# Négyjegyű függvénytáblázatok, összefüggések és adatok

MATEMATIKA

INFORMATIKA

FIZIKA

CSILLAGÁSZAT

FÖLDRAJZ

KÉMIA

OKTATÁSI HIVATAL

**Kedves Diákok!**
**Ez egy környezetbarát tankönyv.**
**Vigyázzatok rá, hogy a következő évfolyam tanulói is használni tudják!**
**Ezzel ti is hozzájárultok Földünk, környezetünk megóvásához.**

A kiadvány 2018. 11. 27-től tankönyvvé nyilvánítási engedélyt kapott
a TKV/3478-22/2018. számú határozattal.

A gyűjtemény tankönyv megfelel az 51/2012. (XII.21.) EMMI-rendelet:
3. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 9–12. évfolyama számára 3.2.04.; 3.2.08.1.; 3.2.08.2.; 3.2.09.1.; 3.2.09.2.; 3.2.10.; 3.2.16.; 3.3.2.1.; 3.3.2.2.; 3.3.4.; 3.3.5.; 3.3.6.;
4. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 7–12. évfolyama számára 4.2.04.; 4.2.09.1.; 4.2.09.2.; 4.2.10.1.; 4.2.10.2.; 4.2.11.; 4.2.17.; 4.3.2.; 4.3.4.; 4.3.5.; 4.3.6.;
5. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 5–12. évfolyama számára 5.2.04.; 5.2.13.1.; 5.2.13.2.; 5.2.14.1.; 5.2.14.2.; 5.2.15.; 5.2.21.; 5.3.2.1.; 5.3.2.2.; 5.3.4.; 5.3.5.; 5.3.6.;
7. sz. melléklet: 7.2.2.2.; 7.2.2.4.; 7.2.2.7.; 7.3.2.2.; 7.3.2.7.; 7.5.1.; 7.5.2.;
14. sz. melléklet: Kerettanterv a szakgimnáziumok 9–12. évfolyama számára megnevezésű kerettantervek előírásainak.
A tankönyv megfelel a NAT 2012 előírásainak: 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet (NAT 2012).

*Szerzők:*
Dr. Hack Frigyes, Ph.D.
(matematika, informatika),
Dr. Fülöp Ferenc (fizika),
Kugler Sándorné (fizika),
Dr. Radnai Gyula (fizika),
Urbán János (fizika),
Dr. Szabados László (csillagászat),
Dr. Nemerkényi Antal (földrajz),
Dr. Balázs Lóránt (kémia),
Dr. Büki András (kémia)

*Lektorok:*
Dr. Fried Katalin (matematika),
Hegyi Györgyné (matematika),
Lukács Judit (matematika),
Dr. Zsakó László (informatika),
Bánkuti Zsuzsa (fizika),
Dr. Radnai Gyula (fizika),
Dr. Boksay Zoltán (kémia),
J. Balázs Katalin (kémia),
Répás László (kémia),
Villányi Attila (kémia)

*Szerkesztők:*
Tóthné Szalontay Anna (matematika)
Dr. Koreczné Kazinczi Ilona (informatika)
Medgyes Sándorné (fizika)
Gerhardtné Rugli Ilona (csillagászat, földrajz)
Oláh Zsuzsa (kémia)

*Alkotószerkesztő:*
Michalovszky Csabáné

*Az ábrákat készítette:*
Fried Katalin, Wintsche Gergely

*A tankönyvvé nyilvánítási eljárásban közreműködő szakértők:*
dr. Stettner Eleonóra, dr. Szenyéri Zoltán, Botka Lajosné, Varga István

© dr. Hack Frigyes, dr. Fülöp Ferenc, Kugler Sándorné, dr. Radnai Gyula, Urbán János, dr. Szabados László, dr. Nemerkényi Antal, dr. Balázs Lóránt, dr. Büki András, Michalovszky Csabáné, Oktatási Hivatal (Nemzeti Tankönyvkiadó Rt.), 2004

ISBN 978-963-19-7745-5

Ez a kiadvány a 13129/1 raktári számú *Négyjegyű függvénytáblázatok. Matematikai, fizikai, kémiai összefüggések* című Tetszésdíjas tankönyv adatainak felhasználásával készült. A korábban is közkedvelt, közel 30 évig használt (a matematika rész először 1967-ben jelent meg) tankönyv felújítását a középiskolai tananyag megváltozása, az SI-mértékegységrendszer széles körű elterjedése tette szükségszerűvé, valamint az, hogy az eltelt évek technikai fejlődésének eredményei pontosabb adatokat szolgáltatnak a korábban mérteknél.

Az igényeknek megfelelően új területekkel egészítettük ki a matematikai, fizikai, kémiai részeket, valamint új fejezetek (informatika, csillagászat és földrajz) is kerültek a könyvbe.

Az új Négyjegyű függvénytáblázatokat kizárólag iskolai használatra szánjuk, ezért kérjük, hogy csak az iskolai elméleti számításokhoz, feladatmegoldásokhoz használják, hiszen ezek megkönnyítésére készült. Tudományos és ipari felhasználásra – minden szakmában – léteznek megfelelő adatokat szolgáltató, bevizsgált adattárak, amelyeket kiadványunk nem kíván helyettesíteni. Ez irányú felhasználásból származó hibákért a kiadó semmiféle felelősséget nem vállal.

Kiadványunk megalkotásánál a pontosságra és szakmai igényességre törekedtünk – amelynek biztosítéka a kiváló szerzők és lektorok gárdája –, de nem törekedhettünk teljességre sem a definíciók, tételek kimondásánál, sem az adatok leírásánál. Az olvasóra bízzuk, hogy a felhasználás során melyik összefüggést kívánja alkalmazni, milyen környezeti és kezdeti feltételekkel. A könyv használatához szükségesek szakmai és tudományos előismeretek, nem kívánjuk helyettesíteni a tantárgyi tankönyveket.

A szerzők és a kiadó munkatársai hosszú évek óta gondozzák és javítják az itt megjelent adattárat, amely sok évtizeden keresztül szolgált segítségként a matematika, fizika és kémia órákon, ezért az adattár – más kiadványokba történő – engedély nélküli másolásához nem járulunk hozzá.

A második kiadást a tanárok javaslatai és a beérkezett vélemények alapján javítottuk.

*A szerkesztők*

## 1.1. Néhány állandó

### 1.1.1. A ***Ludolf-féle*** *szám, a kör kerületének és átmérőjének aránya (transzcendens)*

$\pi \approx$ 3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510
58209 74944 59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211 70679 ...

$\pi \approx 22 : 7$; $\pi \approx 355 : 113$.

### 1.1.2. Az ***Euler-féle szám,*** *természetes logaritmus alapszáma (transzcendens)*

$e \approx$ 2,71828 18284 59045 23536 02874 71352 66249 77572 47093 69995
95749 66967 62772 40766 30353 54759 45713 82178 52516 64274 ...

$$e = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

### 1.1.3. A 10 alapú logaritmus modulusa ($M$) és reciproka

$M = \lg e \approx$ 0,43429 44819 03251 82765 11289 18916 ...

$$\frac{1}{M} = \ln 10 \approx 2{,}30258\ 50929\ 94045\ 68401\ 79914\ 54684\ \ldots$$

## 1.2. Görög betűk

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $A$ | $\alpha$ | alfa | $H$ | $\eta$ | éta | $N$ | $\nu$ | nű | $T$ | $\tau$ | tau |
| $B$ | $\beta$ | béta | $\Theta$ | $\vartheta$ | théta | $\Xi$ | $\xi$ | kszi | $\Upsilon$ | $\upsilon$ | üpszilon |
| $\Gamma$ | $\gamma$ | gamma | $I$ | $\iota$ | ióta | $O$ | o | omikron | $\Phi$ | $\varphi$ | fí |
| $\Delta$ | $\delta$ | delta | $K$ | $\kappa$ | kappa | $\Pi$ | $\pi$ | pí | $X$ | $\chi$ | khi |
| $E$ | $\varepsilon$ | epszilon | $\Lambda$ | $\lambda$ | lambda | $P$ | $\rho$ | ró | $\Psi$ | $\psi$ | pszi |
| $Z$ | $\zeta$ | zéta | $M$ | $\mu$ | mű | $\Sigma$ | $\sigma$ | szigma | $\Omega$ | $\omega$ | ómega |

## 1.3. Jelölések, kapcsolatok

| | |
|---|---|
| $\lvert a \rvert$ | az $a$ szám abszolútértéke |
| $[a]$ | az $a$ szám egész része |
| $[a; b]$ | zárt intervallum |
| $]a; b[$ | nyílt intervallum |
| $[a; b[$ | balról zárt, jobbról nyílt intervallum |
| $]a; b]$ | balról nyílt, jobbról zárt intervallum |
| $AB$ | szakasz, távolság |
| $\overrightarrow{AB}$, $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ | irányított szakasz, vektor |

| | | |
|---|---|---|
| $=, \neq, \approx$ | egyenlő, nem egyenlő, közelítőleg egyenlő | $a = b$, $2 \neq 5$, $\pi \approx 3{,}14$ |
| $<, \leq$ | kisebb, kisebb vagy egyenlő | $\sin x < x + 1$ |
| $>, \geq$ | nagyobb, nagyobb vagy egyenlő | $a^2 + b^2 > 1$ |
| $\in, \notin$ | eleme, nem eleme a halmaznak | $q \in A$, $x \notin \mathbb{Q}$ |
| $\subseteq, \subset$ | részhalmaz, valódi részhalmaz | $M \supseteq V$, $H \subset R$ |
| $\cup, \cap$ | halmazok uniója, metszete | $A \cup B$, $A \cap B$ |
| $\setminus$ | halmazok különbsége | $A \setminus B$ |
| $\odot, \triangle$ | halmazok szimmetrikus különbsége | $W \odot Z$, $A \triangle B$ |
| $\times$ | halmazok direkt szorzata, vektoriális szorzat | $\mathbb{R} \times \mathbb{Q}$, $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ |
| $\neg$ | állítás tagadása (negációja) | $\neg p$ |
| $\vee, \wedge$ | állítások diszjunkciója, konjunkciója | $p \vee q$, $p \wedge q$ |
| $\Leftrightarrow, \oplus$ | állítások ekvivalenciája, antivalenciája | $p \Leftrightarrow q$, $p \oplus q$ |
| $\Rightarrow$ | állítások implikációja | $p \Rightarrow q$ |
| $\forall$ | univerzális kvantor (minden $x$-re igaz ...) | $\forall x: \ldots$ |
| $\exists$ | egzisztenciális kvantor (van olyan $x$, ...) | $\exists x: \ldots$ |
| $\sum$ | összeg (szumma) | $\sum_{i=1}^{n} a_i$ |
| $\prod$ | szorzat (produktum) | $\prod_{i=1}^{n} a_i$ |
| ! | faktoriális | $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$ |
| $\int$ | határozatlan integrál | $F = \int f$ |
| $\int_a^b$ | határozott integrál | $A = \int_0^{10} \sqrt{x}dx$ |
| $\sphericalangle$ | szög | $ARD\sphericalangle$ |
| R $\measuredangle$ $\llcorner$ | derékszög | $\alpha = R$, $\alpha = \measuredangle$, $\alpha = \llcorner$ |
| $\perp$ | merőleges | $a \perp e$, $f \perp S$ |
| $\parallel$ | párhuzamos | $e \parallel f$, $S \parallel Z$ |
| $\sim$ | hasonló | $ABC_\triangle \sim PQR_\triangle$ |
| $\cong$ | egybevágó | $ABC_\triangle \cong PQR_\triangle$ |
| mod | osztási maradék | $15 \mod 4 = 3$, $15 \equiv 3 \pmod 4$ |
| lim | limesz, határérték | $\lim_{x \to 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right)$ |
| exp | exponenciális függvény | $x \mapsto e^x$ |
| log, lg, ln | logaritmus | $\log_a b$, $\lg x$, $\ln x$ |
| $\emptyset$ | az üres halmaz | $\{\,\} = \emptyset$ |
| $\mathbb{N}$ | a természetes számok halmaza | $\{0; 1; 2; \ldots\}$ |
| $\mathbb{Z}$ | az egész számok halmaza | $\{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$ |
| $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}^-$ | a pozitív, a negatív egészek halmaza | $\{1; 2; 3; \ldots\}$, $\{-1; -2; -3; \ldots\}$ |
| $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}^*$ | a racionális, az irracionális számok halmaza | |
| $\mathbb{R}$ | a valós (*reális*) számok halmaza | |
| $\mathbb{C}$ | a komplex számok halmaza | |
| $\infty$ | végtelen | |

## 2. GONDOLKODÁSUNK ESZKÖZEI

### *2.1. Matematikai logika*

#### *2.1.1. Jelölések, műveletek*

**Kijelentések:** $a, b, c, \ldots$

$h = \downarrow = 0$ = a *hamis* érték $\qquad$ $i = \uparrow = 1$ = az *igaz* érték.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\neg a$; | *negáció* (NEM, tagadás), | $a \Rightarrow b$; | *implikáció*, |
| $a \vee b$; | *diszjunkció* (megengedő vagy), | $a \Leftrightarrow b$; | *ekvivalencia*, |
| $a \wedge b$; | *konjunkció* (ÉS), | $a \oplus b$; | *antivalencia* (kizáró vagy). |

#### *2.1.2. Igazságtáblázatok*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $a =$ | $h$ | $h$ | $i$ | $i$ |
| $b =$ | $h$ | $i$ | $h$ | $i$ |
| $\neg a$ | $i$ | – | $h$ | – |
| $a \vee b$ | $h$ | $i$ | $i$ | $i$ |
| $a \wedge b$ | $h$ | $h$ | $h$ | $i$ |
| $a \Rightarrow b$ | $i$ | $i$ | $h$ | $i$ |
| $a \Leftrightarrow b$ | $i$ | $h$ | $h$ | $i$ |
| $a \oplus b$ | $h$ | $i$ | $i$ | $h$ |
| $\neg(a \vee b)$ | $i$ | $h$ | $h$ | $h$ |
| $\neg(a \wedge b)$ | $i$ | $i$ | $i$ | $h$ |

#### *2.1.3. Műveleti azonosságok, tulajdonságok*

| | | |
|---|---|---|
| $\neg(\neg a) = a$ | | |
| $\neg h = i$ | $\neg i = h$ | |
| $a \vee h = a$ | $a \wedge i = a$ | |
| $a \vee i = i$ | $a \wedge h = h$ | |
| $a \vee \neg a = i$ | $a \wedge \neg a = h$ | |
| $a \vee b = b \vee a$ | $a \wedge b = b \wedge a$ | kommutatív |
| $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$ | $(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$ | asszociatív |
| $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$ | $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ | disztributív |
| $a \vee (a \wedge b) = a$ | $a \wedge (a \vee b) = a$ | abszorbció (elnyelési tulajdonság) |
| $a \vee a = a$ | $a \wedge a = a$ | idempotens |
| $\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$ | $\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$ | De Morgan-szabályok |

### 2.2.1. Elnevezések, összefüggések

*Adott, ismert egy halmaz, ha mindenről el lehet dönteni, hogy eleme-e vagy sem.*

**Jelölések:**

$a \in H$ – *az $a$ elem a $H$ halmazhoz tartozik, annak eleme.*

$x \notin T$ – *az $x$ elem nem tartozik a $T$ halmazhoz, annak nem eleme.*

**Halmaz megadása:**

*Az elemek felsorolásával. Pl.:* $\{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8\}$ – *a páros számjegyek halmaza.*

*Eldöntési szabállyal. Pl.:* $\{x \mid E(x)\}$ – *az $E(x)$ szabálynak megfelelő $x$ elemek halmaza.*

Egyenlő két halmaz akkor és csak akkor, ha ugyanazokból az elemekből állnak.

**Venn-diagram:** a halmazok egymás közötti viszonyát ábrázoló grafikon.

Részhalmaza a $Q$ halmaz egy $H$ halmaznak, ha minden eleme $H$-nak is eleme:

$$Q \subseteq H \Leftrightarrow \forall x : (x \in Q \Rightarrow x \in H).$$

**Valódi részhalmaz:** $Q \subset H \Leftrightarrow (Q \subseteq H) \wedge (Q \neq H)$.

**Üres halmaz,** aminek nincsenek elemei: $\emptyset$.

*Minden $H$ halmazra igaz:* $\emptyset \subseteq H$.

**Univerzális halmaz ($U$):** minden létezőt egyesítő halmaz.

*Minden $H$ halmazra igaz:* $H \subseteq U$.

**Számosság:** a véges $A$ halmaz elemeinek száma = $\text{card}(A)$.

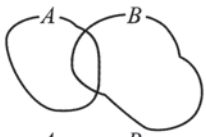
**A természetes számok halmazának számossága:** $\text{card}(\mathbb{N}) = \aleph_0$ (olv.: alef-null).

**A valós számok halmazának számossága:** $\text{card}(\mathbb{R}) = c$ (continuum).

### 2.2.2. Műveletek halmazokkal

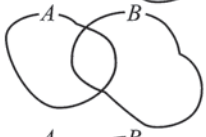
$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$; $A$ és $B$ **egyesítése** (uniója),

$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$,

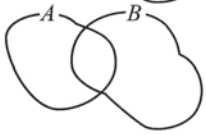



$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$; $A$ és $B$ **metszete** (közös része),

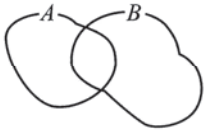
$\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n$,




$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$; $A$ és $B$ **különbsége, különbséghalmaza,**




$A \odot B = A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$; $A$ és $B$ **szimmetrikus különbsége,**

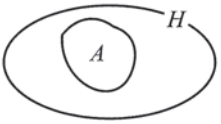



$\overline{A_H} = \{x \mid x \notin A \wedge x \in H\} = H \setminus A$; $A$-nak $H$-beli **komplementere,**

$A \times B = \{(x; y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$; $A$ és $B$ **Descartes-szorzata,**

$A^2 = A \times A$; $A$ halmaz **kétszeres Descartes-szorzata,**

$A^n = A \times A \times \ldots \times A$; $A$ halmaz **$n$-szeres Descartes-szorzata.**



### 2.2.3. Műveleti azonosságok, tulajdonságok

$A, B, C, \ldots$ részhalmazai $H$-nak, $\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}, \ldots$ ezek $H$-beli komplementere.

| | | |
|---|---|---|
| $\overline{\overline{A}} = A$ | | |
| $\overline{\emptyset} = H$ | $\overline{H} = \emptyset$ | |
| $A \cup \emptyset = A$ | $A \cap H = A$ | |
| $A \cup H = H$ | $A \cap \emptyset = \emptyset$ | |
| $A \cup \overline{A} = H$ | $A \cap \overline{A} = \emptyset$ | |
| $A \cup B = B \cup A$ | $A \cap B = B \cap A$ | kommutatív |
| $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ | $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ | asszociatív |
| $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ | $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ | disztributív |
| $A \cup (A \cap B) = A$ | $A \cap (A \cup B) = A$ | adjunktív (abszorpciós tulajdonság) |
| $A \cup A = A$ | $A \cap A = A$ | idempotens |
| $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ | $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ | De Morgan-szabályok |

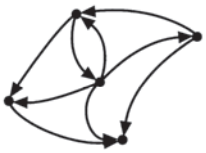
## 2.3. Gráfok

### 2.3.1. Elnevezések, összefüggések

*A csúcsok fokszáma, foka:* a rá illeszkedő élek száma.
A csúcs *be-foka* a csúcsba futó, a *ki-foka* a belőle induló irányított élek száma.
*Reguláris gráf:* minden csúcsnak azonos a fokszáma ($r$-edfokú reguláris gráf).
*Többszörös (párhuzamos) élek:* ugyanazt a két csúcsot kötik össze.
*Hurokél:* azonos a két végpontja.
*Izolált csúcs:* amelyhez nem csatlakozik él.



irányítás nélküli gráf

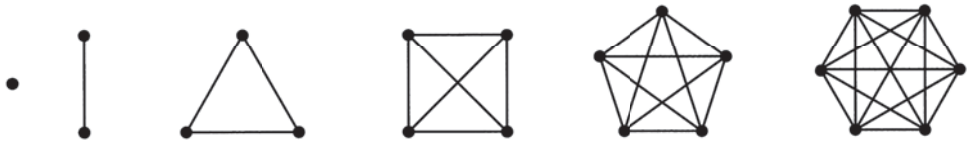


irányított gráf

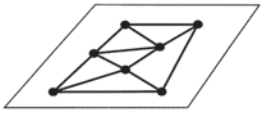


üres gráf

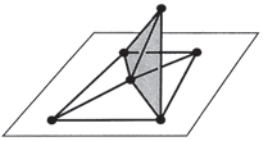
*Üres gráf:* nincsenek élei, a csúcsai *izoláltak.*
*Teljes gráf:* bármely két csúcsa közt van él.



*Síkbeli gráf:* megrajzolható a képe úgy, hogy az élek nem metszik egymást.



síkbeli gráf



nem síkbeli gráf

***Euler tétele***: Síkbeli gráfban a csúcsok + tartományok száma = élek száma + 2.

*Vonal:* összefüggő élsorozat, amely egy élen nem halad át többször.

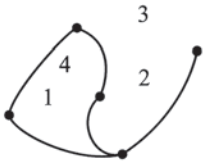
*Út:* vonal, amely egy csúcsot nem érint többször.

*Körvonal, kör:* vonal, amelynek a végpontja a kezdőponttal azonos.

*Összefüggő gráf:* van út bármelyik két csúcsa között.

***Euler-vonal:*** minden élt tartalmaz.

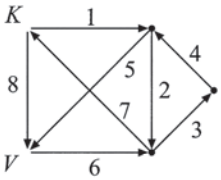
***Hamilton-kör:*** minden csúcsot érint.

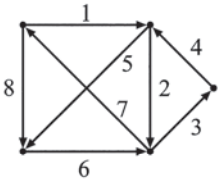



vonal: 1–2–3–4

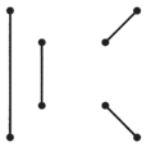
út: 1–2–3

kör: 2–3–4




Euler-vonalak



Hamilton-kör

*Fa, (fa-gráf):* kör nélküli összefüggő gráf.

A fa csúcsainak száma = élek száma + 1.

*Erdő:* minden komponense fa.

Az erdő csúcsainak száma = élek száma + komponensek száma.



fa



erdő

## 3. ARITMETIKA, SZÁMELMÉLET

### *3.1. Számhalmazok*

#### *3.1.1. Elnevezések, jelölések*

**Természetes szám:** véges elemszámú halmaz számossága.

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ a természetes számok halmaza.

$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$ a pozitív egészek halmaza.

$\mathbb{Z}^- = \{-1, -2, -3, \ldots\}$ a negatív egészek halmaza.

$\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \mathbb{Z}^-$ az egészek halmaza.

KOMPLEX SZÁMOK

VALÓS SZÁMOK

Irracionális számok

RACIONÁLIS SZÁMOK

EGÉSZEK törtek

Természetes számok | Negatív egészek

**Racionális számok:**

*a)* egész számok hányadosai (a 0 osztó kivétel).

*b)* végtelen szakaszos tizedes- (helyiértékes) törtek.

$\mathbb{Q}$ a racionális számok halmaza.

**Irracionális számok:** végtelen nem szakaszos tizedes- (helyiértékes) törtek.

$\mathbb{Q}^*$ az irracionális számok halmaza.

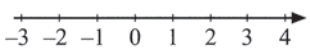
**Valós számok:** a racionális és az irracionális számok. $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^*$ a valós számok halmaza.

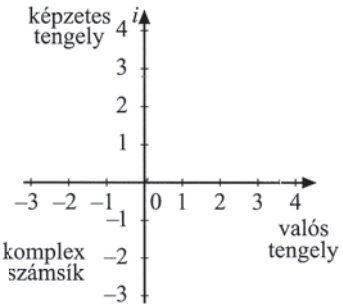
**Algebrai szám:** egész együtthatós polinom gyöke.

$$P_n(x) = a_n \cdot x^n + \ldots + a_1 \cdot x + a_0; \qquad \forall i: a_i \in \mathbb{Z},\ a_i \neq 0.$$

**Transzcendens szám:** nem algebrai szám (nem gyöke egész együtthatós polinomnak).

**Számegyenes:** a valós számokat egy egyenes pontjainak feleltetjük meg.




**Komplex szám:** rendezett valós számpár: $(a, b) = z = a + bi$.

$\mathbb{C}$ a komplex számok halmaza.

**Számsík** (***Gauss-féle számsík***): a komplex számokat egy sík pontjainak feleltetjük meg.

### *3.1.2. Számírás, számrendszerek*

**Római csomószámok és értékük:**

$\{I,\ V,\ X,\ L,\ C,\ D,\ M\} \rightarrow \{1,\ 5,\ 10,\ 50,\ 100,\ 500,\ 1000\}$

**Helyiértékes számírás:**

*Decimális számjegyek:* $M_{10} = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$
*Bináris számjegyek:* $M_2 = \{0,\ 1\}$
*Oktális számjegyek:* $M_8 = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$
*Hexadecimális számjegyek:* $M_{16} = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ A,\ B,\ C,\ D,\ E,\ F\}$
*Babiloni törtek:* az óra és a fok törtrészeire használatos 60-ados törtek.

$1^\circ = 60' = 3600''; \qquad 1^{\mathrm{h}} = 60^{\mathrm{m}} = 3600^{\mathrm{s}}.$

## *3.2. Természetes számok*

### *3.2.1. Oszthatóság*

**Osztója** a $k$ pozitív egész az $m$ pozitív egésznek – jelölése: $k \mid m$ –, ha:

$k \mid m \Leftrightarrow \exists q : q \in \mathbb{N} \wedge q \cdot k = m.$

Az osztók (*faktorok*) halmazának jelölése: $\mathrm{fac}[n] = \{k : k \mid n,\ n \in \mathbb{N}\}$.

**Többszöröse** az $m$ egész a $k$ egésznek, ha $k$ osztója $m$-nek: $k \mid m$.
A többszörösök halmazának jelölése: $\mathrm{fac}^{-1}[n] = \{k : n \mid k,\ n \in \mathbb{N}\}$

**Oszthatósági szabályok** (10-es számrendszerben):
$m = \alpha_n \cdot 10^n + \ldots + \alpha_1 \cdot 10 + \alpha_0 = (\alpha_n \ldots \alpha_1 \alpha_0)_{10}$
Egy $m$ egész osztható

| | |
|---|---|
| 2-vel, | ha utolsó jegye $\in \{0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ |
| 3-mal, | ha a számjegyek összege osztható 3-mal |
| 4-gyel, | ha a két utolsó jegyből képzett szám osztható 4-gyel |
| 5-tel, | ha utolsó jegye $\in \{0,\ 5\}$ |
| 6-tal, | ha 2-vel és 3-mal is osztható |
| 8-cal, | ha a három utolsó jegyből képzett szám osztható 8-cal |
| 9-cel, | ha a számjegyek összege osztható 9-cel |
| 10-zel, | ha utolsó jegye 0 |
| 25-tel, | ha két utolsó jegye $\in \{00,\ 25,\ 50,\ 75\}$ |

**Prímszám** a $p > 1$ egész, ha csak 1 és $p$ az osztója $\Leftrightarrow \mathrm{fac}[p] = \{1,\ p\}$.

$\mathbb{P} = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23,\ 29,\ 31,\ 37,\ \ldots\}$ (lásd 10.9. táblázat, 94. oldal)

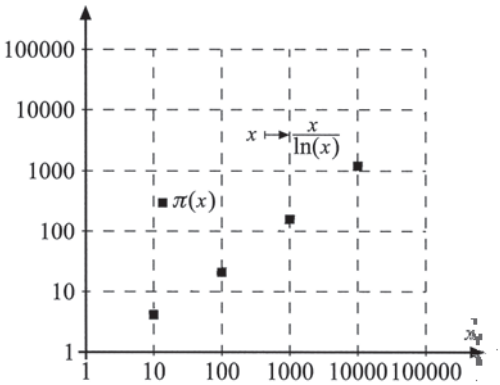
**Összetett** az $m$ egész, ha 1-nél nagyobb és nem prím. (lásd 10.10. táblázat, 95. oldal)

**A prímek száma $x$-ig:** $\pi(x) = \text{card}(\mathbb{P} \cap \{1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ x\})$

Becslés a prímek számára:

1. $\pi(x) \approx \dfrac{x}{\ln x}$; 2. $\pi(x) \approx \displaystyle\int_2^x \frac{dt}{\ln t}$

| $x$ | $\pi(x)$ | $\pi(x) : \dfrac{x}{\ln x}$ |
|---|---|---|
| 10 | 4 | 0,92 |
| 100 | 25 | 1,15 |
| 1 000 | 168 | 1,16 |
| 10 000 | 1 229 | 1,32 |
| 100 000 | 9 592 | 1,10 |
| 1 000 000 | 78 498 | 1,08 |
| 10 000 000 | 664 579 | 1,07 |
| 100 000 000 | 5 761 455 | 1,06 |
| 1 000 000 000 | 50 847 534 | 1,054 |
| 10 000 000 000 | 455 052 512 | 1,048 |




**A számelmélet alaptétele:**

*Minden 1-nél nagyobb természetes szám – a tényezők sorrendjétől eltekintve – egyféleképpen írható fel prímhatványok szorzataként. Ez a szám* **kanonikus alakja:**

$m = p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \ldots \cdot p_i^{n_i} \cdot \ldots \cdot p_k^{n_k}$

Prímosztók: $p_1,\ p_2,\ \ldots,\ p_i,\ \ldots,\ p_k$.

Prímhatvány-osztók: $p_1^{\alpha_1},\ p_2^{\alpha_2},\ \ldots,\ p_i^{\alpha_i},\ \ldots,\ p_k^{\alpha_k}$;

$\forall i : i \in \{0,\ 1,\ \ldots,\ k\},\ \forall \alpha_i : \alpha_i \in \{0,\ 1,\ \ldots,\ n_i\}$.

Az osztók száma: $d(m) = (n_1 + 1) \cdot (n_2 + 1) \cdot \ldots \cdot (n_k + 1)$.

Az összes osztó előállítható a különböző prímhatvány-osztók szorzataként.

**Közös osztók, többszörösök:**

Két természetes szám – $m$ és $n$ – legnagyobb közös osztója $l = \text{LNKO}(m; n) = (m; n)$.

Két természetes szám – $m$ és $n$ – legkisebb közös többszöröse $k = \text{LKKT}(m; n) = [m; n]$.

Kapcsolatuk: $\text{LNKO}(m; n) \cdot \text{LKKT}(m; n) = mn$.

Relatív prím két szám – $m$ és $n$ –, ha $\text{LNKO}(m; n) = 1$.

**Oszthatósági tételek:**

Ha $(q \mid m) \ \wedge\ (q \mid n) \ \Rightarrow\ (q \mid m \cdot n) \ \wedge\ \big(q \mid (m + n)\big) \ \wedge\ (q \mid |m - n|)$.

Ha $(a \mid b) \ \wedge\ (b \mid c) \ \Rightarrow\ a \mid c$.

Ha $(p \in \mathbb{P}) \ \wedge\ (p \mid m \cdot n) \ \Rightarrow\ (p \mid m) \vee (p \mid n)$.

### 3.2.2. Műveletek egész számokkal

**Összeadás:**

Két azonos előjelű szám összeadásakor abszolútértékeik összegét a közös előjellel látjuk el.

Két különböző előjelű számot úgy adunk össze, hogy abszolútértékeik különbségét a nagyobb abszolútértékű szám előjelével látjuk el.

**Kivonás:**

A kivonandót ellenkező előjellel adjuk hozzá a kisebbítendőhöz.

**Szorzás:**

A tényezők abszolútértékeinek szorzatát az előjelszabály szerint előjelezzük.

Előjelszabály: egyező előjelűek szorzata pozitív, különbözőké negatív előjelet kap.

## 3.3. Racionális számok

### 3.3.1. Műveletek racionális számokkal

**Reciprok érték** (multiplikatív inverz): $x \cdot x' = 1 \Leftrightarrow x' = \frac{1}{x}, \quad x \neq 0.$

**Összeadás:** $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}.$ **Kivonás:** $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}.$

**Szorzás:** $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$ **Osztás:** $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$

## 3.4. Valós számok

### 3.4.1. Exponenciális (lebegőpontos) alak: $x = m \cdot q^k$.

Mantissza := $m \in \mathbb{Q}$,

Karakterisztika := $k \in \mathbb{Z}$,

A számrendszer alapja := $q$.

**Normálalak:** olyan exponenciális alak, amelynél vagy a mantissza, vagy a karakterisztika az előírt tartományba esik:

| | | |
|---|---|---|
| Tudományos | a mantissza $\in [1; 10[$ | $25\,600 = 2{,}56 \cdot 10^4 = 2{,}56\text{E}+4$ |
| Műszaki | a karakterisztika 3 többszöröse | $25\,600 = 25{,}6 \cdot 10^3 = 25{,}6\text{E}+3$ |
| Informatikai | a mantissza $\in [0{,}1; 1[$ | $25\,600 = 0{,}256 \cdot 10^5 = 0{,}256\text{E}+5$ |

### 3.4.2. Az összeadás és szorzás tulajdonságai

$\forall a, b, c \in \mathbb{R}$

| | | |
|---|---|---|
| $a + b = b + a$ | $ab = ba$ | kommutativitás |
| $(a + b) + c = a + (b + c)$ | $(ab)c = a(bc)$ | asszociativitás |
| $(a + b)c = ac + bc$ | | a szorzás disztributivitása az összeadásra |

*3.4.3. Hatványok azonosságai*

$\forall a, b \in \mathbb{R}^+, \forall n, k \in \mathbb{Z}$

Pozitív egész kitevőjű hatvány: $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$ (lásd 10.2. táblázat, 78. oldal); $a^1 = a$.

Negatív egész és 0 kitevőjű hatvány: $a^{-n} := \frac{1}{a^n}$; $a^0 := 1$.

Racionális kitevőjű hatvány: $a^{\frac{1}{k}} := \sqrt[k]{a}$; $a^{\frac{n}{k}} := \sqrt[k]{a^n}$.

**Azonos alapú hatványok:**

$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$. $\quad a^n : a^k = a^{n-k}$. $\quad (a^n)^k = (a^k)^n = a^{nk}$.

**Azonos kitevőjű hatványok:**

$a^n \cdot b^n = (ab)^n$. $\quad a^n : b^n = (a : b)^n$.

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

$a^3 - b^3 = (a^2 + ab + b^2)(a-b)$. $\quad a^3 + b^3 = (a^2 - ab + b^2)(a+b)$.

$a^n - b^n = (a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + ab^{n-2} + b^{n-1})(a-b)$.

$a^{2k} - b^{2k} = (a^{2k-1} - a^{2k-2}b + a^{2k-3}b^2 - \ldots \pm \ldots - b^{2k-1})(a+b)$.

$a^{2k+1} + b^{2k+1} = (a^{2k} - a^{2k-1}b + a^{2k-2}b^2 - \ldots \pm \ldots + b^{2k})(a+b)$.

**Többtagúak hatványai:**

**Binomiális tétel:**

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \ldots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n,$$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

**A binomiális együtthatók:** (lásd 10.11. táblázat, 96. oldal)

$$\binom{n}{k} := \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1.$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}.$$

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}.$$

**Faktoriális:** (lásd 10.13. táblázat, 97. oldal)

Jele: !, olvasd: faktoriális.

$0! = 1$, $\forall n \in \mathbb{N}, n > 0$: $n! = (n-1)! \cdot n = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$.

Stirling-formula: $n! \approx \sqrt{2\pi n} \cdot \left(\frac{n}{e}\right)^n$.

### 3.4.4. Gyökök azonosságai

$\forall a,\ b \in \mathbb{R}^+;\ \forall n,\ k \in \mathbb{Z};\ n, k \geq 2.$ $\qquad \sqrt[n]{a} = b \ \Leftrightarrow\ b^n = a.$

Racionális kitevőjű hatvány: $a^{\frac{1}{k}} := \sqrt[k]{a}$; $a^{\frac{n}{k}} := \sqrt[k]{a^n}$.

**Azonos alapú gyökök:** (lásd 10.3. táblázat, 80. oldal)

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[k]{a} = \sqrt[nk]{a^{n+k}}.$ $\qquad \sqrt[n]{a} : \sqrt[k]{a} = \sqrt[nk]{a^{k-n}}.$

$\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}.$ $\qquad \sqrt[k]{a^n} = \left(\sqrt[k]{a}\right)^n = a^{\frac{n}{k}}.$

**Azonos kitevőjű gyökök:**

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}.$ $\qquad \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}.$

### 3.4.5. Logaritmusok azonosságai (lásd 10.4. táblázat, 84. oldal)

$\forall a, b, c \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\},\ \forall x, y \in \mathbb{R}^+,\ \forall n \in \mathbb{Z}.$ $\qquad a^{\log_a b} = b.$

$\log_a b = c \ \Leftrightarrow\ a^c = b.$

**Azonos alapú logaritmusok:**

$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y.$ $\qquad \log_a(x : y) = \log_a x - \log_a y.$

$\log_a(x^n) = n \cdot \log_a x.$ $\qquad \log_a\left(\sqrt[n]{x}\right) = \left(\log_a x\right) : n.$

$\log_a a = 1.$ $\qquad \log_a 1 = 0.$

**Különböző alapú logaritmusok:**

$\log_a b \cdot \log_b a = 1.$ $\qquad \log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b} = \log_b a \cdot \log_a x.$

$\lg x = \log_{10} x.$ $\qquad \ln x = \log_e x.$

$\lg x = M \cdot \ln x \approx 0{,}43429 \cdot \ln x.$ $\qquad \ln x = \dfrac{1}{M} \lg x \approx 2{,}3059 \cdot \lg x.$

## 3.5. Komplex számok

### 3.5.1. Képzetes (imaginárius) számok

**Képzetes egység:** az $x^2 = -1$ egyenlet egyik gyöke. Jelölése: $i = \sqrt{-1}$.

A képzetes számok halmaza: $\mathbb{I} = \{bi \mid b \in \mathbb{R} \ \wedge\ i^2 = -1\}$

| *A képzetes egység hatványai:* | $\forall n \in \mathbb{N}$ | $\varphi$ |
|---|---|---|
| $i^{4n} =$ | $+1$ | $0°$ |
| $i^{4n+1} =$ | $i$ | $90°$ |
| $i^{4n+2} =$ | $-1$ | $180°$ |
| $i^{4n+3} =$ | $-i$ | $270°$ |

Képzetes (imaginárius) számok

Képzetes egység: az $x^2 = -1$ egyenlet egyik gyöke. Jelölése: $i$.

A képzetes számok halmaza: $\mathbb{I} = \{bi \mid b \in \mathbb{R} \quad \wedge \quad i^2 = -1\}$.

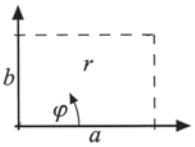
*A komplex számok halmaza:* $\mathbb{C} = \{z = a + bi \mid a \in \mathbb{R} \wedge bi \in \mathbb{I}\} = \mathbb{R} \times \mathbb{I}$

**Aritmetikus alak:** $z = a + bi$.

**Trigonometrikus alak:** $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$.

**Exponenciális alak:** $z = r \cdot e^{\varphi i}$; (***Euler-féle alak***).

**Abszolútérték (modulus):** $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

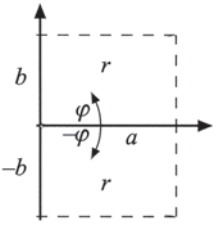



**Argumentum:** $\varphi = \arg(z)$; $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{b}{a}$, ha $z \neq 0$.

**Valós rész:** $\mathrm{Re}(z) = \Re(z) = a = r\cos\varphi$.

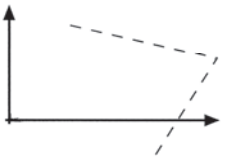
**Képzetes (imaginárius) rész:** $\mathrm{Im}(z) = \Im(z) = b = r\sin\varphi$.

**Konjugált komplex számok:**




$$\begin{cases} z = a + bi = r[\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)] = re^{\varphi i} \\ \overline{z} = a - bi = r[\cos(-\varphi) + i\sin(-\varphi)] = re^{-\varphi i} \end{cases}$$

**Műveletek:**



$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i.$

$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i.$

$z_1 \cdot z_2 = [r_1 \cdot r_2] \cdot [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2)] = [r_1 \cdot r_2] \cdot e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}.$

$z_1 : z_2 = [r_1 : r_2] \cdot [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)] = [r_1 : r_2] \cdot e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}.$

$r = r_1 \cdot r_2$
$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$

$r_1 \cdot r_2$

$z^n = r^n \cdot [\cos(n\varphi) + i\sin(n\varphi)] = r^n \cdot e^{in\varphi}; \quad n \in \mathbb{Z}.$



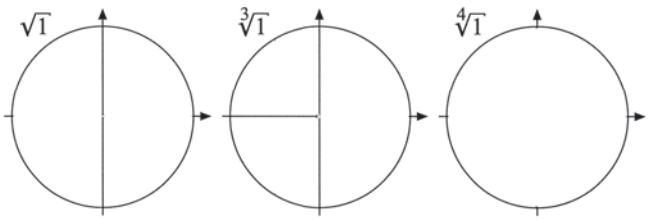

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \cdot \left[\cos\left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right)\right] = \sqrt[n]{r} \cdot e^{i\frac{\varphi + 2k\pi}{n}};.$$

$n \in \mathbb{N}^+$, $k = 0, \ldots, n-1$.

**Egységgyökök:**

$$\sqrt[n]{1} = \cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n}$$

$\forall k: k \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$.



### 3.6.1. Hibaszámítás

Jelölés: $a, b, \ldots$ közelítő értékek, $\overline{a}, \overline{b}, \ldots$ pontos értékek.

**Hiba, hibakorlát:**

Abszolút hiba: $|a - \overline{a}|$ Relatív hiba: $\dfrac{|a - \overline{a}|}{a}$.

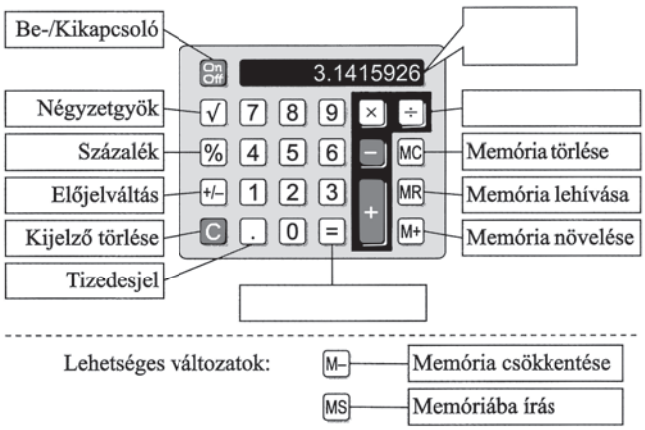
Abszolút hiba korlátja: $\Delta a \geq |a - \overline{a}|$ Relatív hiba korlátja: $\delta a = \dfrac{\Delta a}{a}$.

**Műveletek, függvények hibakorlátja:**

| | |
|---|---|
| $\Delta(a+b) \leq \Delta a + \Delta b$ | $\delta(a+b) \leq \delta a + \delta b$ |
| $\Delta(a-b) \leq \Delta a + \Delta b$ | $\delta(a-b) \leq \dfrac{\Delta a + \Delta b}{\lvert a-b \rvert}$ |
| $\Delta\,(a \cdot b) \approx \lvert a \cdot b \rvert \cdot \delta(a \cdot b)$ | $\delta(a \cdot b) \leq \delta a + \delta b$ |
| $\Delta\,(a : b) \approx \lvert a : b \rvert \cdot \delta(a : b),\ b \neq 0$ | $\delta(a : b) \leq \delta a + \delta b,\ b \neq 0$ |
| $\Delta(x^n) \leq n \cdot x^{n-1} \cdot \Delta x$ | $\delta(x^n) \leq n \cdot \delta x$ |
| $\Delta(\sqrt[n]{x}) \leq \dfrac{\sqrt[n]{x^{n-1}}}{n} \cdot \Delta x$ | $\delta(\sqrt[n]{x}) \leq \dfrac{\delta x}{n}$ |
| $\Delta[f(x)] \leq \lvert f'(x) \rvert \cdot \Delta x$ | $\delta[f(x)] \leq \left\lvert \dfrac{x \cdot f'(x)}{f(x)} \right\rvert \cdot \delta x$ |

### 3.6.2. Zsebszámológépek

(A billentyűk elhelyezése, száma, fajtája típusonként, gyártónként különböző!)



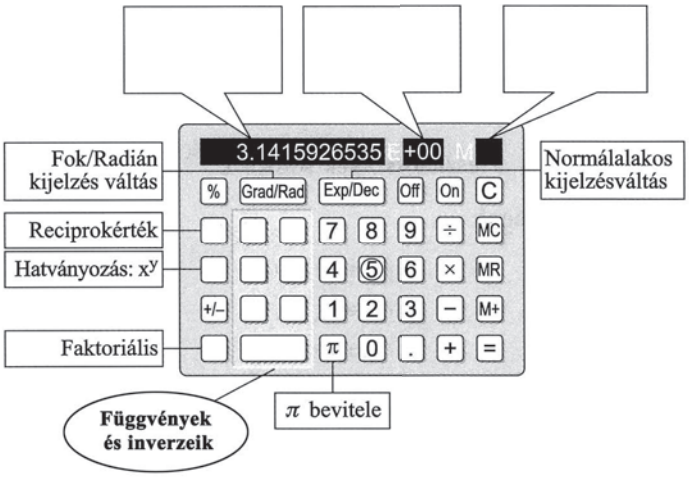
**Operandusok:** a kijelzőn látható számok.

1. számbillentyűkön beírt adat.
2. memóriából lehívott adat.
3. előző művelet eredménye.

**Egyszerű számológép:**

Elvégezhető műveletek: alapműveletek, négyzetgyökvonás, százalékszámítás.

**Tudományos számológép:**




**A leggyakoribb beépített függvények:**

| | |
|---|---|
| $x^2$ | négyzet |
| $\sqrt{x}$, sqrt | négyzetgyök |
| $1/x$ | reciprok |
| $x\hat{}y$ | hatvány: $x^y$ |
| $e^x$ | exponenciális |
| $\ln x$ | természetes logaritmus |
| $10^x$ | 10 hatványa |
| $\log x$ | 10-es alapú logartimus |
| $\sin x$, $\sin^{-1} x$ | szinusz és inverze (arcsin) |
| $\cos x$, $\cos^{-1} x$ | koszinusz és inverze (arccos) |
| $\tan x$, $\tan^{-1} x$ | tangens és inverze (arctan) |

# 4. ALGEBRA

## 4.1. Sorozatok, sorok

### 4.1.1. Alapfogalmak, tulajdonságok

**Jelölések:**

a sorozat: $\{a_k\} = a_1, a_2, a_3, \ldots, a_k, \ldots$

kezdő szelete: $\{a_k\}_n = a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$.

**Elnevezések:**

$a_n$, $a_k$ – a sorozat *tagjai*.

$n$, $k$ – az $a_n$, $a_k$ tagok *indexe*.

$S_n$ – az első $n$ tag *összege*.

**Sor:** $\{S_n\} = S_1, S_2, S_3, \ldots$ – a részletösszegek sorozata.

**Sorozatok típusai, tulajdonságai:**

| | |
|---|---|
| $\forall k$: $a_k > 0$ | pozitív tagú, |
| $\forall k$: $a_k < 0$ | negatív tagú, |
| $\forall k$: $a_k \leq a_{k+1}$ | monoton növekvő, |
| $\forall k$: $a_k < a_{k+1}$ | szigorúan monoton növekvő, |
| $\forall k$: $a_k \geq a_{k+1}$ | monoton csökkenő, |
| $\forall k$: $a_k > a_{k+1}$ | szigorúan monoton csökkenő, |
| $(a_k - a_{k-1}) \cdot (a_{k+1} - a_k) < 0$ | oszcilláló (váltakozó). |

### 4.1.2. Nevezetes sorozatok

| | Számtani sorozat | Mértani sorozat |
|---|---|---|
| Általános tag | $a_n = a_1 + (n-1)d$ | $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ |
| Képzési szabály | $a_n = a_{n-1} + d$ | $a_n = a_{n-1} \cdot q$ |
| Első $n$ tag összege | $S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$ | $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$, $q \neq 1$<br>$S_n = n \cdot a_1$, ha $q = 1$ |
| Közepek ($k < n$) | $a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$ | $\lvert a_n \rvert = \sqrt{a_{n+k} \cdot a_{n-k}}$ |

$d$ (differencia) a számtani sorozat különbsége, állandó.

$q$ (kvóciens) a mértani sorozat hányadosa, állandó.

**A végtelen mértani sor összege:**

konvergens és $\lim\limits_{n \to \infty} S_n = \frac{a_1}{1 - q}$, ha $|q| < 1$, különben $S_n$ nem korlátos.

### 4.1.3. Középértékek

**Aritmetikai közép:** $A = \dfrac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} a_i}{n}$.

**Geometriai közép:** $G = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n} = \sqrt[n]{\prod\limits_{i=1}^{n} a_i}$, ha $\forall a_i \geq 0$.

**Harmonikus közép:** $\dfrac{n}{H} = \dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{a_2} + \ldots + \dfrac{1}{a_n} = \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{1}{a_i}$; $H = \dfrac{n}{\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{1}{a_i}}$, ha $\forall a_i \geq 0$.

**Négyzetes közép:** $Q = \sqrt{\dfrac{a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2}{n}} = \sqrt{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} a_i^2}{n}}$.

A közepek kapcsolata ($\forall a_i \geq 0$):

Ha minden tag azonos, akkor $H = G = A = Q$,

különben $H < G < A < Q$.

## 4.2. Kamatszámítás

### 4.2.1. Egyszeri kamat

$T$ összeg (tőke, betét, kölcsön) évi $p\%$-os kamata: $k = T \cdot \dfrac{p}{100}$.

Kamattényező $p\%$-os kamatlábnál: $q = \dfrac{100 + p}{100} = 1 + \dfrac{p}{100}$.

$T$ összeg $p\%$-os kamattal felnövekedett értéke: $T + k = T \cdot q$.

### 4.2.2. Kamatos kamat

A $T_0$ induló tőke $n$ év alatt felnövekedett értéke: $T_n = T_0 \cdot \left(\dfrac{100 + p}{100}\right)^n$.

A $T_0$ induló tőke $n$ év alatt amortizálódott értéke: $T_n = T_0 \cdot \left(\dfrac{100 - p}{100}\right)^n$.

A $T_n$ összeg évi $p\%$-kal diszkontált értéke: $T_0 = T_n \cdot \left(\dfrac{100}{100 + p}\right)^n$.

Az $a$ járadék $n$ év alatt felnövekedett értéke: $S_n = \dfrac{100a}{p}(q^n - 1)$.

### 4.2.3. Járadék, kölcsön

Az $a$ járadéknak az $n$-edik év végére felnövekedett értéke,

ha a befizetés minden év *elején* esedékes: $S_n = aq \cdot \dfrac{(q^n - 1)}{q - 1}$.

ha a befizetés minden év *végén* esedékes: $S_n = S_n^* = a\dfrac{(q^n - 1)}{q - 1}$.

A $T$ hitel törlesztésének évi részlete (annuitás),

ha a törlesztés minden év *végén* esedékes: $A = \dfrac{T}{100} \cdot \dfrac{q^n \cdot p}{q^n - 1}$.

## 4.3. Kombinatorika

| | **Ismétlés nélküli** | **Ismétléses** |
|---|---|---|
| **Permutációk** | $P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$, | $P_n^{(n_1, n_2, \ldots, n_k)} = \dfrac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}$. |
| **Kombinációk** | $C_n^k = \binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$, | $C_n^k(\text{ism}) = \binom{n+k-1}{k} = \dfrac{(n+k-1)!}{k! \cdot (n-1)!}$. |
| **Variációk** | $V_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$, | $V_n^k(\text{ism}) = n^k$. |

## 4.4. Egyenletek

### 4.4.1. Alapfogalmak, elnevezések

Az egyenletben szereplő kifejezés:

**Algebrai**, ha az $x$ ismeretlen csak (+, −, ·, /, $x^n$, $\sqrt[n]{x}$) műveletekben szerepel,

**racionális egész:** az ismeretlen csak (+, −, ·, $x^n$) műveletekben szerepel.

**racionális tört:** az előbbiek mellett az ismeretlennel való osztás is szerepel.

**irracionális:** az ismeretlen adott törtkitevős hatványa (gyöke) is szerepel.

**Transzcendens** (nem algebrai), ha logaritmusos, exponenciális, trigonometrikus stb. kifejezésekben is szerepel az ismeretlen.

### 4.4.2. Algebrai egyenletek

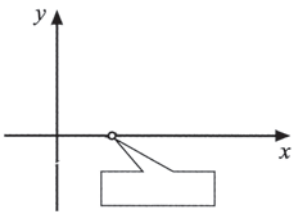
**Kanonikus polinomalak:** $P^n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$.

*Elsőfokú egyenlet*

Kanonikus alak: $ax + b = 0$.

Redukált alak: $x + p = 0$, $p = \dfrac{b}{a}$.

Gyöke: $x = -\dfrac{b}{a} = -p$.



*Másodfokú egyenlet*

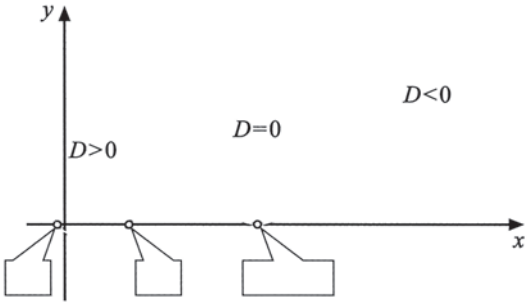
Kanonikus alak: $ax^2 + bx + c = 0$.

Redukált alak:

$$x^2 + px + q = 0, \quad p = \frac{b}{a}, \quad q = \frac{c}{a}.$$

Diszkrimináns:

$$D = b^2 - 4ac, \quad D^* = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q.$$




Ha $D > 0$: két valós gyök.
Ha $D = 0$: két egyező valós gyök.
Ha $D < 0$: két komplex gyök.

Megoldóképlet:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -\frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}.$$

Gyökök: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = -\frac{p}{2} + \sqrt{D^*}$, $\qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = -\frac{p}{2} - \sqrt{D^*}$.

A gyökök és együtthatók kapcsolata (***Viète-formulák***):

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -p, \qquad x_1 x_2 = \frac{c}{a} = q, \qquad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c} = -\frac{p}{q}.$$

*Harmadfokú egyenlet*

Kanonikus alak: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$.

Redukált alak: $y^3 + 3py + 2q = 0$, az $x = y - \frac{b}{3a}$ helyettesítés után.

Diszkrimináns: $D = q^2 + p^3$.
Ha $D < 0$: három különböző valós gyök (*casus irreducibilis*).
Ha $D = 0$: három valós gyök (egyik kétszeres).
Ha $D > 0$: egy valós és két komplex gyök.

***Cardano-formula*** az $u$, $v$ segédváltozókra: $u = \sqrt[3]{-q + \sqrt{D}}$, $v = \sqrt[3]{-q - \sqrt{D}}$.
A redukált alak gyökei:

$$y_1 = u + v, \qquad y_2 = \varepsilon_1 u + \varepsilon_2 v, \qquad y_3 = \varepsilon_2 u + \varepsilon_1 v. \qquad \varepsilon_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i.$$

Gyökök és együtthatók kapcsolata (***Viète-formulák***):

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}, \qquad x_1 x_2 x_3 = -\frac{d}{a}, \qquad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -\frac{c}{d}.$$

*Negyedfokú egyenlet*

Kanonikus alak: $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$.

Redukált alak: $y^4 + py^2 + qy + r = 0$. Helyettesítés: $x = y - \dfrac{b}{4a}$.

Harmadfokú rezolvens: $z^3 + \dfrac{1}{2}pz^2 + \left(\dfrac{1}{16}p^2 - \dfrac{1}{4}r\right)z - \dfrac{1}{64}q^2 = 0$, ennek gyökei: $z_1, z_2, z_3$.

A redukált alak gyökei:

$$y_1 = \sqrt{z_1} + \sqrt{z_2} + \sqrt{z_3}, \qquad y_2 = -\sqrt{z_1} - \sqrt{z_2} + \sqrt{z_3},$$
$$y_3 = \sqrt{z_1} - \sqrt{z_2} - \sqrt{z_3}, \qquad y_4 = -\sqrt{z_1} + \sqrt{z_2} - \sqrt{z_3}.$$

*Általános n-edfokú egyenletek*

$$P^n(x) \equiv a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = 0.$$

Az egyenlet gyöktényezős alakja:

$$a_n(x - x_1)^{k_1}(x - x_2)^{k_2} \ldots (x - x_m)^{k_m} = 0, \qquad [k_1 + k_2 + \ldots + k_m = n].$$

A gyökök és együtthatók kapcsolata (***Viète-formulák***):

$$\sum_1^n x_i = -\frac{a_{n-1}}{a_n}, \quad \sum_{\substack{i,j=1\\ i<j}}^n x_i x_j = \frac{a_{n-2}}{a_n}, \quad \sum_{\substack{i,j,k=1\\ i<j<k}}^n x_i x_j x_k = -\frac{a_{n-3}}{a_n}, \ \ldots, \ \prod_{i=1}^n x_i = (-1)^n \frac{a_0}{a_n}.$$

A gyökök korlátja: $|x_i| < 1 + \operatorname{Max}_{i=0}^{n-1} \left|\dfrac{a_i}{a_n}\right|$.

***Rolle tétele:*** (egész együtthatós egyenletek racionális gyökeiről)

Ha $x_i = \dfrac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ az egész együtthatós egyenlet gyöke, akkor $p \mid a_0$ és $q \mid a_m$.

*Speciális egyenletek*

Tiszta másodfokú egyenlet: $x^2 + q = 0$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{-q}$, ha $q \le 0$.

Hiányos másodfokú egyenlet: $x^2 + px = 0$; $x(x + p) = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = -p$.

Tiszta harmadfokú egyenlet: $x^3 + q = 0$; $x_1 = \sqrt[3]{-q}$.

Hiányos harmadfokú egyenlet: $x^3 + px = x(x^2 + p) = 0$; $x_1 = 0$, $x_{2,3} = \pm\sqrt{-p}$, ha $p \le 0$.

Tiszta $2n$-edfokú egyenlet: $x^{2n} = a$; $x_{1,2} = \pm\sqrt[2n]{a}$, ha $a \ge 0$.

Tiszta $(2n+1)$-edfokú egyenlet: $x^{2n+1} = a$; $x_1 = \sqrt[2n+1]{a}$.

Szimmetrikus harmadfokú egyenlet: $ax^3 + bx^2 + bx + a = 0$.

Átalakítása: $a(x^3 + 1) + bx(x + 1) = (x + 1)[a(x^2 - x + 1) + bx] = 0$.

Szimmetrikus negyedfokú egyenlet: $ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$.

Átalakítása: $a\left(x^2 + \dfrac{1}{x^2}\right) + b\left(x + \dfrac{1}{x}\right) + c = 0$.

Helyettesítés: $x + \dfrac{1}{x} = y$, $x^2 + \dfrac{1}{x^2} = y^2 - 2 \ \rightarrow \ a(y^2 - 2) + by + c = 0$.

Bi-kvadratikus egyenlet: $ax^4 + bx^2 + c = 0$.

Helyettesítés: $x^2 = y$, $x^4 = y^2 \ \rightarrow \ ay^2 + by + c = 0$.

### 4.4.3. *Irracionális és transzcendens egyenletek*

[Általános esetben csak a közelítő módszerek valamelyike alkalmas a gyök meghatározására.]
Az alapegyenletek megoldása.
(Az értelmezési tartományt nem jelöltük, a $k$: tetszőleges egész szám.)

| | | |
|---|---|---|
| Gyökös egyenlet | $\sqrt[n]{x} = a$ | $x = a^n$ |
| Exponenciális egyenlet | $a^x = b$ | $x = \log_a b = \dfrac{\lg b}{\lg a}$ |
| Logaritmikus egyenlet | $\log_a x = b$ | $x = a^b \quad = e^{b \cdot \ln a} = 10^{b \cdot \lg a}$ |
| Trigonometrikus egyenletek | $\sin x = a$ | $x_1 = \arcsin a + 2k\pi, \quad x_2 = \pi - x_1$ |
| | $\cos x = a$ | $x_1 = \arccos a + 2k\pi, \quad x_2 = 2\pi - x_1$ |
| | $\operatorname{tg} x = a$ | $x = \operatorname{arc\,tg} a + k\pi$ |
| | $\operatorname{ctg} x = a$ | $x = \operatorname{arc\,ctg} a + k\pi$ |

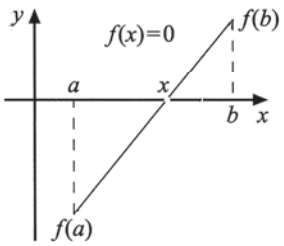
### 4.4.4. *Közelítő módszerek*

Az $f(x) = 0$ egyenletek gyökeinek közelítő meghatározásához általában egy azt tartalmazó *intervallumot* vagy a gyökhöz közeli *induló értéket* kell keresni. Ezt a becslést kell *ismételten* javítani az alábbi módszerek valamelyikével.

*Húrmódszer (regula falsi)*

Adott $[a, b]$ intervallumból indulunk, ha: $f(a) \cdot f(b) < 0$.
**Közelítő gyök** az $(a, f(a))$ és $(b, f(b))$ pontokat összekötő húr tengelypontja:

$$x = \frac{a \cdot f(b) - b \cdot f(a)}{f(b) - f(a)}.$$

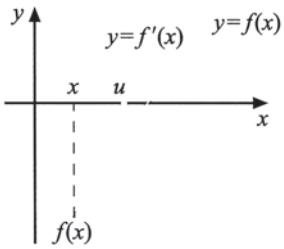



*Érintő módszer (Newton-módszer)*

A gyök $x_0$ közelítő értékéből indulunk.
Szükség van az $f(x)$ deriváltjára: $f'(x) \neq 0$.
**Pontosabb gyök** az $(x_0, f(x_0))$ pontban húzott érintő tengelypontja:

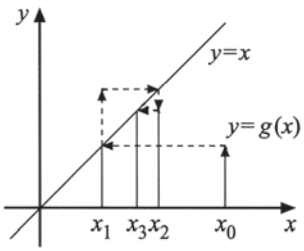
$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}.$$

(A módszer csak akkor konvergens, ha a zérushelyen és annak környezetében a derivált nem 0.)




*Iteráció*

Az $f(x) = 0$ alakú egyenletet $x = g(x)$ alakba írjuk.
A gyök $x_0$ közelítő értékéből indulunk.
**Pontosabb gyök** $x_n = g(x_{n-1})$.
(Ha a gyök környezetében $|g'(x)| < 1$ akkor és csak akkor $x_1, x_2, x_3, \ldots$ a gyökhöz tart.)



### 4.5.1. Lineáris egyenletrendszer (két ismeretlennel)

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Helyettesítő módszer:

$$x = \frac{c_1 - b_1y}{a_1} \quad \Rightarrow \quad a_2\frac{c_1 - b_1y}{a_1} + b_2y = c_2.$$

Kiküszöbölés módszere:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{c_1 - b_1y}{a_1} \\ x &= \frac{c_2 - b_2y}{a_2} \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \frac{c_1 - b_1y}{a_1} = \frac{c_2 - b_2y}{a_2}.$$

Egyenlő együtthatók módszere:

$$\left.\begin{aligned} a_1a_2x + b_1a_2y &= c_1a_2 \\ -a_1a_2x - b_2a_1y &= -c_2a_1 \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad (b_1a_2 - b_2a_1)y = (c_1a_2 - c_2a_1).$$

## 5. VALÓS FÜGGVÉNYTAN

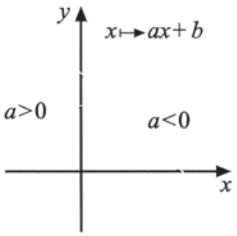
Az itt szereplő függvényeket a valós számok halmazából a valós számok halmazába leképező képletekkel, $y = f(x)$ alakban adom meg. A $D$-vel jelölt értelmezési tartományt is megadom ott, ahol az nem egyezik a teljes valós számhalmazzal.

### 5.1. Fontosabb valós függvények

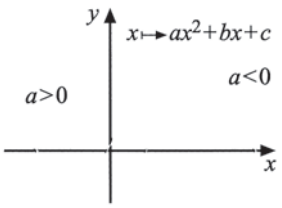
#### 5.1.1. Racionális egész függvények

**Hatványfüggvény:** $y = x^n$; $n \in \mathbb{Z}^+$.
**Polinomfüggvény:** $y = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0$; $\forall i: a_i \in \mathbb{R}$.

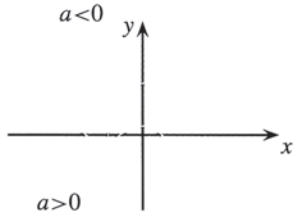
*Elsőfokú polinomfüggvény:*
$y = ax + b$;
$a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.




*Másodfokú polinomfüggvény:*
$y = ax^2 + bx + c$;
$a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.




*Harmadfokú polinomfüggvény:*
$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$;
$a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

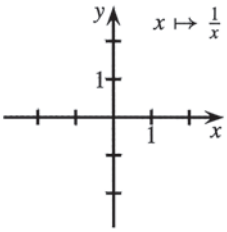


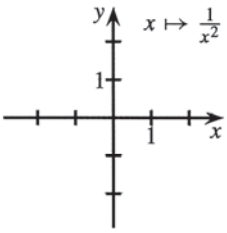
*5.1.2. Racionális törtfüggvények*

**Reciprok hatványfüggvény:**

$y = x^{-n} = \dfrac{1}{x^n}$;

$n \in \mathbb{N}^+$, $D = R \setminus \{0\}$.




**Fordított arányosság:**

$y = \dfrac{a}{x}$; $a \in \mathbb{R}$, $D = R \setminus \{0\}$.

