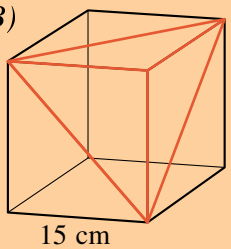
163. *a)* Milyen hosszú drótból készíthető el az ábrán látható gúla élváza, ha a gúla beírható egy 15 cm élű kockába?

b) Vannak-e köztük megegyező térfogatú gúlák? Ha igen, melyek azok?

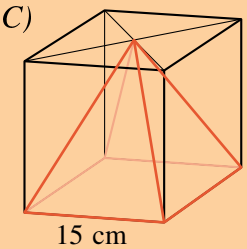
A)



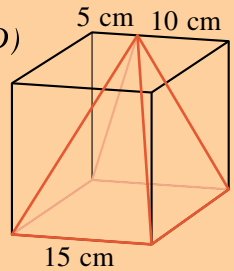
B)



C)



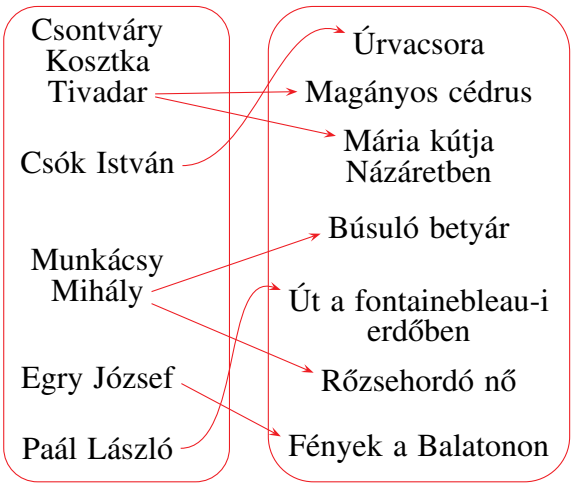
D)



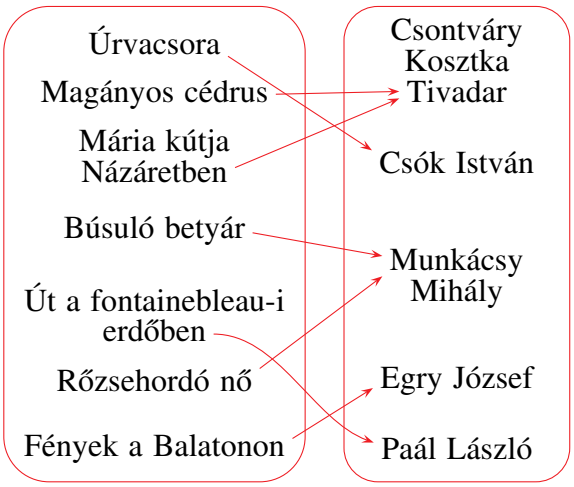
Hozzárendelések, függvények

164. Melyik megfeleltetés határoz meg függvényt?

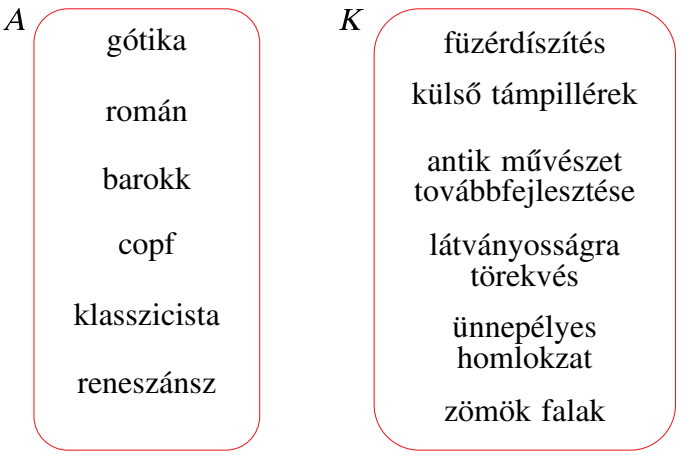
a)



b)

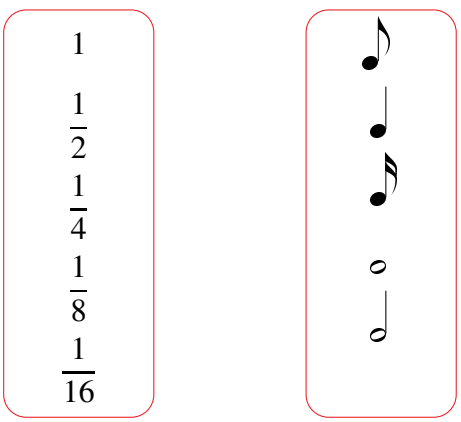


165. Az *A* alaphalmazba építészeti stílusok tartoznak, a *K* képhalmazba pedig az egyes stílusok jellegzetességei. Feleltesd meg őket egymásnak! Függvényt kaptál-e a megfeleltetés létrehozásával, és ha igen, akkor annak megfordítása is függvény-e?

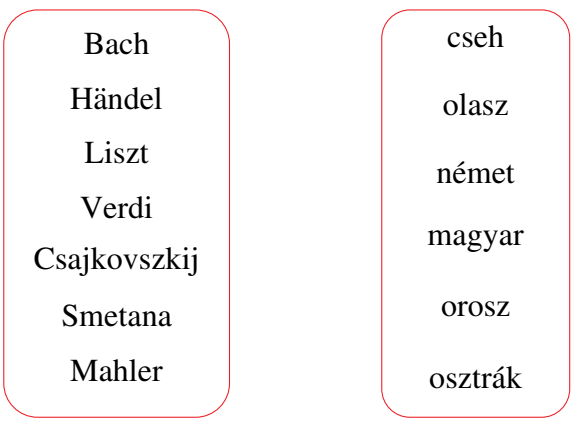


166. A megadott alaphalmazok és képhalmazok ismeretében létesíts megfeleltetést közöttük! Írd le a megfeleltetés szabályát is! Vizsgáld meg, hogy a megfeleltetés visszafelé is függvény-e!

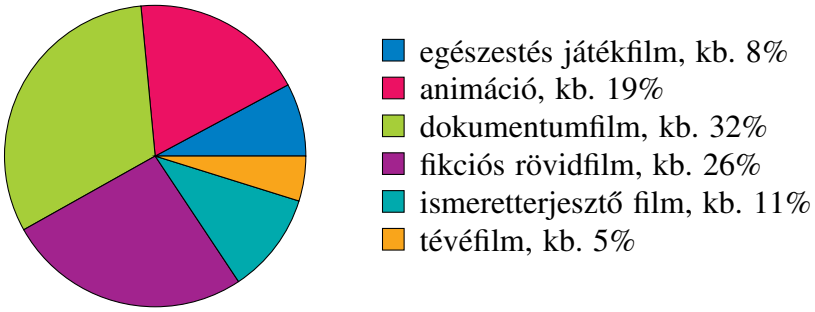
a)



b)



167. Mintegy 20 ezren látogattak el a 2014. október 13. és 19. között megrendezett első Magyar Filmhétre. A mustrán összesen 332 alkotás szerepelt.



(mandarchiv.hu)

a) A grafikonnal megadott függvénynél add meg a hozzárendelési utasítást!

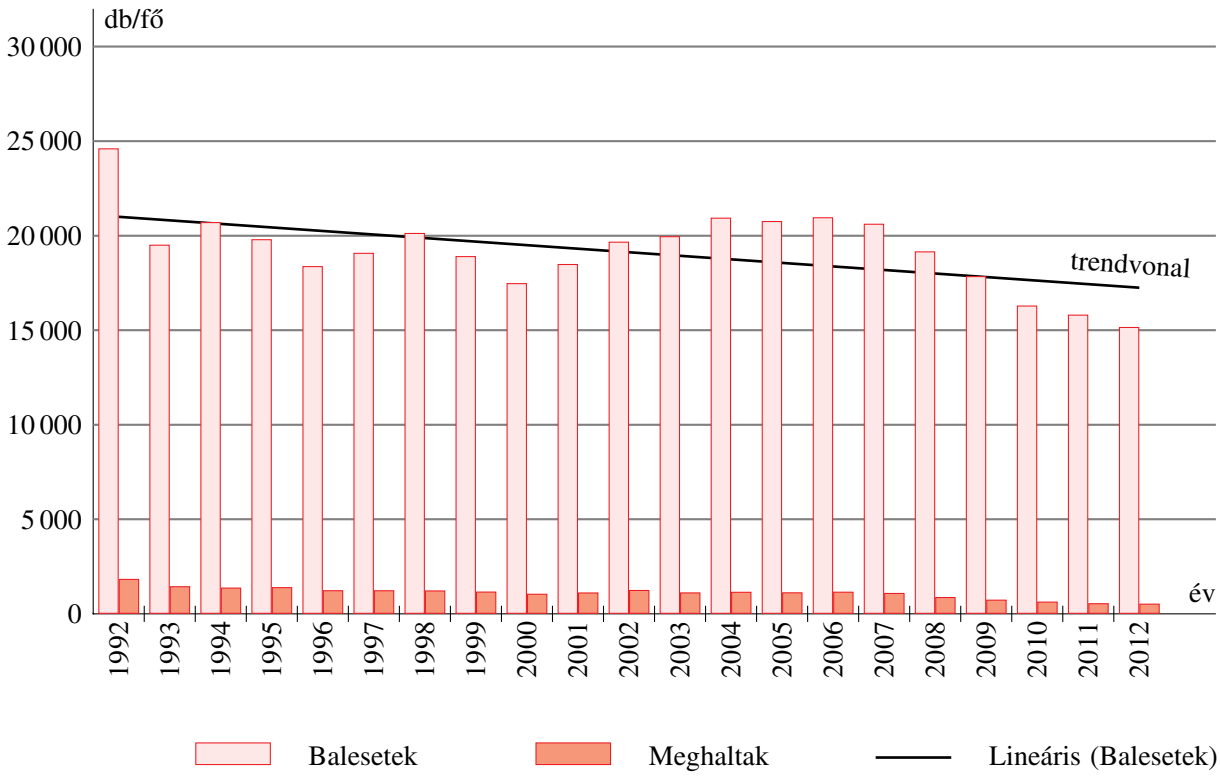
b) Mi a függvény alaphalmaza és képhalmaza?

c) Hány egészestés játékfim készült el a filmszemlére?

Nézz utána, hogy ki a rendezője és mi a címe annak a magyar játékfilmnek, amely Golden Globe díjat kapott 2016-ban?

168. A kettős oszlopdiagramon az Európai Unió országainak adatait láthatod a közlekedési balesetekre vonatkozóan.

Személysérüléses közúti közlekedési balesetek és a meghalt személyek számának diagramja



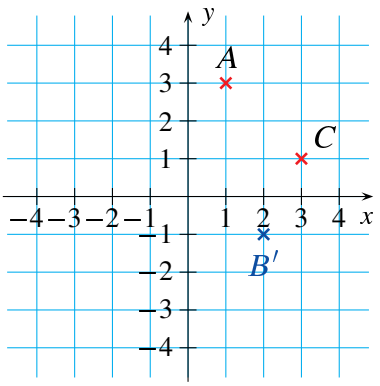
a) Adj meg függvényeket a grafikon alapján!

b) Mi az egyes függvények alaphalmaza illetve képhalmaza?

c) Padtársaddal együtt elemezzétek a grafikont, és olvassatok le minél több információt!

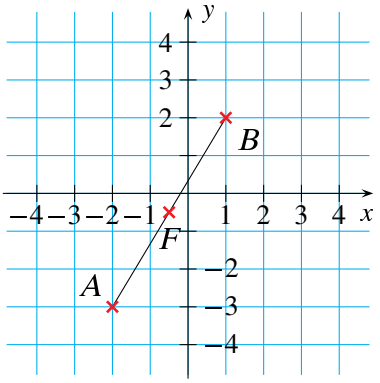
(KSH)

169. Az ABC háromszöget tükröztük az origóra. Az ábrán látható pontok felhasználásával rajzold meg pirossal az eredeti és kékkel a tükrözött háromszöget! Töltsd ki a táblázatot!



Eredeti pontok	$A(\ ;\ )$	$B(\ ;\ )$	$C(\ ;\ )$
Origóra tükrözött pontok	$A'(\ ;\ )$	$B'(\ ;\ )$	$C'(\ ;\ )$

170. Minden szakaszhoz egyértelműen hozzátartozik a szakasz felezőpontja. Töltsd ki a táblázatot!



Az egyik végpont	$A(-2;-3)$	$A(1;-2)$	$A(3;1)$	
A másik végpont	$B(1;2)$	$B(-3;3)$		$B(-1;1)$
Felezőpont	$F\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$		$F(0;0)$	$F(2;3)$

171. A megadott számokhoz rendeld hozzá a szám osztóinak számát! Töltsd ki a táblázatot! (A *d)* feladatban a p és q különböző prímszámok.)

a)

Szám	7	9	12	15	21
Osztók száma					

b)

Szám	1	3	9	27	81
Osztók száma					

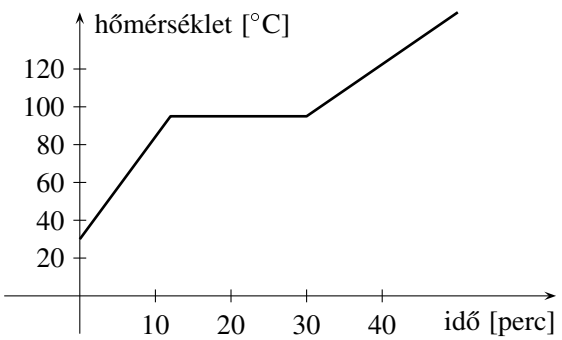
c)

Szám	2^3	3^5	$2\cdot 3$	$2^3\cdot 3$	$2^3\cdot 3^5$
Osztók száma					

d)

Szám	p	q^2	pq	pq^2	p^3q^5
Osztók száma					

172. Elemezd a csapvíz forrásáról készült grafikont! Mikor van csak víz, víz és gőz az edényben, és hány perc elteltével lesz csak gőz halmazállapotú anyag?

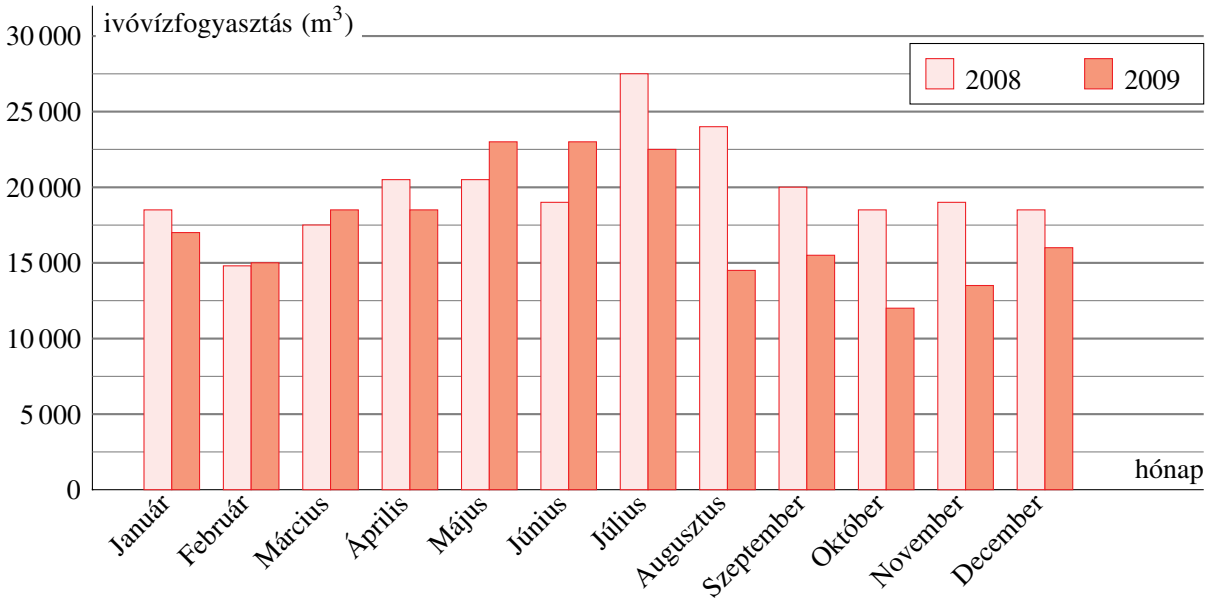


173.



Egy pohárban 30 °C-os üdítőital van, amelybe beledobunk egy-két jégkockát. Rajzold le a hűtési folyamatot ábrázoló grafikont!

174. A következő diagram egy város ivóvízfogyasztását mutatja két egymást követő évben. A diagram adatai alapján döntsd el, melyik igaz, illetve melyik hamis a következő állítások közül!



A) A vizsgált évek során a legkevesebb ivóvizet 2009 októberében fogyasztotta a város. ☐

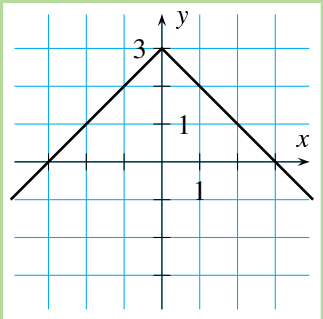
B) 2008-ban az évi összfogyasztás több volt, mint 2009-ben. ☐

C) 2008-ban minden hónapban több volt az ivóvízfogyasztás, mint 2009 azonos időszakában. ☐

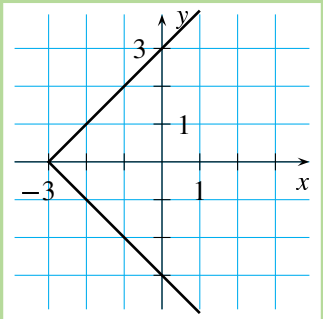
(Kompetenciamérés, 2012)

175. Döntsd el, hogy melyik grafikon lehet függvény grafikonja! Függvények esetén add meg az alaphalmazt és a képhalmazt!

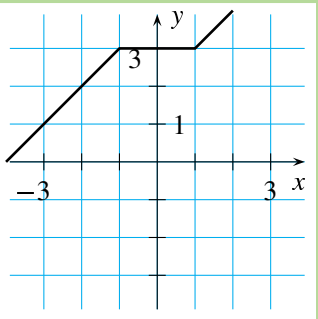
a)



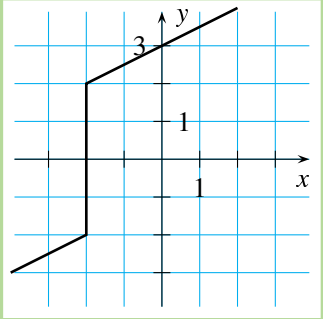
b)



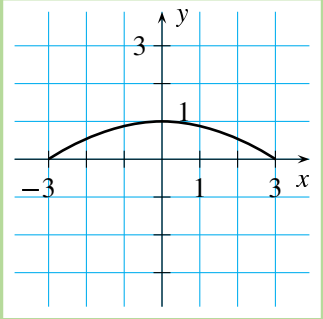
c)



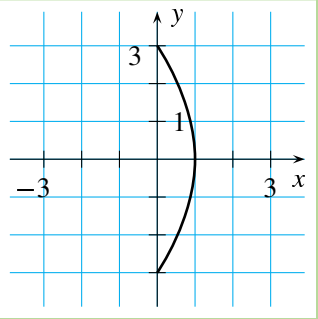
d)



e)



f)



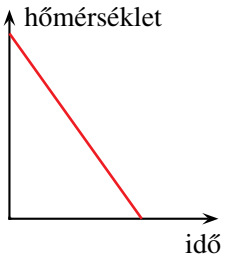
A lineáris függvény

176. Villanytűzhelyen való főzéskor fontos tudni, hogy a főzőlap bemelegedéséhez időre van szükség, viszont lekapcsolás után is még jó ideig meleg, azaz az étel tovább fő rajta. Keresd a párját!

a) Bekapcsolás után van a főzőlap. *b)* Kikapcsolás után van a főzőlap.

c) A főzőlap elérte a kívánt hőmérsékletet, és azon a hőmérsékleten fő az étel.

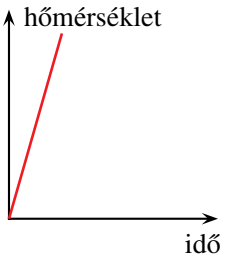
A)



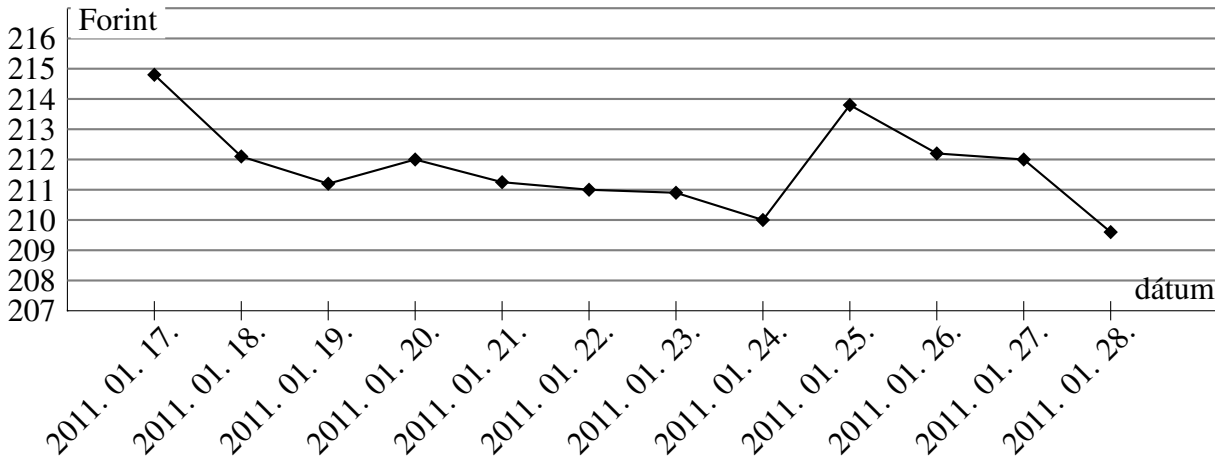
B)



C)



177. Az alábbi grafikon azt mutatja, hogy egy külföldi valutát hány forintért lehetett megvásárolni az ábrázolt időszakban.



a) Melyik napon volt a legdrágább ez a valuta az ábrázolt időszakban? Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

Ⓐ 2011. 01. 17-én Ⓑ 2011. 01. 20-án Ⓒ 2011. 01. 25-én Ⓓ 2011. 01. 28-án

b) Hány napon lehetett 212 Ft-nál kevesebbet fizetni ezért a valutáért az ábrázolt időszakban? Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

Ⓐ 5 Ⓑ 6 Ⓒ 8 Ⓓ 9

(Kompetenciamérés, 2012)

178. Számold ki az $f(x) = 2x - 3{,}2$ lineáris függvény helyettesítési értékét, ha

a) $x = 0$ *b)* $x = 4$ *c)* $x = -3{,}4$ *d)* $x = \frac{5}{6}$

179. Számold ki az $f(x) = -\frac{4}{7}x - 2$ lineáris függvény helyettesítési értékét, ha

a) $x = 0$ *b)* $x = 14$ *c)* $x = -4$ *d)* $x = \frac{21}{4}$

180. Ábrázold közös koordináta-rendszerben a következő függvények grafikonját!

a) $a(x) = 2x - 3$ *b)* $b(x) = 3x - 2$ *c)* $c(x) = -2x + 3$ *d)* $d(x) = -3x + 2$

181. Ábrázold az $f(x) = 1 - 4x$ függvény grafikonját! Döntsd el, hogy az $A(0; -4)$, $B(0; 1)$, $C(-1; 5)$, $D(-12; 50)$, $E(7; -27)$, $F(3; -13)$ pontok hogyan helyezkednek el a grafikonhoz képest!

182. Ábrázold az $f(x) = 2x - 3$ függvény grafikonját! Döntsd el, hogy az adott pontok hogyan helyezkednek el a grafikonokhoz képest!

$A(0; 0)$, $B(2; 1)$, $C(3; 2)$, $D(-4; -10)$, $E(5; 6)$, $F(-5; -13)$, $G(40; 77)$, $H(-50; -100)$

183. Ábrázold az $f(x) = 2 - 3x$ függvény grafikonját! Döntsd el, hogy az adott pontok hogyan helyezkednek el a grafikonhoz képest!

$A(0; 0)$, $B(0; 2)$, $C(3; -6)$, $D(-4; 10)$, $E(-5; 17)$, $F(4; -10)$, $G(20; -62)$, $H(-40; 122)$

184. Ábrázold az $f(x) = x - 3$ függvény grafikonját! Válaszd meg a pontok hiányzó jelzőszámait úgy, hogy a pontok

a) a grafikonon, *b)* a grafikon alatt, *c)* a grafikon fölött legyenek!

$A\left(0; \square\right)$, $B\left(\frac{3}{5}; \square\right)$, $C\left(-\frac{1}{2}; \square\right)$, $D\left(\square; 1\right)$, $E\left(\square; -3\right)$, $F\left(\square; \frac{3}{5}\right)$

185. Ábrázold az $f(x) = 2x + 3$ függvény grafikonját! Válaszd meg a pontok hiányzó jelzőszámait, hogy azok

a) a grafikonon legyenek; *b)* a grafikon fölött legyenek; *c)* a grafikon alatt legyenek!

$A\left(0; \square\right)$, $B\left(-2; \square\right)$, $C\left(\frac{7}{4}; \square\right)$, $D\left(\square; 0\right)$, $E\left(\square; 5\right)$, $F\left(\square; \frac{2}{3}\right)$

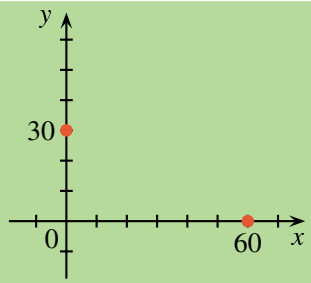
186. A megadott hozzárendelések közül válaszd ki a lineáris függvényeket, és készítsd el grafikonjukat!

a) $a(x) = -x + 3$ *b)* $b(x) = \frac{1}{2}x + 4$ *c)* $c(x) = -2$ *d)* $d(x) = |x + 3|$

e) $e(x) = 2 \cdot (x + 3)$ *f)* $f(x) = x^2$ *g)* $g(x) = \frac{x^2}{x}$ *h)* $h(x) = \frac{1}{x}$

187. Ábrázold az $f(x) = \frac{x + 3}{\frac{1}{2}}$ lineáris függvény grafikonját! Mely pontokban metszi a grafikon a koordinátatengelyeket?

188. Egy lineáris függvény az ábrán látható pontokban metszi a koordinátatengelyeket. Add meg a hozzárendelési utasítást! Ellenőrizd magad, ha $x = 20$, illetve $x = 40$!



189. Add meg az $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{2x}$ függvény esetén azokat az x értékeket, amelyekre értelmezhető a függvény, majd készítsd el a függvény grafikonját!

Add meg azt a halmazt, amelybe a függvény értékei beletartoznak!

A lineáris függvény grafikonjának jellemző tulajdonságai

190. Ábrázold közös koordináta-rendszerben a következő függvények grafikonjait!

a) $a(x) = 4x$ *b)* $b(x) = 4x + 2$ *c)* $c(x) = 4$

Hasonlítsd össze a kapott grafikonokat!

191. Ábrázold közös koordináta-rendszerben a következő függvények grafikonjait!

a) $a(x) = 4 - x$ *b)* $b(x) = x + 4$ *c)* $c(x) = -x + 4$

Hasonlítsd össze a kapott grafikonokat!

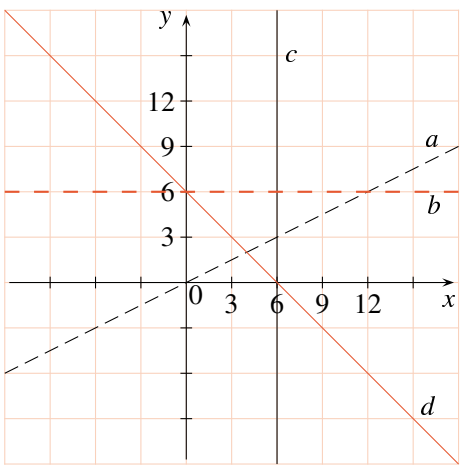
192. Ábrázold közös koordináta-rendszerben a következő függvények grafikonjait! Hasonlítsd össze a kapott grafikonokat!

a) $f(x) = 2{,}4x$ *b)* $g(x) = 2{,}4x - 3$ *c)* $h(x) = 2{,}4x + 1$

193. Ábrázold közös koordináta-rendszerben a következő függvények grafikonjait! Hasonlítsd össze a kapott grafikonokat!

a) $f(x) = \frac{2}{3}x + 3$ *b)* $g(x) = x + 3$ *c)* $h(x) = -2x + 3$

194. Keresd a párját!

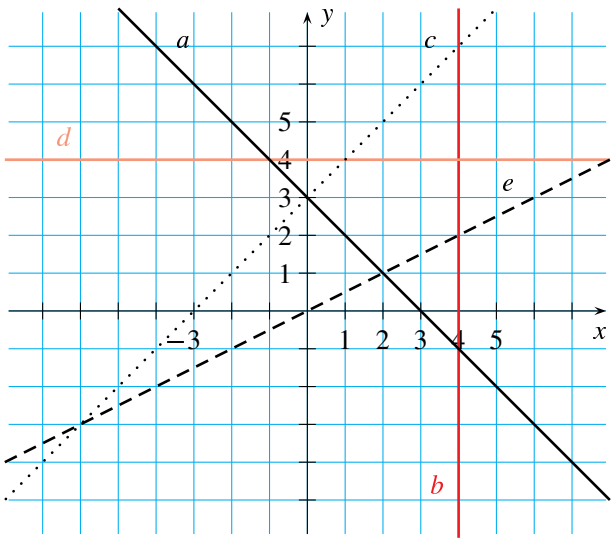


$f(x) = \frac{1}{2}x$ $y = 6$ $x = 2y$ $f(x) = 6$

$y = 0{,}5x$ $x = 6$ $f(x) = -x + 6$

$f(x) = 6 - x$ $y = 6 - x$

195. Keresd a párját!



egyenes arányosság grafikonja

$f(x) = 0{,}5x$

$f(x) = 3 - x$

meredeksége (-1)

$f(x) = -x + 3$

$f(x) = x + 3$

$f(x) = 4$

nem függvény

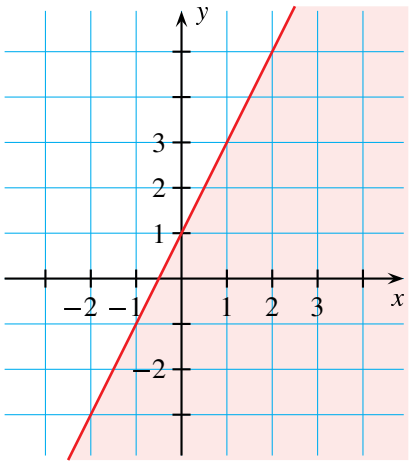
$x = 4$

196. Válaszd ki a lineáris függvények közül azokat, amelyek grafikonja csökkenő lesz, és készítsd el a grafikonjukat!

a) $a(x) = \frac{1}{3}x - 4$ *b)* $b(x) = -2x + 3$ *c)* $c(x) = 5$ *d)* $d(x) = 3 - x$

197. *a)* Add meg a lineáris függvény hozzárendelési utasítását!

b) Milyen összefüggés van az ábrán beszínezett $P(x; y)$ pontok koordinátái között?



198. Ábrázold az $f(x) = 2x$ és a $g(x) = x + 2$ lineáris függvények grafikonját!

a) Tükrözd az egyeneseket az x tengelyre, és írd fel a hozzárendelés szabályát!

b) Tükrözd az egyeneseket az y tengelyre, és írd fel a hozzárendelés szabályát!

c) Forgasd el az origó körül 90°-kal, és írd fel a hozzárendelés szabályát!

199. Megadtunk egy-egy egyenest a koordináta-rendszerben. Mi lehet a hozzárendelés szabálya?

a)

x	0	1
$f(x) = ?$	3	−4

b)

x	−2	2
$f(x) = ?$	4	12

c) Átmegy az $A(-3; 2)$ ponton, és az x tengellyel 45°-os szöget zár be.

200. Mekkora a kerülete és a területe annak a derékszögű háromszögnek, amelyet az $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ lineáris függvény grafikonja, valamint a koordinátatengelyek határolnak? Készíts ábrát is!

201. Készítsd el a lineáris függvény grafikonját, és add meg a hozzárendelési utasítást!

a) Áthalad az $A(0; -2)$ ponton, és 1-et jobbra lépve 4-et emelkedik.

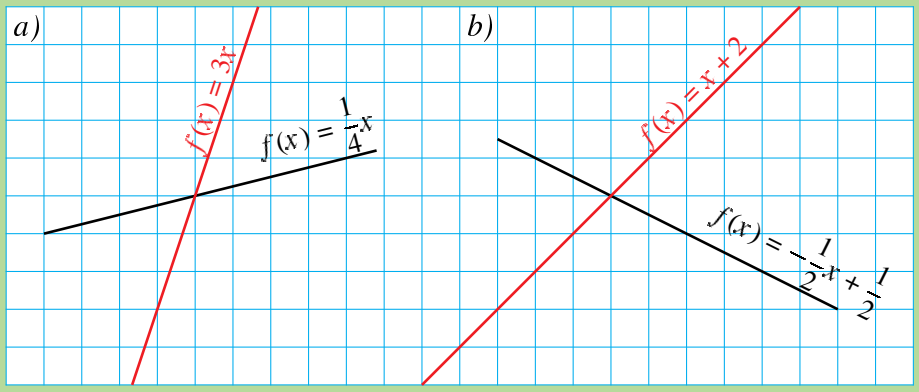
b) Áthalad az $A(0; -2)$ ponton, és 1-et jobbra lépve 4-et süllyed.

c) Áthalad az $A(-2; 0)$ ponton, és 1-et jobbra lépve 1-et emelkedik.

d) Áthalad az $A(-2; 0)$ ponton, és 1-et jobbra lépve 1-et süllyed.