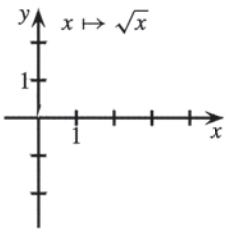
**Általános törtfüggvény:** $y = \dfrac{a_m x^m + a_{m-1}x^{m-1} + \ldots + a_1 x + a_0}{b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + \ldots + b_1 x + b_0}$; $\forall i: a_i,\ b_i \in \mathbb{R}$.

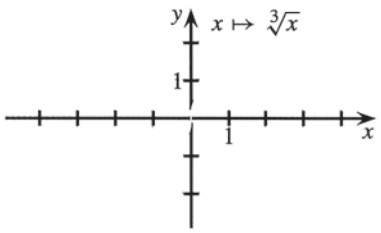
$D = \mathbb{R} \setminus \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. (A nevező gyökei kizárva!)

**Lineáris törtfüggvény:** $y = \dfrac{a_1 x + a_0}{b_1 x + b_0}$; $\forall i: a_i, b_i \in \mathbb{R}$, $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{-b_0}{b_1}\right\}$, $b_1 \neq 0$.

*5.1.3. Irracionális függvények*

**Gyökfüggvények:** $y = \sqrt[2k]{x}$; $k \in \mathbb{N}^+$, $D = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$. $y = \sqrt[2k-1]{x}$; $k \in \mathbb{N}^+$, $D = \mathbb{R}$.



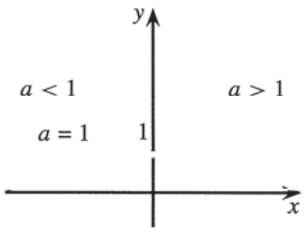




Törtkitevős hatványfüggvény: $y = x^{\pm\frac{n}{k}} = \sqrt[k]{x^{\pm n}}$; $n, k \in \mathbb{N}^+$, $D = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$.

*5.1.4. Exponenciális és logaritmusfüggvények*

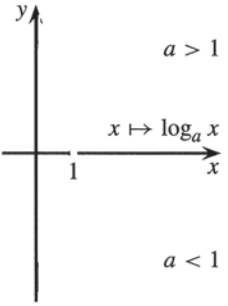
**Exponenciális függvény:** $y = a^x$; $a \in \mathbb{R}^+$.

$y = e^x = \exp(x)$; $e \approx 2{,}718\ 28\ldots$

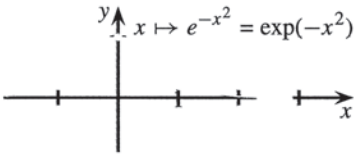


**Logaritmusfüggvény:** $y = \log_a x$; $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$, $D = \mathbb{R}^+$.

$y = \ln x = \log_e x$; $D = \mathbb{R}^+$.

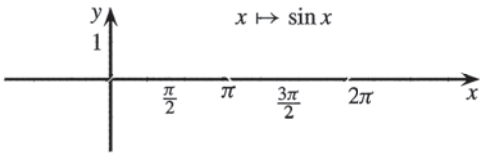



**„Haranggörbe":** $y = e^{-x^2} = \exp(-x^2)$.

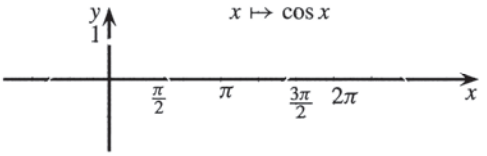



*5.1.5. Trigonometrikus függvények*

**Szinuszfüggvény:** $y = \sin(x)$.

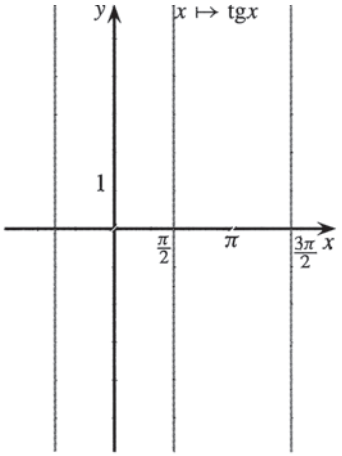



**Koszinuszfüggvény:** $y = \cos(x)$.



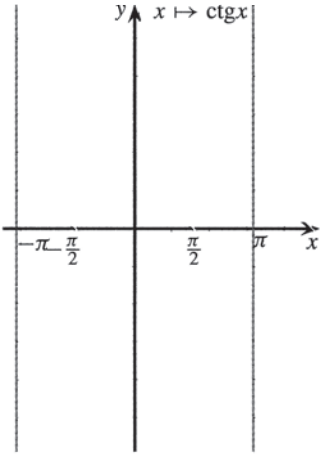

**Tangensfüggvény:** $y = \mathrm{tg}(x)$;

$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ x \mid x = \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi,\ \forall k \in \mathbb{Z} \right\}$.



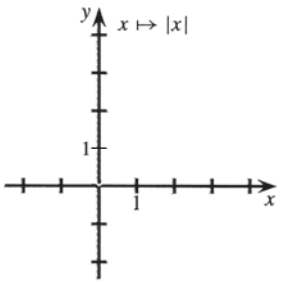

**Kotangensfüggvény:** $y = \mathrm{ctg}(x)$;

$D = \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = k\pi,\ \forall k \in \mathbb{Z}\}$.



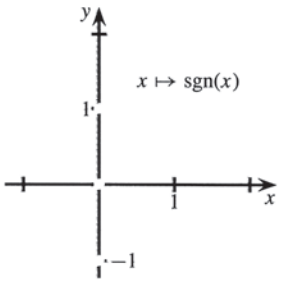
**Abszolútértékfüggvény:**

$$y = |x| = \begin{cases} x, & \text{ha } x \geq 0 \\ -x, & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$



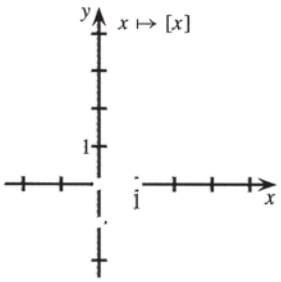

**Előjelfüggvény:**

$$y = \operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1, & \text{ha } x < 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \\ 1, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$$



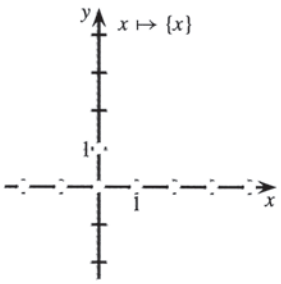

**Egészrészfüggvény:**

$y = [x] = n, \quad \text{ha } n \leq x < n + 1, \; n \in \mathbb{Z}.$




**Törtrészfüggvény:**

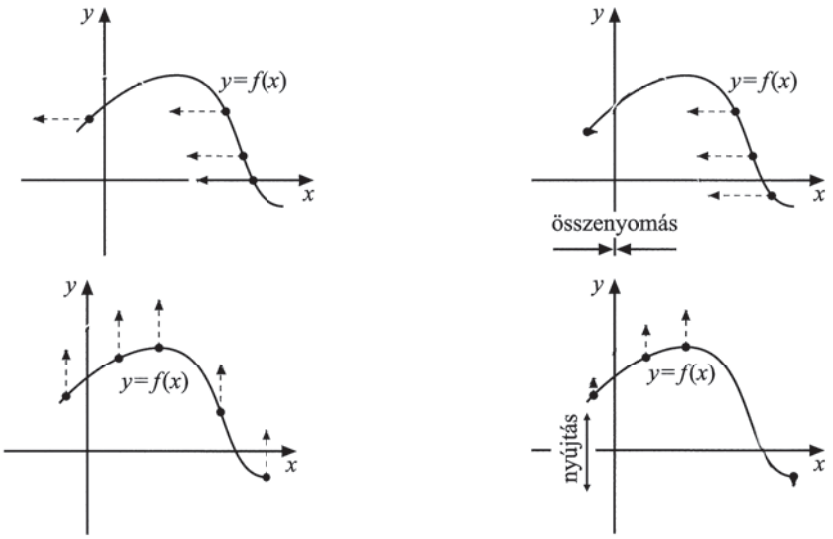
$y = \{x\} = x - [x].$



*5.1.7. Függvénytranszformációk*

Az $y = f(x)$ függvény *lineáris transzformáltjai:*
$y = b_1 \cdot f(a_1 x + a_0) + b_0$.
Ezeket a következő négy *elemi transzformáció* kombinálásával kapjuk:

| | Hozzárendelés | A grafikon geometriai transzformációja |
|---|---|---|
| A változó transzformációja | $y = f(x + a_0)$ | Eltolás az $x$ tengely mentén $(-a_0; 0)$ vektorral. |
| | $y = f(a_1 \cdot x)$ | Az $y$ tengelyre merőleges, $\frac{1}{a_1}$ arányú affinitás. (Összenyomás, ha $\lvert a_1 \rvert > 1$, nyújtás ha $\lvert a_1 \rvert < 1$.) Ha $a_1 = -1$, a függvény képe az $y$ tengelyre tükröződik. |
| A függvényérték transzformációja | $y = f(x) + b_0$ | Eltolás az $y$ tengely mentén $(0; b_0)$ vektorral. |
| | $y = b_1 \cdot f(x)$ | Az $x$ tengelyre merőleges, $b_1$ arányú affinitás. (Összenyomás, ha $\lvert b_1 \rvert < 1$, nyújtás ha $\lvert b_1 \rvert > 1$.) Ha $b_1 = -1$, a függvény képe az $x$ tengelyre tükröződik. |




A $b_1 \cdot f(a_1 x + a_0) + b_0$ függvény egy lehetséges ábrázolása az $f(x)$ függvény segítségével lépésről lépésre: $b_1 f(a_1 x + a_0) + b_0 = b_1 f\left[a_1\left(x + \frac{a_0}{a_1}\right)\right] + b_0$, tehát

$f(x) \to f\left(x \quad\right) \to f\left[\quad\left(x+\frac{a_0}{a_1}\right)\right] = f(a_1 x + a_0) \to \quad f(a_1 x + a_0) \to b_1 \cdot f(a_1 x + a_0)$ .

Ettől eltérő sorrendben más meggondolásokat kell alkalmazni.

## 5.2. Határérték

### 5.2.1. Határérték-számítási szabályok

(A határérték helye $a \in \mathbb{R}$ vagy $\pm\infty$ lehet, azonban az összefüggések csak akkor érvényesek, ha értelmesek az egyenlőség jobb oldalán a műveletek. Végtelen határérték esetén ez nem mindig igaz.)
($c \in \mathbb{R}$ tetszőleges konstans)

$\lim c = c$

$\lim(c \cdot f) = c \cdot \lim f$

$\lim(f \pm g) = \lim f \pm \lim g$

$\lim(f \cdot g) = \lim f \cdot \lim g$

$\lim\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{\lim f}{\lim g}$, ha $\lim g \neq 0$

### 5.2.2. Néhány nevezetes határérték

$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$\lim_{x\to\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \approx 2{,}712\,818\,28\ldots$

## 5.3. Differenciálszámítás

### 5.3.1. Deriválási szabályok

($c \in \mathbb{R}$ tetszőleges konstans)

$(c \cdot f)' = c \cdot f'$

$(f \pm g) = f' \pm g'$

$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

$\left(\frac{1}{g}\right)' = -\frac{g'}{g^2}$

$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

$(f \circ g)' = (f' \circ g) \cdot g'$. (Összetett függvény)

$\left(f^{-1}\right)' = \frac{1}{f'(f^{-1})}$. (Inverz függvény)

### 5.3.2. Elemi függvények deriváltja

$c' = 0$

$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

$(a^x)' = a^x \ln a$,

$(10^x)' \approx 2{,}3026 \cdot 10^x$,

$(e^x)' = e^x$

$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$,

$(\lg x)' \approx \frac{0{,}4343}{x}$,

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

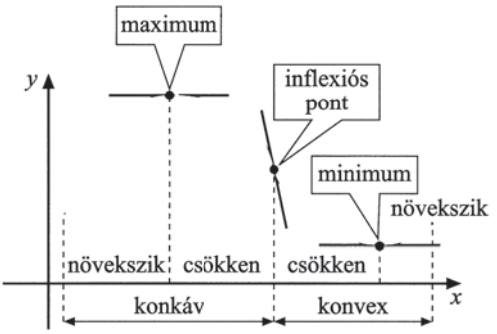
$(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$

$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

### 5.3.3. A függvény menetének vizsgálata

| $f$ | $f'(x)$ | $f''(x)$ |
|---|---|---|
| | egy intervallumon | |
| Növekszik | $> 0$ | |
| Csökken | $< 0$ | |
| Konvex | | $> 0$ |
| Konkáv | | $< 0$ |
| | egy pontban | |
| Helyi minimum | $= 0$ és $(-) \to (+)$ | $> 0$ |
| Helyi maximum | $= 0$ és $(+) \to (-)$ | $< 0$ |
| Inflexió | | $= 0$ és $(-) \leftrightarrow (+)$ |




## 5.4. Integrálszámítás

($c \in \mathbb{R}$ tetszőleges konstans)

### 5.4.1. Integrálási szabályok

$$\int c \cdot f = c \cdot \int f \qquad \int (f \pm g) = \int f \pm \int g \qquad \int (f \cdot g') = f \cdot g - \int f' g$$

### 5.4.2. Fontosabb integrálok

$$\int c\,dx = c \cdot x + C \qquad \int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C;\ \ n \neq -1 \qquad \int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$$

$$\int e^x\,dx = e^x + C \qquad \int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \qquad \int 10^x dx = \lg e \cdot 10^x + C$$

$$\int \ln x dx = x \cdot \ln x - x + C \qquad \int \lg x dx = x \cdot (\lg x - \lg e) + C \qquad \int \log_a x dx = \frac{x \cdot \ln x - x}{\ln a} + C$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x + C \qquad \int \cos x\,dx = \sin x + C \qquad \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C \qquad \int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arc\,tg} x + C$$

### 5.4.3. A határozott integrálás szabályai

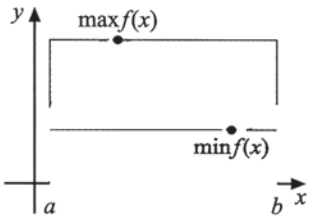
$$\int_a^b (c \cdot f) = c \cdot \int_a^b f \qquad \int_a^b f = -\int_b^a f$$

$$\int_a^b (f \pm g) = \int_a^b f \pm \int_a^b g \qquad \int_a^b f = \int_a^c f + \int_c^b f$$

### 5.4.4. A határozott integrál kiszámítása

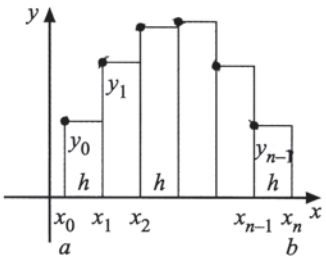
*Becslés:*

$$(b-a) \cdot \min f(x) \le \int_a^b f(x)dx \le (b-a) \cdot \max f(x).$$



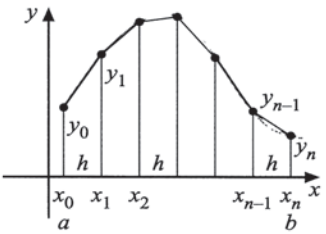

*Téglalapformula* (egyenletes felosztás melletti közelítés):

$$\int_a^b f \approx h \cdot (y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1}) \approx h \cdot (y_1 + y_2 + y_3 + \ldots + y_n).$$



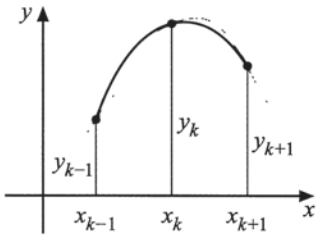

*Trapézformula* (egyenletes felosztás melletti közelítés):

$$\int_a^b f \approx h \cdot \left(\frac{y_0}{2} + y_1 + \ldots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}\right).$$




***Simpson-formula*** ($n = 2k$ egyenlő részintervallum melletti parabolikus közelítés):

$$\int_a^b f \approx \frac{h}{3} \cdot (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 \ldots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n).$$




***Newton–Leibniz-formula,*** az integrálszámítás alaptétele:

Ha $[a, b]$-ban $f$ integrálható és $F' = f$, akkor $\int_a^b f = F(b) - F(a)$.

# 6. VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS

## 6.1. Események

*Elemi esemény*: egy kimenetelű, egyféleképpen bekövetkező esemény.

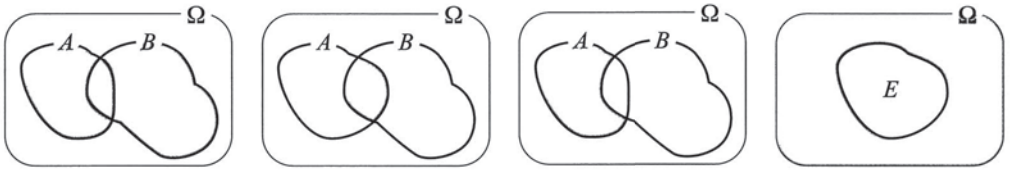
*Összetett esemény*: több kimenetelű (nem-elemi) esemény.

*Műveletek:*

$A + B$ := két esemény összege (legalább az egyik bekövetkezik).

$A \cdot B$ := két esemény szorzata (mindkettő bekövetkezik).

$A \setminus B$ := két esemény különbsége ($A$ bekövetkezik, $B$ nem).




*Komplementer esemény:* $\overline{E}$, akkor következik be, ha az $E$ esemény nem.

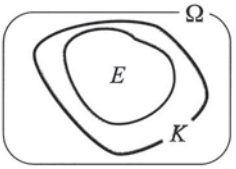
*Biztos esemény:* $\Omega$, amely az összes lehetséges kimenetelt tartalmazza.

*Lehetetlen esemény:* $O = \overline{\Omega} = \{\ \}$, amely nem következhet be.

*Egymást kizáró események:* $A \cdot B = O$.

*Független események* $A$ és $B$, ha $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$.

*Következménye* a $K$ esemény az $E$ eseménynek, ha $E$ maga után vonja $K$-t: $E \subset K$.




*Teljes eseményrendszer:*

$E_1 + E_2 + \ldots + E_m = \Omega \ \wedge \forall i \neq k$: $E_i \cdot E_k = O$.

Ha egyikük és csak egyikük következik be.

## 6.2. Gyakoriság

Az $E$ esemény $g_E$ *gyakorisága* az esemény bekövetkezéseinek száma a kísérlet során.

Az $E$ esemény $f_E$ *relatív gyakorisága* a gyakoriság és a kísérletek számának hányadosa:

$$f_E = \frac{g_E}{n}.$$

*Feltételes gyakoriság:* egy $E$ esemény kísérleti bekövetkezéseiből azoknak a $k_{E|F}$ száma, amelyek egy másik $F \neq O$ esemény (a feltétel) bekövetkezéseivel együtt fordultak elő.

*Feltételes relatív gyakoriság:* az $E \cdot F$ esemény és az $F$ feltétel gyakoriságának hányadosa:

$$f_{E|F} = \frac{g_{E \cdot F}}{g_F}.$$

### 6.3.1. Definíciók

Az $E \subseteq \wp(\Omega)$ esemény *valószínűsége* egy olyan $P(E) = p_E \in [0;1] \subseteq \mathbb{R}$ szám, amelyet a nagyszámú kísérletben az esemény $f_E$ relatív gyakorisága megközelít.

***Kolmogorov-axiómák:***

(I.) – a biztos esemény valószínűsége 1; $P(\Omega) = 1$.

(II.) – az egymást páronként kizáró események valószínűsége összeadódik;

$$\forall i \neq j : E_i \cdot E_j = O \Rightarrow P(E_1 + E_2 + \ldots + E_m) = \sum_{k=1}^{m} P(E_k).$$

*Klasszikus valószínűségi mező:*

– ha az $\Omega$ eseménytér véges

– és az elemi események valószínűsége egyenlő: $P(\varepsilon_1) = \ldots = P(\varepsilon_n)$, akkor

*a)* az elemi események valószínűsége a számuk reciproka; $\forall k$: $P(\varepsilon_k) = \frac{1}{n}$.

*b)* ha az $E$ esemény $k$-féleképpen következhet be, akkor: $P(E) = \frac{k}{n}$.

*Feltételes valószínűség:* az $E$ eseménynek az $P(F) \neq O$ eseményre vonatkoztatott feltételes valószínűsége

$$P(E \mid F) = \frac{P(E \cdot F)}{P(F)}.$$

### 6.3.2. Alapvető összefüggések

A lehetetlen esemény valószínűsége zérus; $P(O) = 0$.

A komplementer események valószínűségének összege;

$\forall E \in \wp(\Omega)$: $P(E) + P(\overline{E}) = 1$.

Ha $E_1, E_2, \ldots, E_m$ teljes eseményrendszer, akkor $\sum_{k=1}^{m} P(E_k) = 1$.

Az összes $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ elemi eseményre:

$$\sum_{k=1}^{n} P(\varepsilon_k) = 1.$$

Tetszőleges eseményekre: $P(E_1 + E_2 + \ldots + E_m) \leq \sum_{k=1}^{m} P(E_k)$.

Két $A$, $B$ eseményre:

$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$.

$P(A \cdot B) = P(A \mid B) \cdot P(B)$, ha $P(B) \neq 0$.

A feltételes valószínűség összefüggései ($F \neq 0$):

$0 \leq P(E \mid F) \leq 1$.

$P(E \mid F) = P(E)$,
ha $E$ és $F$ események függetlenek.

$P(E_1 \mid F + E_2 \mid F + \ldots + E_m \mid F) = \sum P(E_k \mid F)$,
ha egymást páronként kizáró események.

*A teljes valószínűség tétele:*
Ha $E_1, E_2, \ldots, E_m$ teljes eseményrendszer és $\forall k$: $P(E_k) \neq 0$, akkor tetszőleges $A$-ra

$$P(A) = \sum_{k=1}^{m} P(A \mid E_k) \cdot P(E_k).$$

***Bayes tétele:***
Ha $E_1, E_2, \ldots, E_m$ teljes eseményrendszer és $\forall k$: $P(E_k) \neq 0$, akkor tetszőleges $A \neq O$-ra

$$P(E_k \mid A) = \frac{P(A \mid E_k) \cdot P(E_k)}{\sum_{j=1}^{m} P(A \mid E_j) \cdot P(E_j)}.$$

## *6.4. Valószínűség-eloszlások*

### *6.4.1. Alapvető összefüggések*

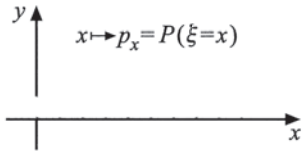
{Az $F(x)$ jelöli az eloszlásfüggvényt, $f(x)$ a sűrűségfüggvényt.}

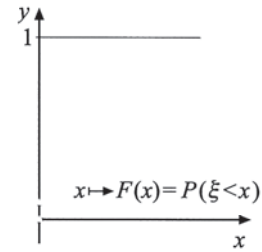
$P(\xi < x) = F(x)$; $P(x \leq \xi) = 1 - F(x)$

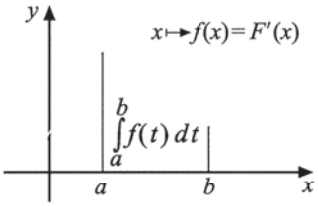
$$F(b) - F(a) = P(a \leq \xi < b) = \begin{cases} \sum_{a \leq x_k < b} p_k \\ \int_a^b f(x)dx \end{cases}$$

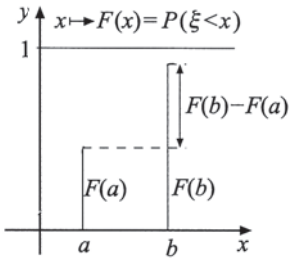
$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt. \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$$

$$\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0. \qquad \lim_{x \to +\infty} F(x) = 1.$$




*6.4.2. Eloszlások jellemzői*

Várható érték: $M(\xi) = \mu$.

Diszkrét: $\mu = \sum_{k=1}^{n} x_k \cdot p_k$.

Folytonos: $\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx$, ha az integrál létezik és véges.

Szórás: $D(\xi) = \sigma$;

Variancia (szórásnégyzet): $D^2(\xi) = \sigma^2$.

Diszkrét $\sigma^2 = M[(\xi - \mu)^2] = M(\xi^2) - \mu^2 = \sum_{k=1}^{n} x_k^2 \cdot p_k - \mu^2$.

Folytonos $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x)dx - \mu^2$.

*Módus* – $\mu_0$: a folytonos sűrűségfüggvény/a diszkrét valószínűségek maximumhelye.

*Medián* – $\mu_e$: az $F(x) = 0{,}5$ egyenlet gyöke (ha pontosan egy van).

A medián két egyenlő részre osztja az $f(x)$ függvény grafikonja alatti területet.

$$\int_{-\infty}^{\mu_e} f(x)dx = \int_{\mu_e}^{\infty} f(x)dx = \frac{1}{2}.$$

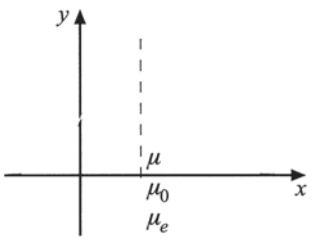
*Variációs köz:* az a legszűkebb $[A; F]$ intervallum, amelyre $P(A \leq \xi \leq F) = 1$.

$A$ = alsó határ, $F$ = felső határ.

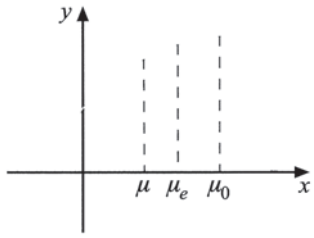
*Terjedelem:* a variációs köz hossza – $dR = F - A$.

*6.4.3. Eloszlástípusok*

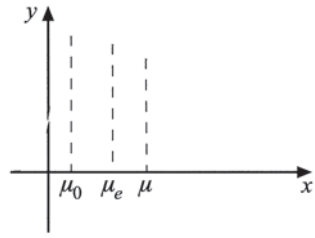
*Szimmetrikus* az eloszlás az $x_0$ középpontra, ha $\forall x\colon f(x_0 - x) = f(x + x_0)$;
Ha szimmetrikus, akkor $\mu = \mu_e = \mu_0 = \tilde{Q} = x_0$. [Fordítva nem igaz!]



szimmetrikus



balra elnyúló



jobbra elnyúló

A *szimmetrikus* eloszlásoknál a közepek tipikus elhelyezkedése [kivétel lehet!]:
$\mu < \mu_e < \mu_0$ – bal oldali aszimmetria,
$\mu_0 < \mu_e < \mu$ – jobb oldali aszimmetria.

*Egy-, két-, többmódusú* az eloszlás, ha a sűrűségfüggvénynek/valószínűségeknek egy, két, több lokális maximuma van. [Unimodális, bimodális, ..., multimodális eloszlások.]

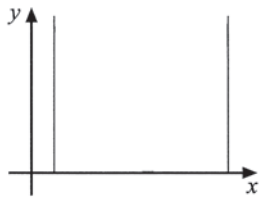
*Excentrikus* eloszlások: sűrűségfüggvényük/valószínűségeik maximuma a variációs köz szélére esik.



L típus



J típus



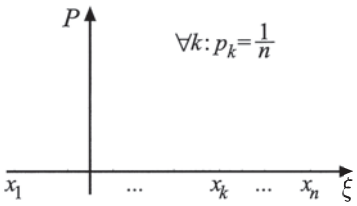
U típus

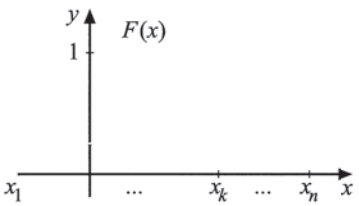
*6.4.4. Nevezetes diszkrét eloszlások*

A várható érték jele: $M(\xi) = \mu$, a szórás jele: $D(\xi) = \sigma$.
Az ábrákon az $x$ tengelyen a valószínűségi változót ($\xi$), az $y$ tengelyen a neki megfelelő valószínűséget ($P(\xi = x)$) szemléltettük.

*Egyenletes eloszlás:*

$$\xi \in \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\};\ \forall k\colon\ P(\xi = x_k) = \frac{1}{n}.\ \mu = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k;\ \sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k^2 - \frac{1}{n^2}\left(\sum_{k=1}^{n} x_k\right)^2.$$



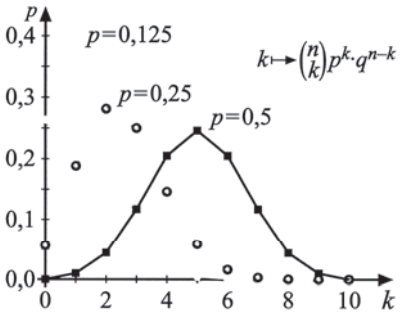



*Binomiális eloszlás:*

Paraméterek: $n \in \mathbb{N}^+$; $p, q \in ]0;1[ \ \wedge \ (p+q=1)$.

$\xi \in \{0, 1, 2, \ldots, n\}$; $\quad \forall k\colon P(\xi = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot q^{n-k}$;

$\mu = np$; $\qquad \sigma^2 = npq$.

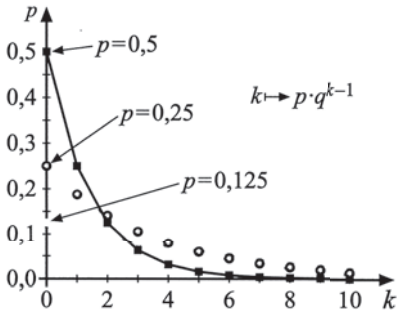



*Geometriai eloszlás:*

Paraméterek: $p, q \in ]0;1[ \ \wedge \ (p+q=1)$.

$\xi \in \{1, 2, 3, \ldots, n, \ldots\}$; $\forall k\colon P(\xi = k) = p \cdot q^{k-1}$;

$\mu = \dfrac{1}{p}$; $\qquad \sigma^2 = \dfrac{1-p}{p^2}$.

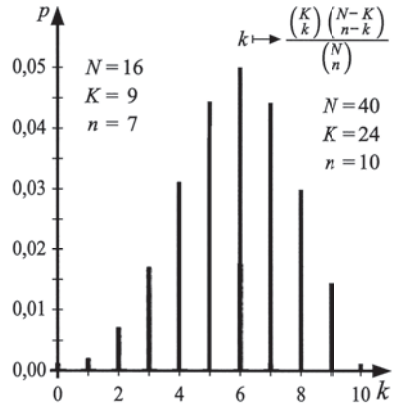



*Hipergeometrikus eloszlás:*

Paraméterek: $K < N$ adott számok, $K, N, n \in \mathbb{N}$.

$\xi \in \{0, 1, 2, 3, \ldots, n\}$; $\quad \forall k\colon P(\xi = k) = \dfrac{\binom{K}{k}\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$;

$\mu = n \cdot \dfrac{K}{N}$; $\qquad \sigma^2 = n \cdot \dfrac{K}{N} \cdot \dfrac{N-K}{N} \cdot \dfrac{N-n}{N-1}$.

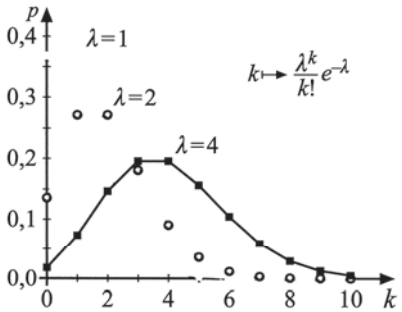



*Poisson-eloszlás:*

Paraméter: $0 < \lambda \in \mathbb{R}$.

$\xi \in \{0, 1, 2, \ldots, n, \ldots\}$; $\forall k\colon P(\xi = k) = \dfrac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$;

$\mu = \lambda$; $\qquad \sigma^2 = \lambda$.

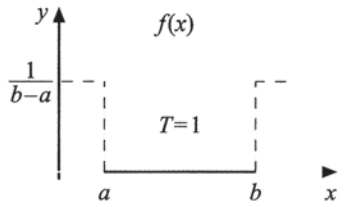


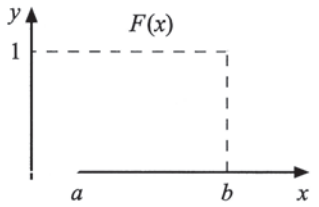
*6.4.5. Nevezetes folytonos eloszlások*

*Egyenletes eloszlás:*

$$\xi \in [a;b]; \qquad f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & \text{ha } a < x < b, \\ 0, & \text{különben} \end{cases} \qquad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \le a, \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{ha } a < x < b, \\ 1, & \text{ha } b \le x. \end{cases}$$

$$\mu = \frac{a+b}{2}; \qquad \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}.$$

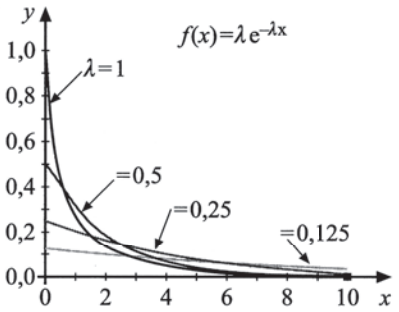


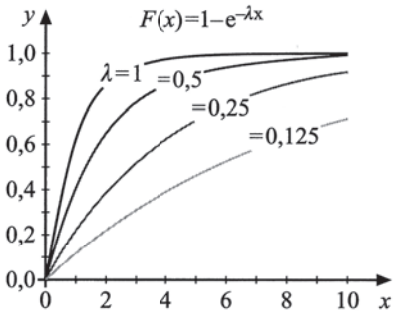




*Exponenciális eloszlás:* Paramétere: $0 < \lambda \in \mathbb{R}$.

$$\xi \in [0;+\infty]; \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda x}, & \text{ha } 0 \le x \\ 0, & \text{különben} \end{cases} \qquad F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & \text{ha } 0 \le x \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{1}{\lambda}; \qquad \sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}.$$



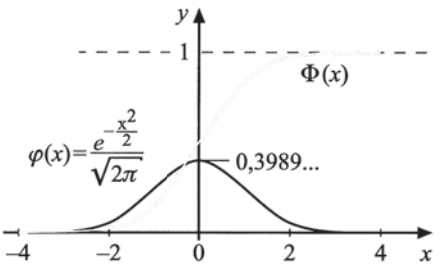




*Standard normális eloszlás:* Jelölése: $N(0, 1)$.
(lásd 10.14. táblázat, 98. oldal)

$$\xi \in [-\infty;+\infty]; \qquad \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi(x)\,dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt.$$

$$\mu = 0; \qquad \sigma^2 = 1.$$

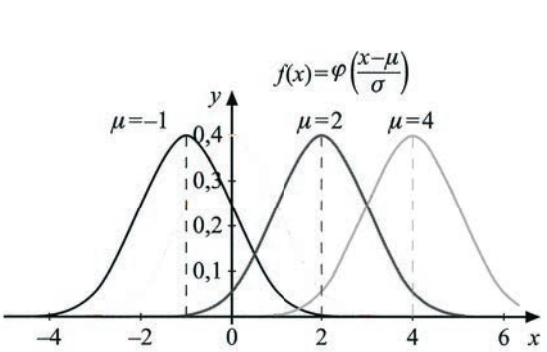


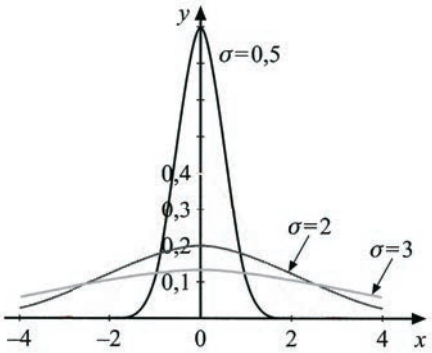
*Normális eloszlás:* Paraméterei: $\mu, \sigma \in \mathbb{R}$. Jelölése: $N(\mu, \sigma)$.

$$\xi \in [-\infty; +\infty] \qquad f(x) = \varphi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt;$$

$$F(x) = P(\xi < x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt.$$

*Standardizálás:* $z = \dfrac{x-\mu}{\sigma}$ helyettesítéssel.

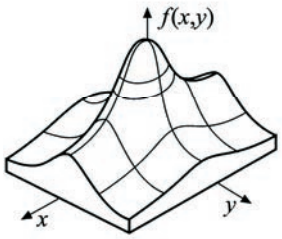



*Kétdimenziós standard normális eloszlás:*

$\xi, \eta \in [-\infty; +\infty]$;

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2}\right].$$

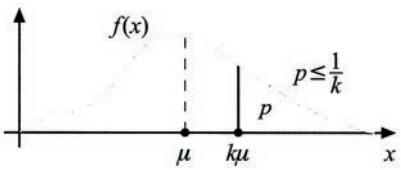



*6.4.6. Nevezetes tételek, összefüggések*

***Markov-féle egyenlőtlenség:***

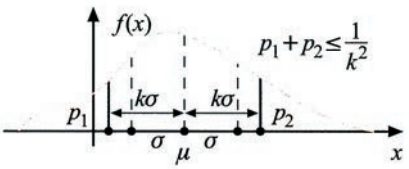
Ha a $0 \leq \xi$ valószínűségi változónak véges a várható értéke ($\mu \in \mathbb{R}$), akkor a változó tetszőleges $0 < k\mu$ számot meghaladó értékeinek valószínűsége $k$ reciprokával arányos:

$$P(k\mu \leq \xi) \leq \frac{1}{k}.$$




***Csebisev-féle egyenlőtlenség:***

Ha a $\xi$ valószínűségi változónak van várható értéke és szórása ($\mu, \sigma \in \mathbb{R}$), akkor az eloszlásnak az a része, amely a várható érték $k \cdot \sigma$ sugarú környezetén kívül esik, legfeljebb $\dfrac{1}{k^2}$, ahol $k > 0$: $P(|\xi - \mu| \geq k \cdot \sigma) \leq \dfrac{1}{k^2}$;
azaz a várható érték $k \cdot \sigma$ sugarú környezetébe legalább az eloszlás $1 - \dfrac{1}{k^2}$ része esik:




$$P(|\xi - \mu| < k \cdot \sigma) = \int_{\mu-k\sigma}^{\mu+k\sigma} f(x)dx \geq 1 - \frac{1}{k^2}.$$

A *„3-szigma" szabály:* ha $\xi$ normális eloszlású valószínűségi változó, akkor a várható érték $1\sigma$, $2\sigma$, $3\sigma$ sugarú környezetébe esik az eloszlás $\approx 68\%$, $\approx 95\%$, $\approx 99{,}7\%$-a; illetve e környezeteken kívül az $\approx \frac{1}{3}$, $\approx \frac{1}{20}$, $\approx \frac{1}{333}$ része.

***Bernoulli tétele:*** A nagy számok gyenge törvénye

Ha egy kísérletben az egyik kimenetel valószínűsége $p$ és a kísérlet $n$-szeri elvégzésekor a kimenetel relatív gyakorisága $f_n$, akkor

$$\lim_{n\to\infty} P(|f_n - p| > \varepsilon) = 0, \quad \forall \varepsilon > 0.$$

***Borel tétele:*** A nagy számok erős törvénye

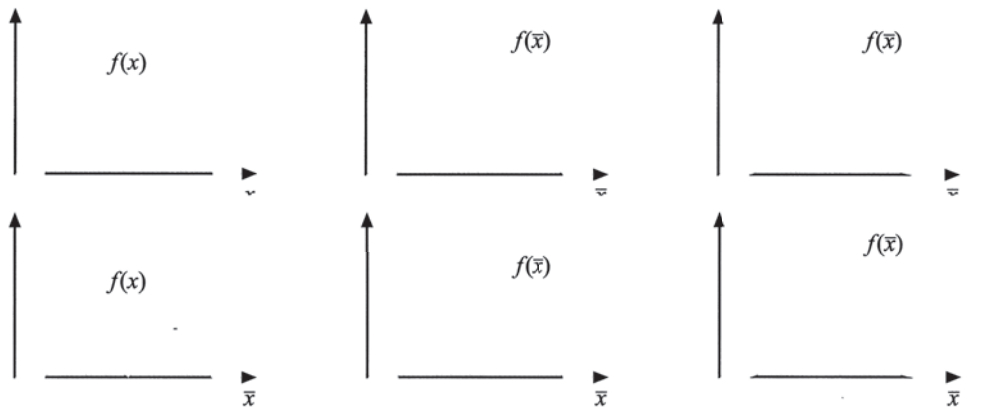
Ha egy kísérletben az egyik kimenetel valószínűsége $p$ és a kísérlet 1, 2, ..., $n$, ...-szeri elvégzésekor a kimenetel relatív gyakorisága $f_1$, $f_2$, ..., $f_n$, ..., akkor

$$P\left(\lim_{n\to\infty} \frac{f_1 + f_2 + \ldots + f_n}{n} = p\right) = 1.$$

*A központi határeloszlás-tétel:*

Ha a $\xi_1, \xi_2, \ldots$ azonos eloszlású – $\forall i\colon (\mu = \mu_i) \ \wedge \ (\sigma = \sigma_i)$ –, független és véges szórású változók, akkor:

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{\xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} < x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt.$$




A populáció sűrűségfüggvénye | Az átlag megoszlása $n = 2$ mintából | Az átlag megoszlása $n = 5$ mintából

# 7. STATISZTIKA

## *7.1. Adatok feldolgozása, ábrázolása*

### *7.1.1. Általános jelölések*

$n$ – mintanagyság, a minta elemeinek száma.

$m$ – osztályközök, kategóriák, lehetséges értékek száma.

$\mu, \sigma, \mu_e, \mu_0, \ldots$ – a populáció paraméterei: átlag, szórás stb. (görög betűk).

$\bar{x}, s, m_e, m_0, \ldots$ – a mintastatisztikák: átlag, szórás stb. (latin betűk).

$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ – az adatsor elemei.

$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \ldots, \bar{x}_m$ – osztályközepek.

$g_1, g_2, g_3, \ldots, g_m$ – a gyakoriságok sora.

$G_1, G_2, G_3, \ldots, G_m$ – a kumulált gyakoriságok sora.

$f_1, f_2, f_3, \ldots, f_m$ – a relatív gyakoriságok sora.

$F_1, F_2, F_3, \ldots, F_m$ – a kumulált relatív gyakoriságok sora.

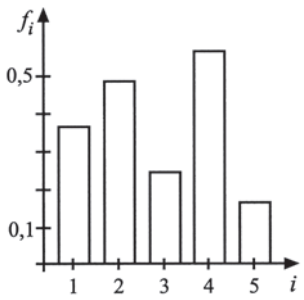
$\sum$ – összegezés jelzése, ha minden elemre vonatkozik.

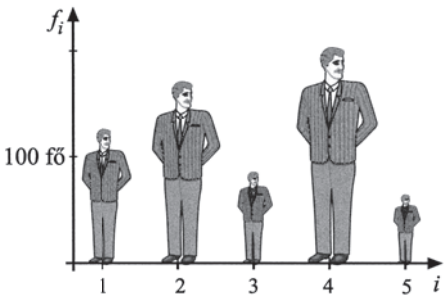
### *7.1.2. Gyakorisági sorok*

$$\sum g_i = n \quad G_i = \sum_{k=1}^{i} g_k; \quad G_m = n \quad f_i = \frac{g_i}{\sum g_i} = \frac{g_i}{n}; \quad \sum f_i = 1 \quad F_i = \sum_{k=1}^{i} f_k; \quad F_m = 1$$

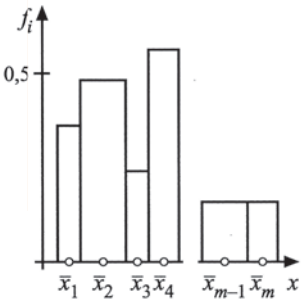
### *7.1.3. Diagramok*

*Oszlopdiagram:* az abszcisszatengely tetszőleges pontjaiban azonos alapú és a $g_i$ vagy az $f_i$ gyakoriságokkal arányos magasságú téglalapok, oszlopok, alakok alkotják.

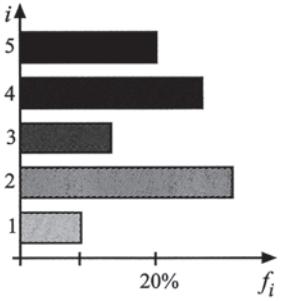


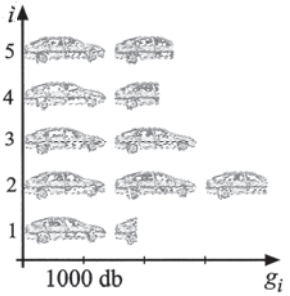



*Hisztogram:* az osztályközök fölé emelt $g_i$ vagy $f_i$ magasságú téglalapok.



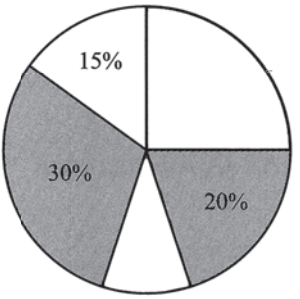

*Szalagdiagram – sávdiagram:* az oszlopdiagram 90 fokkal elforgatva.



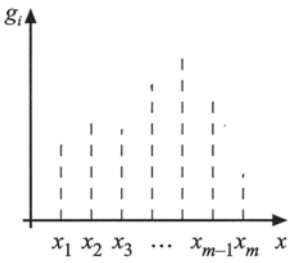




*Kördiagram:* a $g_i$ vagy az $f_i$ gyakoriságokat $c_i$ szögű körcikkek ábrázolják,

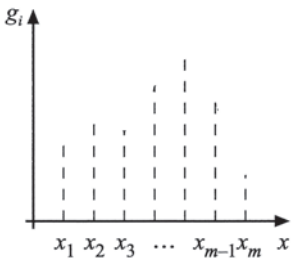
$$\forall i: c_i = \frac{360^\circ}{n} \cdot g_i = 360^\circ \cdot f_i.$$



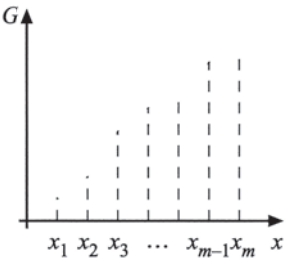

*Gyakorisági grafikonok:*




poligon




görbe




ogiva

### 7.2.1. Közepek, átlagok

*Aritmetikai közép*

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}.$$

*Súlyozott aritmetikai közép*

$$x' = \frac{s_1x_1 + s_2x_2 + s_3x_3 + \ldots + s_nx_n}{s_1 + s_2 + s_3 + \ldots + s_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} s_ix_i}{\sum_{i=1}^{n} s_i}.$$

*Geometriai közép*

$$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \ldots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i}.$$

*Harmonikus közép*

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}; \quad \frac{n}{H} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \ldots + \frac{1}{x_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}.$$

*Négyzetes közép*

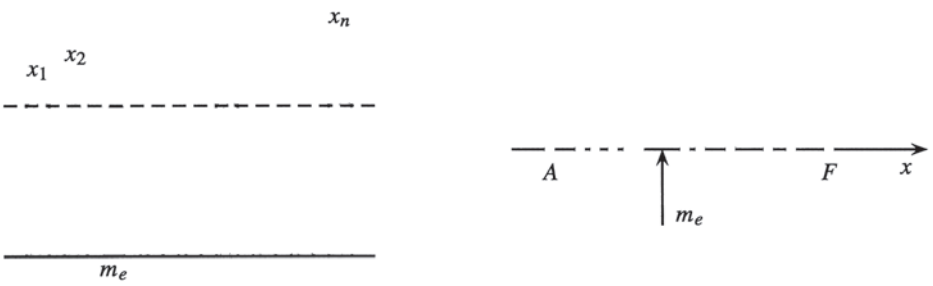
$$Q = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \ldots + x_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}}.$$

Mintaközép, standard középérték:

az adatsorból számolva: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$.

a gyakorisági sorokból: $\bar{x} = \frac{\sum g_i\bar{x}_i}{\sum g_i} = \sum f_i\bar{x}_i$.

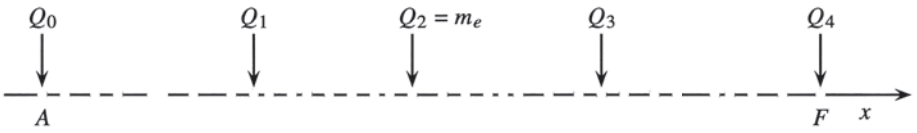
*Medián* – $m_e$: a nagyság szerint rendezett adatsor
– középső eleme, ha $n$ páratlan;
– a két középső elem átlaga, ha $n$ páros.



*Percentilisek* – $P_1, P_2, \ldots, P_{99}$: a rendezett adatsort 100 egyenlő részre tagolják.

*Kvartilisek*– $Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$: a rendezett adatsort 4 egyenlő részre tagolják.

$[\min(x_i) = A = Q_0, \quad Q_4 = F = \max(x_i)$ és $m_e = Q_2]$




*Kvartilisközép:* $q = \dfrac{Q_1 + Q_3}{2}$.

*Módus* – $m_0, m_1, \ldots$ a rendezett gyakorisági sor maximumhelyei.

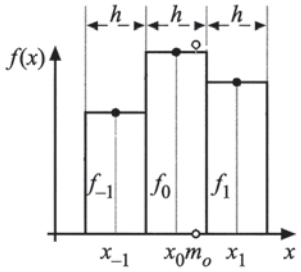
*Modális köz:* osztályköz/intervallum, amelybe a legnagyobb adat, gyakoriság esik.

*Nyersmódus* – $x_0$*:* a modális köz közepe.

A módus helyesbítése parabolikus interpolációval:

$$m_0 = x_0 - \frac{f_{+1} - f_{-1}}{2(f_{-1} - 2f_0 + f_{+1})} \cdot h,$$

$h$ az osztályközök szélessége,
$f_0$ a modális köz relatív gyakorisága,
$f_{-1}$ és $f_{+1}$ a két szomszédos köz gyakorisága.




## 7.3. A szóródás jellemzői

*Terjedelem:* a legnagyobb és a legkisebb adat különbsége,

$F - A = \max(x_i) - \min(x_i)$.

*Kvartiliseltérés:* a felső és az alsó kvartilis különbségének fele,

$$dQ = \frac{Q_3 - Q_1}{2}.$$

Szimmetria esetén: $Q_1 = q - dQ, \quad Q_3 = q + dQ$.

*Középeltérés:* a mediántól való abszolút eltérések számtani közepe,

$$d = \overline{|x_i - m_e|} = \frac{\sum |x_i - m_e|}{n} = \frac{\sum g_i \cdot |\bar{x}_i - m_e|}{\sum g_i} = \sum f_i \cdot |\bar{x}_i - m_e|.$$

*Variancia* (*szórásnégyzet*), a mintaközéptől való eltérések négyzetes közepe

$$s^2 = \overline{(x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum g_i \cdot (\bar{x}_i - \bar{x})^2}{\sum g_i} = \sum f_i \cdot (\bar{x}_i - \bar{x})^2.$$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{\sum g_i \cdot \bar{x}_i^2}{\sum g_i} - (\bar{x})^2 = \sum f_i \cdot \bar{x}_i^2 - (\bar{x})^2.$$

*Szórás:* a variancia négyzetgyöke

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\overline{(x^2)} - (\bar{x})^2}.$$

Relatív szórás: $s' = \frac{s}{\bar{x}}$.

### *7.4. Szimmetria és lapultság*

A *ferdeség* (aszimmetria) gyakorlatban használt mérőszámai:

$$g = \frac{\bar{x} - m_0}{s} \text{ és } g' = \frac{q - m_e}{dQ}.$$

Negatív értékek jobb oldali, pozitív értékek bal oldali aszimmetriát jeleznek.

A *lapultság* gyakorlatban használt mérőszáma:

$$l = \frac{\overline{(x_i - \bar{x})^4}}{s^4}.$$

A normális eloszlásnál $l = 3$;
az $l > 3$ ennél csúcsosabb,
az $l < 3$ pedig laposabb eloszlást jelez.

### *7.5. Korreláció, regresszió*

**A statisztikai modell:** az adatsor a minta elemeinek két ismérvét tartalmazza.
**Matematikai modell:** a mérés a minta $i$-edik eleméhez hozzárendeli a sík egy pontját –

$\{1, 2, 3, \ldots, n\} \to \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \quad i \mapsto (x_i, y_i)$.

#### *7.5.1. Általános jelölések*

$1, 2, \ldots, i, \ldots, n$ – az elemek indexe,

$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ – az egyik adatsor elemei,

$y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n$ – a másik adatsor elemei.

### 7.5.2. Korreláció

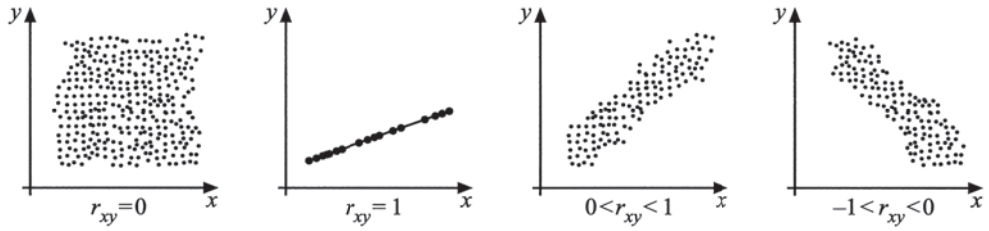
*Kovariancia:* $\mathrm{Cov}(x, y) = \dfrac{\sum[(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})]}{n}$.

$$\mathrm{Cov}(x, y) = \overline{(x \cdot y)} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{\sum(x_i \cdot y_i)}{n} - \frac{\sum x_i}{n} \cdot \frac{\sum y_i}{n}.$$

*Korrelációs együttható:* $r_{xy} = \dfrac{\mathrm{Cov}(x, y)}{s_x \cdot s_y}$, ahol $s_x$ és $s_y$ a két adatsor szórása.

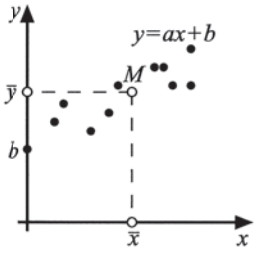
Ha $|r| = 1$ – a két ismérv *szoros* (lineáris) korrelációs kapcsolatban van.

Ha $r = 0$ – $x$ és $y$ *korrelálatlanok* (nem feltétlenül függetlenek!).




### 7.5.3. Lineáris regreszió

*Regressziós egyenes:* (az $y$ változónak az $x$-re vonatkozó regressziós egyenese) az $y = a \cdot x + b$ egyenletű egyenes, amitől a minta ponthalmazának ordinátairányú eltéréseinek négyzetösszege $\sum(a \cdot x_i + b - y_i)^2$ minimális.




*Regressziós együttható:*

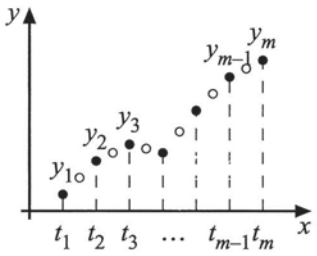
$$a = \frac{\overline{(x \cdot y)} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{(x^2)} - (x)^2} = \frac{n \cdot \sum(x_i \cdot y_i) - \left(\sum x_i\right) \cdot \left(\sum y_i\right)}{n \cdot \sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}.$$

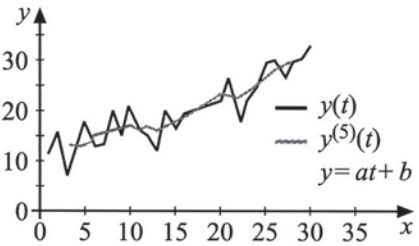
*Tengelymetszet:* $b = \bar{y} - a \cdot \bar{x} = \dfrac{\sum y_i - a \cdot \sum x_i}{n}$.

[A regressziós egyenes átmegy az $M(\bar{x}, \bar{y})$ ponton.]

Egyenlő időközökben – $t_1, t_2, \ldots, t_n$ – mért $y_1, y_2, \ldots, y_n$ adatsor.

*Kronologikus átlag:* $\bar{y} = \dfrac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1} = \dfrac{\frac{y_1}{2} + \left(\sum_{i=2}^{n-1} y_i\right) + \frac{y_n}{2}}{n-1}.$




*Mozgó átlagok sora:*

3 tagú mozgó átlagok sora: $y_2^{(3)}, y_3^{(3)}, \ldots, y_{n-1}^{(3)}$; $y_i^{(3)} = \dfrac{y_{i-1} + y_i + y_{i+1}}{3}$.

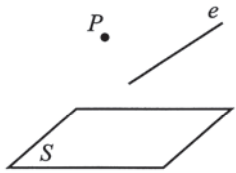
5 tagú mozgó átlagok sora: $y_3^{(5)}, y_4^{(5)}, \ldots, y_{n-2}^{(5)}$; $y_i^{(5)} = \dfrac{y_{i-2} + y_{i-1} + y_i + y_{i+1} + y_{i+2}}{5}$.

*Lineáris trend* = a regressziós egyenes: $y = a \cdot t + b$.

## 8. ELEMI GEOMETRIA

### *8.1. Térelemek*

a pont, az egyenes, a sík.



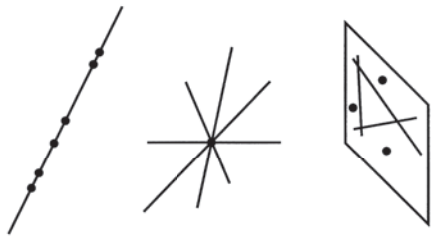

*A térelemek kapcsolata*

**Illeszkedő** két térelem, ha egyik tartalmazza a másiknak minden pontját.

*Kollineárisak* azok a pontok, amelyek ugyarra az egyenesre illeszkednek.

*Konkurensek* azok az egyenesek, amelyek ugyanarra a pontra illeszkednek.

*Komplanárisak* azok a pontok/egyenesek, amelyek ugyanarra a síkra illeszkednek.

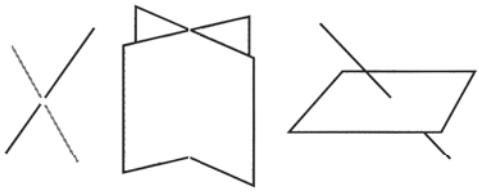


*Közös része – metszete* – két alakzatnak a közös pontjaik halmaza.

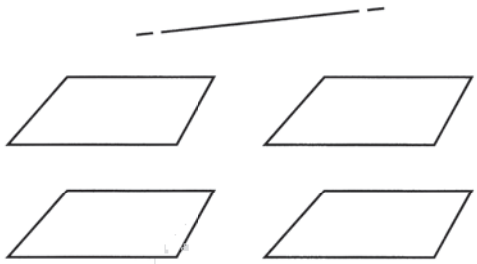
*Metszéspont:* két egyenes közös pontja.

*Metszésvonal:* két sík közös egyenese.

*Döféspont:* egyenes és sík közös pontja.



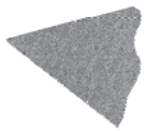
*Összekötője – közös tartója* – több térelemnek az, amelyre mind illeszkedik.



### *8.2. Szögek*

#### *8.2.1. Szög – szögtartomány*

Egy pontból induló két félegyenes a síkot két *szögtartományra* bontja.



*A szög szárai* a szögtartományokat határoló félegyenesek.

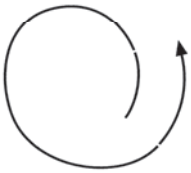
*A szög csúcsa* a szárak közös kezdőpontja.

*A szögvonalat* a szögtartományt kijelölő félegyenesek alkotják.

*Irányított szöget – szögtartományt* kapunk, ha a szárak sorrendjét is előírjuk.



*Forgásszöghöz* jutunk, ha egy félegyenest a kezdőpontja körül forgatunk.



**Szögek**

*Az egyenesszög* két szára egy egyenest alkot, a szögtartományok félsíkok.



*Derékszög – rectus –* az egyenesszög fele, szögtartománya a „negyedsík".



*Hegyesszög* [tartománya] kisebb a derékszögnél.



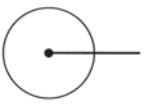
*Tompaszög* [tartománya] nagyobb a derékszögnél, de kisebb az egyenesszögnél.



*Nullszög* szárai egybeesnek, a szögtartományt ezeknek a pontjai alkotják.



*Teljesszög* szárai egybeesnek, a szögtartomány a teljes sík.



*Konvex* szög a null-, a hegyes-, a derék-, a tompa- és az egyenesszög.
*Konkáv* szög [tartománya] nagyobb az egyenesszögnél.

**Szögpárok**

*Mellékszögek* szögtartományai együtt egy félsíkot alkotnak.
*Csúcsszögek* szárai páronként egymás meghosszabbításai.
*Egyállású szögek* szárai azonos irányú párhuzamos félegyenesek.
*Váltószögek* szárai ellentétes irányú párhuzamos félegyenesek.



*Mellékszögek*



*Csúcsszögek*



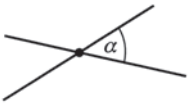
*Egyállású szögek*



*Váltószögek*

*Pótszögek* összege egy derékszöggel egyenlő.
*Kiegészítő szögek* összege egy egyenesszög = két derékszög.

*Hajlásszög* a két metsző egyenes által alkotott szögek közül az, amelyik a másiknál kisebb vagy egyenlő (egyenesszögnél).




*Merőleges* két egyenes, ha négy derékszögre [szögtartományra] osztják a síkot.




*Szögmértékek:*

A teljesszög mértéke $360°$ (fok) $= 400^g$ (*gon*, újfok) $= 2\pi$ (radián) $= 6000^v$ (vonás).
A kisebb egységek: $1° = 60'$, $1' = 60''$, illetve $1^g = 100^c$, $1^c = 100^{cc}$.
A körben egy szög radiánban vett mértéke a hozzá tartozó ív hossza és a sugár aránya. Az 1 radiánhoz tartozó ív hossza a sugárral egyenlő: 1 rad $\approx 57{,}3°$.

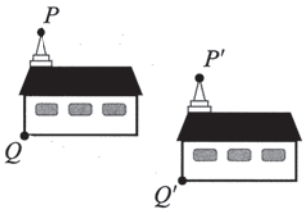
## 8.3. Geometriai transzformációk

*Transzformáció:* egyértelmű pont-pont megfeleltetés, leképezés: $P \mapsto P'$.
*Invariáns alakzat*: egybeesik a képével.
*Fix alakzat:* pontonként invariáns alakzat.
*Tengely (axis):* ≡ fixegyenes.
*Középpont (centrum):* olyan fixpont, amelyre illeszkedő minden egyenes invariáns.

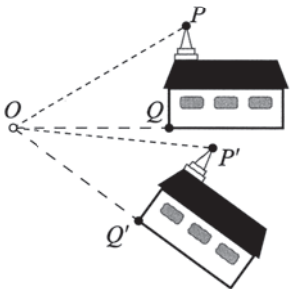
### 8.3.1. Elemi síktranszformációk

*Identitás:* bármely pontnak önmaga a képe.

*Eltolás (párhuzamos eltolás):* $\overrightarrow{PP'} = \overrightarrow{QQ'} = \mathbf{t}$.
Az eltolást az irányával és a nagyságával, az *eltolásvektorral* adjuk meg.
Invariánsak az eltolás irányával párhuzamos egyenesek.

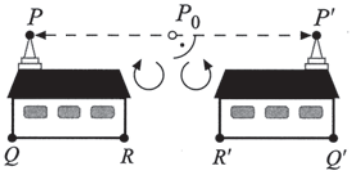



*Elforgatás (pont körüli forgatás):*
$P\,O\,P' \sphericalangle = Q\,O\,Q' \sphericalangle = \alpha$.
Az elforgatást a középponttal, az elforgatás irányával és szögével adjuk meg.
Invariáns az $O$ pont (de nem centrum!).




*Tükrözés egyenesre (tengelyes tükrözés):*

$\overrightarrow{PP_0} = \overrightarrow{P_0P'}$, $PP' \perp \mathbf{t}$.
A tükrözést a tengelyével adjuk meg.
Invariáns a tengely pontonként és a tengelyre merőleges egyenesek.

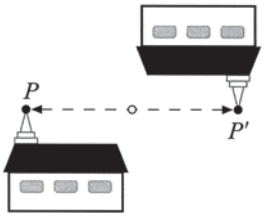


*Tükrözés pontra (középpontos tükrözés):*

$\overrightarrow{OP'} = -\overrightarrow{OP}$

A tükrözést a centrumával adjuk meg.

Invariáns a centrum és a centrumra illeszkedő egyenesek.



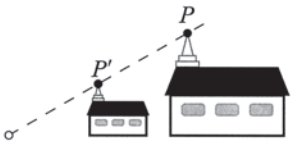

*Középpontos hasonlóság (homotécia):*

$\overrightarrow{OP'} = k \cdot \overrightarrow{OP}$. A középpontos hasonlóságot az $O$ centrumával és a hasonlóság arányával adjuk meg.

Ha $|k| > 1$: nagyítás, ha $|k| < 1$: kicsinyítés, ha $k = 1$: identitás.

Ha $k = -1$: középpontos tükrözés.

Invariáns a centrum és a centrumra illeszkedő egyenesek.




*Merőleges affinitás:*

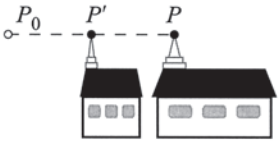
$\overrightarrow{P_0P'} = k \cdot \overrightarrow{P_0P}$, $PP' \perp \mathbf{t}$.

A merőleges affinitást a tengelyével és az affinitás arányával adjuk meg.

Ha $|k| > 1$: nyújtás, ha $|k| < 1$: összenyomás, ha $k = 1$: identitás.

Ha $k = -1$: tengelyes tükrözés.

Invariáns a tengely pontonként és a tengelyre merőleges egyenesek.

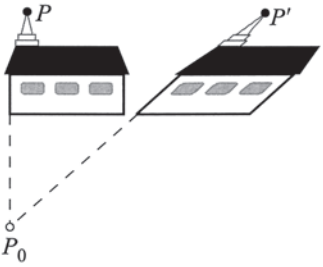



*Nyírás:*

$\overrightarrow{PP'} = k \cdot \overrightarrow{P_0P}$, $PP' \parallel \mathbf{t}$.