202. Színezd ki a koordináta-rendszerben azokat a $P(x; y)$ pontokat, amelyekre fennáll az összefüggés: $4 - x \leqq y \leqq x + 1$!

203. Rajzold be a koordináta-rendszer hiányzó tengelyeit!



A függvény értelmezési tartománya, értékkészlete

204. Add meg az egyes utasításokkal definiált függvények értelmezési tartományát, majd készítsd el a függvények grafikonjait! Határozd meg a függvények értékkészletét!

a) Minden pozitív egész számhoz rendeld hozzá a szám háromszorosát!

b) A szabályos háromszög oldalának hosszához rendeld hozzá a háromszög kerületét (azonos mértékegységgel dolgozz)!

c) Minden számhoz rendeld hozzá a szám háromszorosát!

205. Készítsd el az $f(x) = 2x - 3$ függvény grafikonját, és add meg a függvény értékkészletét, ha az értelmezési tartomány

a) ÉT = {tanult számok}

b) ÉT = $\{2 \leqq x < 6\}$

206. Készítsd el az $f(x) = -x + 3$ függvény grafikonját, és add meg a függvény értékkészletét, ha az értelmezési tartomány

a) ÉT = {természetes számok}

b) ÉT = $\{-3 \leqq x \leqq 3\}$

207. Készítsd el az $f(x) = 4 - 2x$ függvény grafikonját, és add meg a függvény értékkészletét, ha az értelmezési tartomány

a) ÉT = {páros számok}

b) ÉT = $\{-4 \leqq x < 5\}$

208. Rajzold le a „kakukktojás” függvény grafikonját, azaz keresd meg azt a hozzárendelési utasítást, amelyhez tartozó értékkészletnek nincs párja!

a) $f(x) = 3x - 1$

b) $g(x) = x + 4$

c) $h(x) = -x + 8$

d) $i(x) = 2x - 4$

e) $j(x) = -2x + 5$

A) ÉT = $\{2 \leqq x \leqq 4\}$

B) ÉT = $\{1 \leqq x \leqq 7\}$

C) ÉT = $\{2 \leqq x \leqq 6\}$

D) ÉT = $\{3 \leqq x \leqq 5\}$

E) ÉT = $\{-4 \leqq x \leqq 0\}$

209. Ábrázold az $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$ lineáris függvény grafikonját, ha az értelmezési tartománya az

a) $A = [-2; 6]$ intervallum. Mi az értékkészlet?

b) $A = [-2; 6]$ intervallum egész értékei. Mi az értékkészlet?

210. Milyen alakzatot határoz meg a három függvény grafikonja?

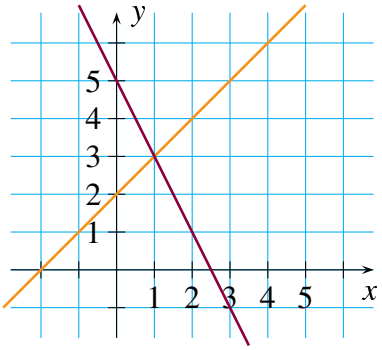
$f(x) = 1{,}5x - 1$ ÉT = $\{2 \leqq x \leqq 6\}$

$g(x) = -\frac{2}{3}x + 12$ ÉT = $\{6 \leqq x \leqq 12\}$

$h(x) = 0{,}2x + 1{,}6$ ÉT = $\{2 \leqq x \leqq 12\}$

Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása

211. Olvasd le a grafikonról a feladatok megoldásait, és jelöld őket a számegyenesen!



a) $x + 2 = 5 - 2x$ (Pirossal dolgozz!)

b) $x + 2 > 5 - 2x$ (Kékkel dolgozz!)

c) $x + 2 \leqq 5 - 2x$ (Zölddel dolgozz!)

212. Oldd meg grafikusan a következő feladatokat!

a) $2x + 3 > x - 4$ *b)* $\frac{x-2}{4} \leqq 13 - 2x$ *c)* $4 - 5x < 5 - 5x$

213. Oldd meg grafikusan a következő feladatokat!

a) $2x - 3 > \frac{1}{3}x - 4$ *b)* $\frac{1}{2}x - 1 \leqq x + 3$ *c)* $\frac{2x+6}{2} \geqq x + 2$

214. Határozd meg grafikus úton, hogy milyen értékekre vesznek fel

a) nulla, *b)* pozitív, *c)* negatív értékeket a következő függvények!

Megoldásodat jelöld *a)* pirossal, *b)* kékkel, illetve *c)* zölddel a számegyenesen!

F: $f(x) = 3x - 5$ *G:* $g(x) = 4 - 3x$ *H:* $h(x) = |x| - 3$ *I:* $i(x) = x^2 - 4$

215. Melyek azok a számok, amelyek összege 9?

a) Az egyik szám függvényében írd fel a másik számot, és készítsd el a kapott függvény grafikonját!

b) Melyek azok a számok, amelyek összege 9, és különbsége 3?

216. A csónakból kieső labdát a gyerekek kb. 1,5 perc múlva kezdték el „üldözni”. A fiúk egy perc alatt 250 m-t haladnak, míg a folyó ezen a szakaszán percenként 100 m-t tesz meg. Mennyi idő múlva érik utol a labdát, és milyen hosszú úton csurgott lefelé a labda a folyón?



217. A nyári sátorozáskor Gyuri 2 dl teavizet akart melegíteni egy olyan merülőforralóval, amely az ilyen mennyiségű vizet percenként 15 °C-kal tudja melegíteni. Karcsinak ugyanilyen merülőforralója van, de ő csak 1 dl vizet tett fel kávénak, viszont 2 perccel később kezdett a forraláshoz, mint Gyuri. Hány perc múlva lesz kész (azaz 100 °C-os) a teavíz, illetve a kávéhoz melegített víz? Mikor lesz Karcsinak melegebb a vize, ha 22 °C-os csapvizet kezdtek melegíteni a fiúk?

218. A nyolcadikosok a ballagás utánra diszkót szerveznek. Az egyik amatőr együttes a kiszállásért 4000 Ft-ot kér, és óránként 8000 Ft-ot. Egy másik együttes óradíja csak 6000 Ft, de a kiszállásért 10 000 Ft-ot számolnak fel. Hány órás zenélésért kérnek azonos díjazást az együttesek? Hány órás buli esetén érdemesebb az első együttest meghívni, ha a szolgáltatott zene színvonalában nincs különbség?

A függvények fontos tulajdonságai, nemlineáris függvények (Kiegészítő tananyag)

219. Az $A(3;9)$, $B(0;0)$, $C(1;3)$, $D(2;5)$ és $E(-2;4)$ pontokra vonatkoznak az alábbi állítások. Válaszd ki az igaz állításokat!

Az $f(x) = 3x$, $g(x) = x^2$ és $h(x) = x + 6$ függvények grafikonján a felsorolt pontok közül

I. egy pont illeszkedik mindhárom grafikonra;

II. nincs olyan pont, amelyik egyetlen grafikonra sem illeszkedik;

III. három pont illeszkedik pontosan két grafikonra;

IV. legalább egy grafikonra négy pont illeszkedik.

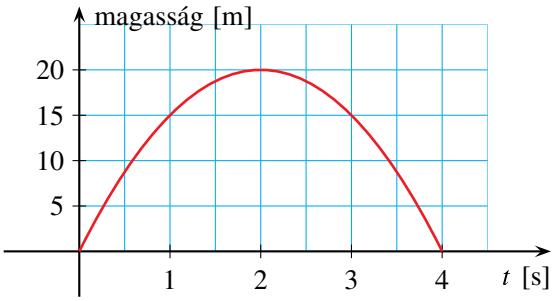
220. Az ábrán egy 20 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ kezdősebességgel függőlegesen elhajított kő út-idő grafikonja látható.

a) Milyen magasra emelkedett fel a kő?

b) Mikor ért földet?

c) Mikor volt a földhöz 12 m-nél közelebb?

d) Milyen hosszú ideig volt a kő 15 m-es magasság fölött?



221. Ha egy golyót leejtünk, akkor a megtett út egyenesen arányos az eltelt idő négyzetével. Az arányossági tényező függ az esés helyétől (az időt másodpercben, a megtett utat méterben mérjük). Az arányossági tényező:

a) a Földön ≈ 5, *b)* a Holdon $\approx 0{,}8$, *c)* a Jupiteren $\approx 11{,}5$.

Készítsd el az út-idő grafikont egy szabadon eső test esetében a fenti égitestekre!

@ Nézz utána, hogy hívták azt az űrhajóst, aki először a Holdra lépett, és miért mozgott ott „ugrándozva”! Mikor történt mindez?

222. *a)* Ábrázold közös koordináta-rendszerben a következő függvények grafikonjait!

$a(x) = |x|$ $\qquad$ $b(x) = |-x|$ $\qquad$ $c(x) = -|x|$

b) Add meg az egyes függvények értékkészletét!

c) Hol csökkenőek és hol növekvőek a függvények?

223. Készítsd el a függvények grafikonját, és határozd meg az értékkészletüket!

a) $f(x) = |x|$, ÉT $= \{-2 \leqq x \leqq 4\}$ $\qquad$ *b)* $g(x) = |x|$, ÉT $= \{-4 \leqq x \leqq 2\}$

224. *a)* Ábrázold közös koordináta-rendszerben az egyes függvények grafikonjait!

b) Add meg az egyes függvények értékkészletét!

c) Hol csökkenőek és hol növekvőek a függvények?

$f(x) = x^2$ $\qquad$ $g(x) = x^2 - 2$ $\qquad$ $h(x) = 2x^2$

225. Keresd a párját! Minden számhoz hozzárendeltük

A) az ellentettjét

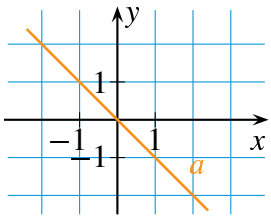
B) az abszolút értékét

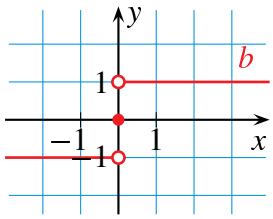
C) az ellentettjének az abszolút értékét

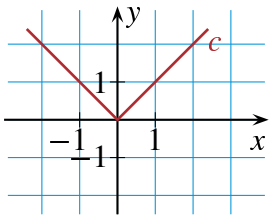
D) az abszolút értékének az ellentettjét

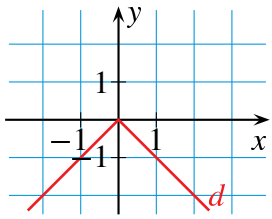
E) 1-et, ha $x > 0$, 0-t, ha $x = 0$, (-1)-et, ha $x < 0$

F) a (-1)-szeresét









226. Ábrázold a következő függvények grafikonjait! Add meg a függvények értelmezési tartományát és értékkészletét is!

a) $f(x) = \frac{3}{x}$ *b)* $f(x) = -\frac{1}{x}$ *c)* $f(x) = \frac{1}{3x}$

227. Készítsd el közös koordináta-rendszerben az *a)* $f(x) = 4x$, *b)* $f(x) = \frac{4}{x}$, $x \neq 0$ függvények grafikonját! Van-e közös pontja a két görbének?

228. Mekkora a kerülete és a területe annak a háromszögnek, amelyet az $x \mapsto 2 - |x|$ függvény grafikonja és az x tengely határol?

229. Julcsi néni egy 12 m hosszú kerítéssel egy téglalap alakú részt kerített körül az udvaron a tyúkoknak, hogy ezentúl csak ott kapirgáljanak. A terület a ház falához illeszkedik úgy, hogy ott nem kellett kerítést kihúzni. Írd fel, hogy az elkerített rész területe hogyan függ a téglalap szélességétől! Készítsd el a kapott függvény grafikonját! Milyen adatok esetén lesz legnagyobb az elkerített rész területe?

230. Az orvosi könyvek a gyógyszerek adagolását általában a felnőttekre adják meg.

Ezt a $Gy = \frac{F+n}{n+12}$ képlettel lehet átszámolni a gyerekekre, ahol n a gyerek életkorát jelenti években kifejezve. (A képlet 1 évnél fiatalabb gyerekekre nem alkalmazható.)

Számítsd ki a különböző korú gyerekeknek adandó gyógyszer mennyiségét, ha a felnőttek adagja 10 milligramm! Készíts értéktáblázatot, és rajzold meg az adott képlethez tartozó grafikont!

Sorozatok, a számtani sorozat

231. Add meg a sorozatok első öt és az ötvenedik elemét!

$a_n = 5n - 4$ $b_n = \left|3 - \frac{1}{3}n\right|$ $c_n = n^2 - 10$ $d_n = \frac{2n-1}{n+4}$ $e_n = \sqrt{n}$

232. Add meg a sorozatok első öt és az ötvenedik elemét!

$a_n = 3 - 4n$ $\quad b_n = \dfrac{n}{n^2+1}$ $\quad c_n = (-1)^n \cdot (n+1)$ $\quad d_n = 3 + \dfrac{1}{n}$ $\quad e_n = 2^n$

233. Melyik szám a „kakukktojás”? Melyik az a szám, amelyik egyik sorozathoz sem tartozik?

$a_n = 7 + 8n$	$b_1 = 3$ $b_n = b_{n-1} + 7$	$c_1 = 2$ $c_n = 3c_{n-1} + 2$	$d_1 = 1 \quad d_2 = 1$ $d_n = d_{n-1} + d_{n-2}$

2, 5, 8, 15, 16, 17, 21, 24, 26, 80

234. Ábrázold grafikonon az $a_n = \dfrac{10}{n+2}$ sorozat első öt elemét! Mi a sorozat huszadik eleme? Hányadik eleme a sorozatnak az $\dfrac{5}{101}$? Van-e a sorozatnak legnagyobb, illetve legkisebb eleme?

235. Írd fel a számtani sorozatok első hat tagját, és készítsd el a hozzájuk tartozó grafikonokat!

a) az első elem 2, és a különbség -2

b) $a_1 = -2$ és $d = 2$

c) az első elem 3,5, és a második elem 4,7

d) $a_2 = \dfrac{2}{3}$ és $a_3 = 0$

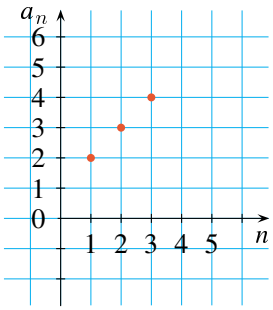
e) $a_7 = -1{,}5$ és $a_8 = -1{,}5$

f) a második elem 8, és a negyedik elem 6

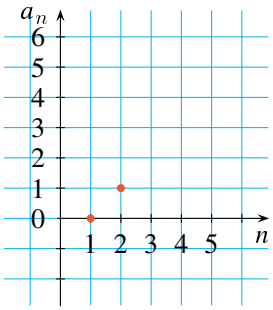
g) a harmadik elem 42, és a differencia -3

236. A grafikonok alapján írd le a számtani sorozatok első hat elemét!

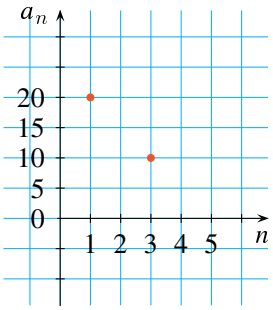
a)



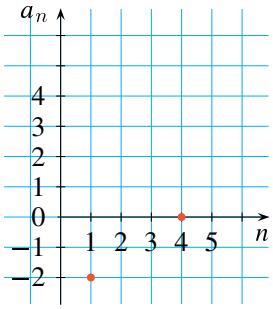
b)



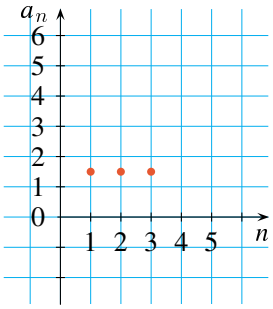
c)



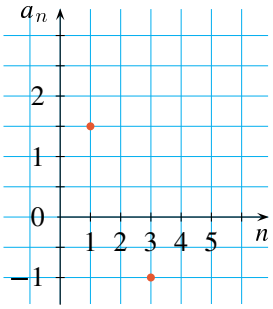
d)



e)



f)



237. Válaszd ki azokat a sorozatokat, amelyeket folytathatunk úgy, hogy számtani sorozatok legyenek! Írd fel ezeknek további két elemét!

a) 7; 5; 3; …

b) 7; $\dfrac{7}{3}$; $\dfrac{7}{9}$; …

c) $\dfrac{1}{4}$; $\dfrac{1}{20}$; $-\dfrac{3}{20}$; …

d) 1; 1,1; 1,2; …

e) 1; 1,11; 1,111; …

f) 120; 93; 66; …

238. Töltsd ki a táblázatot, ha az adatok egy-egy számtani sorozatra vonatkoznak!

a_1	d	a_2	a_5
-7	3		
8,3		4,1	
	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{4}$	
	$-0{,}4$		12

239. Egy számtani sorozat negyedik eleme $\frac{2}{5}$, hatodik eleme $\frac{3}{5}$. Mennyi a sorozat differenciája, első és tizedik eleme?

240. Egy számtani sorozat első két eleme: $\frac{8}{9}$, $\frac{4}{3}$. Hányadik elem a $\frac{124}{9}$?

241. Ábrázold a sorozatok első öt elemét! Ha számtani sorozatot határoz meg a hozzárendelési utasítás, akkor add meg a sorozat differenciáját!

a) $a_n = 2 - 5n$ *b)* $b_n = 4$ *c)* $c_n = n^2$ *d)* $d_n = 3n + 1$

242. Egy számtani sorozatban $a_1 = -2$ és $a_7 = 22$. Mennyi a sorozat tizedik eleme? Mennyi az első három elem számtani közepe?

243. Egy számtani sorozat első eleme 7, ötödik eleme 55. Hányadik eleme a sorozatnak a 115 és az 1483?

244. Egy számtani sorozatban az első elem 8, az első három elem számtani közepe 12.

a) Mennyi a sorozat differenciája? *b)* Mennyi az első nyolc elem összege?

c) Hány sorozatbeli elem van 100 és 200 között?

245. Számítsd ki azoknak a

a) legfeljebb kétjegyű, *b)* legfeljebb háromjegyű

számoknak az összegét, amelyek 5-tel osztva 3-at adnak maradékul!

246. Egy négyszög szögei 12 differenciájú számtani sorozatot alkotnak. Mekkorák az egyes szögek?

247. Egy kirakatban a konzervdobozokat az ábrán látható háromszög alakban rendezték el. Összesen 16 sorból áll a „gúla”. Hány doboz fért a legalsó sorba? Hány dobozt raktak fel összesen? El lehet-e helyezni a dobozokat négyzet vagy kocka formában is?



248. Tamás és András minden kedden úsznak. Tamás első alkalommal 30 hosszt úszott le, és minden héten 2 hosszal növelte a távot. András 50 hosszt úszott minden alkalommal.

a) Hányadik héten úsztak ugyanannyit a fiúk?

b) Hány hosszal körözi le Tamás Andrást az év folyamán?

c) Hány km-t úsznak egy év alatt, ha a medence $33\frac{1}{3}$ m-es?

249. Nóri és Kati minden este felülésgyakorlatot végez. Nóri 12 felüléssel kezd, és naponta 5-tel növeli az adagját, míg Kati 25-tel kezd, de csak 2-vel növeli naponta a felülések számát. Egy hét alatt ki végzett több hasizomgyakorlatot, és mennyivel?

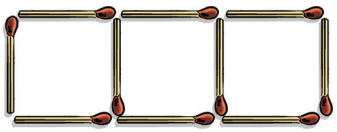
250. Számítsd ki a páratlan számok összegét 1-től 99-ig!

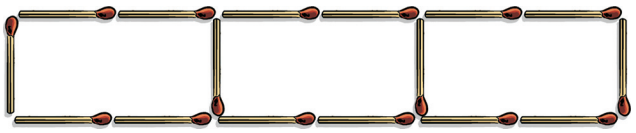
251. Számítsd ki a 100-nál kisebb, öttel osztható pozitív számok összegét!

252. Számítsd ki az 50 és 150 közé eső, 3-mal osztható számok összegét!

253. Számítsd ki a 4-gyel nem osztható kétjegyű páros számok összegét!

254. Gyufaszálakból építettük a következő alakzatokat:

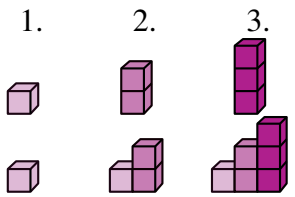
a) 

b) 

Hány gyufaszálra van szükség az egyes esetekben? Töltsd ki a táblázatot, és a kapott képletet ellenőrizd az ábrán látható $n = 3$-ra, $n = 5$-re és $n = 8$-ra!

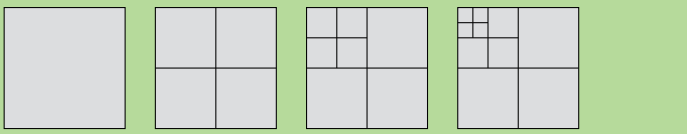
Téglalapok száma	1	2	3	4	5	6	7	8	...	n
Gyufák száma: a	4									
Gyufák száma: b	6									

255. Négyzetes oszlopokat építünk. Hány egységnégyzet az oszlopok felszíne? Mennyi lesz a felszín, ha az oszlopokat egymás mellé tesszük az asztalra?
Töltsd ki a táblázatot, és a kapott képletet ellenőrizd $n = 4$-re és $n = 8$-ra!



Kockák száma	1	2	3	4	5	6	7	8	...	n
Az oszlop felszíne	6	10								
A kapott test felszíne	6	14								

256. Az ábrán látható rajzolási szabályt folytatva hány négyzetre osztottuk fel a 6., a 11., illetve a 15. ábrát, és összesen hány négyzet van ezeken az ábrákon?



257. Szét lehet-e osztani az 1, 2, 3, ..., 2001, 2002 számokat két csoportba úgy, hogy

a) mindkét csoportban egyenlő legyen a számok összege,

b) mindkét csoportban páratlan legyen a számok összege?

258. Melyik számot töröltük le a 2, 4, 6, ..., 98, 100 számok közül, ha a megmaradt számok számtani közepe a $\frac{2486}{49}$ lett?

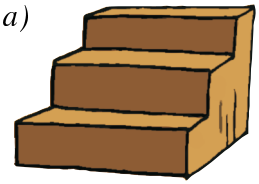
259. Melyik az a négyjegyű szám, amelyben a számjegyek 2 differenciájú számtani sorozatot alkotnak, és a számjegyek összege többszöröse a 3-nak?

Térgeometria

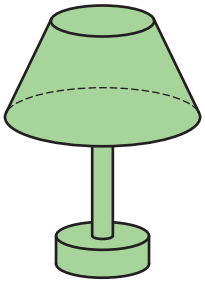
Környezetünk tárgyai és a mértani testek

260. Keresd meg a tárgyak geometriai modelljét!

a)



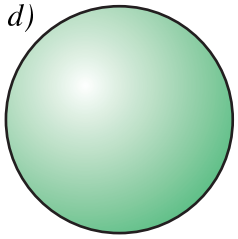
b)



c)



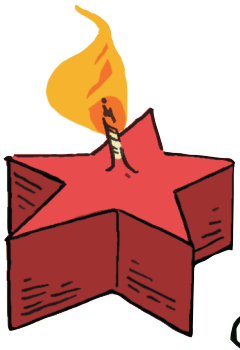
d)



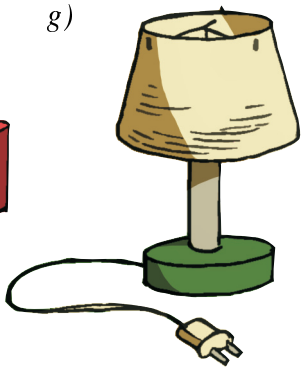
e)



f)



g)



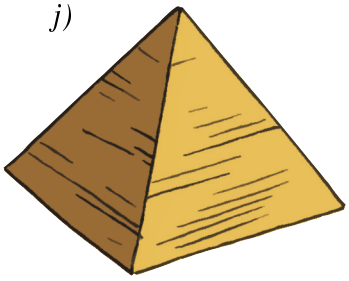
h)



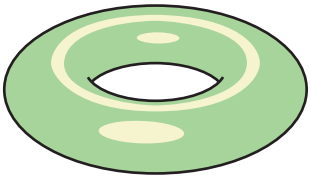
i)



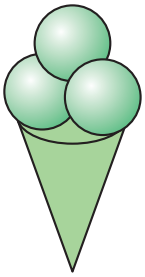
j)



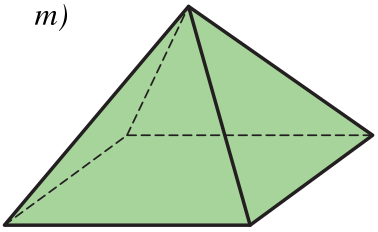
k)



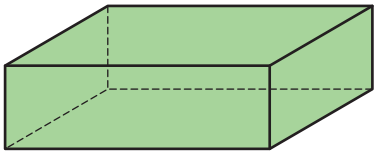
l)



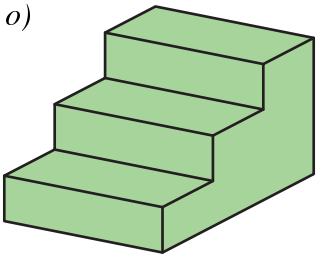
m)



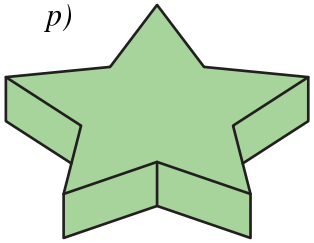
n)



o)

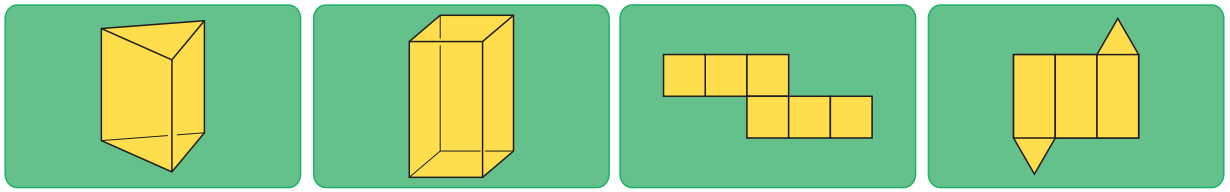


p)

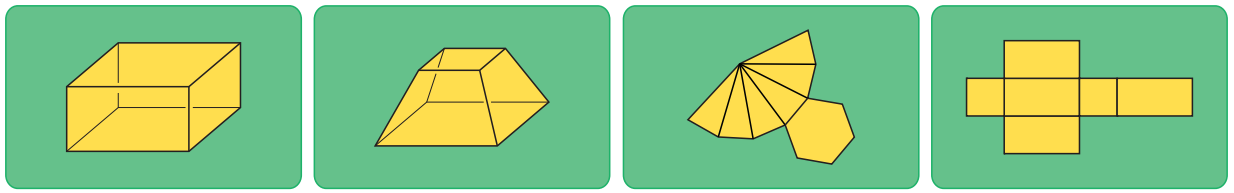


261. Párosítsd a testeket a hálóikkal!

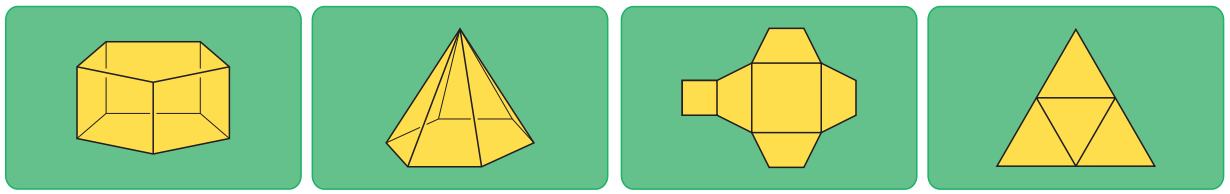
A) *B)* *a)* *b)*



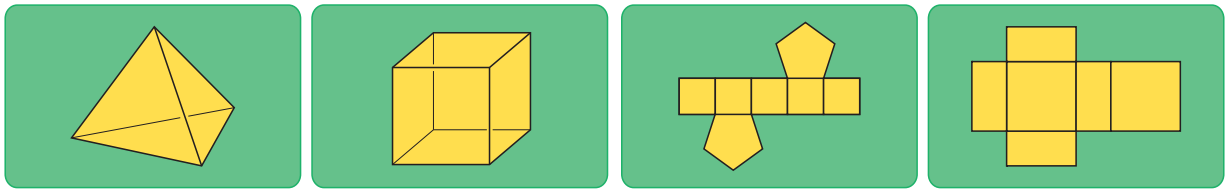
C) *D)* *c)* *d)*



E) *F)* *e)* *f)*

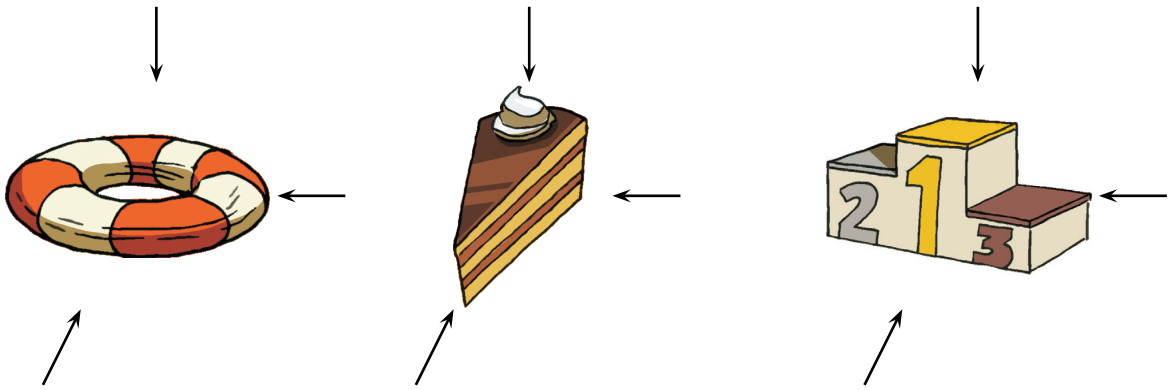


G) *H)* *g)* *h)*

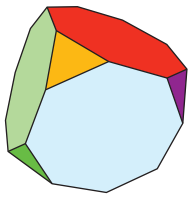


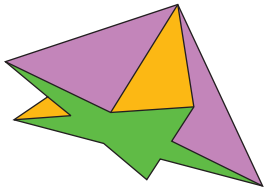
262. Rajzold le a tárgyak elöl-, felül- és oldalnézetét!

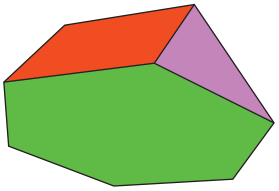
A) *B)* *C)*



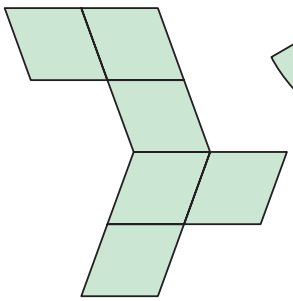
263. Milyen határolólapjai vannak az alábbi testeknek? Csak a látható lapokat rajzold le!

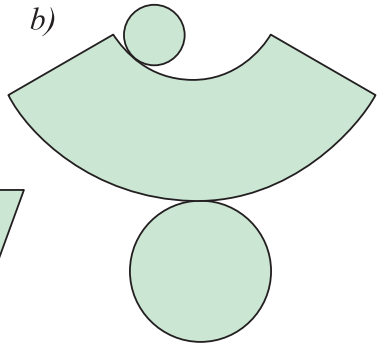
A) 

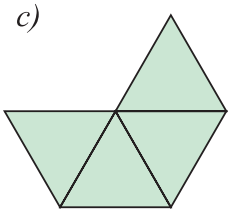
B) 

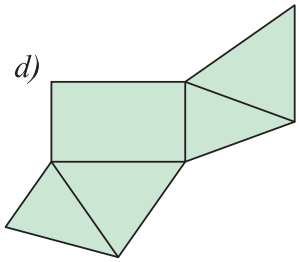
C) 

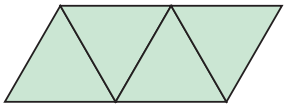
264. Válaszd ki a hálók közül azokat, amelyekből mértani testet lehet építeni! Nevezd meg ezeket a testeket! Vannak-e a hálók között olyanok, amelyekből ugyanazt a testet lehet felépíteni?

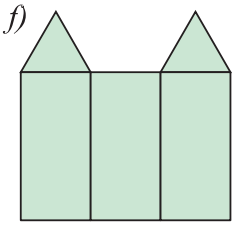
a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

A gúla

265. Építs 6 db szabályos háromszögből testet! Hány éle, lapja, csúcsa van ennek a testnek?

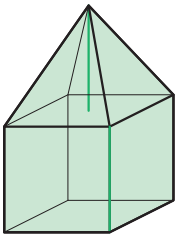
266. Pálcikákból és golyókból (Babilon vagy Geomag építőből) olyan szabályos tetraédert készítünk, amelynek egy éle 2 pálcika hosszúságú. Hány golyót és pálcikát használunk fel?

267. Először egy olyan ötszög alapú gúla élvázas modelljét készítjük el, amelynek minden éle 3 cm. Hány cm drótra van szükségünk? Másodszor az előző gúla alaplapjára, az alaplappal elválasztott másik térrészbe egy ugyanolyan gúlát készítünk, mint az előző. Hány cm drót szükséges az így kapott kettős gúlához?

268. Melyik az a gúla, amelynek

a) 4 éle, *b)* 6 éle, *c)* 8 éle, *d)* 9 éle van?