A nyírást a $t$ tengellyel és $P \mapsto P'$ pontpárral (vagy $k$-val) adjuk meg.

Invariáns a tengely pontonként és a tengellyel párhuzamos egyenesek.



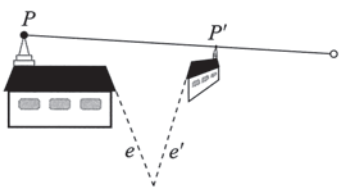

*Centrális-axiális kollineáció:*

$O \in PP'$; $ee' \in t$.

Ezt a kollineációt az $O$ centrummal, a $t$ tengellyel és egy $P \mapsto P'$ pontpárral adjuk meg.

($PP'$ egyenes $O$-ra, $ee'$ metszéspont $t$-re illeszkedik.)

Invariáns a tengely pontonként, a centrum sugaranként.



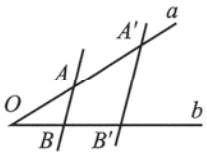

*8.3.2. Összetett transzformációk:*

Véges sok elemi transzformáció egymás után végrehajtva.
(Az összetevők sorrendje általában nem cserélhető fel!)
*Egybevágóság:* identitás, eltolások, forgatások, tükrözések egymásutánja.
*Hasonlóság:* egybevágóságok és középpontos hasonlóságok egymásutánja.
*Affinitás:* hasonlóságok és tengelyes affinitások, nyírások egymásutánja.
*Projektivitás:* affinitások és centrális-axiális kollineációk egymásutánjai.

### 8.4.1. Elemi geometriai tételek

*Párhuzamos szelők tételei:*

Ha egy szög szárait párhuzamosokkal metsszük, akkor




– az egyik száron keletkező metszetek aránya megegyezik a másik száron levő megfelelő metszetek arányával:

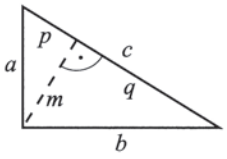
$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB};$$

– a párhuzamosokból a szögszárak által kimetszett szakaszok aránya megegyezik végpontjuk szögcsúcstól mért távolságának arányával:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB}.$$

***Pitagorasz tétele***

A derékszögű háromszög befogóinak négyzetösszege az átfogó négyzetével egyenlő:




$c^2 = a^2 + b^2$. (lásd 10.12. táblázat, 96. oldal)

*Befogótétel (**Eukleidész tétele**)*

A derékszögű háromszögben a befogó az átfogóra eső merőleges vetületének és az átfogónak a mértani közepe:

$a^2 = p \cdot c, \qquad b^2 = q \cdot c.$

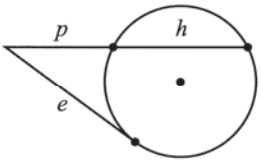
*Magasságtétel (**Eukleidész tétele**)*

A derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó magasság a befogók átfogóra eső merőleges vetületeinek mértani közepe:

$m^2 = p \cdot q.$

*A kör érintője és szelője közötti kapcsolat*

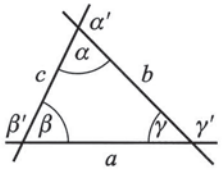
Egy külső pontból a körhöz húzott érintő hossza mértani közepe az e pontból húzott szelő két szeletének:




$e^2 = p \cdot (p + h).$

*8.4.2. A háromszög nevezetes tulajdonságai*

*Az oldalak és szögek viszonyai:*




Bármelyik két oldal összege nagyobb a harmadiknál:

$a+b>c; \qquad a+c>b; \qquad b+c>a.$

A nagyobb oldallal szembeni szög nagyobb és a nagyobb szöggel szembeni oldal nagyobb:

$a<b \Leftrightarrow \alpha<\beta.$

A belső szögek összege az egyenesszöggel egyenlő:

$\alpha+\beta+\gamma=\pi=180°.$

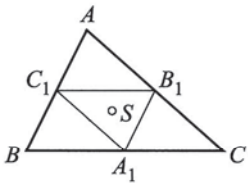
A külső szögek összege a teljesszöggel egyenlő:

$\alpha'+\beta'+\gamma'=2\pi=360°.$

A külső szög a másik két belső szög összegével egyenlő:

$\alpha'=\beta+\gamma; \qquad \beta'=\alpha+\gamma; \qquad \gamma'=\alpha+\beta.$

*Súlyvonal, középvonal, súlypont:*



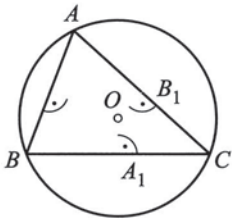

A háromszög súlyvonala a csúcsot a szemközti oldal felezőpontjával összekötő egyenes szakasz: $AA_1$, $BB_1$, $CC_1$.

Az $S$ súlypont a három súlyvonal egyetlen közös pontja. A súlypont mindegyik súlyvonalat 2 : 1 arányban osztja [a csúcshoz közelebbi szakasz a nagyobb].

$BA_1=A_1C, \qquad AB_1=B_1C, \qquad AS:SA_1=2:1.$

A középvonalak az oldalfelezőpontokat összekötő szakaszok: $2\cdot B_1C_1=BC$.

*Oldalfelező merőleges, körülírt kör:*



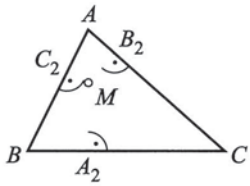

Az oldalfelező merőleges a háromszög oldalának felezőpontjában emelt merőleges egyenes: $A_1O$, $B_1O$, $C_1O$.

A háromszög körülírt köre a három csúcsponton megy keresztül, $O$ középpontja az oldalfelező merőlegesek egyetlen közös pontja:

$BA_1=A_1C, \qquad AB_1=B_1C,$

$OA_1\perp BC, \qquad OB_1\perp AC.$

*Magasságvonal, magasságpont:*




A magasságvonal a háromszög csúcsából a szemköztes oldalegyenesére bocsátott merőleges egyenes: $A_2A$, $B_2B$, $C_2C$.

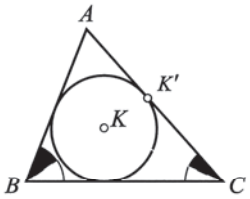
Az $M$ magasságpont a három magasságvonal egyetlen közös pontja.

$AA_2\perp BC,$

$BB_2\perp AC.$

*Szögfelezők, beírt kör, hozzáírt körök:*

A szögfelezők a csúcsra illeszkedő, a belső vagy a külső szöget felező félegyenesek.

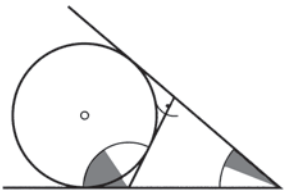



A beírt kör a belső szögfelezők egyetlen közös $K$ pontja körül írt, az oldalakat érintő kör.

A hozzáírt körök egy belső és két külső szögfelező közös pontja körül írt, az oldalegyeneseket érintő körök.

Az egy csúcshoz tartozó belső és külső szögfelezők merőlegesek egymásra.

A belső szögfelező a szemközti oldalt a szomszédos oldalak arányában metszi.

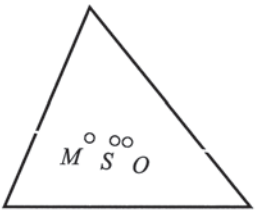


$ABK\sphericalangle = KBC\sphericalangle$,

$CK' : K'A = CB : AB$.

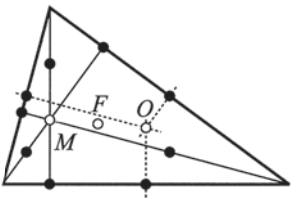
***Euler-egyenes:***

A háromszög $M$ magasságpontja, $S$ súlypontja és a körülírt kör $O$ középpontja egy egyenesen van, és az $MO$ szakaszt a súlypont $MS : SO = 2 : 1$ arányban osztja.




***Feuerbach-kör* (9 pont köre):**

A háromszög oldalainak felezőpontjai, a magasságainak talppontjai és a magasságpontot a csúcsokkal összekötő szakaszok felezőpontjai egy körön fekszenek. E kör $F$ középpontja felezi az $M$ magasságpontot a körülírt kör $O$ középpontjával összekötő szakaszt: $MF = FO$.




*8.4.3. Négyszögek*

A négy belső szög összege egy teljesszöggel egyenlő:

$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 2\pi = 360°$.

**Különleges négyszögek:**

*Konvex:* minden szöge konvex ($< 180°$).

*Trapéz:* van párhuzamos oldalpárja.

Ezek a trapéz *alapjai,* a másik kettő a két *szára.*

*Deltoid:* két-két szomszédos oldala egyenlő.

Átlói merőlegesek, egyikre szimmetrikus. Ez a másiknak felezőmerőlegese.

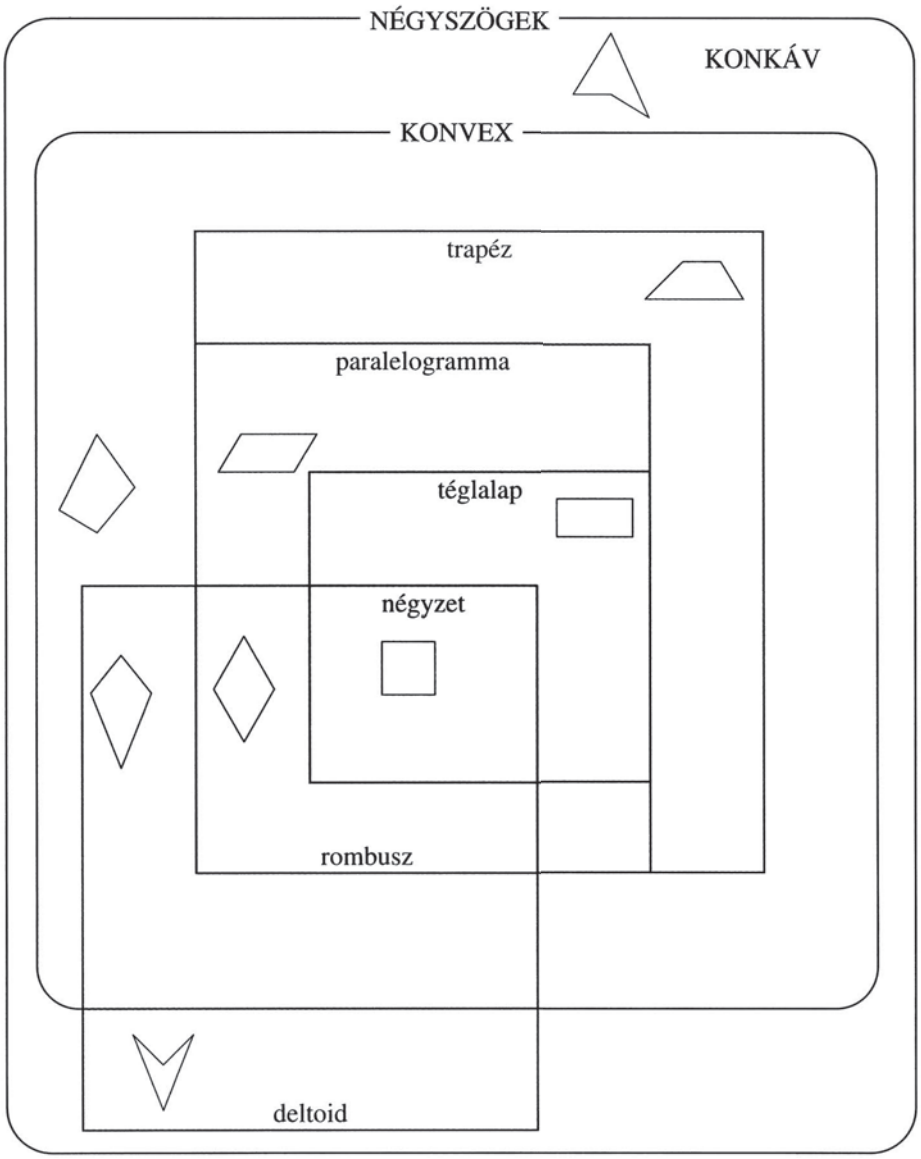
*Paralelogramma:* mindkét szemköztes oldalpárja párhuzamos.

Szemköztes oldalpárjai, szögpárjai egyenlők, középpontosan szimmetrikus.

*Téglalap:* derékszögű paralelogramma.

Átlói egyenlők, két tengelyre szimmetrikus.

*Rombusz:* egyenlő oldalú paralelogramma.
Átlói merőlegesek, ezekre szimmetrikus.
*Négyzet:* egyenlő oldalú és egyenlő szögű paralelogramma.
Négy szimmetriatengelye van.
*Húrnégyszög:* csúcsai egy körre illeszkednek.
Szemköztes szögpárjainak összege: $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180°$.
*Érintőnégyszög:* oldalai egy kört érintenek.
Szemköztes oldalpárjainak összege megegyezik: $a + c = b + d$.

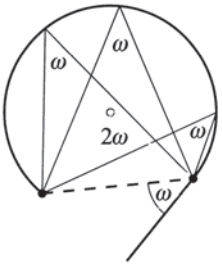


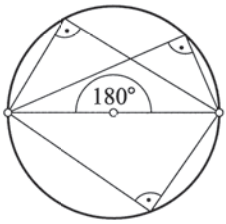
*8.4.4. A kör néhány nevezetes tétele*

*Kerületi és középponti szögek:*

A kör egy ívéhez (és a vele egyenlő ívekhez) tartozó kerületi szögek egyenlők.

Az ívhez tartozó középponti szög a megfelelő kerületi szögeknek a kétszerese.



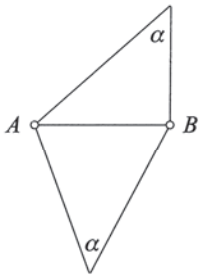




***Thalész tétele:***

Azoknak a pontoknak a halmaza, amelyekből egy szakasz derékszögben látszik, két olyan nyílt félkör, amelyeknek a szakasz az átmérője.

*Látókörívek* (a ***Thalész-tétel*** általánosítása):

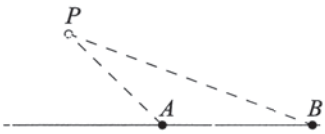
Azoknak a pontoknak a halmaza, amelyekből egy szakasz $0 < \alpha < 180°$ szögben látszik, két nyílt félkörív, amelyeknek a szakasz egy közös húrja.

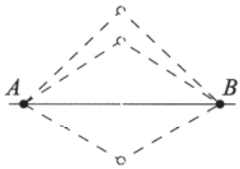



***Apollóniusz-kör,*** *szakaszfelező merőleges:*

Azoknak a pontoknak a halmaza, amelyeknek két ponttól való távolságának aránya 1-től különböző állandó, egy kör, amelynek középpontja a két pont összekötő egyenesén fekszik.

Azoknak a pontoknak a halmaza, amelyeknek két ponttól való távolsága egyező, a két pontot összekötő szakaszt merőlegesen felező egyenes.



*8.4.5. Síkidomok kerülete ($K$), területe ($T$)*

A képletekben az $a$, $b$, $c$, ... változók az idomok oldalainak, $m$ a magasságnak, $r$ a beírt, $R$ a körülírt kör sugarának, az $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, ... a szögeknek a mérőszámát jelölik. A fel nem sorolt jelölések értelmezésében az ábra ad segítséget. A képletekben $\widehat{\alpha}$, illetve $\alpha^\circ$ az $\alpha$ szög radiánban, illetve fokban mért értékét jelöli.

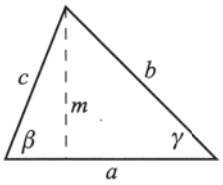
*Háromszög:*

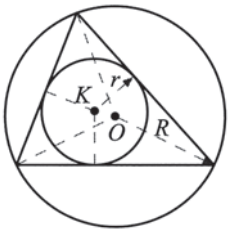
$K = 2s = a + b + c,$

$$T = \frac{am}{2} = \frac{ab\sin\gamma}{2} = \frac{abc}{4R} = sr.$$

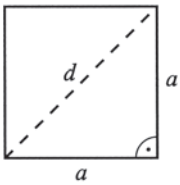
***Héron-képlet:***

$$T = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$



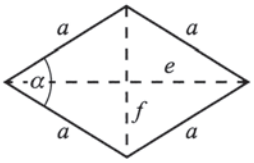

*Négyzet:*




$K = 4a,$

$$T = a^2 = \frac{d^2}{2}.$$

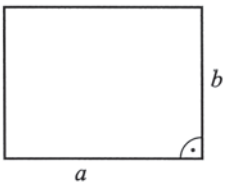
*Rombusz:*




$K = 4a,$

$$T = \frac{ef}{2} = a^2\sin\alpha.$$

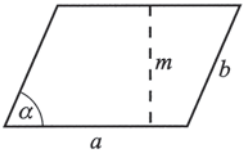
*Téglalap:*




$K = 2(a + b),$

$T = ab.$

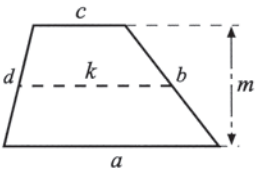
*Paralelogramma:*




$K = 2(a + b),$

$T = am = ab\sin\alpha.$

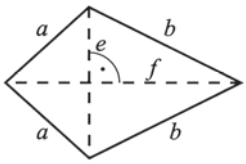
*Trapéz:*




$K = a + b + c + d,$

$$T = \frac{a+c}{2}m = km.$$

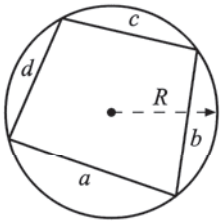
*Deltoid:*




$K = 2(a + b),$

$$T = \frac{ef}{2}.$$

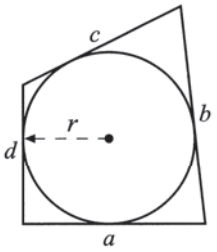
*Húrnégyszög:*




$K = 2s = a + b + c + d,$

$T = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}.$

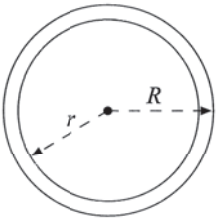
*Érintőnégyszög:*




$K = 2s = a + b + c + d,$

$T = sr.$

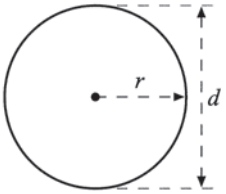
*Szabályos n-szög:*




$K = na,$

$T = \frac{nR^2 \sin\alpha}{2} = \frac{nar}{2};\ \alpha = \frac{360°}{n}.$

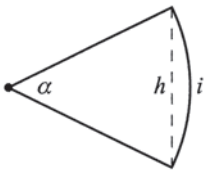
*Kör:*




$K = 2\pi r = \pi d,$

$T = \pi r^2 = \frac{d^2\pi}{4}.$

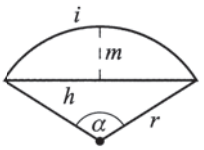
*Körcikk:*




$i = \widehat{\alpha} \cdot r = \frac{\alpha° \cdot r \cdot \pi}{180°},$

$T = \frac{1}{2}ir = \frac{\widehat{\alpha}r^2}{2} = \frac{\pi\alpha°}{360°}r^2.$

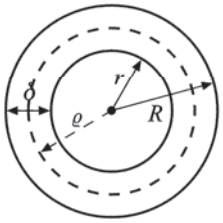
*Körszelet:*




$m = r - \frac{\sqrt{4r^2 - h^2}}{2} = r - r \cdot \cos\frac{\alpha}{2},$

$T = \frac{ir - h(r-m)}{2}.$

*Körgyűrű:*

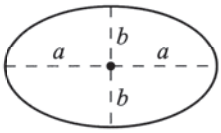



$K = 2\pi(R + r),$

$T = \pi(R^2 - r^2) = 2\pi\varrho\delta.$

$\delta = R - r,\ \varrho = \frac{R + r}{2}$

*Ellipszis:*




$T = \pi ab.$

*Parabolaszelet:*




$T = \frac{2}{3}hm.$

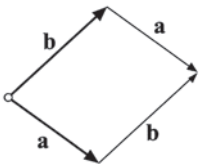
### 8.5.1. Műveletek vektorokkal

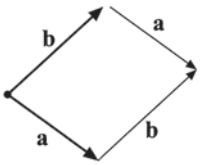
Összeadás-kivonás:

$\mathbf{a}+\mathbf{b}=\mathbf{b}+\mathbf{a}$, kommutatív. $\quad |\mathbf{a}+\mathbf{b}| \le |\mathbf{a}|+|\mathbf{b}|$.

$(\mathbf{a}+\mathbf{b})+\mathbf{c}=\mathbf{a}+(\mathbf{b}+\mathbf{c})$, asszociatív. $\quad \mathbf{a}-\mathbf{b}=\mathbf{c} \Leftrightarrow \mathbf{a}=\mathbf{b}+\mathbf{c}$.

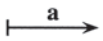


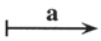




Szorzás skalárral:

$\mathbf{b}=\lambda\mathbf{a} \Rightarrow |\mathbf{b}|=|\lambda|\cdot|\mathbf{a}| \wedge \mathbf{b} \parallel \mathbf{a}$.




$\lambda\mathbf{a}$ $(\lambda > 0)$

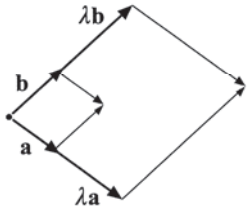



$\lambda\mathbf{a}$ $(\lambda < 0)$

$\lambda(\mathbf{a}+\mathbf{b})=\lambda\mathbf{a}+\lambda\mathbf{b}$, disztributív a vektorösszeadásra.

$(\lambda+\mu)\mathbf{a}=\lambda\mathbf{a}+\mu\mathbf{a}$, disztributív a skalárösszeadásra.

$(\lambda\mu)\mathbf{a}=\lambda(\mu\mathbf{a})=\mu(\lambda\mathbf{a})$, kommutatív a skalárszorzásra.




Egységvektor ($\mathbf{a}$ irányú egységvektor):

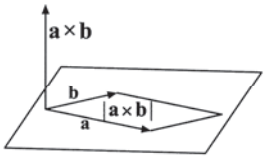
$$\mathbf{a}^0=\frac{1}{|\mathbf{a}|}\cdot\mathbf{a} \Rightarrow |\mathbf{a}^0|=1.$$

Skaláris szorzat: $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=|\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|\cdot\cos(\mathbf{a};\mathbf{b})_{\sphericalangle}$.

Vektoriális szorzat (csak térben!):

$|\mathbf{a}\times\mathbf{b}|=|\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|\cdot\sin(\mathbf{a};\mathbf{b})_{\sphericalangle}$;

$\mathbf{a}\perp(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\perp\mathbf{b}$.




### 8.5.2. Vektorok koordinátái (síkban)

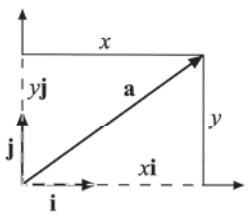
$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j} \Rightarrow \mathbf{a}=a(x;y),\ (x;y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

Műveletek

$\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2=(x_1+x_2)\mathbf{i}+(y_1+y_2)\mathbf{j}$.

$\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2=(x_1-x_2)\mathbf{i}+(y_1-y_2)\mathbf{j}$.

$\lambda\mathbf{a}=\lambda x\mathbf{i}+\lambda y\mathbf{j}$.




Abszolútérték: $|a|=\sqrt{x^2+y^2}$.

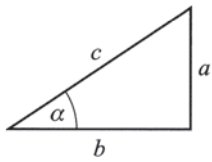
Egységvektor: $\mathbf{a}^0=\dfrac{\mathbf{a}}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

Skaláris szorzat: $\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2$.

## 8.6. Trigonometria

### 8.6.1. Szögfüggvények (lásd 10.5. táblázat, 88. oldal, 10.6., 10.7. táblázatok, 90. oldal)

*A derékszögű háromszögben az $\alpha$ hegyesszög szögfüggvényei:*

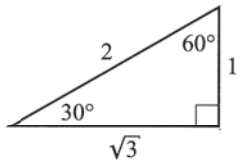


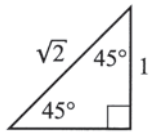

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{szemközti befogó}}{\text{átfogó}}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{szemközti befogó}}{\text{szomszédos befogó}}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{szomszédos befogó}}{\text{átfogó}}$$

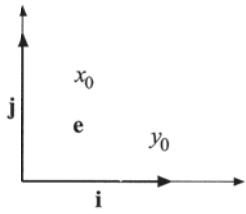
$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{szomszédos befogó}}{\text{szemközti befogó}}$$




*Forgásszögek szögfüggvényei:*

A koordináta-rendszer **i** egységvektorából tetszőleges $\alpha$ forgásszöggel elforgatott $\mathbf{e}(x_0; y_0)$ egységvektor koordinátáival az $\alpha$ szögfüggvényei:




$\sin\alpha = y_0, \quad \cos\alpha = x_0,$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y_0}{x_0}, \qquad \text{ha } x_0 \neq 0$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{x_0}{y_0}, \qquad \text{ha } y_0 \neq 0$$

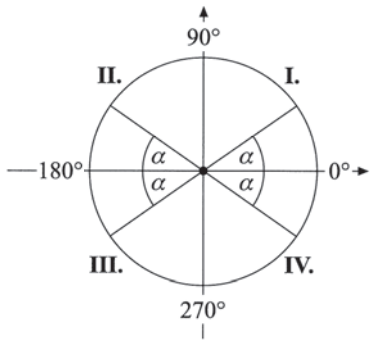
*Tetszőleges forgásszögre:*

$$\sin\alpha = \sin(\alpha + k \cdot 360°), \qquad \forall k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos\alpha = \cos(\alpha + k \cdot 360°), \qquad \forall k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}(\alpha + k \cdot 180°), \qquad \forall k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \operatorname{ctg}(\alpha + k \cdot 180°), \qquad \forall k \in \mathbb{Z}$$




*Szögfüggvények kifejezése hegyesszögekkel:*

| **I.** | **II.** | **III.** | **IV.** |
|---|---|---|---|
| $0° \ldots 90°$ | $90° \ldots 180°$ | $180° \ldots 270°$ | $270° \ldots 360°$ |
| $\sin\alpha$ | $\sin(180° - \alpha)$ | $-\sin(\alpha - 180°)$ | $-\sin(360° - \alpha)$ |
| $\cos\alpha$ | $-\cos(180° - \alpha)$ | $-\cos(\alpha - 180°)$ | $\cos(360° - \alpha)$ |
| $\operatorname{tg}\alpha$ | $-\operatorname{tg}(180° - \alpha)$ | $\operatorname{tg}(\alpha - 180°)$ | $-\operatorname{tg}(360° - \alpha)$ |
| $\operatorname{ctg}\alpha$ | $-\operatorname{ctg}(180° - \alpha)$ | $\operatorname{ctg}(\alpha - 180°)$ | $-\operatorname{ctg}(360° - \alpha)$ |

*8.6.2. Trigonometriai összefüggések*

*Összefüggések egy szög különböző szögfüggvényei között:*

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$

$\cos\alpha = \sin(90° - \alpha)$

$\operatorname{ctg}\alpha = \operatorname{tg}(90° - \alpha)$

$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

*Két szög összegének/különbségének szögfüggvényei (addíciós tételek):*

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$

$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$

$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta$

$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$

$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$

$\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \dfrac{\operatorname{ctg}\beta \cdot \operatorname{ctg}\alpha - 1}{\operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha}$

$\operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \dfrac{\operatorname{ctg}\beta \cdot \operatorname{ctg}\alpha + 1}{\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha}$

*Két szögfüggvény összegének/különbségének szorzattá alakítása:*

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = \dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$

$\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta = \dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$

$\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta = \dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha \cdot \sin\beta}$

$\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta = \dfrac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\alpha \cdot \sin\beta}$

*Kétszeres szögek szögfüggvényei:*

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}$

(ahol értelmezve van a tangensfüggvény)

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \dfrac{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}$

(ahol értelmezve van a tangensfüggvény)

$\operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$

$\operatorname{ctg} 2\alpha = \dfrac{\operatorname{ctg}^2\alpha - 1}{2\operatorname{ctg}\alpha}$

*Félszögek szögfüggvényei:*

$\sin^2\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1 - \cos\alpha}{2}$

$\cos^2\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1 + \cos\alpha}{2}$

$\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}$

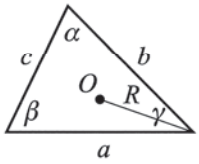
$\operatorname{ctg}\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1 + \cos\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}$

### 8.6.3. A háromszögek tételei

**Szinusztétel:** $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$, ahol $R$ a körülírt kör sugara.

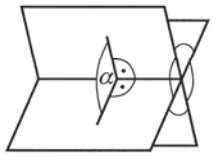
**Koszinusztétel:** $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$.

**Tangenstétel:** $\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}}{\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}}$.




## 8.7. Térgeometria

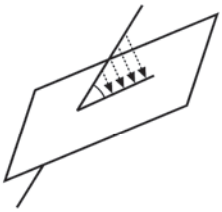
### 8.7.1. Alapfogalmak, tételek



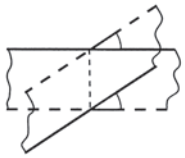

*Lapszög:* két metsző sík a teret négy tartományra bontja. Egy ilyen tartomány a határoló félsíkokkal alkotja a lapszöget.

*Két sík* hajlásszöge a metszésvonalukra emelt merőlegesek hajlásszöge.

*Egyenes és sík* hajlásszöge az egyenes és síkra merőleges vetületének hajlásszöge.

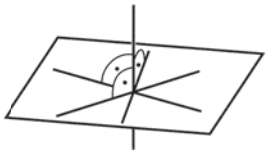


*Kitérő egyenesek* hajlásszöge a velük párhuzamos metszők hajlásszöge.



*Síkra merőleges egyenes* tétele:

Ha egy egyenes merőleges a sík két metsző egyenesére, akkor a síkra (annak minden egyenesére) merőleges.

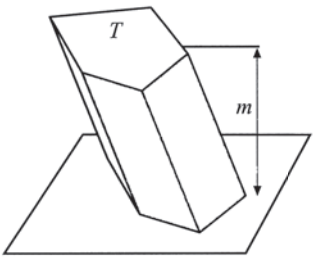


### 8.7.2. Testek felszíne ($A$), térfogata ($V$)

A képletekben az $a$, $b$, $c$, ... változók a testek oldaléleinek vagy alkotóinak, $m$ a test magasságának, $T$ az alaplap területének, $P$ a palást felszínének a mérőszámát jelölik. Az itt fel nem sorolt jelölések értelmezésében az ábra ad segítséget.

## Hasábok

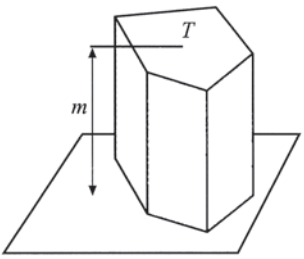
*Ferde hasáb:*




$A = 2T + P,$

$V = Tm.$

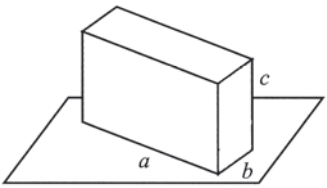
*Egyenes hasáb:*




$A = 2T + km,$

$V = Tm.$

*Téglatest:*




$A = 2(ab + bc + ca),$

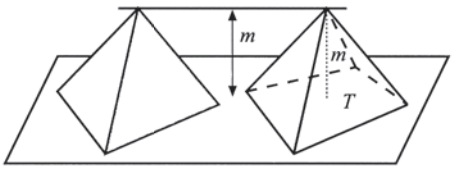
$V = abc.$

## Gúlák

*Gúla:*

$$A = T + P,$$

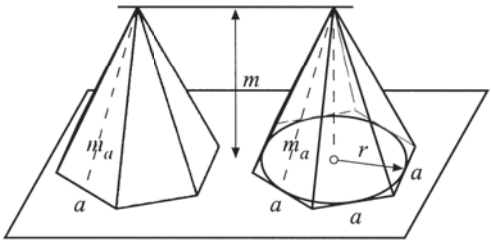
$$V = \frac{Tm}{3}.$$




*n-oldalú szabályos gúla:*

$$A = \frac{na(r + m_0)}{2},$$

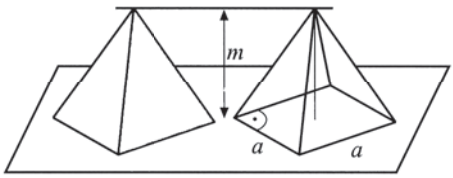
$$V = \frac{narm}{6}.$$




*Négyzet alapú egyenes gúla:*

$$A = a^2 + a\sqrt{4m^2 + a^2},$$

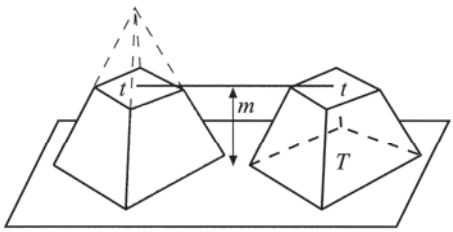
$$V = \frac{a^2 m}{3}.$$




*Csonkagúla:*

$$A = T + t + P,$$

$$V = \frac{m(T + \sqrt{Tt} + t)}{3}.$$

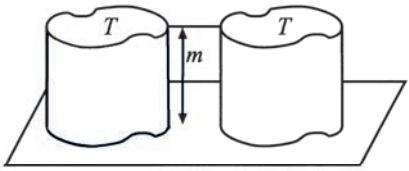


## Hengerek

*Egyenes henger:*

$A = 2T + km,$

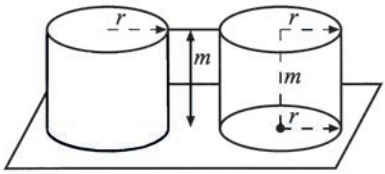
$V = Tm.$




*Forgáshenger:*

$A = 2\pi r(r + m),$

$V = \pi r^2 m.$

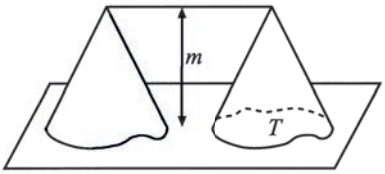



## Kúpok

*Egyenes kúp:*

$A = T + P,$

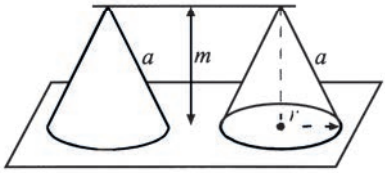
$V = \frac{Tm}{3}.$




*Forgáskúp:*

$A = \pi r(r + a),$

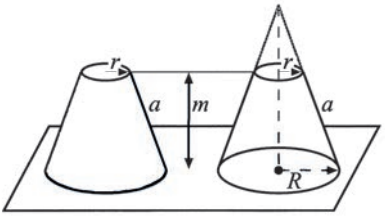
$V = \frac{\pi r^2 m}{3}.$




*Csonkakúp:*

$A = \pi[R^2 + r^2 + a(R + r)],$

$V = \frac{\pi m}{3}(R^2 + r^2 + Rr).$

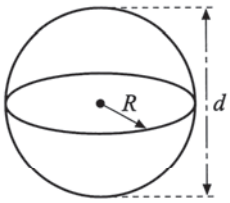


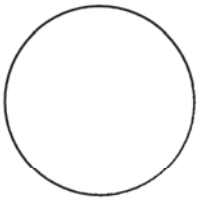
## Gömb és részei

*Gömb:*

$$A = 4\pi R^2 = \pi d^2,$$

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{\pi}{6} d^3.$$



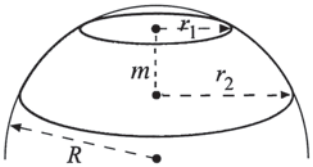



*Gömböv, -réteg:*

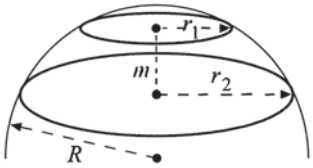
$$A = 2\pi Rm,$$

$$V = \frac{\pi m}{6}(3r_1^2 + 3r_2^2 + m^2).$$

Gömböv



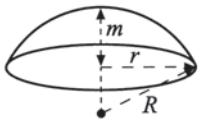

Gömbréteg




*Gömbsüveg, -szelet:*

$$A = 2\pi Rm + \pi r^2,$$

$$V = \frac{\pi}{3} m^2(3R - m).$$

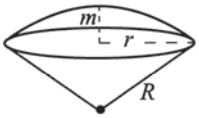





*Gömbcikk:*

$$A = \pi R(2m + r),$$

$$V = \frac{2\pi}{3} R^2 m.$$

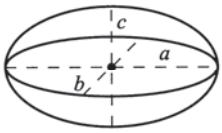


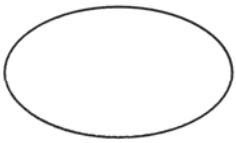



## Ellipszoid

*Ellipszoid:*

$V = \frac{4\pi}{3} abc$, ahol $a$, $b$, $c$ a három féltengely hossza.



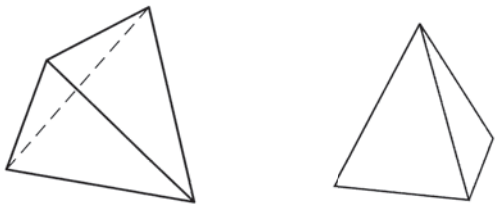
**Szabályos testek:**

*Tetraéder:*

$A = \sqrt{3}a^2$,

$V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$,

4 lap; 6 él; 4 csúcs

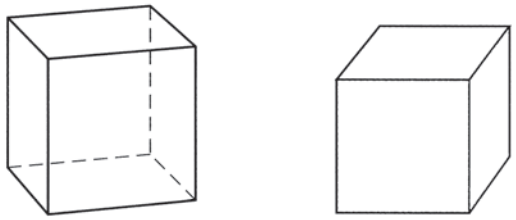


*Hexaéder:*

$A = 6a^2$,

$V = a^3$,

6 lap; 12 él; 8 csúcs

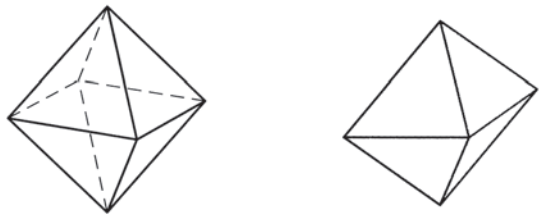


*Oktaéder:*

$A = 2\sqrt{3}a^2$,

$V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$,

8 lap; 12 él; 6 csúcs

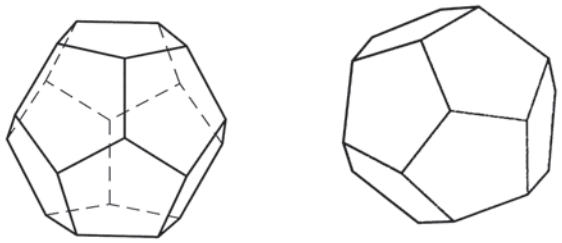


*Dodekaéder:*

$A = 3\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}a^2$,

$V = \frac{15 + 7\sqrt{5}}{4}a^3$,

12 lap; 30 él; 20 csúcs

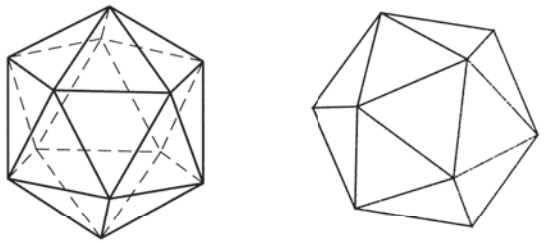


*Ikozaéder:*

$A = 5\sqrt{3}a^2$,

$V = \frac{15 + 5\sqrt{5}}{12}a^3$,

20 lap; 30 él; 12 csúcs

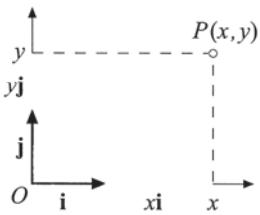


## 9. ANALITIKUS GEOMETRIA A SÍKBAN

### 9.1. Koordináta-rendszerek

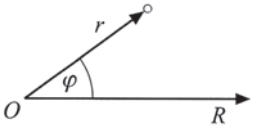
***Descartes-féle*** derékszögű koordináták:

$$P = P(x, y); \qquad \overrightarrow{OP} = \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}.$$



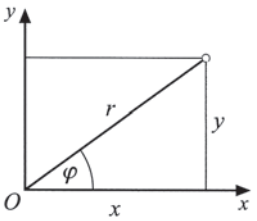

Polárkoordináták:

$$P = P(r, \varphi); \qquad r = |\mathbf{r}| = |\overrightarrow{OP}|; \qquad \varphi = (R, \mathbf{r})_{\sphericalangle}.$$




A két koordináta-rendszer kapcsolata:

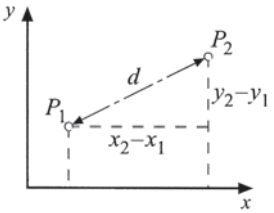
$$\begin{cases} x = r \cdot \cos\varphi \\ y = r \cdot \sin\varphi \end{cases}, \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$




### 9.2. Pont

Két pont távolsága:

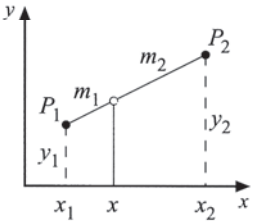
$$d = |\overline{P_1P_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$




Az $m_1 : m_2$ arányban osztó pont koordinátái:

$$P(x; y) = |\overline{P_1P}| : |\overline{PP_2}| = m_1 : m_2,$$

$$x = \frac{m_2x_1 + m_1x_2}{m_1 + m_2}, \qquad y = \frac{m_2y_1 + m_1y_2}{m_1 + m_2}.$$




A felezőpont koordinátái:

$$F(x_f; y_f): \qquad x_f = \frac{x_1 + x_2}{2}, \qquad y_f = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Pontrendszer súlypontja (egyenlő súlyozás esetén):

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}, \qquad \overline{y} = \frac{y_1 + y_2 + \ldots + y_n}{n}.$$

A háromszög súlypontjának koordinátái:

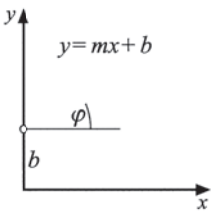
$$S(x_S; y_S): \qquad x_S = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \qquad y_S = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}.$$

## 9.3. Egyenes

**Descartes-féle** normálalak (irányténye zős egyenlet):

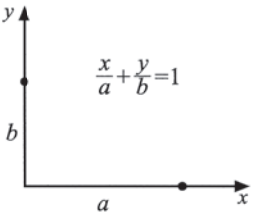
$y = mx + b;$ $\quad m = \operatorname{tg}\alpha,$ $\quad$ ha $0° \le \alpha < 90°.$

$x = a,$ $\quad$ ha $\alpha = 90°.$




Tengelymetszetes alak:

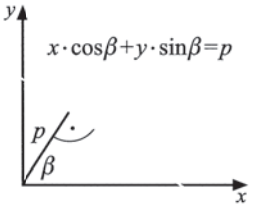
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1, \quad a \cdot b \neq 0.$$




***Hesse-féle*** normálalak:

$x \cdot \cos\beta + y \cdot \sin\beta = p.$

($\mathbf{n}^\circ(\cos\beta, \sin\beta)$ – a normálvektor.)




Általános alak:

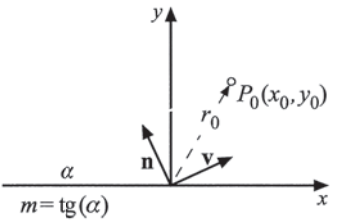
$Ax + By + C = 0, \quad |A| + |B| > 0.$

Adott $P_0(x_0, y_0)$ ponton átmenő egyenes egyenletei:

$\mathbf{v}(v_1, v_2) = (-B, A)$ – az irányvektor;

$\mathbf{n}(A, B)$ – a normálvektor;

$m = \operatorname{tg}\alpha$ – az iránytangens.




Vektoregyenlet: $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v} \cdot t.$

Paraméteres egyenletrendszer: $\begin{cases} x = x_0 + v_1 \cdot t \\ y = y_0 + v_2 \cdot t \end{cases}.$

Irányvektoros egyenlet: $v_2(x - x_0) = v_1(y - y_0).$

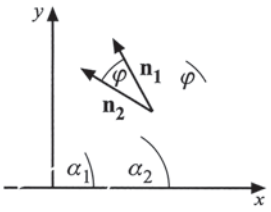
Normálvektoros egyenlet: $Ax + By = Ax_0 + By_0.$

Irányténye zős egyenlet: $y = m(x - x_0) + y_0.$

Normálalak: $$\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}x + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}y + \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 0.$$

Két ponton ($P_1(x_1; y_1)$, $P_2(x_2; y_2)$) átmenő egyenes egyenlete:

$$(y - y_1)(x_2 - x_1) = (x - x_1)(y_2 - y_1).$$



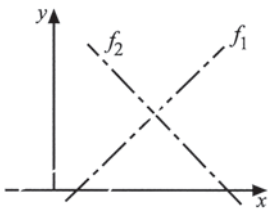

Két egyenes hajlásszöge:

$$\operatorname{tg}\varphi = \left|\frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 \cdot m_2}\right| = \left|\frac{A_1B_2 - A_2B_1}{A_1A_2 + B_1B_2}\right|.$$

Két egyenes szögfelezőinek egyenlete:

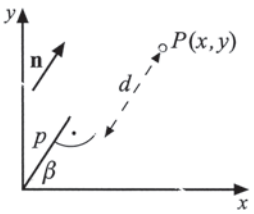
$$\frac{A_1x + B_1y + C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} \pm \frac{A_2x + B_2y + C_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}} = 0.$$

$$x(\cos\beta_1 \pm \cos\beta_2) + y(\sin\beta_1 \pm \sin\beta_2) = \beta_1 \pm \beta_2.$$




Pont távolsága egyenestől:

$$d = \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{y_1 - mx_1 - b}{\sqrt{m^2 + 1}} = x_1\cos\beta + y_1\sin\beta - p.$$

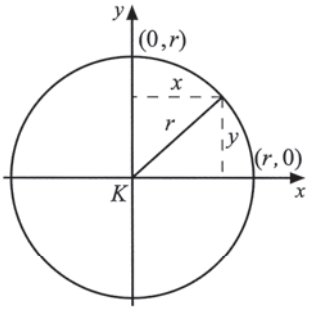



Két egyenes párhuzamos, ha $A_1 \cdot B_2 = A_2 \cdot B_1$; $\quad m_1 = m_2$.
Két egyenes merőleges, ha $A_1 \cdot A_2 = -B_1 \cdot B_2$; $\quad m_1 \cdot m_2 = -1$.

### *9.4. Kör*

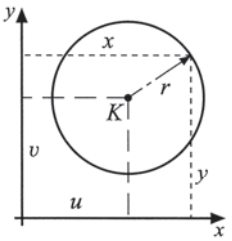
Kanonikus egyenlete, $K(0, 0)$:

$$x^2 + y^2 = r^2.$$




A $K(u, v)$ középpontú egyenlet:

$$(x - u)^2 + (y - v)^2 = r^2.$$



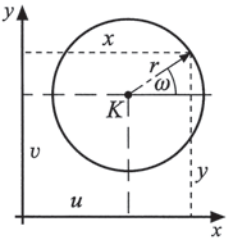

Általános egyenlet ($A > 0$):

$$Ax^2 + Ay^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0,$$

$$r = \sqrt{\frac{D^2 + E^2 - AF}{A^2}}, \qquad K\left(-\frac{D}{A}, -\frac{E}{A}\right).$$

Paraméteres egyenletrendszer, ha $K(u, v)$:

$$\left.\begin{aligned} x &= u + r \cdot \cos\omega \\ y &= v + r \cdot \sin\omega \end{aligned}\right\}, \qquad 0 \le \omega < 2\pi.$$

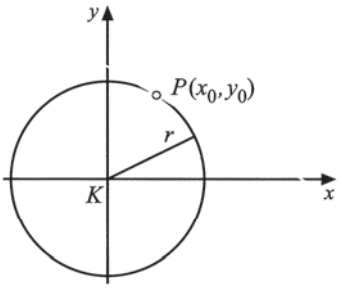



A $P(x_0, y_0)$ pontban az érintő egyenes egyenlete és iránytangense, ha $K(0, 0)$:

$$xx_0 + yy_0 = r^2, \qquad m = -\frac{x_0}{y_0}.$$

A $P(x_0, y_0)$ pontban a normális egyenlete és iránytangense, ha $K(0, 0)$:

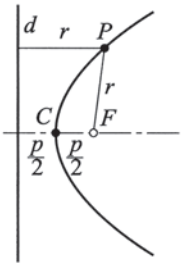
$$x_0 y = y_0 x, \qquad m^* = \frac{y_0}{x_0}.$$




### *9.5. Parabola*

Kanonikus egyenlet, ha $C(0, 0)$, $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$:

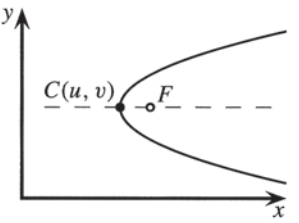
$$y^2 = 2px.$$




Az eltolt, $C(u, v)$ csúcspontú egyenlet,

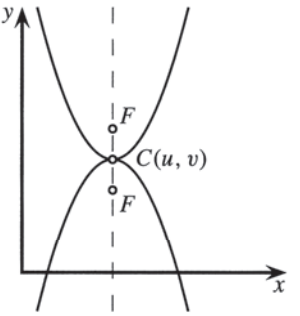
jobbra nyíló: $(y - v)^2 = 2p \cdot (x - u)$;

balra nyíló: $(y - v)^2 = -2p \cdot (x - u)$;




Elforgatott parabola ($\pm 90°$-kal), ha $C(u, v)$, $F\left(u, v, \pm\frac{p}{2}\right)$:

$$(x - u)^2 = 2p \cdot (y - v), \qquad (x - u)^2 = -2p \cdot (y - v).$$

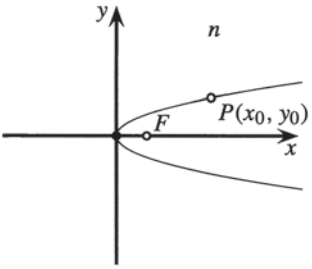



Általános egyenlet:

$$Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0,$$

$$p = -\frac{D}{C}, \qquad K\left(-\frac{E^2 - CF}{2CD}, -\frac{E}{C}\right).$$

A $P(x_0, y_0)$ pontban érintő egyenes egyenlete és iránytangense, ha $C(0, 0)$, $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$:



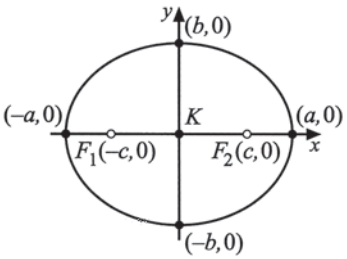

$$y \cdot y_0 = p \cdot (x - x_0), \qquad m = \frac{p}{y_0}.$$

A $P(x_0, y_0)$ pontbeli normális egyenlete és iránytangense, ha $C(0, 0)$, $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$:

$$p \cdot (y - y_0) = y_0 \cdot (x - x_0), \qquad m^* = -\frac{y_0}{p_0}.$$

## *9.6. Ellipszis*

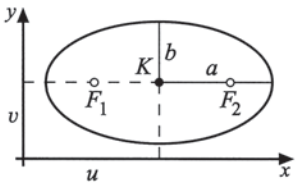
Kanonikus egyenlet, ha $K(0, 0)$, $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$:




$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

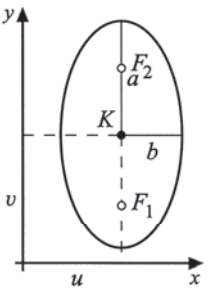
$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Az eltolt, $K(u, v)$ középpontú egyenlet:




$$\frac{(x-u)^2}{a^2} + \frac{(y-v)^2}{b^2} = 1.$$

Elforgatott ellipszis (90°-kal), ha $K(u, v)$, $F_1(u, v - c)$, $F_2(u, v + c)$:




$$\frac{(x-u)^2}{b^2} + \frac{(y-v)^2}{a^2} = 1.$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Általános egyenlet:

$$Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0,$$

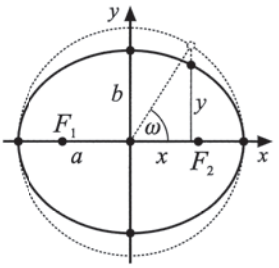
$$a = \sqrt{\frac{CD^2 + AE^2 - ACF}{A^2C}}, \qquad b = \sqrt{\frac{CD^2 + AE^2 - ACF}{AC^2}},$$

$$K\left(-\frac{D}{A}, -\frac{E}{C}\right).$$

Paraméteres egyenletrendszer, ha $K(0,0)$, $F_1(-c,0)$, $F_2(c,0)$:

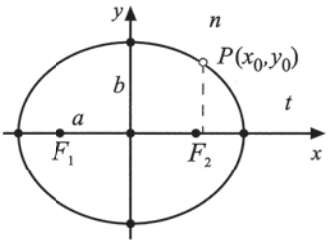
$$\left.\begin{aligned} x &= a \cdot \cos\omega \\ y &= b \cdot \sin\omega \end{aligned}\right\}, \qquad 0 \le \omega < 2\pi.$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$




A $P(x_0, y_0)$ pontban érintő egyenes egyenlete és iránytangense, ha $K(0,0)$, $F_1(-c,0)$, $F_2(c,0)$:

$$\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1; \qquad m = -\frac{b^2 x_0}{a^2 y_0}.$$




A $P(x_0, y_0)$ pontbeli normális egyenlete és iránytangense, ha $K(0,0)$, $F_1(-c,0)$, $F_2(c,0)$:

$$y - y_0 = \frac{a^2 y_0}{b^2 x_0}(x - x_0), \qquad m^* = \frac{a^2 y_0}{b^2 x_0}.$$

Az ellipszis területe: $\quad T = \pi ab = \dfrac{\pi p^2}{\sqrt{(1-e^2)^3}}.$

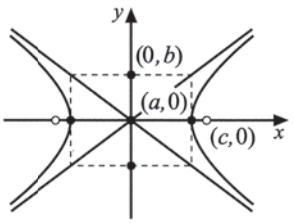
Az ellipszis kerülete (közelítések): $\quad K \approx \pi\left[\dfrac{3(a+b)}{2} - \sqrt{ab}\right], \qquad K \approx 4\dfrac{ab\pi + (a-b)^2}{a+b}.$

### *9.7. Hiperbola*

Kanonikus egyenlet, ha $K(0,0)$, $F_1(-c,0)$, $F_2(c,0)$:

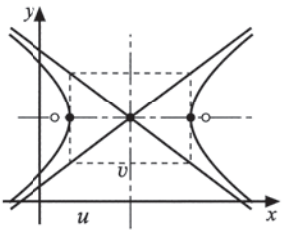
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$



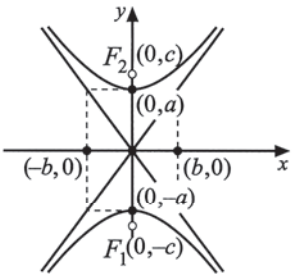

Az eltolt, $K(u, v)$ középpontú egyenlet:

$$\frac{(x-u)^2}{a^2} - \frac{(y-v)^2}{b^2} = 1.$$



Elforgatott hiperbola (90°-kal), ha $K(0, 0)$, $F_1(0, -c)$, $F_2(0, c)$:

$$\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1.$$




Eltolva $K(u, v)$ középpontba:

$$\frac{(x-u)^2}{b^2} - \frac{(y-v)^2}{a^2} = 1.$$

Általános egyenlet:

$$Ax^2 - Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0,$$

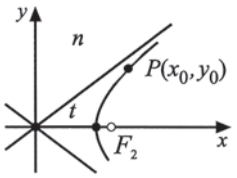
$$a = \sqrt{\frac{CD^2 - AE^2 - ACF}{A^2C}}, \qquad b = \sqrt{\frac{CD^2 - AE^2 - ACF}{AC^2}},$$

$$K\left(-\frac{D}{A}, -\frac{E}{C}\right).$$

A $P(x_0, y_0)$ pontban érintő egyenes egyenlete és iránytangense, ha $K(0, 0)$, $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$:

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1, \qquad m = \frac{b^2x_0}{a^2y_0}.$$

A $P(x_0, y_0)$ pontbeli normális egyenlete és iránytangense, ha $K(0, 0)$, $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$:

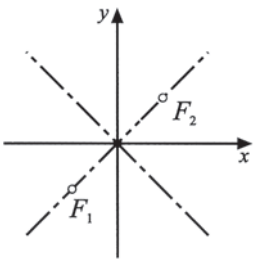



$$y - y_0 = -\frac{a^2y_0}{b^2x_0}(x - x_0), \qquad m^* = -\frac{a^2y_0}{b^2x_0}.$$

Az aszimptoták egyenlete, ha $K(0, 0)$, $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$:

$$\frac{x}{a} \pm \frac{y}{b} = 0.$$

Az egyenlő szárú hiperbola az aszimptoták rendszerében:




$$x \cdot y = \left(\frac{c}{2}\right)^2.$$

## 10. TÁBLÁZATOK

### *10.1. Útmutató*

A négyjegyű függvénytáblázatokból az egyes függvények értékét általában négy értékes jegy pontosságával határozhatjuk meg. Ez a gyakorlati számítások igényeit legtöbbször kielégíti. Gyakran nincs is szükség ekkora pontosságra, sőt nem is értelmezhető az adott műszaki körülmények között.

A táblázatok egy részében a függvény megfelelő pontosságú értékét közvetlenül kiolvashatjuk, másoknál a táblabeli értékekből *interpolálással* kaphatjuk meg. Ahol erre szükség van, ott a táblázatok szélén megadom a *javítások* megfelelő értékét, amelyeket a táblázatból kinézett függvényérték *utolsó számjegyéhez kell hozzáadni – kivonni*. Ahol nincs segédtáblázat, ott nem kell vagy értelmetlen interpolálni.

A logaritmus és a trigonometrikus függvények *inverzének* helyettesítési értékét a táblázat segítségével *visszakereséssel* (*belülről kifelé keresés*) határozhatjuk meg.

A függvények táblázata csak a változó egy tartományára adja meg a helyettesítési értéket. Ezen a tartományon kívüli értékeket és a táblázatból kikeresett függvényértéket megfelelően transzformálni kell.

**Példák:**

1. Adott szám négyzetének meghatározása:

$x = 43{,}8 \qquad N^2 = 4{,}38^2 = 19{,}18$ a táblázat 4,3-as sorának 8-as oszlopából.

$\rightarrow$ +5 a javítások táblázatának -os oszlopából $\qquad 4{,}38^{\,2} = 19{,}23$

$x^2 = 19{,}23 \cdot 10^2 = 1923.$

| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4,2 | 17,64 | 17,72 | 17,81 | 17,89 | 17,98 | 18,06 | 18,15 | 18,23 | 18,32 | 18,40 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 4,3 | 18,49 | 18,58 | 18,66 | 18,75 | 18,84 | 18,92 | 19,01 | 19,10 | 19,18 | 19,27 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 4,4 | 19,36 | 19,45 | 19,54 | 19,62 | 19,71 | 19,80 | 19,89 | 19,98 | 20,07 | 20,16 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |

2. Adott szám négyzetgyökének meghatározása:

$x = 5{,}24 \qquad \sqrt{5{,}24} = 2{,}289$ a táblázat *első* részéből $(1{,}00 \leq x \leq < 9{,}99)$

$\rightarrow$ +1 a javítások táblázatának -es oszlopából $\qquad \sqrt{5{,}24} = 2{,}290$

| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5,1 | 2,258 | 2,261 | 2,263 | 2,265 | 2,267 | 2,269 | 2,272 | 2,274 | 2,276 | 2,278 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 5,2 | 2,280 | 2,283 | 2,285 | 2,287 | 2,289 | 2,291 | 2,293 | 2,296 | 2,298 | 2,300 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 5,3 | 2,302 | 2,304 | 2,307 | 2,309 | 2,311 | 2,313 | 2,315 | 2,317 | 2,319 | 2,322 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |

$x = 52{,}4 \qquad \sqrt{52{,}4} = 7{,}239$ a táblázat *második* részéből $(10{,}0 \leq x \leq 99{,}9)$

$\rightarrow$ +5 a javítások táblázatának -es oszlopából $\qquad \sqrt{52{,}4} = 7{,}244$

| 10*N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 51, | 7,141 | 7,148 | 7,155 | 7,162 | 7,169 | 7,176 | 7,183 | 7,190 | 7,197 | 7,204 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 52, | 7,211 | 7,218 | 7,225 | 7,232 | 7,239 | 7,246 | 7,253 | 7,259 | 7,266 | 7,273 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 53, | 7,280 | 7,287 | 7,294 | 7,301 | 7,308 | 7,314 | 7,321 | 7,328 | 7,335 | 7,342 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |

3. Adott szám logaritmusának meghatározása:

$x = 438$, $\lg N = \lg 4{,}38 = 0{,}6415$ a táblázat 4,3-as sorának 8-as oszlopából.

$\rightarrow +6$ a javítások táblázatának -os oszlopából $\lg 4{,}398 = 0{,}6421$ $\lg 438{,}6 = 2{,}6421$

| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4,2 | 6232 | 6243 | 6253 | 6263 | 6274 | 6284 | 6294 | 6304 | 6314 | 6325 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4,3 | 6335 | 6345 | 6355 | 6365 | 6375 | 6385 | 6395 | 6405 | 6415 | 6425 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4,4 | 6435 | 6444 | 6454 | 6464 | 6474 | 6484 | 6493 | 6503 | 6513 | 6522 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

4. Adott szög szinuszának és koszinuszának meghatározása:

$\alpha = 27°\ 4'$ $\sin 27°\ 40' = 0{,}4643$ a táblázat 27°-os sorának 40′-es oszlopából.

$' \rightarrow 15$ a javítások táblázatának -os oszlopából $\sin 27°\ 4' = 0{,}4658$

**sin 0°–45°**

| | 0′ | 10′ | 20′ | 30′ | 40′ | 50′ | 60′ | | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 26 | 4384 | 4410 | 4436 | 4462 | 4488 | 4514 | 4540 | 63 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 16 | 18 | 21 | 23 |
| 27 | 4540 | 4566 | 4592 | 4617 | 4643 | 4669 | 4695 | 62 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 15 | 18 | 21 | 23 |
| 28 | 4695 | 4720 | 4746 | 4772 | 4797 | 4823 | 4848 | 61 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 15 | 18 | 20 | 23 |

$\alpha = 27°\ 4'$ $\cos 27°\ 40' = 0{,}8857$ a *jobb oldali* 27°-os sor *alsó* 40′-es oszlopából.