269. Egy 54 cm^2 felszínű kocka egyik lapjára kifelé ráragasztunk egy, a kocka élével azonos alapélű és megegyező magasságú, egyenlő oldalélű gúlát. Az így kapott testnek hány lapja, éle és csúcsa van? Szerkeszd meg a test hálóját!



270. Igazak-e az állítások? Válaszaidat indokold!

A) A gúla határolólapjai sokszögek.

B) A sokszöglapokkal határolt testek gúlák.

C) Két hatszög alapú gúla egybevágó, ha a megfelelő oldalélei egyenlők.

D) A gúlának nem lehet páratlan számú éle.

E) A gúlának csak páratlan számú lapja lehet.

F) A háromszög alapú gúla minden lapja lehet alaplap.

A gúla felszíne (Kiegészítő tananyag)

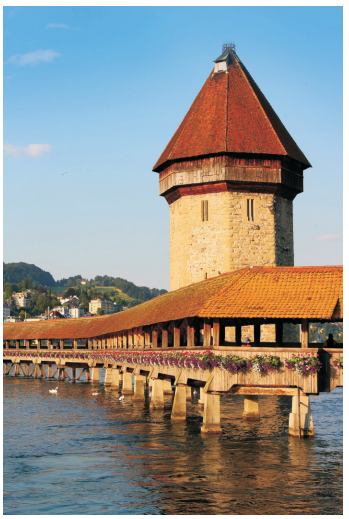
271. A táblázat egy-egy négyzet alapú, egyenlő oldalélű gúla adatait tartalmazza. Számítsd ki a hiányzó adatokat! a a gúla alapéle, m_o az oldallapok magassága, T_a a gúla alapterülete, T_o a gúla egy oldallapjának területe, m_t a gúla testmagassága, b a gúla oldaléle, e az alaplap átlója, A a gúla felszíne.

	a (cm)	m_o (cm)	T_a (cm^2)	T_o (cm^2)	m_t (cm)	b (cm)	e (cm)	A (cm^2)
a)	6	5						
b)			9	10				
c)		3					4	
d)			100			13		
e)	60				40			

272. Egy 36 cm^2 alapterületű, négyzet alapú, egyenlő oldalélű gúla egy oldallapjának területe az alaplap területének 75%-a. Mekkora a gúla felszíne?

273. Egy hatszög alapú, egyenlő oldalélű gúla felszíne 125 dm^2. Az alaplap és egy oldallap területének aránya 3 : 2. Mekkora az alaplap, és mekkora az oldallapok területe?

274. A torony teteje olyan szabályos nyolcszög alapú, egyenlő oldalélű gúla, melynek alapéle 3,8 m, oldallapjának magassága 8,6 m. A tető beborításához hány darab cserépre van szükség, ha 1 m^2 területre 16 db-ot lehet felrakni, és a hulladékra plusz 15%-ot kell számítani?



Kapellbrücke és víztorony, Svájc, Luzern

Hasábok és gúlák

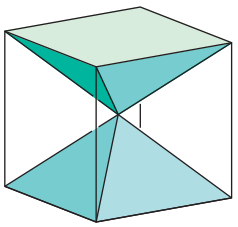
275. *a)* Van-e olyan gúla, amelynek ugyanannyi csúcsa van, mint a kockának?
b) Van-e olyan gúla, amelynek ugyanannyi lapja van, mint a kockának?

276. Van-e olyan gúla, amelynek

a) kétszer annyi, *b)* háromszor annyi, *c)* feleannyi

oldaléle van, mint egy négyszög alapú hasábnak?

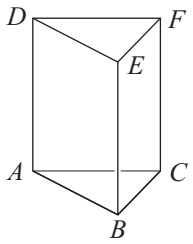
277. Egy 0,5 m oldalhosszú, kocka alakú kőtömbből a kőfaragók az ábrán látható kapudíszt készítik el.



Ha feltételezzük, hogy nincs hulladék, akkor egy kockából hány ilyen dísz készülhet?

Milyen gúlákból áll ez a kapudísz?

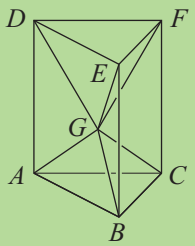
278. *a)* A háromszög alapú hasáb hat csúcsából négyet kiválasztunk. Állapítsd meg, melyik pontnégyes lehet egy gúla négy csúcsa!



1. $ABCD$ 2. $ACFD$ 3. $DEFC$
4. $EFDB$ 5. $ABED$ 6. $CABE$

b) Összesen hány különböző pontnégyes választható ki a 6 db pontból? Ezek közül hány olyan van, amelyik nem határoz meg gúlát?

279. Egy háromszög alapú egyenes hasáb tetszőleges belső pontját összekötjük a hasáb mind a hat csúcsával. A hét pontból a megfelelőket kiválasztva olyan gúlák csúcsait kapjuk, amelyeknek alaplapja a hasáb egy-egy határoló lapja.



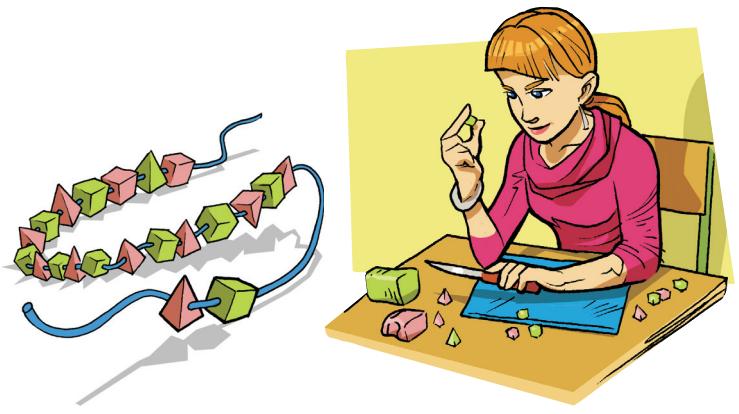
a) Hány ilyen gúla keletkezett?

b) A csúcsaik felsorolásával add meg ezeket a gúlákat!

c) Hol kell felvenni a belső pontot, hogy a keletkezett gúlák között legyenek egybevágó gúlák? Sorold fel, mely gúlák egybevágóak, és indokold meg, miért!

A gúla térfogata
(Kiegészítő tananyag)

280. Helga főzhető színes gyurmából kockákat és négyzet alapú, egyenlő oldalélű gúlákat készít, majd ezekből nyakláncot állít össze. 10 db gúlát és 11 db kockát már felfűzött. A gúlák alapélei és magasságai, valamint a kocka élei egyaránt 5 milliméteresek. Összesen mekkora térfogatú gyurmából készültek a felfűzött formák?



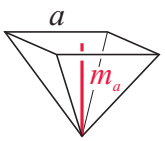
281. A táblázat egy-egy négyzet alapú, egyenlő oldalélű gúla adatait tartalmazza. Számítsd ki a hiányzó adatokat!

a a gúla alapéle, m_o az oldallapok magassága, T_a a gúla alapterülete, T_o a gúla egy oldallapjának területe, m_t a gúla testmagassága, b a gúla oldaléle, e az alaplap átlója, V a gúla térfogata.

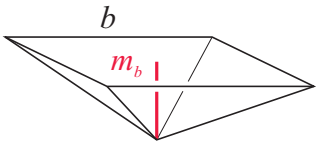
	a (cm)	m_o (cm)	T_a (cm^2)	T_o (cm^2)	m_t (cm)	b (cm)	e (cm)	V (cm^3)
a)	6				8			
b)		5	9					
c)		6				7,5		
d)			100			13		

282. Art Artúr különleges alakú víztartályokat készít udvarába, bádoglemezből. Közöttük olyanok is vannak, amilyenek az ábrán láthatók. A tartályok méretei: $a = 1$ m, $m_a = 1$ m; $b = 2$ m, $m_b = 1$ m; $c = 1$ m, $m_c = 2$ m. (A tartályokat olyan állványokba állítja, amelyekben nem tudnak eldőlni.) Döntsd el, hogy igazak-e az állítások! Válaszaidat indokold!

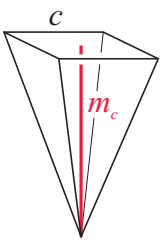
a)



b)



c)



A) Az *a)* tartályba kevesebb víz fér, mint a *b)* tartályba. ☐

B) A *b)* tartályba ugyanannyi víz fér, mint a *c)* tartályba. ☐

C) A *c)* tartályba kétszer annyi víz fér, mint az *a)* tartályba. ☐

D) A *b)* tartályba ugyanannyi víz fér, mint az *a)* és a *c)* tartályba összesen. ☐

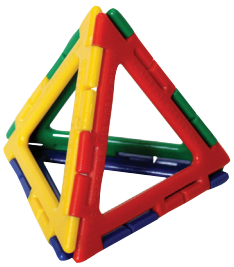
283. **Páros feladat**

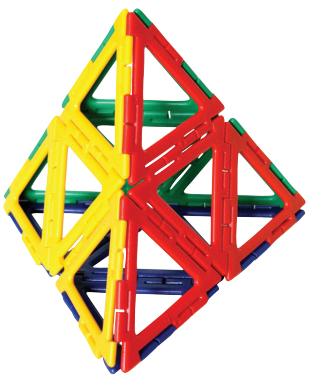
Építsük meg a tetraédereket geometriai építőelemekkel!

a) Hány szabályos háromszögből tudunk egy nagyobb szabályos tetraédert építeni? A nagyobbik felszínének hányadrésze a kisebbik?

b) Hány szabályos tetraéderből tudunk egy nagyobb szabályos tetraédert építeni? Ha a kisebb térfogata 8 cm^3, akkor mekkora a nagyobbik térfogata?

Segít az ábra:



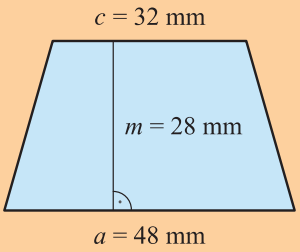


284. Egy tetraéder egyik csúcsában összefutó 12 cm-es, 18 cm-es és 32 cm-es élek páronként merőlegesek egymásra. Mekkora a tetraéder térfogata?

285. Egy húrtrapéz alapú, egyenlő oldalélű gúla magassága 56 mm. Alaprajzát az ábrán láthatod.

a) Mekkora a test térfogata?

b) Igazold, hogy a gúla magasságának talppontja a húrtrapéz köré írható körének középpontjába esik!



A kúp

286. Egy kúp alapkörének átmérője 12 cm, alkotója 6,2 cm. Mekkora a kúp tengelymetszetének területe?

287. Egy kúp alkotója 15 cm, tengelymetszetének szárszöge 60°. Mekkora a kúp alapkörének sugara?

288. Egy 4 cm alkotójú kúp kiterített palástja negyedkör. Mekkora a kúp alapkörének kerülete és sugara?

289. Egy fából készült kúp felületét befestjük sárgára, majd a tengelyére illeszkedő síkkal két részre vágjuk. Rajzold le az egész kúp és a két „félkúp” hálóját, és színezd ki a befestett részeket!

290. Egy 1,5 cm alapkörsugarú, 2 cm magasságú kúpot alaplapjával párhuzamos síkkal a kúp alkotójának felénél elvágunk. Rajzold le a levágott és a maradék test hálóját!

A kúp felszíne és térfogata (Kiegészítő tananyag)

291. A táblázat egy-egy egyenes körkúp adatait tartalmazza. Számítsd ki a hiányzó adatokat!

r a kúp alaplapjának sugara, a a kúp alkotója, T_a a kúp alapterülete, T_p a kúp palástjának területe, m_t a kúp testmagassága, A a kúp felszíne, V a kúp térfogata.

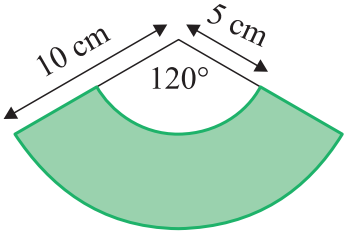
	r (cm)	a (cm)	T_a (cm^2)	T_p (cm^2)	m_t (cm)	A (cm^2)	V (cm^3)
a)	3				8		
b)		5	9				
c)		6		18			
d)			90		6		

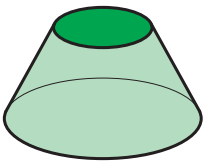
292. Egy kúp alkotója 2,5 dm, alapkörének átmérője 40 cm. Számítsd ki a kúp

a) felszínét, *b)* térfogatát!

293. Egy kúp magassága háromszor akkora, mint az alapkörének a sugara, tengelymetszetének területe pedig 120 cm^2. Számítsd ki a kúp felszínét és térfogatát!

294. Úgy készítünk lámpabúrát, hogy egy kúp kiterített körcikk alakú palástjából kivágunk egy feleakkora sugarú körcikket, majd a megmaradt körgyűrűdarabot alkotója mentén összeragasztjuk. Mennyi papírt használunk fel az ábrán látható búra elkészítésekor?



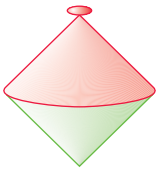


295. Karácsonyfadíszt készítünk színes kartonból úgy, hogy két 4,3 cm alapkörsugarú, 5 cm magas kúpot alapjuknál összeragasztunk.

a) Rajzold le a kapott test tengelymetszetét!

b) Mekkora területű papírt használunk fel?

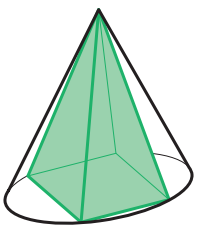
c) Mekkora a kapott dísz térfogata?



296. 12 cm sugarú körből kivágunk harmad, negyed és hatod körcikkeket, és ezekből egy-egy kúpot formálunk. Melyik lesz a legmagasabb? Számítsd ki mindhárom kúp magasságát!

(Segít, ha a körcikkeket elkészíted kartonpapírból.)

297. Egy a = 10 cm oldalú négyzet alapú egyenlő oldalélű gúlát behelyezünk egy olyan kúpba, amelyben éppen elfér. A gúla és a kúp magassága egyaránt 18 cm. Hányszor nagyobb a kúp térfogata, mint a gúla térfogata?



298. Igazak-e az állítások? Válaszaidat indokold!

A) Ha két kúp alapterülete egyenlő, és az egyik magassága kétszer, háromszor, … nagyobb, mint a másik magassága, akkor ennek a térfogata is kétszer, háromszor, … nagyobb, mint a másik térfogata. ☐

B) Ha két kúp magassága egyenlő, és az egyik alapkörének sugara kétszer, háromszor, … nagyobb, mint a másik alapkörének sugara, akkor ennek a térfogata is kétszer, háromszor, … nagyobb, mint a másik térfogata. ☐

C) A hengernek és a kúpnak nincs éle. ☐

D) A kúp térfogata fele az ugyanakkora alapterületű és magasságú henger térfogatának. ☐

E) Egy kúp tengelymetszete lehet derékszögű háromszög. ☐

F) Egy negyed körcikkből magasabb kúpot lehet formálni, mint egy ugyanolyan sugarú harmad körcikkből. ☐

A gömb

299. Béla bácsi testnevelésszertárában három henger alakú tárolóban tartja az órán használt labdákat. A hengerek alaplapjának sugara 30 cm, magassága 60 cm. Becsüld meg, hogy legfeljebb hány labda fér egy-egy tárolóba, ha mindegyikbe csak egyféle labdát tehet!



KOSÁRLABDA



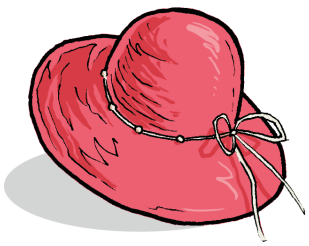
KÉZILABDA

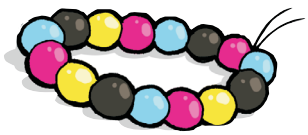


FOCILABDA

	Kosárlabda	Kézilabda	Foci
A labdák átmérője (cm)	22	16	20
A labdák száma (db)			

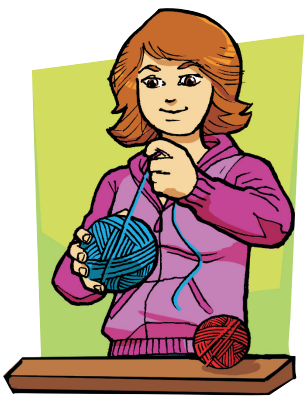
300. Dalma a kalapszalonban a képen látható kalapot választotta ki. Az ábrán látható, hogy otthon hogyan díszítette fel gyöngyös zsineggel. A kalap teteje 9 cm sugarú félgömb. Hány cm zsineget használt, ha a masnira 45 cm hosszút kell hagyni?

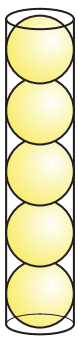


301. 

A képen látható karkötő azonos méretű, gömb alakú gyöngyökből készült. Milyen hosszú damil kell legalább a karkötőhöz, ha egy gyöngy főkörének kerülete 18 mm?

302. Terka különböző színű fonalakból gömb alakú gombolyagokat készít. A kezében lévő gombolyag átmérője 9 cm. Ez másfélszer akkora, mint az előtte elkészült, piros színű gombolyag átmérője. Milyen hosszú fonalat tekert föl – egy teljes főkör mentén – utoljára Terka külön-külön a két gombolyagon?



303. 

Egy teniszlabda sugara 3,5 cm. Mekkora sugarú és milyen magas az a henger alakú doboz, amelyben az 5 db teniszlabda az ábrán látható módon éppen elfér?

304. A gömb alakú lampion felületét kör alakú merevítő drótkarikák feszítik ki. A legnagyobb kör átmérője 30 cm, az egyik kisebb kör átmérője pedig ennek $\frac{3}{5}$ része.



a) Milyen hosszú drótból készült ez a két kör?

b) Milyen távolságra van egymástól ennek a két körnek a síkja?

305. Egy gömb alakú sárgadinnyét félbevágunk, magját kiszedjük, majd ezt a fél dinnyét újra félbevágjuk.



a) Rajzold le, milyen síkidom keletkezik a második vágás mentén!

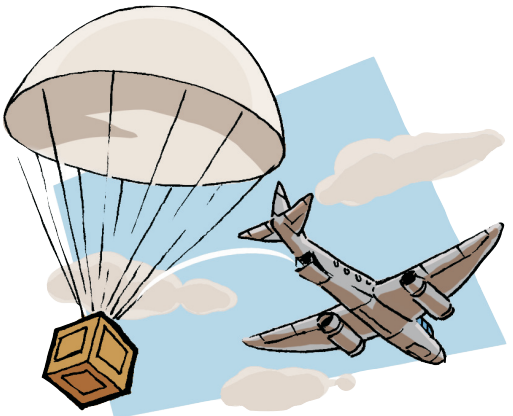
b) Számítsd ki ennek a síkidomnak a területét! A sárgadinnye átmérője 16 cm, a félgömb alakú magház átmérője pedig 8 cm.

A gömb felszíne és térfogata (Kiegészítő tananyag)

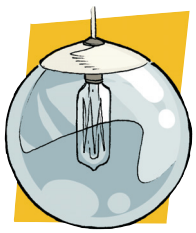
306. Egy játéklabda sugara 10 cm. Mekkora a felszíne?

307. Egy labdát ajándékozunk barátunknak. A labdát főköre mentén átkötjük egy 98,5 cm hosszúságú szalaggal úgy, hogy ebből 42 cm-t használunk el a masnira. Hány köbcentiméter a labda térfogata?

308. Mekkora annak a félgömb alakú ejtőernyőnek a sugara, amelynek elkészítésekor kb. 36 m^2 anyagot használtak fel?



309.



Egy gömb alakú lámpabúra főkörének kerülete 54 cm.

a) Hány dm^2 a búra felszíne?

b) Hány dm^3 a térfogatú részt foglal el a lámpabúra?

310. Egy félgömb térfogatának és felszínének egyenlő a mérőszáma. Mekkora a félgömb sugara?

311. Mekkora annak a hengernek a felszíne és térfogata, amelyben egy 1,6 dm sugarú gömb éppen elfér? (Ez a henger beírt gömbje.)

312. A gömb alakú gyertya főköre mentén, az asztallapra merőlegesen körbevezetve ceruzánkat megrajzoljuk a gömb papírra eső „árnyékát”. Az így kapott kör átmérője 8,4 cm. Hány cm^3 térfogatú viaszból készült a gyertya, ha



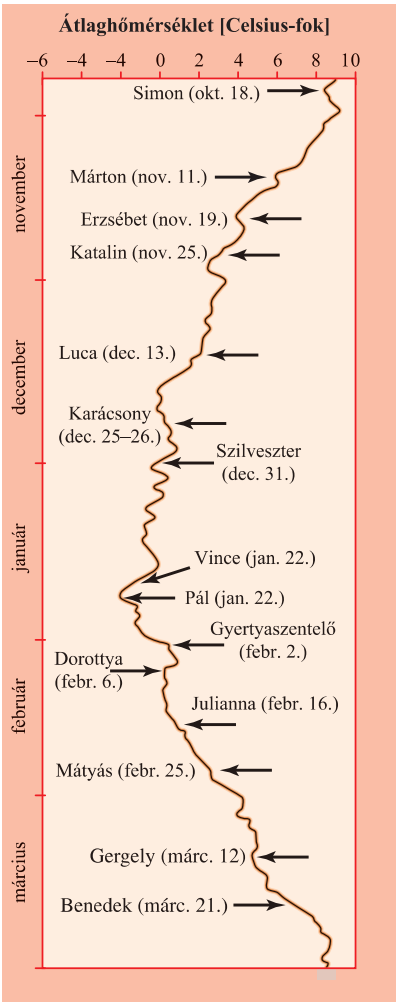
a) a ceruza méretét elhanyagoljuk,

b) a henger alakú ceruza átmérője 0,6 cm?

Statisztika

Alapfogalmak, elnevezések

313. A régebbi időkben az emberek saját tapasztalataikból, szájról szájra terjedő néphagyományokból következtettek a időjárás várható alakulására. Ezek az időjóslatok sokéves megfigyelésen alapultak. A vonaldiagram a „népi meteorológia” megfigyeléseit ábrázolja. Olvasd le a hőmérséklet értékeit a megjelölt napokon! Nézz utána, hogy mit jelentenek pl. a Mátyás-, a Benedek-, a Katalin-, a Luca-naphoz kötődő népi időjóslatok!



314. Egy kis településen új könyvtár nyílt, amelynek te lettél a vezetője. Szeretnéd, ha az emberek többet járnának könyvtárba, többet olvasnának, mint korábban. A bővítésre több lehetőséged van.

I. A kölcsönzés fajtái	II. Helyben igénybe vehető szolgáltatások
a) Hagyományos papíralapú könyvek	*a)* Helyben olvasás
b) Hangzó anyagok	*b)* Hangzó anyagok meghallgatása, kiválasztása
c) E-book olvasóra letölthető művek	*c)* Böngészés az interneten a könyvtár adatbázisa segítségével

Készíts olyan kérdőívet, amely segítséget ad neked a szükséges anyagok beszerzésére és a fejlesztés lehetőségének megteremtésére!

315. Tervezz egy olyan – legalább 10 kérdésből álló – interjút, amelyben a kérdések osztálytársaid okostelefon-használatára irányulnak!



316. Figyeld meg és jegyezd le valamelyik barátod étkezési szokásait egy héten keresztül! A megfigyelést az ő belegyezésével végezd!

317. Az alábbi táblázatból leolvashatjuk, hogy a nyolcadikosok közül megkérdezett tanulók a kötelező testnevelésórákon kívül naponta mennyi időt töltenek testmozgással járó sportolással.

Tanuló	Ákos	Berni	Csaba	Dávid	Emese	Feri	Gabi	Huba
Sportolással naponta eltöltött idő (perc)	100	30	10	60	150	0	40	20

A táblázat adatai alapján állapítsd meg

a) mi a sokaság, *b)* mik az egyedek, *c)* mi az ismérv, *d)* mik az adatok!

318. Egy ötnapos matematika tehetséggondozó táborban a tanulók az első napon 10 fejtörő feladatot kapnak, majd minden nap eggyel többet. Az elkészített megoldásokat a feladat kiadása napján be kell adni a tanárnak. A táblázat Tú Dorka beadott feladatainak számát tartalmazza.



a) Add meg Tú Dorka által megoldott feladatok naponkénti gyakoriságát és naponkénti relatív gyakoriságát!

b) Mennyi a megoldott feladatok relatív gyakorisága a második, a harmadik, a negyedik és az ötödik nap végén?

Napok	1	2	3	4	5
Kiadott feladatok száma	10	11	12	13	14
Tú Dorka megoldott feladatainak száma	3	7	5	2	9

Diagramok

319. A kördiagram körcikkeinek középponti szögei rendre: 45°, 20°, 60°, 75°, 150°, 10° nagyságúak.

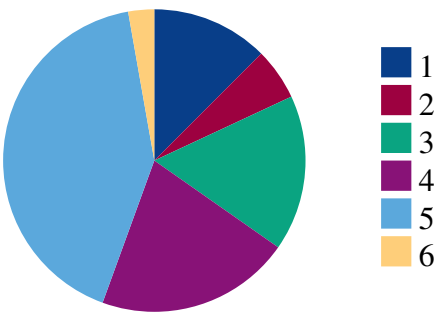
Add meg az arányokat

a) tört alakban,

b) százalék alakban!

Az utóbbinál a kerekített értékek esetén figyelj arra, hogy a teljes körnek 100% feleljen meg!

Készíts a diagramhoz szöveges feladatot!



320. Lóci szorgalmasan végzi a kockadobálós kísérleteket egy általa átalakított kockával. Kockájának két lapja piros, két lapja kék és két lapja zöld színű. Azt figyeli, hogy 12 dobás során milyen színű lapokat dobott.

A dobások száma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A dobások színe	p	z	k	p	p	z	k	p	k	p	k	p

a) Milyen gyakorisággal dobta az egyes színeket?

b) Írd fel az egyes színek előfordulásának relatív gyakorisági sorát!

c) Ábrázold oszlopdiagramon a különböző színek relatív gyakoriságát!

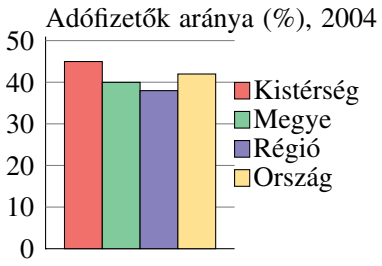
321. A „Törekvő” általános iskolában végzett 84 nyolcadikos tanuló továbbtanulási adatait tartalmazza a táblázat.

Hol tanul tovább?	Gimnázium	Szakközépiskola	Szakképző iskola	Nem tanul tovább
A tanulók száma	46	23	12	3
Százalékos eloszlás				

a) Készíts az adatokból oszlopdiagramot! A diagramot elkészítheted számítógépes programmal is.

b) Add meg az adatok százalékos eloszlását!

322. A mellékelt diagram alapján válaszolj a kérdésekre!



(APEH)

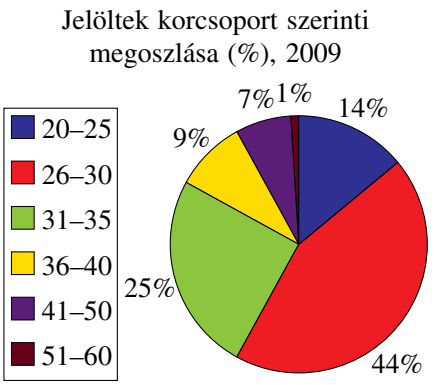
Igaz-e, hogy 2004-ben

A) a magyarországi megyék lakosságnak 40%-a volt adófizető állampolgár? ☐

B) az ország lakosságának több mint a fele nem volt adófizető állampolgár? ☐

C) 60%-nál kevesebb volt a régiónkénti adófizetők száma? ☐

323. A kördiagramról leolvasható, hogy milyen korosztályból választják a multinacionális cégek az alkalmazottaikat.



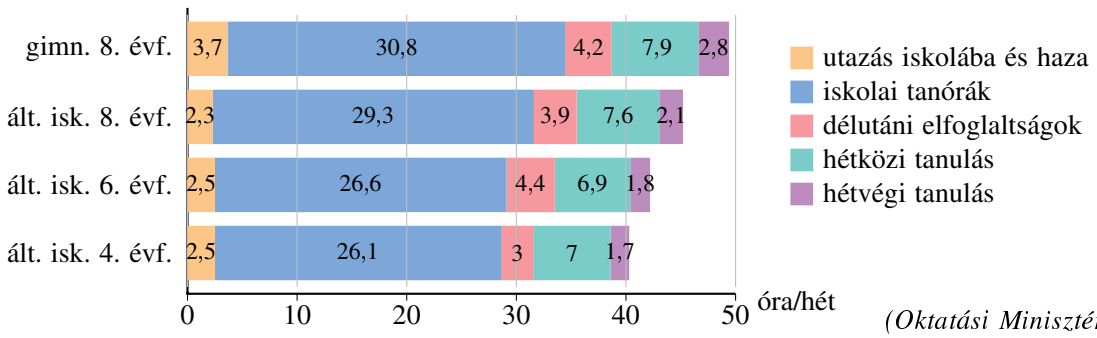
a) Írd fel az egyes korosztályok relatív gyakorisági sorát!

b) Készíts az adatok alapján szalagdiagramot!

c) Mit gondolsz, miért tágabb a korhatár a két legidősebb korosztálynál?

(http://headhunter.blog.hu/2009/12/04/milyen_koru_jelolteket_vesznek_fel_leginkabb_a_cegek)

324. A grafikonról leolvashatjuk, hogy a negyedikes, hatodikos, nyolcadikos tanulók átlagosan hány órát töltenek el különböző tevékenységekkel hetente.



(Oktatási Minisztérium, 2003)

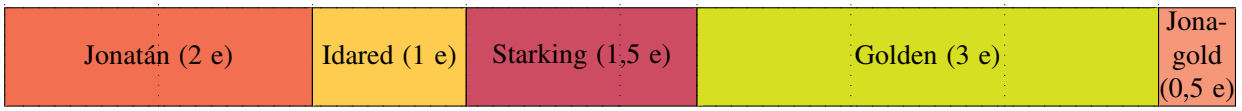
a) Állapítsd meg, hogy a felmérésben mi a statisztikai sokaság, és mi az ismérv!

b) Készíts táblázatot a délutáni elfoglaltságok időtartamáról!

c) Átlagosan hány órát fordítanak a nyolcadikosok iskolai és iskolán kívüli tanulásra hetenként?

d) A két különböző iskolatípusba járó nyolcadikosok hétvégi tanulásra fordított átlagos ideje hány százaléka a nyolcadikosok táblázatában feltüntetett összes elfoglaltság idejének?

325. A piacon a Zöldike almaárus ötféle almát kínál. A szalagdiagramról leolvasható az almák mennyiségi megoszlása kg-ban mérve.



Igazak-e az állítások? Válaszaidat indokold!

a) A jonatán és a golden almáknak együtt nagyobb a tömegük, mint az összes alma tömegének 50%-a.

b) Ha összesen 150 kg alma van a standon, akkor az idared almák tömege kevesebb, mint 20 kg.

c) A jonagold és a starking almák együtt 20%-át teszik ki a teljes kínálatnak.

d) Ha a kereskedő az összes jonagold almát eladta és mást nem, akkor az almák 90%-a megmaradt.

Középértékek

326. A „Jósuli” általános iskola felső tagozatába járó tanulók osztályonkénti számát mutatja a táblázat.

Osztály	5. a	5. b	6. a	6. b	7. a	7. b	8. a	8. b
Létszám	25	29	31	33	20	23	18	21
Évfolyamonkénti átlag								
Iskolai átlag								

a) Számítsd ki az egy osztályba járó tanulók számának átlagát évfolyamonként!

b) Az egész iskola létszámát figyelembe véve számítsd ki az átlagos osztálylétszámot!

327. Megkérdezték a nyolcadikos tanulókat, hogy mit olvasnak legszívesebben szabadidejükben. Mindenki csak egyfélét mondhat.

A válaszok rendre: 1. ifjúsági irodalom, 2. tudományos fantasztikus történetek, 3. szépirodalom, 4. műszaki szakirodalom, 5. szépirodalom, 6. lányoknak szóló magazinok, 7. tudományos folyóiratok, 8. ifjúsági irodalom, 9. semmilyen, 10. krimi, 11. ifjúsági irodalom, 12. technika újság, 13. szépirodalom, 14. krimi, 15. tudományos fantasztikus történetek, 16. krimi, 17. ifjúsági irodalom, 18. ifjúsági irodalom.

A válaszok mennyiségi vagy minőségi jellegűek? Határozd meg a szereplő adatok móduszát!

328. Készíts táblázatot az osztályod valamelyik dolgozatának érdemjegyeiről!

a) Írd fel az osztályzatok relatív gyakorisági sorát!

b) Számítsd ki a jegyek átlagát!

c) Add meg az adatok móduszát!

d) Mennyi az adatok mediánja?

329. *a)* 14 éves tanulók és szüleik adataival készült a táblázat. Készíts hármas oszlopdiagramot a tanulók és szüleik tömegéről!

b) Számítsd ki a gyermekek, az apák és az anyák tömegének átlagát, és hasonlítsd össze saját családtagjaid tömegével!

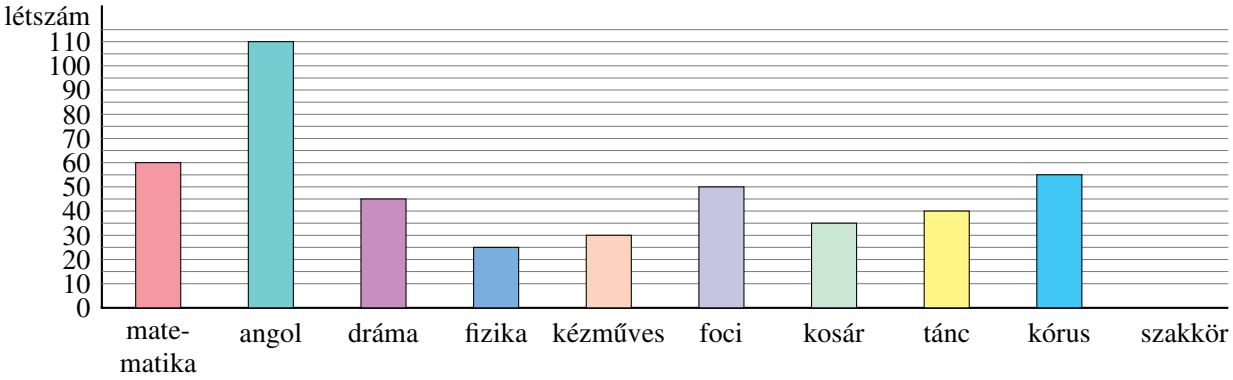
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Saját adataim
14 éves gyermek tömege [kg]	50	50	45	62	40	45	65	47	45	
Apa tömege [kg]	80	89	75	90	85	94	100	85	85	
Anya tömege [kg]	50	67	51	70	58	79	60	55	65	

330. Egy nyolcadikos tanuló tankönyveinek tömegét olvashatjuk a táblázatban. Mekkora a kémiakönyv tömege, ha az összes könyv tömegének átlaga 29 dkg?

Tankönyv	Irodalom	Nyelvtan	Történelem	Angol	Matematika	Fizika	Kémia	Biológia	Földrajz	Ének	Számítástechnika
Tömeg [dkg]	45	18	32	40	32	30	?	27	29	16	20

331. A nyolcadikosok kötelező olvasmányai között szerepel Tamási Áron *Ábel a rengetegben* című, 189 oldalas regénye. Ha ezt a tanulóknak 1 hónap (30 nap) alatt kell elolvasni, akkor egy napra hány oldal jut? Ha Juli az első tíz napon csak napi 3 oldalt tudott elolvasni, akkor a maradék húsz napban hány százalékkal kell növelnie napi teljesítményét, hogy a könyv elolvasásával 30 nap alatt végezzen?

332. A grafikonról leolvasható, hogy a „Sokoldalú” általános iskola felső tagozatából a tanév első felében hány gyerek járt az iskolában működő különböző szakkörökre.



a) Foglald táblázatba az oszlopdiagram adatait!

b) Számítsd ki a szakkörökre járó gyerekek számának átlagát!

c) Hogyan változott az egy szakkörre eső tanulók átlagos száma, ha a tanév második félévében kézműves szakkörre csak 25-en, táncra 50-en, matematikára 55-en jártak, és a többi szakkör létszáma nem változott?

333. Számítsd ki településenként külön-külön a derült és a borult napok számát jelző adatok átlagát, add meg a móduszukat és a mediánjukat is!

		1990	1995	1996	1999	2000
Debrecen	Derült napok száma	59	43	43	37	58
	Borult napok száma	100	142	130	120	83
Pécs	Derült napok száma	70	51	50	34	85
	Borult napok száma	99	113	131	139	78

Valószínűség-számítás

Relatív gyakoriság és valószínűség

334. Dobj fel 30-szor egy szabályos dobókockát! Jegyezd fel a dobásokat, majd minden ötödik dobás után határozd meg a

a) „legfeljebb 3-ast dobtam”,

b) „legalább 3-ast dobtam” relatív gyakoriságát!

335. Keress a mindennapi életben előforduló események között olyanokat, amelyeknek a kimenetelei nem egyenlően valószínűek!

336. Melyik eseménynek nagyobb a valószínűsége?

A: Egy szabályos dobókockával olyan számot dobunk, amelynek neve egyszótagú.

B: Egy szabályos dobókockával olyan számot dobunk, amelynek neve nem egyszótagú.

337. Egy dobozba 3 fekete és 5 fehér golyót teszünk, majd bekötött szemmel egyet kihúzunk közülük. Hány százalék annak a valószínűsége, hogy

a) fehér, *b)* fekete golyót húzunk?

338. Egy dobókockát egyszer feldobunk.
Mekkora annak a valószínűsége, hogy a dobott szám

a) 3-mal osztható,

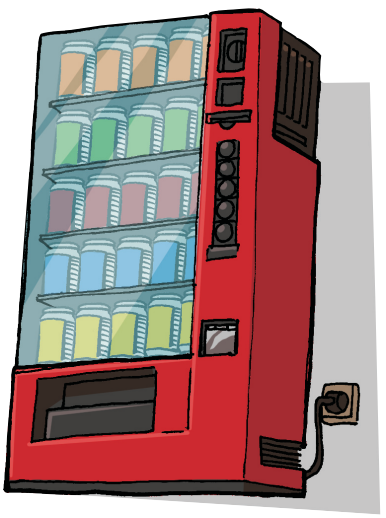
b) 6-tal osztható,

c) 3-mal vagy 6-tal osztható,

d) 3-mal és 6-tal osztható,

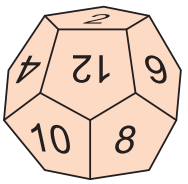
e) 3-mal és 5-tel osztható,

f) 3-mal vagy 5-tel osztható?



339. Egy italautomatában ugyanolyan áron narancslé, limonádé, tea, paradicsomlé és szőlőlé közül választhatunk. Ha a pénz bedobása után találomra nyomunk meg egy gombot, akkor mennyi a valószínűsége annak, hogy kólát kapunk?

340. Egy szabályos dodekaéder lapjaira ráírtuk a számokat 1-től 12-ig. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a dobás eredménye



a) 4-gyel osztható, *b)* 9-cel osztható, *c)* 15-tel osztható,

d) 3-mal nem osztható, *e)* legalább 7, *f)* legfeljebb 5,

g) nagyobb 4-nél és kisebb 9-nél?

341. Az asztalra, számlapjával lefelé fordítva 20 db, 1-től 20-ig megszámozott számkártyát helyeztünk el, majd ezekből húzunk. Mekkora a valószínűsége annak, hogy

a) kétjegyű számot, *b)* 4-gyel osztható számot, *c)* prímszámot választunk?

A kapott valószínűség-értékeket fejezd ki százalék alakban is!

342. Az előző feladatban szereplő számkártyákból egyet kihúzunk. Milyen eseménynek a valószínűsége lehet

a) $\frac{1}{2}$, *b)* $\frac{3}{10}$, *c)* 20%, *d)* 0, *e)* 1, *f)* $\frac{5}{2}$?

343. A 40-nél nem nagyobb 4-gyel osztható pozitív számok közül véletlenszerűen kihúzunk egyet. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a kihúzott szám 3-mal is osztható?

344. Szabályos dobókockával dobunk. Mekkora az esélye annak, hogy az adott egyenlet valamelyik megoldásával megegyező számot dobunk?

a) $(x-3)(2+x)=0$ *b)* $2x-(5+3x)=6$

c) $(x-5)(x-4)(x-1)=0$ *d)* $8x^2+40=8$

Elemi és összetett események (Kiegészítő tananyag)

345. Két különböző pénzérmével dobunk egyszerre. Sorold fel az elemi eseményeket! Add meg a felsorolt események valószínűségét!

a) két fej, *b)* két írás, *c)* egy írás, egy fej.

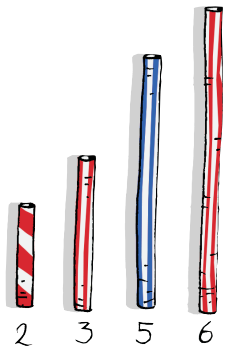
346. Két szabályos dobókockával egyszer dobunk. Készítsd el az elemi események táblázatát! Mekkora a valószínűsége annak, hogy a dobott pontok összege

a) prímszám, *b)* 2-nek valamilyen hatványa?

347. Két szabályos dobókockával dobunk. Mekkora a valószínűsége, hogy a dobott pontok szorzata

a) 6, *b)* 8, *c)* 12, *d)* 18?

348. A négy különböző szívószál hossza: 2 cm, 3 cm, 5 cm és 6 cm. Közülük kiválasztunk hármat. Mekkora a valószínűsége annak, hogy azokból háromszöget tudunk kirakni?



349. Jocónak 16 lány és 13 fiú osztálytársa van. Egy játék alkalmával bekötött szemmel kell közülük kettőt kiválasztania. Mekkora a valószínűsége annak, hogy Jocó

a) két lányt, *b)* két fiút,

c) egy fiút és egy lányt választ, *d)* a két fiú barátját választja?

350. Zöld és kék cédulákra tulajdonságokat írtunk: az első hármat zöld színű cédulára, a negyediket és az ötödiket kék színű cédulára. Tudjuk, hogy mind az öt valamilyen paralelogramma-tulajdonságot fogalmaz meg. A cédulákból úgy húzunk ki kettőt, hogy az egyik zöld színű, a másik kék színű legyen. Mekkora annak a valószínűsége, hogy mindkét cédulán egy általános (nem speciális) paralelogramma tulajdonságát olvashatjuk?

I. Átlói merőlegesek egymásra.	II. Szemközti szögei egyenlők.	III. Átlói felezik a szögeket.	IV. Szögeinek összege 360°.	V. Átlói felezik egymást.

351. Két dobozban számkártyákat helyeztünk el. Az egyikben 3 db-ot, ezekre 1-től 3-ig, a másikban 4 db-ot, ezekre 4-től 7-ig írtunk számokat. Mindkét dobozból egy-egy kártyát húzunk, és belőlük a húzás sorrendjében egy kétjegyű számot készítünk.

Írd fel az elemi eseményeket!

Állapítsd meg a következő események valószínűségét!

a) A számjegyek összege 8.

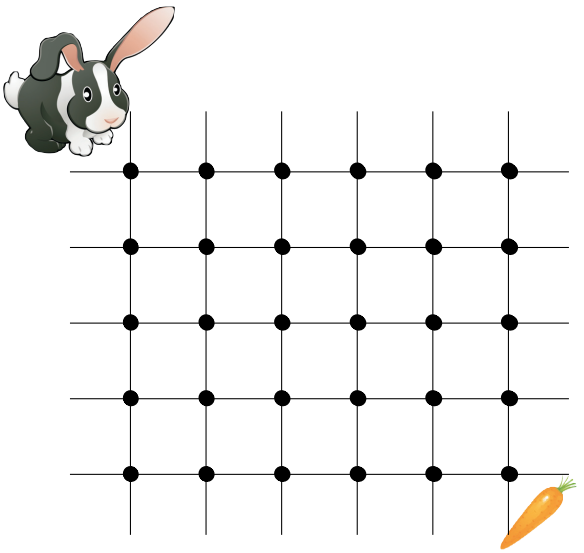
b) A számjegyek összege 6.

c) A szám osztható 9-cel.

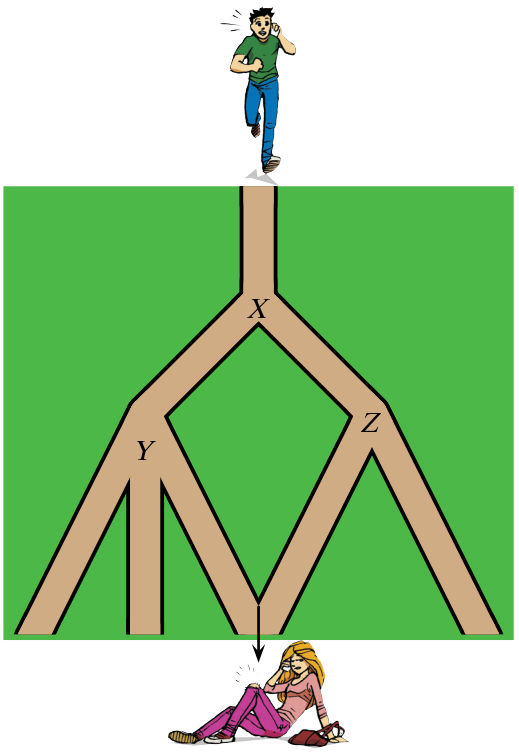
d) A szám nem osztható 3-mal.

352. A „Befutó” sportegyesület atlétika-szakosztályba járó diákok között a fiúk és a lányok számának aránya 2 : 3. Egy újságíró interjút szeretne készíteni közülük valakivel. Az edző véletlenszerűen kiválaszt egy diákot. Hány százalék annak a valószínűsége, hogy az interjúalany lány?

353. Egy nyuszi a téglalap alakú rét bal felső sarkából indul, és minden elágazásnál csak jobbra vagy lefelé tud menni. Az elágazásoknál véletlenszerűen választja ki az irányt. Mekkora valószínűséggel ér el a rét jobb alsó sarkában lévő répához?



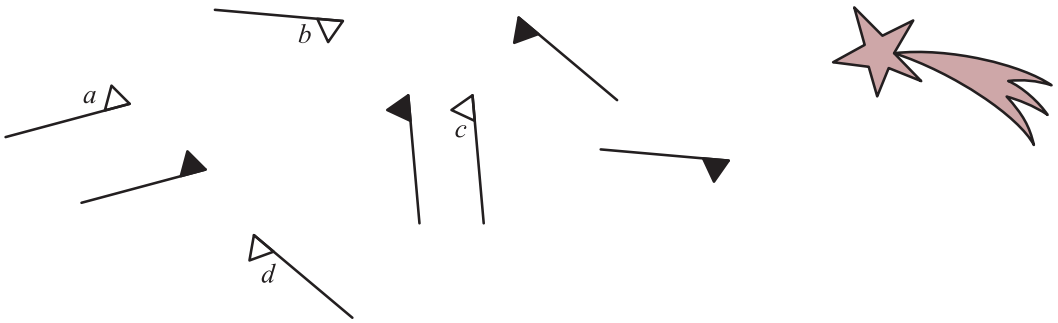
354. Dezső a város egyik parkjának sarkán áll, amikor barátnője, Edina felhívja őt telefonon. Kéri Dezsőt, hogy jöjjön oda hozzá, mert elesett, és segítségre van szüksége. Dezső a parkon keresztül, az ábrán látható utak közül választva, többféleképpen érhet el Edinához. Mekkora valószínűséggel jut el barátnőjéhez, ha nem ismeri a legrövidebb utat, és az elágazásoknál véletlenszerűen választ irányt?



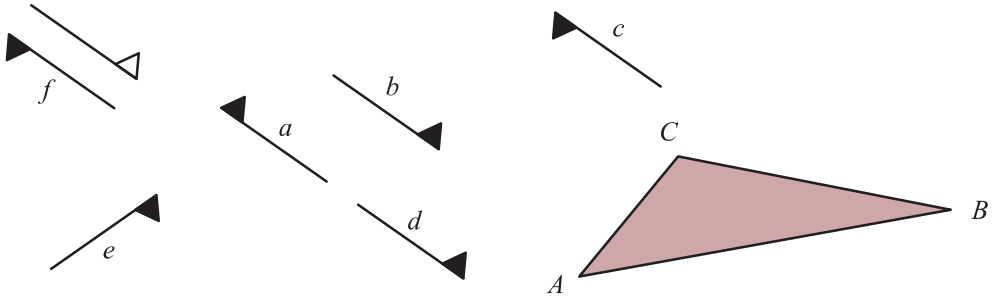
Geometriai transzformációk

Eltolás, vektorok

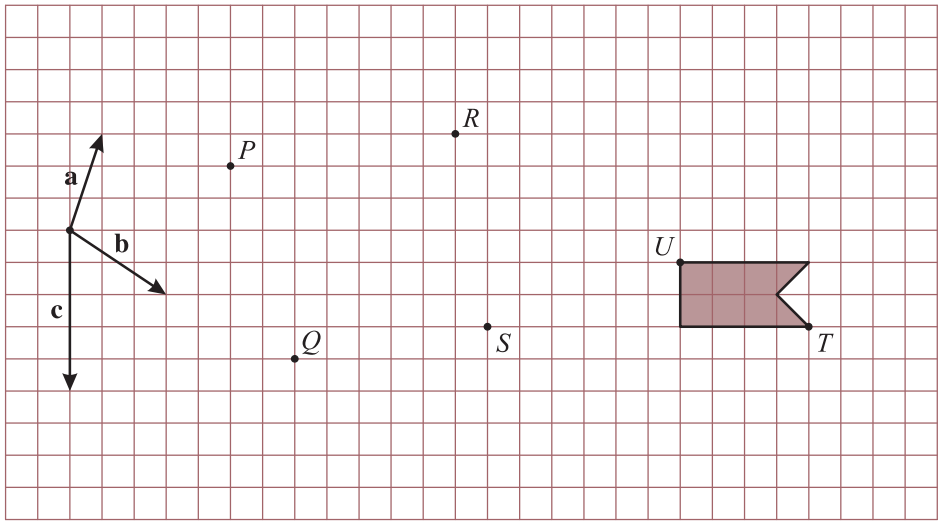
355. A négy zászlópár mindegyike egy-egy eltolást határoz meg. Mindegyik fehér zászlóhoz keresd meg a párját, és végezd el a megfelelő mozgatást! Mindegyik eltoláshoz rajzold le újra a csillagot az eltolt képével a hozzá tartozó zászlópárral együtt!



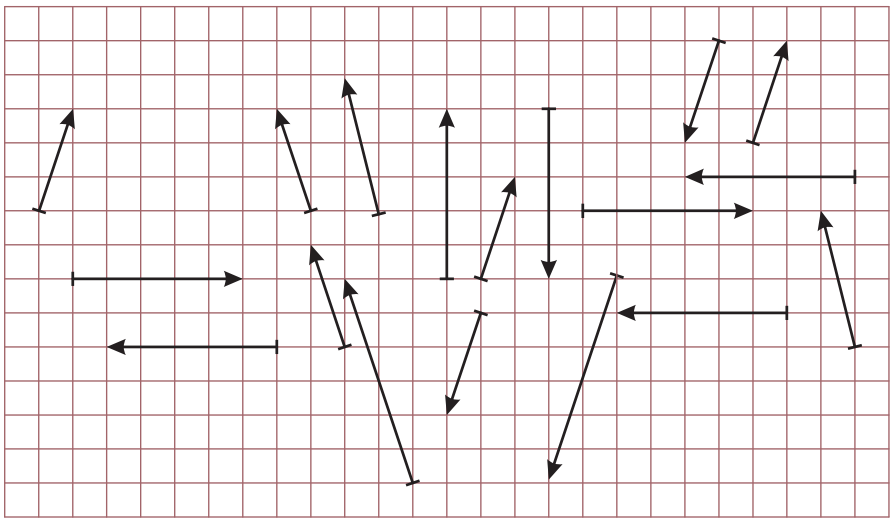
356. Hat mozgatást adtunk meg, ezek mindegyike ugyanazt a fehér zászlót más-más feketébe viszi át. Mifélék ezek a mozgások? Másolópapír segítségével vizsgáld meg, hogy az egyes mozgatások hová viszik az ABC háromszöget! Melyek eltolások közülük? Add meg az eltolás vektorát!



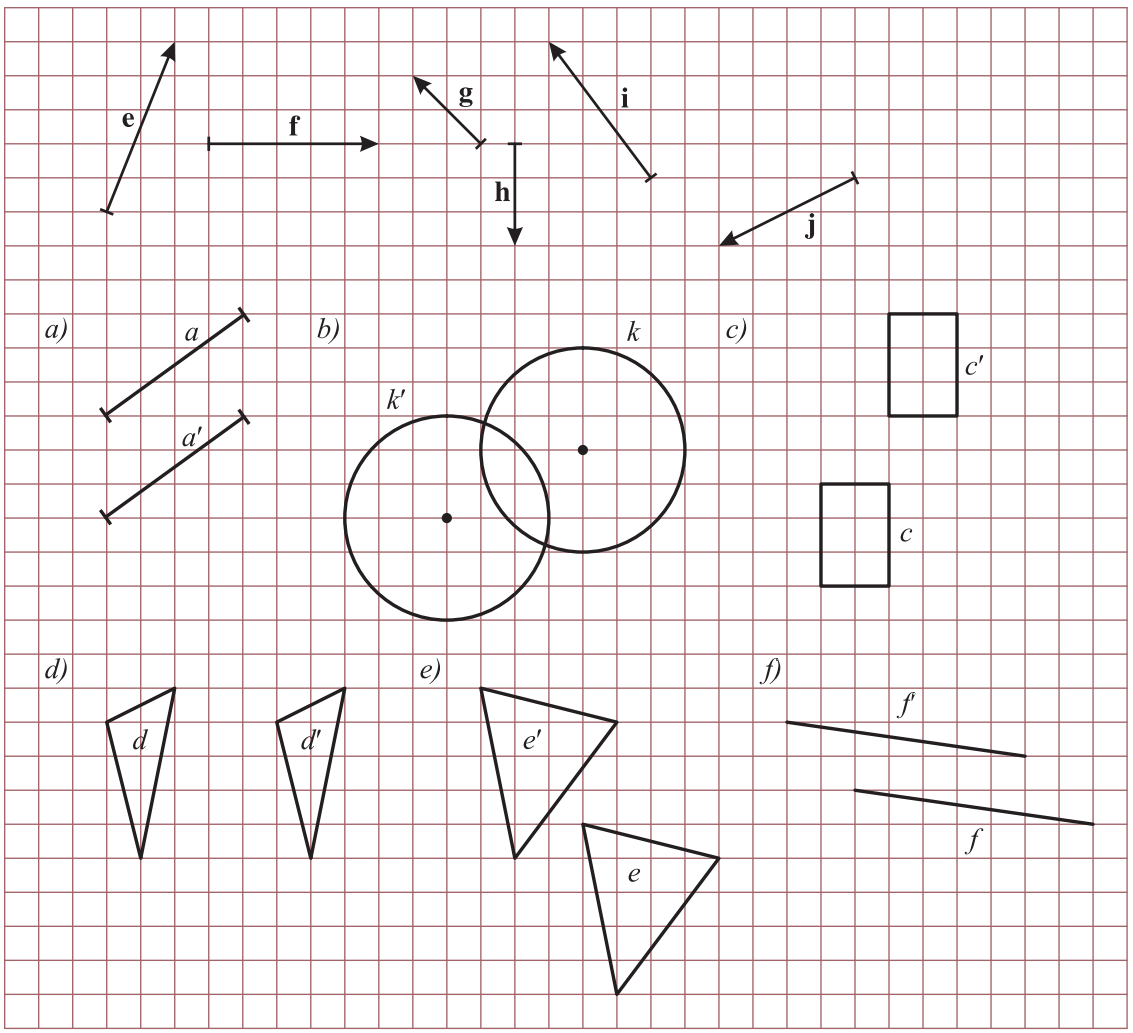
357. Rajzolj az adott **a**, **b**, **c** vektorokkal egyenlő vektorokat mindegyik pontból kiindulva! Hová viszik a vektorokhoz tartozó eltolások a színes ötszöget?



358. Betűzd egyformán az egyenlő vektorokat!



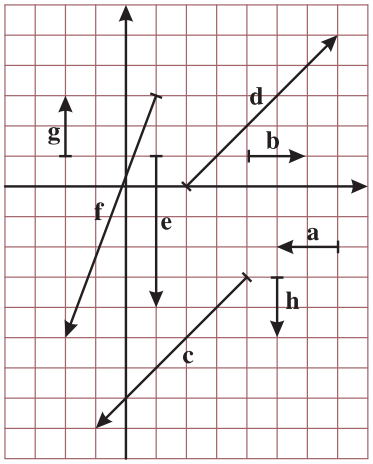
359. Adottak az **e**, **f**, **g**, **h**, **i** és **j** vektorok. Add meg azoknak a vektoroknak a betűjeleit, amelyek az egyes alakzatokat a vesszős párjukba viszik! Lehet, hogy nem mindegyik alakzatpárhoz tartozik megfelelő vektor. Ebben az esetben egészítsd ki az ábrát!



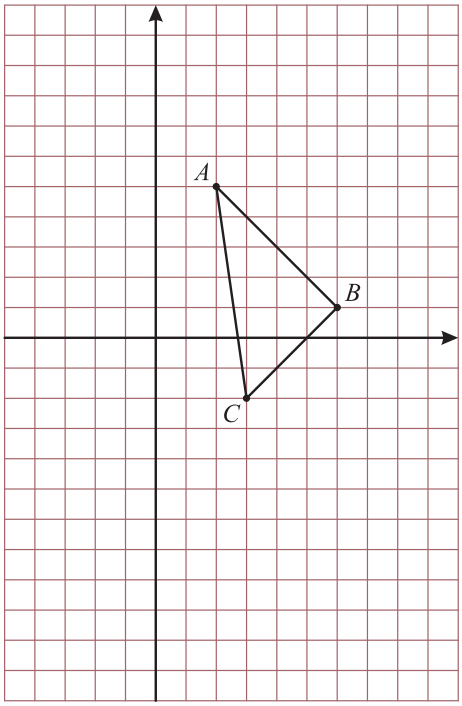
360. A mozgatógépek mindegyike eltolást végez. Mindegyik géphez válaszd ki azt a vektort, amelyik ugyanazt az eltolást adja meg!

a) $(x;y) \mapsto (x+2;y)$ *b)* $(x;y) \mapsto (x;y-6)$

c) $(x;y) \mapsto (x-3;y-8)$ *d)* $(x;y) \mapsto (x+5;y+5)$



361.



Megrajzoltuk koordinátarendszerben az ABC háromszöget. Készítsd el a háromszög képét az *a)–d)*-ben megadott szabályok szerint! Rajzold be az eltolás vektorát!

a) $(x;y) \mapsto (x;y+5)$

$A(2;5) \mapsto A'(__;__)$

$B(6;1) \mapsto B'(__;__)$

$C(3;-2) \mapsto C'(__;__)$

b) $(x;y) \mapsto (x+3;y+3)$

$A(2;5) \mapsto A'(__;__)$

$B(6;1) \mapsto B'(__;__)$

$C(3;-2) \mapsto C'(__;__)$

c) $(x;y) \mapsto (x-1;y-1)$

$A(2;5) \mapsto A'(__;__)$

$B(6;1) \mapsto B'(__;__)$

$C(3;-2) \mapsto C'(__;__)$

d) $(x;y) \mapsto (x-5;y-1)$

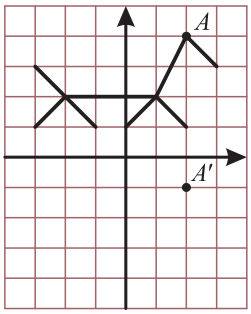
$A(2;5) \mapsto A'(__;__)$

$B(6;1) \mapsto B'(__;__)$

$C(3;-2) \mapsto C'(__;__)$

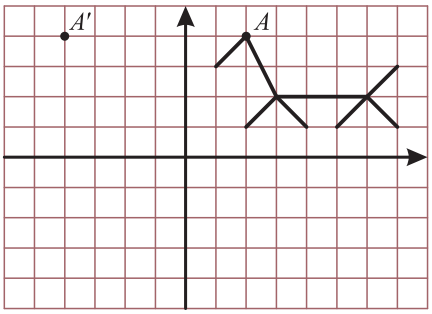
362. Egy eltolás a kutyát úgy mozgatta el, hogy az A pont az A'-be ment át. Rajzold meg az eltolt képet, és add meg az eltolás vektorát úgy, hogy a vektor kezdőpontja a $(0;0)$ pont legyen!
Add meg a mozgatógép szabályát úgy, hogy a gép éppen az adott eltolást végezze el!

a)



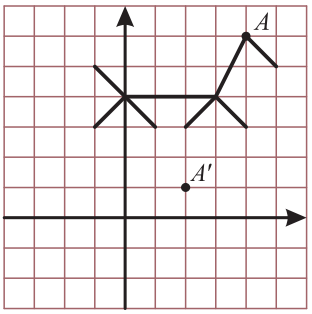
$(x;y) \mapsto (\blacksquare;\blacksquare)$

b)



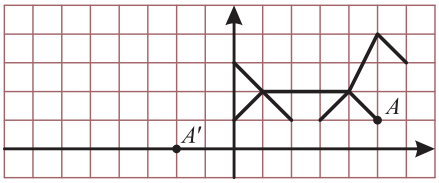
$(x;y) \mapsto (\blacksquare;\blacksquare)$

c)



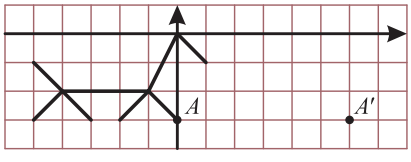
$(x;y) \mapsto (\blacksquare;\blacksquare)$

d)



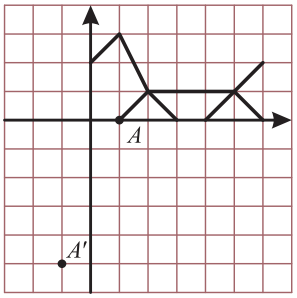
$(x;y) \mapsto (\blacksquare;\blacksquare)$

e)



$(x;y) \mapsto (\blacksquare;\blacksquare)$

f)

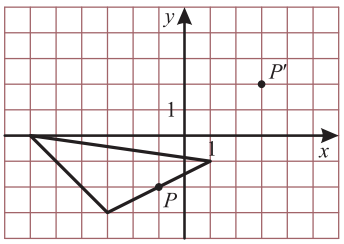


$(x;y) \mapsto (\blacksquare;\blacksquare)$

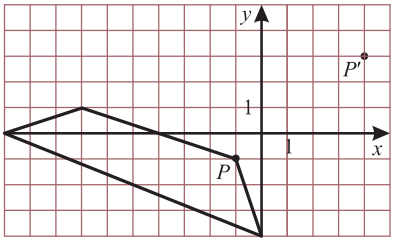
363. Told el a megadott alakzatokat úgy, hogy a P pont képe P' legyen!

a) Add meg minden esetben az eltolás vektorát!

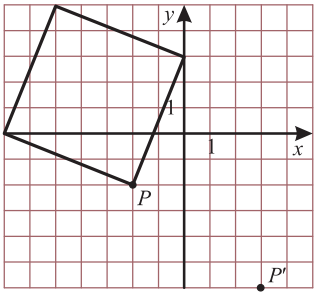
1



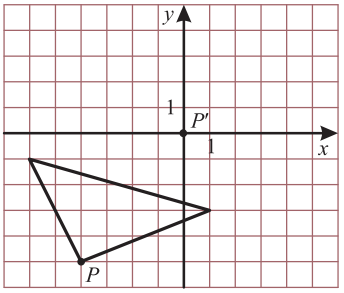
2



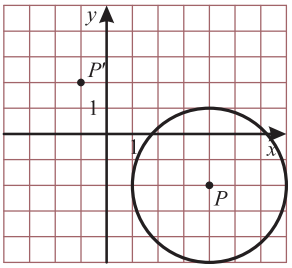
3



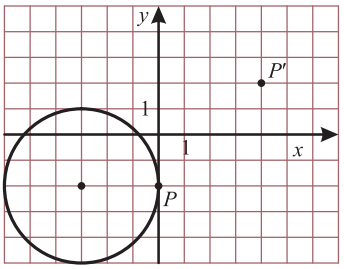
4



5



6



b) Kösd össze azoknak az eltolásoknak a számjelét, amelyeket ugyanaz a vektor jellemez!

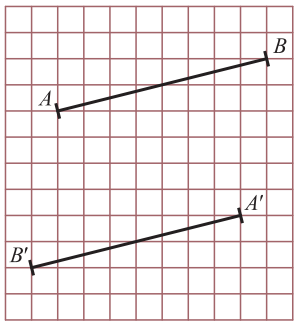
1 **2** **3**

4 **5** **6**

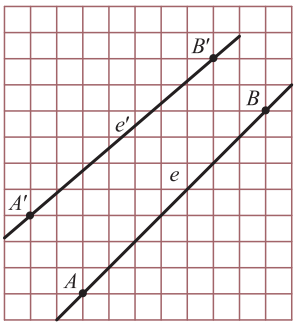
Az eltolás tulajdonságai, párhuzamos szárú szögek

364. Vera néhány alakzat eltolással kapott képét akarta megszerkeszteni, de több esetben is hibázott. Válaszd ki a hibás rajzokat, és találd ki, hogyan lehet a legkevesebb módosítással kijavítani őket! Rajzold le mindegyik rajzhoz az eltolás vektorát!