$' \rightarrow -8$ a javítások táblázatának -os oszlopából $\cos 27°\ 4' = 0{,}8849$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 61 | 8746 | 8760 | 8774 | 8788 | 8802 | 8816 | 8829 | 28 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 12 |
| 62 | 8829 | 8843 | 8857 | 8870 | 8884 | 8897 | 8910 | 27 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 |
| 63 | 8910 | 8923 | 8936 | 8949 | 8962 | 8975 | 8988 | 26 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 12 |
| | 60′ | 50′ | 40′ | 30′ | 20′ | 10′ | 0′ | | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |

**cos 0°–45°**

5. Adott tangens értékéből a szög meghatározása (visszakeresés):

$\operatorname{tg}\alpha = 0{,}2720$ $\operatorname{tg} 15°10' \equiv 0{,}2711$ a táblázat 15°-os sorában a 10′-es oszlopban

9 a különbség, ami a javítások 3′-es oszlopában áll. $\alpha = 15°\ 10' + 3' = 15°\ 13'$

**tg 0°–30°**

| | 0′ | 10′ | 20′ | 30′ | 40′ | 50′ | 60′ | | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 14 | 2493 | 2524 | 2555 | 2586 | 2617 | 2648 | 2679 | 75° | 3 | 6 | 9 | 12 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 |
| 15° | 0,2679 | 0,2711 | 0,2742 | 0,2773 | 0,2805 | 0,2836 | 0,2867 | 74 | 3 | 6 | 9 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 |
| 16 | 2867 | 2899 | 2931 | 2962 | 2994 | 3026 | 3057 | 73 | 3 | 6 | 9 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 |

$x = N \cdot 10^k$ $\qquad$ $x^2 = N^2 \cdot 10^{2k}$ $\qquad$ **1,00 – 5,49**

| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1,0** | 1,000 | 1,020 | 1,040 | 1,061 | 1,082 | 1,103 | 1,124 | 1,145 | 1,166 | 1,188 | 2 | 4 | 6 | 8 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 |
| 1,1 | 1,210 | 1,232 | 1,254 | 1,277 | 1,300 | 1,323 | 1,346 | 1,369 | 1,392 | 1,416 | 2 | 5 | 7 | 9 | 12 | 14 | 16 | 18 | 21 |
| 1,2 | 1,440 | 1,464 | 1,488 | 1,513 | 1,538 | 1,563 | 1,588 | 1,613 | 1,638 | 1,664 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 15 | 18 | 20 | 23 |
| 1,3 | 1,690 | 1,716 | 1,742 | 1,769 | 1,796 | 1,823 | 1,850 | 1,877 | 1,904 | 1,932 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 | 16 | 19 | 22 | 24 |
| 1,4 | 1,960 | 1,988 | 2,016 | 2,045 | 2,074 | 2,103 | 2,132 | 2,161 | 2,190 | 2,220 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 1,5 | 2,250 | 2,280 | 2,310 | 2,341 | 2,372 | 2,403 | 2,434 | 2,465 | 2,496 | 2,528 | 3 | 6 | 9 | 12 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 |
| 1,6 | 2,560 | 2,592 | 2,624 | 2,657 | 2,690 | 2,723 | 2,756 | 2,789 | 2,822 | 2,856 | 3 | 7 | 10 | 13 | 17 | 20 | 23 | 26 | 30 |
| 1,7 | 2,890 | 2,924 | 2,958 | 2,993 | 3,028 | 3,063 | 3,098 | 3,133 | 3,168 | 3,204 | 4 | 7 | 11 | 14 | 18 | 21 | 25 | 28 | 32 |
| 1,8 | 3,240 | 3,276 | 3,312 | 3,349 | 3,386 | 3,423 | 3,460 | 3,497 | 3,534 | 3,572 | 4 | 7 | 11 | 15 | 19 | 22 | 26 | 30 | 33 |
| 1,9 | 3,610 | 3,648 | 3,686 | 3,725 | 3,764 | 3,803 | 3,842 | 3,881 | 3,920 | 3,960 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 23 | 27 | 31 | 35 |
| **2,0** | 4,000 | 4,040 | 4,080 | 4,121 | 4,162 | 4,203 | 4,244 | 4,285 | 4,326 | 4,368 | 4 | 8 | 12 | 16 | 21 | 25 | 29 | 33 | 37 |
| 2,1 | 4,410 | 4,452 | 4,494 | 4,537 | 4,580 | 4,623 | 4,666 | 4,709 | 4,752 | 4,796 | 4 | 9 | 13 | 17 | 22 | 26 | 30 | 34 | 39 |
| 2,2 | 4,840 | 4,884 | 4,928 | 4,973 | 5,018 | 5,063 | 5,108 | 5,153 | 5,198 | 5,244 | 4 | 9 | 14 | 18 | 22 | 27 | 31 | 36 | 40 |
| 2,3 | 5,290 | 5,336 | 5,382 | 5,429 | 5,476 | 5,523 | 5,570 | 5,617 | 5,664 | 5,712 | 5 | 9 | 14 | 19 | 24 | 28 | 33 | 38 | 42 |
| 2,4 | 5,760 | 5,808 | 5,856 | 5,905 | 5,954 | 6,003 | 6,052 | 6,101 | 6,150 | 6,200 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 29 | 34 | 39 | 44 |
| 2,5 | 6,250 | 6,300 | 6,350 | 6,401 | 6,452 | 6,503 | 6,554 | 6,605 | 6,656 | 6,708 | 5 | 10 | 15 | 20 | 26 | 31 | 36 | 41 | 46 |
| 2,6 | 6,760 | 6,812 | 6,864 | 6,917 | 6,970 | 7,023 | 7,076 | 7,129 | 7,182 | 7,236 | 5 | 11 | 16 | 21 | 27 | 32 | 37 | 42 | 48 |
| 2,7 | 7,290 | 7,344 | 7,398 | 7,453 | 7,508 | 7,563 | 7,618 | 7,673 | 7,728 | 7,784 | 5 | 11 | 16 | 22 | 27 | 33 | 38 | 44 | 49 |
| 2,8 | 7,840 | 7,896 | 7,952 | 8,009 | 8,066 | 8,123 | 8,180 | 8,237 | 8,294 | 8,352 | 6 | 11 | 17 | 23 | 29 | 34 | 40 | 46 | 51 |
| 2,9 | 8,410 | 8,468 | 8,526 | 8,585 | 8,644 | 8,703 | 8,762 | 8,821 | 8,880 | 8,940 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 35 | 41 | 47 | 53 |
| **3,0** | 9,000 | 9,060 | 9,120 | 9,181 | 9,242 | 9,303 | 9,364 | 9,425 | 9,486 | 9,548 | 6 | 12 | 18 | 24 | 31 | 37 | 43 | 49 | 55 |
| 3,1 | 9,610 | 9,672 | 9,734 | 9,797 | 9,860 | 9,923 | 9,986 | 10,049 | 10,112 | 10,176 | 6 | 13 | 19 | 25 | 32 | 38 | 44 | 50 | 57 |
| 3,2 | 10,24 | 10,30 | 10,37 | 10,43 | 10,50 | 10,56 | 10,63 | 10,69 | 10,76 | 10,82 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 3,3 | 10,89 | 10,96 | 11,02 | 11,09 | 11,16 | 11,22 | 11,29 | 11,36 | 11,42 | 11,49 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 3,4 | 11,56 | 11,63 | 11,70 | 11,76 | 11,83 | 11,90 | 11,97 | 12,04 | 12,11 | 12,18 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 3,5 | 12,25 | 12,32 | 12,39 | 12,46 | 12,53 | 12,60 | 12,67 | 12,74 | 12,82 | 12,89 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 3,6 | 12,96 | 13,03 | 13,10 | 13,18 | 13,25 | 13,32 | 13,40 | 13,47 | 13,54 | 13,62 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 3,7 | 13,69 | 13,76 | 13,84 | 13,91 | 13,99 | 14,06 | 14,14 | 14,21 | 14,29 | 14,36 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 3,8 | 14,44 | 14,52 | 14,59 | 14,67 | 14,75 | 14,82 | 14,90 | 14,98 | 15,05 | 15,13 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 3,9 | 15,21 | 15,29 | 15,37 | 15,44 | 15,52 | 15,60 | 15,68 | 15,76 | 15,84 | 15,92 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 |
| **4,0** | 16,00 | 16,08 | 16,16 | 16,24 | 16,32 | 16,40 | 16,48 | 16,56 | 16,65 | 16,73 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 |
| 4,1 | 16,81 | 16,89 | 16,97 | 17,06 | 17,14 | 17,22 | 17,31 | 17,39 | 17,47 | 17,56 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 |
| 4,2 | 17,64 | 17,72 | 17,81 | 17,89 | 17,98 | 18,06 | 18,15 | 18,23 | 18,32 | 18,40 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 4,3 | 18,49 | 18,58 | 18,66 | 18,75 | 18,84 | 18,92 | 19,01 | 19,10 | 19,18 | 19,27 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 4,4 | 19,36 | 19,45 | 19,54 | 19,62 | 19,71 | 19,80 | 19,89 | 19,98 | 20,07 | 20,16 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 4,5 | 20,25 | 20,34 | 20,43 | 20,52 | 20,61 | 20,70 | 20,79 | 20,88 | 20,98 | 21,07 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 4,6 | 21,16 | 21,25 | 21,34 | 21,44 | 21,53 | 21,62 | 21,72 | 21,81 | 21,90 | 22,00 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 |
| 4,7 | 22,09 | 22,18 | 22,28 | 22,37 | 22,47 | 22,56 | 22,66 | 22,75 | 22,85 | 22,94 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4,8 | 23,04 | 23,14 | 23,23 | 23,33 | 23,43 | 23,52 | 23,62 | 23,72 | 23,81 | 23,91 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4,9 | 24,01 | 24,11 | 24,21 | 24,30 | 24,40 | 24,50 | 24,60 | 24,70 | 24,80 | 24,90 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| **5,0** | 25,00 | 25,10 | 25,20 | 25,30 | 25,40 | 25,50 | 25,60 | 25,70 | 25,81 | 25,91 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 5,1 | 26,01 | 26,11 | 26,21 | 26,32 | 26,42 | 26,52 | 26,63 | 26,73 | 26,83 | 26,94 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 5,2 | 27,04 | 27,14 | 27,25 | 27,35 | 27,46 | 27,56 | 27,67 | 27,77 | 27,88 | 27,98 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 5,3 | 28,09 | 28,20 | 28,30 | 28,41 | 28,52 | 28,62 | 28,73 | 28,84 | 28,94 | 29,05 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 |
| 5,4 | 29,16 | 29,27 | 29,38 | 29,48 | 29,59 | 29,70 | 29,81 | 29,92 | 30,03 | 30,14 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |

$x = N \cdot 10^k$ $\qquad$ $x^2 = N^2 \cdot 10^{2k}$ $\qquad$ **5,50 – 9,99**

| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5,5 | 30,25 | 30,36 | 30,47 | 30,58 | 30,69 | 30,80 | 30,91 | 31,02 | 31,14 | 31,25 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5,6 | 31,36 | 31,47 | 31,58 | 31,70 | 31,81 | 31,92 | 32,04 | 32,15 | 32,26 | 32,38 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5,7 | 32,49 | 32,60 | 32,72 | 32,83 | 32,95 | 33,06 | 33,18 | 33,29 | 33,41 | 33,52 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5,8 | 33,64 | 33,76 | 33,87 | 33,99 | 34,11 | 34,22 | 34,34 | 34,46 | 34,57 | 34,69 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 11 |
| 5,9 | 34,81 | 34,93 | 35,05 | 35,16 | 35,28 | 35,40 | 35,52 | 35,64 | 35,76 | 35,88 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 |
| **6,0** | 36,00 | 36,12 | 36,24 | 36,36 | 36,48 | 36,60 | 36,72 | 36,84 | 36,97 | 37,09 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 |
| 6,1 | 37,21 | 37,33 | 37,45 | 37,58 | 37,70 | 37,82 | 37,95 | 38,07 | 38,19 | 38,32 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 |
| 6,2 | 38,44 | 38,56 | 38,69 | 38,81 | 38,94 | 39,06 | 39,19 | 39,31 | 39,44 | 39,56 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 |
| 6,3 | 39,69 | 39,82 | 39,94 | 40,07 | 40,20 | 40,32 | 40,45 | 40,58 | 40,70 | 40,83 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6,4 | 40,96 | 41,09 | 41,22 | 41,34 | 41,47 | 41,60 | 41,73 | 41,86 | 41,99 | 42,12 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 12 |
| 6,5 | 42,25 | 42,38 | 42,51 | 42,64 | 42,77 | 42,90 | 43,03 | 43,16 | 43,30 | 43,43 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 |
| 6,6 | 43,56 | 43,69 | 43,82 | 43,96 | 44,09 | 44,22 | 44,36 | 44,49 | 44,62 | 44,76 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 |
| 6,7 | 44,89 | 45,02 | 45,16 | 45,29 | 45,43 | 45,56 | 45,70 | 45,83 | 45,97 | 46,10 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 |
| 6,8 | 46,24 | 46,38 | 46,51 | 46,65 | 46,79 | 46,92 | 47,06 | 47,20 | 47,33 | 47,47 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 | 12 |
| 6,9 | 47,61 | 47,75 | 47,89 | 48,02 | 48,16 | 48,30 | 48,44 | 48,58 | 48,72 | 48,86 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 13 |
| **7,0** | 49,00 | 49,14 | 49,28 | 49,42 | 49,56 | 49,70 | 49,84 | 49,98 | 50,13 | 50,27 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 13 |
| 7,1 | 50,41 | 50,55 | 50,69 | 50,84 | 50,98 | 51,12 | 51,27 | 51,41 | 51,55 | 51,70 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 | 13 |
| 7,2 | 51,84 | 51,98 | 52,13 | 52,27 | 52,42 | 52,56 | 52,71 | 52,85 | 53,00 | 53,14 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 |
| 7,3 | 53,29 | 53,44 | 53,58 | 53,73 | 53,88 | 54,02 | 54,17 | 54,32 | 54,46 | 54,61 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 |
| 7,4 | 54,76 | 54,91 | 55,06 | 55,20 | 55,35 | 55,50 | 55,65 | 55,80 | 55,95 | 56,10 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 |
| 7,5 | 56,25 | 56,40 | 56,55 | 56,70 | 56,85 | 57,00 | 57,15 | 57,30 | 57,46 | 57,61 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 | 14 |
| 7,6 | 57,76 | 57,91 | 58,06 | 58,22 | 58,37 | 58,52 | 58,68 | 58,83 | 58,98 | 59,14 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 | 14 |
| 7,7 | 59,29 | 59,44 | 59,60 | 59,75 | 59,91 | 60,06 | 60,22 | 60,37 | 60,53 | 60,68 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 | 14 |
| 7,8 | 60,84 | 61,00 | 61,15 | 61,31 | 61,47 | 61,62 | 61,78 | 61,94 | 62,09 | 62,25 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 13 | 14 |
| 7,9 | 62,41 | 62,57 | 62,73 | 62,88 | 63,04 | 63,20 | 63,36 | 63,52 | 63,68 | 63,84 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 10 | 11 | 13 | 14 |
| **8,0** | 64,00 | 64,16 | 64,32 | 64,48 | 64,64 | 64,80 | 64,96 | 65,12 | 65,29 | 65,45 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 10 | 11 | 13 | 14 |
| 8,1 | 65,61 | 65,77 | 65,93 | 66,10 | 66,26 | 66,42 | 66,59 | 66,75 | 66,91 | 67,08 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
| 8,2 | 67,24 | 67,40 | 67,57 | 67,73 | 67,90 | 68,06 | 68,23 | 68,39 | 68,56 | 68,72 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 12 | 13 | 15 |
| 8,3 | 68,89 | 69,06 | 69,22 | 69,39 | 69,56 | 69,72 | 69,89 | 70,06 | 70,22 | 70,39 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 12 | 13 | 15 |
| 8,4 | 70,56 | 70,73 | 70,90 | 71,06 | 71,23 | 71,40 | 71,57 | 71,74 | 71,91 | 72,08 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 12 | 14 | 15 |
| 8,5 | 72,25 | 72,42 | 72,59 | 72,76 | 72,93 | 73,10 | 73,27 | 73,44 | 73,62 | 73,79 | 2 | 3 | 5 | 7 | 9 | 10 | 12 | 14 | 15 |
| 8,6 | 73,96 | 74,13 | 74,30 | 74,48 | 74,65 | 74,82 | 75,00 | 75,17 | 75,34 | 75,52 | 2 | 3 | 5 | 7 | 9 | 10 | 12 | 14 | 16 |
| 8,7 | 75,69 | 75,86 | 76,04 | 76,21 | 76,39 | 76,56 | 76,74 | 76,91 | 77,09 | 77,26 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 | 11 | 12 | 14 | 16 |
| 8,8 | 77,44 | 77,62 | 77,79 | 77,97 | 78,15 | 78,32 | 78,50 | 78,68 | 78,85 | 79,03 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 | 11 | 12 | 14 | 16 |
| 8,9 | 79,21 | 79,39 | 79,57 | 79,74 | 79,92 | 80,10 | 80,28 | 80,46 | 80,64 | 80,82 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 14 | 16 |
| **9,0** | 81,00 | 81,18 | 81,36 | 81,54 | 81,72 | 81,90 | 82,08 | 82,26 | 82,45 | 82,63 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 14 | 16 |
| 9,1 | 82,81 | 82,99 | 83,17 | 83,36 | 83,54 | 83,72 | 83,91 | 84,09 | 84,27 | 84,46 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 16 |
| 9,2 | 84,64 | 84,82 | 85,01 | 85,19 | 85,38 | 85,56 | 85,75 | 85,93 | 86,12 | 86,30 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |
| 9,3 | 86,49 | 86,68 | 86,86 | 87,05 | 87,24 | 87,42 | 87,61 | 87,80 | 87,98 | 88,17 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |
| 9,4 | 88,36 | 88,55 | 88,74 | 88,92 | 89,11 | 89,30 | 89,49 | 89,68 | 89,87 | 90,06 | 2 | 4 | 6 | 8 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |
| 9,5 | 90,25 | 90,44 | 90,63 | 90,82 | 91,01 | 91,20 | 91,39 | 91,58 | 91,78 | 91,97 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 | 17 |
| 9,6 | 92,16 | 92,35 | 92,54 | 92,74 | 92,93 | 93,12 | 93,32 | 93,51 | 93,70 | 93,90 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 15 | 17 |
| 9,7 | 94,09 | 94,28 | 94,48 | 94,67 | 94,87 | 95,06 | 95,26 | 95,45 | 95,65 | 95,84 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 9,8 | 96,04 | 96,24 | 96,43 | 96,63 | 96,83 | 97,02 | 97,22 | 97,42 | 97,61 | 97,81 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 9,9 | 98,01 | 98,21 | 98,41 | 98,60 | 98,80 | 99,00 | 99,20 | 99,40 | 99,60 | 99,80 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |

$x = N \cdot 10^{2k}$ $\qquad \sqrt{x} = \sqrt{N} \cdot 10^{k}$ $\qquad$ **1,00 – 5,49**

| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1,0** | 1,000 | 1,005 | 1,010 | 1,015 | 1,020 | 1,025 | 1,030 | 1,034 | 1,039 | 1,044 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 1,1 | 1,049 | 1,054 | 1,058 | 1,063 | 1,068 | 1,072 | 1,077 | 1,082 | 1,086 | 1,091 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 1,2 | 1,095 | 1,100 | 1,105 | 1,109 | 1,114 | 1,118 | 1,122 | 1,127 | 1,131 | 1,136 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 1,3 | 1,140 | 1,145 | 1,149 | 1,153 | 1,158 | 1,162 | 1,166 | 1,170 | 1,175 | 1,179 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 |
| 1,4 | 1,183 | 1,187 | 1,192 | 1,196 | 1,200 | 1,204 | 1,208 | 1,212 | 1,217 | 1,221 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| 1,5 | 1,225 | 1,229 | 1,233 | 1,237 | 1,241 | 1,245 | 1,249 | 1,253 | 1,257 | 1,261 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 |
| 1,6 | 1,265 | 1,269 | 1,273 | 1,277 | 1,281 | 1,285 | 1,288 | 1,292 | 1,296 | 1,300 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 1,7 | 1,304 | 1,308 | 1,311 | 1,315 | 1,319 | 1,323 | 1,327 | 1,330 | 1,334 | 1,338 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 1,8 | 1,342 | 1,345 | 1,349 | 1,353 | 1,356 | 1,360 | 1,364 | 1,367 | 1,371 | 1,375 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 1,9 | 1,378 | 1,382 | 1,386 | 1,389 | 1,393 | 1,396 | 1,400 | 1,404 | 1,407 | 1,411 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| **2,0** | 1,414 | 1,418 | 1,421 | 1,425 | 1,428 | 1,432 | 1,435 | 1,439 | 1,442 | 1,446 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 2,1 | 1,449 | 1,453 | 1,456 | 1,459 | 1,463 | 1,466 | 1,470 | 1,473 | 1,476 | 1,480 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 2,2 | 1,483 | 1,487 | 1,490 | 1,493 | 1,497 | 1,500 | 1,503 | 1,507 | 1,510 | 1,513 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 2,3 | 1,517 | 1,520 | 1,523 | 1,526 | 1,530 | 1,533 | 1,536 | 1,539 | 1,543 | 1,546 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 2,4 | 1,549 | 1,552 | 1,556 | 1,559 | 1,562 | 1,565 | 1,568 | 1,572 | 1,575 | 1,578 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 2,5 | 1,581 | 1,584 | 1,587 | 1,591 | 1,594 | 1,597 | 1,600 | 1,603 | 1,606 | 1,609 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 2,6 | 1,612 | 1,616 | 1,619 | 1,622 | 1,625 | 1,628 | 1,631 | 1,634 | 1,637 | 1,640 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 2,7 | 1,643 | 1,646 | 1,649 | 1,652 | 1,655 | 1,658 | 1,661 | 1,664 | 1,667 | 1,670 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 2,8 | 1,673 | 1,676 | 1,679 | 1,682 | 1,685 | 1,688 | 1,691 | 1,694 | 1,697 | 1,700 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 2,9 | 1,703 | 1,706 | 1,709 | 1,712 | 1,715 | 1,718 | 1,720 | 1,723 | 1,726 | 1,729 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| **3,0** | 1,732 | 1,735 | 1,738 | 1,741 | 1,744 | 1,746 | 1,749 | 1,752 | 1,755 | 1,758 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 3,1 | 1,761 | 1,764 | 1,766 | 1,769 | 1,772 | 1,775 | 1,778 | 1,780 | 1,783 | 1,786 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3,2 | 1,789 | 1,792 | 1,794 | 1,797 | 1,800 | 1,803 | 1,806 | 1,808 | 1,811 | 1,814 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3,3 | 1,817 | 1,819 | 1,822 | 1,825 | 1,828 | 1,830 | 1,833 | 1,836 | 1,838 | 1,841 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3,4 | 1,844 | 1,847 | 1,849 | 1,852 | 1,855 | 1,857 | 1,860 | 1,863 | 1,865 | 1,868 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3,5 | 1,871 | 1,873 | 1,876 | 1,879 | 1,881 | 1,884 | 1,887 | 1,889 | 1,892 | 1,895 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3,6 | 1,897 | 1,900 | 1,903 | 1,905 | 1,908 | 1,910 | 1,913 | 1,916 | 1,918 | 1,921 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3,7 | 1,924 | 1,926 | 1,929 | 1,931 | 1,934 | 1,936 | 1,939 | 1,942 | 1,944 | 1,947 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 3,8 | 1,949 | 1,952 | 1,954 | 1,957 | 1,960 | 1,962 | 1,965 | 1,967 | 1,970 | 1,972 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 3,9 | 1,975 | 1,977 | 1,980 | 1,982 | 1,985 | 1,987 | 1,990 | 1,992 | 1,995 | 1,997 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| **4,0** | 2,000 | 2,002 | 2,005 | 2,007 | 2,010 | 2,012 | 2,015 | 2,017 | 2,020 | 2,022 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 4,1 | 2,025 | 2,027 | 2,030 | 2,032 | 2,035 | 2,037 | 2,040 | 2,042 | 2,045 | 2,047 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 4,2 | 2,049 | 2,052 | 2,054 | 2,057 | 2,059 | 2,062 | 2,064 | 2,066 | 2,069 | 2,071 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 4,3 | 2,074 | 2,076 | 2,078 | 2,081 | 2,083 | 2,086 | 2,088 | 2,090 | 2,093 | 2,095 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 4,4 | 2,098 | 2,100 | 2,102 | 2,105 | 2,107 | 2,110 | 2,112 | 2,114 | 2,117 | 2,119 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 4,5 | 2,121 | 2,124 | 2,126 | 2,128 | 2,131 | 2,133 | 2,135 | 2,138 | 2,140 | 2,142 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 4,6 | 2,145 | 2,147 | 2,149 | 2,152 | 2,154 | 2,156 | 2,159 | 2,161 | 2,163 | 2,166 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 4,7 | 2,168 | 2,170 | 2,173 | 2,175 | 2,177 | 2,179 | 2,182 | 2,184 | 2,186 | 2,189 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 4,8 | 2,191 | 2,193 | 2,195 | 2,198 | 2,200 | 2,202 | 2,205 | 2,207 | 2,209 | 2,211 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 4,9 | 2,214 | 2,216 | 2,218 | 2,220 | 2,223 | 2,225 | 2,227 | 2,229 | 2,232 | 2,234 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| **5,0** | 2,236 | 2,238 | 2,241 | 2,243 | 2,245 | 2,247 | 2,249 | 2,252 | 2,254 | 2,256 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 5,1 | 2,258 | 2,261 | 2,263 | 2,265 | 2,267 | 2,269 | 2,272 | 2,274 | 2,276 | 2,278 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 5,2 | 2,280 | 2,283 | 2,285 | 2,287 | 2,289 | 2,291 | 2,293 | 2,296 | 2,298 | 2,300 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 5,3 | 2,302 | 2,304 | 2,307 | 2,309 | 2,311 | 2,313 | 2,315 | 2,317 | 2,319 | 2,322 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 5,4 | 2,324 | 2,326 | 2,328 | 2,330 | 2,332 | 2,335 | 2,337 | 2,339 | 2,341 | 2,343 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |

$x = N \cdot 10^{2k}$ $\sqrt{x} = \sqrt{N} \cdot 10^{k}$ **5,50 – 9,99**

| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5,5 | 2,345 | 2,347 | 2,349 | 2,352 | 2,354 | 2,356 | 2,358 | 2,360 | 2,362 | 2,364 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 5,6 | 2,366 | 2,369 | 2,371 | 2,373 | 2,375 | 2,377 | 2,379 | 2,381 | 2,383 | 2,385 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 5,7 | 2,387 | 2,390 | 2,392 | 2,394 | 2,396 | 2,398 | 2,400 | 2,402 | 2,404 | 2,406 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 5,8 | 2,408 | 2,410 | 2,412 | 2,415 | 2,417 | 2,419 | 2,421 | 2,423 | 2,425 | 2,427 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 5,9 | 2,429 | 2,431 | 2,433 | 2,435 | 2,437 | 2,439 | 2,441 | 2,443 | 2,445 | 2,447 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| **6,0** | 2,449 | 2,452 | 2,454 | 2,456 | 2,458 | 2,460 | 2,462 | 2,464 | 2,466 | 2,468 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 6,1 | 2,470 | 2,472 | 2,474 | 2,476 | 2,478 | 2,480 | 2,482 | 2,484 | 2,486 | 2,488 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 6,2 | 2,490 | 2,492 | 2,494 | 2,496 | 2,498 | 2,500 | 2,502 | 2,504 | 2,506 | 2,508 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 6,3 | 2,510 | 2,512 | 2,514 | 2,516 | 2,518 | 2,520 | 2,522 | 2,524 | 2,526 | 2,528 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 6,4 | 2,530 | 2,532 | 2,534 | 2,536 | 2,538 | 2,540 | 2,542 | 2,544 | 2,546 | 2,548 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 6,5 | 2,550 | 2,551 | 2,553 | 2,555 | 2,557 | 2,559 | 2,561 | 2,563 | 2,565 | 2,567 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 6,6 | 2,569 | 2,571 | 2,573 | 2,575 | 2,577 | 2,579 | 2,581 | 2,583 | 2,585 | 2,587 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 6,7 | 2,588 | 2,590 | 2,592 | 2,594 | 2,596 | 2,598 | 2,600 | 2,602 | 2,604 | 2,606 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 6,8 | 2,608 | 2,610 | 2,612 | 2,613 | 2,615 | 2,617 | 2,619 | 2,621 | 2,623 | 2,625 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 6,9 | 2,627 | 2,629 | 2,631 | 2,632 | 2,634 | 2,636 | 2,638 | 2,640 | 2,642 | 2,644 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| **7,0** | 2,646 | 2,648 | 2,650 | 2,651 | 2,653 | 2,655 | 2,657 | 2,659 | 2,661 | 2,663 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 7,1 | 2,665 | 2,666 | 2,668 | 2,670 | 2,672 | 2,674 | 2,676 | 2,678 | 2,680 | 2,681 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 7,2 | 2,683 | 2,685 | 2,687 | 2,689 | 2,691 | 2,693 | 2,694 | 2,696 | 2,698 | 2,700 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 7,3 | 2,702 | 2,704 | 2,706 | 2,707 | 2,709 | 2,711 | 2,713 | 2,715 | 2,717 | 2,718 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 7,4 | 2,720 | 2,722 | 2,724 | 2,726 | 2,728 | 2,729 | 2,731 | 2,733 | 2,735 | 2,737 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 7,5 | 2,739 | 2,740 | 2,742 | 2,744 | 2,746 | 2,748 | 2,750 | 2,751 | 2,753 | 2,755 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 7,6 | 2,757 | 2,759 | 2,760 | 2,762 | 2,764 | 2,766 | 2,768 | 2,769 | 2,771 | 2,773 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 7,7 | 2,775 | 2,777 | 2,778 | 2,780 | 2,782 | 2,784 | 2,786 | 2,787 | 2,789 | 2,791 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 7,8 | 2,793 | 2,795 | 2,796 | 2,798 | 2,800 | 2,802 | 2,804 | 2,805 | 2,807 | 2,809 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 7,9 | 2,811 | 2,812 | 2,814 | 2,816 | 2,818 | 2,820 | 2,821 | 2,823 | 2,825 | 2,827 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| **8,0** | 2,828 | 2,830 | 2,832 | 2,834 | 2,835 | 2,837 | 2,839 | 2,841 | 2,843 | 2,844 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 8,1 | 2,846 | 2,848 | 2,850 | 2,851 | 2,853 | 2,855 | 2,857 | 2,858 | 2,860 | 2,862 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 8,2 | 2,864 | 2,865 | 2,867 | 2,869 | 2,871 | 2,872 | 2,874 | 2,876 | 2,877 | 2,879 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 8,3 | 2,881 | 2,883 | 2,884 | 2,886 | 2,888 | 2,890 | 2,891 | 2,893 | 2,895 | 2,897 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 8,4 | 2,898 | 2,900 | 2,902 | 2,903 | 2,905 | 2,907 | 2,909 | 2,910 | 2,912 | 2,914 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8,5 | 2,915 | 2,917 | 2,919 | 2,921 | 2,922 | 2,924 | 2,926 | 2,927 | 2,929 | 2,931 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8,6 | 2,933 | 2,934 | 2,936 | 2,938 | 2,939 | 2,941 | 2,943 | 2,944 | 2,946 | 2,948 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8,7 | 2,950 | 2,951 | 2,953 | 2,955 | 2,956 | 2,958 | 2,960 | 2,961 | 2,963 | 2,965 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8,8 | 2,966 | 2,968 | 2,970 | 2,972 | 2,973 | 2,975 | 2,977 | 2,978 | 2,980 | 2,982 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8,9 | 2,983 | 2,985 | 2,987 | 2,988 | 2,990 | 2,992 | 2,993 | 2,995 | 2,997 | 2,998 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **9,0** | 3,000 | 3,002 | 3,003 | 3,005 | 3,007 | 3,008 | 3,010 | 3,012 | 3,013 | 3,015 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9,1 | 3,017 | 3,018 | 3,020 | 3,022 | 3,023 | 3,025 | 3,027 | 3,028 | 3,030 | 3,032 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9,2 | 3,033 | 3,035 | 3,036 | 3,038 | 3,040 | 3,041 | 3,043 | 3,045 | 3,046 | 3,048 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9,3 | 3,050 | 3,051 | 3,053 | 3,055 | 3,056 | 3,058 | 3,059 | 3,061 | 3,063 | 3,064 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9,4 | 3,066 | 3,068 | 3,069 | 3,071 | 3,072 | 3,074 | 3,076 | 3,077 | 3,079 | 3,081 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9,5 | 3,082 | 3,084 | 3,085 | 3,087 | 3,089 | 3,090 | 3,092 | 3,094 | 3,095 | 3,097 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9,6 | 3,098 | 3,100 | 3,102 | 3,103 | 3,105 | 3,106 | 3,108 | 3,110 | 3,111 | 3,113 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9,7 | 3,114 | 3,116 | 3,118 | 3,119 | 3,121 | 3,122 | 3,124 | 3,126 | 3,127 | 3,129 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9,8 | 3,130 | 3,132 | 3,134 | 3,135 | 3,137 | 3,138 | 3,140 | 3,142 | 3,143 | 3,145 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9,9 | 3,146 | 3,148 | 3,150 | 3,151 | 3,153 | 3,154 | 3,156 | 3,158 | 3,159 | 3,161 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |

## 10.3. Számok négyzetgyöke/3

$x = N \cdot 10^{2k+1}$ $\sqrt{x} = \sqrt{10N} \cdot 10^{k}$ **10,0 – 54,9**

| 10*N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **10**, | 3,162 | 3,178 | 3,194 | 3,209 | 3,225 | 3,240 | 3,256 | 3,271 | 3,286 | 3,302 | 1 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 | 14 |
| 11, | 3,317 | 3,332 | 3,347 | 3,362 | 3,376 | 3,391 | 3,406 | 3,421 | 3,435 | 3,450 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 |
| 12, | 3,464 | 3,479 | 3,493 | 3,507 | 3,521 | 3,536 | 3,550 | 3,564 | 3,578 | 3,592 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 13 |
| 13, | 3,606 | 3,619 | 3,633 | 3,647 | 3,661 | 3,674 | 3,688 | 3,701 | 3,715 | 3,728 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 |
| 14, | 3,742 | 3,755 | 3,768 | 3,782 | 3,795 | 3,808 | 3,821 | 3,834 | 3,847 | 3,860 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 |
| 15, | 3,873 | 3,886 | 3,899 | 3,912 | 3,924 | 3,937 | 3,950 | 3,962 | 3,975 | 3,987 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 16, | 4,000 | 4,012 | 4,025 | 4,037 | 4,050 | 4,062 | 4,074 | 4,087 | 4,099 | 4,111 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 |
| 17, | 4,123 | 4,135 | 4,147 | 4,159 | 4,171 | 4,183 | 4,195 | 4,207 | 4,219 | 4,231 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 |
| 18, | 4,243 | 4,254 | 4,266 | 4,278 | 4,290 | 4,301 | 4,313 | 4,324 | 4,336 | 4,347 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 19, | 4,359 | 4,370 | 4,382 | 4,393 | 4,405 | 4,416 | 4,427 | 4,438 | 4,450 | 4,461 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **20**, | 4,472 | 4,483 | 4,494 | 4,506 | 4,517 | 4,528 | 4,539 | 4,550 | 4,561 | 4,572 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 21, | 4,583 | 4,593 | 4,604 | 4,615 | 4,626 | 4,637 | 4,648 | 4,658 | 4,669 | 4,680 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 |
| 22, | 4,690 | 4,701 | 4,712 | 4,722 | 4,733 | 4,743 | 4,754 | 4,764 | 4,775 | 4,785 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 23, | 4,796 | 4,806 | 4,817 | 4,827 | 4,837 | 4,848 | 4,858 | 4,868 | 4,879 | 4,889 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 24, | 4,899 | 4,909 | 4,919 | 4,930 | 4,940 | 4,950 | 4,960 | 4,970 | 4,980 | 4,990 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 25, | 5,000 | 5,010 | 5,020 | 5,030 | 5,040 | 5,050 | 5,060 | 5,070 | 5,079 | 5,089 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 26, | 5,099 | 5,109 | 5,119 | 5,128 | 5,138 | 5,148 | 5,158 | 5,167 | 5,177 | 5,187 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 27, | 5,196 | 5,206 | 5,215 | 5,225 | 5,235 | 5,244 | 5,254 | 5,263 | 5,273 | 5,282 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 28, | 5,292 | 5,301 | 5,310 | 5,320 | 5,329 | 5,339 | 5,348 | 5,357 | 5,367 | 5,376 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 |
| 29, | 5,385 | 5,394 | 5,404 | 5,413 | 5,422 | 5,431 | 5,441 | 5,450 | 5,459 | 5,468 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| **30**, | 5,477 | 5,486 | 5,495 | 5,505 | 5,514 | 5,523 | 5,532 | 5,541 | 5,550 | 5,559 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 31, | 5,568 | 5,577 | 5,586 | 5,595 | 5,604 | 5,612 | 5,621 | 5,630 | 5,639 | 5,648 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 32, | 5,657 | 5,666 | 5,675 | 5,683 | 5,692 | 5,701 | 5,710 | 5,718 | 5,727 | 5,736 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 33, | 5,745 | 5,753 | 5,762 | 5,771 | 5,779 | 5,788 | 5,797 | 5,805 | 5,814 | 5,822 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 34, | 5,831 | 5,840 | 5,848 | 5,857 | 5,865 | 5,874 | 5,882 | 5,891 | 5,899 | 5,908 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 35, | 5,916 | 5,925 | 5,933 | 5,941 | 5,950 | 5,958 | 5,967 | 5,975 | 5,983 | 5,992 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 36, | 6,000 | 6,008 | 6,017 | 6,025 | 6,033 | 6,042 | 6,050 | 6,058 | 6,066 | 6,075 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 |
| 37, | 6,083 | 6,091 | 6,099 | 6,107 | 6,116 | 6,124 | 6,132 | 6,140 | 6,148 | 6,156 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 |
| 38, | 6,164 | 6,173 | 6,181 | 6,189 | 6,197 | 6,205 | 6,213 | 6,221 | 6,229 | 6,237 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 |
| 39, | 6,245 | 6,253 | 6,261 | 6,269 | 6,277 | 6,285 | 6,293 | 6,301 | 6,309 | 6,317 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 |
| **40**, | 6,325 | 6,332 | 6,340 | 6,348 | 6,356 | 6,364 | 6,372 | 6,380 | 6,387 | 6,395 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 41, | 6,403 | 6,411 | 6,419 | 6,427 | 6,434 | 6,442 | 6,450 | 6,458 | 6,465 | 6,473 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 42, | 6,481 | 6,488 | 6,496 | 6,504 | 6,512 | 6,519 | 6,527 | 6,535 | 6,542 | 6,550 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 43, | 6,557 | 6,565 | 6,573 | 6,580 | 6,588 | 6,595 | 6,603 | 6,611 | 6,618 | 6,626 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 44, | 6,633 | 6,641 | 6,648 | 6,656 | 6,663 | 6,671 | 6,678 | 6,686 | 6,693 | 6,701 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 45, | 6,708 | 6,716 | 6,723 | 6,731 | 6,738 | 6,745 | 6,753 | 6,760 | 6,768 | 6,775 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 46, | 6,782 | 6,790 | 6,797 | 6,804 | 6,812 | 6,819 | 6,826 | 6,834 | 6,841 | 6,848 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 47, | 6,856 | 6,863 | 6,870 | 6,877 | 6,885 | 6,892 | 6,899 | 6,907 | 6,914 | 6,921 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 48, | 6,928 | 6,935 | 6,943 | 6,950 | 6,957 | 6,964 | 6,971 | 6,979 | 6,986 | 6,993 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 49, | 7,000 | 7,007 | 7,014 | 7,021 | 7,029 | 7,036 | 7,043 | 7,050 | 7,057 | 7,064 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| **50**, | 7,071 | 7,078 | 7,085 | 7,092 | 7,099 | 7,106 | 7,113 | 7,120 | 7,127 | 7,134 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 51, | 7,141 | 7,148 | 7,155 | 7,162 | 7,169 | 7,176 | 7,183 | 7,190 | 7,197 | 7,204 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 52, | 7,211 | 7,218 | 7,225 | 7,232 | 7,239 | 7,246 | 7,253 | 7,259 | 7,266 | 7,273 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 53, | 7,280 | 7,287 | 7,294 | 7,301 | 7,308 | 7,314 | 7,321 | 7,328 | 7,335 | 7,342 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 54, | 7,348 | 7,355 | 7,362 | 7,369 | 7,376 | 7,382 | 7,389 | 7,396 | 7,403 | 7,409 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 10*N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |

$x = N \cdot 10^{2k+1}$ $\sqrt{x} = \sqrt{10N} \cdot 10^{k}$ **55,0 – 99,9**

| 10*N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 55, | 7,416 | 7,423 | 7,430 | 7,436 | 7,443 | 7,450 | 7,457 | 7,463 | 7,470 | 7,477 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 56, | 7,483 | 7,490 | 7,497 | 7,503 | 7,510 | 7,517 | 7,523 | 7,530 | 7,537 | 7,543 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 57, | 7,550 | 7,556 | 7,563 | 7,570 | 7,576 | 7,583 | 7,589 | 7,596 | 7,603 | 7,609 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 58, | 7,616 | 7,622 | 7,629 | 7,635 | 7,642 | 7,649 | 7,655 | 7,662 | 7,668 | 7,675 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 59, | 7,681 | 7,688 | 7,694 | 7,701 | 7,707 | 7,714 | 7,720 | 7,727 | 7,733 | 7,740 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| **60**, | 7,746 | 7,752 | 7,759 | 7,765 | 7,772 | 7,778 | 7,785 | 7,791 | 7,797 | 7,804 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 61, | 7,810 | 7,817 | 7,823 | 7,829 | 7,836 | 7,842 | 7,849 | 7,855 | 7,861 | 7,868 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 62, | 7,874 | 7,880 | 7,887 | 7,893 | 7,899 | 7,906 | 7,912 | 7,918 | 7,925 | 7,931 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 63, | 7,937 | 7,944 | 7,950 | 7,956 | 7,962 | 7,969 | 7,975 | 7,981 | 7,987 | 7,994 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 64, | 8,000 | 8,006 | 8,012 | 8,019 | 8,025 | 8,031 | 8,037 | 8,044 | 8,050 | 8,056 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 65, | 8,062 | 8,068 | 8,075 | 8,081 | 8,087 | 8,093 | 8,099 | 8,106 | 8,112 | 8,118 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 66, | 8,124 | 8,130 | 8,136 | 8,142 | 8,149 | 8,155 | 8,161 | 8,167 | 8,173 | 8,179 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 67, | 8,185 | 8,191 | 8,198 | 8,204 | 8,210 | 8,216 | 8,222 | 8,228 | 8,234 | 8,240 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 68, | 8,246 | 8,252 | 8,258 | 8,264 | 8,270 | 8,276 | 8,283 | 8,289 | 8,295 | 8,301 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 69, | 8,307 | 8,313 | 8,319 | 8,325 | 8,331 | 8,337 | 8,343 | 8,349 | 8,355 | 8,361 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| **70**, | 8,367 | 8,373 | 8,379 | 8,385 | 8,390 | 8,396 | 8,402 | 8,408 | 8,414 | 8,420 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 71, | 8,426 | 8,432 | 8,438 | 8,444 | 8,450 | 8,456 | 8,462 | 8,468 | 8,473 | 8,479 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 72, | 8,485 | 8,491 | 8,497 | 8,503 | 8,509 | 8,515 | 8,521 | 8,526 | 8,532 | 8,538 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 73, | 8,544 | 8,550 | 8,556 | 8,562 | 8,567 | 8,573 | 8,579 | 8,585 | 8,591 | 8,597 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 74, | 8,602 | 8,608 | 8,614 | 8,620 | 8,626 | 8,631 | 8,637 | 8,643 | 8,649 | 8,654 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 75, | 8,660 | 8,666 | 8,672 | 8,678 | 8,683 | 8,689 | 8,695 | 8,701 | 8,706 | 8,712 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 76, | 8,718 | 8,724 | 8,729 | 8,735 | 8,741 | 8,746 | 8,752 | 8,758 | 8,764 | 8,769 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 77, | 8,775 | 8,781 | 8,786 | 8,792 | 8,798 | 8,803 | 8,809 | 8,815 | 8,820 | 8,826 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 78, | 8,832 | 8,837 | 8,843 | 8,849 | 8,854 | 8,860 | 8,866 | 8,871 | 8,877 | 8,883 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 79, | 8,888 | 8,894 | 8,899 | 8,905 | 8,911 | 8,916 | 8,922 | 8,927 | 8,933 | 8,939 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| **80**, | 8,944 | 8,950 | 8,955 | 8,961 | 8,967 | 8,972 | 8,978 | 8,983 | 8,989 | 8,994 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 81, | 9,000 | 9,006 | 9,011 | 9,017 | 9,022 | 9,028 | 9,033 | 9,039 | 9,044 | 9,050 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 82, | 9,055 | 9,061 | 9,066 | 9,072 | 9,077 | 9,083 | 9,088 | 9,094 | 9,099 | 9,105 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 83, | 9,110 | 9,116 | 9,121 | 9,127 | 9,132 | 9,138 | 9,143 | 9,149 | 9,154 | 9,160 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 84, | 9,165 | 9,171 | 9,176 | 9,182 | 9,187 | 9,192 | 9,198 | 9,203 | 9,209 | 9,214 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 85, | 9,220 | 9,225 | 9,230 | 9,236 | 9,241 | 9,247 | 9,252 | 9,257 | 9,263 | 9,268 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 86, | 9,274 | 9,279 | 9,284 | 9,290 | 9,295 | 9,301 | 9,306 | 9,311 | 9,317 | 9,322 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 87, | 9,327 | 9,333 | 9,338 | 9,343 | 9,349 | 9,354 | 9,359 | 9,365 | 9,370 | 9,375 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 88, | 9,381 | 9,386 | 9,391 | 9,397 | 9,402 | 9,407 | 9,413 | 9,418 | 9,423 | 9,429 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 89, | 9,434 | 9,439 | 9,445 | 9,450 | 9,455 | 9,460 | 9,466 | 9,471 | 9,476 | 9,482 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| **90**, | 9,487 | 9,492 | 9,497 | 9,503 | 9,508 | 9,513 | 9,518 | 9,524 | 9,529 | 9,534 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 91, | 9,539 | 9,545 | 9,550 | 9,555 | 9,560 | 9,566 | 9,571 | 9,576 | 9,581 | 9,586 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 92, | 9,592 | 9,597 | 9,602 | 9,607 | 9,612 | 9,618 | 9,623 | 9,628 | 9,633 | 9,638 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 93, | 9,644 | 9,649 | 9,654 | 9,659 | 9,664 | 9,670 | 9,675 | 9,680 | 9,685 | 9,690 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 94, | 9,695 | 9,701 | 9,706 | 9,711 | 9,716 | 9,721 | 9,726 | 9,731 | 9,737 | 9,742 | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 95, | 9,747 | 9,752 | 9,757 | 9,762 | 9,767 | 9,772 | 9,778 | 9,783 | 9,788 | 9,793 | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 96, | 9,798 | 9,803 | 9,808 | 9,813 | 9,818 | 9,823 | 9,829 | 9,834 | 9,839 | 9,844 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 97, | 9,849 | 9,854 | 9,859 | 9,864 | 9,869 | 9,874 | 9,879 | 9,884 | 9,889 | 9,894 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 |
| 98, | 9,899 | 9,905 | 9,910 | 9,915 | 9,920 | 9,925 | 9,930 | 9,935 | 9,940 | 9,945 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 99, | 9,950 | 9,955 | 9,960 | 9,965 | 9,970 | 9,975 | 9,980 | 9,985 | 9,990 | 9,995 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 10*N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |

$x = N \cdot 10^k$ $\qquad$ $\lg x = \lg N + k$ $\qquad$ **1,000 – 1,499**

| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1,00** | 0,0000 | 0004 | 0009 | 0013 | 0017 | 0022 | 0026 | 0030 | 0035 | 0039 |
| 1,01 | 0043 | 0048 | 0052 | 0056 | 0060 | 0065 | 0069 | 0073 | 0077 | 0082 |
| 1,02 | 0086 | 0090 | 0095 | 0099 | 0103 | 0107 | 0111 | 0116 | 0120 | 0124 |
| 1,03 | 0128 | 0133 | 0137 | 0141 | 0145 | 0149 | 0154 | 0158 | 0162 | 0166 |
| 1,04 | 0170 | 0175 | 0179 | 0183 | 0187 | 0191 | 0195 | 0199 | 0204 | 0208 |
| 1,05 | 0,0212 | 0216 | 0220 | 0224 | 0228 | 0233 | 0237 | 0241 | 0245 | 0249 |
| 1,06 | 0253 | 0257 | 0261 | 0265 | 0269 | 0273 | 0278 | 0282 | 0286 | 0290 |
| 1,07 | 0294 | 0298 | 0302 | 0306 | 0310 | 0314 | 0318 | 0322 | 0326 | 0330 |
| 1,08 | 0334 | 0338 | 0342 | 0346 | 0350 | 0354 | 0358 | 0362 | 0366 | 0370 |
| 1,09 | 0374 | 0378 | 0382 | 0386 | 0390 | 0394 | 0398 | 0402 | 0406 | 0410 |
| **1,10** | 0,0414 | 0418 | 0422 | 0426 | 0430 | 0434 | 0438 | 0441 | 0445 | 0449 |
| 1,11 | 0453 | 0457 | 0461 | 0465 | 0469 | 0473 | 0477 | 0481 | 0484 | 0488 |
| 1,12 | 0492 | 0496 | 0500 | 0504 | 0508 | 0512 | 0515 | 0519 | 0523 | 0527 |
| 1,13 | 0531 | 0535 | 0538 | 0542 | 0546 | 0550 | 0554 | 0558 | 0561 | 0565 |
| 1,14 | 0569 | 0573 | 0577 | 0580 | 0584 | 0588 | 0592 | 0596 | 0599 | 0603 |
| 1,15 | 0,0607 | 0611 | 0615 | 0618 | 0622 | 0626 | 0630 | 0633 | 0637 | 0641 |
| 1,16 | 0645 | 0648 | 0652 | 0656 | 0660 | 0663 | 0667 | 0671 | 0674 | 0678 |
| 1,17 | 0682 | 0686 | 0689 | 0693 | 0697 | 0700 | 0704 | 0708 | 0711 | 0715 |
| 1,18 | 0719 | 0722 | 0726 | 0730 | 0734 | 0737 | 0741 | 0745 | 0748 | 0752 |
| 1,19 | 0755 | 0759 | 0763 | 0766 | 0770 | 0774 | 0777 | 0781 | 0785 | 0788 |
| **1,20** | 0,0792 | 0795 | 0799 | 0803 | 0806 | 0810 | 0813 | 0817 | 0821 | 0824 |
| 1,21 | 0828 | 0831 | 0835 | 0839 | 0842 | 0846 | 0849 | 0853 | 0856 | 0860 |
| 1,22 | 0864 | 0867 | 0871 | 0874 | 0878 | 0881 | 0885 | 0888 | 0892 | 0896 |
| 1,23 | 0899 | 0903 | 0906 | 0910 | 0913 | 0917 | 0920 | 0924 | 0927 | 0931 |
| 1,24 | 0934 | 0938 | 0941 | 0945 | 0948 | 0952 | 0955 | 0959 | 0962 | 0966 |
| 1,25 | 0,0969 | 0973 | 0976 | 0980 | 0983 | 0986 | 0990 | 0993 | 0997 | 1000 |
| 1,26 | 1004 | 1007 | 1011 | 1014 | 1017 | 1021 | 1024 | 1028 | 1031 | 1035 |
| 1,27 | 1038 | 1041 | 1045 | 1048 | 1052 | 1055 | 1059 | 1062 | 1065 | 1069 |
| 1,28 | 1072 | 1075 | 1079 | 1082 | 1086 | 1089 | 1092 | 1096 | 1099 | 1103 |
| 1,29 | 1106 | 1109 | 1113 | 1116 | 1119 | 1123 | 1126 | 1129 | 1133 | 1136 |
| **1,30** | 0,1139 | 1143 | 1146 | 1149 | 1153 | 1156 | 1159 | 1163 | 1166 | 1169 |
| 1,31 | 1173 | 1176 | 1179 | 1183 | 1186 | 1189 | 1193 | 1196 | 1199 | 1202 |
| 1,32 | 1206 | 1209 | 1212 | 1216 | 1219 | 1222 | 1225 | 1229 | 1232 | 1235 |
| 1,33 | 1239 | 1242 | 1245 | 1248 | 1252 | 1255 | 1258 | 1261 | 1265 | 1268 |
| 1,34 | 1271 | 1274 | 1278 | 1281 | 1284 | 1287 | 1290 | 1294 | 1297 | 1300 |
| 1,35 | 0,1303 | 1307 | 1310 | 1313 | 1316 | 1319 | 1323 | 1326 | 1329 | 1332 |
| 1,36 | 1335 | 1339 | 1342 | 1345 | 1348 | 1351 | 1355 | 1358 | 1361 | 1364 |
| 1,37 | 1367 | 1370 | 1374 | 1377 | 1380 | 1383 | 1386 | 1389 | 1392 | 1396 |
| 1,38 | 1399 | 1402 | 1405 | 1408 | 1411 | 1414 | 1418 | 1421 | 1424 | 1427 |
| 1,39 | 1430 | 1433 | 1436 | 1440 | 1443 | 1446 | 1449 | 1452 | 1455 | 1458 |
| **1,40** | 0,1461 | 1464 | 1467 | 1471 | 1474 | 1477 | 1480 | 1483 | 1486 | 1489 |
| 1,41 | 1492 | 1495 | 1498 | 1501 | 1504 | 1508 | 1511 | 1514 | 1517 | 1520 |
| 1,42 | 1523 | 1526 | 1529 | 1532 | 1535 | 1538 | 1541 | 1544 | 1547 | 1550 |
| 1,43 | 1553 | 1556 | 1559 | 1562 | 1565 | 1569 | 1572 | 1575 | 1578 | 1581 |
| 1,44 | 1584 | 1587 | 1590 | 1593 | 1596 | 1599 | 1602 | 1605 | 1608 | 1611 |
| 1,45 | 0,1614 | 1617 | 1620 | 1623 | 1626 | 1629 | 1632 | 1635 | 1638 | 1641 |
| 1,46 | 1644 | 1647 | 1649 | 1652 | 1655 | 1658 | 1661 | 1664 | 1667 | 1670 |
| 1,47 | 1673 | 1676 | 1679 | 1682 | 1685 | 1688 | 1691 | 1694 | 1697 | 1700 |
| 1,48 | 1703 | 1706 | 1708 | 1711 | 1714 | 1717 | 1720 | 1723 | 1726 | 1729 |
| 1,49 | 1732 | 1735 | 1738 | 1741 | 1744 | 1746 | 1749 | 1752 | 1755 | 1758 |
| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |

$x = N \cdot 10^k$ $\lg x = \lg N + k$ **1,500 – 1,999**

| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1,50** | 0,1761 | 1764 | 1767 | 1770 | 1772 | 1775 | 1778 | 1781 | 1784 | 1787 |
| 1,51 | 1790 | 1793 | 1796 | 1798 | 1801 | 1804 | 1807 | 1810 | 1813 | 1816 |
| 1,52 | 1818 | 1821 | 1824 | 1827 | 1830 | 1833 | 1836 | 1838 | 1841 | 1844 |
| 1,53 | 1847 | 1850 | 1853 | 1855 | 1858 | 1861 | 1864 | 1867 | 1870 | 1872 |
| 1,54 | 1875 | 1878 | 1881 | 1884 | 1886 | 1889 | 1892 | 1895 | 1898 | 1901 |
| 1,55 | 0,1903 | 1906 | 1909 | 1912 | 1915 | 1917 | 1920 | 1923 | 1926 | 1928 |
| 1,56 | 1931 | 1934 | 1937 | 1940 | 1942 | 1945 | 1948 | 1951 | 1953 | 1956 |
| 1,57 | 1959 | 1962 | 1965 | 1967 | 1970 | 1973 | 1976 | 1978 | 1981 | 1984 |
| 1,58 | 1987 | 1989 | 1992 | 1995 | 1998 | 2000 | 2003 | 2006 | 2009 | 2011 |
| 1,59 | 2014 | 2017 | 2019 | 2022 | 2025 | 2028 | 2030 | 2033 | 2036 | 2038 |
| **1,60** | 0,2041 | 2044 | 2047 | 2049 | 2052 | 2055 | 2057 | 2060 | 2063 | 2066 |
| 1,61 | 2068 | 2071 | 2074 | 2076 | 2079 | 2082 | 2084 | 2087 | 2090 | 2092 |
| 1,62 | 2095 | 2098 | 2101 | 2103 | 2106 | 2109 | 2111 | 2114 | 2117 | 2119 |
| 1,63 | 2122 | 2125 | 2127 | 2130 | 2133 | 2135 | 2138 | 2140 | 2143 | 2146 |
| 1,64 | 2148 | 2151 | 2154 | 2156 | 2159 | 2162 | 2164 | 2167 | 2170 | 2172 |
| 1,65 | 0,2175 | 2177 | 2180 | 2183 | 2185 | 2188 | 2191 | 2193 | 2196 | 2198 |
| 1,66 | 2201 | 2204 | 2206 | 2209 | 2212 | 2214 | 2217 | 2219 | 2222 | 2225 |
| 1,67 | 2227 | 2230 | 2232 | 2235 | 2238 | 2240 | 2243 | 2245 | 2248 | 2251 |
| 1,68 | 2253 | 2256 | 2258 | 2261 | 2263 | 2266 | 2269 | 2271 | 2274 | 2276 |
| 1,69 | 2279 | 2281 | 2284 | 2287 | 2289 | 2292 | 2294 | 2297 | 2299 | 2302 |
| **1,70** | 0,2304 | 2307 | 2310 | 2312 | 2315 | 2317 | 2320 | 2322 | 2325 | 2327 |
| 1,71 | 2330 | 2333 | 2335 | 2338 | 2340 | 2343 | 2345 | 2348 | 2350 | 2353 |
| 1,72 | 2355 | 2358 | 2360 | 2363 | 2365 | 2368 | 2370 | 2373 | 2375 | 2378 |
| 1,73 | 2380 | 2383 | 2385 | 2388 | 2390 | 2393 | 2395 | 2398 | 2400 | 2403 |
| 1,74 | 2405 | 2408 | 2410 | 2413 | 2415 | 2418 | 2420 | 2423 | 2425 | 2428 |
| 1,75 | 0,2430 | 2433 | 2435 | 2438 | 2440 | 2443 | 2445 | 2448 | 2450 | 2453 |
| 1,76 | 2455 | 2458 | 2460 | 2463 | 2465 | 2467 | 2470 | 2472 | 2475 | 2477 |
| 1,77 | 2480 | 2482 | 2485 | 2487 | 2490 | 2492 | 2494 | 2497 | 2499 | 2502 |
| 1,78 | 2504 | 2507 | 2509 | 2512 | 2514 | 2516 | 2519 | 2521 | 2524 | 2526 |
| 1,79 | 2529 | 2531 | 2533 | 2536 | 2538 | 2541 | 2543 | 2545 | 2548 | 2550 |
| **1,80** | 0,2553 | 2555 | 2558 | 2560 | 2562 | 2565 | 2567 | 2570 | 2572 | 2574 |
| 1,81 | 2577 | 2579 | 2582 | 2584 | 2586 | 2589 | 2591 | 2594 | 2596 | 2598 |
| 1,82 | 2601 | 2603 | 2605 | 2608 | 2610 | 2613 | 2615 | 2617 | 2620 | 2622 |
| 1,83 | 2625 | 2627 | 2629 | 2632 | 2634 | 2636 | 2639 | 2641 | 2643 | 2646 |
| 1,84 | 2648 | 2651 | 2653 | 2655 | 2658 | 2660 | 2662 | 2665 | 2667 | 2669 |
| 1,85 | 0,2672 | 2674 | 2676 | 2679 | 2681 | 2683 | 2686 | 2688 | 2690 | 2693 |
| 1,86 | 2695 | 2697 | 2700 | 2702 | 2704 | 2707 | 2709 | 2711 | 2714 | 2716 |
| 1,87 | 2718 | 2721 | 2723 | 2725 | 2728 | 2730 | 2732 | 2735 | 2737 | 2739 |
| 1,88 | 2742 | 2744 | 2746 | 2749 | 2751 | 2753 | 2755 | 2758 | 2760 | 2762 |
| 1,89 | 2765 | 2767 | 2769 | 2772 | 2774 | 2776 | 2778 | 2781 | 2783 | 2785 |
| **1,90** | 0,2788 | 2790 | 2792 | 2794 | 2797 | 2799 | 2801 | 2804 | 2806 | 2808 |
| 1,91 | 2810 | 2813 | 2815 | 2817 | 2819 | 2822 | 2824 | 2826 | 2828 | 2831 |
| 1,92 | 2833 | 2835 | 2838 | 2840 | 2842 | 2844 | 2847 | 2849 | 2851 | 2853 |
| 1,93 | 2856 | 2858 | 2860 | 2862 | 2865 | 2867 | 2869 | 2871 | 2874 | 2876 |
| 1,94 | 2878 | 2880 | 2882 | 2885 | 2887 | 2889 | 2891 | 2894 | 2896 | 2898 |
| 1,95 | 0,2900 | 2903 | 2905 | 2907 | 2909 | 2911 | 2914 | 2916 | 2918 | 2920 |
| 1,96 | 2923 | 2925 | 2927 | 2929 | 2931 | 2934 | 2936 | 2938 | 2940 | 2942 |
| 1,97 | 2945 | 2947 | 2949 | 2951 | 2953 | 2956 | 2958 | 2960 | 2962 | 2964 |
| 1,98 | 2967 | 2969 | 2971 | 2973 | 2975 | 2978 | 2980 | 2982 | 2984 | 2986 |
| 1,99 | 2989 | 2991 | 2993 | 2995 | 2997 | 2999 | 3002 | 3004 | 3006 | 3008 |
| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |

$x = N \cdot 10^k$ $\lg x = \lg N + k$ **2,00 – 5,99**

| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **2,0** | 0,3010 | 3032 | 3054 | 3075 | 3096 | 3118 | 3139 | 3160 | 3181 | 3201 | 0 | 4 | 6 | 8 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 |
| 2,1 | 3222 | 3243 | 3263 | 3284 | 3304 | 3324 | 3345 | 3365 | 3385 | 3404 | 0 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 2,2 | 3424 | 3444 | 3464 | 3483 | 3502 | 3522 | 3541 | 3560 | 3579 | 3598 | 0 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 15 | 17 |
| 2,3 | 3617 | 3636 | 3655 | 3674 | 3692 | 3711 | 3729 | 3747 | 3766 | 3784 | 0 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |
| 2,4 | 3802 | 3820 | 3838 | 3856 | 3874 | 3892 | 3909 | 3927 | 3945 | 3962 | 0 | 4 | 5 | 7 | 9 | 11 | 12 | 14 | 16 |
| 2,5 | 0,3979 | 3997 | 4014 | 4031 | 4048 | 4065 | 4082 | 4099 | 4116 | 4133 | 0 | 3 | 5 | 7 | 9 | 10 | 12 | 14 | 15 |
| 2,6 | 4150 | 4166 | 4183 | 4200 | 4216 | 4232 | 4249 | 4265 | 4281 | 4298 | 0 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 | 13 | 15 |
| 2,7 | 4314 | 4330 | 4346 | 4362 | 4378 | 4393 | 4409 | 4425 | 4440 | 4456 | 0 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 13 | 14 |
| 2,8 | 4472 | 4487 | 4502 | 4518 | 4533 | 4548 | 4564 | 4579 | 4594 | 4609 | 0 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 | 14 |
| 2,9 | 4624 | 4639 | 4654 | 4669 | 4683 | 4698 | 4713 | 4728 | 4742 | 4757 | 0 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 |
| **3,0** | 0,4771 | 4786 | 4800 | 4814 | 4829 | 4843 | 4857 | 4871 | 4886 | 4900 | 0 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 | 13 |
| 3,1 | 4914 | 4928 | 4942 | 4955 | 4969 | 4983 | 4997 | 5011 | 5024 | 5038 | 0 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 12 |
| 3,2 | 5051 | 5065 | 5079 | 5092 | 5105 | 5119 | 5132 | 5145 | 5159 | 5172 | 0 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 |
| 3,3 | 5185 | 5198 | 5211 | 5224 | 5237 | 5250 | 5263 | 5276 | 5289 | 5302 | 0 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 12 |
| 3,4 | 5315 | 5328 | 5340 | 5353 | 5366 | 5378 | 5391 | 5403 | 5416 | 5428 | 0 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 3,5 | 0,5441 | 5453 | 5465 | 5478 | 5490 | 5502 | 5514 | 5527 | 5539 | 5551 | 0 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 |
| 3,6 | 5563 | 5575 | 5587 | 5599 | 5611 | 5623 | 5635 | 5647 | 5658 | 5670 | 0 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 |
| 3,7 | 5682 | 5694 | 5705 | 5717 | 5729 | 5740 | 5752 | 5763 | 5775 | 5786 | 0 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 3,8 | 5798 | 5809 | 5821 | 5832 | 5843 | 5855 | 5866 | 5877 | 5888 | 5899 | 0 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 3,9 | 5911 | 5922 | 5933 | 5944 | 5955 | 5966 | 5977 | 5988 | 5999 | 6010 | 0 | 2 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **4,0** | 0,6021 | 6031 | 6042 | 6053 | 6064 | 6075 | 6085 | 6096 | 6107 | 6117 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 |
| 4,1 | 6128 | 6138 | 6149 | 6160 | 6170 | 6180 | 6191 | 6201 | 6212 | 6222 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4,2 | 6232 | 6243 | 6253 | 6263 | 6274 | 6284 | 6294 | 6304 | 6314 | 6325 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4,3 | 6335 | 6345 | 6355 | 6365 | 6375 | 6385 | 6395 | 6405 | 6415 | 6425 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4,4 | 6435 | 6444 | 6454 | 6464 | 6474 | 6484 | 6493 | 6503 | 6513 | 6522 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4,5 | 0,6532 | 6542 | 6551 | 6561 | 6571 | 6580 | 6590 | 6599 | 6609 | 6618 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4,6 | 6628 | 6637 | 6646 | 6656 | 6665 | 6675 | 6684 | 6693 | 6702 | 6712 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 |
| 4,7 | 6721 | 6730 | 6739 | 6749 | 6758 | 6767 | 6776 | 6785 | 6794 | 6803 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 4,8 | 6812 | 6821 | 6830 | 6839 | 6848 | 6857 | 6866 | 6875 | 6884 | 6893 | 0 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 4,9 | 6902 | 6911 | 6920 | 6928 | 6937 | 6946 | 6955 | 6964 | 6972 | 6981 | 0 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| **5,0** | 0,6990 | 6998 | 7007 | 7016 | 7024 | 7033 | 7042 | 7050 | 7059 | 7067 | 0 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 5,1 | 7076 | 7084 | 7093 | 7101 | 7110 | 7118 | 7126 | 7135 | 7143 | 7152 | 0 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 5,2 | 7160 | 7168 | 7177 | 7185 | 7193 | 7202 | 7210 | 7218 | 7226 | 7235 | 0 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 |
| 5,3 | 7243 | 7251 | 7259 | 7267 | 7275 | 7284 | 7292 | 7300 | 7308 | 7316 | 0 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 |
| 5,4 | 7324 | 7332 | 7340 | 7348 | 7356 | 7364 | 7372 | 7380 | 7388 | 7396 | 0 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 |
| 5,5 | 0,7404 | 7412 | 7419 | 7427 | 7435 | 7443 | 7451 | 7459 | 7466 | 7474 | 0 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 5,6 | 7482 | 7490 | 7497 | 7505 | 7513 | 7520 | 7528 | 7536 | 7543 | 7551 | 0 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 5,7 | 7559 | 7566 | 7574 | 7582 | 7589 | 7597 | 7604 | 7612 | 7619 | 7627 | 0 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 5,8 | 7634 | 7642 | 7649 | 7657 | 7664 | 7672 | 7679 | 7686 | 7694 | 7701 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 5,9 | 7709 | 7716 | 7723 | 7731 | 7738 | 7745 | 7752 | 7760 | 7767 | 7774 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |