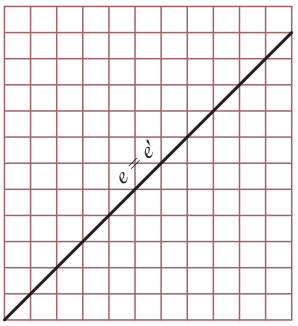
a)



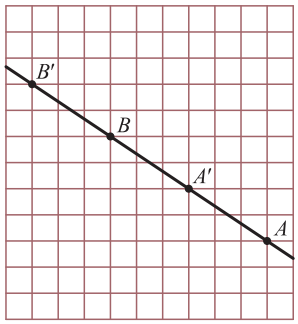
b)



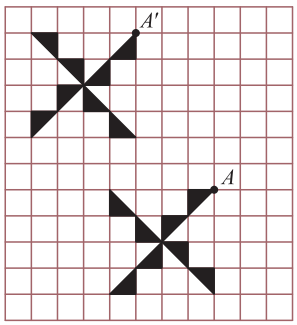
c)



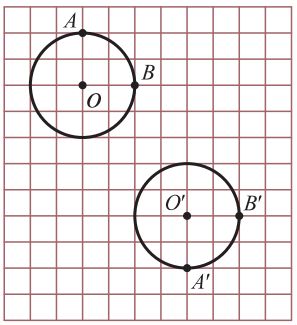
d)



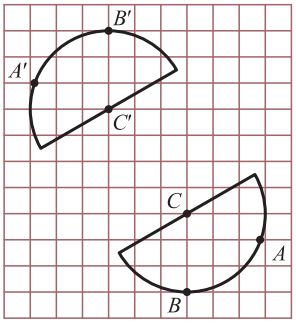
e)



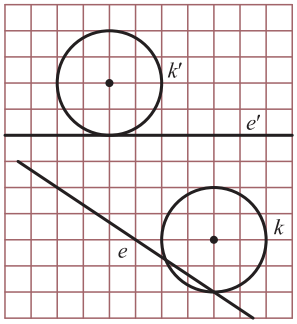
f)



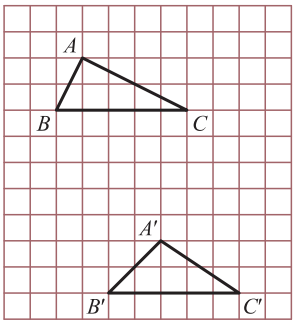
g)



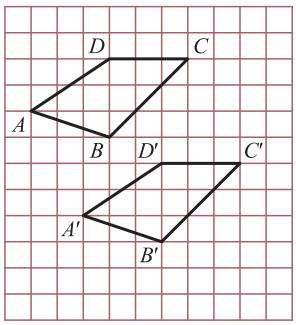
h)



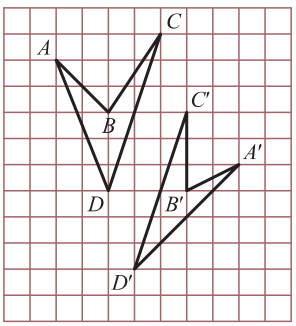
i)



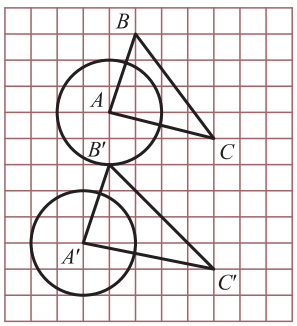
j)



k)



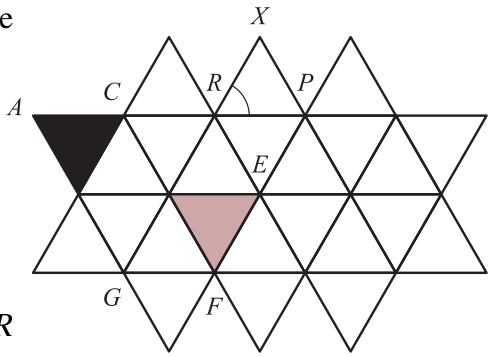
l)



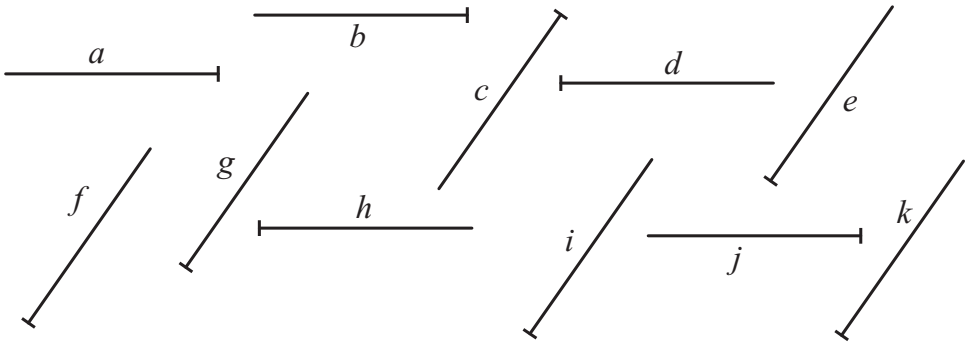
365. A fekete háromszög eltolással a barna háromszög helyére került. Jelöld az ábrán

a) a barna háromszög képét,
b) az X pont képét,
c) az $XRP\sphericalangle$ képét,
d) a PE szakasz képét,
e) a CFP háromszög képét,
f) az AGR háromszög képét!

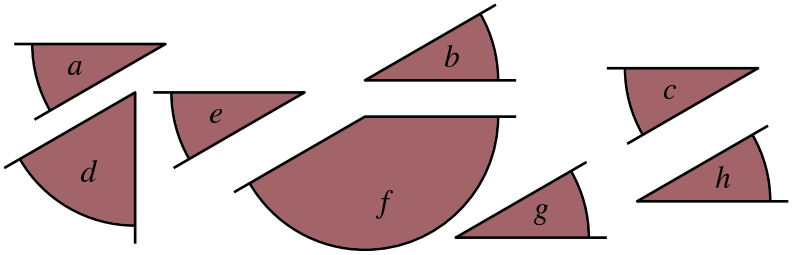
Keress olyan háromszögeket az ábrán, amelyekbe az AGR háromszög eltolással átvihető! Hány ilyen van?



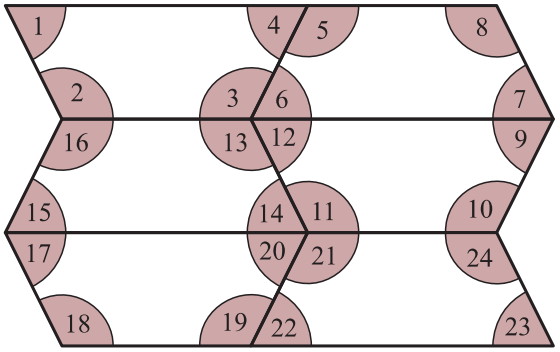
366. Melyik félegyenesek kaphatók meg valamelyik másik félegyenes eltolásával?



367. Melyik szögek kaphatók meg valamelyik másik szög eltolásával?



368.



A következő állításokban α és β párhuzamos szárú szögeket jelentenek.
Keress minden állításhoz példákat az ábráról!

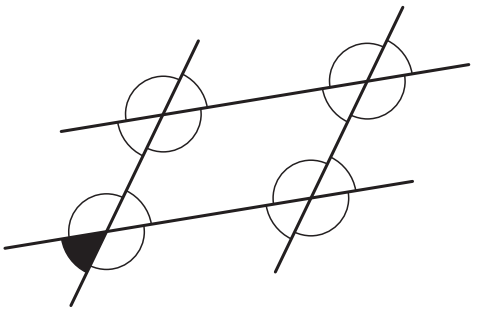
a) $\alpha = \beta$, például $\alpha =$ ①, $\beta =$ ⑰.
b) $\alpha + \beta = 180^\circ$.
c) α eltolással β-ba vihető.
d) α középpontos tükrözéssel β-ba vihető.
e) α tengelyes tükrözéssel β-ba vihető.
f) Az egyik hegyes-, a másik tompaszög.

369. A következő állításokban α és β párhuzamos szárú szögek. Tegyél + jelet a táblázat megfelelő oszlopába! A lehetséges esetekhez adj meg legalább egy-egy példát!

	Biztos, hogy igaz	Lehet, hogy igaz, de nem biztos	Lehetetlen
$\alpha = 20^\circ, \beta = 100^\circ$			
$\alpha = 80^\circ, \beta = 80^\circ$			
$\alpha = 130^\circ, \beta = 50^\circ$			
$\alpha = 3\beta$			
$\alpha = 180^\circ - \beta$			
$\beta = 2\alpha$			
α tompaszög és $\alpha < \beta$			
$\alpha > \beta$			
α hegyesszög és $\alpha > \beta$			
$\alpha + 80^\circ = \beta$			

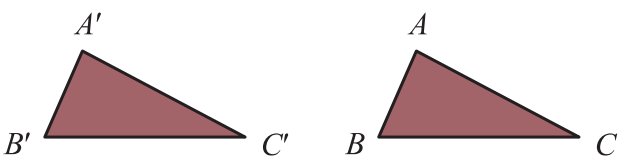
370. Keress az ábrában egyállású és fordított állású szögeket!
Azokat a szögeket, amelyek a feketével

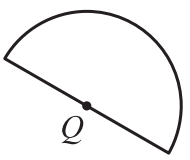
a) egyállásúak, színezd kékkel,
b) fordított állásúak, színezd zölddel,
c) nem párhuzamos szárúak, színezd sárgára,
d) se nem egyállásúak, se nem fordított állásúak, színezd pirosra!



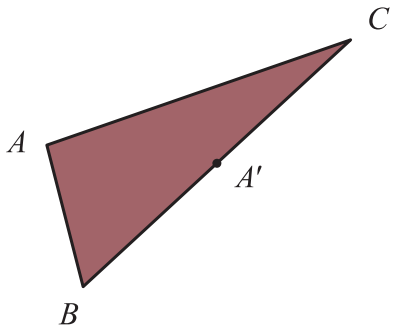
Az eltolt kép szerkesztése

371. Egy eltolás az ABC háromszöget az $A'B'C'$ háromszögbe viszi. Szerkeszd meg az eltolás vektorát, és szerkeszd meg a félkör eltolt képét!

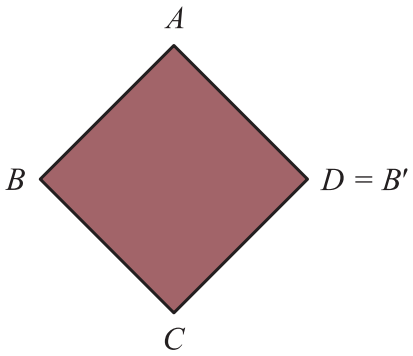




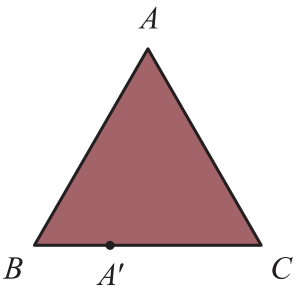
372. Az ABC háromszög eltolásával az A pont az A' pontba került. Add meg az eltolás vektorát, és szerkeszd meg az eltolással kapott $A'B'C'$ háromszöget!

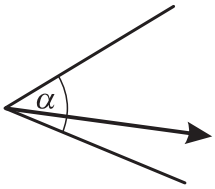


373. Az $ABCD$ négyzetet eltolva a B pont a D pontba került. Add meg az eltolás vektorát, és az A, a C és a D ponthoz hozzárendelt A', C' és D' pontokat!

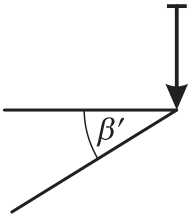


374. Adott az ABC szabályos háromszög, amelynek eltolásakor az A csúcs az A' pontba jut. Add meg az eltolás vektorát, és szerkeszd meg az eltolással kapott $A'B'C'$ háromszöget!



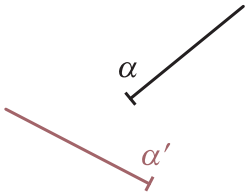
375. 

A fekete vektorral told el az α szöget!

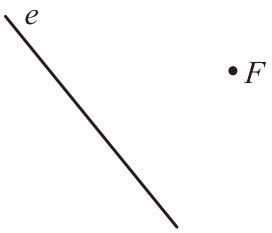


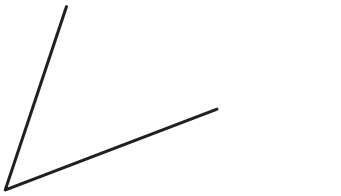
376. A β szöget a fekete vektorral eltoltuk, és így kaptuk a β' szöget. Szerkeszd meg a β szöget!

377. A feketével rajzolt α szöget eltoltuk, és a képét, α'-t, színessel rajzoltuk meg. Mindkét szögnek eltűnt az egyik szára. Pótold a hiányzó szárakat!



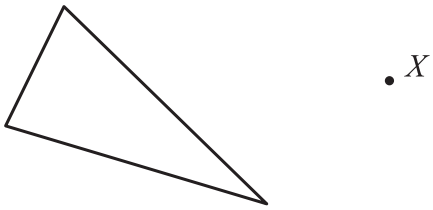
378. Told el az egyenest úgy, hogy áthaladjon az F ponton!



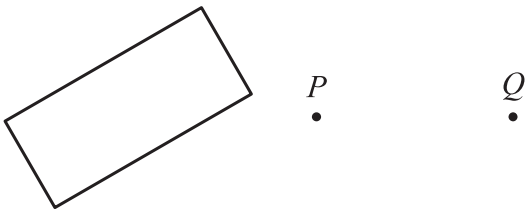
379. 

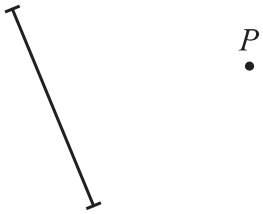
Told el a szöget úgy, hogy képe illeszkedjen a B és C pontokra!

380. Told el a háromszöget úgy, hogy a képe illeszkedjen az X és Y pontokra!



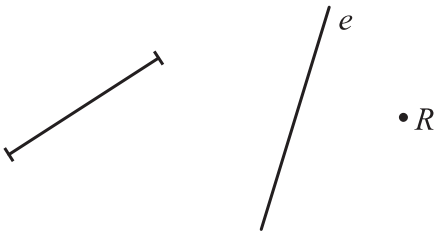
381. Told el a téglalapot úgy, hogy a képe illeszkedjen a P és Q pontokra! Hány megoldás lehetséges?

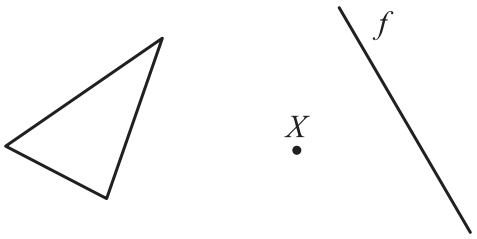


382. 

Told el a szakaszt úgy, hogy áthaladjon a P ponton! Hány megoldás lehetséges?

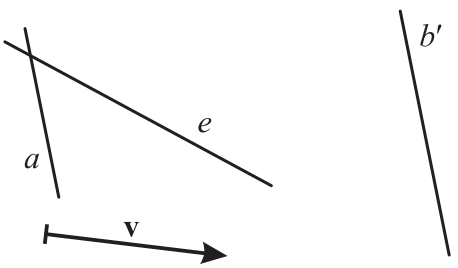
383. Told el a szakaszt úgy, hogy áthaladjon az R ponton, és egyik csúcsa az e egyenesre essen!

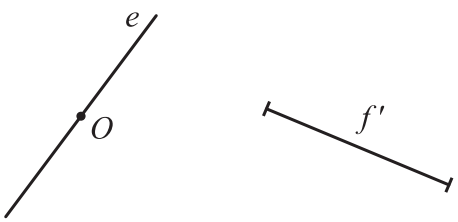


384. 

Told el a háromszöget úgy, hogy egyik csúcsa az f egyenesre essen, és egyik oldala áthaladjon az X ponton!

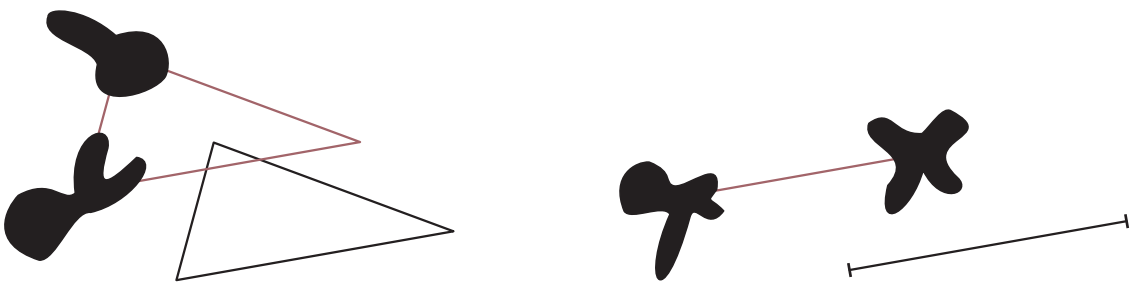
385. Adott egy téglalap egyik átlóegyenese, e, egyik oldalegyenese, a, és egy másik oldalegyenesének az eltolt képe, b'. Adott az eltolás vektora, $\mathbf{v}$ is. Szerkeszd meg a téglalapot és a képét!



386. 

Adott egy téglalap egyik átlóegyenese, e, és rajta a téglalap középpontja, O. Adott a téglalap másik átlójának az eltolt képe is – az f' szakasz. Szerkeszd meg a téglalapot!

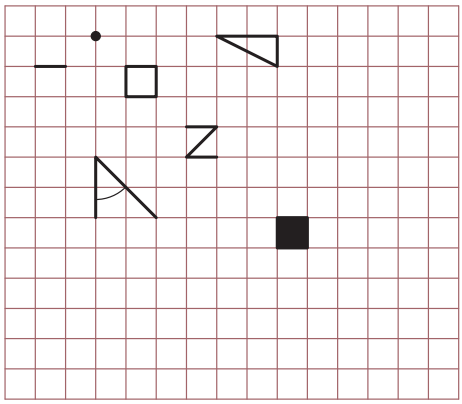
387. Egy eltolás a színes alakzatot a feketébe vitte át. A színes alakzatra sajnos pacák kerültek, és pacára rajzolni nem szabad, mert ragad. Meg tudod-e mégis adni az eltolás vektorát?



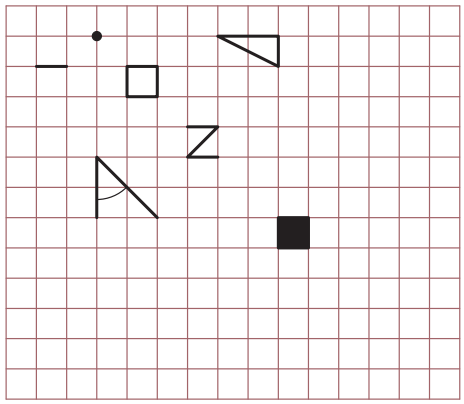
Egybevágósági transzformációk összefoglalása

388. A fehér négyzetet egy mozgás a feketébe vitte. Hová kerülnek a megjelölt alakzatok, ha ez a mozgás

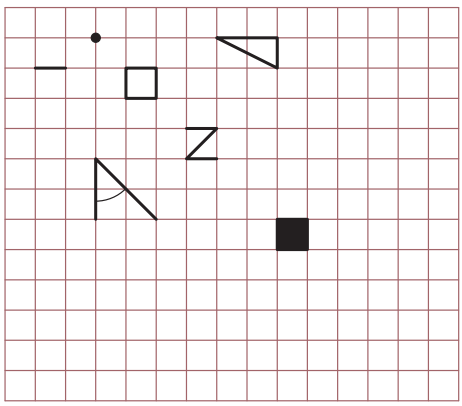
a) eltolás,



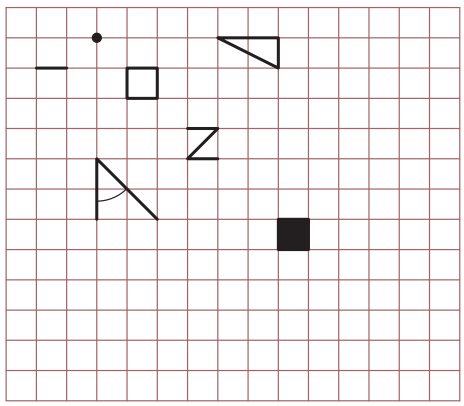
b) tengelyes tükrözés,



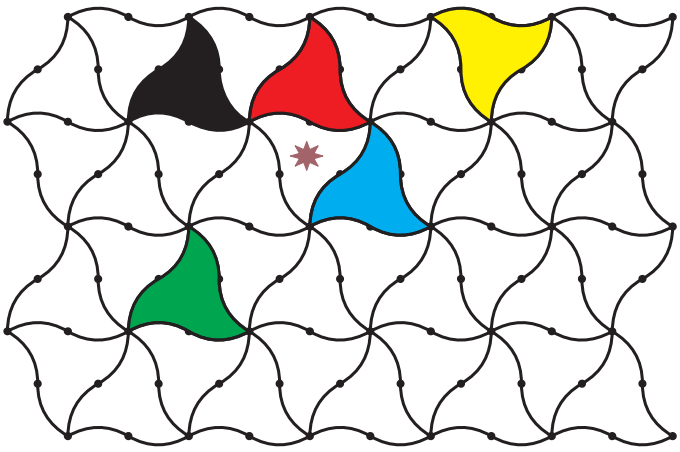
c) középpontos tükrözés,



d) 90°-os forgatás?



389. Hová kerülhetett a csillagos csempe, amikor



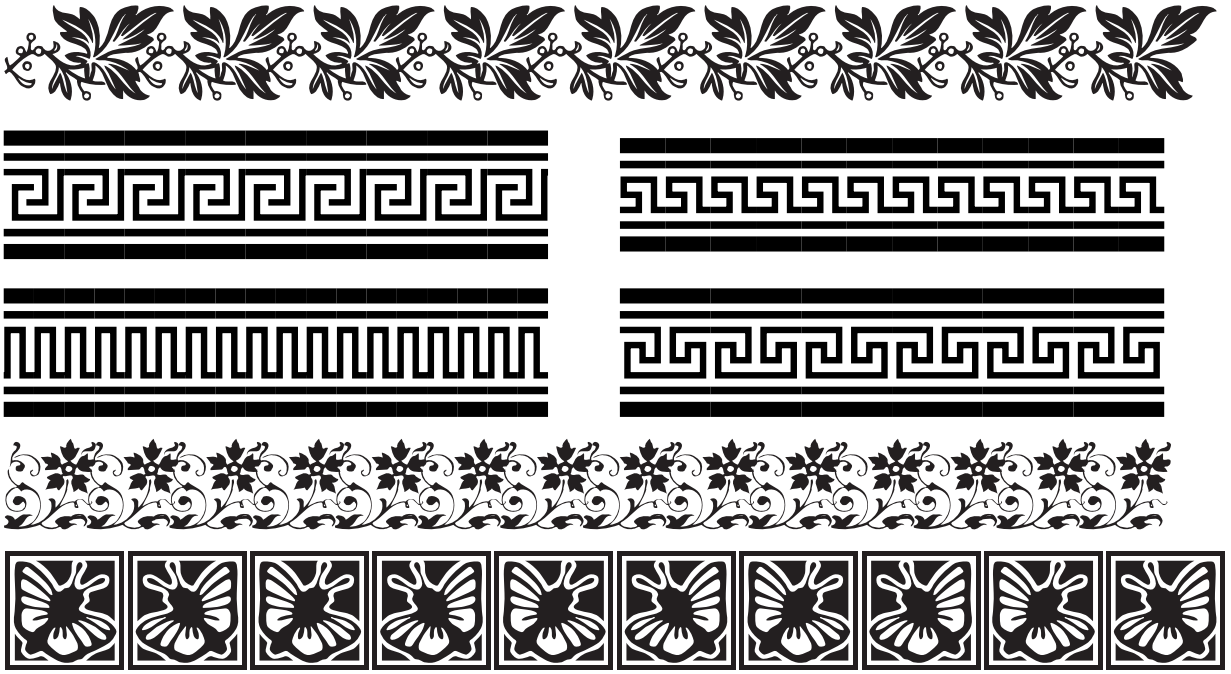
a) a fekete a zöldbe jutott?
Jelöld zöld pöttyel a csillagos csempe új helyét!

b) a fekete a pirosba jutott?
Jelöld piros pöttyel a csillagos csempe új helyét!

c) a fekete a kékbe jutott?
Jelöld kék pöttyel a csillagos csempe új helyét!

d) a fekete a sárgába jutott?
Jelöld sárga pöttyel a csillagos csempe új helyét!

390. Ezeket a mintákat mindkét irányban vég nélkül lehet folytatni:



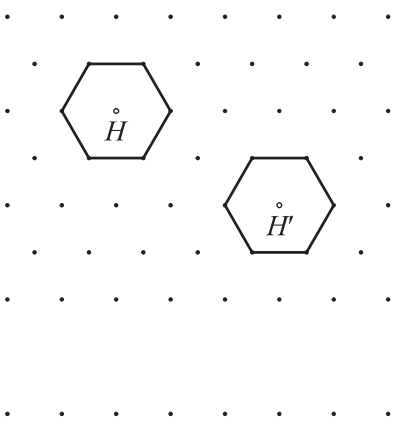
Ezek a minták **eltolásszimmetrikusak**. Ez azt jelenti, hogy van olyan vektor, amellyel eltolva a síkot az ábra önmagába megy át.

a) Mindegyik képhez adj meg egy olyan vektort, amellyel a síkot eltolva az ábra önmagába megy át! Hány ilyen vektor van?

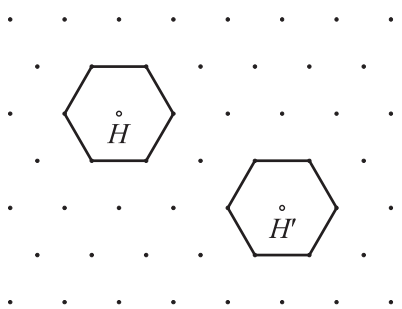
b) Keresd ki azokat a képeket, amelyek középpontosan is szimmetrikusak, és rajzolj be egy szimmetriacentrumot! Hány ilyen középpont van?

c) Keresd ki azokat a képeket, amelyek tengelyesen is szimmetrikusak! Jelölj meg egy szimmetriatengelyt! Hány ilyen van?

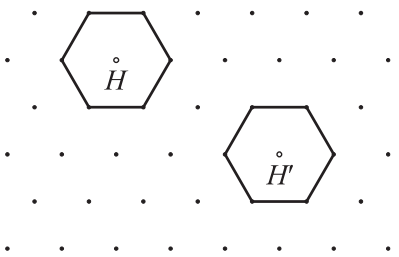
391. *a)* Kaphattuk-e egyetlen tengelyes tükrözéssel a H hatszögből a H' hatszöget? Ha igen, akkor szerkeszd meg a tükörtengelyt!



b) Kaphattuk-e egyetlen középpontos tükrözéssel a H hatszögből a H' hatszöget? Ha igen, akkor szerkeszd meg a középpontot!

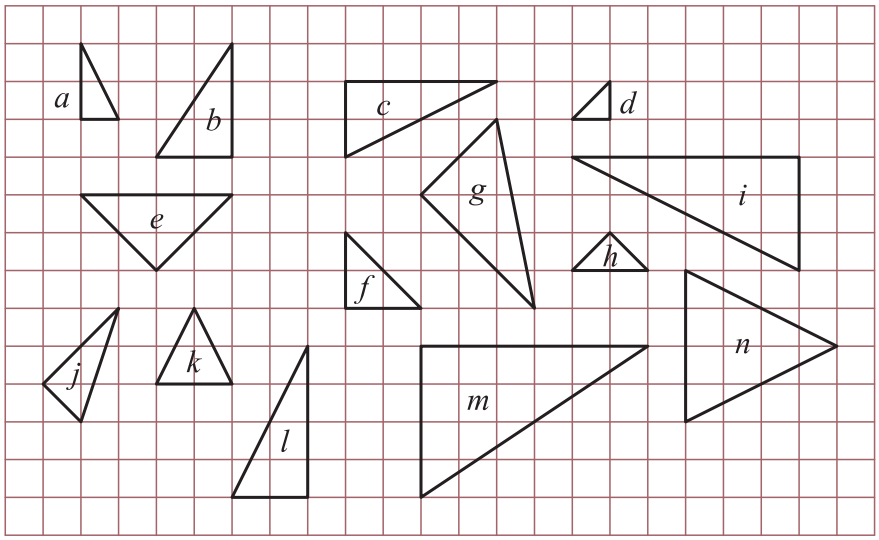


c) Kaphattuk-e egyetlen eltolással a H hatszögből a H' hatszöget? Ha igen, akkor szerkeszd meg az eltolás vektorát!

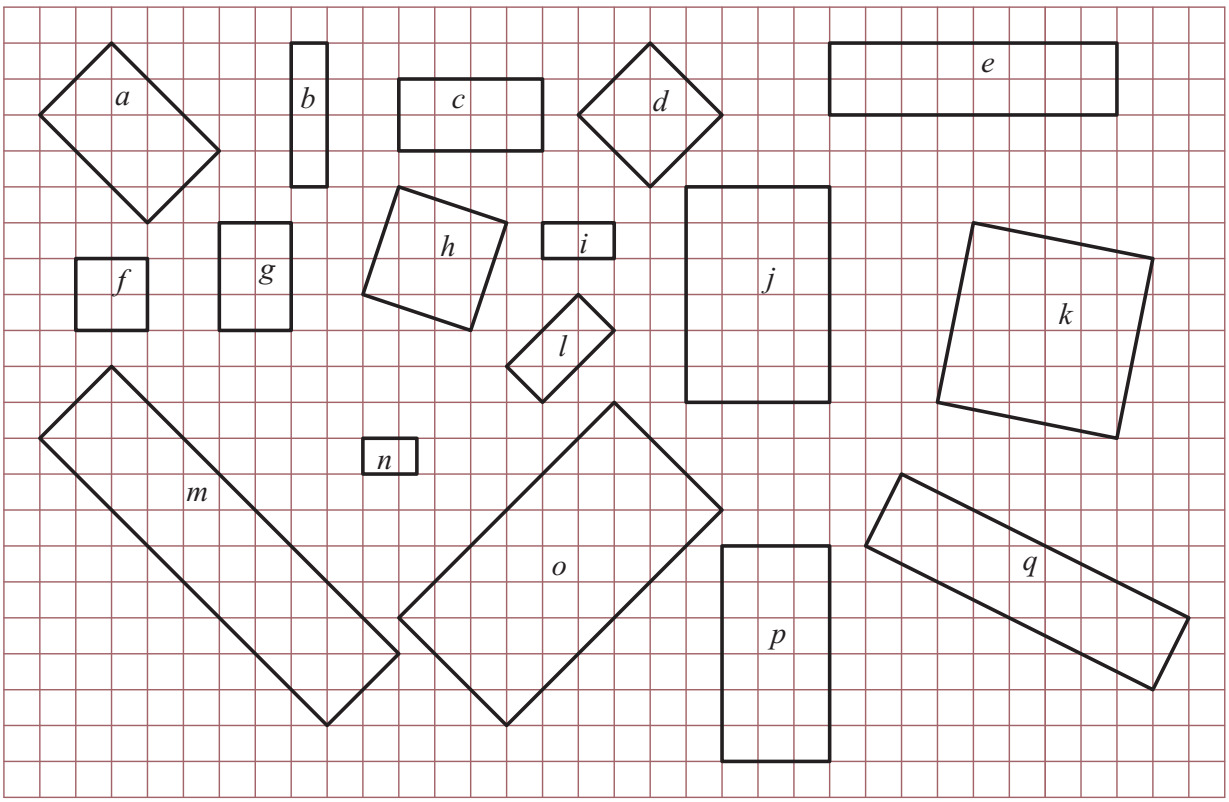


Nem egybevágósági transzformációk

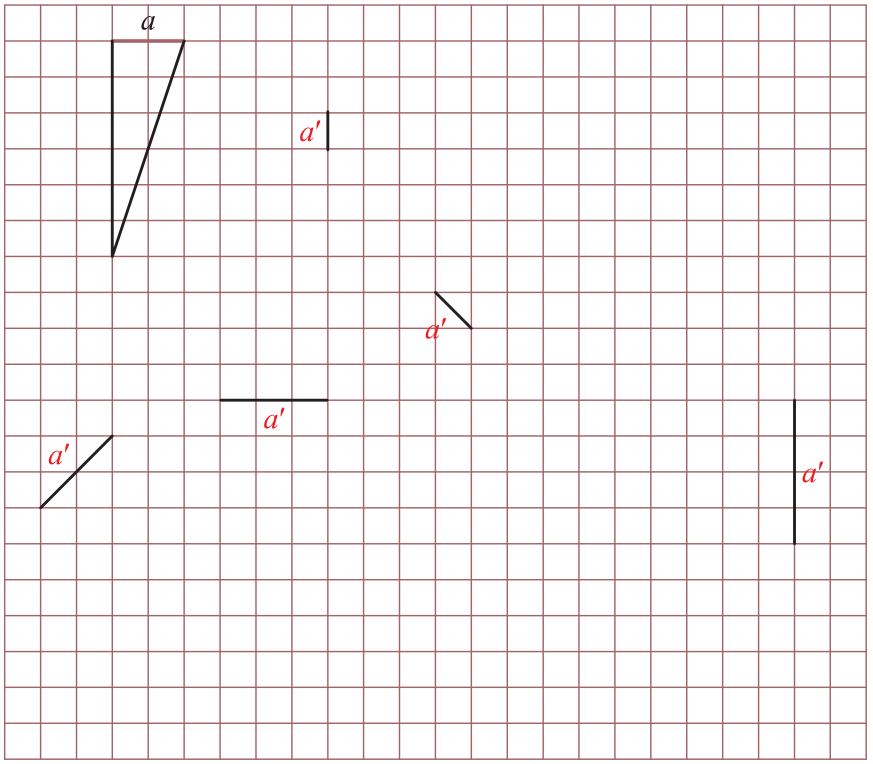
392. Válaszd ki a hasonló háromszögeket!



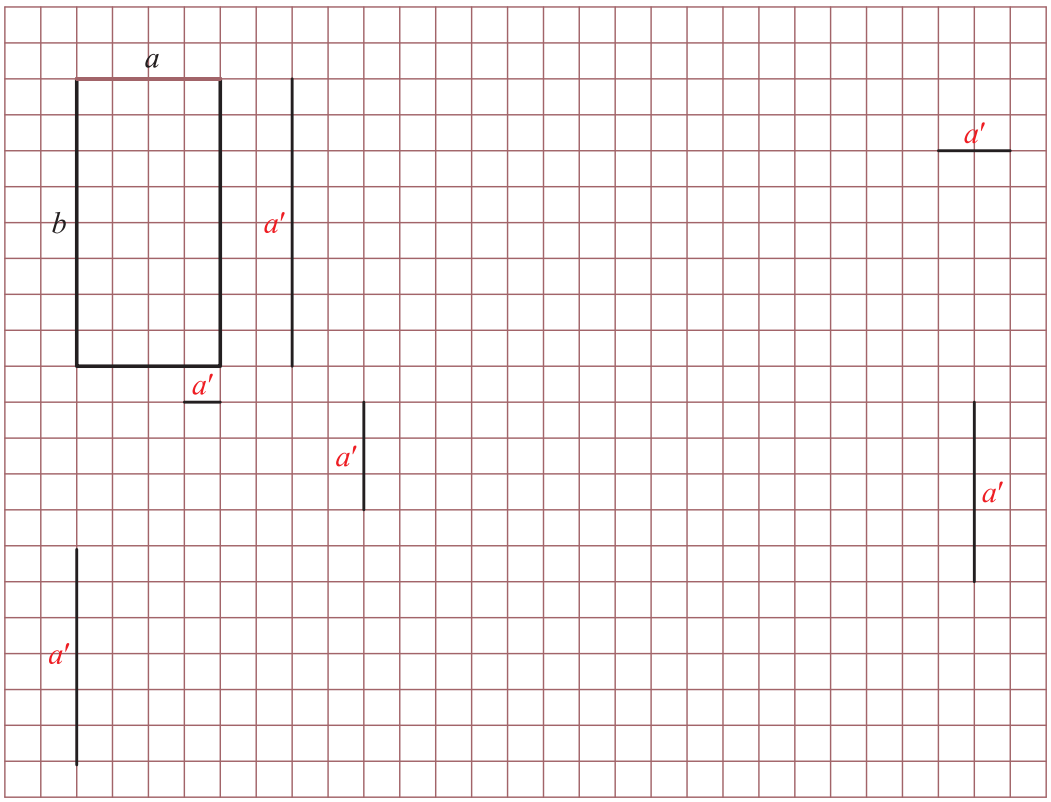
393. Válaszd ki a hasonló téglalapokat! Színezd őket egyforma színűre!