$x = N \cdot 10^k$ $\lg x = \lg N + k$ **6,00 – 9,99**

| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **6,0** | 0,7782 | 7789 | 7796 | 7803 | 7810 | 7818 | 7825 | 7832 | 7839 | 7846 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 6,1 | 7853 | 7860 | 7868 | 7875 | 7882 | 7889 | 7896 | 7903 | 7910 | 7917 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 6,2 | 7924 | 7931 | 7938 | 7945 | 7952 | 7959 | 7966 | 7973 | 7980 | 7987 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 6,3 | 7993 | 8000 | 8007 | 8014 | 8021 | 8028 | 8035 | 8041 | 8048 | 8055 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 6,4 | 8062 | 8069 | 8075 | 8082 | 8089 | 8096 | 8102 | 8109 | 8116 | 8122 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 6,5 | 0,8129 | 8136 | 8142 | 8149 | 8156 | 8162 | 8169 | 8176 | 8182 | 8189 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 6,6 | 8195 | 8202 | 8209 | 8215 | 8222 | 8228 | 8235 | 8241 | 8248 | 8254 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 6,7 | 8261 | 8267 | 8274 | 8280 | 8287 | 8293 | 8299 | 8306 | 8312 | 8319 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 6,8 | 8325 | 8331 | 8338 | 8344 | 8351 | 8357 | 8363 | 8370 | 8376 | 8382 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 6,9 | 8388 | 8395 | 8401 | 8407 | 8414 | 8420 | 8426 | 8432 | 8439 | 8445 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| **7,0** | 0,8451 | 8457 | 8463 | 8470 | 8476 | 8482 | 8488 | 8494 | 8500 | 8506 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 7,1 | 8513 | 8519 | 8525 | 8531 | 8537 | 8543 | 8549 | 8555 | 8561 | 8567 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 7,2 | 8573 | 8579 | 8585 | 8591 | 8597 | 8603 | 8609 | 8615 | 8621 | 8627 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 7,3 | 8633 | 8639 | 8645 | 8651 | 8657 | 8663 | 8669 | 8675 | 8681 | 8686 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 7,4 | 8692 | 8698 | 8704 | 8710 | 8716 | 8722 | 8727 | 8733 | 8739 | 8745 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 7,5 | 0,8751 | 8756 | 8762 | 8768 | 8774 | 8779 | 8785 | 8791 | 8797 | 8802 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 7,6 | 8808 | 8814 | 8820 | 8825 | 8831 | 8837 | 8842 | 8848 | 8854 | 8859 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 7,7 | 8865 | 8871 | 8876 | 8882 | 8887 | 8893 | 8899 | 8904 | 8910 | 8915 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 7,8 | 8921 | 8927 | 8932 | 8938 | 8943 | 8949 | 8954 | 8960 | 8965 | 8971 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 7,9 | 8976 | 8982 | 8987 | 8993 | 8998 | 9004 | 9009 | 9015 | 9020 | 9025 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| **8,0** | 0,9031 | 9036 | 9042 | 9047 | 9053 | 9058 | 9063 | 9069 | 9074 | 9079 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 8,1 | 9085 | 9090 | 9096 | 9101 | 9106 | 9112 | 9117 | 9122 | 9128 | 9133 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 8,2 | 9138 | 9143 | 9149 | 9154 | 9159 | 9165 | 9170 | 9175 | 9180 | 9186 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 8,3 | 9191 | 9196 | 9201 | 9206 | 9212 | 9217 | 9222 | 9227 | 9232 | 9238 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 8,4 | 9243 | 9248 | 9253 | 9258 | 9263 | 9269 | 9274 | 9279 | 9284 | 9289 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 8,5 | 0,9294 | 9299 | 9304 | 9309 | 9315 | 9320 | 9325 | 9330 | 9335 | 9340 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 8,6 | 9345 | 9350 | 9355 | 9360 | 9365 | 9370 | 9375 | 9380 | 9385 | 9390 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 8,7 | 9395 | 9400 | 9405 | 9410 | 9415 | 9420 | 9425 | 9430 | 9435 | 9440 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 8,8 | 9445 | 9450 | 9455 | 9460 | 9465 | 9469 | 9474 | 9479 | 9484 | 9489 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 8,9 | 9494 | 9499 | 9504 | 9509 | 9513 | 9518 | 9523 | 9528 | 9533 | 9538 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| **9,0** | 0,9542 | 9547 | 9552 | 9557 | 9562 | 9566 | 9571 | 9576 | 9581 | 9586 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 9,1 | 9590 | 9595 | 9600 | 9605 | 9609 | 9614 | 9619 | 9624 | 9628 | 9633 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 9,2 | 9638 | 9643 | 9647 | 9652 | 9657 | 9661 | 9666 | 9671 | 9675 | 9680 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 9,3 | 9685 | 9689 | 9694 | 9699 | 9703 | 9708 | 9713 | 9717 | 9722 | 9727 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 9,4 | 9731 | 9736 | 9741 | 9745 | 9750 | 9754 | 9759 | 9763 | 9768 | 9773 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 9,5 | 0,9777 | 9782 | 9786 | 9791 | 9795 | 9800 | 9805 | 9809 | 9814 | 9818 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 9,6 | 9823 | 9827 | 9832 | 9836 | 9841 | 9845 | 9850 | 9854 | 9859 | 9863 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 9,7 | 9868 | 9872 | 9877 | 9881 | 9886 | 9890 | 9894 | 9899 | 9903 | 9908 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 9,8 | 9912 | 9917 | 9921 | 9926 | 9930 | 9934 | 9939 | 9943 | 9948 | 9952 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 9,9 | 9956 | 9961 | 9965 | 9969 | 9974 | 9978 | 9983 | 9987 | 9991 | 9996 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 |
| *N* | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |

**sin 0°–45°**

| | 0′ | 10′ | 20′ | 30′ | 40′ | 50′ | 60′ | | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0°** | 0,0000 | 0029 | 0058 | 0087 | 0116 | 0145 | 0175 | 89 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 1 | 0175 | 0204 | 0233 | 0262 | 0291 | 0320 | 0349 | 88 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 2 | 0349 | 0378 | 0407 | 0436 | 0465 | 0494 | 0523 | 87 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 3 | 0523 | 0552 | 0581 | 0610 | 0640 | 0669 | 0698 | 86 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 4 | 0698 | 0727 | 0756 | 0785 | 0814 | 0843 | 0872 | 85° | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 5° | 0,0872 | 0901 | 0929 | 0958 | 0987 | 1016 | 1045 | 84 | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 6 | 1045 | 1074 | 1103 | 1132 | 1161 | 1190 | 1219 | 83 | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 7 | 1219 | 1248 | 1276 | 1305 | 1334 | 1363 | 1392 | 82 | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 8 | 1392 | 1421 | 1449 | 1478 | 1507 | 1536 | 1564 | 81 | 3 | 6 | 9 | 12 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 9 | 1564 | 1593 | 1622 | 1650 | 1679 | 1708 | 1736 | **80°** | 3 | 6 | 9 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| **10°** | 0,1736 | 1765 | 1794 | 1822 | 1851 | 1880 | 1908 | 79 | 3 | 6 | 9 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 11 | 1908 | 1937 | 1965 | 1994 | 2022 | 2051 | 2079 | 78 | 3 | 6 | 9 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 12 | 2079 | 2108 | 2136 | 2164 | 2193 | 2221 | 2250 | 77 | 3 | 6 | 9 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 13 | 2250 | 2278 | 2306 | 2334 | 2363 | 2391 | 2419 | 76 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 25 |
| 14 | 2419 | 2447 | 2476 | 2504 | 2532 | 2560 | 2588 | 75° | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 25 |
| 15° | 0,2588 | 2616 | 2644 | 2672 | 2700 | 2728 | 2756 | 74 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 22 | 25 |
| 16 | 2756 | 2784 | 2812 | 2840 | 2868 | 2896 | 2924 | 73 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 22 | 25 |
| 17 | 2924 | 2952 | 2979 | 3007 | 3035 | 3062 | 3090 | 72 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 | 17 | 19 | 22 | 25 |
| 18 | 3090 | 3118 | 3145 | 3173 | 3201 | 3228 | 3256 | 71 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 | 17 | 19 | 22 | 25 |
| 19 | 3256 | 3283 | 3311 | 3338 | 3365 | 3393 | 3420 | **70°** | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 | 16 | 19 | 22 | 25 |
| **20°** | 0,3420 | 3448 | 3475 | 3502 | 3529 | 3557 | 3584 | 69 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 | 16 | 19 | 22 | 25 |
| 21 | 3584 | 3611 | 3638 | 3665 | 3692 | 3719 | 3746 | 68 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 | 16 | 19 | 22 | 24 |
| 22 | 3746 | 3773 | 3800 | 3827 | 3854 | 3881 | 3907 | 67 | 3 | 5 | 8 | 11 | 13 | 16 | 19 | 21 | 24 |
| 23 | 3907 | 3934 | 3961 | 3987 | 4014 | 4041 | 4067 | 66 | 3 | 5 | 8 | 11 | 13 | 16 | 19 | 21 | 24 |
| 24 | 4067 | 4094 | 4120 | 4147 | 4173 | 4200 | 4226 | 65° | 3 | 5 | 8 | 11 | 13 | 16 | 19 | 21 | 24 |
| 25° | 0,4226 | 4253 | 4279 | 4305 | 4331 | 4358 | 4384 | 64 | 3 | 5 | 8 | 11 | 13 | 16 | 18 | 21 | 24 |
| 26 | 4384 | 4410 | 4436 | 4462 | 4488 | 4514 | 4540 | 63 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 16 | 18 | 21 | 23 |
| 27 | 4540 | 4566 | 4592 | 4617 | 4643 | 4669 | 4695 | 62 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 15 | 18 | 21 | 23 |
| 28 | 4695 | 4720 | 4746 | 4772 | 4797 | 4823 | 4848 | 61 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 15 | 18 | 20 | 23 |
| 29 | 4848 | 4874 | 4899 | 4924 | 4950 | 4975 | 5000 | **60°** | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 15 | 18 | 20 | 23 |
| **30°** | 0,5000 | 5025 | 5050 | 5075 | 5100 | 5125 | 5150 | 59 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 15 | 18 | 20 | 23 |
| 31 | 5150 | 5175 | 5200 | 5225 | 5250 | 5275 | 5299 | 58 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 | 15 | 17 | 20 | 22 |
| 32 | 5299 | 5324 | 5348 | 5373 | 5398 | 5422 | 5446 | 57 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 | 15 | 17 | 20 | 22 |
| 33 | 5446 | 5471 | 5495 | 5519 | 5544 | 5568 | 5592 | 56 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 | 15 | 17 | 19 | 22 |
| 34 | 5592 | 5616 | 5640 | 5664 | 5688 | 5712 | 5736 | 55° | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 | 14 | 17 | 19 | 22 |
| 35° | 0,5736 | 5760 | 5783 | 5807 | 5831 | 5854 | 5878 | 54 | 2 | 5 | 7 | 9 | 12 | 14 | 17 | 19 | 21 |
| 36 | 5878 | 5901 | 5925 | 5948 | 5972 | 5995 | 6018 | 53 | 2 | 5 | 7 | 9 | 12 | 14 | 16 | 19 | 21 |
| 37 | 6018 | 6041 | 6065 | 6088 | 6111 | 6134 | 6157 | 52 | 2 | 5 | 7 | 9 | 12 | 14 | 16 | 18 | 21 |
| 38 | 6157 | 6180 | 6202 | 6225 | 6248 | 6271 | 6293 | 51 | 2 | 5 | 7 | 9 | 11 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| 39 | 6293 | 6316 | 6338 | 6361 | 6383 | 6406 | 6428 | **50°** | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 | 13 | 16 | 18 | 20 |
| **40°** | 0,6428 | 6450 | 6472 | 6494 | 6517 | 6539 | 6561 | 49 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 18 | 20 |
| 41 | 6561 | 6583 | 6604 | 6626 | 6648 | 6670 | 6691 | 48 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 20 |
| 42 | 6691 | 6713 | 6734 | 6756 | 6777 | 6799 | 6820 | 47 | 2 | 4 | 6 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 |
| 43 | 6820 | 6841 | 6862 | 6884 | 6905 | 6926 | 6947 | 46 | 2 | 4 | 6 | 8 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 |
| 44 | 6947 | 6967 | 6988 | 7009 | 7030 | 7050 | 7071 | 45° | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 15 | 17 | 19 |
| | 60′ | 50′ | 40′ | 30′ | 20′ | 10′ | 0′ | | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |

**cos 45°–90°**

**sin 45°–90°**

| | 0′ | 10′ | 20′ | 30′ | 40′ | 50′ | 60′ | | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 45° | 0,7071 | 7092 | 7112 | 7133 | 7153 | 7173 | 7193 | 44 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 46 | 7193 | 7214 | 7234 | 7254 | 7274 | 7294 | 7314 | 43 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 47 | 7314 | 7333 | 7353 | 7373 | 7392 | 7412 | 7431 | 42 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 48 | 7431 | 7451 | 7470 | 7490 | 7509 | 7528 | 7547 | 41 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 13 | 15 | 17 |
| 49 | 7547 | 7566 | 7585 | 7604 | 7623 | 7642 | 7660 | **40°** | 2 | 4 | 6 | 8 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |
| **50°** | 0,7660 | 7679 | 7698 | 7716 | 7735 | 7753 | 7771 | 39 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 |
| 51 | 7771 | 7790 | 7808 | 7826 | 7844 | 7862 | 7880 | 38 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 14 | 16 |
| 52 | 7880 | 7898 | 7916 | 7934 | 7951 | 7969 | 7986 | 37 | 2 | 4 | 5 | 7 | 9 | 11 | 12 | 14 | 16 |
| 53 | 7986 | 8004 | 8021 | 8039 | 8056 | 8073 | 8090 | 36 | 2 | 3 | 5 | 7 | 9 | 10 | 12 | 14 | 16 |
| 54 | 8090 | 8107 | 8124 | 8141 | 8158 | 8175 | 8192 | 35° | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 12 | 14 | 15 |
| 55° | 0,8192 | 8208 | 8225 | 8241 | 8258 | 8274 | 8290 | 34 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 12 | 13 | 15 |
| 56 | 8290 | 8307 | 8323 | 8339 | 8355 | 8371 | 8387 | 33 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 10 | 11 | 13 | 14 |
| 57 | 8387 | 8403 | 8418 | 8434 | 8450 | 8465 | 8480 | 32 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 13 | 14 |
| 58 | 8480 | 8496 | 8511 | 8526 | 8542 | 8557 | 8572 | 31 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 | 14 |
| 59 | 8572 | 8587 | 8601 | 8616 | 8631 | 8646 | 8660 | **30°** | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 |
| **60°** | 0,8660 | 8675 | 8689 | 8704 | 8718 | 8732 | 8746 | 29 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 | 13 |
| 61 | 8746 | 8760 | 8774 | 8788 | 8802 | 8816 | 8829 | 28 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 12 |
| 62 | 8829 | 8843 | 8857 | 8870 | 8884 | 8897 | 8910 | 27 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 |
| 63 | 8910 | 8923 | 8936 | 8949 | 8962 | 8975 | 8988 | 26 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 12 |
| 64 | 8988 | 9001 | 9013 | 9026 | 9038 | 9051 | 9063 | 25° | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 65° | 0,9063 | 9075 | 9088 | 9100 | 9112 | 9124 | 9135 | 24 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 |
| 66 | 9135 | 9147 | 9159 | 9171 | 9182 | 9194 | 9205 | 23 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 67 | 9205 | 9216 | 9228 | 9239 | 9250 | 9261 | 9272 | 22 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 68 | 9272 | 9283 | 9293 | 9304 | 9315 | 9325 | 9336 | 21 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 |
| 69 | 9336 | 9346 | 9356 | 9367 | 9377 | 9387 | 9397 | **20°** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| **70°** | 0,9397 | 9407 | 9417 | 9426 | 9436 | 9446 | 9455 | 19 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 71 | 9455 | 9465 | 9474 | 9483 | 9492 | 9502 | 9511 | 18 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 | 8 |
| 72 | 9511 | 9520 | 9528 | 9537 | 9546 | 9555 | 9563 | 17 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 73 | 9563 | 9572 | 9580 | 9588 | 9596 | 9605 | 9613 | 16 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 |
| 74 | 9613 | 9621 | 9628 | 9636 | 9644 | 9652 | 9659 | 15° | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 75 | 0,9659 | 9667 | 9674 | 9681 | 9689 | 9696 | 9703 | 14 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 76 | 9703 | 9710 | 9717 | 9724 | 9730 | 9737 | 9744 | 13 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 77 | 9744 | 9750 | 9757 | 9763 | 9769 | 9775 | 9781 | 12 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |
| 78 | 9781 | 9787 | 9793 | 9799 | 9805 | 9811 | 9816 | 11 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 79 | 9816 | 9822 | 9827 | 9833 | 9838 | 9843 | 9848 | **10°** | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| **80°** | 0,9848 | 9853 | 9858 | 9863 | 9868 | 9872 | 9877 | 9 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 81 | 9877 | 9881 | 9886 | 9890 | 9894 | 9899 | 9903 | 8 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 |
| 82 | 9903 | 9907 | 9911 | 9914 | 9918 | 9922 | 9925 | 7 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 83 | 9925 | 9929 | 9932 | 9936 | 9939 | 9942 | 9945 | 6 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 84 | 9945 | 9948 | 9951 | 9954 | 9957 | 9959 | 9962 | 5° | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 85° | 0,9962 | 9964 | 9967 | 9969 | 9971 | 9974 | 9976 | 4 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 86 | 9976 | 9978 | 9980 | 9981 | 9983 | 9985 | 9986 | 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 87 | 9986 | 9988 | 9989 | 9990 | 9992 | 9993 | 9994 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 88 | 9994 | 9995 | 9996 | 9997 | 9997 | 9998 | 9998 | 1 | | | | | | | | | |
| 89 | 9998 | 9999 | 9999 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | **0°** | | | | | | | | | |
| | 60′ | 50′ | 40′ | 30′ | 20′ | 10′ | 0′ | | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |

**cos 0°–45°**

## 10.6. Nevezetes szögek szögfüggvényei

| | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 180° | 270° | 360° |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| sin | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | 0 | −1 | 0 |
| cos | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | −1 | 0 | 1 |
| tg | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | – | 0 | – | 0 |
| ctg | – | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0 | – | 0 | – |

## 10.7. Szögek tangense és kotangense/1

**tg 0°–30°**

| | 0′ | 10′ | 20′ | 30′ | 40′ | 50′ | 60′ | | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0°** | 0,0000 | 0,0029 | 0,0058 | 0,0087 | 0,0116 | 0,0145 | 0,0175 | 89 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 1 | 0175 | 0204 | 0233 | 0262 | 0291 | 0320 | 0349 | 88 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 2 | 0349 | 0378 | 0407 | 0437 | 0466 | 0495 | 0524 | 87 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 3 | 0524 | 0553 | 0582 | 0612 | 0641 | 0670 | 0699 | 86 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 20 | 23 | 26 |
| 4 | 0699 | 0729 | 0758 | 0787 | 0816 | 0846 | 0875 | 85° | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 20 | 23 | 26 |
| 5° | 0,0875 | 0,0904 | 0,0934 | 0,0963 | 0,0992 | 0,1022 | 0,1051 | 84 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 23 | 26 |
| 6 | 1051 | 1080 | 1110 | 1139 | 1169 | 1198 | 1228 | 83 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 7 | 1228 | 1257 | 1287 | 1317 | 1346 | 1376 | 1405 | 82 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 8 | 1405 | 1435 | 1465 | 1495 | 1524 | 1554 | 1584 | 81 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 9 | 1584 | 1614 | 1644 | 1673 | 1703 | 1733 | 1763 | **80°** | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| **10°** | 0,1763 | 0,1793 | 0,1823 | 0,1853 | 0,1883 | 0,1914 | 0,1944 | 79 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 11 | 1944 | 1974 | 2004 | 2035 | 2065 | 2095 | 2126 | 78 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 12 | 2126 | 2156 | 2186 | 2217 | 2247 | 2278 | 2309 | 77 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 13 | 2309 | 2339 | 2370 | 2401 | 2432 | 2462 | 2493 | 76 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 22 | 25 | 28 |
| 14 | 2493 | 2524 | 2555 | 2586 | 2617 | 2648 | 2679 | 75° | 3 | 6 | 9 | 12 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 |
| 15° | 0,2679 | 0,2711 | 0,2742 | 0,2773 | 0,2805 | 0,2836 | 0,2867 | 74 | 3 | 6 | 9 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 |
| 16 | 2867 | 2899 | 2931 | 2962 | 2994 | 3026 | 3057 | 73 | 3 | 6 | 9 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 |
| 17 | 3057 | 3089 | 3121 | 3153 | 3185 | 3217 | 3249 | 72 | 3 | 6 | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 | 26 | 29 |
| 18 | 3249 | 3281 | 3314 | 3346 | 3378 | 3411 | 3443 | 71 | 3 | 6 | 10 | 13 | 16 | 19 | 23 | 26 | 29 |
| 19 | 3443 | 3476 | 3508 | 3541 | 3574 | 3607 | 3640 | **70°** | 3 | 7 | 10 | 13 | 16 | 20 | 23 | 26 | 29 |
| **20°** | 0,3640 | 0,3673 | 0,3706 | 0,3739 | 0,3772 | 0,3805 | 0,3839 | 69 | 3 | 7 | 10 | 13 | 17 | 20 | 23 | 27 | 30 |
| 21 | 3839 | 3872 | 3906 | 3939 | 3973 | 4006 | 4040 | 68 | 3 | 7 | 10 | 13 | 17 | 20 | 24 | 27 | 30 |
| 22 | 4040 | 4074 | 4108 | 4142 | 4176 | 4210 | 4245 | 67 | 3 | 7 | 10 | 14 | 17 | 20 | 24 | 27 | 31 |
| 23 | 4245 | 4279 | 4314 | 4348 | 4383 | 4417 | 4452 | 66 | 3 | 7 | 10 | 14 | 17 | 21 | 24 | 28 | 31 |
| 24 | 4452 | 4487 | 4522 | 4557 | 4592 | 4628 | 4663 | 65° | 4 | 7 | 11 | 14 | 18 | 21 | 25 | 28 | 32 |
| 25° | 0,4663 | 0,4699 | 0,4734 | 0,4770 | 0,4806 | 0,4841 | 0,4877 | 64 | 4 | 7 | 11 | 14 | 18 | 21 | 25 | 29 | 32 |
| 26 | 4877 | 4913 | 4950 | 4986 | 5022 | 5059 | 5095 | 63 | 4 | 7 | 11 | 15 | 18 | 22 | 25 | 29 | 33 |
| 27 | 5095 | 5132 | 5169 | 5206 | 5243 | 5280 | 5317 | 62 | 4 | 7 | 11 | 15 | 18 | 22 | 26 | 30 | 33 |
| 28 | 5317 | 5354 | 5392 | 5430 | 5467 | 5505 | 5543 | 61 | 4 | 8 | 11 | 15 | 19 | 23 | 26 | 30 | 34 |
| 29 | 5543 | 5581 | 5619 | 5658 | 5696 | 5735 | 5774 | **60°** | 4 | 8 | 12 | 15 | 19 | 23 | 27 | 31 | 35 |
| | 60′ | 50′ | 40′ | 30′ | 20′ | 10′ | 0′ | | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |

**ctg 60°–90°**

**tg 30°–75°**

| | 0′ | 10′ | 20′ | 30′ | 40′ | 50′ | 60′ | | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **30°** | 0,5774 | 0,5812 | 0,5851 | 0,5890 | 0,5930 | 0,5969 | 0,6009 | 59 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 27 | 31 | 35 |
| 31 | 6009 | 6048 | 6088 | 6128 | 6168 | 6208 | 6249 | 58 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 32 | 6249 | 6289 | 6330 | 6371 | 6412 | 6453 | 6494 | 57 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 25 | 29 | 33 | 37 |
| 33 | 6494 | 6536 | 6577 | 6619 | 6661 | 6703 | 6745 | 56 | 4 | 8 | 13 | 17 | 21 | 25 | 29 | 33 | 38 |
| 34 | 6745 | 6787 | 6830 | 6873 | 6916 | 6959 | 7002 | 55° | 4 | 9 | 13 | 17 | 21 | 26 | 30 | 34 | 39 |
| 35° | 0,7002 | 0,7046 | 0,7089 | 0,7133 | 0,7177 | 0,7221 | 0,7265 | 54 | 4 | 9 | 13 | 18 | 22 | 26 | 31 | 35 | 40 |
| 36 | 7265 | 7310 | 7355 | 7400 | 7445 | 7490 | 7536 | 53 | 5 | 9 | 14 | 18 | 23 | 27 | 32 | 36 | 41 |
| 37 | 7536 | 7581 | 7627 | 7673 | 7720 | 7766 | 7813 | 52 | 5 | 9 | 14 | 18 | 23 | 28 | 32 | 37 | 42 |
| 38 | 7813 | 7860 | 7907 | 7954 | 8002 | 8050 | 8098 | 51 | 5 | 9 | 14 | 19 | 24 | 28 | 33 | 38 | 43 |
| 39 | 8098 | 8146 | 8195 | 8243 | 8292 | 8342 | 8391 | **50°** | 5 | 10 | 15 | 20 | 24 | 29 | 34 | 39 | 44 |
| **40°** | 0,8391 | 0,8441 | 0,8491 | 0,8541 | 0,8591 | 0,8642 | 0,8693 | 49 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| 41 | 8693 | 8744 | 8796 | 8847 | 8899 | 8952 | 9004 | 48 | 5 | 10 | 16 | 21 | 26 | 31 | 36 | 41 | 47 |
| 42 | 9004 | 9057 | 9110 | 9163 | 9217 | 9271 | 9325 | 47 | 5 | 11 | 16 | 21 | 27 | 32 | 37 | 43 | 48 |
| 43 | 9325 | 9380 | 9435 | 9490 | 9545 | 9601 | 9657 | 46 | 6 | 11 | 17 | 22 | 28 | 33 | 39 | 44 | 50 |
| 44 | 9657 | 9713 | 9770 | 9827 | 9884 | 9942 | 1,0000 | 45° | 6 | 11 | 17 | 23 | 29 | 34 | 40 | 46 | 51 |
| 45° | 1,0000 | 1,006 | 1,012 | 1,018 | 1,024 | 1,030 | 1,036 | 44 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 46 | 036 | 042 | 048 | 054 | 060 | 066 | 072 | 43 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 47 | 072 | 079 | 085 | 091 | 098 | 104 | 111 | 42 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 48 | 111 | 117 | 124 | 130 | 137 | 144 | 150 | 41 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 49 | 150 | 157 | 164 | 171 | 178 | 185 | 192 | **40°** | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| **50°** | 1,192 | 1,199 | 1,206 | 1,213 | 1,220 | 1,228 | 1,235 | 39 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |
| 51 | 235 | 242 | 250 | 257 | 265 | 272 | 280 | 38 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 52 | 280 | 288 | 295 | 303 | 311 | 319 | 327 | 37 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 |
| 53 | 327 | 335 | 343 | 351 | 360 | 368 | 376 | 36 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 |
| 54 | 376 | 385 | 393 | 402 | 411 | 419 | 428 | 35° | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 55° | 1,428 | 1,437 | 1,446 | 1,455 | 1,464 | 1,473 | 1,483 | 34 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 56 | 483 | 492 | 501 | 511 | 520 | 530 | 540 | 33 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 57 | 540 | 550 | 560 | 570 | 580 | 590 | 600 | 32 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 58 | 600 | 611 | 621 | 632 | 643 | 653 | 664 | 31 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 |
| 59 | 664 | 675 | 686 | 698 | 709 | 720 | 732 | **30°** | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **60°** | 1,732 | 1,744 | 1,756 | 1,767 | 1,780 | 1,792 | 1,804 | 29 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 |
| 61 | 804 | 816 | 829 | 842 | 855 | 868 | 881 | 28 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 12 |
| 62 | 881 | 894 | 907 | 921 | 935 | 949 | 963 | 27 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 | 12 |
| 63 | 1,963 | 1,977 | 1,991 | 2,006 | 2,020 | 2,035 | 2,050 | 26 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 |
| 64 | 2,050 | 2,066 | 2,081 | 2,097 | 2,112 | 2,128 | 2,145 | 25° | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 13 | 14 |
| 65° | 2,145 | 2,161 | 2,177 | 2,194 | 2,211 | 2,229 | 2,246 | 24 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 12 | 14 | 15 |
| 66 | 246 | 264 | 282 | 300 | 318 | 337 | 356 | 23 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 16 |
| 67 | 356 | 375 | 394 | 414 | 434 | 455 | 475 | 22 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 68 | 475 | 496 | 517 | 539 | 560 | 583 | 605 | 21 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 20 |
| 69 | 605 | 628 | 651 | 675 | 699 | 723 | 747 | **20°** | 2 | 5 | 7 | 9 | 12 | 14 | 17 | 19 | 21 |
| **70°** | 2,747 | 2,773 | 2,798 | 2,824 | 2,850 | 2,877 | 2,904 | 19 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 16 | 18 | 21 | 23 |
| 71 | 2,904 | 2,932 | 2,960 | 2,989 | 3,018 | 3,047 | 3,078 | 18 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 17 | 20 | 23 | 26 |
| 72 | 3,078 | 3,108 | 3,140 | 3,172 | 3,204 | 3,237 | 3,271 | 17 | 3 | 6 | 10 | 13 | 16 | 19 | 23 | 26 | 29 |
| 73 | 3,271 | 3,305 | 3,340 | 3,376 | 3,412 | 3,450 | 3,487 | 16 | 4 | 7 | 11 | 14 | 18 | 22 | 25 | 29 | 32 |
| 74 | 3,487 | 3,526 | 3,566 | 3,606 | 3,647 | 3,689 | 3,732 | 15° | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 25 | 29 | 33 | 37 |
| | 60′ | 50′ | 40′ | 30′ | 20′ | 10′ | 0′ | | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ |

**ctg 15°–60°**

**tg 75°–82°**

| | 0′ | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ | 10′ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **75°0′** | 3,732 | 3,736 | 3,741 | 3,745 | 3,749 | 3,754 | 3,758 | 3,763 | 3,767 | 3,772 | 3,776 | 50′ |
| 10′ | 3,776 | 3,780 | 3,785 | 3,789 | 3,794 | 3,798 | 3,803 | 3,807 | 3,812 | 3,816 | 3,821 | 40′ |
| 20′ | 3,821 | 3,825 | 3,830 | 3,834 | 3,839 | 3,844 | 3,848 | 3,853 | 3,857 | 3,862 | 3,867 | 30′ |
| 30′ | 3,867 | 3,871 | 3,876 | 3,881 | 3,885 | 3,890 | 3,895 | 3,899 | 3,904 | 3,909 | 3,914 | 20′ |
| 40′ | 3,914 | 3,918 | 3,923 | 3,928 | 3,933 | 3,938 | 3,942 | 3,947 | 3,952 | 3,957 | 3,962 | 10′ |
| 50′ | 3,962 | 3,967 | 3,971 | 3,976 | 3,981 | 3,986 | 3,991 | 3,996 | 4,001 | 4,006 | 4,011 | **14°0′** |
| **76°0′** | 4,011 | 4,016 | 4,021 | 4,026 | 4,031 | 4,036 | 4,041 | 4,046 | 4,051 | 4,056 | 4,061 | 50′ |
| 10′ | 4,061 | 4,066 | 4,071 | 4,076 | 4,082 | 4,087 | 4,092 | 4,097 | 4,102 | 4,107 | 4,113 | 40′ |
| 20′ | 4,113 | 4,118 | 4,123 | 4,128 | 4,134 | 4,139 | 4,144 | 4,149 | 4,155 | 4,160 | 4,165 | 30′ |
| 30′ | 4,165 | 4,171 | 4,176 | 4,181 | 4,187 | 4,192 | 4,198 | 4,203 | 4,208 | 4,214 | 4,219 | 20′ |
| 40′ | 4,219 | 4,225 | 4,230 | 4,236 | 4,241 | 4,247 | 4,252 | 4,258 | 4,264 | 4,269 | 4,275 | 10′ |
| 50′ | 4,275 | 4,280 | 4,286 | 4,292 | 4,297 | 4,303 | 4,309 | 4,314 | 4,320 | 4,326 | 4,331 | **13°0′** |
| **77°0′** | 4,331 | 4,337 | 4,343 | 4,349 | 4,355 | 4,360 | 4,366 | 4,372 | 4,378 | 4,384 | 4,390 | 50′ |
| 10′ | 4,390 | 4,396 | 4,402 | 4,407 | 4,413 | 4,419 | 4,425 | 4,431 | 4,437 | 4,443 | 4,449 | 40′ |
| 20′ | 4,449 | 4,455 | 4,462 | 4,468 | 4,474 | 4,480 | 4,486 | 4,492 | 4,498 | 4,505 | 4,511 | 30′ |
| 30′ | 4,511 | 4,517 | 4,523 | 4,529 | 4,536 | 4,542 | 4,548 | 4,555 | 4,561 | 4,567 | 4,574 | 20′ |
| 40′ | 4,574 | 4,580 | 4,586 | 4,593 | 4,599 | 4,606 | 4,612 | 4,619 | 4,625 | 4,632 | 4,638 | 10′ |
| 50′ | 4,638 | 4,645 | 4,651 | 4,658 | 4,665 | 4,671 | 4,678 | 4,685 | 4,691 | 4,698 | 4,705 | **12°0′** |
| **78°0′** | 4,705 | 4,711 | 4,718 | 4,725 | 4,732 | 4,739 | 4,745 | 4,752 | 4,759 | 4,766 | 4,773 | 50′ |
| 10′ | 4,773 | 4,780 | 4,787 | 4,794 | 4,801 | 4,808 | 4,815 | 4,822 | 4,829 | 4,836 | 4,843 | 40′ |
| 20′ | 4,843 | 4,850 | 4,857 | 4,864 | 4,872 | 4,879 | 4,886 | 4,893 | 4,901 | 4,908 | 4,915 | 30′ |
| 30′ | 4,915 | 4,922 | 4,930 | 4,937 | 4,945 | 4,952 | 4,959 | 4,967 | 4,974 | 4,982 | 4,989 | 20′ |
| 40′ | 4,989 | 4,997 | 5,005 | 5,012 | 5,020 | 5,027 | 5,035 | 5,043 | 5,050 | 5,058 | 5,066 | 10′ |
| 50′ | 5,066 | 5,074 | 5,081 | 5,089 | 5,097 | 5,105 | 5,113 | 5,121 | 5,129 | 5,137 | 5,145 | **11°0′** |
| **79°0′** | 5,145 | 5,153 | 5,161 | 5,169 | 5,177 | 5,185 | 5,193 | 5,201 | 5,209 | 5,217 | 5,226 | 50′ |
| 10′ | 5,226 | 5,234 | 5,242 | 5,250 | 5,259 | 5,267 | 5,276 | 5,284 | 5,292 | 5,301 | 5,309 | 40′ |
| 20′ | 5,309 | 5,318 | 5,326 | 5,335 | 5,343 | 5,352 | 5,361 | 5,369 | 5,378 | 5,387 | 5,396 | 30′ |
| 30′ | 5,396 | 5,404 | 5,413 | 5,422 | 5,431 | 5,440 | 5,449 | 5,458 | 5,466 | 5,475 | 5,485 | 20′ |
| 40′ | 5,485 | 5,494 | 5,503 | 5,512 | 5,521 | 5,530 | 5,539 | 5,549 | 5,558 | 5,567 | 5,576 | 10′ |
| 50′ | 5,576 | 5,586 | 5,595 | 5,605 | 5,614 | 5,623 | 5,633 | 5,642 | 5,652 | 5,662 | 5,671 | **10°0′** |
| **80°0′** | 5,671 | 5,681 | 5,691 | 5,700 | 5,710 | 5,720 | 5,730 | 5,740 | 5,749 | 5,759 | 5,769 | 50′ |
| 10′ | 5,769 | 5,779 | 5,789 | 5,799 | 5,810 | 5,820 | 5,830 | 5,840 | 5,850 | 5,861 | 5,871 | 40′ |
| 20′ | 5,871 | 5,881 | 5,892 | 5,902 | 5,912 | 5,923 | 5,933 | 5,944 | 5,954 | 5,965 | 5,976 | 30′ |
| 30′ | 5,976 | 5,986 | 5,997 | 6,008 | 6,019 | 6,030 | 6,041 | 6,051 | 6,062 | 6,073 | 6,084 | 20′ |
| 40′ | 6,084 | 6,096 | 6,107 | 6,118 | 6,129 | 6,140 | 6,152 | 6,163 | 6,174 | 6,186 | 6,197 | 10′ |
| 50′ | 6,197 | 6,209 | 6,220 | 6,232 | 6,243 | 6,255 | 6,267 | 6,278 | 6,290 | 6,302 | 6,314 | **9°0′** |
| **81°0′** | 6,314 | 6,326 | 6,338 | 6,350 | 6,362 | 6,374 | 6,386 | 6,398 | 6,410 | 6,423 | 6,435 | 50′ |
| 10′ | 6,435 | 6,447 | 6,460 | 6,472 | 6,485 | 6,497 | 6,510 | 6,522 | 6,535 | 6,548 | 6,561 | 40′ |
| 20′ | 6,561 | 6,573 | 6,586 | 6,599 | 6,612 | 6,625 | 6,638 | 6,651 | 6,665 | 6,678 | 6,691 | 30′ |
| 30′ | 6,691 | 6,704 | 6,718 | 6,731 | 6,745 | 6,758 | 6,772 | 6,786 | 6,799 | 6,813 | 6,827 | 20′ |
| 40′ | 6,827 | 6,841 | 6,855 | 6,869 | 6,883 | 6,897 | 6,911 | 6,925 | 6,940 | 6,954 | 6,968 | 10′ |
| 50′ | 6,968 | 6,983 | 6,997 | 7,012 | 7,026 | 7,041 | 7,056 | 7,071 | 7,085 | 7,100 | 7,115 | **8°0′** |
| **82°0′** | 7,115 | 7,130 | 7,146 | 7,161 | 7,176 | 7,191 | 7,207 | 7,222 | 7,238 | 7,253 | 7,269 | 50′ |
| 10′ | 7,269 | 7,284 | 7,300 | 7,316 | 7,332 | 7,348 | 7,364 | 7,380 | 7,396 | 7,412 | 7,429 | 40′ |
| 20′ | 7,429 | 7,445 | 7,462 | 7,478 | 7,495 | 7,511 | 7,528 | 7,545 | 7,562 | 7,579 | 7,596 | 30′ |
| 30′ | 7,596 | 7,613 | 7,630 | 7,647 | 7,665 | 7,682 | 7,700 | 7,717 | 7,735 | 7,753 | 7,770 | 20′ |
| 40′ | 7,770 | 7,788 | 7,806 | 7,824 | 7,842 | 7,861 | 7,879 | 7,897 | 7,916 | 7,934 | 7,953 | 10′ |
| 50′ | 7,953 | 7,972 | 7,991 | 8,009 | 8,028 | 8,048 | 8,067 | 8,086 | 8,105 | 8,125 | 8,144 | **7°0′** |
| | 10′ | 9′ | 8′ | 7′ | 6′ | 5′ | 4′ | 3′ | 2′ | 1′ | 0′ | |

**ctg 8°–15°**

## 10.7. Szögek tangense és kotangense/4

**tg 83°–90°**

| | 0′ | 1′ | 2′ | 3′ | 4′ | 5′ | 6′ | 7′ | 8′ | 9′ | 10′ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **83°0′** | 8, 144 | 8, 164 | 8, 184 | 8, 204 | 8, 223 | 8, 243 | 8, 264 | 8, 284 | 8, 304 | 8, 324 | 8, 345 | 50′ |
| 10′ | 8, 345 | 8, 366 | 8, 386 | 8, 407 | 8, 428 | 8, 449 | 8, 470 | 8, 491 | 8, 513 | 8, 534 | 8, 556 | 40′ |
| 20′ | 8, 556 | 8, 577 | 8, 599 | 8, 621 | 8, 643 | 8, 665 | 8, 687 | 8, 709 | 8, 732 | 8, 754 | 8, 777 | 30′ |
| 30′ | 8, 777 | 8, 800 | 8, 823 | 8, 846 | 8, 869 | 8, 892 | 8, 915 | 8, 939 | 8, 962 | 8, 986 | 9, 010 | 10′ |
| 40′ | 9, 010 | 9, 034 | 9, 058 | 9, 082 | 9, 106 | 9, 131 | 9, 156 | 9, 180 | 9, 205 | 9, 230 | 9, 255 | 10′ |
| 50′ | 9, 255 | 9, 281 | 9, 306 | 9, 332 | 9, 357 | 9, 383 | 9, 409 | 9, 435 | 9, 461 | 9, 488 | 9, 514 | **6°0′** |
| **84°0′** | 9, 514 | 9, 541 | 9, 568 | 9, 595 | 9, 622 | 9, 649 | 9, 677 | 9, 704 | 9, 732 | 9, 760 | 9, 788 | 50′ |
| 10′ | 9, 788 | 9, 816 | 9, 845 | 9, 873 | 9, 902 | 9, 931 | 9, 960 | 9, 989 | 10, 019 | 10, 048 | 10, 078 | 40′ |
| 20′ | 10, 08 | 10, 11 | 10, 14 | 10, 17 | 10, 20 | 10, 23 | 10, 26 | 10, 29 | 10, 32 | 10, 35 | 10, 39 | 30′ |
| 30′ | 10, 39 | 10, 42 | 10, 45 | 10, 48 | 10, 51 | 10, 55 | 10, 58 | 10, 61 | 10, 64 | 10, 68 | 10, 71 | 20′ |
| 40′ | 10, 71 | 10, 75 | 10, 78 | 10, 81 | 10, 85 | 10, 88 | 10, 92 | 10, 95 | 10, 99 | 11, 02 | 11, 06 | 10′ |
| 50′ | 11, 06 | 11, 10 | 11, 13 | 11, 17 | 11, 20 | 11, 24 | 11, 28 | 11, 32 | 11, 35 | 11, 39 | 11, 43 | **5°0′** |
| **85°0′** | 11, 43 | 11, 47 | 11, 51 | 11, 55 | 11, 59 | 11, 62 | 11, 66 | 11, 70 | 11, 74 | 11, 79 | 11, 83 | 50′ |
| 10′ | 11, 83 | 11, 87 | 11, 91 | 11, 95 | 11, 99 | 12, 03 | 12, 08 | 12, 12 | 12, 16 | 12, 21 | 12, 25 | 40′ |
| 20′ | 12, 25 | 12, 29 | 12, 34 | 12, 38 | 12, 43 | 12, 47 | 12, 52 | 12, 57 | 12, 61 | 12, 66 | 12, 71 | 30′ |
| 30′ | 12, 71 | 12, 75 | 12, 80 | 12, 85 | 12, 90 | 12, 95 | 13, 00 | 13, 05 | 13, 10 | 13, 15 | 13, 20 | 20′ |
| 40′ | 13, 20 | 13, 25 | 13, 30 | 13, 35 | 13, 40 | 13, 46 | 13, 51 | 13, 56 | 13, 62 | 13, 67 | 13, 73 | 10′ |
| 50′ | 13, 73 | 13, 78 | 13, 84 | 13, 89 | 13, 95 | 14, 01 | 14, 07 | 14, 12 | 14, 18 | 14, 24 | 14, 30 | **4°0′** |
| **86°0′** | 14, 30 | 14, 36 | 14, 42 | 14, 48 | 14, 54 | 14, 61 | 14, 67 | 14, 73 | 14, 80 | 14, 86 | 14, 92 | 50′ |
| 10′ | 14, 92 | 14, 99 | 15, 06 | 15, 12 | 15, 19 | 15, 26 | 15, 33 | 15, 39 | 15, 46 | 15, 53 | 15, 60 | 40′ |
| 20′ | 15, 60 | 15, 68 | 15, 75 | 15, 82 | 15, 89 | 15, 97 | 16, 04 | 16, 12 | 16, 20 | 16, 27 | 16, 35 | 30′ |
| 30′ | 16, 35 | 16, 43 | 16, 51 | 16, 59 | 16, 67 | 16, 75 | 16, 83 | 16, 92 | 17, 00 | 17, 08 | 17, 17 | 20′ |
| 40′ | 17, 17 | 17, 26 | 17, 34 | 17, 43 | 17, 52 | 17, 61 | 17, 70 | 17, 79 | 17, 89 | 17, 98 | 18, 07 | 10′ |
| 50′ | 18, 07 | 18, 17 | 18, 27 | 18, 37 | 18, 46 | 18, 56 | 18, 67 | 18, 77 | 18, 87 | 18, 98 | 19, 08 | **3°0′** |
| **87°0′** | 19, 08 | 19, 19 | 19, 30 | 19, 41 | 19, 52 | 19, 63 | 19, 74 | 19, 85 | 19, 97 | 20, 09 | 20, 21 | 50′ |
| 10′ | 20, 21 | 20, 33 | 20, 45 | 20, 57 | 20, 69 | 20, 82 | 20, 95 | 21, 07 | 21, 20 | 21, 34 | 21, 47 | 40′ |
| 20′ | 21, 47 | 21, 61 | 21, 74 | 21, 88 | 22, 02 | 22, 16 | 22, 31 | 22, 45 | 22, 60 | 22, 75 | 22, 90 | 30′ |
| 30′ | 22, 90 | 23, 06 | 23, 21 | 23, 37 | 23, 53 | 23, 69 | 23, 86 | 24, 03 | 24, 20 | 24, 37 | 24, 54 | 20′ |
| 40′ | 24, 54 | 24, 72 | 24, 90 | 25, 08 | 25, 26 | 25, 45 | 25, 64 | 25, 83 | 26, 03 | 26, 23 | 26, 43 | 10′ |
| 50′ | 26, 43 | 26, 64 | 26, 84 | 27, 06 | 27, 27 | 27, 49 | 27, 71 | 27, 94 | 28, 17 | 28, 40 | 28, 64 | **2°0′** |
| **88°0′** | 28, 64 | 28, 88 | 29, 12 | 29, 37 | 29, 62 | 29, 88 | 30, 14 | 30, 41 | 30, 68 | 30, 96 | 31, 24 | 50′ |
| 10′ | 31, 24 | 31, 53 | 31, 82 | 32, 12 | 32, 42 | 32, 73 | 33, 05 | 33, 37 | 33, 69 | 34, 03 | 34, 37 | 40′ |
| 20′ | 34, 37 | 34, 72 | 35, 07 | 35, 43 | 35, 80 | 36, 18 | 36, 56 | 36, 96 | 37, 36 | 37, 77 | 38, 19 | 30′ |
| 30′ | 38, 19 | 38, 62 | 39, 06 | 39, 51 | 39, 97 | 40, 44 | 40, 92 | 41, 41 | 41, 92 | 42, 43 | 42, 96 | 20′ |
| 40′ | 42, 96 | 43, 51 | 44, 07 | 44, 64 | 45, 23 | 45, 83 | 46, 45 | 47, 09 | 47, 74 | 48, 41 | 49, 10 | 10′ |
| 50′ | 49, 10 | 49, 82 | 50, 55 | 51, 30 | 52, 08 | 52, 88 | 53, 71 | 54, 56 | 55, 44 | 56, 35 | 57, 29 | **1°0′** |
| **89°0′** | 57, 29 | 58, 26 | 59, 27 | 60, 31 | 61, 38 | 62, 50 | 63, 66 | 64, 86 | 66, 11 | 67, 40 | 68, 75 | 50′ |
| 10′ | 68, 75 | 70, 15 | 71, 62 | 73, 14 | 74, 73 | 76, 39 | 78, 13 | 79, 94 | 81, 85 | 83, 84 | 85, 94 | 40′ |
| 20′ | 85, 94 | 88, 14 | 90, 46 | 92, 91 | 95, 49 | 98, 22 | 101, 11 | 104, 17 | 107, 43 | 110, 89 | 114, 59 | 30′ |
| 30′ | 114, 6 | 118, 5 | 122, 8 | 127, 3 | 132, 2 | 137, 5 | 143, 2 | 149, 5 | 156, 3 | 163, 7 | 171, 9 | 20′ |
| 40′ | 171, 9 | 180, 9 | 191, 0 | 202, 2 | 214, 9 | 229, 2 | 245, 6 | 264, 4 | 286, 5 | 312, 5 | 343, 8 | 10′ |
| 50′ | 343, 8 | 382, 0 | 429, 7 | 491, 1 | 573, 0 | 687, 5 | 859, 4 | 1146 | 1719 | 3438 | – | **0°0′** |
| | 10′ | 9′ | 8′ | 7′ | 6′ | 5′ | 4′ | 3′ | 2′ | 1′ | 0′ | |

**ctg 0°–7°**

## 10.8. Forgásszögek szögfüggvényei

| I. | II. | III. | IV. |
|---|---|---|---|
| $0° \dots 90°$ | $90° \dots 180°$ | $180° \dots 270°$ | $270° \dots 360°$ |
| $\sin\alpha$ | $\sin(180° - \alpha)$ | $-\sin(\alpha - 180°)$ | $-\sin(360° - \alpha)$ |
| $\cos\alpha$ | $-\cos(180° - \alpha)$ | $-\cos(\alpha - 180°)$ | $\cos(360° - \alpha)$ |
| $\operatorname{tg}\alpha$ | $-\operatorname{tg}(180° - \alpha)$ | $\operatorname{tg}(\alpha - 180°)$ | $-\operatorname{tg}(360° - \alpha)$ |
| $\operatorname{ctg}\alpha$ | $-\operatorname{ctg}(180° - \alpha)$ | $\operatorname{ctg}(\alpha - 180°)$ | $-\operatorname{ctg}(360° - \alpha)$ |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 5 | 7 | 11 | 13 | 17 | 19 | 23 | 29 | 31 |
| 37 | 41 | 43 | 47 | 53 | 59 | 61 | 67 | 71 | 73 | 79 |
| 83 | 89 | 97 | 101 | 103 | 107 | 109 | 113 | 127 | 131 | 137 |
| 139 | 149 | 151 | 157 | 163 | 167 | 173 | 179 | 181 | 191 | 193 |
| 197 | 199 | 211 | 223 | 227 | 229 | 233 | 239 | 241 | 251 | 257 |
| 263 | 269 | 271 | 277 | 281 | 283 | 293 | 307 | 311 | 313 | 317 |
| 331 | 337 | 347 | 349 | 353 | 359 | 367 | 373 | 379 | 383 | 389 |
| 397 | 401 | 409 | 419 | 421 | 431 | 433 | 439 | 443 | 449 | 457 |
| 461 | 463 | 467 | 479 | 487 | 491 | 499 | 503 | 509 | 521 | 523 |
| 541 | 547 | 557 | 563 | 569 | 571 | 577 | 587 | 593 | 599 | 601 |
| 607 | 613 | 617 | 619 | 631 | 641 | 643 | 647 | 653 | 659 | 661 |
| 673 | 677 | 683 | 691 | 701 | 709 | 719 | 727 | 733 | 739 | 743 |
| 751 | 757 | 761 | 769 | 773 | 787 | 797 | 809 | 811 | 821 | 823 |
| 827 | 829 | 839 | 853 | 857 | 859 | 863 | 877 | 881 | 883 | 887 |
| 907 | 911 | 919 | 929 | 937 | 941 | 947 | 953 | 967 | 971 | 977 |
| 983 | 991 | 997 | 1009 | 1013 | 1019 | 1021 | 1031 | 1033 | 1039 | 1049 |
| 1051 | 1061 | 1063 | 1069 | 1087 | 1091 | 1093 | 1097 | 1103 | 1109 | 1117 |
| 1123 | 1129 | 1151 | 1153 | 1163 | 1171 | 1181 | 1187 | 1193 | 1201 | 1213 |
| 1217 | 1223 | 1229 | 1231 | 1237 | 1249 | 1259 | 1277 | 1279 | 1283 | 1289 |
| 1291 | 1297 | 1301 | 1303 | 1307 | 1319 | 1321 | 1327 | 1361 | 1367 | 1373 |
| 1381 | 1399 | 1409 | 1423 | 1427 | 1429 | 1433 | 1439 | 1447 | 1451 | 1453 |
| 1459 | 1471 | 1481 | 1483 | 1487 | 1489 | 1493 | 1499 | 1511 | 1523 | 1531 |
| 1543 | 1549 | 1553 | 1559 | 1567 | 1571 | 1579 | 1583 | 1597 | 1601 | 1607 |
| 1609 | 1613 | 1619 | 1621 | 1627 | 1637 | 1657 | 1663 | 1667 | 1669 | 1693 |
| 1697 | 1699 | 1709 | 1721 | 1723 | 1733 | 1741 | 1747 | 1753 | 1759 | 1777 |
| 1783 | 1787 | 1789 | 1801 | 1811 | 1823 | 1831 | 1847 | 1861 | 1867 | 1871 |
| 1873 | 1877 | 1879 | 1889 | 1901 | 1907 | 1913 | 1931 | 1933 | 1949 | 1951 |
| 1973 | 1979 | 1987 | 1993 | 1997 | 1999 | 2003 | 2011 | 2017 | 2027 | 2029 |
| 2039 | 2053 | 2063 | 2069 | 2081 | 2083 | 2087 | 2089 | 2099 | 2111 | 2113 |
| 2129 | 2131 | 2137 | 2141 | 2143 | 2153 | 2161 | 2179 | 2203 | 2207 | 2213 |
| 2221 | 2237 | 2239 | 2243 | 2251 | 2267 | 2269 | 2273 | 2281 | 2287 | 2293 |
| 2297 | 2309 | 2311 | 2333 | 2339 | 2341 | 2347 | 2351 | 2357 | 2371 | 2377 |
| 2381 | 2383 | 2389 | 2393 | 2399 | 2411 | 2417 | 2423 | 2437 | 2441 | 2447 |
| 2459 | 2467 | 2473 | 2477 | 2503 | 2521 | 2531 | 2539 | 2543 | 2549 | 2551 |
| 2557 | 2579 | 2591 | 2593 | 2609 | 2617 | 2621 | 2633 | 2647 | 2657 | 2659 |
| 2663 | 2671 | 2677 | 2683 | 2687 | 2689 | 2693 | 2699 | 2707 | 2711 | 2713 |
| 2719 | 2729 | 2731 | 2741 | 2749 | 2753 | 2767 | 2777 | 2789 | 2791 | 2797 |
| 2801 | 2803 | 2819 | 2833 | 2837 | 2843 | 2851 | 2857 | 2861 | 2879 | 2887 |
| 2897 | 2903 | 2909 | 2917 | 2927 | 2939 | 2953 | 2957 | 2963 | 2969 | 2971 |
| 2999 | 3001 | 3011 | 3019 | 3023 | 3037 | 3041 | 3049 | 3061 | 3067 | 3079 |
| 3083 | 3089 | 3109 | 3119 | 3121 | 3137 | 3163 | 3167 | 3169 | 3181 | 3187 |
| 3191 | 3203 | 3209 | 3217 | 3221 | 3229 | 3251 | 3253 | 3257 | 3259 | 3271 |
| 3299 | 3301 | 3307 | 3313 | 3319 | 3323 | 3329 | 3331 | 3343 | 3347 | 3359 |
| 3361 | 3371 | 3373 | 3389 | 3391 | 3407 | 3413 | 3433 | 3449 | 3457 | 3461 |
| 3463 | 3467 | 3469 | 3491 | 3499 | 3511 | 3517 | 3527 | 3529 | 3533 | 3539 |
| 3541 | 3547 | 3557 | 3559 | 3571 | 3581 | 3583 | 3593 | 3607 | 3613 | 3617 |
| 3623 | 3631 | 3637 | 3643 | 3659 | 3671 | 3673 | 3677 | 3691 | 3697 | 3701 |
| 3709 | 3719 | 3727 | 3733 | 3739 | 3761 | 3767 | 3769 | 3779 | 3793 | 3797 |
| 3803 | 3821 | 3823 | 3833 | 3847 | 3851 | 3853 | 3863 | 3877 | 3881 | 3889 |
| 3907 | 3911 | 3917 | 3919 | 3923 | 3929 | 3931 | 3943 | 3947 | 3967 | 3989 |

*10.10. Összetett számok felbontása 1600-ig (a 2, 3, 5 prímosztók nélkül)*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $49 = 7 \cdot 7$ | $77 = 7 \cdot 11$ | $91 = 7 \cdot 13$ | $119 = 7 \cdot 17$ | $121 = 11 \cdot 11$ |
| $133 = 7 \cdot 19$ | $143 = 11 \cdot 13$ | $161 = 7 \cdot 23$ | $169 = 13 \cdot 13$ | $187 = 11 \cdot 17$ |
| $203 = 7 \cdot 29$ | $209 = 11 \cdot 19$ | $217 = 7 \cdot 31$ | $221 = 13 \cdot 17$ | $247 = 13 \cdot 19$ |
| $253 = 11 \cdot 23$ | $259 = 7 \cdot 37$ | $287 = 7 \cdot 41$ | $289 = 17 \cdot 17$ | $299 = 13 \cdot 23$ |
| $301 = 7 \cdot 43$ | $319 = 11 \cdot 29$ | $323 = 17 \cdot 19$ | $329 = 7 \cdot 47$ | $341 = 11 \cdot 31$ |
| $343 = 7 \cdot 7 \cdot 7$ | $361 = 19 \cdot 19$ | $371 = 7 \cdot 53$ | $377 = 13 \cdot 29$ | $391 = 17 \cdot 23$ |
| $403 = 13 \cdot 31$ | $407 = 11 \cdot 37$ | $413 = 7 \cdot 59$ | $427 = 7 \cdot 61$ | $437 = 19 \cdot 23$ |
| $451 = 11 \cdot 41$ | $469 = 7 \cdot 67$ | $473 = 11 \cdot 43$ | $481 = 13 \cdot 37$ | $493 = 17 \cdot 29$ |
| $497 = 7 \cdot 71$ | $511 = 7 \cdot 73$ | $517 = 11 \cdot 47$ | $527 = 17 \cdot 31$ | $529 = 23 \cdot 23$ |
| $533 = 13 \cdot 41$ | $539 = 7 \cdot 7 \cdot 11$ | $551 = 19 \cdot 29$ | $553 = 7 \cdot 79$ | $559 = 13 \cdot 43$ |
| $581 = 7 \cdot 83$ | $583 = 11 \cdot 53$ | $589 = 19 \cdot 31$ | $611 = 13 \cdot 47$ | $623 = 7 \cdot 89$ |
| $629 = 17 \cdot 37$ | $637 = 7 \cdot 7 \cdot 13$ | $649 = 11 \cdot 59$ | $667 = 23 \cdot 29$ | $671 = 11 \cdot 61$ |
| $679 = 7 \cdot 97$ | $689 = 13 \cdot 53$ | $697 = 17 \cdot 41$ | $703 = 19 \cdot 37$ | $707 = 7 \cdot 101$ |
| $713 = 23 \cdot 31$ | $721 = 7 \cdot 103$ | $731 = 17 \cdot 43$ | $737 = 11 \cdot 67$ | $749 = 7 \cdot 107$ |
| $763 = 7 \cdot 109$ | $767 = 13 \cdot 59$ | $779 = 19 \cdot 41$ | $781 = 11 \cdot 71$ | $791 = 7 \cdot 113$ |
| $793 = 13 \cdot 61$ | $799 = 17 \cdot 47$ | $803 = 11 \cdot 73$ | $817 = 19 \cdot 43$ | $833 = 7 \cdot 7 \cdot 17$ |
| $841 = 29 \cdot 29$ | $847 = 7 \cdot 11 \cdot 11$ | $851 = 23 \cdot 37$ | $869 = 11 \cdot 79$ | $871 = 13 \cdot 67$ |
| $889 = 7 \cdot 127$ | $893 = 19 \cdot 47$ | $899 = 29 \cdot 31$ | $901 = 17 \cdot 53$ | $913 = 11 \cdot 83$ |
| $917 = 7 \cdot 131$ | $923 = 13 \cdot 71$ | $931 = 7 \cdot 7 \cdot 19$ | $943 = 23 \cdot 41$ | $949 = 13 \cdot 73$ |
| $959 = 7 \cdot 137$ | $961 = 31 \cdot 31$ | $973 = 7 \cdot 139$ | $979 = 11 \cdot 89$ | $989 = 23 \cdot 43$ |
| $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$ | $1003 = 17 \cdot 59$ | $1007 = 19 \cdot 53$ | $1027 = 13 \cdot 79$ | $1037 = 17 \cdot 61$ |
| $1043 = 7 \cdot 149$ | $1057 = 7 \cdot 151$ | $1067 = 11 \cdot 97$ | $1073 = 29 \cdot 37$ | $1079 = 13 \cdot 83$ |
| $1081 = 23 \cdot 47$ | $1099 = 7 \cdot 157$ | $1111 = 11 \cdot 101$ | $1121 = 19 \cdot 59$ | $1127 = 7 \cdot 7 \cdot 23$ |
| $1133 = 11 \cdot 103$ | $1139 = 17 \cdot 67$ | $1141 = 7 \cdot 163$ | $1147 = 31 \cdot 37$ | $1157 = 13 \cdot 89$ |
| $1159 = 19 \cdot 61$ | $1169 = 7 \cdot 167$ | $1177 = 11 \cdot 107$ | $1183 = 7 \cdot 13 \cdot 13$ | $1189 = 29 \cdot 41$ |
| $1199 = 11 \cdot 109$ | $1207 = 17 \cdot 71$ | $1211 = 7 \cdot 173$ | $1219 = 23 \cdot 53$ | $1241 = 17 \cdot 73$ |
| $1243 = 11 \cdot 113$ | $1247 = 29 \cdot 43$ | $1253 = 7 \cdot 179$ | $1261 = 13 \cdot 97$ | $1267 = 7 \cdot 181$ |
| $1271 = 31 \cdot 41$ | $1273 = 19 \cdot 67$ | $1309 = 7 \cdot 11 \cdot 17$ | $1313 = 13 \cdot 101$ | $1331 = 11 \cdot 11 \cdot 11$ |
| $1333 = 31 \cdot 43$ | $1337 = 7 \cdot 191$ | $1339 = 13 \cdot 103$ | $1343 = 17 \cdot 79$ | $1349 = 19 \cdot 71$ |
| $1351 = 7 \cdot 193$ | $1357 = 23 \cdot 59$ | $1363 = 29 \cdot 47$ | $1369 = 37 \cdot 37$ | $1379 = 7 \cdot 197$ |
| $1387 = 19 \cdot 73$ | $1391 = 13 \cdot 107$ | $1393 = 7 \cdot 199$ | $1397 = 11 \cdot 127$ | $1403 = 23 \cdot 61$ |
| $1411 = 17 \cdot 83$ | $1417 = 13 \cdot 109$ | $1421 = 7 \cdot 7 \cdot 29$ | $1441 = 11 \cdot 131$ | $1457 = 31 \cdot 47$ |
| $1463 = 7 \cdot 11 \cdot 19$ | $1469 = 13 \cdot 113$ | $1477 = 7 \cdot 211$ | $1501 = 19 \cdot 79$ | $1507 = 11 \cdot 137$ |
| $1513 = 17 \cdot 89$ | $1517 = 37 \cdot 41$ | $1519 = 7 \cdot 7 \cdot 31$ | $1529 = 11 \cdot 139$ | $1537 = 29 \cdot 53$ |
| $1541 = 23 \cdot 67$ | $1547 = 7 \cdot 13 \cdot 17$ | $1561 = 7 \cdot 223$ | $1573 = 11 \cdot 11 \cdot 13$ | $1577 = 19 \cdot 83$ |
| $1589 = 7 \cdot 227$ | $1591 = 37 \cdot 43$ | | | |

## 10.11. A binomiális együtthatók ($n = 20$-ig) $\binom{n}{k}$

| **n** | **k = 0** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0** | | | | | | | | 1 | | | **1** | | | | | | | | | | |
| **1** | | | | | | | 1 | | 1 | | | **2** | | | | | | | | | |
| **2** | | | | | | 1 | | 2 | | 1 | | | **3** | | | | | | | | |
| **3** | | | | | 1 | | 3 | | 3 | | 1 | | | **4** | | | | | | | |
| **4** | | | | 1 | | 4 | | 6 | | 4 | | 1 | | | **5** | | | | | | |
| **5** | | | 1 | | 5 | | 10 | | 10 | | 5 | | 1 | | | **6** | | | | | |
| **6** | | 1 | | 6 | | 15 | | 20 | | 15 | | 6 | | 1 | | | **7** | | | | |
| **7** | 1 | | 7 | | 21 | | 35 | | 35 | | 21 | | 7 | | 1 | | | **8** | | | |
| **8** | | 1 | | 8 | | 28 | | 56 | | 70 | | 56 | | 28 | | 8 | | 1 | | **9** | |
| **9** | 1 | | 9 | | 36 | | 84 | | 126 | | 126 | | 84 | | 36 | | 9 | | 1 | | |
| **10** | 1 | 10 | | 45 | | 120 | | 210 | | 252 | | 210 | | 120 | | 45 | | 10 | | 1 | |

***Pascal-háromszög***

| $n^k$ | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **11** | 1 | 11 | 55 | 165 | 330 | 462 | 462 | 330 | 165 | 55 | 11 |
| **12** | 1 | 12 | 66 | 220 | 495 | 792 | 924 | 792 | 495 | 220 | 66 |
| **13** | 1 | 13 | 78 | 286 | 715 | 1287 | 1716 | 1716 | 1287 | 715 | 286 |
| **14** | 1 | 14 | 91 | 364 | 1001 | 2002 | 3003 | 3432 | 3003 | 2002 | 1001 |
| **15** | 1 | 15 | 105 | 455 | 1365 | 3003 | 5005 | 6435 | 6435 | 5005 | 3003 |
| **16** | 1 | 16 | 120 | 560 | 1820 | 4368 | 8008 | 11440 | 12870 | 11440 | 8008 |
| **17** | 1 | 17 | 136 | 680 | 2380 | 6188 | 12376 | 19448 | 24310 | 24310 | 19448 |
| **18** | 1 | 18 | 153 | 816 | 3060 | 8568 | 18564 | 31824 | 43758 | 48620 | 43758 |
| **19** | 1 | 19 | 171 | 969 | 3876 | 11628 | 27132 | 50388 | 75582 | 92378 | 92378 |
| **20** | 1 | 20 | 190 | 1140 | 4845 | 15504 | 38760 | 77520 | 125970 | 167960 | 184756 |

## 10.12. Pitagorasz-féle számhármasok ($c = 100$-ig)

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a$ | 3 | 5 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 | 13 | 16 | 20 | 28 | 33 | 36 | 39 | 48 | 65 |
| $b$ | 4 | 12 | 24 | 15 | 40 | 60 | 35 | 84 | 63 | 21 | 45 | 56 | 77 | 80 | 55 | 72 |
| $c$ | 5 | 13 | 25 | 17 | 41 | 61 | 37 | 85 | 65 | 29 | 53 | 65 | 85 | 89 | 73 | 97 |