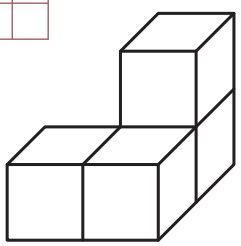
394. Rajzolj a megadott háromszöghöz hasonló háromszögeket úgy, hogy a színes a oldal megfelelője éppen a' legyen!



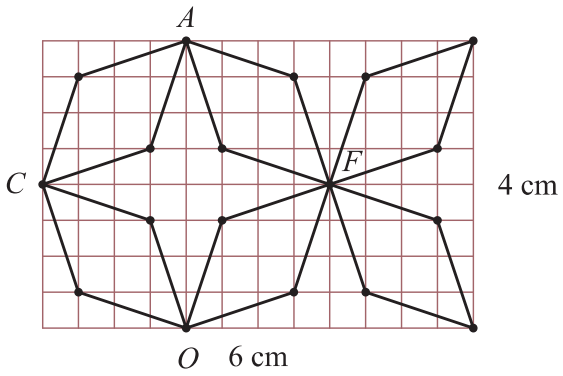
395. Rajzolj a megadott téglalaphoz hasonló téglalapokat úgy, hogy a színes a oldal megfelelője éppen a' szakasz legyen! Mindegyik téglalapnál állapítsd meg, hogy b' oldal hányszorosa b oldalnak!



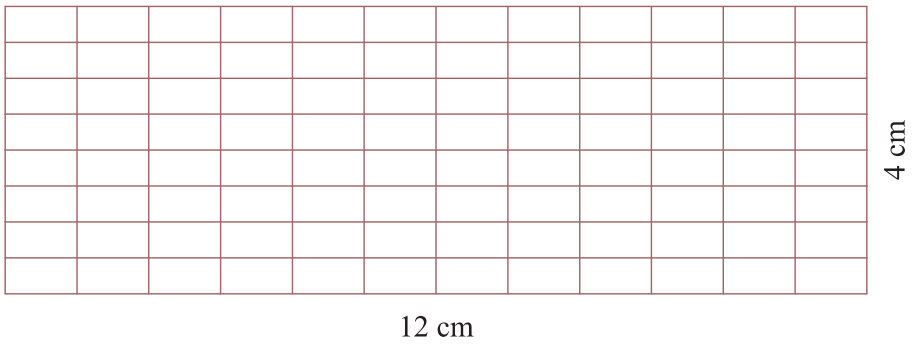
396. Egységkockákból építettünk egy testet.
Építsd meg a kétszeresére nagyított testet!



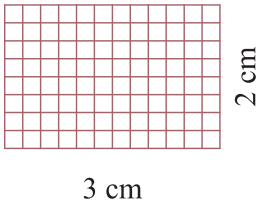
397. Másold át a tapétamintát a megadott hálókra! Jelöld meg az A, C, F, O pontok képét A', C', F', O'-vel mindegyik esetben!



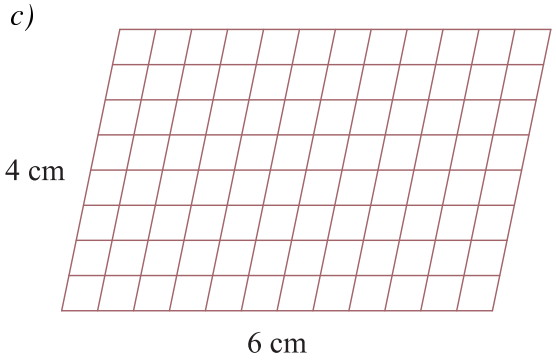
a)



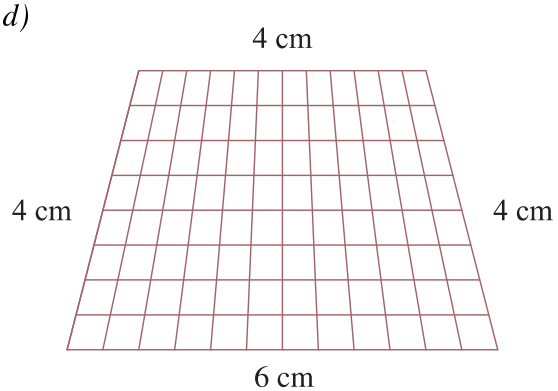
b)



c)



d)



Keresd meg azt a hálót, amelyiken az eredetihez hasonló mintát kaptál!

Mindegyik hálón színezd pirosra az AO-t, illetve a képeit, zölddel a CF-et, illetve annak képeit!

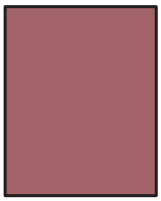
Az eredeti ábráról leolvashatod, hogy $AO = 4$ cm és $CF = 4$ cm. Állapítsd meg mindegyik hálón az AO képének és a CF képének a hosszát, és töltsd ki a táblázatot!

	$A'O'$	$C'F'$	$\frac{A'O'}{AO}$	$\frac{C'F'}{CF}$	$\frac{A'O'}{C'F'}$
a)					
b)					
c)					
d)					

398. Mekkora a valóságban?

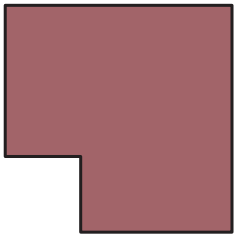
Kertek kicsinyített rajzát látod a lapon. Mindegyik rajz mellé odaírtuk a hosszméretek kicsinyítésének mértékét. Mekkora a kertek kerülete és területe?

a



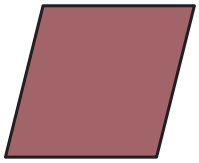
$M = 1 : 1000$

b



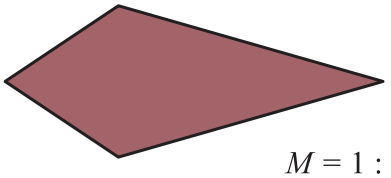
$M = 1 : 500$

c



$M = 1 : 2000$

d



$M = 1 : 750$

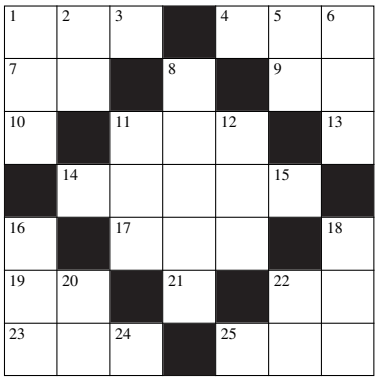
	A kicsinyítés mértéke	Kerület a valóságban	Terület a valóságban
a kert			
b kert			
c kert			
d kert			

Összefoglaló fejezet

Középiskolába készülünk

Számok

399. Töltsd ki a keresztrejtvényt!



Vízszintes:

1. A háromszög belső szögeinek összege.
4. Az 1848 számjegyeiből képzett halmaz elemei növekvő sorrendben.
7. A 100-zal osztható számok végződései.
8. A legkisebb prímszám.
9. A 7104-nek a 96-od része.
10. Megegyezik saját maga ellentettjével.
11. Egymást követő három páratlan szám.
13. 5,5 egészekre kerekítve.
14. A 141 és a 257 szorzata.
16. Ennyi osztója van a prímeknek.
17. Az ezerrel osztható számok végződései.
18. A legkisebb alapszámú számrendszer alapszáma.
19. A 14 és a 49 legkisebb közös többszöröse.
21. Egy szám és ellentettjének összege.
22. Ennyi osztója van az 5^9-nek.
23. Az 1000-hez legközelebb levő prímszám.
25. Egy háromszögben a 32°-os külső szöghöz tartozó belső szög nagysága.

Függőleges:

1. A legkisebb háromjegyű szám.
2. A 240-nek az $\frac{1}{3}$ része.
3. A legkisebb természetes szám.
4. A legkisebb pozitív egész szám.
5. A (-47) ellentettje.
6. $(-47) \cdot (-18)$
8. A legkisebb olyan számnak a tízszerese, amely osztható az összes egyjegyű számmal.
11. A konvex négyszög külső szögeinek összege.
12. A 10 és a 73 legkisebb közös többszöröse.
14. A legkisebb páratlan prímszám.
15. A legnagyobb egyjegyű prímszám.
16. A legkisebb olyan háromjegyű szám, amelyben a számjegyek összege 20.
18. A legkisebb olyan háromjegyű szám, amelynek minden számjegye páros, és a számjegyeinek összege 10.
20. Eggyel kevesebb a derékszög nagyságának mértékszámánál.
22. A 192 osztóinak száma.
24. A 6742-ben a legnagyobb alaki értékű számjegy.
25. Az a szám, amelynek pontosan egy osztója van.

400. Töltsd ki a táblázatot!

a	-6	0		$\frac{1}{3}$	7	
b	-12		5	$\frac{1}{4}$		$\frac{2}{3}$
$a-b$		-19	23			
$\frac{a}{b}$					$\frac{7}{5}$	$\frac{1}{3}$

401. Hasonlítsd össze! Tedd ki a $<$, $>$ vagy $=$ jelet!

a) a 2 és az 5 aránya ☐ 25%

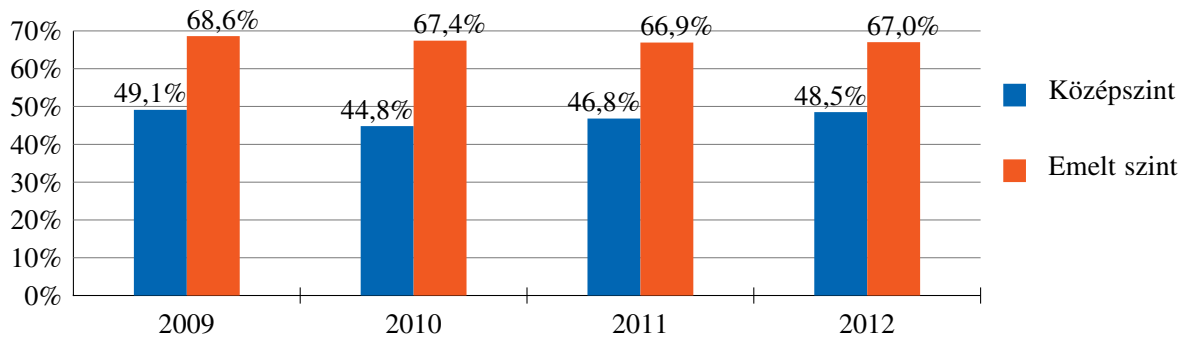
b) 35-nek a $\frac{3}{5}$ része ☐ 35-nek a 60%-a

c) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ ☐ $\frac{(-2)^2}{3}$

d) $-2\frac{1}{3}$ reciproka ☐ $\left(-\frac{7}{5}\right) : \frac{21}{10}$

e) az a legkisebb négyjegyű természetes szám, amelyben a számjegyek szorzata 100 ☐ a legkisebb természetes szám, amelyben a számjegyek összege 100.

402.



Évek	2009	2010	2011	2012
Matematikából érettségizettek száma	92 571	90 451	89 479	86 829

(Koncz Levente: Érettségi vizsgatárgyak elemzése, 2009–2012 tavaszi vizsgaidőszak, Matematika)

a) Hány tanuló írt közép-, illetve emelt szintű matematika érettségi vizsgát 2009-ben?

b) Hány százalékkal csökkent a matematikából érettségit tevők száma 2009 és 2012 összehasonlításakor?

c) 2009-ben vagy 2012-ben írtak többen emelt szintű matematika érettségi vizsgát, és ez a különbség hány tanulót jelent?

403. „Többet ésszel, mint erővel!”

a) $47{,}3 - (-68{,}4) - 28{,}4 + 52{,}7$

b) $(-23{,}8) + 104{,}6 + 53{,}4 - 46{,}2$

c) $\frac{19}{3} + \frac{25}{3} - \frac{1}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right)$

d) $0{,}5 - \frac{47}{6} - \frac{1}{6} + \frac{5}{2}$

e) $\left(-\frac{5}{12}\right) \cdot \frac{6}{25} - 2\frac{1}{3} : \frac{14}{5}$

f) $9 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 - 7 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2$

404. Színezd ki pirossal azt a kifejezést, amelynek értéke megegyezik a $\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$-del, és kékre azt, amelyik nagyobb nála!

$\frac{2}{3}$-nak a $\frac{4}{5}$ része

$\frac{2}{3}$-nak az $\frac{5}{4}$ része

$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}$

$\frac{2}{3} + \left(\frac{11}{4}\right)$

$\left(\frac{2}{3} \cdot 5\right) : 4$

$\left(\frac{2}{3} : 4\right) \cdot 5$

$\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2}$

$\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5}$

$\frac{1}{2} \cdot \left(3 \cdot \frac{4}{5}\right)$

405. Írd le matematikai jelekkel és számítsd ki

a) (-360) és (-240) különbségének az ellentettjét,

b) (-360) és (-240) ellentettjének a különbségét,

c) 180-nak a $\frac{2}{3}$ részét,

d) $\frac{11}{3}$ és a $\frac{4}{5}$ hányadosának a reciprokát,

e) $\frac{11}{3}$ és $\frac{4}{5}$ reciprokának a hányadosát,

f) $\left(-\frac{1}{3}\right)$ harmadik hatványának abszolút értékét,

g) 68-nak a 30%-át,

h) 30-nak a 68%-át,

i) $\frac{3}{8}$ tizedes tört és százalék alakját,

j) 22%-nak a tizedes tört és a tört értékét!

406. Tamás mézeskalácsot készített, és a receptet szeretné feltölteni egy internetes szakácskönyvbe. Ehhez azonban meg kell adnia azt is, hogy nagyjából mennyi kalóriát (kcal) tartalmaz a sütemény. Tamás az alábbi alapanyagokkal számol:

50 g margarin
50 g barnacukor
100 g méz
200 g finomliszt
1 tojás

A kalóriatáblázatban az alábbi értékeket találta:

margarin	737 kcal/100 g
barnacukor	377 kcal/100 g
méz	362 kcal/100 g
finomliszt	375 kcal/100 g
tojás	68 kcal/1 db

Melyik műveletsorral számítható ki helyesen, hány kalóriát tartalmaz Tamás mézeskalácsa összesen? Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

(A) $\frac{737}{2} + \frac{377}{2} + 362 + 375 \cdot 2 + 68$

(B) $737 + 377 + 362 + 375 + 68$

(C) $737 \cdot 50 + 377 \cdot 50 + 362 \cdot 100 + 375 \cdot 200 + 68$

(D) $\frac{737 \cdot 50 + 377 \cdot 50 + 362 \cdot 100 + 375 \cdot 200 + 68}{100}$

(Kompetenciamérés, 2014., 8. évfolyam)

407. „Villámkérdések”

a) Mennyi $2^6 \cdot 5^6$?

b) Mondj az $\frac{1}{3}$ és az $\frac{1}{2}$ között számot!

c) Mennyi két prímszám legnagyobb közös osztója?

d) Mennyi két prímszám legkisebb közös többszöröse?

e) Mennyi egy szám és az ellentettjének az összege?

f) Mennyi egy szám és az ellentettjének a különbsége?

g) Melyik az a két szám, amelyek aránya 1 : 2 és összegük 3,6?

h) Melyik az a két szám, amelyek aránya 1 : 2 és különbsége 3,6?

i) Növeld a 640-et a 25%-ával, majd a kapott számot csökkentsd a 20%-ával! Melyik számot kaptad?

j) Az 1 és 1000 közötti páratlan számok szorzata milyen számjegyre végződik?

408. Határozd meg x, y, z értékét, ha

$x = \frac{7}{6} : \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{6}\right)$, $y = -12 - (3 - 19)$, z a legkisebb kétjegyű prímszám!

Számítsd ki a három szám átlagát!

409. Határozd meg az x, y és a z értékét, ha x a 42 és a 63 legnagyobb közös osztója, y az a legnagyobb kétjegyű szám, amelyben a számjegyek összege 5, z a legkisebb páratlan prímszám négyszerese!

Döntsd el, hogy mely állítások igazak, és melyek hamisak!

A: A három szám legnagyobb közös osztója a 6.

B: A z szám 50%-a az x számnak.

C: Az $\frac{y}{x+z}$ szám reciproka 0,36.

410. A fák többek között azzal javítják a levegő minőségét, hogy oxigént termelnek. Egy erdőben 1 hektáron kb. 700 fa található.

a) Egy autó évi oxigénfelhasználását körülbelül 30 fa tudná pótolni. Zedországban kb. 2 millió jármű van forgalomban. Közelítőleg hány hektárnyi erdő képes előteremteni a járművek éves oxigénigényét? Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

Ⓐ 85 714 hektár Ⓑ 12 345 hektár Ⓒ 98 502 hektár Ⓓ 120 432 hektár

b) Egy idős fa 50 kg oxigént termel egy év alatt. Egy ember éves oxigénigénye 180 kg. 1 hektár idős fákból álló erdő kb. hány ember oxigénigényét elégíti ki? Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

Ⓐ 158 Ⓑ 176 Ⓒ 215 Ⓓ 194

(Kompetenciamérés, 2014, 8. évfolyam)

411. *a)* Egészítsd ki a hiányzó számjegyeket úgy, hogy

A) 2-vel, *B)* 4-gyel, *C)* 3-mal, *D)* 6-tal, *E)* 9-cel osztható számot kapjál!

354 ☐ 53 ☐ 4 3 ☐ 54 5 ☐ 34

b) Írd be a legkisebb pozitív egész számot úgy, hogy a kapott szám osztható legyen

A) 2-vel, *B)* 3-mal, *C)* 6-tal, *D)* 18-cal, *E)* 45-tel!

Az így kapott számnak hány osztója van?

$3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \square$ $2 \cdot 7 \cdot \square$ $2 \cdot 3^2 \cdot \square$ $3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot \square$

412. Melyek azok a számok, amelyekről a következőket tudjuk:

a) Tizenkétszerese és ötszöröse különbsége 105.

b) A két szám összege 88, és a számok aránya 1 : 3.

c) $\frac{3}{7}$ részének és $\frac{1}{7}$ részének összege 3.

d) Háromjegyű, az egyesek helyén fele akkora szám van, mint a százasok helyén és a tízesek helyén levő számjegy 1-gyel több az egyesek helyén lévő számnál. A számnak nincsen azonos alaki értékű számjegye.

413. Felsorakoztak a négyfejű és a hétfejű sárkányok. Az ügyeletes tiszt azt jelentette a parancsnoknak, hogy mind a 83 fej harcra kész, és többen jöttek el a hétfejűekből, mint a négyfejűekből. A bölcs parancsnok meg tudja-e mondani ebből a jelentésből, hogy melyik fajta sárkányból hány áll előtte?



414. Hány darab háromjegyű számot tudsz készíteni a 2; 4; 5 számkártyákból?

Mennyi a valószínűsége, hogy a véletlenszerűen kirakott háromjegyű szám osztható lesz

a) 5-tel *b)* 2-vel *c)* 4-gyel *d)* 3-mal *e)* 10-zel?

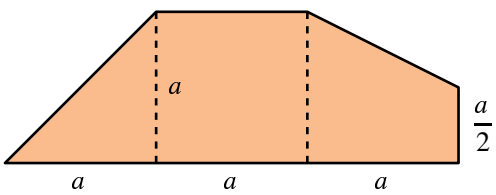
415. Hány darab háromjegyű számot tudsz készíteni a 0; 2; 4; 5 számkártyákból?

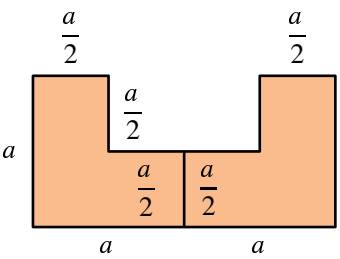
Mennyi a valószínűsége, hogy a véletlenszerűen kirakott háromjegyű szám osztható lesz

a) 5-tel *b)* 2-vel *c)* 4-gyel *d)* 3-mal *e)* 10-zel?

Algebra

416. Színezd pirosra azokat a képleteket, amelyek az ötszög területére, és kékre azokat, amelyek a nyolcszögére vonatkoznak!





$2a \cdot a - a \cdot \frac{a}{2}$ $3a \cdot a - \left(\frac{a \cdot a}{2} + \frac{a \cdot \frac{a}{2}}{2}\right)$ $2a^2 - \frac{a^2}{2}$ $\frac{3a^2}{2}$

$3a^2 - \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{4}$ $3a^2 - \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4}$ $\frac{9a^2}{4}$ $2 \cdot \left[a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]$

417. Az egynemű tagok összevonásával írd egyszerűbb alakba!

a) $3a - 8a + 4{,}7a + 47a - 22{,}7a$

b) $\frac{1}{3}a - 2(5 - 3a) + \frac{5}{3}a$

c) $7{,}5b^2 - 4b + (2b)^2 + 3b$

d) $0{,}8b - 3(0{,}4b - 2) + 6$

e) $\frac{7}{5}c - 2c(5 - 3^2c) - 1{,}4c$

f) $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{7}\right)c + 0{,}3c - \left(-\frac{25}{21}c\right)$

418. Keresd az azonosságokat! Az azonosságokban szereplő betűkből egy értelmes szót állíthatsz össze!

a) $\frac{a+b}{b} = b$

b) $\frac{12i+6}{3} = 4i + 2$

c) $\frac{-4p \cdot 2p}{2} = -2p \cdot p$

d) $7c - 3(c - 2) = 4c + 6$

e) $(5k - 4) \cdot 2 = 10k - 4$

f) $\frac{m}{5} + \frac{m}{7} = \frac{12}{35}m$

g) $3(t - 4) + 12 = 3t$

h) $\frac{3f \cdot 3f}{6} = \frac{1}{2}f \cdot \frac{1}{2}f$

i) $\frac{3r \cdot 3r}{6} = \frac{3}{2}r^2$

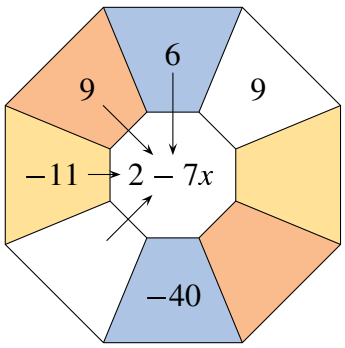
j) $\frac{7o + 3o}{2} = 5o$

k) $\frac{4l + 10l}{2} = 2l + 10l$

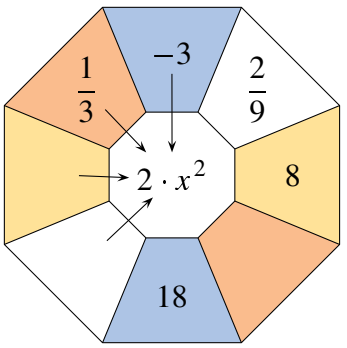
l) $\frac{4s \cdot 10s}{2} = 2s \cdot 5s$

419. Milyen számok kerülhetnek az üresen hagyott helyekre?

a)



b)



420. Számold ki a következő kifejezések helyettesítési értékét, majd karikázd be a helyes válasz betűjelét!

a) $a = 0{,}5$, $b = 4$ esetén $4a - b^2$

b) $c = -5$, $d = 7$ esetén $\frac{d}{c} - \frac{c}{d}$

c) $e = 3^2$, $f = 0{,}4$ esetén $0{,}5e + (6f)^2$

d) $g = -\frac{14}{3}$, $h = \frac{3}{5}$ esetén $6h + 5g$

A kiszámolt helyettesítési értékek közül 10-nél nagyobb az abszolút értéke

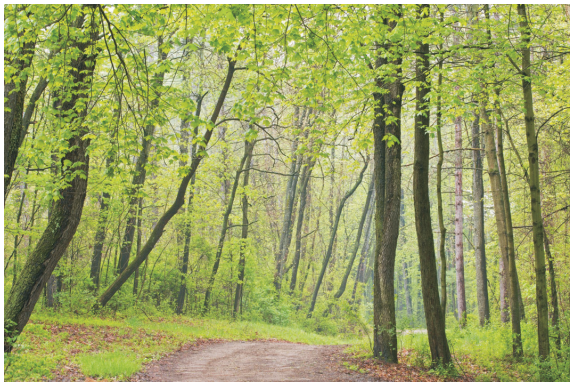
A) 0; *B)* 1; *C)* 2; *D)* 3; *E)* 4 darab kifejezésnek.

421. Hozd egyszerűbb alakra az adott kifejezést, és döntsd el, hogy melyik a helyes válasz a kifejezés helyettesítési értékére vonatkozóan!

$K = (2a + b - 3c) - (a - b - 2c)$ és $a = 0{,}5$; $b = \frac{1}{4}$ és $c = -\frac{1}{3}$.

A) $-2{,}4$; *B)* $\frac{5}{3}$; *C)* $\frac{4}{3}$; *D)* $-\frac{4}{3}$; *E)* 0.

422. Egy 20 éves fa évente átlagosan 50 kg oxigént termel. Egy felnőtt ember átlagos évi oxigénszükséglete 175 kg.



a) Körülbelül hány 20 éves fa oxigéntermelése fedezi egy felnőtt ember átlagos oxigénszükségletét évente?

b) n-nel jelölve az eltelt évek számát valaki 18 éves korától, írj fel képletet arra, hogy mennyi az oxigénszükséglete felnőtt korában!

Határozd meg egy 30 és egy 40 éves ember felnőttkori oxigénszükségletét!

423. Írd le algebrai kifejezésekkel a mondatokat!

a) Egy családban a legfiatalabb kislány életkora L év. Nővérei 2, illetve 3,5 évvel idősebbek nála. Írd fel a nővérek életkorát L segítségével, és a három kislány életkorának összegét is add meg!

b) Két szám különbsége 10. Közülük a nagyobb számot n-nel jelöltük. Írd fel a kisebb számot n segítségével, majd add meg a két szám számtani közepét is!

c) Egy kétjegyű szám számjegyeinek különbsége 5. A tízesek helyén t áll. Mi van az egyesek helyén? Milyen értékeket vehet fel a t?

424. Írj egyenletet a feladatokhoz, és oldd is meg azokat!

a) Melyik számhoz kell hozzáadni a 3,24-ot, hogy $(-5{,}72)$-ot kapjunk?

b) Melyik számot kell elosztani 1,2-del, hogy $\frac{7}{3}$ legyen a hányados?

c) Egy szám a másik szám hatszorosa. Különbségük 19. Melyik ez a két szám?

d) Két szám aránya 7 : 5, összegük $27\frac{3}{5}$. Mennyi a számok szorzata?

e) Melyik számot szoroztam meg önmagával, majd 3-mal, ha a szorzat 432?

f) Melyik számot szoroztam meg hárommal, majd a szorzatot önmagával, ha 225-öt kaptam?

425. Pisti 8 matematikadolgozatára kapott osztályzatainak átlaga 4,375. Még egy dolgozatot fog írni az idén. Ahhoz, hogy év végén ötöst kaphasson, a 9 dolgozat átlagának legalább 4,5-nek kell lennie. Megkaphatja-e az ötöst év végén? Satírozd be a helyes válasz betűjelét! Válaszodat számítással indokold!

Ⓘ Igen, megkaphatja az ötöst év végén.

Ⓝ Nem, nem kaphatja meg az ötöst év végén.

(Kompetenciamérés, 2012, 8. évfolyam)

426. Egy művelődési házban hangversenyt szerveznek. A színházteremben 798 ülőhely van. A belépőjegyek ára egységesen 800 Ft. A jegyek legalább hány százalékát kell értékesíteni, hogy a művelődési háznak ne legyen veszteséges a hangverseny, ha a fellépő művészek tiszteletdíja összesen 280 000 Ft, és az egyéb járulékos költségek (fűtés, világítás, rakodó munkások és takarítók stb. díja) 150 000 Ft-ot tesznek ki? Úgy dolgozz, hogy számításaid követhetők legyenek!

(Kompetenciamérés, 2012, 8. évfolyam)

427. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $8x - 13 - 5x = 4x + 28 - 3x - 15$ *b)* $5 - 2(3 - 4x) = 8x - 1$

c) $4 - 3(x - 5) = 1 - 4(x - 6) + x - 8$ *d)* $12 - 2(4 - x) - 3 = 3(x - 4) + 11$

428. Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $\frac{x}{3} + \frac{2x}{5} - 7 = \frac{3x}{2} - 3$ *b)* $\frac{4x - 7}{3} - 5 = \frac{10}{3}$

c) $3 - \frac{2x - 4}{5} = x - 3$ *d)* $\frac{2 - 2x - 3}{3} = 5 - x$

429. Oldd meg az alábbi egyenlőtlenségeket!

a) $7{,}5x - 3 < 4{,}3x + 0{,}2$ *b)* $4(12 - x) \geqq 5x - 108{,}6$

c) $\frac{x + 2}{3} - 1 < 4(x - 5)$ *d)* $\frac{x}{4} - 3 \cdot \frac{x - 1}{2} < 5$

430. *a)* Oldd meg az egyenlőtlenséget a negatív számok halmazán, megoldásod jelöld a számegyenesen!

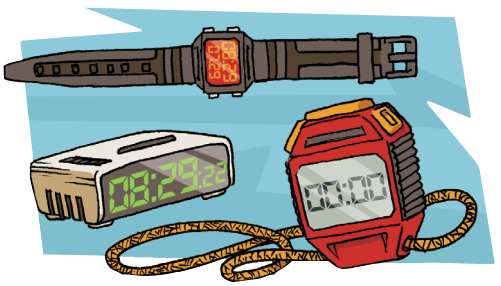
$$4x - 2(x + 3) \geqq 3(x - 4) - 2(x + 1)$$

b) A megoldások közül karikázd be a legnagyobb abszolút értékű számot!

A) 2; *B)* 4; *C)* 6; *D)* 8; *E)* 10.

431. Oldd meg az alábbi egyenlőtlenséget, és megoldásod szemléltesd a számegyenesen!

$$\frac{x - 1}{3} \geqq \frac{2}{5} - \frac{3 - x}{4}$$



432. Azonos márkájú karóráért, ébresztőóráért és stopperóráért összesen 18 600 Ft-ot kell fizetni. Az ébresztőóra 600 Ft-tal drágább a stoppernél, és éppen hatodrésze az ára, mint a karórának. Mennyibe kerülnek az egyes órák külön-külön?

433. Melyik az a két szám, amelyekről a következőket tudjuk:

a) Összegük 100. Ha a nagyobb számot elosztjuk a kisebbel, a hányados 2 és a maradék 1.

b) Összegük 3927. Ha a kisebbik szám végére (az egyesek után) egy 0-t írunk, megkapjuk a nagyobb számot.



434. Festés után Lilla visszapakolta a 150 könyvét a 3 polcból álló könyvszekrényébe. A legfelső polcra helyezte a legkevesebb könyvet, majd 15-tel többet tett az alatta levőre és ismét 15-tel többet a legalsóra. Hány könyvet tett az egyes polcokra?

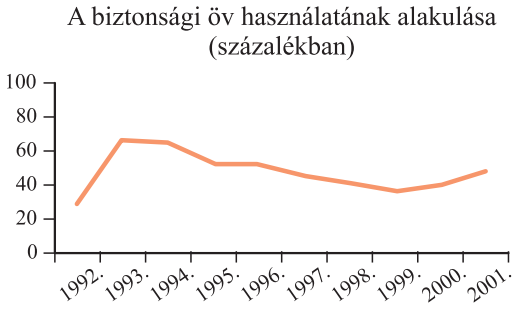
435. A $p = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ számok közül melyikre igaz, hogy a

$(p + 2) \cdot x = 8 + x$ és $(p - 2)x = p - 1$

egyenleteknek a megoldása ugyanaz?

Függvények, sorozatok

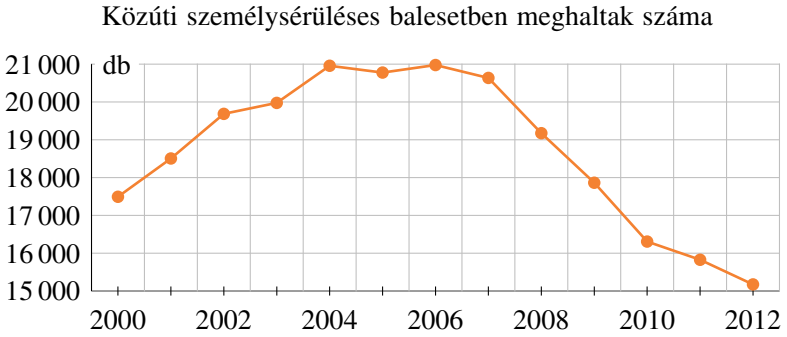
436. Magyarországon 1976 óta kötelező a biztonsági öv használata az első üléseken, lakott területen kívül 1994-től a hátul ülőknek is be kell csatolniuk magukat. A hazai arány elöl 54 százalékos, hátul 6 százalékos. A németeknél a felnőttek 92 százaléka, a gyerekek 70 százaléka bekapcsolja magát. A biztonsági eszközök általános használata számos emberéletet menthetne meg évente. Ugye a te családodban mindenki használja a biztonsági övet?



(KTI)

A vonalgrafikonon található adatokból készíts függvényt, azaz add meg az A alaphalmazt, a K képhalmazt és a hozzárendelési utasítást! Mely években nőtt a biztonsági övet használók száma?

437. *a)* Milyen hozzárendelési utasítást tudsz mondani a vonaldiagramon látható adatok alapján? Mi az alaphalmaza és mi a képhalmaza az így kapott függvénynek?

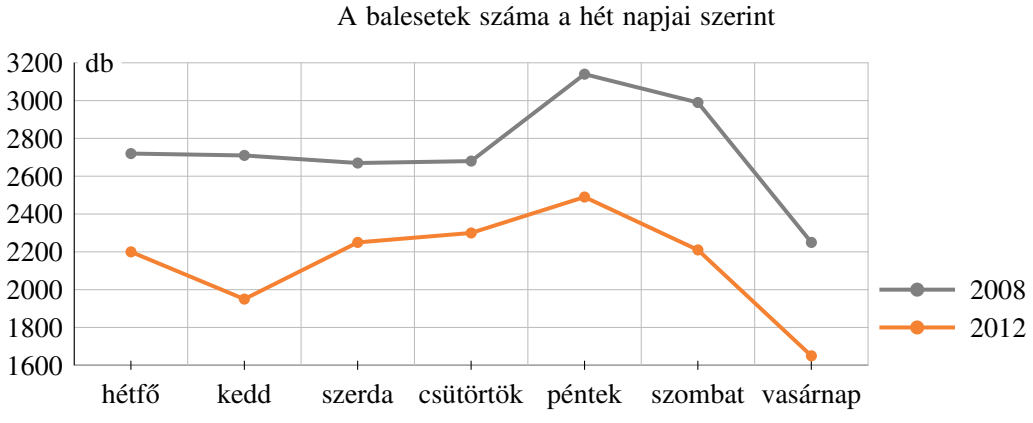


(KSH)

b) Mely évek között csökkent a közúti balesetekben elhunytak száma?

c) Válaszd ki közúti balesetekben a legkevesebb és legtöbb elhunyt ember számát! Hány százalék a két érték eltérése?

438. *a)* Milyen hozzárendelési utasítás adható meg a vonaldiagramok alapján?



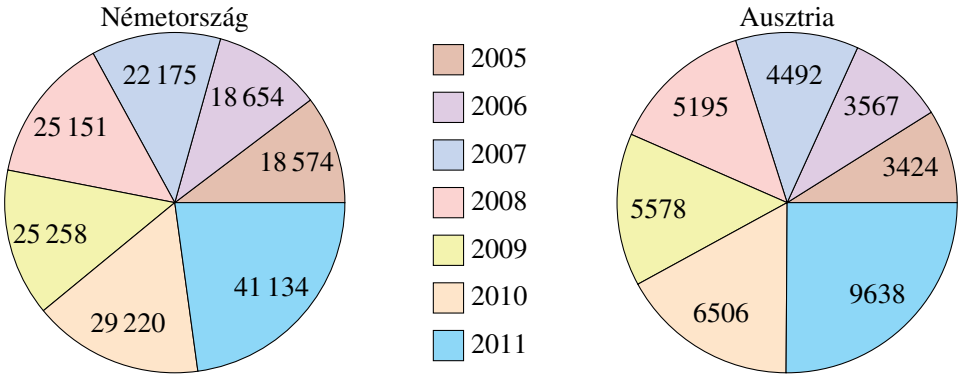
(KSH)

b) Milyen közös tulajdonsága van az ábrán látható két vonaldiagramnak?

c) A hét melyik napján történik a legtöbb baleset? Mi lehet az oka?

d) Hányadrésze a 2012-es pénteki balesetek száma a 2008-asnak?

439. A kördiagramokon az Európa két fő célországába kivándorló magyarok száma látható 2005–2011 között.



a) Összesen hányan vándoroltak ki a hét év alatt az egyes országokba?

b) Hány százalékkal választották többen Németországot, mint Ausztriát?

c) 2011-ben hány százalékkal választották kevesebben Ausztriát, mint Németországot?

(Gödri Irén, Népességtudományi Kutató Intézet: Elvándorlás Magyarországról *című cikkének adatai alapján)*

440. Minden számhoz rendeld hozzá

a) az ellentettjét, *b)* az abszolút értékét, *c)* a reciprokát!

Minden esetben add meg a hozzárendelési utasítás értékkészletét is!

Melyik megfeleltetés megfordítható?

-9 $\quad -3{,}5$ $\quad 0$ $\quad 4$ $\quad 6+\frac{2}{5}$ $\quad \left(5-\frac{1}{3}\right)$ $\quad (-0{,}4)^2$

441. Egyenlő szárú háromszög szárszögéhez rendeld hozzá a háromszög alapon fekvő szögét! Megfordítható ez a megfeleltetés?

A szárszög: $28°$; $36°$; $45°$; $60°$; $83°$; $100°$; $120°$; $175°$.

442. Derékszögű háromszög két befogójának hosszához rendeld hozzá a háromszög területét! Megfordítható ez a megfeleltetés?

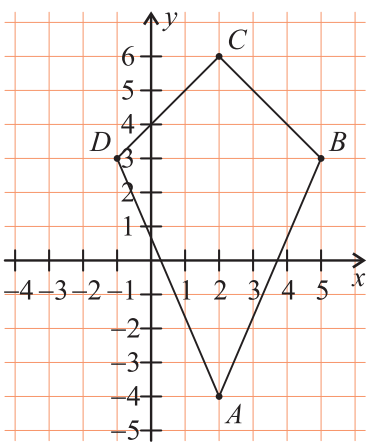
a) $a = 4$ cm és $b = 6$ cm *b)* $a = 6$ cm és $b = 6$ cm *c)* $a = 1{,}2$ dm és $b = 8$ cm

443. Rendeld hozzá a megadott számpárokhoz

a) a legnagyobb közös osztójukat, *b)* a legkisebb közös többszörösüket!

A) $a = 4$ és $b = 6$ *B)* $a = 1$ és $b = 12$ *C)* $a = 24$ és $b = 35$

444.



Olvasd le a négyszög csúcspontjainak koordinátáit!

a) Tükrözd a négyszöget az x tengelyre!

b) Minden ponthoz azt a pontot rendeld hozzá, amelyik az x tengely másik oldalán van, de csak fele olyan távolságra az x tengelytől, mint az eredeti pont volt!

Töltsd ki a táblázatot!

					Az alakzat neve	Kerület	Terület
Eredeti pontok	$A(\ ;\ )$	$B(\ ;\ )$	$C(\ ;\ )$	$D(\ ;\ )$			
a transzformáció	$A'(\ ;\ )$	$B'(\ ;\ )$	$C'(\ ;\ )$	$D'(\ ;\ )$			
b transzformáció	$A''(\ ;\ )$	$B''(\ ;\ )$	$C''(\ ;\ )$	$D''(\ ;\ )$			

445. Számold ki az $f(x) = 2{,}4x - 3$ lineáris függvény helyettesítési értékét, ha

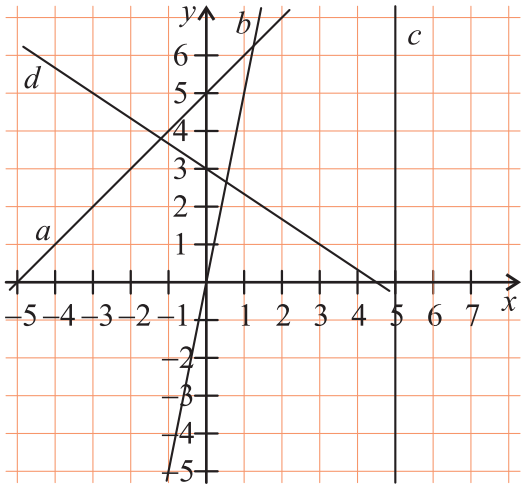
a) $x = 0$ *b)* $x = 4$ *c)* $x = \frac{1}{6}$ *d)* $x = -1{,}5$

446. Számold ki az $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$ lineáris függvény helyettesítési értékét, ha

a) $x = 0$ *b)* $x = 6$ *c)* $x = -\frac{1}{6}$ *d)* $x = 2{,}4$

447. Készítsd el az $f(x) = 2x - 3$ lineáris függvény grafikonját! (Ha szükséges, csinálhatsz értéktáblázatot.) Hol veszi fel a függvény az adott helyettesítési értékeket?

a) -3 *b)* 3 *c)* 5 *d)* 2016



448. Keresd a párját!

$y = 5 + x$ $\quad 3y = -2x + 9$ $\quad f(x) = x + 5$

$f(x) = 5x$ $\quad y = 5x$ $\quad x = 5$ $\quad f(x) = 5$

$f(x) = -\frac{2}{3}x + 3$

449. Ábrázold az $f(x) = 3 - 2x$ függvény grafikonját! Határozd meg az

$A(0;\square)$, $B(1;\square)$, $C(-7;\square)$, $D(\square;1)$, $E(\square;9)$, $F(\square;-47)$

pontok hiányzó jelzőszámait úgy, hogy a pontok

a) a grafikonon; *b)* a grafikon felett; *c)* a grafikon alatt legyenek!

450. A táblázat egy valós számokon értelmezett lineáris függvény néhány értékpárját tartalmazza. Add meg a hozzárendelés szabályát, és ábrázold a függvény grafikonját!

x	-3	-1	2	3
y	-5	-1	5	7

451. Készítsd el az $f(x) = 2x - 4$ függvény grafikonját, és add meg az értékkészletét is, ha az értelmezési tartománya

a) ÉT $= \{-1 \leqq x \leqq 4\}$, *b)* ÉT = {egész számok}!

452. Melyik esetben lesz a legnagyobb a két koordinátatengely és a lineáris függvény grafikonja által bezárt háromszög területe?

a) $a(x) = 5 - x$ *b)* $b(x) = \frac{3}{2}x + 6$ *c)* $c(x) = 3x - 8$

453. A városi autóbuszon egy vonaljegy ára 350 Ft. Julcsi néni a piacra ment őszibarackért, mindkét irányban autóbuszon utazott. Egy kg barack ára 400 Ft. Mariska néni közel lakik a piachoz, ő gyalog jár oda. Számítsd ki, hogy mennyit fizet Julcsi, illetve Mariska néni a vásárolt barack mennyiségétől függően! Írj fel függvénykapcsolatot, és rajzold meg az egyes függvények grafikonjait! Melyik határoz meg egyenes arányosságot a két függvénykapcsolat közül?



454. Képezd a pozitív egész számok 7-tel való osztási maradékait!

a) Sorold fel a sorozat első 10 elemét!

b) Hány különböző eleme van ennek a sorozatnak?

c) Add meg ennek a sorozatnak a következő elemeit: a_{15}; a_{34}; a_{2016}!

455. Leírtuk egymás mellé a számjegyeket úgy, hogy minden számjegyet éppen annyiszor írtunk le, amennyi a számjegy értéke: $122333\underbrace{88\ldots8}_{8\text{ darab}}\underbrace{99\ldots9}_{9\text{ darab}}$.

a) Hány számjegyet írtunk le összesen?

b) Melyik számjegy áll balról a 25. helyen?

c) Ha az összes leírt számjegyet összeszoroznánk, akkor a szorzat hány darab 0-ra végződne?

456. Az alábbi számsorozatot úgy képezzük, hogy a harmadik tagjától kezdve a sorozat minden tagja az előtte lévő két tag szorzatának utolsó számjegye.

1; 2; 2; 4; 8; ___; ___; ___; ___; ___; ___; ___; ___; ___; ___

a) Folytasd a sorozatot, írd fel a következő tíz tagját!

b) Keress szabályosságot a sorozat tagjai között! Írd le a szabályt!

c) Melyik számjegy áll a sorozatban balról a 2008. helyen? (Írd le a megoldás menetét!)

457. Az alsó sorban megadtuk egy sorozat különbségsorozatát. (A különbségsorozatot úgy kapjuk, hogy minden elemből – a másodiktól kezdve – kivonjuk a megelőzőt.) Írd be a sorozatok hiányzó elemeit! Találkoztál-e ismerős sorozattal?

a)

	0,3		1,5		2,3		4,7		−5,4	

b)

	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{5}{3}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	

c)

	3		5		9		7		9	

d)

	−2		−1		1		$-\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{4}$	

458. Töltsd ki a számtani sorozatra vonatkozó táblázatot!

a_1	d	a_2	a_6	Az első hat elem összege
-3	7			
$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{4}$		
		7	$8\frac{1}{3}$	
	-2			18

459. Írd fel a számtani sorozat első öt elemét, és készítsd el a sorozatokhoz tartozó grafikonokat!

a) $-2, 1, 4, \ldots$

b) $a_1 = 5$ és $d = -2$

c) $a_n = 1$

d) $a_2 = 4$ és $a_3 = 4{,}6$

460. Egy számtani sorozat első eleme (-3) és a hatodik eleme 17.

a) Mennyi a sorozat differenciája?

b) Mi a sorozat ötödik eleme?

c) Mennyi az első hat elem összege?

461. Mennyi a számtani sorozat első hét elemének az összege, ha

a) az első eleme 3 és a differenciája 2;

b) az első eleme (-6), a negyedik eleme 1,2;

c) az első három elemének számtani közepe 12 és a negyedik eleme (-6).

462. Egy számtani sorozat első eleme 14 és a sorozat differenciája 8.

A sorozat elemei: 60; 86; 110; 1006; 2016.

Hány számra igaz a fenti állítás?

A: 0 *B*: 1 *C*: 2 *D*: 3 *E*: 4 *F*: 5

463. András és Béla gázszerelők. Munkadíjuk a kiszállási díjból és a munkával eltöltött idő óradíjából tevődik össze. András kiszállási díja 2000 Ft/alkalom, óradíja 3000 Ft. Béla kiszállási díja 3000 Ft/alkalom, óradíja 2500 Ft.

a) Mennyit keres András egy 3 órás munkával? Satírozd be a helyes válasz betűjelét!

Ⓐ 5000 Ft-ot Ⓑ 9000 Ft-ot Ⓒ 11 000 Ft-ot Ⓓ 15 000 Ft-ot

b) Hány órás volt az a munka, amelyért Béla 15 500 Ft-ot kapott? Úgy dolgozz, hogy számításaid követhetők legyenek!

(Kompetenciamérés, 2013, 8. évfolyam)

464. Egy sorozat általános tagja a $3(n - 1) + 2$ képlettel írható le.

a) Sorold fel a sorozat első tíz elemét, és ábrázold azokat koordináta-rendszerben! Hogyan helyezkednek el a pontok?

b) Mit mondhatsz a sorozat elemeiről 3-mal való oszthatóság szempontjából?

c) Igaz-e, hogy ha a sorozat három tetszőleges elemét összeadjuk, akkor 3-mal osztható összeget kapunk?

d) Tagja-e ennek a sorozatnak a 17; a 117; a 217; a 317?

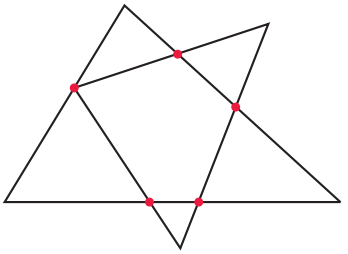
e) Hányadik tagja a sorozatnak az 1541?

465. Az egytől kezdve hány egymás utáni pozitív egész számot kell összeadni, hogy az összeg olyan háromjegyű szám legyen, amelynek számjegyei egyenlőek?

Alakzatok

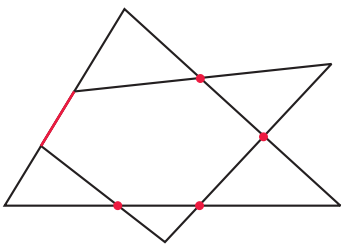
466. *a)* Hány háromszöget határozhat meg négy különböző pont?
b) Hány háromszöget határozhat meg öt különböző pont?

467. *a)* Hány egyenest határozhat meg négy különböző pont?
b) Hány egyenest határozhat meg öt különböző pont?



468. Az ábrán látható két háromszög oldalainak 5 közös pontja van.
Adj meg két-két háromszöget úgy, hogy oldalaiknak 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 vagy több közös pontja legyen!

469. Az ábrán a háromszög és a négyszög oldalainak végtelen sok közös pontja van.
Adj meg egy-egy háromszöget és négyszöget úgy, hogy oldalaiknak 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 vagy 10 közös pontja legyen!

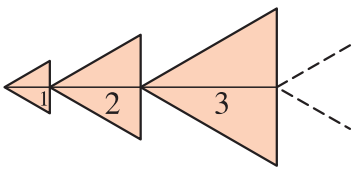


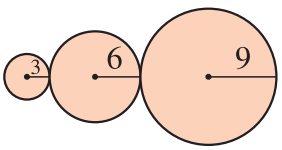
470. Hány egyenest határoznak meg
a) egy konvex hétszög csúcsai,
b) egy szabályos kilencszög csúcsai?

471. Hány háromszöget határoznak meg
a) egy konvex hatszög csúcsai, *b)* egy szabályos nyolcszög csúcsai?

472. Egy konvex szögtartományban jelölj ki nyolc olyan félegyenest, amelyeknek kezdőpontja a szög csúcsa!
a) Hány „tiszta szögtartományt” határoz meg a nyolc félegyenes? (A „tiszta szögtartomány” nem tartalmaz belsejében egyetlen megjelölt félegyenest sem.)
b) Hány szögtartományt határoznak meg a félegyenesek?

473. *a)* Milyen hosszú és milyen széles papírra fér el az ábra szerint egymás után rajzolt tíz szabályos háromszög?



b) 

Milyen hosszú és milyen széles papírra fér el az ábra szerint egymás mellé rajzolt tíz kör?

474. Az AB szakaszt a C pont 3 : 8 arányban, a D pont pedig 5 : 6 arányban osztja. A CD szakasz hossza 18 egység. Hány egység az AB szakasz hossza?

475. A PS szakaszt a Q pont 1 : 3 arányban, az R pont pedig 17 : 11 arányban osztja. A QR szakasz hossza 12 cm. Mekkora a PS szakasz hossza?

476. Egy háromszög belső szögeinek aránya 4 : 1 : 5. Határozd meg, hogy szögei szerint milyen csoportba tartozik a háromszög!

477. Egy háromszög egyik szöge a másiknak kétszerese, a harmadik szöge pedig 30°. Számítsd ki a háromszög belső szögeinek nagyságát!

478. Egy háromszög két belső szögének aránya 3 : 4. A harmadik belső szöge $\frac{1}{18}$ egyenesszöggel nagyobb az elsőnél. Mekkorák a háromszög szögei?

479. Az ABC hegyesszögű háromszög m_a magassága 37°-os szöget, az f_γ szögfelező pedig 80°-os szöget zár be az AB oldallal. (m_a magasság az A csúcsból, f_γ szögfelező a C csúcsból indul.)

a) Mekkorák a háromszög szögei?

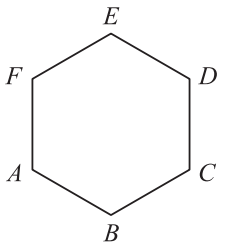
b) Mekkora szöget zár be az m_a magasságvonal az f_γ szögfelezővel?

c) Vizsgáld meg azt az esetet, ha az ABC háromszög nem hegyesszögű!

480. A szabályos hatszög csúcsai közül válassz ki négyet úgy, hogy egy

a) deltoid csúcsai legyenek,

b) húrtrapéz csúcsai legyenek!



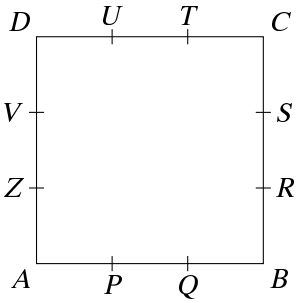
481. Az ábrán egy négyzet oldalainak harmadolópontjait jelöltük. Válassz ki négy pontot úgy, hogy

a) egy négyzet csúcsai legyenek!

b) nem egyenlő oldalú téglalap csúcsai legyenek!

c) nem derékszögű paralelogramma csúcsai legyenek!

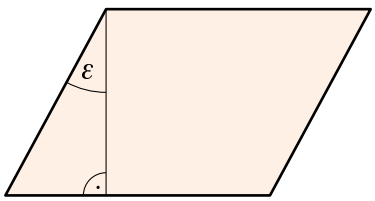
d) nem egyenlő oldalú deltoid csúcsai legyenek!



482. Egy konvex négyszög külső szögeinek aránya 2 : 5 : 6 : 7. Mekkorák a négyszög belső szögei?

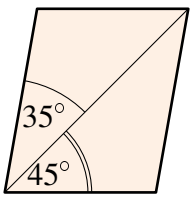
483. Számítsd ki a paralelogramma szögeit!

a)

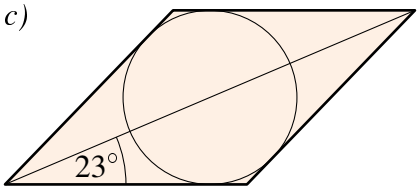


$\varepsilon = 27^\circ 41' 26''$

b)



c)



484. Egy téglalap átlója 2 : 3 arányban osztja a téglalap szögét. Számítsd ki az átlók hajlásszögét!

485. Egy négyszög első szögénél 19°-kal kisebb a második szöge, és az első szög kétszeresénél 73°-kal kisebb a harmadik szöge. A negyedik szög feleakkora, mint az első szögnél 23°-kal kisebb szög. Mekkorák a négyszög szögei?

486. Egy $ABCD$ paralelogramma kerülete 42 cm, AC átlója 11 cm hosszú. Számítsd ki az ABC háromszög kerületét!

487. Igazold a következő állításokat!

A: Ha egy konvex négyszög két szomszédos oldala egyenlő és átlói merőlegesek egymásra, akkor a négyszög másik két oldala is egyenlő.

B: Ha egy konvex négyszög két szemközti oldala egyenlő és átlói is egyenlők, akkor a négyszög másik két oldala párhuzamos.

Igazak-e az állítások nem konvex négyszögekre is?

488. Egy 28 elemű halmaz csak konvex négyszögeket és konvex ötszögeket tartalmaz. Ezen sokszögeknek összesen 71 átlójuk van. A halmaz elemei között hány ötszög van?

489. Egy 20 elemű halmaz csak háromszögeket, konvex négyszögeket és konvex ötszögeket tartalmaz. Ezen sokszögeknek összesen 51 átlójuk van. Melyik fajta sokszögből hány darab van a halmazban?

490. Legyen az O_1 középpontú kör sugara 7 cm, az O_2 középpontú kör sugara 11 cm! Mekkora lehet az O_1O_2 távolság, ha

a) az egyik kör a másik kör belső tartományában van,

b) a két kör belülről érinti egymást,

c) a két kör metszi egymást,

d) a két kör kívülről érinti egymást,

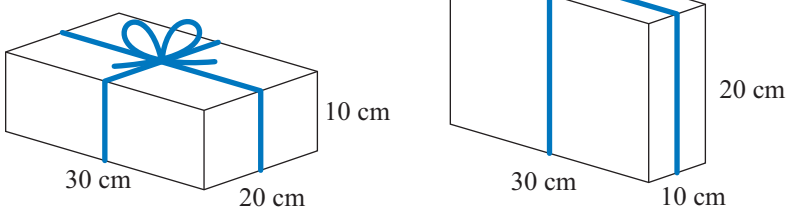
e) az egyik kör a másik kör külső tartományában van?

491. Döntsd el, hogy igaz-e az állítás!

Egy K középpontú körvonalon kijelölt A, B, C és D pontok egy téglalap csúcsai, ha az általuk meghatározott középponti szögek arányára teljesül az

$AKB\sphericalangle : BKC\sphericalangle : CKD\sphericalangle : DKA\sphericalangle = 3 : 5 : 4 : 6$ egyenlőség.

492.



Két téglatest alakú csomagot az ábrán látható módon átkötöttek. Melyik esetben kellett több szalag, ha a csomózásra elég volt 20–20 cm?

A doboz éleinek hossza 30 cm, 20 cm és 10 cm.

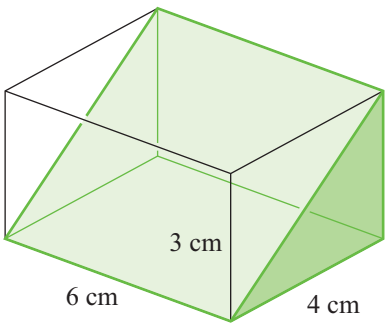
493. Egy téglatestet az egyik átló síkjával két testre vágtak az ábrán látható módon.

a) Nevezd meg a keletkezett testeket!

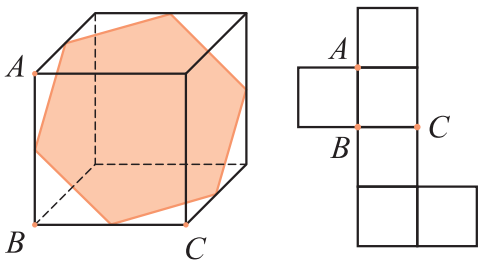
b) Határozd meg a lapok, élek, csúcsok számát!

c) Rajzold le a kapott test lapjait az ábráról leolvasható méretekkel!

d) Igaz-e, hogy egy-egy új testnek éppen annyi lapátlója van, mint csúcsa?



494.

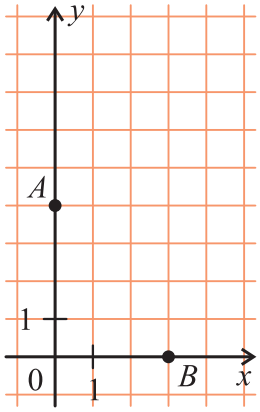


Rajzold be a kocka hálójába a színessel jelölt hatszög oldalait, ha a hatszög csúcsai az élek felezőpontjai!

Geometriai transzformációk

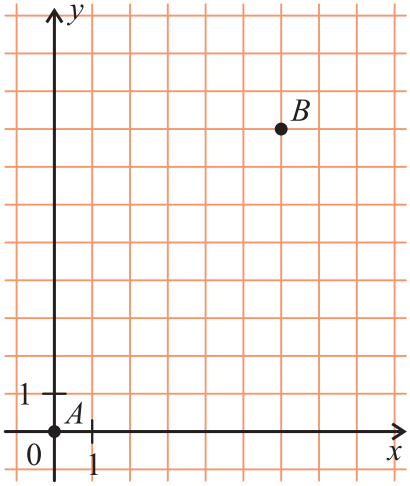
495. Az ABC egyenlő szárú háromszög egyik szárának végpontjai A és B. Melyik pont nem lehet a háromszög harmadik csúcsa?

a)



$C(3;8)$
$D(-3;0)$
$E(4;5)$
$F(-1;3)$
$G(-5;4)$

b)



$C(8;-6)$
$D(0;10)$
$E(-5;9)$
$F(-10;0)$
$G(8;-2)$

496. Ábrázold derékszögű koordináta-rendszerben az $A(-2;0)$, a $B(2;4)$ és a $C(-6;8)$ pontot!

a) Tükrözd az ABC háromszöget az y tengelyre, és add meg az A', B', C' koordinátáit!

b) Milyen sokszöget alkot az eredeti és a képháromszög közös része? Számítsd ki a területét!

c) Milyen négyszög az $AA'C'C$? Számítsd ki a területét!

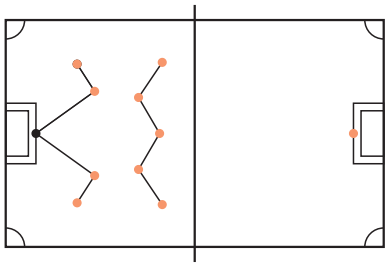
497. Ábrázold derékszögű koordináta-rendszerben az $A(-2;0)$, a $B(2;4)$ és a $C(-6;8)$ pontot!

a) Tükrözd az ABC háromszöget a $(0;2)$ pontra, és add meg az A'', B'', C'' koordinátáit!

b) Milyen sokszöget alkot az eredeti és a képháromszög egyesítése? Számítsd ki a területét!

c) Rajzold meg az $AC''BC$ négyszög szimmetriatengelyeit!

498. Egy gombfocipályán a hagyományos WM-rendszer szerint helyezték el az egyik csapat játékosait.
Rajzold meg az ellenfél figuráit, ha mindegyik a középvonalra szimmetrikusan helyezkedik el!



499. Ábrázold derékszögű koordináta-rendszerben az $A(-3;-3)$, a $B(1;1)$, a $C(-3;9)$ és a $D(-7;1)$ pontot!

a) Kicsinyítsd felére a négyszöget a B csúcsából, és add meg az A', B', C', D' pontok koordinátáit!

b) Határozd meg az $ABCD$ és az $A'B'C'D'$ négyszögek területének arányát!

500. Döntsd el, hogy igazak vagy hamisak az alábbi állítások!

A: Nem minden rombusz deltoid.

B: Ha a derékszögű trapéz középpontosan szimmetrikus, akkor négyzet.

C: Ha egy négyszög középpontosan szimmetrikus és átlói merőlegesek, akkor a négyszög téglalap.

D: Van olyan húrtrapéz, ami paralelogramma.

E: A téglalap átlói szimmetriatengelyek.

F: Ha egy húrtrapéz középpontosan szimmetrikus, akkor téglalap.

G: Minden rombusz középpontosan szimmetrikus.

H: A szabályos hatszög átlói szimmetriatengelyek.

I: A szabályos sokszög szimmetriatengelyei átlók.

J: A szabályos háromszög középpontosan szimmetrikus.

K: Ha egy négyszögnek van két egyenlő szöge, akkor van szimmetriatengelye.

501. Egy háromszög oldalainak mérőszámai centiméterben mérve egész számok. Hány különböző ilyen háromszög van, és közöttük hány egyenlő szárú, ha a háromszög kerülete

a) 10 cm, *b)* 11 cm, *c)* 12 cm?

502. Legyen az $ABCD$ téglalap AB oldala 6 cm, BC oldala 4 cm, CD oldalának felezőpontja E!

a) Szerkeszd meg a téglalapot, majd tükrözd az AE egyenesre!

b) Milyen négyszög az $ABCD$ téglalap és a tükörkép közös része? Számítsd ki e négyszög átlóinak hosszát!

c) Hány mm^2 az $ABCD$ téglalap és a tükörképének egyesítésével kapott sokszög területe, illetve hány dm^2 az $ABCD$ téglalap és a tükörkép közös részének területe?

503. Az ABC egyenlő szárú háromszög AB alapja 9 cm, az alaphoz tartozó magassága 6 cm hosszú.

a) Szerkeszd meg a háromszöget, majd tükrözd a 6 cm-es magasság felezőpontjára!

b) Számítsd ki az ABC háromszög és a tükörkép háromszög közös részének területét!

c) Hány százaléka a közös rész kerülete az ABC háromszög kerületének?

504. Számítsd ki a szabályos sokszög belső szögeinek összegét, ha

a) ugyanannyi szimmetriatengelye van, mint ahány átlója;

b) középpontosan szimmetrikus, és a középponti szöge 30°-nak egész számú többszöröse!

505. Egy szabályos sokszög szomszédos csúcsai A, B és C, középpontja pedig O. Az $ABCO$ deltoid egyik szöge 45°-kal nagyobb a másiknál. Hány oldalú a sokszög?

Mennyiségek a geometriai számításokban

506. A távolság egységei

Töltsd ki a táblázatot!

	μm	mm	cm	dm	m	km
1 μm		0,001				
1 mm	1000	1	0,1	0,01	0,001	0,000 001
1 cm		10				
1 dm		100				
1 m		1000				
1 km		1 000 000				

507. A terület egységei

Töltsd ki a táblázatot! Normálalakban is írhatod a mérőszámokat.

	mm^2	cm^2	dm^2	m^2	km^2
$1\ mm^2 =$					
$1\ cm^2 =$					
$1\ dm^2 =$					
$1\ m^2 =$					
$1\ km^2 =$					

508. A térfogat egységei

Töltsd ki a táblázatot! Normálalakban is írhatod a mérőszámokat.

	mm^3	cm^3, ml	cl	dl	dm^3, l	m^3
$1\ mm^3 =$						
$1\ cm^3 = 1\ ml =$						
$1\ cl =$						
$1\ dl =$						
$1\ dm^3 = 1\ l =$						
$1\ m^3 =$						

509. A szög egységei, szögek fajtái

Töltsd ki a táblázatot!

nullszög	hegyesszög	derékszög	tompaszög	egyenesszög	homorúszög	teljesszög
0°			$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	180°		
0	$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$			π		

510. Váltsd át a mennyiségeket a megadott mértékegységekbe!

a) Add meg dm-ben: 20 m; 7 m 6 dm; 618 cm; 5 km 7 m; 37 582 mm!

b) Add meg dm^2-ben: 69 m^2; 8450 cm^2; 21 m^2 43 dm^2; 3 m^2 2 dm^2; 307 cm^2!

c) Add meg dm^3-ben: 4 m^3; 67 l; 28 m^3 23 dm^3; 830 000 cm^3; 93 hl; 82 dl!

d) Add meg szögpercben: 206°; $6{,}7^\circ$; $28^\circ\ 54'$; $46''$; $\left(\frac{3}{5}\right)^\circ$!

511. Döntsd el, hogy az alábbi szögek milyen fajtájúak!

a) $\alpha = 130{,}5^\circ + 2970'$

b) β = teljesszögnél 13°-kal kisebb

c) $\gamma = 376^\circ$ nyolcada

d) δ = egy szabályos ötszög belső szöge

512. Váltsd át a mennyiségeket a megadott mértékegységekbe!

a) Add meg cm-ben: 17 600 mm; 579 dm; 8 m 6 dm 7 cm; 18,5 dm; 43 dm 26 mm!

b) Add meg cm^2-ben: 6000 dm^2; 7800 mm^2; 35 dm^2 83 cm^2; 574 dm^2 8 cm^2; 692 mm^2!

c) Add meg cm^3-ben: 8 dm^3; 12 dl; 8 dm^3 73 cm^3; 40 000 ml; 6,04 dm^3; 347,9 dl!

d) Add meg egész mérőszámokkal (fok, perc, másodpercben): 29,6°; 8,7′; $\left(\frac{2}{3}\right)'$; 0,02°; 3,57°!