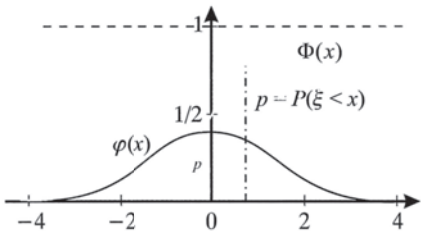
## 10.13. Faktoriálisok ($n$ = 100-ig)

| $n$ | $n!$ | $n$ | $n!$ | $n$ | $n!$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 33 | $8,683317619 \cdot 10^{36}$ | 67 | $3,647111092 \cdot 10^{94}$ |
| 1 | 1 | 34 | $2,952327990 \cdot 10^{38}$ | 68 | $2,480035542 \cdot 10^{96}$ |
| 2 | 2 | 35 | $1,033314797 \cdot 10^{40}$ | 69 | $1,711224524 \cdot 10^{98}$ |
| 3 | 6 | 36 | $3,719933268 \cdot 10^{41}$ | 70 | $1,197857167 \cdot 10^{100}$ |
| 4 | 24 | 37 | $1,376375309 \cdot 10^{43}$ | 71 | $8,504785886 \cdot 10^{101}$ |
| 5 | 120 | 38 | $5,230226175 \cdot 10^{44}$ | 72 | $6,123445838 \cdot 10^{103}$ |
| 6 | 720 | 39 | $2,039788208 \cdot 10^{46}$ | 73 | $4,470115462 \cdot 10^{105}$ |
| 7 | 5040 | 40 | $8,159152832 \cdot 10^{47}$ | 74 | $3,307885442 \cdot 10^{107}$ |
| 8 | 40320 | 41 | $3,345252661 \cdot 10^{49}$ | 75 | $2,480914081 \cdot 10^{109}$ |
| 9 | 362880 | 42 | $1,405006118 \cdot 10^{51}$ | 76 | $1,885494702 \cdot 10^{111}$ |
| 10 | 3628800 | 43 | $6,041526306 \cdot 10^{52}$ | 77 | $1,451830920 \cdot 10^{113}$ |
| 11 | 39916800 | 44 | $2,658271575 \cdot 10^{54}$ | 78 | $1,132428118 \cdot 10^{115}$ |
| 12 | 479001600 | 45 | $1,196222209 \cdot 10^{56}$ | 79 | $8,946182131 \cdot 10^{116}$ |
| 13 | 6227020800 | 46 | $5,502622160 \cdot 10^{57}$ | 80 | $7,156945705 \cdot 10^{118}$ |
| 14 | 87178291200 | 47 | $2,586232415 \cdot 10^{59}$ | 81 | $5,797126021 \cdot 10^{120}$ |
| 15 | 1307674368000 | 48 | $1,241391559 \cdot 10^{61}$ | 82 | $4,753643337 \cdot 10^{122}$ |
| | | 49 | $6,082818640 \cdot 10^{62}$ | 83 | $3,945523970 \cdot 10^{124}$ |
| 16 | $2,092278989 \cdot 10^{13}$ | 50 | $3,041409320 \cdot 10^{64}$ | 84 | $3,314240135 \cdot 10^{126}$ |
| 17 | $3,556874281 \cdot 10^{14}$ | 51 | $1,551118753 \cdot 10^{66}$ | 85 | $2,817104114 \cdot 10^{128}$ |
| 18 | $6,402373706 \cdot 10^{15}$ | 52 | $8,065817517 \cdot 10^{67}$ | 86 | $2,422709538 \cdot 10^{130}$ |
| 19 | $1,216451004 \cdot 10^{17}$ | 53 | $4,274883284 \cdot 10^{69}$ | 87 | $2,107757298 \cdot 10^{132}$ |
| 20 | $2,432902008 \cdot 10^{18}$ | 54 | $2,308436973 \cdot 10^{71}$ | 88 | $1,854826423 \cdot 10^{134}$ |
| 21 | $5,109094217 \cdot 10^{19}$ | 55 | $1,269640335 \cdot 10^{73}$ | 89 | $1,650795516 \cdot 10^{136}$ |
| 22 | $1,124000728 \cdot 10^{21}$ | 56 | $7,109985878 \cdot 10^{74}$ | 90 | $1,485715964 \cdot 10^{138}$ |
| 23 | $2,585201674 \cdot 10^{22}$ | 57 | $4,052691950 \cdot 10^{76}$ | 91 | $1,352001528 \cdot 10^{140}$ |
| 24 | $6,204484017 \cdot 10^{23}$ | 58 | $2,350561331 \cdot 10^{78}$ | 92 | $1,243841405 \cdot 10^{142}$ |
| 25 | $1,551121004 \cdot 10^{25}$ | 59 | $1,386831185 \cdot 10^{80}$ | 93 | $1,156772507 \cdot 10^{144}$ |
| 26 | $4,032914611 \cdot 10^{26}$ | 60 | $8,320987113 \cdot 10^{81}$ | 94 | $1,087366157 \cdot 10^{146}$ |
| 27 | $1,088886945 \cdot 10^{28}$ | 61 | $5,075802139 \cdot 10^{83}$ | 95 | $1,032997849 \cdot 10^{148}$ |
| 28 | $3,048883446 \cdot 10^{29}$ | 62 | $3,146997326 \cdot 10^{85}$ | 96 | $9,916779349 \cdot 10^{149}$ |
| 29 | $8,841761994 \cdot 10^{30}$ | 63 | $1,982608315 \cdot 10^{87}$ | 97 | $9,619275968 \cdot 10^{151}$ |
| 30 | $2,652528598 \cdot 10^{32}$ | 64 | $1,268869322 \cdot 10^{89}$ | 98 | $9,426890449 \cdot 10^{153}$ |
| 31 | $8,222838654 \cdot 10^{33}$ | 65 | $8,247650592 \cdot 10^{90}$ | 99 | $9,332621544 \cdot 10^{155}$ |
| 32 | $2,631308369 \cdot 10^{35}$ | 66 | $5,443449391 \cdot 10^{92}$ | 100 | $9,332621544 \cdot 10^{157}$ |

## 10.14. A standard normális eloszlás

Az $N(0, 1)$ eloszlású $\xi$ változó $\Phi(x)$ eloszlásfüggvényének értékei.

$$x \mapsto p = P(\xi < x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$$




| $x$ | **0,00** | **0,10** | **0,20** | **0,30** | **0,40** | **0,50** | **0,60** | **0,70** | **0,80** | **0,90** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0,00** | 0,5000 | 5040 | 5080 | 5120 | 5160 | 5199 | 5239 | 5279 | 5319 | 5359 |
| **0,10** | 5398 | 5438 | 5478 | 5517 | 5557 | 5596 | 5636 | 5675 | 5714 | 5753 |
| **0,20** | 5793 | 5832 | 5871 | 5910 | 5948 | 5987 | 6026 | 6064 | 6103 | 6141 |
| **0,30** | 6179 | 6217 | 6255 | 6293 | 6331 | 6368 | 6406 | 6443 | 6480 | 6517 |
| **0,40** | 6554 | 6591 | 6628 | 6664 | 6700 | 6736 | 6772 | 6808 | 6844 | 6879 |
| **0,50** | 0,6915 | 6950 | 6985 | 7019 | 7054 | 7088 | 7123 | 7157 | 7190 | 7224 |
| **0,60** | 7257 | 7291 | 7324 | 7357 | 7389 | 7422 | 7454 | 7486 | 7517 | 7549 |
| **0,70** | 7580 | 7611 | 7642 | 7673 | 7704 | 7734 | 7764 | 7794 | 7823 | 7852 |
| **0,80** | 7881 | 7910 | 7939 | 7967 | 7995 | 8023 | 8051 | 8078 | 8106 | 8133 |
| **0,90** | 8159 | 8186 | 8212 | 8238 | 8264 | 8289 | 8315 | 8340 | 8365 | 8389 |
| **1,00** | 0,8413 | 8438 | 8461 | 8485 | 8508 | 8531 | 8554 | 8577 | 8599 | 8621 |
| **1,10** | 8643 | 8665 | 8686 | 8708 | 8729 | 8749 | 8770 | 8790 | 8810 | 8830 |
| **1,20** | 8849 | 8869 | 8888 | 8907 | 8925 | 8944 | 8962 | 8980 | 8997 | 9015 |
| **1,30** | 9032 | 9049 | 9066 | 9082 | 9099 | 9115 | 9131 | 9147 | 9162 | 9177 |
| **1,40** | 9192 | 9207 | 9222 | 9236 | 9251 | 9265 | 9279 | 9292 | 9306 | 9319 |
| **1,50** | 0,9332 | 9345 | 9357 | 9370 | 9382 | 9394 | 9406 | 9418 | 9429 | 9441 |
| **1,60** | 9452 | 9463 | 9474 | 9484 | 9495 | 9505 | 9515 | 9525 | 9535 | 9545 |
| **1,70** | 9554 | 9564 | 9573 | 9582 | 9591 | 9599 | 9608 | 9616 | 9625 | 9633 |
| **1,80** | 9641 | 9649 | 9656 | 9664 | 9671 | 9678 | 9686 | 9693 | 9699 | 9706 |
| **1,90** | 9713 | 9719 | 9726 | 9732 | 9738 | 9744 | 9750 | 9756 | 9761 | 9767 |
| **2,00** | 0,9772 | 9778 | 9783 | 9788 | 9793 | 9798 | 9803 | 9808 | 9812 | 9817 |
| **2,10** | 9821 | 9826 | 9830 | 9834 | 9838 | 9842 | 9846 | 9850 | 9854 | 9857 |
| **2,20** | 9861 | 9864 | 9868 | 9871 | 9875 | 9878 | 9881 | 9884 | 9887 | 9890 |
| **2,30** | 9893 | 9896 | 9898 | 9901 | 9904 | 9906 | 9909 | 9911 | 9913 | 9916 |
| **2,40** | 9918 | 9920 | 9922 | 9925 | 9927 | 9929 | 9931 | 9932 | 9934 | 9936 |
| **2,50** | 0,9938 | 9940 | 9941 | 9943 | 9945 | 9946 | 9948 | 9949 | 9951 | 9952 |
| **2,60** | 9953 | 9955 | 9956 | 9957 | 9959 | 9960 | 9961 | 9962 | 9963 | 9964 |
| **2,70** | 9965 | 9966 | 9967 | 9968 | 9969 | 9970 | 9971 | 9972 | 9973 | 9974 |
| **2,80** | 9974 | 9975 | 9976 | 9977 | 9977 | 9978 | 9979 | 9979 | 9980 | 9981 |
| **2,90** | 9981 | 9982 | 9982 | 9983 | 9984 | 9984 | 9985 | 9985 | 9986 | 9986 |
| **3,00** | 0,9987 | 9987 | 9987 | 9988 | 9988 | 9989 | 9989 | 9989 | 9990 | 9990 |
| **3,10** | 9990 | 9991 | 9991 | 9991 | 9992 | 9992 | 9992 | 9992 | 9993 | 9993 |
| **3,20** | 9993 | 9993 | 9994 | 9994 | 9994 | 9994 | 9994 | 9995 | 9995 | 9995 |
| **3,30** | 9995 | 9995 | 9995 | 9996 | 9996 | 9996 | 9996 | 9996 | 9996 | 9997 |
| **3,40** | 9997 | 9997 | 9997 | 9997 | 9997 | 9997 | 9997 | 9997 | 9997 | 9998 |
| **3,50** | 0,9998 | 9998 | 9998 | 9998 | 9998 | 9998 | 9998 | 9998 | 9998 | 9998 |
| **3,60** | 0,9998 | 9998 | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 |
| **3,70** | 0,9999 | | | | | | | | | |
| **3,80** | 0,9999 | | | | | | | | | |
| **3,90** | 0,9999 | | | | | | | | | |

Az $x < 0$ értékekre: $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$

## 1. MÉRTÉKEGYSÉGEK

*1.1.* Bit (binary unit) = az információ mértékegysége
Annak a hírnek az értéke, ami a 0,5 valószínűségű eseményről tudósít.

*1.2.* Bit (binary digit) = az üzenet jeltartalmának a mértékegysége
A 0–1 bináris számjegyekkel kódolt üzenet hossza.

*1.3.* 1 Byte (bájt) = 8 bit

1 kB = 1 kilobyte = 1024 byte = $2^{10}$ byte = 1 KiB (kibibyte)*
1 MB = 1 megabyte = 1024 kB = $2^{20}$ byte = 1 MiB (mebibyte)*
1 GB = 1 gigabyte = 1024 MB = $2^{30}$ byte = 1 GiB (gibibyte)*
1 TB = 1 terrabyte = 1024 GB = $2^{40}$ byte = 1 TiB (tebibyte)*

*Az IEC (International Electrotechnical Commission) ajánlása alapján bevezették a KiB, MiB, GiB, TiB bináris prefixumait, mert a kB, az MB, a GB és a TB prefixumait a mérnöki gyakorlatban 10 hatványaiként használják, míg az informatikában 2 hatványait értik rajta.

## 2. FONTOSABB BETŰSZÓK ÉS ÁLLOMÁNYKITERJESZTÉSEK

| | |
|---|---|
| | **Az internet néhány rövidítése** |
| **WWW** | *World Wide Web* – világháló |
| **DNS** | *Domain Name System* – tartománynév-rendszer |
| **HTML, .html** | *HyperText Markup Language* – hiperszöveges jelölőnyelv |
| **BBS** | *Bulletin Board System* – hirdetőtábla-rendszer |
| **FINGER** | Listázó parancs, a bejelentkezettek nevének kiírása |
| **FAQ** | *Frequently Asked Questions* – gyakori kérdések (a levelező csoportok új belépőinek tájékoztatására) |
| **CMC** | *Computer Mediated Communication* – számítógépes kapcsolattartás |
| **CCL** | *Common Command Language* – közös parancsnyelv nyelve |
| **e-mail** | elektronikus levelezés, levél |
| **e-book** | elektronikus könyv |
| **e-journal** | elektronikus folyóirat |
| **VRML** | *Virtual Reality Markup Language* – virtuális állományokat leíró nyelv |
| **FTP** | *File Transfer Protocol* – állományátviteli protokoll |
| **HTTP** | *HyperText Transfer Protocol* – hiperszöveg-átviteli protokoll |
| **LAN** | *Local Area Network* – helyi (intézet, iskola, . . . ) számítógép-hálózat |
| | **A hardver néhány szakkifejezése** |
| **CPU** | *Central Processing Unit* – központi feldolgozóegység (processzor) |
| **RAM** | *Random Access Memory* – közvetlen elérésű (írható-olvasható) memória |
| **ROM** | *Read Only Memory* – csak olvasható memória |

## 2. FONTOSABB BETŰSZÓK ÉS ÁLLOMÁNYKITERJESZTÉSEK (folytatás)

**A hardver néhány szakkifejezése (folytatás)**

| | |
|---|---|
| **CD** | *Compact Disc* – kompaktlemez |
| **DVD** | *Digital Video/Versatile Disc* – digitális videolemez |
| **EGA** | *Enhanced Graphics Adapter* – kiterjesztett grafikus adapter (kis felbontás) |
| **VGA** | *Video Graphics Adapter* – grafikus videoadapter (közepes felbontás) |
| **SVGA** | *Super Video Graphics Array* – szuper-videografikus adapter (szuper nagy felbontás) |
| **MODEM** | *Modulator-Demodulator* – analóg-digitális át- és visszaalakító |
| **BPS** | *Bits Per Second* – bit/secundum (1 baud) |
| **CPS** | *Characters Per Second* – mp-ként továbbított karakterek száma (8 baud) |
| **DPI** | *Dot Per Inch* – pont per inch; pixelkép pontjainak sűrűsége |

**Néhány állománytípus**

| | |
|---|---|
| **.bmp** | *Bit Map* – grafika (fénykép) eredeti, tömörítés nélküli bittérképe |
| **.pcx** | *LZW* eljárással tömörített kép |
| **.gif** | *Graphic Interchange Format* – tömörített kép (a weben gyakori) |
| **.tif, .tiff** | *Tag/Tagged Image File Format* – tömörített kép |
| **.jpg .jpeg** | *Joint Photographic Expert Group* által kifejlesztett tömör kép |
| **.mpg .mpeg** | *Motion Picture Expert Group* által kifejlesztett film |
| **.avi .wmv** | videó |
| **.wav .mp3** | hang |
| **.wmf** | *Windows Meta File* – ***Microsoft***-vektorgrafika |

## 3. JELÖLÉSEK

| | |
|---|---|
| $\mathbb{N}^0$ | a nem negatív egész számok halmaza: {0, 1, 2, ...} |
| $\mathbb{L}$ | a logikai értékek halmaza: {*igaz, hamis*} |
| Kisbetűk | változók: a, b, ..., y, z |
| Nagybetűk | programok, eljárások, utasítások: $P_1$, $P_2$, $P_3$, ... |
| Görög betűk | logikai feltételek, tulajdonságok: $\varphi$, $\pi$, $\beta$, ... |
| **NEM, ÉS, VAGY** | logikai operátorok |
| := | az értékadás jele |
| $\leftrightarrow$ | a csereművelet rövidítése |
| a[ ] | az adatsor (vektor, indexelt változó) jele |

## 4. VEZÉRLÉSI STRUKTÚRÁK

Szekvencia

**Kezdet**
$P_1$
$P_2$
...
$P_n$
**Vége**

$P_1$
$P_2$
$P_n$

| | | |
|---|---|---|
| Egyszerű alternatíva | **Ha** $\varphi$<br>  **akkor** $P_{igaz}$<br>  **különben** $P_{hamis}$<br>**Elágazás vége** | $\varphi$<br>i h<br>$P_{igaz}$ $P_{hamis}$ |
| Feltételes művelet | **Ha** $\varphi$ **akkor**<br>  P<br>**Elágazás vége** | $\varphi$<br>i h<br>P |
| Elágazás | **Elágazás**<br>  $\varphi_1$ **esetén** $P_1$<br>  $\varphi_2$ **esetén** $P_2$<br>  ...<br>  $\varphi_n$ **esetén** $P_n$<br>  **különben** $P_0$<br>**Elágazás vége** | $\varphi_1$ $P_1$<br>$\varphi_2$ $P_2$<br>$\varphi_n$ $P_n$<br>különben $P_0$ |
| Elején tesztelő ciklus | **Ciklus amíg** $\pi$<br>  P<br>**Ciklus vége** | $\pi$<br>P |
| Végén tesztelő ciklus | **Ciklus**<br>  P<br>  **amíg** $\pi$<br>**Ciklus vége** | P<br>$\pi$ |
| Számlált ciklus | **Ciklus** i = k-**tól** v-**ig** d-**esével**<br>  P<br>**Ciklus vége** | i := k, v, d<br>P |

## 5. ALAPFELADATOK

### *5.1. Sorozatszámítás*

Sorozat előállítása az általános képlet alapján.

**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | a kezdő elem indexe. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | az utolsó elem indexe. |
| f | az általános tag képlete: $f : i \mapsto a_i = f(i)$. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| a[m]...a[n] | a (rész-) sorozat. |

**SOROZATSZÁMÍTÁS** (m, n, a);
**Ciklus** i = m-**től** n-**ig egyesével**
a[i] := f(i)
**Ciklus vége**
**Eljárás vége.**

m, n, $f$
i = m, n, 1
a[i] := $f$(i)
a[m] . . . a[n]

*5.2. Rekurzív sorozat*

Sorozat előállítása a rekurziós képlet alapján.

**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | a kezdő elem indexe. |
| a[m] | a kezdő elem. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | az utolsó elem indexe. |
| R | a rekurziós képlet: $R : (i, a_i) \mapsto a_{i+1} = R(i, a_i)$. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| a[m]. . . a[n] | a (rész-) sorozat. |

**REKURZÍV_SOROZAT** (m, a[m], n, a);
**Ciklus** i = m-**től** (n – 1)-**ig egyesével**
a[i + 1] := R(i,a[i])
**Ciklus vége**
**Eljárás vége.**

m, a[m], n, $R$
i = m, n – 1, 1
a[i + 1] := $R$(i, a[i])
a[m] . . . a[n]

*5.3. Összegezés*

Adatsor elemeinek összeadása.

**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | a kezdő elem indexe. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | az utolsó elem indexe. |
| a[m]. . . a[n] | az adatsor elemei. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| s | az adatsor összege: $s = \sum_{i=m}^{n} a_i$. |

**ÖSSZEGEZÉS** (m, n, a, s);
s := 0
**Ciklus** i = m-**től** n-**ig egyesével**
s := s + a[i]
**Ciklus vége**
**Eljárás vége.**

m, n, a[ ]
s := 0
i := m, n, 1
s := s + a[i]
s

### 5.4. Feltételes összegezés

Az adatsor adott tulajdonságú elemeinek összeadása.

**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | a kezdő elem indexe. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | az utolsó elem indexe. |
| a[m]...a[n] | az adatsor elemei. |
| $\beta$ | tulajdonság: $\beta(a[i]) \in \mathbb{L}$. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| s | az adott tulajdonságú elemek összege: $s = \sum_{\forall i:\beta(a[i])\in\mathbb{L}} a_i$ |

**FELTÉTELES_ÖSSZEG** ($\beta$, m, n, a, s);
  s := 0
  **Ciklus** i = m-**től** n-**ig egyesével**
    **Ha** $\beta$(a[i]) **akkor**
      s := s + a[i]
    **Elágazás vége**
  **Ciklus vége**
**Eljárás vége.**

$\beta$, m, n, a[ ]
  s := 0
  i = m, n, 1
    $\beta$(a[i])
  s := s + a[i])
  s

### 5.5. Eldöntés

Annak vizsgálata, hogy egy adatsorban van-e adott tulajdonságú elem.

**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | a kezdő elem indexe. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | az utolsó elem indexe. |
| a[m]...a[n] | az adatsor elemei. |
| $\beta$ | tulajdonság: $\beta$ (a[i]) $\in \mathbb{L}$. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| v | logikai érték: $v = \left\{ \begin{array}{ll} igaz & \ldots \text{ ha van} \\ hamis & \ldots \text{ ha nincs} \end{array} \right\}$ megfelelő elem. |

**ELDÖNTÉS** ($\beta$, m, n, a, v);
  i := m
  v := hamis
  **Ciklus amíg** i $\leq$ n **ÉS NEM** $\beta$(a[i])
    i := i + 1
  **Ciklus vége**
  v := (i $\leq$ n)
**Eljárás vége.**

$\beta$, m, n, a[ ]
  i := m, v := hamis
  i $\leq$ n **ÉS NEM** $\beta$(a[i])
    i := i + 1
  v := (i $\leq$ n)
  v

### 5.6. Kiválasztás

Adott tulajdonságú elem kiválasztása olyan adatsorból, amiben biztosan van ilyen elem.

**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | a kezdő elem indexe. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | az utolsó elem indexe. |
| a[m]. . . a[n] | az adatsor elemei. |
| $\beta$ | tulajdonság: $\beta$ (a[i]) $\in \mathbb{L}$. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| b | a kiválasztott elem. |
| $k \in \mathbb{N}^0$ | a kiválasztott elem indexe. |

**KIVÁLASZTÁS** ($\beta$, m, n, a, b, k);
  i := m
  **Ciklus amíg NEM** $\beta$(a[i])
    i := i + 1
  **Ciklus vége**
  k := i; b := a[k]
**Eljárás vége.**

$\beta$, m, n, a[ ]
  i := m
  **NEM** $\beta$(a[i])
    i := i + 1
  k := i
  b := a[k]
  b, k

### 5.7. Kiválogatás

Adott tulajdonságú elemek kiválogatása egy adatorból.

**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | a kezdő elem indexe. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | az utolsó elem indexe. |
| a[m]. . . a[n] | az adatsor elemei. |
| $\beta$ | tulajdonság: $\beta(a[i]) \in \mathbb{L}$. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| $k \in \mathbb{N}^0$ | a kiválogatott elemek száma. |
| b[1]. . . b[k] | a kiválogatott elemek sorozata. |

**KIVÁLOGATÁS** ($\beta$, m, n, a, k, b);
  k := 0
  **Ciklus** i = m-**től** n-**ig egyesével**
    **Ha** $\beta$(a[i]) **akkor**
      k := k + 1
      b[k] := a[i]
    **Elágazás vége**
  **Ciklus vége**
**Eljárás vége.**

$\beta$, m, n, a[ ]
  k := 0
  i = m, n, 1
    $\beta$(a[i])
  k := k + 1
  b[k] := a[i])
  k, b[ ]

*5.8. Számlálás*

Egy adatsor adott tulajdonságú elemeinek megszámlálása.

**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | a kezdő elem indexe. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | az utolsó elem indexe. |
| a[m]...a[n] | az adatsor elemei. |
| $\beta$ | tulajdonság: $\beta$ (a[i]) $\in \mathbb{L}$. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| $d \in \mathbb{N}^0$ | az adott tulajdonságú elemek száma. |

**SZÁMLÁLÁS** ($\beta$, m, n, a, d);
  d := 0
  **Ciklus** i = m-**től** n-**ig egyesével**
    **Ha** $\beta$(a[i]) **akkor**
      d := d + 1
    **Elágazás vége**
  **Ciklus vége**
**Eljárás vége.**

$\beta$, m, n, a[ ]
  d := 0
  i = m, n, 1
    $\beta$(a[i])
      d := d + 1
  d

*5.9. Szétválogatás*

Egy adatsor elemeinek szétválogatása adott tulajdonságuk alapján.

**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | a kezdő elem indexe. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | az utolsó elem indexe. |
| a[m]...a[n] | az adatsor elemei. |
| $\beta$ | tulajdonság: $\beta$ (a[i]) $\in \mathbb{L}$. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| b[1]...b[k] | az adott tulajdonságú elemek sorozata. |
| c[1]...c[j] | a többi elem sorozata. |

**SZÉTVÁLOGATÁS** ($\beta$, m, n, a, b, c);
  k := 0; j := 0
  **Ciklus** i = m-**től** n-**ig egyesével**
    **Ha** $\beta$(a[i])
      **akkor**
        k := k + 1; b[k] := a[i]
      **különben**
        j := j + 1; c[j] := a[i]
    **Elágazás vége**
  **Ciklus vége**
**Elágazás vége.**

$\beta$, m, n, a[ ]
  k := 0
  i = m, n, 1
    $\beta$(a[i])
      k := k + 1 | j := j + 1
      b[k] := a[i] | c[j] := a[i]
  k, b[ ]

### 5.10. Metszet

Két adatsor közös elemeinek kiválogatása, harmadik adatsorba gyűjtése.

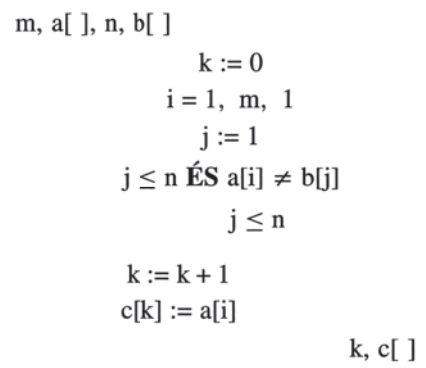
**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | az a[ ] adatsor elemeinek száma. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | a b[ ] adatsor elemeinek száma. |
| a[1...m]; b[1...n] | a két adatsor. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| c[1...m + n] | a közös elemek adatsora. |

```
METSZET (m, n, a, b, c);
  k := 0
  Ciklus i = 1-től m-ig egyesével
    j := 1
    Ciklus amíg j ≤ n ÉS a[i] ≠ b[j]
      j := j + 1
    Ciklus vége
    Ha j ≤ n akkor
      k := k + 1;  c[k] := a[i]
    Elágazás vége
  Ciklus vége
Eljárás vége.
```




### 5.11. Egyesítés

Két adatsor elemeinek egy adatsorba való gyűjtése úgy, hogy az egyező elemek csak egyszer szerepeljenek.

**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | az a[ ] adatsor elemeinek száma. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | a b[ ] adatsor elemeinek száma. |
| a[1...m]; b[1...n] | a két adatsor. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| $k \in \mathbb{N}^0$ | az egyesített c[ ] adatsor elemeinek száma. |
| c[1, 2, 3, ...] | az két adatsor egyesített adatsora. |

```
EGYESÍTÉS (m, n, a, b, c);
  Ciklus i = 1-től m-ig egyesével
    c[i] := a[i]
  Ciklus vége
  k := m
  Ciklus j = 1-től n-ig egyesével
    i := 1
    Ciklus amíg i ≤ m ÉS a[i] ≠ b[j]
      i := i + 1
    Ciklus vége
    Ha i > m akkor
      k := k + 1;  c[k] := b[j]
    Elágazás vége
  Ciklus vége
Eljárás vége.
```

### *5.12. Összefuttatás*

Rendezett adatsor készítése két rendezett adatsorból.

**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | az a[ ] adatsor elemeinek száma. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | a b[ ] adatsor elemeinek száma. |
| a[1...m]; b[1...n] | a két rendezett adatsor. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| $k \in \mathbb{N}^0$ | az egyesített r[ ] adatsor elemeinek száma |
| r[1...k] | az egyesített adatsor: $r[i] < r[j] \Leftrightarrow i < j \ldots$ |

**ÖSSZEFUTTATÁS** (m, n, a, b, k, r);
i := 1; j := 1; k := 0
**Ciklus amíg** i ≤ m **ÉS** j ≤ n
k := k + 1
**Elágazás**
a[i] < b[j] **esetén** r[k] := a[i]; i := i + 1
a[i] = b[j] **esetén** r[k] := a[i]; i := i + 1; j := j + 1
a[i] > b[j] **esetén** r[k] := b[j]; j := j + 1
**Elágazás vége**
**Ciklus vége**
**Ciklus amíg** i ≤ m
k := k + 1; r[k] := a[i]; i := i + 1
**Ciklus vége**
**Ciklus amíg** j ≤ n
k := k + 1; r[k] := b[j]; j := j + 1
**Ciklus vége**
**Eljárás vége.**

## 6. KERESÉSEK

### *6.1. Lineáris keresés*

Adott értékű elem keresése és az adatsorban elfoglalt helyének megadása.

**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | a kezdő elem indexe. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | az utolsó elem indexe. |
| a[m]...a[n] | az adatsor elemei. |
| b | a keresendő érték. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| v | $v = \left\{ \begin{matrix} igaz & \ldots \text{ ha van} \\ hamis & \ldots \text{ ha nincs} \end{matrix} \right\}$ a keresett érték az adatsorban. |
| $k \in \mathbb{N}^0$ | a megtalált elem indexe, ha v = *igaz*. |

```
KERESÉS (m, n, a, b, v, k);
  i := m
  Ciklus amíg i ≤ n ÉS NEM b = a[i]
    i := i + 1
  Ciklus vége
  v := (i ≤ n)
  Ha v akkor k := i
Eljárás vége.
```

```
m, n, a[ ], b
        i := m
  i ≤ n ÉS NEM b − a[i]
        i := i + 1
      v := (i ≤ n)
         v

  k := i

                  v, k
```

### *6.2. Bináris (logaritmikus) keresés*

Adott értékű elem keresése és a rendezett adatsorban elfoglalt helyének megadása.

**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | a kezdő elem indexe. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | az utolsó elem indexe. |
| a[m]. . . a[n] | a rendezett adatsor elemei: $a[i] < a[j] \Leftrightarrow i < j$. |
| b | a keresendő érték. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| v | $v = \left\{ \begin{matrix} igaz & \ldots \text{ ha van} \\ hamis & \ldots \text{ ha nincs} \end{matrix} \right\}$ a keresett érték az adatsorban. |
| $k \in \mathbb{N}^0$ | a megtalált elem indexe, ha v = *igaz*. |

```
BINÁRIS_KERESÉS (m, n, a, b, v, k);
  e := m;  u := n;  v := hamis
  Ciklus amíg e ≤ u ÉS NEM v
    k := int((e + u)/2)
    Elágazás
      a[k] < b esetén e := k + 1
      a[k] = b esetén v := igaz
      a[k] > b esetén u := k − 1
    Elágazás vége
  Ciklus vége
Eljárás vége.
```

```
m, n, a[ ], b
        e := m; u := n
          v := hamis
    e ≤ u ÉS NEM v
      k := int ((e + u)/2)
    a[i] < b      e := k + 1
    a[i] = b      v := igaz
    a[i] > b      u := k − 1
                        v, k
```

## 7. MAXIMUMFELADATOK

### *7.1. Az első maximum kiválasztása*

Az adatsorból kiválasztandó az első legnagyobb elem és annak helye.

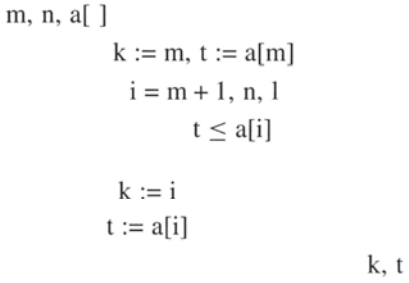
**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | a kezdő elem indexe. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | az utolsó elem indexe. |
| a[m]...a[n] | az adatsor elemei. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| $k \in \mathbb{N}^0$ | a maximális elem indexe. |
| t | a maximális elem: t = a[k]. |

**Maximumkiválasztás** (m, n, a, k, t);
  k := 1;  t := a[m]
  **Ciklus** i = m + 1**-től** n**-ig egyesével**
    **Ha** t < a[i] **akkor**
      k := i;  t := a[i]
    **Elágazás vége**
  **Ciklus vége**
**Eljárás vége.**




### *7.2. Feltételes maximum keresése*

Az adott feltételnek megfelelő legnagyobb elem helyének meghatározása az adatsorban.

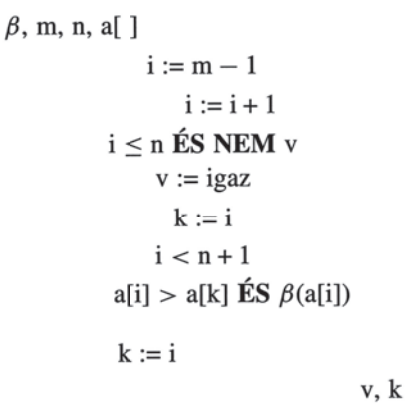
**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | a kezdő elem indexe. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | az utolsó elem indexe. |
| a[m]...a[n] | az adatsor elemei. |
| $\beta$ | tulajdonság: $\beta$ (a[i]) $\in \mathbb{L}$. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| v | logikai érték: $v = \left\{ \begin{array}{ll} igaz & \ldots \text{ ha van} \\ hamis & \ldots \text{ ha nincs} \end{array} \right\}$ megfelelő elem. |
| $k \in \mathbb{N}^0$ | az adott tulajdonságú maximum helye, ha v = *igaz*. |

```
FELTÉTELES_MAXIMUM (β, m, n, a, v, k);
  i := m – 1
  Ciklus
    i := i + 1
  amíg i ≤ n ÉS NEM β (a[i])
  Ciklus vége
  v := (i ≤ n);  k := i
  Ciklus i = k-tól n-ig egyesével
    Ha a[i] > a[k] ÉS β (a[i]) akkor k := i
  Ciklus vége
Eljárás vége.
```




### *7.3. Maximumszámlálás*

Az adatsor maximális elemeinek megszámolása.

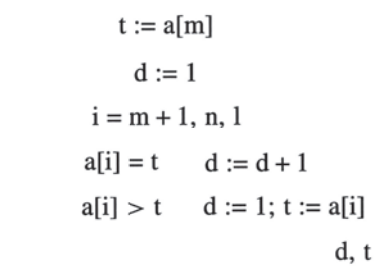
**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | a kezdő elem indexe. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | az utolsó elem indexe. |
| a[m]...a[n] | az adatsor elemei. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| $d \in \mathbb{N}^0$ | a maximális elemek száma. |
| t | a maximális elemek értéke. |

```
MAXIMUMOK_SZÁMA (m, n, a, d, t);
  t := a[m];  d := 1
  Ciklus i = m + 1-től n -ig egyesével
    Elágazás
      a[i] < t esetén NOOP (üres utasítás)
      a[i] = t esetén d := d + 1
      a[i] > t esetén t := a[i];  d := 1
    Elágazás vége
  Ciklus vége
Eljárás vége.
```



### *7.4. Lokális maximum keresése*

Az első olyan elem keresése az adatsorban, amely nagyobb mindkét szomszédjánál.

**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | a kezdő elem indexe. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | az utolsó elem indexe. |
| a[m]...a[n] | az adatsor elemei. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| v | logikai érték: $v = \left\{ \begin{matrix} igaz & \ldots \text{ ha van} \\ hamis & \ldots \text{ ha nincs} \end{matrix} \right\}$ megfelelő elem. |
| $k \in \mathbb{N}^0$ | a lokális maximum helye, ha v = *igaz*. |

**LOKÁLIS_MAXIMUM** ($\beta$, m, n, a, v, k);
  k := m + 1;  v := *hamis*
  **Ciklus amíg** k < n − 1 **ÉS NEM** v
    v := a[k − 1] < a[k] **ÉS** a[k] > a[k + 1]
    k := k + 1
  **Ciklus vége**
**Eljárás vége.**

m, n, a[ ]
k := m + 1;  v := hamis
k < n − 1 **ÉS NEM** v
v := a[k − 1] < a[k] **ÉS** a[k] > a[k + 1]
k := k + 1
v, k

## 8. RENDEZÉSEK

Az adatsor elemeinek növekső sorrendbe rendezése, vagy másik adatsorba átrakása nagyság szerint.

**Adottak**

| | |
|---|---|
| $m \in \mathbb{N}^0$ | a kezdő elem indexe. |
| $n \in \mathbb{N}^0$ | az utolsó elem indexe. |
| a[m]...a[n] | az adatsor elemei. |

**Eredmény**

| | |
|---|---|
| a[m]...a[n] | az adatsor elemei növekvő sorrendben: $a[i] \leq a[j] \Leftrightarrow i < j$. |
| r[m]...r[n] | az adatsor új adattömbe rendezve: $r[i] \leq r[j] \Leftrightarrow i < j$. |

*8.1. Beillesztéses rendezés*

```
RENDEZÉS_1 (m, n, a);
  Ciklus i = m + 1-től n-ig
    b := a[i];  j := i – 1
    Ciklus amíg j ≥ m ÉS a[j] > b
      a[j + 1] := a[j];  j := j – 1
    Ciklus vége
    a[j + 1] := b
  Ciklus vége
Eljárás vége.
```

```
m, n, a[ ]
        i := m + 1, n, 1
              b := a[i]
              j := i – 1
        j > m ÉS a[j] > b
              a[j + 1] := a[j]
                 j := j – 1
            a[j – 1] := b
            a[m] ≤ . . . ≤ a[n]
```

*8.2. Buborékos rendezés*

```
RENDEZÉS_2 (m, n, a);
  Ciklus i = n-től m + 1-ig (–1)-esével
    Ciklus j = m-től i – 1-ig
      Ha a[j] > a[j + 1] akkor a[j] ↔ a[j + 1]
    Ciklus vége
  Ciklus vége
Eljárás vége.
```

```
m, n, a[ ]
        i := n, m + 1, –1
              j := m, i – 1, 1
                 a[i] > a[j + 1]

              a[j] ↔ a[j + 1]
              a[m] ≤ . . . ≤ a[n]
```

*8.3. Cserélgetéses rendezés*

```
RENDEZÉS_3 (m, n, a);
  Ciklus i = m-től n – 1-ig
    Ciklus j = i + 1-től n-ig
      Ha a[i] > a[j] akkor
        a[i] ↔ a[j]
      Elágazás vége
    Ciklus vége
  Ciklus vége
Eljárás vége.
```

```
m, n, a[ ]
        i := n, n – 1, 1
           j = i + 1, n, 1
                 a[i] > a[j]

              a[i] ↔ a[j]
              a[m] ≤ . . . ≤ a[n]
```

*8.4. Minimumkiválasztásos rendezés*

```
RENDEZÉS_4 (m, n, a);
  Ciklus i = m-től n – 1-ig
    t := i
    Ciklus j = i + 1-től n-ig
      Ha a[t] > a[j] akkor t := j
    Ciklus vége
    a[i] ↔ a[t]
  Ciklus vége
Eljárás vége.
```

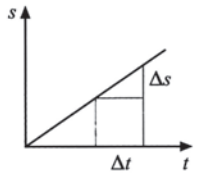
```
m, n, a[ ]
        i := m, n – 1, 1
              t := i
           j := i + 1, n, 1
              a[t] > a[j]

             t := j
           a[i] ↔ a[t]
        a[m] ≤ . . . ≤ a[n]
```

# 1. MECHANIKA

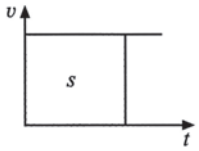
## *1.1. A mozgás kinematikai leírása*

### *1.1.1. Egyenes vonalú mozgások*

**Egyenletes mozgás:** $\frac{s}{t}$ = **állandó**




A megtett út $s = v \cdot t$




A sebesség $v$ = állandó

$s$ = út; $[s] = \text{m}$

$t$ = idő; $[t] = \text{s}$

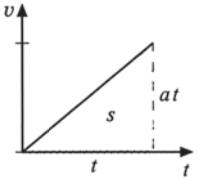
$v = \frac{s}{t}$, sebesség; $[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

**Nulla kezdősebességű, egyenletesen változó mozgás:** $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ = **állandó**



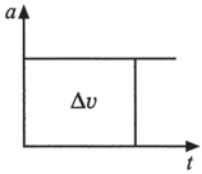

A megtett út:

$s = \frac{a}{2}t^2$




A sebesség:

$v_t = a \cdot t$




A gyorsulás:

$a$ = állandó

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$; gyorsulás;

$[a] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$v_t$ = pillanatnyi sebesség

**Nem nulla kezdősebességű egyenletesen növekvő sebességű mozgás**

$s = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$

$s = \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t$

$v_t = v_0 + a \cdot t$

$v_t = \sqrt{2as + v_0^2}$

$\bar{v} = \frac{v_0 + v_t}{2}$

$a$ = állandó

$v_0$ = kezdősebesség

$\bar{v} = \frac{s}{t}$; átlagsebesség

**Egyenletesen lassuló (fékeződő) mozgás**

$s = v_0 \cdot t - \frac{a}{2} \cdot t^2$

$s = \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t$

$v_t = v_0 - a \cdot t$

$v_t = \sqrt{v_0^2 - 2as}$

$a$ = állandó

$a = -\frac{\Delta v}{\Delta t}$; itt lassulás!

A fékeződés ideje: $t_f = \frac{v_0}{a}$

A fékút: $s_f = \frac{v_0^2}{2a}$

**Szabadesés:** Egyenletesen gyorsuló mozgás, $a = g$

$g$ = nehézségi gyorsulás

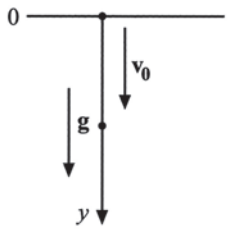
$g = 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (Budapesten)

**Függőleges lefelé hajítás $v_0$ kezdősebességgel**

A test pillanatnyi helyének függőleges koordinátája:

$$y = v_0 \cdot t + \frac{g}{2}t^2$$

A pillanatnyi sebesség: $v_t = v_0 + g \cdot t$




**Függőleges felfelé hajítás $v_0$ kezdősebességgel**

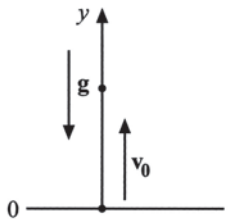
A test pillanatnyi helyének függőleges koordinátája:

$$y = v_0 \cdot t - \frac{g}{2}t^2$$

A pillanatnyi sebesség: $v_t = v_0 - gt$

Az emelkedés ideje: $t_{em} = \frac{v_0}{g}$

Maximális emelkedés: $y_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$




**Vízszintes hajítás $v_0$ kezdősebességgel**

Az origóból eldobott test pillanatnyi helyének koordinátái:

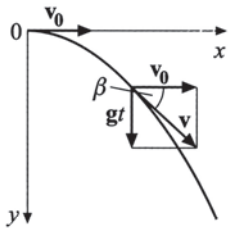
$x = v_0 \cdot t; \qquad y = \frac{g}{2}t^2$

A pillanatnyi sebesség koordinátái:

$v_x = v_0; \qquad v_y = gt$

A pillanatnyi sebesség nagysága és iránya:

$v = \sqrt{v_0^2 + g^2t^2}; \qquad \operatorname{tg}\beta = \frac{v_y}{v_x}$




**Ferde hajítás a vízszintessel $\alpha$ szöget bezáró $v_0$ kezdősebességgel**

Az origóból elhajított test pillanatnyi helyzetének koordinátái:

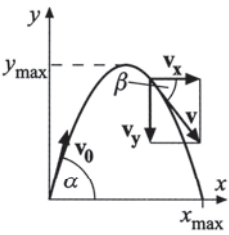
$x = v_0 \cdot t \cdot \cos\alpha; \qquad y = v_0 \cdot t \cdot \sin\alpha - \frac{g}{2}t^2$

A pillanatnyi sebesség koordinátái:

$v_x = v_0 \cdot \cos\alpha; \qquad v_y = v_0 \cdot \sin\alpha - gt$

A pillanatnyi sebesség nagysága, iránya:

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}; \qquad \operatorname{tg}\beta = \frac{v_y}{v_x}$




Az emelkedés ideje: $t_{em} = \frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$. A mozgás teljes ideje: $t^* = 2t_{em} = \frac{2v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$.

A hajítás távolsága: $x_{max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$. Az emelkedés maximális értéke: $y_{max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g}$.

A pálya egyenlete: $y = x \cdot \operatorname{tg}\alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} \cdot x^2$.

**Egyenletes körmozgás;** $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ = állandó, $\frac{s}{t}$ = állandó

$\varphi$: a szögelfordulás; $[\varphi]$ = rad

$s$: az út; $[s]$ = m

Az elfordulás szöge: $\varphi = \omega t$

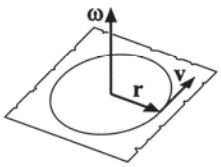
Út a körpályán: $s = vt$

Az elfordulás szöge és az út kapcsolata: $s = r\varphi$

A kerületi sebesség, szögsebesség, periódusidő és fordulatszám kapcsolata:

$$v = \frac{2r\pi}{T}, \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}, \qquad v = r\omega, \qquad T = \frac{1}{f}$$

A szögsebesség vektor ($\boldsymbol{\omega}$) iránya:



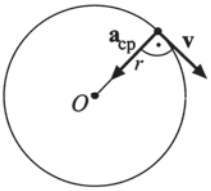

A kerületi sebességvektor vektoriális szorzattal kifejezve:

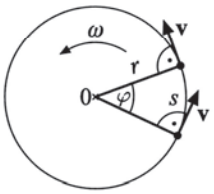
$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$

A centripetális gyorsulás nagysága:

$$a_{cp} = r\omega^2 = \frac{v^2}{r} = v\omega$$

A centripetális gyorsulásvektor a kör középpontja felé mutat:




$\omega = \frac{\varphi}{t}$ a szögsebesség; $[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$

$v = \frac{s}{t}$ a kerületi sebesség; $[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$r$: a kör sugara; $[r]$ = m

$T$: a periódusidő; $[T]$ = s

$f$: a fordulatszám vagy frekvencia; $[f] = \frac{1}{\text{s}}$

$a_{cp}$: a centripetális gyorsulás; $[a_{cp}] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

**Egyenletesen változó körmozgás:** $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ **= állandó**

Az elfordulás szöge: $\varphi = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2}\beta \cdot t^2$

Út a körpályán: $s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}a_{tang} \cdot t^2$

Pillanatnyi szögsebesség: $\omega = \omega_0 + \beta t$

Pillanatnyi fordulatszám: $f = \frac{\omega}{2\pi}$

Pillanatnyi kerületi sebesség: $v = v_0 + a_{tang}t$

Az elfordulás szöge és az út kapcsolata: $s = r\varphi$

A kerületi sebesség és szögsebesség, illetve a kerületi gyorsulás és szöggyorsulás kapcsolata:

$$v_0 = r\omega_0, \qquad v = r\omega, \qquad a_{tang} = r\beta$$

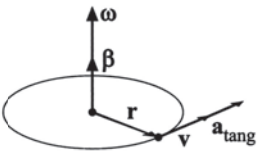
$\omega_0$: a kezdeti szögsebesség; $[\omega_0] = \frac{1}{\text{s}}$

$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ a szöggyorsulás; $[\beta] = \frac{1}{\text{s}^2}$

$a_{tang} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ a kerületi (tangenciális) gyorsulás; $[a_{tang}] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

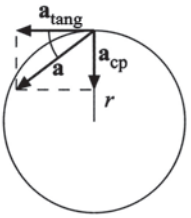
$r$: a körpálya sugara; $[r]$ = m

A szöggyorsulás-vektor ($\boldsymbol{\beta} = \frac{\Delta \boldsymbol{\omega}}{\Delta t}$) iránya:




A gyorsulás centripetális (normális) komponensének nagysága:

$$a_{cp} = r\omega^2 = \frac{v^2}{r} = v\omega$$




A gyorsulásvektor a centripetális és a tangenciális gyorsulásvektorok eredője: $\mathbf{a} = \mathbf{a}_{cp} + \mathbf{a}_{tang}$;

nagysága: $a = \sqrt{a_{cp}^2 + a_{tang}^2}$

*1.1.4. Merev test forgómozgása rögzített tengely körül*

**Egyenletes forgómozgás:** $\frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$ **= állandó**

$\varphi$: az elfordulás szöge; $[\varphi] = \text{rad}$

Az elfordulás szöge: $\varphi = \omega t$

A szögsebesség: $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = \text{állandó}$

$\omega$: a szögsebesség; $[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$

$T$: a periódusidő; $[T] = \text{s}$

**Egyenletesen változó forgómozgás:** $\frac{\Delta \omega}{\Delta t}$ **= állandó**

$\omega_0$: a kezdő szögsebesség; $[\omega_0] = \frac{1}{\text{s}}$

Az elfordulás szöge: $\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2$

A pillanatnyi szögsebesség: $\omega = \omega_0 + \beta t$

$\beta$: a szöggyorsulás; $[\beta] = \frac{1}{\text{s}^2}$

A pillanatnyi fordulatszám: $f = \frac{\omega}{2\pi}$

$[f] = \frac{1}{\text{s}}$

A szöggyorsulás: $\beta = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \text{állandó}$

*1.2. Dinamika*

*1.2.1. Pontszerű testek*

*Newton-törvények*

I. Inerciarendszerben a testek sebességváltozását mindig más test hatása okozza. (A tehetetlenség törvénye)

II. $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$

III. $\mathbf{F}_{A \to B} = -\mathbf{F}_{B \to A}$ (Hatás-ellenhatás törvénye)

$\mathbf{F}$: az erő; $[\mathbf{F}] = \text{N} = \text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$\mathbf{a}$: a gyorsulás; $[\mathbf{a}] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$m$: a tömeg; $[m] = \text{kg}$

Az erőhatások függetlenségének elve (szuperpozíció elve):

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \ldots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i$$

A dinamika alaptörvénye: $\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i = m\mathbf{a}$

*Impulzustétel*

A $\Delta t$ idő alatt történő $\mathbf{F} \cdot \Delta t$ erőlökés egyenlő a test $\Delta \mathbf{I} = \Delta(m\mathbf{v})$ impulzusváltozásával (lendületváltozásával), azaz: $\mathbf{F} \cdot \Delta t = \Delta(m\mathbf{v})$

$\mathbf{I} = m\mathbf{v}$: az impulzus, mozgásmennyiség, lendület;

$[\mathbf{I}] = \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

*1.2.2. Merev testek*

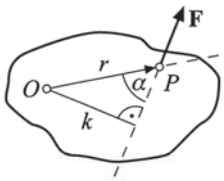
*Rögzített tengely körüli forgómozgás dinamikája*

**Forgatónyomaték** mint előjeles skalármennyiség:

$M = Fk$

$k = r \sin\alpha$ ($k$ az erő karja, az $O$ ponton átmenő, a síkra merőleges tengelyre vonatkozóan).

Síkban ható erőrendszer esetén, az ugyanezen síkban felvett pontra vonatkozó forgatónyomaték – a kétféle forgásirány szerinti – előjeles skalármennyiségként kezelhető.



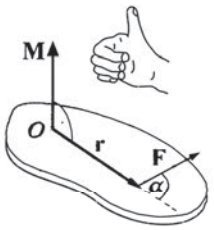

**A forgatónyomaték-vektor**

Az $O$ pontra vonatkozó forgatónyomaték- (erőnyomaték-) vektor:

$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$;

nagysága: $|\mathbf{M}| = |\mathbf{r}| \cdot |\mathbf{F}| \sin\alpha$.

Iránya: merőleges az $\mathbf{r}$ és F által kifeszített síkra úgy, hogy $\mathbf{r}$, $\mathbf{F}$, és $\mathbf{M}$, ebben a sorrendben jobbsodrású rendszert alkot.



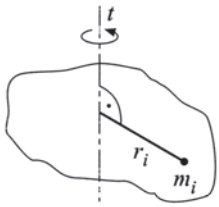

**Tehetetlenségi nyomaték**

$m$ tömegű pontszerű testnek, tőle $r$ távolságra levő tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka:

$\Theta = m \cdot r^2$

Kiterjedt merev test esetén:

$$\Theta = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots = \sum_i m_i r_i^2$$



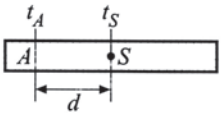

$\Theta$: tehetetlenségi nyomaték;

$[\Theta] = \mathrm{kgm}^2$

**Tehetetlenségi nyomatékra vonatkozó tételek**

**Steiner-tétel:** $\Theta_A = \Theta_S + md^2$

($\Theta_S$ az $S$ tömegközépponton, $\Theta_A$ egy tetszőleges $A$ ponton átmenő, az előbbivel párhuzamos tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték; $d$ a két tengely távolsága.)




**Addiciós tétel:** Közös tengelyű testek tehetetlenségi nyomatéka az egyes testek tehetetlenségi nyomatékaink összege: $\Theta = \sum \Theta_i$.

**Lapítási tétel:** A tehetetlenségi nyomaték nem változik meg, ha a test pontjait a tengellyel párhuzamosan eltoljuk.

**Impulzusmomentum (perdület, forgásmennyiség, impulzusnyomaték)**

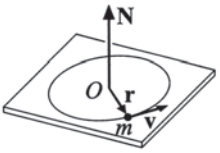
**I** impulzusnak az $O$ pontra vonatkozó impulzusmomentuma, (perdülete):

$$\mathbf{N} = \mathbf{r} \times \mathbf{I} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$$

Vektormennyiség, amelynek nagysága:

$$|\mathbf{N}| = rmv \sin\alpha;$$

iránya merőleges az **r** és **I** által kifeszített síkra úgy, hogy **r**, **I**, és **N** jobbrendszert alkot.




**N** = perdületvektor;

$[N] = \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}$

$\alpha$: **r** és **v** szöge

**Merev test impulzusmomentuma:**

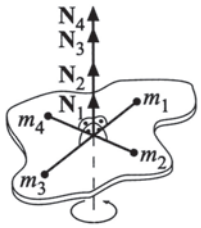
tömegpontjai impulzusmomentumának összege:

$$N = N_1 + N_2 + \ldots = \sum N_i = r_i m_i v_i$$

Így: $N = \Theta \cdot \omega$, illetve $\mathbf{N} = \Theta\ \boldsymbol{\omega}$

Egy $r$ sugarú körpályán $\omega$ szögsebességgel mozgó $m$ tömegpont impulzusmomentuma, a pálya középpontjára (pályamomentum):

$$N = mr^2\omega$$




$\omega$: szögsebesség nagysága;

$[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$

$\boldsymbol{\omega}$: szögsebességvektor

**Az impulzusnyomaték tétele (perdülettétel)**

$$\sum_i M_i = \frac{\Delta N}{\Delta t}, \text{ illetve: } \sum_i \mathbf{M}_i = \frac{\Delta \mathbf{N}}{\Delta t}$$

$\sum M$: a testre ható erők $t$ tengelyre vonatkozó forgatónyomatékainak előjeles összege;

$[M] = \text{Nm}$

**A forgómozgás dinamikai alapegyenlete:**

$$\sum M = \frac{\Delta(\Theta \cdot \omega)}{\Delta t} = \Theta \cdot \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \Theta \cdot \beta,$$

illetve:

$$\sum \mathbf{M} = \Theta \cdot \boldsymbol{\beta}$$

$\Theta$: a merev test adott $t$ tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka; $[\Theta] = \text{kgm}^2$

$\omega$: szögsebesség; $[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$

$\beta$: szöggyorsulás; $[\beta] = \frac{1}{\text{s}^2}$

*1.2.3. A körmozgások dinamikája*

**Egyenletes körmozgás**

$$\left|\sum_i \mathbf{F}_i\right| = F_{\text{cp}} = m \cdot a_{\text{cp}} = m\frac{v^2}{r} = m \cdot r \cdot \omega^2$$

$a_{\text{cp}}$ és $F_{\text{cp}}$ a körpálya középpontja felé irányul

$F_{\text{cp}}$: centripetális erő; $[F_{\text{cp}}] = \text{N}$

$a_{\text{cp}}$: centripetális gyorsulás;

$[a_{\text{cp}}] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$v$: kerületi sebesség; $[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$r$: a körpálya sugara; $[r] = \text{m}$

$\omega$: a szögsebesség; $[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$

**A nehézségi erő**

$\mathbf{F} = m\mathbf{g}$

$\mathbf{g}$: a nehézségi gyorsulás

**A gravitációs erő nagysága**

$|\mathbf{F}| = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$ (vonzóerő)

$m_1$ és $m_2$: tömegek
$r$: a távolságuk
$\gamma$: a gravitációs állandó

$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$

**A rugóerő**

$F = -D \cdot \Delta l$

$D$: a rugóállandó $[D] = \frac{\text{N}}{\text{m}}$
$\Delta l$: a rugó összenyomódása, illetve megnyúlása; $[\Delta l] = \text{m}$

**A csúszási súrlódási erő nagysága**

$F_s = \mu F_{ny}$

$F_s$ iránya olyan, hogy a felületek relatív sebességét csökkenteni „igyekszik".

$\mu$: csúszási súrlódási tényező
$F_{ny}$: a felületeket összenyomó erő nagysága

**A tapadási (súrlódási) erő nagysága**

$F_{\text{tap}} \leq \mu_0 F_{ny}$

$F_{\text{tap}}$ a felületek relatív elmozdulását akadályozni „igyekszik".

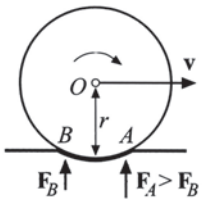
$\mu_0$: tapadási súrlódási tényező
$F_{ny}$: a felületeket összenyomó erő nagysága

**A gördülő ellenállás**

A fellépő deformáció miatt a gördülő testtel egy felület mentén érintkező talaj a forgással ellentétes irányú $M$ forgatónyomatékkal csökkenti a gördülés szögsebességét. Az $M$ nagysága és így a gördülő ellenállás $F_g$ nagysága jó közelítéssel arányos a felületeket összenyomó $F_{ny}$ erővel:

$F_g = \mu_g F_{ny}$

(A $\mu_g$ gördülési együttható nagysága függ a gördülő test sugarától is; táblázatunk a szokásos kerekekre érvényes értékeket tartalmazza.)




$\mu_g$: gördülési ellenállási tényező
$F_{ny}$: a felületeket összenyomó erő nagysága

**A közeg-ellenállási erő** (folyadékokban, gázokban)

$\mathbf{F}_k = -6\pi\eta r\mathbf{v}_{\text{rel}}$ (gömb alakú test; Stokes-törvény),

illetve nagyobb sebességek és tetszőleges alakú test esetén:

$\mathbf{F}_k = -k\frac{1}{2}A\varrho v \cdot \mathbf{v}_{\text{rel}}$

$\eta$: a folyadék dinamikai viszkozitása
$\mathbf{v}_{\text{rel}}$: a test közeghez viszonyított sebessége
$r$: a gömb sugara
$v = |\mathbf{v}_{\text{rel}}|$
$\varrho$: a közeg sűrűsége
$A$: a mozgásirányra merőleges legnagyobb keresztmetszet
$k$: a formatényező

**A közeg-ellenállási erő nagysága**

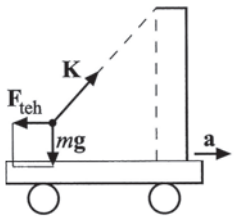
$\mathbf{F}_k = k\frac{1}{2}A\varrho v^2$

*1.2.5. Tehetetlenségi erők*

Nem inerciarendszerben, gyorsuló vonatkoztatási rendszerekben a tehetetlenségi erőket is figyelembe kell venni.
Egyenes vonalban gyorsuló rendszerben a **tehetetlenségi erő:**

$\mathbf{F}_{teh} = -m\mathbf{a}$

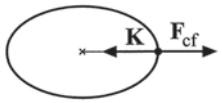
(a gyorsulással ellentétes irányú).




Az $\omega$ szögsebességgel forgó rendszerben, a **centrifugális erő:**

$F_{cf} = -mr\omega^2$

$F_{cf}$ sugárirányú, kifelé mutató.

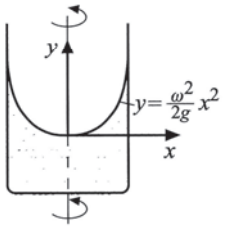



Az $\omega$ szögsebességgel forgó rendszerben a rendszerhez képest $\mathbf{v}_{rel}$ sebességgel mozgó test esetén a **Coriolis-erő:**

$\mathbf{F}_{cor} = 2m\mathbf{v}_{rel} \times \boldsymbol{\omega}$

A forgó folyadék felszíne paraboloid. Síkmetszetének egyenlete:

$$y = \frac{\omega^2}{2g}x^2$$ ($\omega$ a rendszer szögsebessége)



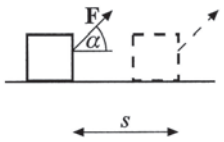

## *1.3. Munka, energia, teljesítmény*

*1.3.1. Munka, energia*

Állandó nagyságú $F$ erő munkája $s$ úton, ha a test az erő irányában mozdul el:

$W = Fs$

$W$: munka; $[W] = \text{Nm} = \text{J}$

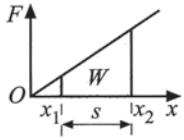



Állandó nagyságú és a mozgás irányával állandó $\alpha$ szöget bezáró $F$ erő $s$ úton végzett munkája:

$W = Fs\cos\alpha$

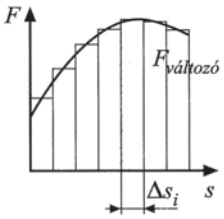
Az út szerint egyenletesen $F_1$-ről $F_2$-re változó erő munkája:

$$W = \frac{F_1 + F_2}{2}s$$




Az út szerint egyenlőtlenül változó erők munkája:

$$W = \sum_{i=1}^{n} F_i \Delta s_i$$




**Emelési munka:** $W_e = mgh$

($m$ tömegű testet $h$ magasra emelő erő munkája)

$m$: a test tömege; $[m] = \text{kg}$

$h$: emelési magasság; $[h] = \text{m}$

**Helyzeti energia a Föld nehézségi erőterében:**

$E = mgh$

$g$: a nehézségi gyorsulás;

$g = 9{,}81 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

**Gyorsítási munka:** $W_{gy} = \frac{1}{2}mv^2$

($m$ tömegű testet álló helyzetből $v$ sebességre)

$m$: a test tömege; $[m] = \text{kg}$

$v$: a test végsebessége; $[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

**Kinetikus (mozgási) energia:** $E = \frac{1}{2}mv^2$

**Rugó megnyújtásakor végzett munka:** $W = \frac{1}{2}Dx^2$

$D$: rugóállandó; $[D] = \frac{\text{N}}{\text{m}}$

$x$: a rugó megnyúlása; $[x] = \text{m}$

**Rugó energiája:** $E = \frac{1}{2}Dx^2$

**Gravitációs erő munkája,** miközben $M$ és $m$ tömegű pontszerű testek távolsága $r_A$-ról $r_B$-re változik:

$$W_{A-B} = -\gamma Mm\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

$\gamma$: a gravitációs állandó;

$\gamma = 6{,}672\,59 \cdot 10^{-11} \ \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$

**Helyzeti energia gravitációs térben:**

Az $M$ tömegű pontszerű testtől $r_A$ távolságban lévő $m$ tömegű pontszerű test helyzeti energiája:

$E_{\text{grav}} = -\gamma\frac{Mm}{r_A}$, ha a nullszintet a végtelenben rögzítjük.

**A munkatétel**

A test kinetikus energiájának megváltozása a testre ható összes erő munkájának összegével egyenlő:

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{\text{összes}}; \qquad \Delta E_{\text{kin}} = \sum_{i=1}^{n} W_i$$

$v_1$: kezdősebesség

$v_2$: végsebesség

**Forgatónyomaték munkája**

Az $M$ állandó forgatónyomaték munkája $\varphi$ szögelfordulás esetén:

$W = M \cdot \varphi$

$M$: forgatónyomaték; $[M] = \text{Nm}$

**A forgási energia**

Tengely körül $\omega$ szögsebességgel forgó test mozgási energiája:

$E = \frac{1}{2}\,\Theta \cdot \omega^2$

$\Theta$: a tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték; $[\Theta] = \text{kgm}^2$

**Munkatétel rögzített tengely körül forgó merev test esetén**

Az $M$ forgatónyomaték munkája a test forgási energiájának megváltozásával egyenlő:

$$\sum W = \sum M \cdot \Delta\varphi = \frac{1}{2}\,\Theta \cdot \omega_2^2 - \frac{1}{2}\,\Theta \cdot \omega_1^2$$

$\omega_1$: kezdő szögsebesség

$\omega_2$: vég szögsebesség

*1.3.2. A teljesítmény (a munkavégzés sebessége)*

$$P = \frac{W}{t}$$

$[P] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{W}$ (watt)

$t$: idő; $[t] = \mathrm{s}$

Pillanatnyi teljesítmény:

$$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = F \cdot v \cdot \cos\alpha$$

Pillanatnyi teljesítmény forgómozgásnál: $P = M \cdot \omega$

Átlagteljesítmény: $P = \frac{\sum W}{\sum t}$

$v$: sebesség; $[v] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$F$: erő; $[F] = \mathrm{N}$

$\alpha$: $\mathbf{F}$ és $\mathbf{v}$ szöge

$M$: forgatónyomaték; $[M] = \mathrm{Nm}$

$\omega$: szögsebesség; $[\omega] = \mathrm{s}^{-1}$

**Mechanikai hatásfok**

A munkavégzés hatásfoka: $\eta = \frac{\text{hasznos munka}}{\text{összes befektetett munka}}$

*1.3.3. Pontrendszerek*

**A tömegközéppont mozgásának tétele**

$$\mathbf{v}_{\mathrm{tkp}} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{\sum_i m_i} = \text{állandó, ha } \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i^k = \mathbf{0}$$

$$M\mathbf{a}_{\mathrm{tkp}} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i^k$$

$m_i$, $\mathbf{v}_i$: a rendszer $i$-edik elemének tömege, illetve sebességvektora

$\mathbf{v}_{\mathrm{tkp}}$, $\mathbf{a}_{\mathrm{tkp}}$: a rendszer tömegközéppontjának sebesség-, illetve gyorsulásvektora.

$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i^k$: külső erők összege

$M$ a pontrendszer össztömege

**Pontrendszer tömegközéppontjának helyvektora:**

$$\mathbf{r}_{\mathrm{tkp}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \mathbf{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

$m_i$, $\mathbf{r}_i$: a rendszer $i$-edik elemének tömege, illetve helyvektora

**Impulzustétel pontrendszerre**

$$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i^k = \frac{\Delta \mathbf{I}}{\Delta t}; \quad \text{ahol} \quad \mathbf{I} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{I}_i$$

$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i^k$: a külső erők összege

$\mathbf{I}_i$: a rendszer $i$-edik elemének impulzusa

**Az impulzusnyomaték (perdület) pontrendszerben**

Perdülettétel pontrendszerben

$$\sum \mathbf{M}_k = \frac{\Delta \mathbf{N}}{\Delta t}; \quad \text{ahol} \quad \mathbf{N} = \sum \mathbf{N}_i$$

$\sum \mathbf{M}_k$: a rendszerre ható külső erők forgatónyomatékainak összege

$\mathbf{N}_i$: a rendszer $i$-edik elemének perdülete

**Munkatétel mechanikai rendszerekre:**

A rendszer kinetikus energiájának megváltozása:

$$\sum \Delta E_{\mathrm{kin}} = \sum W_k + \sum W_b$$

$\sum W_k$, $\sum W_b$: a rendszerre ható külső, illetve belső erők munkáinak összege

**Impulzusmegmaradás (lendületmegmaradás)**

Pontrendszer összimpulzusa:

$$\mathbf{I} = \sum_{i=1}^{n} m_i \mathbf{v}_i = \text{állandó, ha } \sum \mathbf{F}_k = \mathbf{0},$$

$\sum \mathbf{F}_k$: külső erők összege

azaz

$$m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 + \ldots + m_n\mathbf{v}_n = m_1\mathbf{u}_1 + m_2\mathbf{u}_2 + \ldots + m_n\mathbf{u}_n$$

$v_i$ korábbi, $u_i$ későbbi sebesség

**A mechanikai energia megmaradásának törvénye**

Konzervatív rendszerben a mozgási és a kölcsönhatási (rugalmas, gravitációs stb.) energia összege, a mechanikai energia:

Konzervatív rendszer: ha csak konzervatív erők hatnak

$E_k$: kölcsönhatási energia

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + E_k = \text{állandó}$$

**Impulzusnyomaték (perdület) megmaradása**

$\sum \mathbf{M}_k$: külső erők forgatónyomatékainak összege

$\Delta\mathbf{N} = \mathbf{0}$, vagyis $\mathbf{N}$ = állandó, ha $\sum \mathbf{M}_k = \mathbf{0}$

Ha a külső erők forgástengelyre vett forgatónyomatékainak összege nulla:

$M_z = 0$, akkor $N_z = \Theta_z \cdot \omega_z$ = állandó

$z$ tengely: forgástengely

$\Theta_z$: a test $z$ tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka

$\omega_z$: a test $z$ tengely körüli szögsebessége

**Pontszerű testek ütközései**

Tökéletesen rugalmas ütközés esetén a kinetikus energia megmarad:

$\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$: a testek ütközés előtti sebessége

$\mathbf{u}_1$, $\mathbf{u}_2$: a testek ütközés utáni sebessége

(1) $$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$$

Rugalmatlan ütközéskor a kinetikus energia csökken.

Tökéletesen rugalmatlan ütközéskor az ütközés utáni sebességek megegyeznek:

(2) $\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2$

Ha zárt a rendszer, az impulzus megmarad:

(3) $m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = m_1\mathbf{u}_1 + m_2\mathbf{u}_2$

Az ütközés utáni $u_1$ és $u_2$ sebességeket tökéletesen rugalmas ütközés esetén az (1) és (3), tökéletesen rugalmatlan ütközés esetén a (2) és (3) egyenletekből álló egyenletrendszer megoldása adja.

Centrális, egyenes ütközés esetén az ütközés előtti $\mathbf{v}$ és ütközés utáni $\mathbf{u}$ sebességek egy egyenesbe esnek. Ekkor a (3) egyenletben $\mathbf{v}$ és $\mathbf{u}$ vektorokat a sebességek irányát figyelembe vevő előjelű $v_1$, $v_2$, $u_1$ és $u_2$ skalárokkal helyettesíthetjük.

A $k$ ütközési szám a relatív sebességek hányadosa:

$k$: az ütközési szám

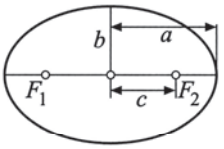
$$k = \left|\frac{u_1 - u_2}{v_1 - v_2}\right|$$

Tökéletesen rugalmas ütközéskor $k = 1$; tökéletesen rugalmatlan ütközéskor $k = 0$.

**A bolygók mozgása**

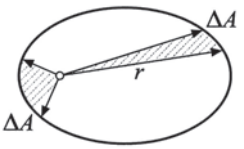
Kepler törvényei:

1. A bolygók pályája ellipszis, amelynek egyik fókuszpontjában van a Nap.




$F_1$, $F_2$: fókuszpontok
$a$: a fél nagytengely
$c$: az excentricitás: $\sqrt{a^2 - b^2}$
$b$: a fél kistengely

2. A Naptól a bolygóhoz húzott vezérsugár egyenlő idők alatt egyenlő területeket súrol.




$r$: a vezérsugár

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \text{állandó (Felületi tétel)}$$

3. Különböző bolygók esetében a keringési idők négyzetei úgy aránylanak, mint a bolygópályák fél nagytengelyeinek köbei:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}, \text{ azaz } \frac{T^2}{a^3} = \text{állandó} \qquad \left(\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\gamma M}\right)$$

$T$: a keringési idő
$a$: a fél nagytengely
$M$: a Nap tömege

**A bolygómozgás dinamikája**

Newton-féle gravitációs törvény:

Bármely két pontszerű test közt ható vonzóerő nagysága:

$$|\mathbf{F}| = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$m_1$ és $m_2$: a tömegek
$r$: a pontszerű testek távolsága
$\gamma$: a gravitációs állandó;

$$\gamma = 6{,}672\,59 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

Az ellipszis pályán keringő bolygó keringési ideje:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\gamma M}}$$

$a$: a fél nagytengely
$M$: a Nap tömege;
$M = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg

Az ellipszis pályán keringő bolygó pillanatnyi sebessége:

$$v_{\text{pill}} = \sqrt{\gamma M\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$

$r$: a vezérsugár

**Kozmikus sebességek:**

1. Első kozmikus sebesség, körsebesség (közel a Föld felszínéhez):

$$v_1 = \sqrt{\gamma \frac{M_F}{R_F}} = 7{,}9\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$M_F$: a Föld tömege;
$M_F = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg
$R_F$: a Föld sugara
$R_F \approx 6400$ km

$$\gamma = 6{,}672\,59 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

2. A második kozmikus sebesség, szökési sebesség a Föld felületéről:

$$v_2 = v_1\sqrt{2} = 11{,}2\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

A Föld középpontjától $r$ távolságban keringő **mesterséges hold energiája:**

$$E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2}mv^2 - \gamma\frac{M_F \cdot m}{r}$$

$m$: a mesterséges hold tömege
$E$-t „kötési energiának" is nevezzük

3. **Szökési sebesség** a Naprendszerből a végtelenbe távozva:

$$v_3 = 42{,}1\ \frac{km}{s}$$

**Nehézségi erő**

A Földdel együtt forgó (nem inercia-) rendszerben:

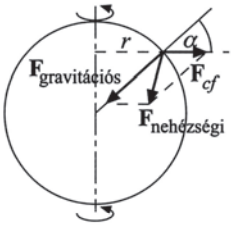
Nehézségi erő: $\mathbf{F}_{neh} = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_{cf}$

Gravitációs erő: $F_g = \gamma\frac{M_F \cdot m}{R^2}$

Centrifugális erő: $F_{cf} = m \cdot a_{cf}$

Centrifugális gyorsulás:

$$a_{cf} = \omega^2 R\cos\alpha = 3{,}4 \cdot 10^{-2} \cdot \cos\alpha\ (\frac{m}{s^2}\text{-ben})$$




$r = R\cos\alpha$
$\alpha$: földrajzi szélesség

A nehézségi gyorsulás függ **a magasságtól**

$h \ll R$ esetén:

$$\frac{g_h}{g_0} \approx 1 - \frac{2h}{R}$$

$g_0$ a nehézségi gyorsulás a Föld felszínén a $h = 0$ magasságban

A nehézségi gyorsulás függ a **földrajzi szélességtől**

$$g_\alpha \approx g_{90°} - 5{,}2 \cdot 10^{-2} \cdot \cos^2\alpha \quad (\frac{m}{s^2}\text{-ben})$$

A sarkokon: $g_{90°} = 9{,}832\ 21\ \frac{m}{s^2}$

Az Egyenlítőn: $g_e = 9{,}780\ 49\ \frac{m}{s^2}$

Budapesten: $g_{Bp} = 9{,}808\ 52\ \frac{m}{s^2}$

**Súly, súlytalanság**

Súly: az az erő, amivel a testek az alátámasztást nyomják, vagy a felfüggesztést húzzák. Egyensúly esetén egyenlő a nehézségi erővel:

$\mathbf{G} = \mathbf{F}_{neh} = m\mathbf{g}$

**G**: súlyerő; $[G] = N$

Ha egy testet függőleges irányban egyenletesen gyorsuló mozgással emelünk vagy süllyesztünk, az alátámasztásra, illetve a felfüggesztésre kifejtett erőt súlynak érezzük. Ha a test $a$ gyorsulással felfelé gyorsul, a súlyerő nagysága:

$F_S = m(g + a)$

Ha a test $a \leq g$ gyorsulással lefelé gyorsul, a súlyerő nagysága:

$F_S = m(g - a)$

Ennek speciális esete a szabadesés ($a = g$), ekkor $F_S = 0$ (súlytalanság).

**A galaxisok távolodási sebessége a Földtől**

**Hubble-törvény:**

$$v = \frac{r}{T_H}$$

$r$ a galaxis pillanatnyi távolsága
$T_H = 24 \cdot 10^9$ év
(Hubble-állandó)

## 1.4. Anyagi pont és merev test egyensúlya (sztatika)

### 1.4.1. Anyagi pont egyensúlya

$$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$$

$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i$: az erők eredője

### 1.4.2. Merev test egyensúlya

Az egyensúly feltételei:

$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$ és $\sum_{i=1}^{n} \mathbf{M}_i = \mathbf{0}$ tetszőleges pontra

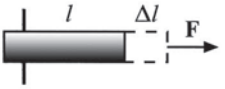
$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{M}_i$: a forgatónyomatékok eredője

## 1.5. Rugalmas alakváltozások (deformációk)

**Nyújtás–összenyomás**

$l$ hosszúságú, $A$ keresztmetszetű huzal (rúd) megnyúlása $F$ erő hatására:

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot l \cdot \frac{F}{A}.$$




$E$: a Young-modulus, az adott anyagra jellemző paraméter;

$[E] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$

**Relatív megnyúlás:** $\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{l}$

$[\varepsilon] = 1$

Relatív keresztirányú méretváltozás: $\varepsilon_d = \frac{\Delta d}{d}$

**Poisson-szám:** $\mu = \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_l}$

$[\mu] = 1$

Nyújtáskor fellépő relatív térfogatváltozás: $\frac{\Delta V}{V} = \frac{1 - 2\mu}{E} \cdot \frac{F}{A}$

**Feszültség**: $\sigma = \frac{F}{A}$

**Hooke törvénye**: $\sigma = E\varepsilon_l$

$\sigma$: rugalmas feszültség;

$[\sigma] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$

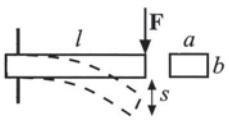
A tárolt energia megnyúlás, illetve összenyomódás esetén:

$$W = \frac{1}{2} F \cdot \Delta l = \frac{\sigma^2 \cdot A \cdot l}{2E}$$

**Lehajlás**

$F$ erő hatására egyik végén befogott $l$ hosszúságú rúd esetén:

$$s = \frac{1}{3E} \cdot \frac{l^3}{I} F$$




Téglalap keresztmetszetű rúdnál a felületi nyomaték

$$I = \frac{1}{12} ab^3, \quad \text{így:} \quad s = 4 \frac{Fl^3}{Eab^3}$$

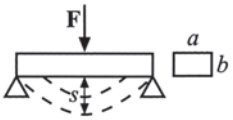
$I$: a felületi nyomaték; $[I] = \mathrm{m}^4$

$I_{\text{kör}} = \frac{\pi}{4} R^4$, $I_{\text{cső}} = \frac{\pi}{4}(R^4 - r^4)$

$R$, $r$: külső, illetve belső sugár

**Hajlítás**

A rúd közepének lehajlása: $s = \dfrac{Fl^3}{48EI}$



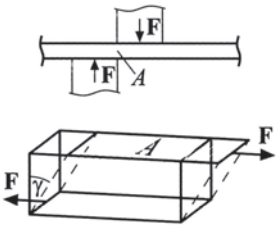

Két végén alátámasztott – téglalap keresztmetszetű – rúdnál:

$$s = \frac{Fl^3}{4Eab^3}$$

$E$: a Young-modulus
$I$: a felületi nyomaték
(l. lehajlás)

**Nyírás**

A csúszási szög: $\gamma = \dfrac{1}{G} \cdot \dfrac{F}{A} = \dfrac{\tau}{G}$




**Nyírási feszültség:** $\tau = \dfrac{F}{A}$

**Hooke-törvény:** $\tau = G\gamma$

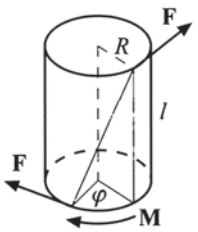
$G$: torzió modulus;
$[\tau] = [G] = \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$

**Csavarás (torzió)**

$M$ forgatónyomaték hatására az $R$ sugarú, $l$ hosszúságú rúd végének $\varphi$ elcsavarodása:

$$\varphi = \frac{2}{\pi \cdot G} \cdot \frac{l}{R^4} \cdot M$$

A tárolt energia: $W_{cs} = \dfrac{1}{2} M\varphi$




$G$: torzió modulus; $[G] = \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$

$\varphi$: az elcsavarodás szöge
$[\varphi] = 1$ (rad)

**Torziós inga**

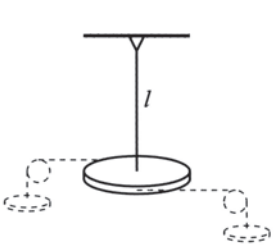
$R$ sugarú, $l$ hosszúságú torziós szál végére kifejtett $M$ forgatónyomaték:

$$M = D^* \cdot \varphi$$

A $D^*$ direkciós nyomaték a szál adataival kifejezve (csavarás):

$$D^* = \frac{\pi}{2} G \frac{R^4}{l}$$

A tárolt energia: $W = \dfrac{1}{2} D^* \cdot \varphi^2$




$D^*$: a direkciós nyomaték;
$[D^*] = \mathrm{Nm}$
$\varphi$: az elcsavarodás szöge

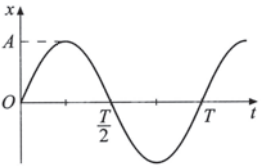
## 1.6. Rezgések

### 1.6.1. Harmonikus rezgőmozgás

**Kinematikai leírás**

A kitérés:

$x = A\sin(\omega t)$




$A$: az amplitúdó; $[A] = \text{m}$

$\omega$: a körfrekvencia; $[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$

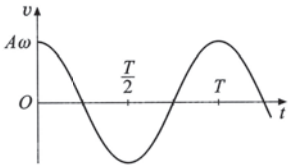
$T$: a periódusidő; $[T] = \text{s}$

$f$: a frekvencia; $[f] = \frac{1}{\text{s}}$

A sebesség:

$v = A \cdot \omega\cos(\omega t)$

$v_{\max} = A\omega$



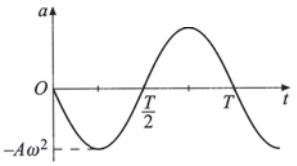

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ $\qquad f = \frac{1}{T}$

A gyorsulás:

$a = -A\omega^2\sin(\omega t)$

$a = -\omega^2 \cdot x$

$a_{\max} = A\omega^2$




Ha a kezdőfázis $\varphi_0 \neq 0$, a kinematikai függvények argumentuma: $(\omega t + \varphi_0)$.

**A harmonikus rezgőmozgás dinamikai feltétele**

$$\mathbf{F} = -D \cdot \mathbf{x} = -m\omega^2 \cdot \mathbf{x}$$

$D$: a direkciós erő (rugóállandó)
$m$: a tömeg
$\mathbf{x}$: a kitérésvektor

A periódusidő:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

**A harmonikus rezgőmozgást végző test energiája**

$$E_{\text{össz}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Dx^2$$

$v$: sebesség
$x$: kitérés

### 1.6.2. Matematikai inga (fonálinga)

**Lengésidő** (az inga hosszához képest kis kitérések esetén):

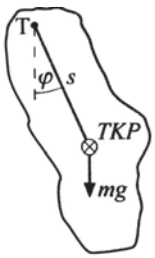
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$l$: az inga hossza
$g$: a nehézségi gyorsulás

### 1.6.3. Fizikai inga

**A lengésidő** (kis kitérések esetén)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta_T}{mgs}}$$




$\Theta_T$: a forgástengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomaték
$m$: a test tömege
$s$: a $T$ tengely és a $TKP$ tömegközéppont távolsága

### 1.7.1. Haladó hullámok

$$\lambda = \frac{c}{f} = cT; \qquad T = \frac{1}{f}$$

$\lambda$: hullámhossz; $[\lambda] = \mathrm{m}$
$T$: a periódusidő; $[T] = \mathrm{s}$
$f$: a frekvencia; $[f] = \frac{1}{\mathrm{s}}$
$c$: terjedési sebesség; $[c] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

**A hullámfüggvény:**

$$y(x,t) = A\sin\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{cT}\right) =$$

$$= A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = A\sin(\omega t - kx)$$

(az $y$ kitérés a hely ($x$) és az idő ($t$) függvénye)

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ hullámszám; $[k] = \frac{1}{\mathrm{m}}$.
$y$: a közeg részecskéinek kitérése
$x$: a részecskének a hullám terjedésének irányában mért koordinátája
$A$: amplitúdó; $[A] = \mathrm{m}$
$\omega$: körfrekvencia; $[\omega] = \frac{1}{\mathrm{s}}$

### 1.7.2. A hullám terjedési sebessége

**Gázokban:**
Longitudinális hullám terjedési sebessége ideális gázokban:

$$c_{\text{long}} = \sqrt{\kappa\frac{p}{\varrho}}$$ (Laplace-féle formula)

$p$: a gáz nyomása; $[p] = \mathrm{Pa}$
$\varrho$: a gáz sűrűsége; $[\varrho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
$\kappa = \frac{c_p}{c_V}$ (l. Hőtan)

**Folyadékokban:**
Longitudinális hullám terjedési sebessége folyadékokban

$$c_{\text{long}} = \sqrt{\frac{K}{\varrho}}$$

$\varrho$: a folyadék sűrűsége;
$[\varrho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
$K$: a kompresszió modulus;
$[K] = \mathrm{Pa}$

**Rugalmas szilárd testekben**

**Rudakban:** $c_{\text{long}} = \sqrt{\frac{E}{\varrho}}, \qquad c_{\text{transz}} = \sqrt{\frac{G}{\varrho}}$

$E$: a Young-modulus
$G$: a nyírási modulus
$c_{\text{long}}$, illetve $c_{\text{transz}}$ longitudinális, illetve transzverzális hullám sebessége

$F$ erővel kifeszített **húrban:** $c_{\text{transz}} = \sqrt{\frac{F}{A\varrho}}$

$A$: a húr keresztmetszete
$\varrho$: a sűrűsége

**Húrok, rudak sajátrezgései**

$l$ hosszúságú **rúd** sajátrezgése longitudinális hullám esetén:

$$f_{\text{long}} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{E}{\varrho}}$$

$f$: a rezgés frekvenciája
$E$: a Young-modulus
$\varrho$: a sűrűség

$F$ erővel kifeszített, $l$ hosszúságú **húr** sajátrezgése:
transzverzális hullám esetén:

$$f_{\text{transz}} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\varrho A}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{F}{ml}}$$

$m$: a húr tömege

longitudinális hullám esetén:

$$f_{\text{long}} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{E}{\varrho}}$$

$A$: a húr keresztmetszete

A felharmonikusok frekvenciái: $f_n = n \cdot f_{\text{alap}}$

$n = 2, 3, \ldots$

**Rezgő levegőoszlopok (sípok)**

$l$ hosszúságú, egyik végén nyitott gázoszlop (**zárt síp**):

$f_{\text{alap}} = \frac{c}{4l}$, a felharmonikusok: $f_n = (2n - 1) \cdot f_{\text{alap}}$;

$f$: a hang frekvenciája
$c$: a hullám (hang) terjedési sebessége gázban (levegőben)

$l$ hosszúságú, mindkét végén nyitott gázoszlop (**nyitott síp**):

$f_{\text{alap}} = \frac{c}{2l}$, a felharmonikusok: $f_n = n \cdot f_{\text{alap}}$

$n = 2, 3, \ldots$

**A hang terjedési sebessége** 0 °C hőmérsékleten, levegőben:

$$c_0 = 331{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$[t] = °\text{C}$

A hang terjedési sebességének hőmérsékletfüggése ideális gázokban:

$$c = c_0\sqrt{1 + \frac{t}{273\ \text{K}}} = c_0\sqrt{\frac{T}{273\ \text{K}}}$$

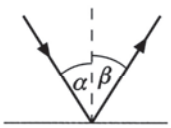
$[T] = \text{K}$

*1.7.4. Hullámjelenségek*

**Visszaverődés**

$\alpha = \beta$

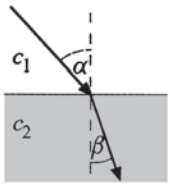
Beesési merőleges a közeghatárra merőleges egyenes




$\alpha$: a beesési szög
$\beta$: a visszaverődési szög

**Törés**

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = n_{2,1}$$



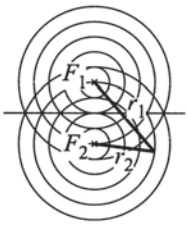

$c_1$, $c_2$: a hullám terjedési sebessége az egyes közegben
$n_{2,1}$: a 2. közeg 1. közegre vonatkoztatott törésmutatója

**Hullámok találkozása, interferencia**

**Maximális erősítés** feltétele:

$$\Delta s = 2k\frac{\lambda}{2}$$

$$r_1 - r_2 = 2k\frac{\lambda}{2}$$




**Kioltás** vagy **maximális gyengítés** feltétele:

$$\Delta s = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$r_1 - r_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$\Delta s$: útkülönbség a találkozó hullámok között

$r_1$, $r_2$ } az egyes hullámforrások távolsága az erősítés, illetve gyengítés helyétől

$k = 0, 1, 2, 3, \ldots$

*1.7.5. A hangtani Doppler-jelenség*

Az $M$ megfigyelő által észlelt hang $f$ frekvenciája (magassága) függ az $F$ hangforrás $f_0$ frekvenciájától, valamint $M$-nek és $F$-nek a közeghez (levegőhöz) viszonyított $v_M$, illetve $v_F$ sebességétől. ($v_m$, illetve $v_F$ lehet nulla is.)

$f_0$: a hangforrás frekvenciája
$c$: a hangsebesség
$f$: az észlelt frekvencia

$$f = f_0\frac{c + v_M}{c - v_F}$$ (magasabb hang)

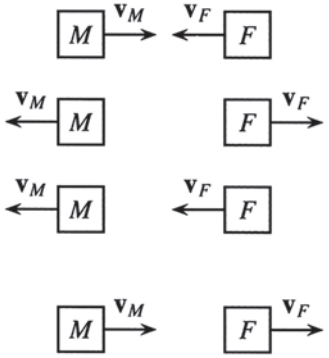
$$f = f_0\frac{c - v_M}{c + v_F}$$ (mélyebb hang)

$$f = f_0\frac{c - v_M}{c - v_F}$$

(magasabb hang, ha $v_F > v_M$, mélyebb hang, ha $v_F < v_M$)

$$f = f_0\frac{c + v_M}{c + v_F}$$

(magasabb hang, ha $v_F < v_M$, mélyebb hang, ha $v_F > v_M$)




$v_F$ és $v_M$: a forrást és a megfigyelőt összekötő egyenes menti sebességkomponensek

$M$ és $F$ közeledésekor az észlelt hang a kibocsátottnál magasabb ($f > f_0$), távolodáskor mélyebb ($f < f_0$).

## 1.8.1. Nyugvó folyadékok és gázok

**Pascal törvénye**

Folyadékra (gázra) ható külső erő által létrehozott nyomás a folyadékban (gázban) minden irányban gyengítetlenül terjed.

$p = \frac{F}{A}$ a nyomás

$F$: a felületre ható merőleges erő

$A$: a felület nagysága

$[p] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{Pa}$

**A folyadék súlyából származó hidrosztatikai nyomás**

Nyugvó folyadék szabad felületétől mért $h$ mélységben a $p$ hidrosztatikai nyomás:

$p = \varrho h g$

$\varrho$: a folyadék sűrűsége

$[\varrho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

Ha a folyadék felszínére $p_0$ külső nyomás is hat:

$p = p_0 + h\varrho g$

A nyomás nem SI egységei: lásd 9.16. táblázat

**Arkhimédész törvénye**

A nem gyorsuló folyadékba (gázba) merülő testre ható **felhajtóerő:**

$F = V_t \varrho_f g$

$V_t$: a test folyadékba merülő részének térfogata

$\varrho_f$: a folyadék sűrűsége

$g$: a nehézségi gyorsulás

**A légnyomás**

$p_0 = h_0 \cdot \varrho_{Hg} \cdot g$

$h_0$: a higanyoszlop magassága a Torricelli-kísérletben

$h_0 \approx 76$ cm

$\varrho_{Hg}$: a higany sűrűsége

A tengerszinten általában a nyomás:

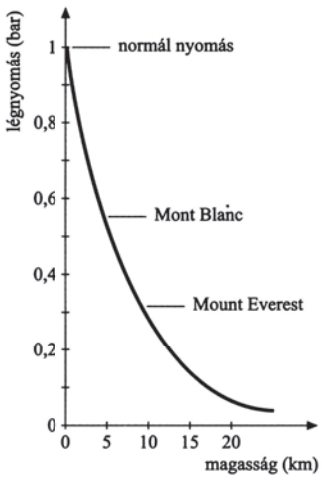
$p_0 = 101{,}325$ kPa $= 1{,}0132 \cdot 10^5$ Pa $(= 760$ Hgmm$)$

A légnyomás a magassággal csökken (barometrikus magasságformula)

$p_h = p_0 e^{\frac{-\varrho_0 g}{p_0} h}$

ha minden magasságban ugyanakkora a hőmérséklet

$(T_0 =$ állandó$)$




$p_0$, illetve $\varrho_0$ a levegő nyomása, illetve sűrűsége a viszonyítási helyen, $T_0$ hőmérsékleten

$h$: a viszonyítási hely fölötti magasság

A sűrűség magasságfüggvénye:

$\varrho_h = \varrho_0 e^{-\frac{\varrho_0 g}{p_0} h}$

$\varrho_h$: a sűrűség $h$ magasságban

*1.8.2. Molekuláris erők folyadékokban*

**Felületi feszültség** (folyadékhártyában ható erők)
A drótkeret $l$ hosszúságú darabjára ható erő: $F = \sigma 2l$
(A hártyának két felszíne van.)

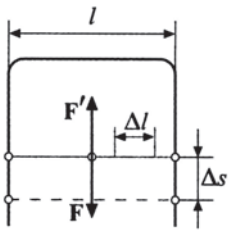
$\sigma$: a folyadék felületi feszültsége, a folyadék–levegő határfelületi feszültsége.

$$[\sigma] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

**Energetikai értelmezés (határfelületi energia)**
A $\Delta A$ felületnövekedés esetén a felületi energia

$$\Delta E = \sigma \cdot \Delta A$$

értékkel növekszik.




**Görbületi nyomás**

Folyadékcseppnél: $p_g = 2\dfrac{\sigma}{R_{\text{gömb}}}$

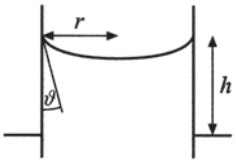
Folyadékhártya (szappanbuborék) esetén: $p_g = 4\dfrac{\sigma}{R_{\text{gömb}}}$

$R_{\text{gömb}}$: a csepp, illetve a buborék sugara

**Kapilláris jelenségek**

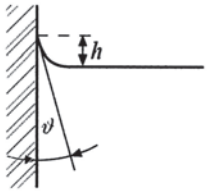
Kapilláris emelkedés (süllyedés) csőben:

$$h = \frac{2\sigma \cos \vartheta}{r \varrho g}$$




Kapilláris emelkedés (süllyedés) sík falnál:

$$h = \sqrt{\frac{2\sigma}{\varrho g}}(1 - \sin \vartheta).$$




$\vartheta$: az illeszkedés szöge
üveg és víz esetében: $\vartheta = 0°$
$r$: a kapilláris cső sugara
$\varrho$: a folyadék sűrűsége

**A felületi feszültség hőmérsékletfüggése (Eötvös-szabály)**

Telített gőzével érintkező $v$ móltérfogatú, tiszta folyadék és $T \leq T_{kr}$ esetén:

$$\sigma v^{\frac{2}{3}} = k_E(T_{kr} - T).$$

($v$: móltérfogat a gőzállapotban mért moláris tömeg alapján)

$T_{kr}$ a folyadéknak kritikus hőmérséklete
$k_E$ az Eötvös-állandó

*1.8.3. Testek mozgása folyadékban, gázban*

**Stokes-törvény: a réteges (lamináris) folyadékáramlásban lévő gömbre ható erő**

Ha a folyadék sebessége elég kicsi ($v_{\text{foly}} < 1160\dfrac{\eta}{\varrho_f R}$):

$$F_k = 6\pi\eta R_{\text{gömb}} \cdot v_{\text{foly}}$$

Nehézségi erőtérben eső, $R$ sugarú gömbnek tekinthető esőcsepp vagy porszem állandósult sebessége:

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{R^2 \cdot g \cdot (\varrho_t - \varrho_f)}{\eta}$$

$R \ll L$
$\varrho_f$: a folyadék sűrűsége;

$$[\varrho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

$\eta$: a folyadék dinamikai viszkozitása; $[\eta] = \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}}$
$\varrho_t$: a gömb sűrűsége

**Közegellenállás**

**Folyadékban $v$ sebességgel mozgó testre ható erő**

$R$ sugarú gömbre folyadékban ható közeg-ellenállási erő kis sebességek esetén:

$$F_k = 6\pi\eta R v$$

(a relatív sebességgel ellentétes irányú) (Stokes-törvény)

Közeg-ellenállási erő nagyobb sebességek és tetszőleges alakú testek esetén:

$$F_k = kA\frac{1}{2}\varrho v^2$$

(a relatív sebességgel ellentétes irányú)

$\eta$: a viszkozitás; $[\eta] = \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$

$k$: a formatényező; $[k] = 1$

$A$: a test mozgásirányára merőleges legnagyobb keresztmetszete; $[A] = \text{m}^2$

$\varrho$: a közeg sűrűsége; $[\varrho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$v$: a relatív sebesség; $[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

*1.8.4. Folyadékok és gázok áramlása*

*Ideális folyadékok áramlása*

Ideális folyadék: súrlódásmentes (nyírófeszültségek mozgás esetén sem lépnek fel)

**Áramlás**

Az áramlás erőssége:

$$I = \frac{\Delta m}{\Delta t} = Av\varrho$$

A stacionárius (időtől független) áramlás törvénye (kontinuitási törvény):

$$\varrho_1 A_1 v_1 = \varrho_2 A_2 v_2$$

Ha összenyomhatatlan a folyadék, sűrűsége nem változik:

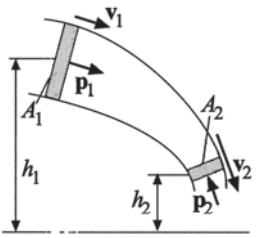
$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$A$: a felület területe

$v$: a felületre merőleges sebesség

$\varrho$: a folyadék sűrűsége

$\varrho_1$ és $\varrho_2$: az 1., ill. a 2. keresztmetszetben a közeg sűrűsége




**Bernoulli-törvény**

Az áramlási térben egy kiszemelt áramlási cső mentén:

$$p_1 + \frac{1}{2}\varrho v_1^2 + \varrho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\varrho v_2^2 + \varrho g h_2 = \ldots = \text{állandó}$$

Vízszintes áramlás esetén:

$$p + \frac{1}{2}\varrho v^2 = \text{állandó}$$

$p_i$: a nyomás azon a helyen, ahol a közeg sebessége $v_i$

**Torricelli-féle kiömlési törvény**:

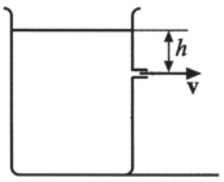
$$v = \sqrt{2gh}$$

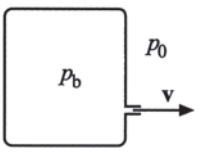
A kifolyócső alakjától függő tényező $\psi < 1$

$$v = \psi\sqrt{2gh}$$

Tartályból kis nyíláson kiömlő gáz (Bunsen-féle törvény):

$$v = \sqrt{\frac{2(p_b - p_0)}{\varrho_{\text{gáz}}}}$$



## 2.1. Szilárd testek tágulása

### Szilárd testek vonalas (lineáris) hőtágulása

A $\Delta t$ hőmérséklet-változás hatására bekövetkező $\Delta l$ hosszváltozás:

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

A test $l_t$ hossza $t$ hőmérsékleten:

$$l_t = l_0(1 + \alpha t)$$

$l_0$: a test hossza 0 °C hőmérsékleten

$\alpha$: a lineáris hőtágulási együttható; $[\alpha] = \frac{1}{°C}$

$[t] = °C$

### Szilárd testek felületi tágulása

A felületváltozás:

$$\Delta A = A_0 \cdot 2\alpha \cdot \Delta t \text{ (jó közelítéssel)}$$

a test felülete $t$ hőmérsékleten:

$$A_t = A_0(1 + 2\alpha t)$$

$A_0$: a test felületének területe 0 °C-on;

$[t] = °C$

### Szilárd testek térfogati hőtágulása

(izotrop test köbös hőtágulása)

A térfogatváltozás:

$$\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta t$$

a test térfogata $t$ hőmérsékleten:

$$V_t = V_0(1 + \beta \Delta t)$$

$$\beta = 3\alpha \text{ (jó közelítéssel)}$$

$V_0$: a test térfogata 0 °C-on;

$[t] = °C$

$\beta$: a térfogati hőtágulási együttható; $[\beta] = \frac{1}{°C}$

## 2.2. Folyadékok hőtágulása

A térfogatváltozás $\Delta t$ hőmérséklet-változás hatására:

$$\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta t$$

A térfogat $t$ hőmérsékleten:

$$V_1 = V_0(1 + \beta t)$$

$V_0$: a folyadék 0 °C-on mért térfogata

$\beta$: a folyadék hőtágulási együtthatója

Szilárd testek és folyadékok hőmérséklet-változás hatására bekövetkező sűrűségváltozása:

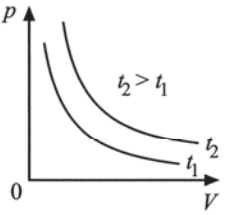
$$\varrho_t = \frac{\varrho_0}{1 + \beta t}$$

$\varrho_0$: a sűrűség 0 °C-on

$\varrho_t$: a sűrűség $t$ hőmérsékleten

A víz a folyadékok többségétől eltérően viselkedik. Hőtágulási együtthatója 0 és 4 °C között negatív, 4 °C-on zérus.

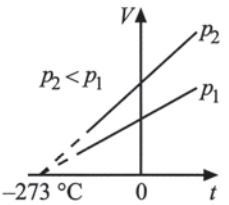
### 2.3.1. Boyle–Mariotte-törvény:




Állandó tömegű és hőmérsékletű gáz nyomásának és térfogatának szorzata:

$pV$ = állandó, ha $t$ = állandó

### 2.3.2. Gay-Lussac I. törvénye




Állandó tömegű gáz $\Delta t$ hőmérséklet-változás hatására bekövetkező térfogatváltozása állandó nyomáson:

$\Delta V = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta t$, ha $p$ = állandó

Ha $V_0$ a 0°C-on mért térfogat, akkor

$$\beta = \frac{1}{273{,}15}\ \frac{1}{°C},$$

és a gáz térfogata $t$ hőmérsékleten

$$V_t = V_0\left(1 + \frac{t}{273}\right)$$

$[t] = °C$

### 2.3.3. Gay-Lussac II. törvénye

Állandó tömegű gáz $\Delta t$ hőmérséklet-változás hatására bekövetkező nyomásváltozása állandó térfogaton:

$\Delta p = \beta \cdot p_0 \cdot \Delta t$, ha $V$ = állandó

Ha $p_0$ a 0 °C-on mért nyomás, akkor

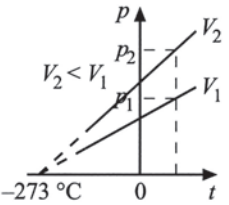
$$\beta = \frac{1}{273{,}15}\ \frac{1}{°C},$$

és a gáz nyomása $t$ hőmérsékleten

$$p_t = p_0\left(1 + \frac{t}{273}\right)$$

$p_0$: a gáz nyomása 0 °C-on

$[t] = °C$

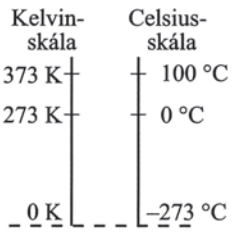



**Az abszolút hőmérsékleti skála**

A Kelvin-fokban (K) kifejezett $T$ hőmérséklet

$T = t + 273{,}15$

($t$: a Celsius-fokban mért hőmérséklet).




**Az egyesített gáztörvény**

Állandó tömegű ideális gázra: $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$; ha $m$ = állandó

Ha a folyamatban a gáz tömege is megváltozik: $\frac{p_1 V_1}{T_1 m_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2 m_2}$

A sűrűséggel kifejezve: $\frac{p_1}{\varrho_1 T_1} = \frac{p_2}{\varrho_2 T_2}$

**Speciális állapotváltozások**

**Izoterm** állapotváltozás ($T$ = állandó): $pV$ = állandó (Boyle–Mariotte-törvény).

**Izobár** álapotváltozás ($p$ = állandó): $\frac{V}{T}$ = állandó (Gay-Lussac I. törvénye).

**Izochor** állapotváltozás ($V$ = állandó): $\frac{p}{T}$ = állandó (Gay-Lussac II. törvénye).

**Adiabatikus** állapotváltozás ($Q = 0$):

$pV^{\kappa}$ = állandó

$TV^{\kappa-1}$ = állandó

$Tp^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$ = állandó

$\kappa = \frac{c_p}{c_V}$, az adiabatikus kitevő

$c_p$, illetve $c_V$ az ideális gáz állandó nyomáson és állandó térfogaton mért fajhői (l. Az ideális gáz fajhője)

*2.3.4. Az ideális gázok termikus állapotegyenlete*

$m$ **tömegű,** $M$ moláris tömegű ideális gázra:

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

$[m] = \text{g}$

$[M] = \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

$R = 8{,}314\ \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$: az egyetemes gázállandó

A gázban lévő **molekulák számával** kifejezve:

$$pV = NkT$$

$N$: a molekulák száma

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{J}}{\text{K}}$: a Boltzmann-állandó

A mólszámmal jellemzett **anyagmennyiséggel** kifejezve:

$$pV = nRT$$

$n = \frac{m}{M}$: anyagmennyiség

$[n] = \text{mol}$

**Avogadro törvénye**

Bármely gáz mólnyi mennyiségében a molekulák száma azonos:

$$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\text{mol}}$$

$N_A$: az Avogadro-állandó

*2.3.5. Gázkeverékek termikus állapotegyenlete*

**Dalton törvénye**

Az ideális gázkeverék nyomása a parciális nyomások összege:

$$p = \sum_{i=1}^{n} p_i = \left(N_1\frac{kT}{V} + N_2\frac{kT}{V} + \ldots\right);$$

a gázkeverék állapotegyenlete:

$$pV = (N_1 + N_2 + \ldots)kT$$

$N_1$, $N_2$, ...: a gáztérben lévő egyes alkotóelemek molekuláinak száma

**A kinetikai gázelmélet alapegyenlete**

$$pV = \frac{2}{3}N \cdot \frac{m_0\overline{v^2}}{2};$$

a gáz hőmérséklete:

$$T = \frac{2}{3k} \cdot \frac{m_0\overline{v^2}}{2} = \frac{2}{3k}\varepsilon$$

$N$: a $V$ térfogatban lévő molekulák száma
$m_0$: egy molekula tömege
$\overline{v^2}$: a részecskék sebességnégyzetének átlaga

$\varepsilon = \frac{m_0\overline{v^2}}{2}$ egy molekula átlagos mozgási energiája
$k$: a Boltzmann-állandó

**Az energia egyenletes eloszlása (ekvipartíció tétel)**

A gázmolekulák átlagos energiája egyenletesen oszlik el a szabadsági fokokra:

$$\varepsilon = f \cdot \frac{1}{2}kT$$

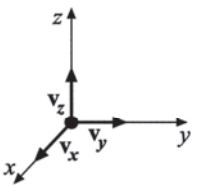
Az egy szabadsági fokra jutó átlagos energia:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2}kT$$

$f$: a szabadsági fokok száma: az energia kifejezésben szereplő négyzetes tagok száma
$\varepsilon$: egy molekula átlagos mechanikai energiája
$\varepsilon_1$: az egy szabadságfokra jutó átlagos energia
$k$: a Boltzmann-állandó
$T$: a gáz hőmérséklete $[K]$

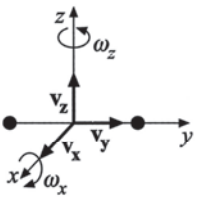
Egyatomos molekulájú gázra, $f = 3$:

$$\varepsilon = \frac{m_0\overline{v^2}}{2} = \frac{m_0\overline{v_x^2}}{2} + \frac{m_0\overline{v_y^2}}{2} + \frac{m_0\overline{v_z^2}}{2} = \frac{3}{2}kT$$



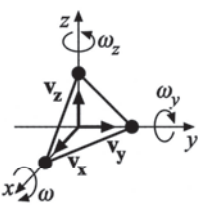

Kétatomos molekula esetén, $f = 5$:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}m_0\overline{v_x^2} + \frac{1}{2}m_0\overline{v_y^2} + \frac{1}{2}m_0\overline{v_z^2} + \frac{1}{2}\Theta_x\omega_x^2 + \frac{1}{2}\Theta_z\omega_z^2 = \frac{5}{2}kT$$




Többatomos molekula esetén, $f = 6$:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}m_0\overline{v_x^2} + \frac{1}{2}m_0\overline{v_y^2} + \frac{1}{2}m_0\overline{v_z^2} + \frac{1}{2}\Theta_x\omega_x^2 + \frac{1}{2}\Theta_y\omega_y^2 + \frac{1}{2}\Theta_z\omega_z^2 = \frac{6}{2}kT = 3kT$$




$\Theta_x$, $\Theta_z$, $\Theta_y$: a molekula tehetetlenségi nyomatékai
$\omega_x$, $\omega_y$, $\omega_z$: szögsebességek

**A gázmolekulák termikus átlagsebessége**

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$M$: a gáz moláris tömege
$m_0$: a részecskék tömege
$T$: a gáz hőmérséklete [$K$]
$R$: általános gázállandó
$k$: a Boltzmann-állandó

**Ozmózisnyomás híg oldatokban**

van't Hoff törvénye:

$$pV = nRT$$

$p$: az ozmózisnyomás
$V$: az oldat térfogata
$n$: az oldott anyag mólszáma
$R$: az egyetemes gázállandó
$T$: az abszolút hőmérséklet

**Diffúzió** (Fick-törvény)

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = -DA\frac{\Delta \varrho}{\Delta z}$$

Ha a részecskéket $r$ sugarú gömbnek tekintjük:

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$$

$\frac{\Delta \varrho}{\Delta z}$: a sűrűséggradiens
$D$: a diffúziós állandó
$\frac{\Delta m}{\Delta t}$: az időegység alatt átdiffundált anyag tömege
$A$: a keresztmetszet, amelyen a diffúzió történik
$\eta$: a viszkozitás

A $D$ diffúziós állandó hőmérsékletfüggése:

$$D = D_0 \cdot e^{-\frac{E}{kT}}$$

$E$: aktivizációs energia
$k$: Boltzmann-állandó
$T$: az abszolút hőmérséklet

## *2.4. Termodinamika*

### *2.4.1. Hő, fajhő, hőkapacitás*

A hőközlés mértékére jellemző a $Q$ **hő:**

$$Q = cm\Delta T$$

$[Q] = \mathrm{J}$
$m$: a test tömege; $[m] = \mathrm{kg}$
$\Delta T$: a hőmérséklet-változás; $[\Delta T] = \mathrm{K}$

A test **hőkapacitása**:

$$C = mc$$

$c$: fajhő; $[c] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}$

$C$: hőkapacitás; $[C] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$

**Kalorimetria**

A szilárd testek és folyadékok termikus kölcsönhatásakor a kialakult $t_k$ közös hőmérséklet (ha nincs halmazállapot-változás):

$$t_k = \frac{c_1m_1t_1 + c_2m_2t_2 + \ldots}{c_1m_1 + c_2m_2 + \ldots}$$

$c_i$, $m_i$, $t_i$: a kölcsönhatásban levő testek, folyadékok fajhője, tömege, kezdeti hőmérséklete

*2.4.2. Az ideális gáz fajhője*

**Állandó nyomáson** történő hőközléskor:

$Q_p = c_p \cdot m \cdot \Delta t$

**állandó térfogaton** történő hőközléskor:

$Q_V = c_V \cdot m \cdot \Delta t$

Az adiabatikus kitevő: $\kappa = \frac{c_p}{c_V}$

Robert Mayer-egyenlet: $c_p - c_V = \frac{R}{M}$

$c_p$, ill. $c_V$: állandó nyomáson, ill. állandó térfogaton mért fajhő

$[c_p] = [c_V] = \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$

$\kappa = \frac{5}{3}$ egyatomos gázra

$\kappa = \frac{7}{5}$ kétatomos gázra

$R$: az általános gázállandó

$M$: a moláris tömeg

**Gázok hőkapacitása és fajhője molekuláris adatokkal**

Hőkapacitás állandó térfogaton: $C_V = \frac{f}{2}Nk = \frac{f}{2}nR$

Mólhő állandó térfogaton: $C_{m,V} = \frac{C_V}{n} = \frac{f}{2} \cdot R$

Fajhő állandó térfogaton: $c_V = \frac{C_V}{m} = \frac{f}{2} \cdot \frac{k}{m_0} = \frac{f}{2} \cdot \frac{R}{M}$

Hőkapacitás állandó nyomáson: $C_p = \frac{f+2}{2}Nk = \frac{f+2}{2}nR$

Mólhő állandó nyomáson: $C_{m,p} = \frac{C_p}{n} = \frac{f+2}{2} \cdot R$

Fajhő állandó nyomáson: $c_p = \frac{C_p}{m} = \frac{f+2}{2} \cdot \frac{k}{m_0} = \frac{f+2}{2} \cdot \frac{R}{M}$

$f$: a szabadsági fokok száma

$N$: a molekulák száma

$k$: a Boltzmann-állandó

$m_0$: a gázmolekula tömege

$R$: az általános gázállandó

$M$: a moláris tömeg

$n$: anyagmennyiség

mólhő = moláris hőkapacitás

fajhő = fajlagos hőkapacitás

*2.4.3. A gáz által végzett tágulási munka*

**izobár** ($p$ = állandó) változáskor:

$W_{\text{gáz}} = p \cdot \Delta V = p(V_2 - V_1)$

**izochor** ($V$ = állandó) változáskor:

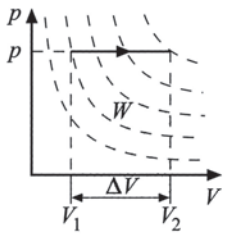
$W_{\text{gáz}} = 0$

**izoterm** ($T$ = állandó) változáskor:

$$W_{\text{gáz}} = NkT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M}RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M}RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

**adiabatikus** ($Q = 0$) változáskor:

$$W_{\text{gáz}} = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{\kappa - 1}$$




$Q$: hőcsere

$\kappa = \frac{c_p}{c_V}$ (adiabatikus kitevő)

*2.4.4. Belső energia*

$f$ termodinamikai szabadsági fokú rendszerben:

$$E = \frac{f}{2}NkT$$

Ideális gáz belső energiája:

$$E = c_V mT = \frac{f}{2}nRT = \frac{f}{2}NkT$$

$E$: belső energia

$N$: részecskék száma

$k$: a Boltzmann-állandó

$T$: a gáz hőmérséklete; $[T] = \text{K}$

$c_V$: állandó térfogaton mért fajhő

$n$: anyagmennyiség

$R$: az általános gázállandó

*2.4.5. A termodinamika főtételei*

**A termodinamika első főtétele:**

$\Delta E = Q + W$

A rendszeren végzett $W$ munka a rendszer által végzett $W'$ munka ellentettje:

$W = -W'$

Ezért például egy izobár folyamatban: $\Delta E = Q - p\Delta V$

$\Delta E$: adott rendszer belső energiájának megváltozása
$Q$: a rendszerrel közölt hő
$W$: a rendszeren végzett munka
$W'$: a rendszer munkája, pl. gáz térfogati munkája

**Az első főtétel és az elsőfajú perpetuum mobile:**

Nincs olyan periodikusan működő gép, ún. elsőfajú perpetuum mobile (örökmozgó), amely hőfelvétel nélkül képes munkát végezni.

**A termodinamika második főtétele**

Adiabatikusan zárt anyaghalmaz entrópiája nem csökkenhet:

$\Delta S \geq 0$

Az entrópiaváltozás egy test (rendszer) két állapota között reverzíbilis folyamatban:

$$\Delta S = \sum_i \frac{\Delta Q_i}{T_i}$$

$S$: entrópia; $[S] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$

**A második főtétel és a másodfajú perpetuum mobile:**

Nem lehetséges másodfajú perpetuum mobilét konstruálni, azaz olyan periodikusan működő gépet, amely az energiamegmaradási tételnek ugyan nem mondana ellen, de a felvett hőt hőleadás nélkül, vagyis 100%-os hatásfokkal alakítaná mechanikai munkává.

**A termodinamika harmadik főtétele**

Az abszolút zérus fokhoz (0 K) való közeledésnél a kémiailag homogén anyagok entrópiája zérushoz tart. Az abszolút zérus fokhoz közeledve az anyagok fajhője zérushoz tart.

$\lim_{T \to 0} S = 0 \qquad \lim_{T \to 0} c(T) = 0$

(A 0 K hőmérséklet véges sok lépésben nem érhető el.)

*2.4.6. Nyílt folyamatok ideális gázokkal*

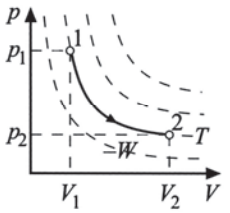
(Az I. főtétel alkalmazásai)

**Izotermikus folyamat**: $T$ = állandó

$\Delta E = 0$

$Q = -W$

$$W_{\text{gáz}} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

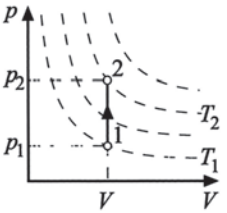


**Izochor folyamat:** $V$ = állandó

$W = 0$

$\Delta E = Q_V$

$Q_V = c_V \cdot m \cdot \Delta T$

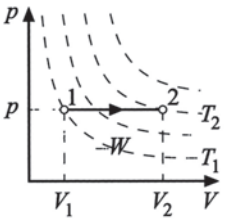



**Izobár folyamat**: $p$ = állandó

$W_{\text{gáz}} = p \cdot \Delta V = p(V_2 - V_1)$

$\Delta E = Q_p - p(V_2 - V_1)$

$Q_p = c_p \cdot m \cdot \Delta T$



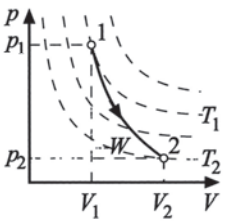

**Adiabatikus folyamat:**

$Q = 0$

$\Delta E = W$

$W_{\text{gáz}} = \dfrac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\kappa - 1}$

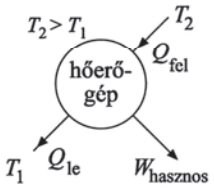
$\kappa = \dfrac{c_p}{c_V}$ (adiabatikus kitevő)




*2.4.7. Körfolyamatok gázokkal*

$\sum Q + \sum W = 0$

$\Delta E = 0$

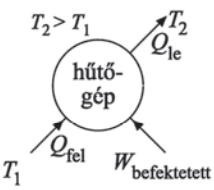



A **hőerőgépek termodinamikai hatásfoka:**

$$\eta = \frac{Q_{\text{fel}} - Q_{\text{le}}}{Q_{\text{fel}}}$$

A második főtétel miatt:

$$\eta \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$




$Q_{\text{fel}}$, illetve $Q_{\text{le}}$: a körfolyamatban felvett, illetve leadott hő.

## *2.5. Halmazállapot-változások*

### *2.5.1. Olvadás, fagyás*

Kristályos, tiszta anyagok olvadásponton történő **megolvasztásához** szükséges, illetve **fagyásakor** felszabaduló hő:

$Q = L_o \cdot m$

$L_o$: az anyag olvadáshője (fagyáshője);

$[L_o] = \dfrac{\text{J}}{\text{kg}}$

Az olvadáspont változása a nyomás megváltozáskor:

$$\frac{\Delta T_o}{\Delta p} = \frac{T_o(v_f - v_{sz})}{L_o}$$

(Clausius–Clapeyron-egyenlet)

$v_f$, illetve $v_{sz}$: a fajlagos térfogat folyadék, illetve szilárd állapotban

$$v = \frac{1}{\varrho}; \quad [v] = \frac{m^3}{kg}$$

$T_o$: az olvadáspont

### *2.5.2. Párolgás, lecsapódás*

Az $m$ tömegű folyadék ugyanolyan hőmérsékletű **gőzzé alakításához** szükséges, illetve a **lecsapódáskor** felszabadult hő:

$$Q = L_p \cdot m$$

$L_p$: a párolgáshő; $[L_p] = \frac{J}{kg}$

### *2.5.3. Forrás*

Az $m$ tömegű folyadék $T_f$ forrásponton történő teljes **elforralásához** szükséges hő:

$$Q = L_f \cdot m$$

$L_f$: a forráshő; $[L_f] = \frac{J}{kg}$

A forráspont változása a nyomás megváltozásakor:

$$\frac{\Delta T_f}{\Delta p} = \frac{T_f(v_g - v_f)}{L_f}$$

(Clausius–Clapeyron-egyenlet)

$v_g$, illetve $v_f$: a fajlagos térfogat gőz-, illetve folyadékfázisban

$$v = \frac{1}{\varrho}; \quad [v] = \frac{m^3}{kg}$$

$T_f$: a forráspont

## *2.6. A hőközlés módjai*

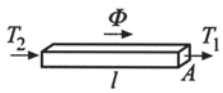
### *2.6.1. Hővezetés*

Ha az $l$ hosszúságú, $A$ keresztmetszetű rúd palástját hőszigetelő burkolattal látjuk el, akkor időben állandó $\Delta T$ hőmérséklet-különbség hatására a rúdon időegység alatt átáramlott hő, a $\Phi$ hőáram:

$$\Phi = \frac{Q}{t} = -\lambda A \frac{\Delta T}{l}$$

Differenciális alakban ($x$ irányú hőáram esetén):

$$\Phi = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$




$Q$: a rúdon átvezetett hő; $[Q] = J$

$t$: az idő; $[t] = s$

$\lambda$: a hővezetési tényező; $[\lambda] = \frac{W}{mK}$

$\Phi$: a hőáram; $[\Phi] = W$

$A$: a rúd keresztmetszetének területe; $[A] = m^2$

$l$: a rúd hossza; $[l] = m$

### 2.6.2. *Hőátadás*

Az $A$ nagyságú, $T$ hőmérsékletű felületről időegység alatt a környezetnek átadott hő:

$$\Phi = \frac{Q}{t} = \alpha A(T - T_1) \qquad (T > T_1)$$

$A$: a felület nagysága; $[A] = \mathrm{m}^2$

$\alpha$: a hőátadási tényező; $[\alpha] = \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\mathrm{K}}$

Az állandó $T_1$ hőmérsékletű környezettel $A$ felületen érintkező $C$ hőkapacitású test hőmérséklet-változásának sebessége:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = -\alpha \frac{A}{C}(T - T_1)$$

(Newton-féle lehűlési törvény)

$T$: a test pillanatnyi hőmérséklete

$T_1$: a környezet állandó hőmérséklete; $[T] = \mathrm{K}$

$t$: az idő; $[t] = \mathrm{s}$

A test pillanatnyi hőmérséklete:

$$T = T_1 + (T_0 - T_1)e^{-\frac{\alpha A}{C}t}$$

$T_0$: a test kezdeti hőmérséklete ($t = 0$-nál)

### 2.6.3. *Hősugárzás*

**Stefan–Boltzmann-törvény**

A $T$ hőmérsékletű test egységnyi felületéről egységnyi idő alatt a teljes térszög egyik oldalára ($2\pi$ térszögbe) kibocsátott összes energia:

$$E = e\sigma T^4$$

Ha a $T_1$ hőmérsékletű test $T_2$ hőmérsékletű környezetben van, akkor:

$$E = e\sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\mathrm{K}^4}$

(Stefan–Boltzmann-állandó)

$e$: emisszióképesség

$0 < e \leq 1$

fekete test esetén: $e = 1$

**Abszorpció és emisszió**

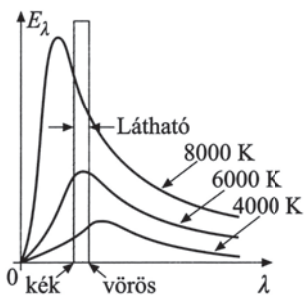
A testek $a$ abszorpciós tényezője megadja, hogy a test a ráeső hőáram mekkora részét nyeli el. (Az $e$ és $a$ nagysága a sugárzás hullámhosszától függő.)

Minden testre igaz, hogy $e = a$.

A tökéletesen tükröző (vagy tökéletesen átlátszó) test abszorpciós tényezője $a = 0$, a minden sugárzást elnyelő „fekete” test abszorpciós tényezője $a = 1$.

**Wien-féle eltolódási törvény:**

$$\lambda_{\max} T = \text{const} \approx 2900\ \mu\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}$$




$\lambda_{\max}$: a $T$ hőmérsékletű sugárzás maximumához tartozó hullámhossz;

$[\lambda] = \mathrm{m}$

$[T] = \mathrm{K}$

A Wien-állandó értéke: $2{,}8978 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{K}$

## *3.1. Időben állandó elektromos mező (elektrosztatika)*

Pontszerű töltések között ható erő vákuumban **(Coulomb-törvény):**

$F = k \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$, illetve $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$

Vonzóerő, ha $Q_1$ és $Q_2$ ellentétes előjelű
Taszítóerő, ha $Q_1$ és $Q_2$ azonos előjelű

$Q$: elektromos töltés;
$[Q] = \mathrm{C} = \mathrm{As}$

$k = 9 \cdot 10^9 \ \frac{\mathrm{Nm^2}}{\mathrm{C^2}}$

$\varepsilon_0$: a vákuum permittivitása;

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \ \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}$

### Elektromos térerősség

$$|\mathbf{E}| = \frac{F}{Q}$$

A térerősség iránya megegyezik a pozitív pontszerű töltésre ható erő irányával.
Pontszerű pozitív $Q$ töltéstől származó térerősség nagysága a töltéstől $r$ távolságban:

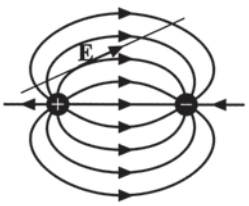
$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

**F**: a mezőbe helyezett pontszerű $Q$ töltésre ható erő;
**E**: térerősség

$[E] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$

### Az elektromos erővonalak

1. A vonalak iránya minden pontban megegyezik az adott pontbeli térerősség irányával.
2. Az erővonalakra merőleges, egységnyi felületen áthaladó erővonalak száma az elektromos mező térerősségével arányos.




### Az elektromos mező fluxusa ($\Psi$)

Homogén elektromos mezőben az erővonalakra merőleges $A$ területű felületen áthaladó erővonalak száma:

$$\Psi = E \cdot A$$

Az elektromos fluxussűrűség az $E$ térerősség nagysága:

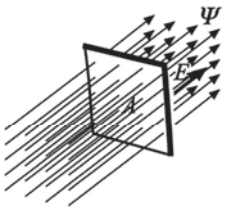
$$E = \frac{\Psi}{A}$$

Inhomogén mező valamely pontjában a térerősség:

$$E = \frac{\Delta \Psi}{\Delta A} \quad \left(E = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta \Psi}{\Delta A}\right)$$

$\Psi$: elektromos fluxus;

$[\Psi] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} \cdot \mathrm{m^2} = \mathrm{V} \cdot \mathrm{m}$



### 3.1.1. Feszültség, potenciál

Az elektromos mező $A$ és $B$ pontja közti **feszültség:**

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q}$$

$W_{AB}$: az elektromos mező $q$ töltésen végzett munkája, miközben a töltés $A$-ból $B$-be jut.

$$[U_{AB}] = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V} = \text{volt}$$

$q$: a mezőben mozgó töltés

**Homogén** elektromos **mezőben**:

$$U_{AB} = Ed_{AB}$$

$d_{AB}$: a térerősség irányában mért távolság $A$ és $B$ között

**Pontszerű** $Q$ **töltés** által keltett mezőben (centrális mező):

$$U_{AB} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} Q \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

$r_A$ és $r_B$: az $A$, illetve $B$ pontok távolsága a $Q$ töltéstől

$Q$: a mezőt keltő töltés

A mező bármely $A$ pontjának **potenciálja** a 0 szinthez viszonyított feszültsége:

$$U_A = U_{A\to 0} = \frac{W_{A\to 0}}{q}$$

A pontszerű $Q$ töltés **elektromos helyzeti energiája** a mező $A$ pontjában:

$$E_{\text{pot}}(A) = QU_A$$

Az elektromos mező $A$ pontjának $B$ pontjához viszonyított **feszültsége:**

$$U_{AB} = U_A - U_B$$

**Pontszerű** $Q$ **töltés** mezejében a töltéstől $r_A$ távolságban lévő $A$ pont **potenciálja** (ha a potenciált a végtelenben választjuk 0-nak):

$$U(A) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r_A}$$

$\varepsilon_0$: vákuumpermittivitás

$Q$ ponttöltés mezőjének az $A$ és $B$ pontok között mozgó $q$ töltésén végzett **munkája** vákuumban ($Q$ és $q$ előjeles mennyiségek!):

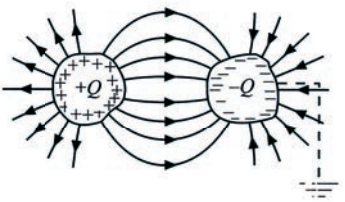
$$W_{AB} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

### 3.1.2. Kapacitás, kondenzátorok

Ha egy fémtest töltése $+Q$, egy másiké pedig $-Q$, köztük $U$ feszültség keletkezik. Ekkor a

$$C = \frac{Q}{U}$$

arányossági tényező a fenti elrendezés **kapacitása**.