513. Döntsd el, hogy az A vagy a B mennyiség a nagyobb-e, és számítsd ki a különbségüket!

a) A: 530 m	B: 4307 dm	*b)* A: 63 mm	B: 7 cm
c) A: 6,3 m^2	B: 620 dm^2	*d)* A: 452 dm^2	B: 51 m^2
e) A: 760 dm^3	B: 84 l	*f)* A: 2 m^3	B: 200 l
g) A: 65′	B: 6° 5′	*h)* A: 6,3°	B: 360′

514. Végezd el a kijelölt műveleteket a megadott mennyiségekkel!

a) 870 m + 37 cm	*b)* 87 dm − 16 cm	*c)* 3 m^2 + 2 dm^2	*d)* 7 m^2 − 3 dm^2
e) 7 cm^3 + 3 l	*f)* 9 dm^3 − 3 dl	*g)* 5,4° + 6′	*h)* 5,4° − 6′

515. Számítsd ki a betűvel jelölt mérőszámok értékét!

a) 120 dm + a dm = 85 m

b) 8 m^2 − b dm^2 = 4,8 m^2

c) c dl − 80,08 l = 2,3 l

d) d° e′ − 42′ = 2° 36′

516. Számítsd ki a betűvel jelölt mérőszámok értékét!

a) a m + 1240 m = 13 km

b) b dm^2 − 15 m^2 = 17,9 m^2

c) 9,028 dm^3 + c cm^3 = 12 dm^3

d) 23,6° − d′ = 8,7°

517. Döntsd el, melyik állítás hamis, melyik igaz!

A: 38 000 m = 38 km

B: 370 dm^2 = 37 000 cm^2

C: 57,42 m^2 = 5742 dm^2

D: 6400 cm^3 ≈ 6 l

E: 6423′ = 107,5°

F: Az A, C, D, E egyike sem igaz.

518.

7845 m	az Öresund-híd (Európa leghosszabb közúti-vasúti hídja) hossza
3 m	az előírások szerint egy tanterem belmagasságának minimuma
52 m^2	a szabvány szerint egy tanterem minimális alapterülete
11 000 m^2 = 1,1 ha	a budapesti Feneketlen tó területe
93,5 l	a napi vízfogyasztás egy főre eső átlaga Magyarországon (2010)
820 m^3	a Tisza átlagos vízhozama Szegednél, másodpercenként

A fenti közelítő adatok alapján

a) adj meg olyan téglalapot, amelynek a területe egyenlő a Feneketlen tó területével!

b) add meg az Öresund-híd hosszával egyenlő kerületű kör sugarát!

c) számítsd ki, hogy hányszorosa a Tisza másodpercenkénti vízhozama egy ember átlagos évi vízfogyasztásának!



Öresund-híd

d) számítsd ki, hogy hány diák tanulhat a legkisebb alapterületű szabványos tanteremben, ha előírás az is, hogy minden diákra legalább 2 m^2 jusson!

e) számítsd ki a legkisebb szabványos tanterem térfogatát!

519. Melyik nagyobb?

a) 8 méter 15 százaléka vagy 854 centiméter hetedrésze?

b) Egy 137 cm oldalú négyzet területe vagy 1,2 négyzetméter $\frac{5}{3}$ része?

c) 80 db 150 literes hordó űrtartalma vagy egy 12 köbméteres tartály térfogata?

Geometriai szerkesztési feladatok

520. Adott egy AB szakasz, hossza 4 cm. Szerkesztés alapján

a) jelöld sárga színnel azokat a pontokat, amelyek az A ponttól legfeljebb 2,5 cm-re vannak;

b) jelöld kék színnel azokat a pontokat, amelyek az A és B ponttól egyenlő távolságra vannak!

Számítsd ki a zöldnek látszó vonal hosszát!

521. Adott két egymást metsző egyenes, a és b. Szerkeszd meg azokat a pontokat, amelyek

a) a metszésponttól 3 cm távolságra vannak;

b) az a és b egyenestől egyenlő távolságra vannak!

522. Szerkessz háromszöget az alábbi adatokkal! Az a, b, c oldallal szemközti szöget rendre α, β, γ jelöli.

a) $a = 7$ cm, $b = 6$ cm, $c = 4$ cm

b) $a = 7$ cm, $b = 6$ cm, $\gamma = 45°$

c) $a = 7$ cm, $\beta = 30°$, $\gamma = 45°$

d) $a = 7$ cm, $b = 6$ cm, $\alpha = 45°$

e) $a = 7$ cm, $b = 6$ cm, $\beta = 45°$

f) $a = 7$ cm, $b = 6$ cm, $m_a = 3$ cm

523. Egy háromszög egyik csúcsánál levő belső szöge $\frac{1}{6}$ derékszög. A másik két csúcsnál levő külső szög aránya 4 : 9.

a) Számítsd ki a háromszög szögeinek nagyságát!

b) Szerkeszd meg a háromszöget, ha leghosszabb oldala 7 cm!

524. *a)* Szerkessz rombuszt, ha a 6 cm-es átlója a 45°-os szögeinek csúcsait köti össze!

b) Tükrözd a rombuszt az egyik oldalegyenesére!

c) Számítsd ki az eredeti és a tükörképalakzatból álló hatszög belső szögeinek nagyságát!

525. *a)* Szerkessz paralelogrammát, ha a 6 cm-es oldalához 4 cm-es magasság tartozik, és egyik átlója 7 cm hosszú!

b) Tükrözd a paralelogrammát a 6 cm-es oldal felezőpontjára!

c) Számítsd ki az eredeti és a tükörképalakzat együttes területét!

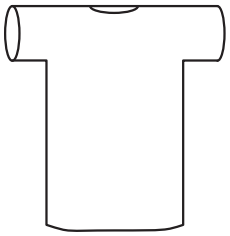
526. *a)* Szerkessz deltoidot, ha oldalai 5 és 7 cm hosszúak, szimmetriaátlója 6 cm-es!

b) Tükrözd a deltoidot az átlóinak metszéspontjára!

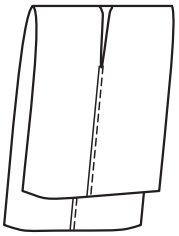
c) Vizsgáld meg az eredeti és a képalakzat közös részeként kapott sokszög szimmetriáit!

527. Szerkessz húrtrapézt, amelynek magassága 4 cm, egyik alapja 7 cm, szárai 6 cm hosszúak!

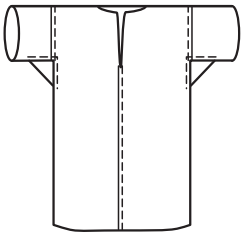
528. Az ábrákon néhány hagyományos öltözék és azok szabásmintája látható.

A: 

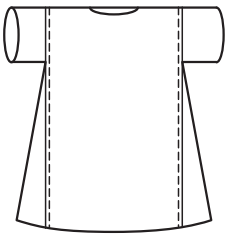
bronzkori öltözék
Kr. e. 1000

B: 

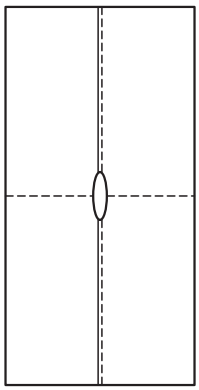
inka poncsó

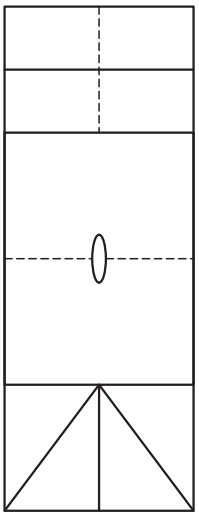
C: 

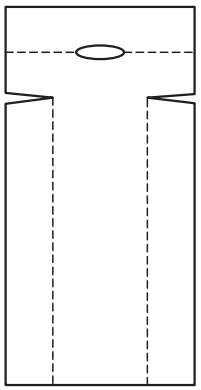
egyiptomi dzsellaba

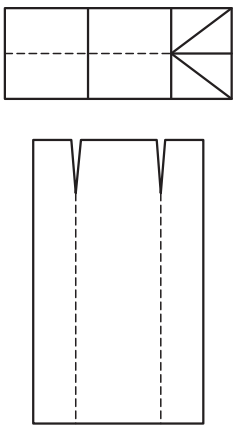
D: 

török kaftán

I. 

II. 

III. 

IV. 

a) Melyik ruhához melyik szabásminta tartozik?

b) Írj a szabásmintákhoz egyes részeihez méreteket, ha az öltözék hossza a vállvonaltól mérve 160 cm, az *A*, *C*, *D* öltözék esetén a ruhaujj kerülete 48 cm!

529. Egy szimmetrikus négyszögből az egyik átlója olyan háromszöget vág le, amelynek az oldalai 3 cm, 5 cm és 7 cm hosszúak. Szerkeszd meg a négyszöget! Többféle lehetőségre gondolj!

530. Szerkessz 2 cm oldalú szabályos nyolcszöget!

531. Egy kör középpontja O, a körvonal pontjai A, B, C.

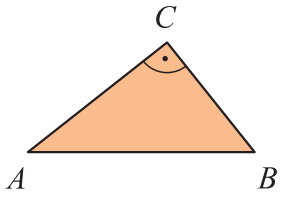
Az AOB szög 90°, a BOC szög 120°. Húzz érintőket a körhöz az A, B, C pontokban! Mekkorák a szögei az érintők által meghatározott háromszögnek?

532. Határozd meg, hogy a háromszög köré írt kör középpontja a háromszögnek belső pontja-e, vagy a háromszög valamelyik oldalán van, vagy a háromszögön kívül levő pont, ha a háromszög oldalainak hossza

a) 3 cm, 3 cm, 5 cm;	*b)* 4 cm, 7 cm, 7 cm;	*c)* 40 mm, 72 mm, 75 mm;	*d)* 30 mm, 72 mm, 78 mm;	*e)* 4 cm, 7,5 cm, 8,5 cm;	*f)* 4 cm, 8 cm, 9 cm!

Szerkesztéssel ellenőrizd a válaszodat!

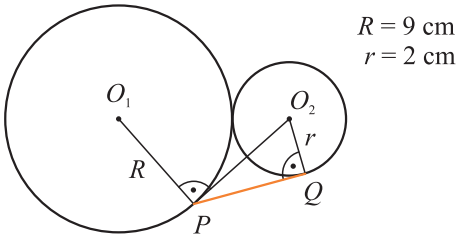
533. *a)* Az AB szakasz hossza 10 m, az ACB szög derékszög. Számítsd ki az AC befogó hosszát!



BC	3 m	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m
AC						

b) Rögzített AB szakasz esetén szerkeszd meg a fenti pontokat 1 : 50 arányú ábrán!

534. Számítsd ki a PQ szakasz hosszát! Ellenőrizz szerkesztéssel!



Síkgeometriai számítási feladatok

535. Hány olyan különböző egyenlő szárú háromszög van, amelynek területe 5 cm^2 és az alapja is, az alaphoz tartozó magassága is centiméterben mérve egész szám?

Számítsd ki e háromszögek kerületét!

536. Egy háromszög két oldala 8 cm és 15 cm.

a) Mekkora lehet a háromszög leghosszabb harmadik oldala, ha a háromszög tompaszögű?

b) Mekkora lehet a háromszög leghosszabb harmadik oldala, ha a háromszög hegyesszögű?

537. Egy háromszög két oldala 53 cm és 45 cm.

a) Mekkora lehet a háromszög legrövidebb harmadik oldala, ha a háromszög tompaszögű?

b) Mekkora lehet a háromszög legrövidebb harmadik oldala, ha a háromszög derékszögű?

c) Mekkora lehet a háromszög legrövidebb harmadik oldala, ha a háromszög hegyesszögű?

538. Egy egyenlő szárú derékszögű háromszög legrövidebb magassága 7 cm. Számítsd ki a háromszög területét!

539. Egy 10 cm kerületű, egyenlő szárú háromszög alapjának és alaphoz tartozó magasságának aránya 16 : 15. Számítsd ki a háromszög területét!

540. Egy derékszögű háromszög két befogója 288 cm-rel, illetve 1 cm-rel rövidebb az átfogójánál, a két befogó összege 337 cm. Mekkora a háromszög kerülete és területe?

541. Egy rombusz átlói 40 cm és 42 cm hosszúak. Számítsd ki a rombusz kerületét és területét!

542. Mekkora a területe annak a téglalapnak, amelynek egyik oldala 24 cm, az átlója ennél 2 cm-rel hosszabb?

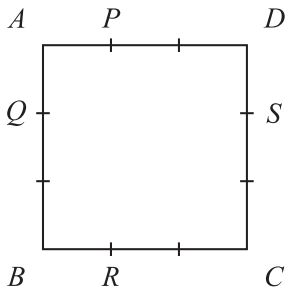
543. Ha egy téglalap rövidebb oldalát 2 cm-rel meghosszabbítjuk, olyan négyzetet kapunk, amelynek területe 14 cm^2-rel nagyobb a téglalap területénél. Mekkora a négyzet oldala?

544. Egy 6 cm oldalú négyzet oldalain az ábra szerint megjelöltünk négy harmadolópontot, az F pont pedig legyen az RS szakasz felezőpontja.

a) Milyen fajta sokszög az SCR, a $PQRS$, az $AQFP$, a $QFSP$?

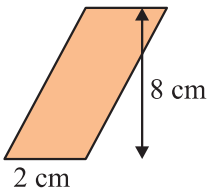
b) Számítsd ki az SCR, a $PQRS$, az $AQFP$ és a $QFSP$ sokszög kerületét és területét!

c) Számítsd ki a PQ és RS szakaszok távolságát mm pontossággal!

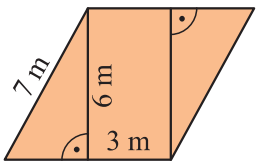


545. Számítsd ki a paralelogramma területét!

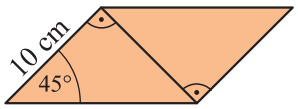
a)



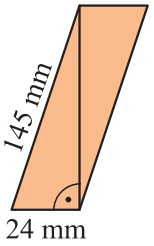
b)



c)

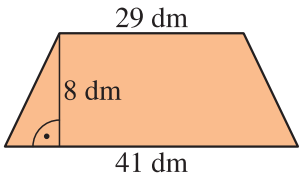


d)

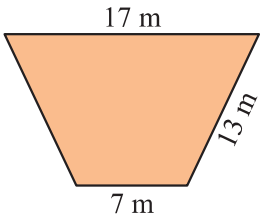


546. *a)* Számítsd ki a húrtrapéz kerületét és területét!

A)

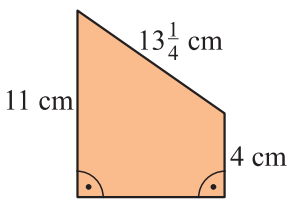


B)

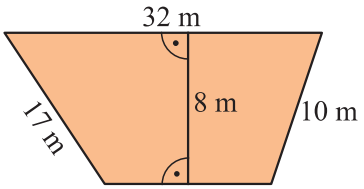


b) Számítsd ki a trapéz kerületét és területét!

A)

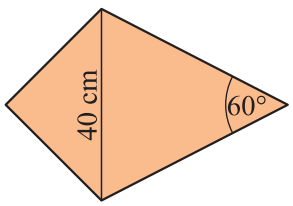


B)

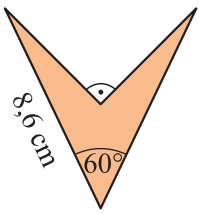


547. Számítsd ki a deltoid kerületét és területét!

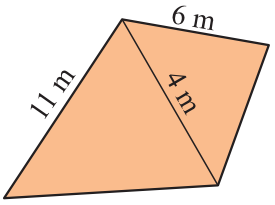
a)



b)



c)



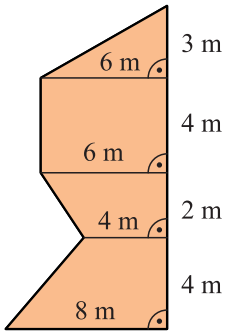
548. *a)* Egy négyzetet az egyik oldalával párhuzamos egyenesekkel három egybevágó, 24 cm kerületű téglalapra bontunk. Számítsd ki a négyzet kerületét, területét!

b) Egy négyzet oldalait 10%-kal növelték, majd az így kapott négyzet oldalait azok ötödével csökkentették. A két változtatás után keletkezett négyzet területe hány százaléka az eredeti négyzet területének?

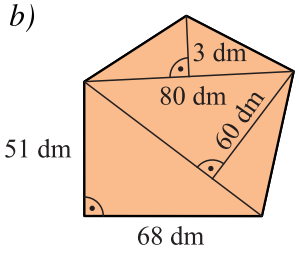
549. Egy derékszögű trapéz alapjai 8 cm és 4 cm hosszúak, a hosszabbik szára pedig 5 cm. Mekkora a trapéz rövidebb átlója és a területe?

550. Számítsd ki a sokszög területét!

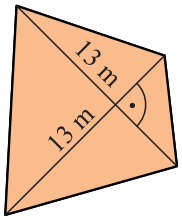
a)



b)

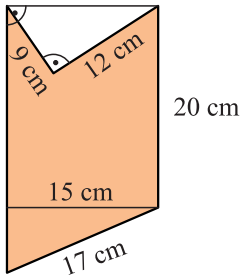


c)



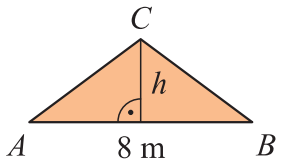
(az átlók hossza 13 m)

d)



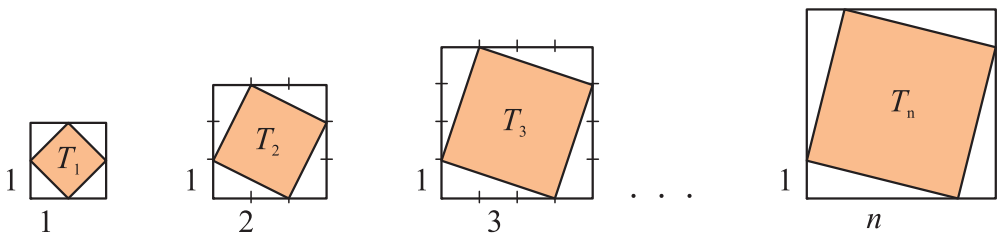
551. *a)* Mekkora az ABC egyenlő szárú háromszög kerülete?

h	1 m	2 m	3 m	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m
K								



b) Ábrázold milliméterpapíron a kerületet a magasság függvényében, 1 : 100 méretarányban!

552. Mekkora a színes négyszögek területe az ötödik lépés után? Általánosítsd a megoldást!



553. Számítsd ki a két pont távolságát!

a) $A(8;3)$, $B(5;7)$ *b)* $P(6;4)$, $Q(-3;6)$ *c)* $K(-5;0)$, $L(7;-1)$ *d)* $U\left(\frac{7}{3};2\right)$, $V\left(\frac{1}{2};0\right)$

554. Számítsd ki a háromszög kerületét és területét!

a) $A(0;5)$, $B(7;0)$, $C(0;0)$ *b)* $A(-3;2)$, $B(7;2)$, $C(5;9)$ *c)* $A(-6;-4)$, $B(-2;1)$, $C(-6;8)$ *d)* $A(9;7)$, $B(-11;5)$, $C(3;-8)$

555. Mekkora a kerülete és a területe annak a körcikknek, amelynek sugara 8 cm és középponti szöge

a) 45°, *b)* 225°, *c)* 144°, *d)* 90°, *e)* α?

556. Milyen távolságra van egy 6 cm sugarú kör középpontjától az a húr, amelynek hossza

a) 11 cm, *b)* 10 cm, *c)* 8 cm, *d)* 6 cm, *e)* 4 cm, *f)* 3 cm?

557. Mennyivel nő meg a kör kerülete, ha sugarát 1 m-rel megnöveljük?

a) $r = 10$ cm *b)* $r = 50$ cm *c)* $r = 1$ cm *d)* $r = 10$ m *e)* $r = 1$ km

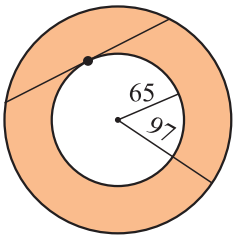
558. Mekkora a két metsző kör középpontjának távolsága, ha

a) a körök sugara 7 cm és 13 cm, a közös húr hossza 6 cm,

b) a körök sugara 31 cm és 42 mm, a közös húr hossza 28 m?

559. *a)* Számítsd ki a körgyűrű területét, ha sugarai 65 cm és 97 cm!

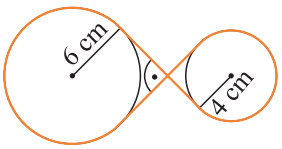
b) Számítsd ki a belső kört érintő húr hosszát!



560. *a)* Mekkora a két kör középpontjának távolsága?

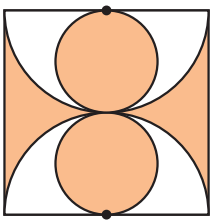
b) Mekkora a színessel jelölt vonal hossza?

c) Mekkora területet zár közre a színes vonal?

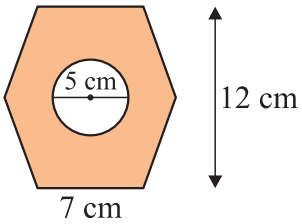


561. Mekkora a színessel jelölt rész területe, ha az ábrán egyenlő oldalú sokszög és körívek láthatók?

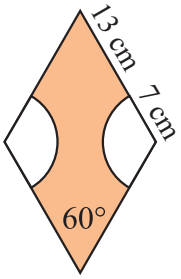
a)



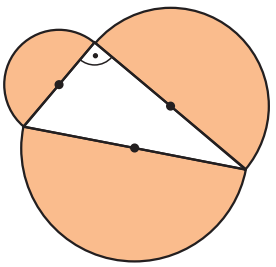
b)



c)



562. Derékszögű háromszög oldalaira mint átmérőkre félköröket rajzolunk. Bizonyítsd be, hogy a két kisebb félkör területének összege egyenlő a harmadik félkör területével!



Térgeometriai számítási feladatok

563. Egy téglatest három élének aránya 4 : 7 : 11, tizenkét éle hosszának összege 264 cm. Számítsd ki a téglatest felszínét és térfogatát!

564. Egy szabályos háromszög alapú egyenes hasáb magassága 35 cm, oldallapjának átlója 37 cm. Mekkora a hasáb felszíne és térfogata?

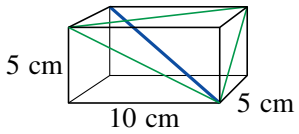
565. Egy szabályos hatszög alapú egyenes hasáb alapéle 8 cm, magassága ennek másfélszerese. Mekkora a hasáb felszíne és térfogata?

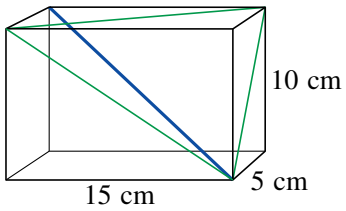
566. Egy háromszög alapú egyenes hasáb magassága egyenlő az alaplap leghosszabb magasságával. Az alaplap oldalai 11 dm, 6 m, 61 dm. Milyen háromszög az alaplap? Számítsd ki a hasáb felszínét és térfogatát!

567. Egy rombusz alapú egyenes hasáb két legtávolabbi csúcsának távolsága 145 cm. A rombusz átlói 10 cm és 24 cm hosszúak. Számítsd ki a hasáb felszínét és térfogatát!

568. 3 mm vastag alumíniumlemezből deltoid keresztmetszetű hasábokat vágnak ki, amelyekből jelvények készülnek. A deltoid átlói 1 cm és 2 cm hosszúak. Mennyi a tömege 1000 darab jelvénynek, ha az alumínium sűrűsége 2700 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, és az alumíniumból készült kitűző rész tömege 10%-a a jelvény tömegének?

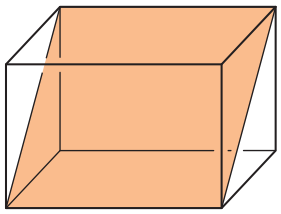
569. *a)* Milyen hosszúak a téglalap alapú egyenes hasáb lapátlói?
b) Milyen hosszú a hasáb testátlója?





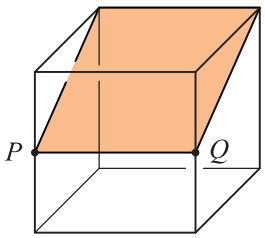
570. Egy kétajtós, akasztós ruhásszekrény szélessége 110 cm, mélysége 55 cm, magassága 165 cm.
a) Mekkora a szekrény térfogata? *b)* Elfér-e benne egy 2 m-es rúd?

571. A téglatest 2 éle és 2 lapátlója határozza meg a téglatest átlós metszetét. Számítsd ki a háromféle átlós metszet területét, ha a téglatest élei
a) 2 m, 5 m, 7 m,
b) 7 cm, 17 cm, 27 cm,
c) 1,6 dm, 2,3 dm, 5 dm!

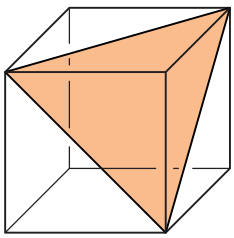


572. Számítsd ki a 8 cm élű kocka alábbi síkmetszeteinek a kerületét és a területét!
P és Q a megfelelő oldal felezőpontját jelöli.

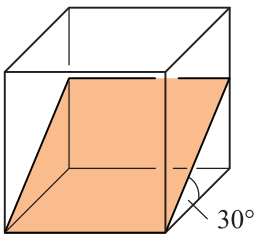
a)



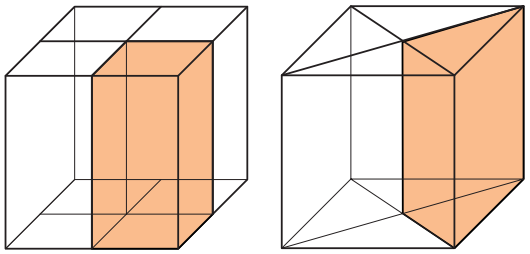
b)



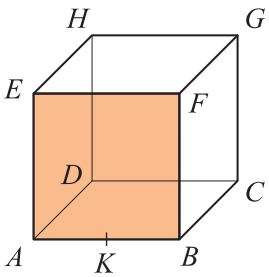
c)

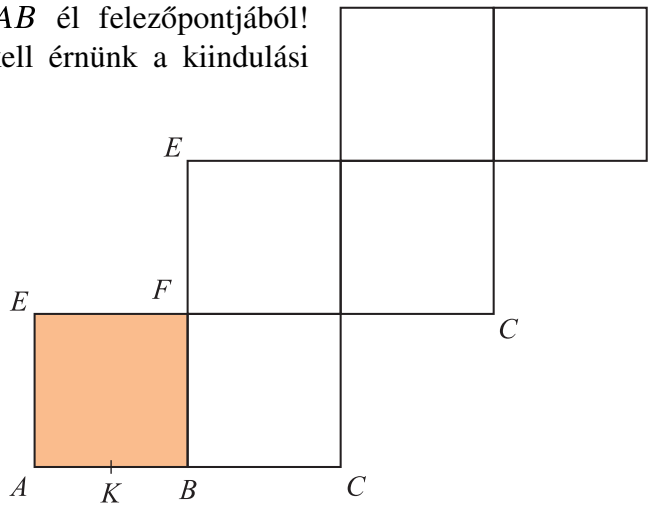


573. Egy kockát két síkkal metszettünk négy egyforma részre. Melyik esetben nagyobb a kapott négy test együttes felszíne?



574. A kocka felületén haladva induljunk el AB él felezőpontjából! A kocka minden lapján áthaladva vissza kell érnünk a kiindulási pontba a legrövidebb úton.
a) Betűzd meg a megadott háló csúcsait!
b) Rajzold meg a legrövidebb utat!
c) Számítsd ki, milyen hosszú ez az út, ha a kocka éle 5 cm!

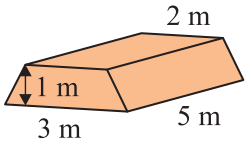




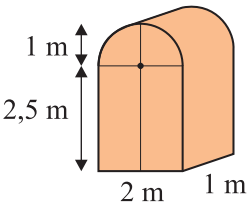
575. *a)* Számítsd ki a testek térfogatát!

b) Hány kilogramm festék kell a testek befestéséhez, ha 10 m^2 felülethez 1,3 kg festék elegendő?

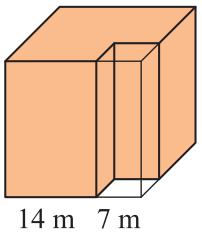
I. húrtrapéz alapú egyenes hasáb



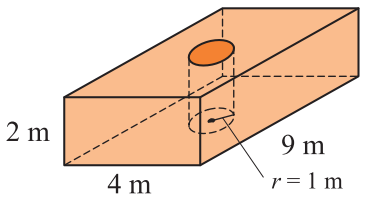
II. egyenes henger, amelynek az alaplapja egy félkör és egy téglalap



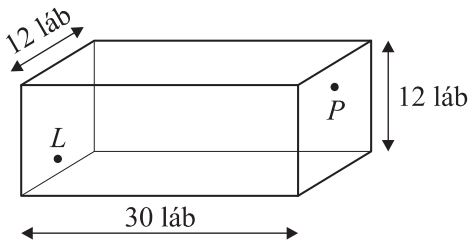
III. kockából készült



IV. a téglatestben henger alakú furat van



576. A pók és a légy problémája Dudeney egyik leghíresebb rejtvénye. 1905-ben figyeltek fel rá, miután a Daily Mail-ben (népszerű brit napilap) megjelent. Egy téglatest alakú terem 30 láb hosszú, 12 láb széles és 12 láb magas. A pók a mennyezettől lefelé 1 lábnyira ül középen. A légy a szemközti lapon ül, a padló felett 1 lábnyira középen, a rémülettől kővé dermedve, mozdulatlanul.



Mekkora a legrövidebb út, amit a pók a falon megtesz, hogy elkapja a legyet?

577. *a)* Egy téglatest élei méterben mérve egészek, térfogata 28 m^3. Mekkora lehet a téglatest felszíne?

b) Egy téglatest élei centiméterben mérve egészek, két lapjának területe 7 cm^2, illetve 9 cm^2. Mekkora lehet a téglatest felszíne?

578. Hány m^3 víz fér egy 80 cm átmérőjű, 110 cm magas, körhenger alakú hordóba?

579. Hány liter víz fér egy 3 m hosszú, 40 cm átmérőjű, félhenger alakú itatóvályúba?

580. Egy 80 cm magas, henger alakú vízmelegítő tartály űrtartalma 300 liter. Mekkora a tartály átmérője?

581. Egy 4 m átmérőjű, henger alakú tartályt 1,8 m magasságig kőolajjal töltöttek. A feldolgozás előtt átszállítják a kőolajat egy 4 m alapélű, négyzet alapú egyenes hasáb alakú tartályba. Milyen magasan lesz a kőolaj szintje a második tartályban?

Tartalom

ELŐSZÓ 3

ALGEBRAI KIFEJEZÉSEK 5
Behelyettesítés, műveletek sorrendje, képletek jelentése 5
Összefüggések megfogalmazása az algebra nyelvén 5
Egytagú és többtagú algebrai kifejezések 7
Számoljunk hatványokkal! 13
Beszorzás, kiemelés 16
Szöveges feladatok 19
Mozgásos feladatok 23
Munkavégzéssel kapcsolatos feladatok 24
Százalékszámítással kapcsolatos feladatok 25

NÉGYZETGYÖK, PITAGORASZ-TÉTEL 27
Hosszúság és terület meghatározása rácson 30
Pitagorasz-tétel 32
Pitagoraszi háromszögek és számhármasok 32
A Pitagorasz-tétel alkalmazása 33

HOZZÁRENDELÉSEK, FÜGGVÉNYEK 36
A lineáris függvény 40
A lineáris függvény grafikonjának jellemző tulajdonságai 42
A függvény értelmezési tartománya, értékkészlete 44
Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása 45
A függvények fontos tulajdonságai, nemlineáris függvények (Kiegészítő tananyag) 46
Sorozatok, a számtani sorozat 47

TÉRGEOMETRIA 51
Környezetünk tárgyai és a mértani testek 51
A gúla 53
A gúla felszíne (Kiegészítő tananyag) 54
Hasábok és gúlák 55
A gúla térfogata (Kiegészítő tananyag) 55
A kúp 57
A kúp felszíne és térfogata (Kiegészítő tananyag) 57
A gömb 59
A gömb felszíne és térfogata (Kiegészítő tananyag) 60

STATISZTIKA 61
Alapfogalmak, elnevezések 61
Diagramok 62
Középértékek 64
VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS 66
Relatív gyakoriság és valószínűség 66
Elemi és összetett események (Kiegészítő tananyag) 67
GEOMETRIAI TRANSZFORMÁCIÓK 69
Eltolás, vektorok 69
Az eltolás tulajdonságai, párhuzamos szárú szögek 72
Az eltolt kép szerkesztése 74
Egybevágósági transzformációk összefoglalása 77
Nem egybevágósági transzformációk 79
ÖSSZEFOGLALÓ FEJEZET 83
Középiskolába készülünk 83
Számok 83
Algebra 87
Függvények, sorozatok 91
Alakzatok 96
Geometriai transzformációk 99
Mennyiségek a geometriai számításokban 100
Geometriai szerkesztési feladatok 103
Síkgeometriai számítási feladatok 105
Térgeometriai számítási feladatok 108