$C$: a kapacitás;

$$[C] = \frac{\text{C}}{\text{V}} = \frac{\text{As}}{\text{V}} = \text{F (farád)}$$

## A síkkondenzátor

A **síkkondenzátor kapacitása** vákuumban (levegőben):

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$A$: a lemezek területe
$d$: a lemezek távolsága
$\varepsilon_0$: vákuumpermittivitás

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

A lemezek közötti térerősség nagysága:

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{A}$$

Síkkondenzátor kapacitása, ha a lemezek között **szigetelő anyag** van:

$$C = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 A}{d}$$

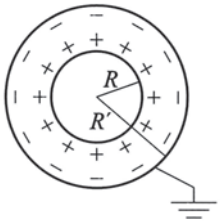
$\varepsilon_r$: a szigetelő anyag relatív dielektromos állandója; $[\varepsilon_r] = 1$

**Gömbkondenzátor kapacitása** vákuumban (levegőben):

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R' R}{R' - R}$$

$R$ sugarú **fémgömb kapacitása** vákuumban (levegőben):

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R$$

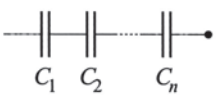



## Kondenzátorok kapcsolása (eredő kapacitás)

**Sorosan** kapcsolt kondenzátorok esetén:

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

$C_e$: eredő kapacitás

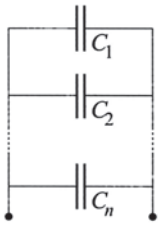



Két, sorosan kapcsolt kondenzátor esetén:

$$C_e = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

**Párhuzamosan** kapcsolt kondenzátorok esetén:

$$C_e = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$




A síkkondenzátor két lemeze közötti **erőhatás**:

$$F = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q^2}{2A} = \varepsilon \frac{E^2 A}{2}$$

$\varepsilon$: az abszolút permittivitás
$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$
$E$: a térerősség
$V = Ad$: a lemezek közötti térfogat

A kondenzátor elektromos mezejének energiája:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 V$$

Az elektromos mező energiasűrűsége:

$$w = \frac{1}{2} \varepsilon E^2$$

$$w = \frac{W}{V};\quad [w] = \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

$R$ sugarú $Q$ töltésű fémgömb elektromos mezőjének $W$ energiája és $w$ energiasűrűsége a középponttól $r > R$ távolságban:

$$W = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{R}, \text{ illetve } w(r) = \frac{1}{32\pi^2\varepsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{r^4}$$

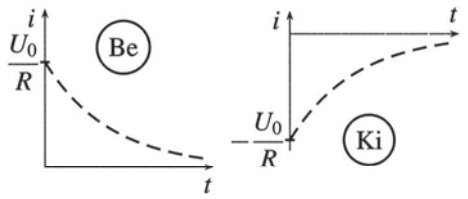
**Kondenzátor feltöltése és kisütése** ohmos ellenálláson át

Kezdetben töltetlen, $C$ kapacitású kondenzátor $q$ töltésének és $i$ töltőáramának időfüggése, ha a kondenzátort $R$ ellenálláson át töltjük:

$$q_{be} = CU_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right), \text{ illetve } i_{be} = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}.$$

Kezdetben $q_0 = CU_0$ töltésű kondenzátor $q$ töltésének és $i$ áramának időfüggése, ha a kisütés $R$ ellenálláson át történik:

$$q_{ki} = CU_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}, \text{ illetve } i_{ki} = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$




## *3.2. Stacionárius (időben állandó) elektromos áram*

### *3.2.1. Az áram erőssége*

Az elektromos **egyenáram erőssége**:

$$I = \frac{Q}{t}$$

Az egyenáram jele: =

A fémekben folyó elektromos áram erőssége (a töltéshordozók elektronok):

$$I = ne\,\bar{v}\,A$$

$I$: az áram erőssége; $[I] = \text{A}$

$Q$: a vezeték keresztmetszetén áthaladó töltés; $[Q] = \text{C}$; $t$: az eltelt idő; $[t] = \text{s}$

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C (elektron töltése)

$n$: a töltéshordozók koncentrációja; $[n] = \text{m}^{-3}$

$\bar{v}$: a töltések **rendezett** mozgásának átlagos sebessége;

$$[\bar{v}] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$A$: a vezeték keresztmetszetének területe; $[A] = \text{m}^2$

### *3.2.2. Fémek elektromos ellenállása, Ohm törvénye*

**Ohm törvénye:**

$$\frac{U}{I} = \text{állandó} \qquad R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I}$$

$$[R] = \frac{\text{V}}{\text{A}} = \Omega$$

$I$: a vezetékben folyó áram erőssége; $[I] = \text{A}$

$U_{AB}$: $A$ és $B$ pontok közti feszültség; $[U] = \text{V}$

**Az ellenállás**

Fémes vezető elektromos **ellenállása:**

$$R = \varrho\frac{l}{A}$$

$l$: a vezetékdarab hossza; $[l] = \text{m}$

$A$: a vezeték keresztmetszetének területe; $[A] = \text{m}^2$

$\varrho$: a fajlagos ellenállás; $[\varrho] = \Omega\,\text{m}$

Az elektromos **vezetőképesség:**

$$G = \frac{1}{R}, \text{ illetve } G = \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{A}{l}$$

$$[G] = \frac{1}{[R]} = \frac{1}{\Omega} = \frac{\text{A}}{\text{V}} = \text{S (siemens)}$$

A fajlagos vezetőképesség: $\sigma = \frac{1}{\varrho}$.

$$[\sigma] = \frac{\text{S}}{\text{m}} = \frac{1}{\Omega\,\text{m}}$$

Az ellenállás **hőmérséklet** függése:
vezető $R_t$ ellenállására $t$ °C-on:

$$R_t = R_0[1 + \alpha(t - t_0)]$$

$R_0$: az ellenállás $t_0$ °C-on
$\alpha$: hőmérsékleti együttható

$$[a] = \frac{1}{°C}$$

**A Joule-féle hő és az egyenáramú teljesítmény**

Az áramkör $R_{AB}$ ellenállásán felszabaduló hő:

$$W_{AB} = U_{AB} I t = I^2 \cdot R_{AB} \cdot t = \frac{U_{AB}^2}{R_{AB}} \cdot t$$

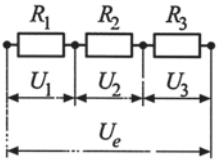
$U_{AB}$: a feszültség; $[U] = V$
$I$: az áram; $[I] = A$
$t$: az idő; $[t] = s$
$[R] = \Omega$; $[W] = J$; $[P] = W$

Az áramkör $R_{AB}$ ellenállásán a teljesítmény: $P_{AB} = U_{AB} I = I^2 R_{AB} = \frac{U_{AB}^2}{R_{AB}}$

*3.2.3. Ellenállások kapcsolása*

**Sorosan** kapcsolt ellenállások eredője:

$$R_e = R_1 + R_2 + \ldots + R_n = \sum_i R_i$$

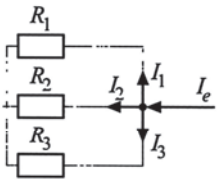



**Párhuzamosan** kapcsolt ellenállások eredője:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots \frac{1}{R_n} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

Két, párhuzamosan kapcsolt ellenállás esetén:

$$R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

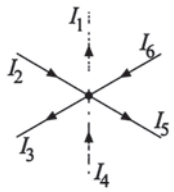



*3.2.4. Összetett hálózatok*

**Kirchhoff I. törvénye, a csomóponti törvény**

A csomópontba befolyó és az onnan elfolyó áramok erősségének algebrai összege zérus.

$$\sum I = 0 \quad \text{vagy:} \qquad \sum I_{be} = \sum I_{ki}$$



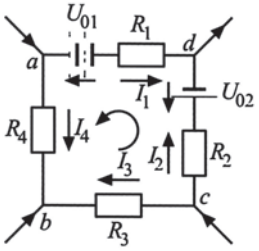

**Kirchhoff II. törvénye, a huroktörvény**

Bármely zárt vonal (hurok) mentén körüljárva:

$$\sum RI + \sum U_0 = 0$$

Ha csak egy áramforrás található a hurok mentén:

$$\sum_A^B I R = U_{AB}$$




$\sum IR$: az egyes szakaszok feszültségeinek összege

$\sum U_0$: a hurkon elhelyezett áramforrások belső feszültségeinek összege

Ennek speciális esete:

**Ohm-törvény a teljes áramkörre:**

$$R_K I + R_B I = U_0$$

$U_0$: az elektromotoros erő
$R_K$: a külső ellenállás
$R_B$: a telep belső ellenállása
$U_K = I R_K$: a kapocsfeszültség

**Telep készítése egyforma galvánelemekből**

**Sorosan kapcsolt galvánelemek esetén:**

$$U_s = s \cdot U; \quad R_{bs} = s \cdot R_b$$

**Párhuzamosan kapcsolt galvánelemek esetén:**

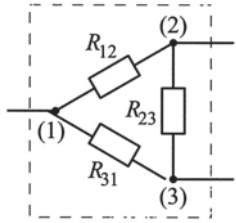
$$U_p = U; \quad R_{bp} = \frac{R_b}{p}$$

**Vegyesen kapcsolt galvánelemek esetén:**

$$U_{sp} = s \cdot U; \quad R_{b,sp} = \frac{s \cdot R_b}{p}$$

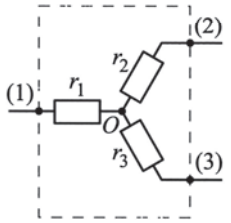
$s$: a sorosan, $p$ a párhuzamosan kapcsolt egységek száma
$U$ és $R_b$: egy-egy elem adata
$U_s$, $U_p$, $U_{sp}$, illetve $R_{bs}$, $R_{bp}$, $R_{b,sp}$: a telep adatai

**Háromszög–csillag átalakítás**




$$R_{12} = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_y}; \quad R_{23} = \frac{r_2 \cdot r_3}{r_y}; \quad R_{31} = \frac{r_1 \cdot r_3}{r_y},$$

ahol $\frac{1}{r_y} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}$

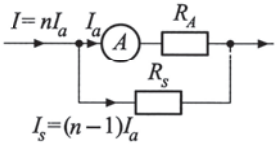



$$r_1 = \frac{R_{31} \cdot R_{12}}{R_x}; \quad r_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_x}; \quad r_3 = \frac{R_{23} \cdot R_{31}}{R_x},$$

ahol $R_x = R_{12} + R_{23} + R_{31}$

### *3.2.5. Mérőműszerek méréshatárának kiterjesztése*

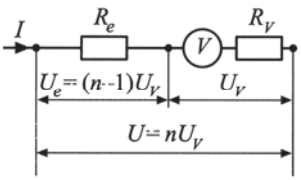
Az **árammérő** méréshatárának $n$-szeresre való kiterjesztéséhez szükséges **söntellenállása:**




$$R_s = \frac{R_A}{n - 1}$$

$R_S$: söntellenállás
$R_A$: az ampermérő ellenállása

A **feszültségmérő** méréshatárának $n$-szeresre való kiterjesztéséhez szükséges **előtét-ellenállás**:




$$R_e = (n - 1) R_V$$

$R_e$: az előtét-ellenállás
$R_V$: a voltmérő ellenállása

### *3.2.6. Elektromos egyenáram folyadékokban*

**Faraday-törvények**:

1. $I$ erősségű egyenáram által $t$ idő alatt kiválasztott anyagmennyiség tömege:

$$m = kIt$$

$k$: az elektrokémiai egyenérték;

$$[k] = \frac{\text{kg}}{\text{C}}$$

2. Ugyanaz a töltésmennyiség különböző elektrolitokból kémiailag egyenértékű anyagmennyiségeket választ ki:

$$k_1 : k_2 = \frac{A_1}{z_1} : \frac{A_2}{z_2}$$

$A$: a relatív atomtömeg
$z$: oxidációsszám-változás

Bármely egyszeresen pozitív töltésű ion egy mólnyi mennyiségének a kiválasztásához ugyanannyi $F$ töltés szükséges ($F$ a Faraday-féle állandó)

$$F = (9{,}648455 \pm 27 \cdot 10^{-6}) \cdot 10^4 \frac{\text{C}}{\text{mol}} \approx 96\,500 \frac{\text{C}}{\text{mol}}$$

$F = N_A \cdot e$
$N_A$: az Avogadro-állandó

$$N_A \approx 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$$

$e$: az elemi töltés
$e \approx 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Faraday két törvénye egybefoglalva:
$I$ erősségű egyenáram, $t$ idő alatt, $A$ relatív atomtömegű, $z$ vegyértékű anyagból

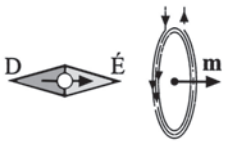
$$m = \frac{A}{z \cdot F} It$$

tömegű anyagmennyiséget választ ki.

## *3.3. Időben állandó mágneses mező vákuumban (levegőben)*

### *3.3.1. Mágneses dipólus, mágneses indukcióvektor*

Mágneses próbatest, mágneses dipólus: az irányú és a köráram (magnetométer)




**Köráram (mágneses dipólus) mágneses nyomatéka** (momentuma)

$$m = IA = IR^2\pi$$

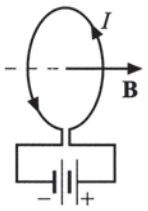



**m** iránya: jobbkéz-szabály szerinti; $[m] = \text{Am}^2$
$A$: a köráram által körülfogott terület

**A mágneses indukcióvektor**

A mágneses indukcióvektor nagysága a mágneses mezőbe vitt mérőkeretre (mágneses dipólusra) ható maximális forgatónyomatékból ($M_{max}$), a mérőkeret területéből ($A$) és a benne folyó áramból ($I$) adódik:

$$B = \frac{M_{max}}{I \cdot A}$$




Iránya megegyezik a mérőkeret mágneses nyomatékvektorának (**m**) irányával a mérőkeret stabilis egyensúlyi helyzetében.

A fenti kapcsolat vektoriális szorzattal kifejezve:

$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$

$B$: a mágneses indukció;

$[B] = \frac{\text{N}}{\text{Am}} = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = \text{T}$ (tesla)

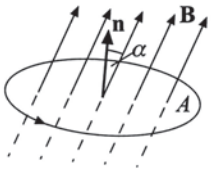
**A mágneses indukciófluxus homogén mezőben**

$$\Phi = B A \cos\alpha,$$

ahol $\alpha$ az $A$ felület **n** normálisának **B**-vel bezárt szöge.

A mágneses fluxussűrűség megadja a **B** indukcióvektornak az $A$ felületre merőleges komponensének nagyságát:

$$|\mathbf{B}| = \frac{\Phi_A}{A}$$




$\Phi$: a fluxus;

$[\Phi] = \text{V} \cdot \text{s} = \text{Wb}$ (weber)

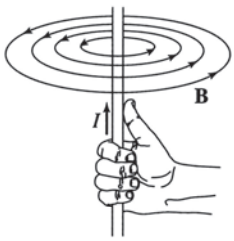
*3.3.2. Az áram keltette mágneses mező vákuumban (levegőben)*

**„Végtelen" hosszú, árammal átjárt vezető mágneses tere**

A mágneses indukció nagysága a vezetéktől $r$ távolságra:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$$

**B** iránya jobbkéz-szabály szerinti.




$\mu_0$: a vákuumpermeabilitás;

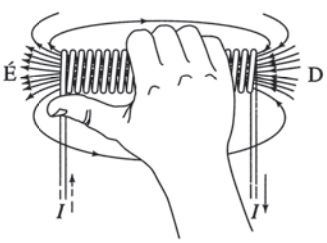
$\mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

**Tekercs mágneses mezője**

Az $l$ hosszúságú $N$ menetes egyenes tekercs (szolenoid) belsejében kialakult (homogén) mező mágneses indukciója:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I N}{l}$$

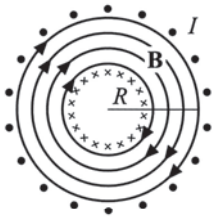
**B** iránya jobbkéz-szabály szerinti.



**Mágneses indukció** az $R_k$ középsugarú, $N$ menetű körtekercs (toroid) belsejében

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot N}{2R_k \cdot \pi}$$

**B** iránya jobbkéz-szabály szerinti.



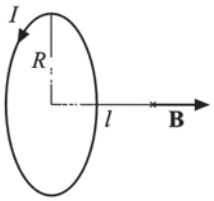

**Mágneses indukció** az $R$ sugarú körvezető (lapos tekercs) középpontjában

$$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R}, \text{ illetve } B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{IN}{R}$$

$N$: a tekercs menetszáma

$R$ sugarú **körvezető** (lapos tekercs) mágneses mezőjének **indukciója** a kör tengelyében a középpontjából $l$ távolságra

$$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{IR^2}{(l^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad \text{illetve} \quad B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{IR^2N}{(l^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

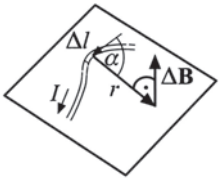



$N$: a tekercs menetszáma

*3.3.3. Biot–Savart-törvény*

Egy $I$ erősségű árammal átjárt vezeték $\Delta l$ elemi hosszúságú szakasza által a tőle $r$ távolságban lévő pontban keltett $\Delta\mathbf{B}$ indukcióvektor $\Delta B$ nagysága:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \Delta l}{r^2} \sin\alpha$$



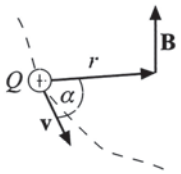

$\Delta\mathbf{B}$ iránya merőleges $\Delta\mathbf{l}$ és $\mathbf{r}$ síkjára, irányítása jobbcsavar-szabály szerinti.
Biot–Savart-törvény vektoriális szorzattal kifejezve:

$$\Delta\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\Delta\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

**r** az áramelemtől a vizsgált pontba mutat
$\Delta\mathbf{l}$: $I$ irányú vektor

A $v$ sebességgel haladó pontszerű $Q$ töltés keltette mágneses indukció nagysága tőle a sebességével $\alpha$ szögű irányban mért $r$ távolságban:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Qv}{r^2} \sin\alpha$$




Vektoriálisan: $\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Q}{r^3}\mathbf{v} \times \mathbf{r}$

**r** a töltéstől a vizsgált pontba mutat

**A $B$ indukcióvektorú mágneses mezőben $I$ köráramú $A$ területű mérőkeretre ható forgatónyomaték**

$M = I \cdot A \cdot B \sin\alpha$; illetve $M = N \cdot I \cdot A \cdot B \sin\alpha$

A nyomaték a keret normálisát **B** vektor irányába „igyekszik" beállítani.

Vektoriális szorzattal:

$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$,

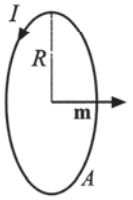
$m = IA$, illetve $m = NIA$

**m** iránya jobbkéz-szabály szerinti.

A felület normálisának iránya: jobbkéz-szabály szerinti

$\alpha$: a felület normálisának **B** irányával bezárt szöge

$N$: a menetszám




**m**: a köráram mágneses momentuma; $[m] = \mathrm{Am}^2$

*3.3.4. Mágneses mező hatása áramjárta vezetőre (Ampère törvénye)*

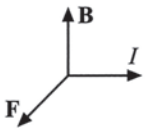
Az $I$ erősségű árammal átjárt, $l$ hosszúságú egyenes áramvezetőre ható erő nagysága **B** indukciójú homogén mágneses mezőben, ha **B** merőleges **l**-re:

$F = BIl$

Iránya: **l**, **B** és **F** jobbrendszert alkot (jobbkéz-szabály).

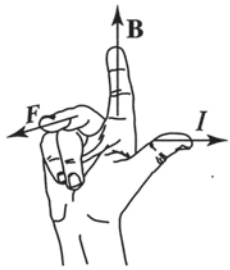
Ha **B** és **l** által bezárt szög $\alpha$, akkor:

$F = BIl \sin\alpha$




Vektoriális szorzattal:

$\mathbf{F} = I\mathbf{l} \times \mathbf{B}$



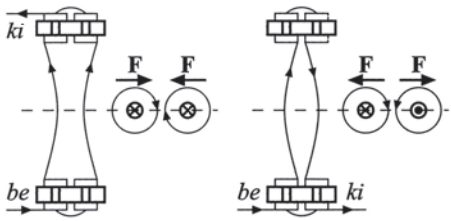

**l** vektor $I$ irányú

**Áramvezetők közötti erőhatás**

A végtelen hosszú, árammal átjárt egyenes vezetőtől $r$ távolságra levő, párhuzamos végtelen hosszú egyenes vezető $l$ hosszúságú szakaszára ható erő nagysága:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r} \cdot l$$

$F$ erő vonzóerő, ha $I_1$ és $I_2$ azonos irányú; taszítóerő, ha $I_1$ és $I_2$ ellentétes irányú.




$I_1$ és $I_2$: a vezetőkben folyó áramok erőssége

**Elektromágnes maximális tartóereje (teherbírása)**

$$F = \frac{B^2}{2\mu_0} A$$

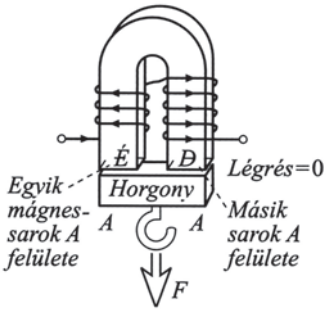
$A$: a vasmag keresztmetszete

$\mu_r$: a vas relatív permeabilitása

(vasmagos tekercsnél $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{IN}{l}$)

Patkó alakú, állandó $A$ keresztmetszetű zárt vasmag esetén:

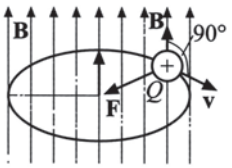
$$F = \frac{B^2}{\mu_0} A$$




**Szabad töltések mozgása mágneses mezőben**

A **B** indukciójú mágneses mezőben **v** sebességgel mozgó töltésre ható erő nagysága, ha **v** és **B** merőleges egymásra (**Lorentz-erő**):

$$F = QvB$$



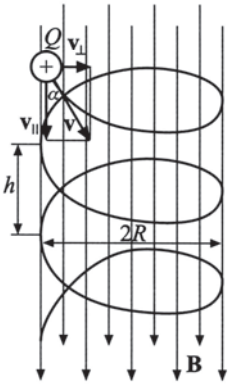

**F** merőleges **B**-re és **v**-re. (Homogén mágneses mezőben a mozgás pályája kör, ha **B** merőleges **v**-re.)

Ha **B** és **v** szöge $\alpha$, akkor

$$F = QvB \sin\alpha \quad \text{(a pálya csavarvonal, ha } \alpha \neq 0\text{)}$$

Vektoriális szorzattal kifejezve a Lorentz-erő:

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$




Elektrosztatikus és mágneses mező együttes jelenlétekor a Lorentz-erő:

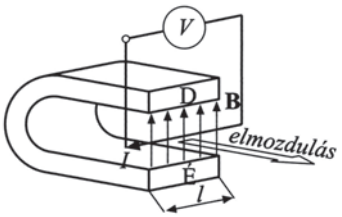
$$\mathbf{F} = Q\mathbf{E} + Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

## *3.4. Mozgó vezeték mágneses mezőben*

### *3.4.1. A mozgási indukció*

**B** indukcióvektorú homogén mágneses térben $v$ sebességgel mozgó $l$ hosszúságú vezetőszakaszban kialakuló $U$ feszültség:

$$U = Blv \sin\alpha$$




$\alpha$: **B** és **v** szöge

$[U] = \text{V}$; $[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $[B] = \text{T}$

**Nyugalmi elektromágneses indukció**

Tekercs két kivezetése között indukált feszültség:

$$U_i = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}, \text{ illetve } U_i = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \text{ (Lenz-törvénnyel)}$$

$\Delta \Phi$: a tekercs egyetlen menete által körülvett mágneses fluxus változása
$N$: menetszám

**Önindukció**

Önindukciós feszültség:

$$U_i = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}, \text{ illetve } U_i = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \text{ (Lenz-törvénnyel)}$$

Átmérőjéhez képest hosszú, egyenes, légmagos tekercs, valamint légmagos toroid tekercs **önindukciós együtthatója (induktivitása)**:

$$L = \mu_0 \cdot \frac{N^2 A}{l}$$

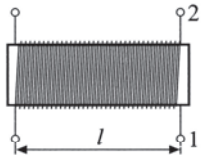
$$[L] = \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = \text{H (henry)}$$

$\Delta I$: a tekercs áramának változása
$l$: a tekercs hossza
$A$: a tekercs keresztmetszetének területe
$N$: a menetszám

**Kölcsönös indukció**

Egymásra csévélt, légmagos, egyenes, valamint légmagos toroid tekercsek esetén a 2. tekercsben az 1. tekercs áramának változásakor megjelenő indukált feszültség:

$$U_{i2} = L_{12} \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t}; \quad \text{ahol} \quad L_{12} = \mu_0 \cdot \frac{N_1 N_2 A}{l}$$




$L_{12}$: a tekercsek kölcsönös indukciós együtthatója
($A$ és $l$ azonos a két tekercsre)

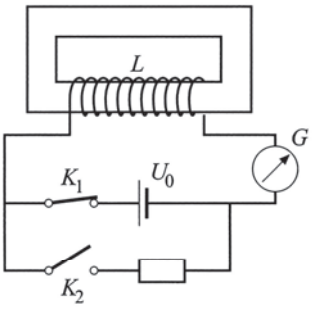
**Lenz törvénye**

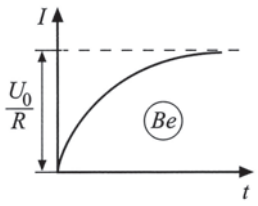
Az indukált áram iránya olyan, hogy mágneses hatásával akadályozza az őt létrehozó hatást.

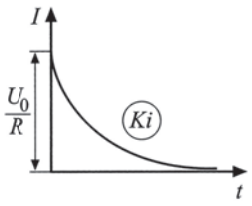
**Az önindukció szerepe az áram be- és kikapcsolásánál**

Az áramerősség pillanatnyi értéke a $t = 0$ időpillanatban történő bekapcsoláskor, illetve kikapcsoláskor:

$$I_{be} = \frac{U_0}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t}), \quad \text{illetve} \quad I_{ki} = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$




$R$: az egyes áramkörök teljes ellenállása

**Tekercs** mágneses mezőjének **energiája**:

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2$$

$L$: önindukciós együttható
$I$: áramerősség

A mágneses energia sűrűsége vákuumban:

$$w_m = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

$B$: mágneses indukció
$\mu_0$: vákuumpermeabilitás

Az elektromágneses mező **teljes energiája vákuumban:**

$$W = \sum_V \frac{1}{2} \left( \varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) \cdot \Delta V;$$

$E$: az elektromos térerősség
$B$: a mágneses indukció
$\varepsilon_0$: vákuumpermittivitás

teljes energiasűrűsége vákuumban:

$$w = \frac{1}{2} \left( \varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right)$$

**Nem vákuum- (levegő-)beli mágneses tér**

**Mágneses indukció anyag jelenléte esetén**

Ha a teljes mágneses mezőt homogén izotrop anyag tölti ki, akkor $B$ értéke általában megnő a vákuumbelihez képest

$$B = \mu_r B_0$$

$B$: mágneses indukció anyagban
$B_0$: vákuumban (levegőben)
$\mu_r$: a relatív permeabilitás – az ún. kemény ferromágneses anyagok kivételével – anyagra jellemző, dimenzió nélküli szám
vákuumra (levegőre): $\mu_r = 1$

Ezért zárt vasmag alkalmazása (pl. vasmagos toroid tekercs) esetén a tekercs induktivitása:

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 A}{l}$$

$l$: a vasmag közepes hossza
$A$: a vasmag keresztmetszete

Vasmagos toroid tekercsek kölcsönös indukciós együtthatója:

$$L_{12} = \mu_0 \mu_r \frac{N_1 N_2 A}{l}$$

Nem zárt vasmag esetén a fentinél lényegesen kisebb a tekercs induktivitása; $N$ menetszámú $R$ sugarú henger alakú vasmag esetére a valóságot jobban közelítő összefüggés:

$L \approx 4\mu_0 N^2 R$ ($\mu_r$-től nem függ)

Ha homogén, izotrop, dia-, para- vagy lágy ferromágneses anyag tölti ki teljesen a mágneses teret, az eddigi összefüggések a $\mu_0 \rightarrow \mu$ helyettesítéssel érvényesek, ahol

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

$\mu$: a mágneses teret kitöltő anyag (abszolút) permeabilitása; $[\mu] = [\mu_0]$

### 3.5.1. Az eltolási áram

Az időben **változó, vákuumbeli elektromos mező** által keltett eltolási áram:

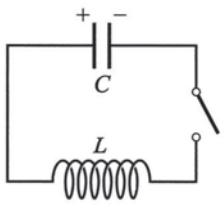
$$I_e = \varepsilon_0 \cdot \frac{\Delta \Psi}{\Delta t}$$

$\Psi$: elektromos fluxus
$\varepsilon_0$: vákuumpermittivitás

### 3.5.2. Elektromágneses rezgések

**Rezgőkör**
$C$ kapacitású kondenzátorból és $L$ induktivitású tekercsből álló kör **saját frekvenciája**:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{(Thomson-formula)}$$




$C$: a kapacitás
$L$: az induktivitás

### 3.5.3. Elektromágneses hullámok

Az **elektromágneses hullámok sebessége** vákuumban:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2{,}997\ 924\ 58 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 300\,000\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$\varepsilon_0$: vákuumpermittivitás;

$$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

$\mu_0$: a vákuumpermeabilitás;

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

Az elektromágneses hullám terjedési sebessége anyagban:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r}};$$

dielektrikumban általában $\mu_r \approx 1$, ezért $v \approx \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$

$\varepsilon_r$: relatív permittivitás
$\mu_r$: relatív permeabilitás
$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$: a dielektrikum permittivitása

**A sugárzási térerősség**
Az antennától $r$ távolságban

$$E(r) = E_m(r) \sin \omega \left(t - \frac{r}{c}\right) = E_m(r) \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right),$$

illetve

$$B(r) = B_m(r) \sin \omega \left(t - \frac{r}{c}\right) = B_m(r) \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right)$$

$E_m(r)$, illetve $B_m(r)$: a térerősségek maximális értékei az adótól $r$ távolságban
$c$: a fénysebesség

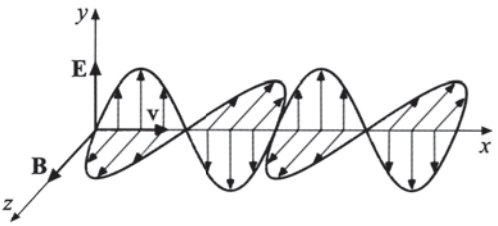
$E$ és $B$ kapcsolata:

$$E(r) = cB(r)$$

Gömbhullám esetén:

$E_m \sim \frac{1}{r}$ és $B_m \sim \frac{1}{r}$

($E$ és $B$ a távolsággal fordítottan arányos)




Az adótól nagyobb távolságban, nem nagy tartományon belül a gömbhullám síkhullámnak tekinthető, ekkor:

$E_m$ = állandó és $B_m$ = állandó

**A vákuumban terjedő elektromágneses hullám tulajdonságai**

Az **energiasűrűség** $w_e$ elektromos, illetve $w_m$ mágneses járuléka:

$$w_e = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot E^2, \quad w_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0}, \quad \text{és} \quad w_e = w_m$$

a teljes energiasűrűség:

$$w_{e,m} = w_e + w_m$$

$\varepsilon_0$: vákuumpermittivitás

$\mu_0$: vákuumpermeabilitás

$E$: az elektromos térerősség nagysága

$B$: a mágneses indukció nagysága

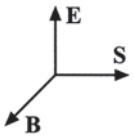
**Az energia terjedése** (az áramforrástól a fogyasztóhoz)

**Poynting-vektor,** az energiaáram-sűrűség vagy a teljesítménysűrűség vektora:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

(**S**, **E**, **B** iránya jobbkéz-szabály szerinti).

**S** a Poynting-vektor; $[\mathbf{S}] = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$




**Teljesítménysűrűség** a szinuszos elektromágneses hullámban:

$S = \frac{1}{\mu_0} E_m B_m \sin^2 \omega t$, amelynek időbeli középértéke: $\bar{S} = \frac{1}{2\mu_0} E_m B_m$

**A hullámnyomás** nagysága (ha a hullám elnyelődik): $p = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} EB$

Az elektromágneses mező **impulzussűrűsége**: $\mathbf{g} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$

A $\Delta V$ térfogat **teljes impulzusa** (ha $\Delta V$-ben a mező homogén): $\mathbf{G} = \mathbf{g} \cdot \Delta V$

Az elektromágneses mező $\Delta V$ térfogatának tömegértéke:

$$m = \frac{\varepsilon_0}{c} EB\Delta V$$

$c$: a fénysebesség

Az adott térfogatban tárolt energia és tömeg kapcsolata:

$m = \frac{W}{c^2}$, illetve $W = mc^2$ (Einstein-képlet)

*3.5.4. A szinuszos váltakozó feszültség és áram*

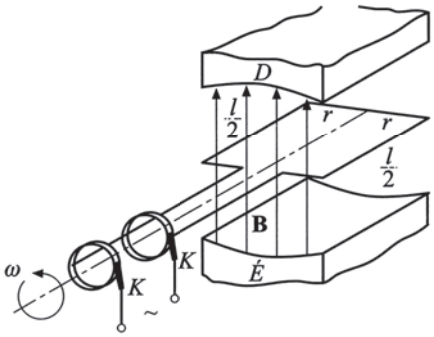
$B$ indukciójú homogén mágneses mezőben körhenger alkotójaként, egyenletesen mozgó $l$ hosszúságú vezetőben indukált feszültség, ha $l$ merőleges $B$-re:

$$U = Blr\omega \sin \omega t = U_{max} \sin \omega t$$

Váltakozó feszültség hatására $R$ ellenálláson folyó áram:

$$I = \frac{U_{max}}{R} \sin \omega t = I_{max} \sin \omega t$$

A váltakozó áram jele: ~




$r$: a körpálya sugara
$\omega$: a mozgás szögsebessége

**Effektív feszültség, effektív áramerősség**

Szinuszos váltóáram esetén:

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \quad I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{R}$$

*3.5.5. Váltakozó áramú ellenállások $f$ frekvenciájú szinuszosan váltakozó feszültségű áramkörben*

**Az ohmikus ellenállás:**

$R = \varrho \frac{l}{A}$ (ugyanakkora, mint egyenáram esetén) az áram fázisban van a kapocsfeszültséggel.

$\varrho$: a fajlagos ellenállás
$l$: a vezető hossza
$A$: a vezető keresztmetszete

**Az induktív ellenállás:**

$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

az áram fázisban $\varphi = 90°$-ot késik a tekercs kapocsfeszültségéhez képest (ideális tekercs esetén)

$\omega = 2\pi f$, körfrekvencia;
$[\omega] = [f] = \frac{1}{s}$
$L$: az induktivitás; $[L] = H$
$[X_L] = \Omega$

**A kapacitív ellenállás:**

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

az áram fázisban $\varphi = 90°$-ot siet a kondenzátor kapocsfeszültségéhez képest (ideális kondenzátor esetén)

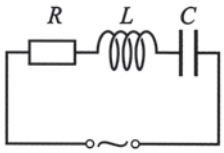
$C$: a kapacitás; $[C] = F$;
$[X_c] = \Omega$

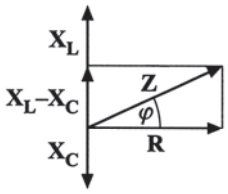
**Soros *RLC* kör**

**Az eredő váltóáramú ellenállás (impedancia) soros *RLC* körben:**

$$Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \sqrt{(X_L - X_c)^2 + R^2}$$

A feszültségek csúcsértékeinek a kapcsolata:




$$U_{\text{hálózati}} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2},$$

$$U_R : U_L : U_C = R : X_L : X_C \quad \text{és} \quad I_R = I_L - I_C.$$

$Z$: impedancia; $[Z] = \Omega$

Az áram és a generátor kapocsfeszültsége között a fáziseltolódás $\varphi$ szögére vonatkozó összefüggések:

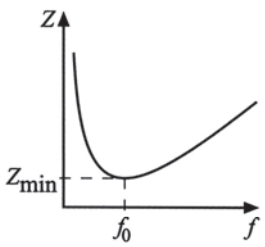
$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}, \quad \text{illetve} \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$\cos\varphi$ neve: teljesítménytényező

**Feszültségrezonancia**

Ha **soros *RLC* körben** $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$, illetve $T = 2\pi\sqrt{LC}$ **(Thomson-képlet)**, vagyis $X_L = X_C$, akkor az impedancia minimális ($Z = R$; $\cos\varphi = 1$).

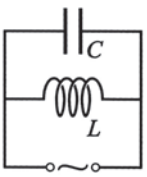
Ekkor a tekercsen és a kondenzátoron nagyobb feszültség jelenik meg, mint a generátor feszültsége.




**Párhuzamos *LC* és *RLC* kör**

**A párhozamos *LC* kör eredő impedanciájának reciproka:**

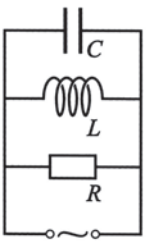
$$\frac{1}{Z} = \left|\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right|.$$ A fáziskülönbség: $\varphi = \pm 90°$.




Az $X_L = X_C$ rezonanciaesetben $Z = \infty$, a főág árama $I = 0$. (Valóságos esetben a tekercs $R \neq 0$ ohmikus ellenállása miatt, áramrezonancia esetén: $Z$ igen nagy, a főág árama minimális.)

**Az eredő impedancia reciproka párhuzamos *RLC* körben**

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}$$




A főág árama és kapocsfeszültsége közti $\varphi$ fáziseltérés szögére:

$$\operatorname{tg}\varphi = R\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right).$$

**Áramrezonancia párhuzamos *RLC* körben**

Ha párhuzamos *RLC* körben $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$, illetve $T = 2\pi\sqrt{LC}$ **(Thomson-képlet)**, vagyis $X_L = X_C$, akkor az impedancia maximális ($Z = R$).

Ekkor a tekercsen és a kondenzátoron nagyobb áram folyik, mint a generátoron.

### *3.5.6. A szinuszos váltakozó áram teljesítménye*

Az **effektív** (hatásos) teljesítmény:

$$P_h = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos\varphi = I_{\text{eff}}^2 Z \cos\varphi$$

Soros RLC körben:

$$P_h = I_{\text{eff}}^2 R$$

$U_{\text{eff}}$: az effektív feszültség
$I_{\text{eff}}$: az effektív áramerősség
$U_R$: az ohmikus ellenállás feszültsége
$Z$: impedancia
$\cos\varphi$: teljesítménytényező

A **pillanatnyi teljesítmény:** $P = U_{\max} I_{\max} \sin\omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi)$

A **látszólagos teljesítmény:** $P_l = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$

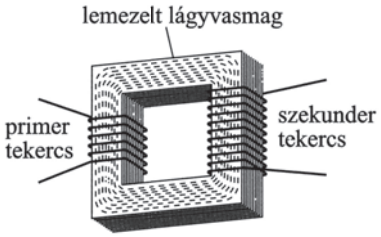
**Meddő teljesítmény:** $P_m = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin\varphi$

Kapcsolat az említett teljesítmények között: $P_h = \sqrt{P_l^2 - P_m^2}$

### *3.5.7. A transzformátor*

A terheletlen és veszteségmentes transzformátor **primer** és **szekunder** feszültségeinek aránya a menetszámok arányával egyezik meg:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$




Terhelt transzformátor esetén a primer kör teljesítménye csak közelítőleg egyenlő a szekunder kör teljesítményével:

$$U_1 I_1 \cos\varphi_1 \approx U_2 I_2 \cos\varphi_2$$

## *3.6. A vákuumbeli elektromágneses mező Maxwell-törvényei*

**Maxwell I. törvénye** (Gauss-tétel)

$$\sum_A^{\circ} E_n \cdot \Delta A = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_V Q$$

Jelentése: Tetszőleges zárt felületet felvéve, az erővonal-kilépéseknél keletkező döféspontok számából kivonva a belépéseknél keletkező döféspontok számát, a felület által körülvett töltések előjeles összegének $\frac{1}{\varepsilon_0}$-szorosát kapjuk.
Az elektrosztatikus tér forrásos.

$\sum_A^{\circ} E_n \Delta A$: az elektromos mező forráserőssége

$E_n$: a $\Delta A$ felületelemre merőleges térerősségkomponens nagysága

$\sum_V Q$: az $A$ zárt felület által határolt $V$ térfogatban lévő töltések előjeles összege



**Maxwell II. törvénye**

Nyugvó töltések elektromos mezőjére, zárt $L$ görbevonal mentén:

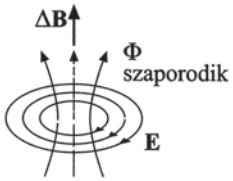
$$\sum_{L}^{\circ} \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{s} = 0$$

$\sum_{L}^{\circ} \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{s}$: elektromos mező örvényerőssége

Jelentése: Az elektrosztatikus tér konzervatív (örvénymentes).

Időben változó mágneses fluxust körülölelő zárt $L$ görbére:

$$\sum_{L}^{\circ} \mathbf{E} \Delta \mathbf{s} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$




Jelentése: Időben változó mágneses mező örvényes elektromos mezőt indukál.

**Maxwell III. törvénye**

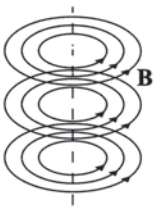
$$\sum_{A}^{\circ} B_n \cdot \Delta A = 0$$

$\sum_{A}^{\circ} B_n \cdot \Delta A$: mágneses mező forráserőssége

Jelentése: Zárt felületbe belépő és onnan kilépő mágneses indukcióvonalak előjeles összege 0.

A mágneses mező forrásmentes. Nincsenek mágneses töltések.

$B_n$: a $\Delta A$ felületelemre merőleges mágneses indukció komponens nagysága




**Maxwell IV. törvénye**

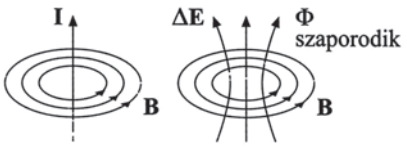
Áramvezetőt és változó elektromos fluxust is körülvevő zárt $L$ görbére:

$$\sum_{L}^{\circ} \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{s} = \mu_0 \cdot \left( I + \varepsilon_0 \frac{\Delta \Psi}{\Delta t} \right),$$

$\sum_{L}^{\circ} \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{s}$: mágneses mező örvényerőssége

($\varepsilon_0 \cdot \frac{\Delta \Psi}{\Delta t}$: az eltolási áram)

Jelentése: A mágneses mezőt áramok és változó elektromos mezők keltik. A mágneses mező örvényes.

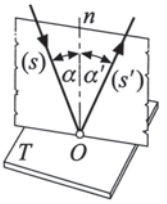


# 4. FÉNYTAN

## *4.1. Geometriai optika*

### *4.1.1. A visszaverődés törvényei*

A beeső fénysugár, a visszavert fénysugár és a beesési merőleges egy síkban vannak.
A beesési szög megegyezik a visszaverődés szögével:
$\alpha = \alpha'$




### *4.1.2. Gömbtükrök*

A kisnyílásszögű gömbtükrök **fókusztávolsága:**

$$f = \frac{R}{2}$$

$f$: fókusztávolság
$R$: a görbületi sugár

Előjel-konvenció: $R$, illetve $f$ pozitív, ha a tükör homorú (konkáv)
$R$, illetve $f$ negatív, ha a tükör domború (konvex)

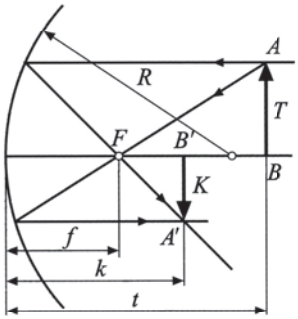
**Leképezési törvény:**

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$$

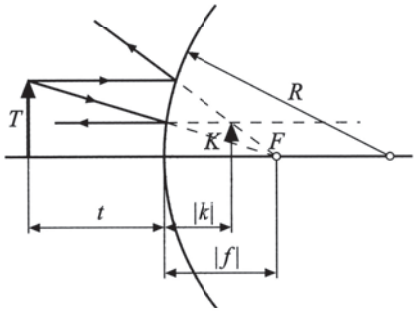
$t$: a tárgy távolsága
$k$: a képtávolság

Előjel-konvenció:
$t$ pozitív, ha a tükörhöz érkező sugarak széttartanak (valódi tárgy); negatív, ha összetartanak (látszólagos tárgy)
$k$ pozitív, ha a tükörtől távozó sugarak összetartóak (valódi kép); negatív, ha széttartóak (látszólagos kép)

**Homorútükör képalkotása**




**Domborútükör képalkotása**




**Nagyítás**

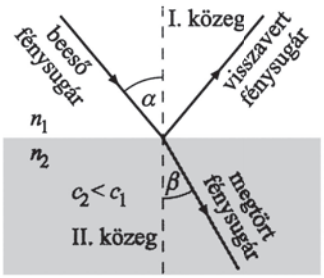
$$N = \frac{K}{T} = \frac{k}{t}$$

$K$: képnagyság
$T$: tárgynagyság

*4.1.3. A törés törvénye*

**Snellius–Descartes-törvény:**

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2} = n_{2,1}$$




$c_1$, illetve $c_2$: a fény sebessége az I., illetve a II. közegben

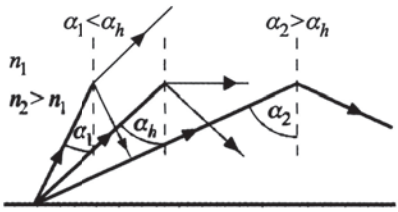
$n_1$, illetve $n_2$: az I., illetve a II. közeg törésmutatója

$n_{2,1}$: a II. közegnek az I. közegre vonatkozó relatív törésmutatója

*4.1.4. Teljes visszaverődés*

A teljes visszaverődés határszöge ($\alpha_h$):

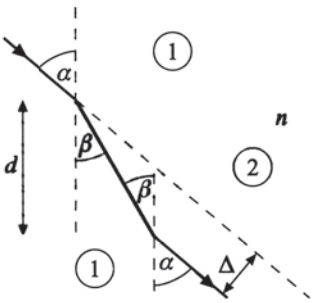
$$\sin\alpha_h = \frac{n_1}{n_2} = n_{1,2}, \text{ ha } n_1 < n_2$$




*4.1.5. Fénytörés planparalel lemezen*

Az **eltolódás** mértéke, ha az $n$ törésmutatójú lemez mindkét oldalán ugyanaz a közeg található ($n = \frac{n_2}{n_1}$):

$$\Delta = \frac{d}{\cos\beta}\sin(\alpha - \beta)$$



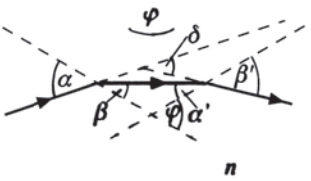

*4.1.6. Fénytörés prizmán*

Az $n$ törésmutatójú prizmát minden oldalról ugyanaz a közeg (levegő) veszi körül:

$\delta = \alpha + \beta' - \varphi$

$\delta$ minimális, ha $\alpha = \beta'$. Ekkor

$$n = \frac{\sin\frac{\varphi + \delta_{min}}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}$$




$\delta$: az **eltérítés szöge**

$\varphi$: a törőlapok által bezárt szög „törőszög”

**A dioptria**

$$D = \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

ha a lencse mindkét oldalán ugyanaz a közeg (levegő) van.

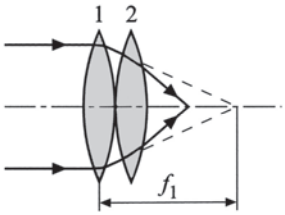
$$[D] = \frac{1}{\text{m}}$$

$n$: a lencse levegőre vonatkozó törésmutatója
$R_1$ és $R_2$: a lencse görbületi sugarai
$f$: a fókusztávolság

Előjel-konvenció:
$R$ negatív, ha a határoló gömbfelület kívülről nézve homorú
$R$ pozitív, ha a határoló gömbfelület kívülről nézve domború
Síkfelületnél a sugár végtelen

Egymás mellé helyezett vékony lencsék dioptriája összeadódik:

$$D = D_1 + D_2$$




**Leképezés vékony lencsékkel**

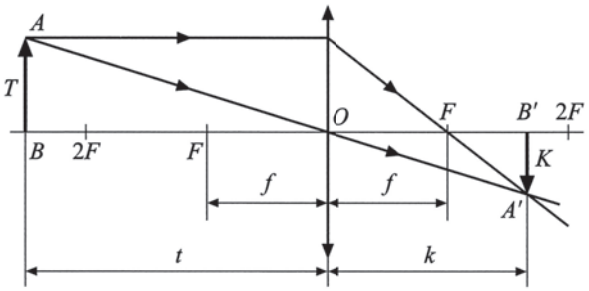
**Leképezési törvény**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{k} + \frac{1}{t}$$

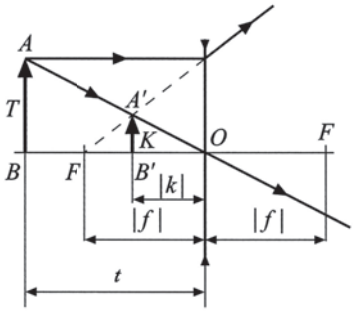
$k$: a képtávolság
$t$: a tárgytávolság
$f$: a fókusztávolság

Előjel-konvenció:
$t$ pozitív, ha a lencséhez közeledő sugarak széttartóak (valódi tárgy); $t$ negatív, ha összetartóak (látszólagos tárgy)
$k$ pozitív, ha a lencsét elhagyó sugarak összetartóak (valódi kép); $k$ negatív, ha széttartóak (látszólagos kép)

**Gyűjtőlencse képalkotása**




**Szórólencse képalkotása**



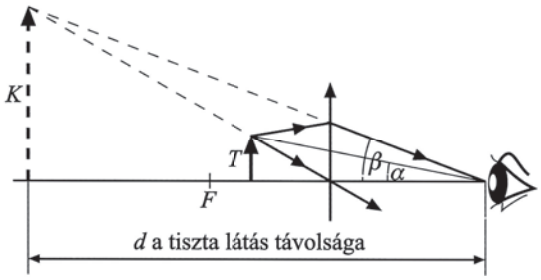

**Nagyítás:**

$$N = \frac{K}{T} = \frac{k}{t} = \frac{f}{t-f} = \frac{k-f}{f}$$

$K$: képnagyság
$T$: tárgynagyság

**Egyszerű nagyító**

Gyűjtőlencse, a szemhez közel tartva; a képet a tiszta látás $d$ távolságában látjuk.

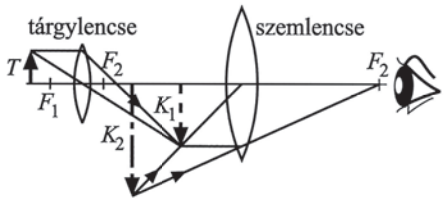



**Szögnagyítása:**

$$|N_{sz}| = \frac{\beta}{\alpha} = 1 + \frac{d}{f}$$

**Mikroszkóp**

A tárgylencse fordított állású, valódi, nagyított képet ad. Erről a szemlencse fordított állású, nagyított, látszólagos képet állít elő a tiszta látás távolságában.



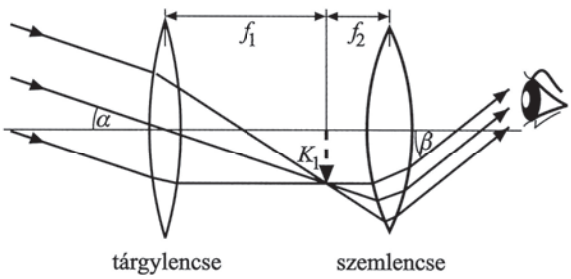

**Szögnagyítása:**

$$N_{sz} = \frac{d \cdot \Delta}{f_1 \cdot f_2}$$

$f_1$, $f_2$: a két lencse fókusztávolsága
$d$: a tiszta látás távolsága
$\Delta$: optikai tubushossz, a lencsék belső fókuszpontjainak távolsága

**Távcső**

A tárgylencse fordított, kicsinyített képet létesít a két lencse közös fókusza közelében. A szemlencse – egyszerű nagyítóként – erről állít elő látszólagos képet. (Kepler-féle csillagászati távcső)




**Szögnagyítása:**

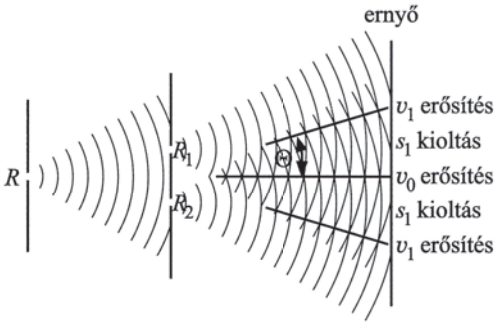
$$N_{sz} = \frac{f_1}{f_2}$$

$f_1$, $f_2$: a két lencse fókusztávolsága

## 4.2. Fizikai optika

### 4.2.1. Fényinterferencia

**Young-kísérlet** (kétréses interferencia)




**Erősítés** irányai:

$$\sin\theta_e = \frac{k\lambda}{d}$$

**Kioltás** irányai:

$$\sin\theta_k = \frac{2k+1}{d} \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$\Theta$: az interferenciacsíkok helyének iránya a szimmetriasíkhoz képest
$\lambda$: a fény hullámhossza
$d$: a rések távolsága; $k = 0, 1, 2, \ldots$

### 4.2.2. Fényelhajlás (diffrakció)

**Fényelhajlás résen**

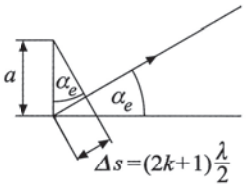
**Erősítés** irányai (közelítőleg):

$$\sin\alpha_e = \left(\frac{2k+1}{a}\right) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

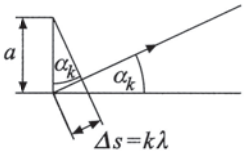
**Kioltás** irányai (pontosan):

$$\sin\alpha_k = \frac{2k}{a} \cdot \frac{\lambda}{2}$$

ernyő




ernyő



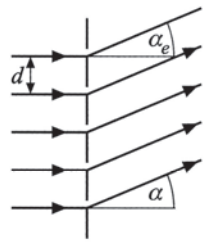

$\lambda$: a fény hullámhossza
$a$: a rés mérete; $k = 0, 1, 2, \ldots$

**Fényelhajlás optikai rácson**

**Erősítés** irányai (pontosan):

$$\sin\alpha_e = \frac{k\lambda}{d}$$

**Kioltás** irányai:
Ha a rések $N$ száma elég nagy, akkor gyakorlatilag az összes többi irányban kioltás van.




$d$: a rácsállandó
$\lambda$: a fény hullámhossza
$k = 0, 1, 2, \ldots$

**Fotoeffektus**

Einstein-féle egyenlet:

$$hf = W_{ki} + \frac{1}{2}mv^2$$

$h$: a Planck-állandó
$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js
$f$: a foton frekvenciája
$E = hf$: a foton energiája
$W_{ki}$: a kilépési munka
$\frac{1}{2}mv^2$: a kilépő elektron mozgási energiája
$c$: a fénysebesség

A küszöbhullámhossz (a hatást még kiváltó legkisebb energiájú foton hullámhossza):

$$\lambda_{max} = h\frac{c}{W_{ki}}$$

**A fénynyomás**

A felületnek átadott $p$ impulzus fotononként

– elnyelődés esetén: $p = \frac{h \cdot f}{c}$

– visszaverődés esetén: $\Delta p = 2p = \frac{2h \cdot f}{c}$

A felületre gyakorolt nyomás
– elnyelődés esetén: $P = n \cdot h \cdot f$
– visszaverődés esetén: $P = 2n \cdot h \cdot f$

$P$: a fénynyomás; $[P] = \text{Pa}$
$n$: a felületre merőlegesen beeső fénysugár fotonszámsűrűsége
$[n] = \frac{1}{\text{m}^3}$

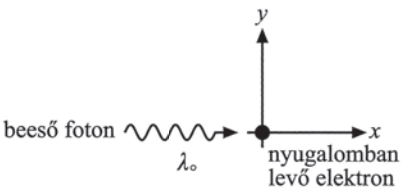
**Compton-effektus** (foton és elektron ütközése)

A foton hullámhosszváltozása:

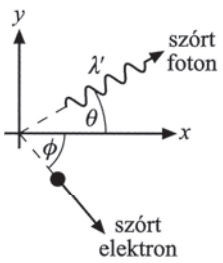
$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_e c}\sin^2\frac{\theta}{2}$$

$$\frac{h}{m_e c} = 2{,}43 \cdot 10^{-12}\ \text{m}\ \text{(Compton-hullámhossz)}$$

$\theta$: a foton szóródásának szöge
$h$: a Planck-állandó
$m_e$: az elektron nyugalmi tömege
$c$: a vákuumbeli fénysebesség




Az ütközés előtt




Az ütközés után

## Világítástechnikai alapfogalmak

**A fényforrás fényerőssége** ($I$)
(Vizuális alapon értelmezett mennyiség)
A fényforrásból a fény terjedési irányában egységnyi térszögben másodpercenként átáramlott energia.

$I$: a pontszerű fényforrás fényerőssége
Egysége: candela (cd)
(SI-alapegység)

**A fényáram** ($\Phi$)
A fényforrásból tetszőleges térszögbe másodpercenként átáramló energia:

$\Phi = I \cdot \Omega$

$\Phi_{összes} = I \cdot 4\pi$ (A térbe sugárzott összes fényáram)

$\Phi$: a fényáram
$[\Phi]$ = lumen (lm)
$\Omega$: térszög; $[\Omega]$ = szteradián

**A megvilágítás erőssége** ($E$)

$$E = \frac{\Delta \Phi}{\Delta A}$$

$[E]$ = lux (lx), 1 lx = $\frac{1 \text{ lumen}}{\text{m}^2}$

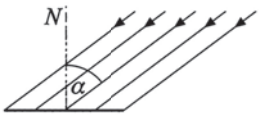
**A fénysugár fényáramsűrűsége** ($S$)

$$S = \frac{\Delta \Phi}{\Delta A_n}$$

$[S]$ = lux
$\Delta A_n$: a fénysugárra merőleges felület

**A felület megvilágításának erőssége:**

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha$$

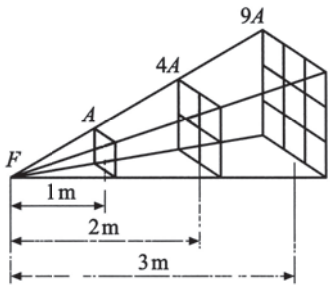



$I$: a pontszerű fényforrás fényerőssége
$r$: a fényforrás és a felület távolsága
$\alpha$: a fény beesési szöge a felületre

**Pontszerű fényforrás** esetén a fénysugarak irányára merőlegesen elhelyezett **felületek megvilágításának aránya**:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

$r_1$ és $r_2$: a felületek távolsága a fényforrástól




Fényforrások **fényerősségének összehasonlítása** (ha a két fényforrás merőleges megvilágítás esetén egyenlő megvilágítást ad):

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

## 5. ATOMFIZIKA

### *5.1. Az atomok mérete és tömege*

Avogadro-állandó:

$$N_A = 6{,}022\,1367 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\text{mol}}$$

Egy mól mennyiségű anyag $N_A \approx 6 \cdot 10^{23}$ db molekulát tartalmaz.

Az atomok lineáris méretének becslése:

$$a = \sqrt[3]{\frac{M}{\varrho N_A}}$$

$M$: a moláris tömeg
$\varrho$: az anyag sűrűsége szilárd, illetve folyadékfázisban

Az **elemi elektromos töltés**, az elektron töltése:

$e = 1{,}602\,177\,33 \cdot 10^{-19}$ C

Minden töltés $e$ egész számú többszöröse

**Az atomfizikai tömegegység**

A $^{12}$C egy atom tömegének $\frac{1}{12}$ része,

$$1\ m_u = \frac{1}{12}\frac{M(^{12}C)}{N_A} = 1{,}660\,5402 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}.$$

$m_u$: az atomi tömegegység
$M(^{12}C) = 12\ \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

**Az energia atomfizikai egysége az elektronvolt:**

$1\ \text{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 1\ \text{V} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$

Egy atomi tömegegységnek megfelelő energia, $E = mc^2$ alapján:

$1\ m_u c^2 = 1{,}4924 \cdot 10^{-10}\ \text{J} = 931{,}5016\ \text{MeV}$

1 attojoule = 1 aJ = $10^{-18}$ J,
1 pikojoule = 1 pJ = $10^{-12}$ J

**A mágneses momentum egységei**

Bohr-magneton ($\mu_B$):

$$\mu_B = \frac{e}{2m_e} \cdot \frac{h}{2\pi} = 9{,}2740154 \cdot 10^{-24}\ \text{Am}^2$$

$m_e$: az elektron tömege
$h$: a Planck-állandó;
$h = 6{,}626\,0755 \cdot 10^{-34}$ Js

Magmagneton ($\mu_m$):

$$\mu_m = \frac{e}{2m_p} \cdot \frac{h}{2\pi} = 5{,}050\,7866 \cdot 10^{-27}\ \text{Am}^2$$

$m_p$: a proton tömege

**Az anyaghullámok**

A de Broglie-hullámhossz: a $p$ impulzusú elektronhoz rendelhető hullámhossz:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$\lambda$: a hullámhossz
$p = m_e v$ (az elektron impulzusa)

**Heisenberg-féle határozatlansági relációk**

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta p_y \cdot \Delta y \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta p_z \cdot \Delta z \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$; $h$: a Planck-állandó
$\Delta p$: az impulzusbizonytalanság
$\Delta x$, $\Delta y$, $\Delta z$: a helybizonytalanság
$\Delta E$: valamely állapot energiájának határozatlansága
$\Delta t$: az adott állapotban való tartózkodás időtartama

## *5.2. Atommodellek*

### *5.2.1. Gázok vonalas színképe*

A hidrogén látható színképvonalainak **hullámhossza**:

$$\lambda = 3645{,}6 \frac{n^2}{n^2 - 4} \quad \text{(Å-ben)} \quad \textbf{(Balmer-képlet)}$$

$n = 3, 4, 5$
$1\ \text{Å} = 10^{-10}\ \text{m}$

A hidrogén teljes elektromágneses spektrumában:

$$f = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad \textbf{(Rydberg-formula)} \quad (n > m)$$

$f$: a kibocsátás frekvenciája
$m$, $n$: természetes számok;
$R = 3{,}289 \cdot 10^{15}\ \frac{1}{\text{s}}$
(Rydberg-állandó)

### *5.2.2. Hőmérsékleti sugárzás*

Az $f$ frekvenciájú harmonikus oszcillátor energiája csak $E = hf$ egész számú többszöröse lehet:

$$E_n = nhf$$

Az oszcillátor csak $\Delta E = hf$ nagyságú energiakvantumokat képes elnyelni vagy kibocsátani.

$n = 0, 1, 2, \ldots$
$h$: a Planck-állandó
$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js
$f$: a sugárzás frekvenciája

### *5.2.3. A Bohr-féle atommodell*

**A Bohr-féle pályafeltétel, elektronpályák sugara, elektronok energiája**

Az elektron **impulzusnyomatéka** (perdülete) a megengedett elektronpályákon:

$$m_e \cdot r_n \cdot v_n = n \cdot \hbar \quad \text{(Bohr-féle pályafeltétel)}$$

$n = 1, 2, \ldots$
$r_n$: a pályasugár
$m_e$: az elektron tömege
$v_n$: a sebessége
$h$: a Planck-állandó
$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}0546 \cdot 10^{-34}$ Js

**Az elektronpálya sugara:** $r_n = \left(\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi Z m e^2}\right) \cdot n^2$

$m$: az elektron tömege
$e$: az elektron töltése
$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C
$\varepsilon_0$: a vákuumpermittivitás
$\varepsilon_0 = 8{,}854188 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$
$n = 1, 2, \ldots$ a pályát jellemző kvantumszám
$Z$: a rendszám

$Z = 1$ (H-atom) esetén: $r_n = (0{,}529 \cdot 10^{-10}\ \text{m}) \cdot n^2$

$Z$ rendszámú H-szerű [$(Z-1)$-szeresen ionizált] atomban az elektronok összes **energiája:**

$$E_n = -\frac{mZ^2e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

$Z = 1$ (H-atom) esetén: $E_n = -\frac{13{,}6\ \text{eV}}{n^2}$

**A Bohr-féle frekvenciafeltétel**

Az atomok által kibocsátott (elnyelt) elektromágneses hullám energiája (az $n$-edik és $m$-edik pálya közti átmenetkor):

$$hf = E_n - E_m$$

$f$: a frekvencia
$h$: a Planck-állandó
$E_n$, $E_m$: az elektron energiája az $n$-edik, illetve $m$-edik pályán

A gázok vonalas színképében a Bohr-modell szerinti frekvenciák:

$$f = \frac{1}{h}\frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$\varepsilon_0$: a vákuumpermittivitás
$e$: az elektron töltése
$m$: az elektron tömege
$Z$: a rendszám

$Z = 1$ (H-atom) esetén: $f = \left(3{,}289 \cdot 10^{15}\ \frac{1}{\text{s}}\right) \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$

## *5.3. Kötött részecskék kvantummechanikai leírása*

### *5.3.1. Dobozba zárt elektronok, állóhullámok*

(A „doboz" falai végtelen magas potenciálfalak)

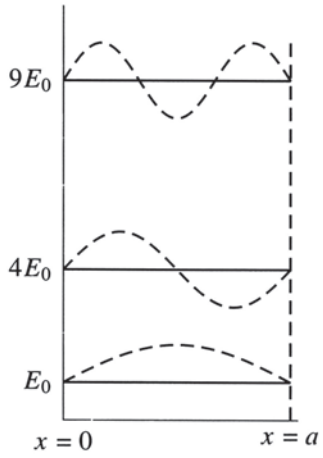
**Egydimenziós modell**

Az állóhullám hullámhossza, ha az elektron egy $a$ hosszúságú egyenes szakaszon mozoghat:

$$\lambda_k = \frac{2a}{k+1}$$

Ekkor az elektron mozgási energiája:

$$E_k = \frac{h^2 m}{2}\left[\frac{k+1}{2am}\right]^2 = \frac{h^2}{8ma^2}(k+1)^2$$




$k$: a belső csomók száma

A H-atomban az $n$ **főkvantumszámtól** függ az elektron kötési energiája:

$$E_n = -\left(\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\right) \cdot \frac{1}{n^2}$$

$n$: a főkvantumszám
$n = 1, 2, 3, \ldots$
$m$: az elektron tömege
$e$: az elektron töltése
$\varepsilon_0$: a vákuumpermittivitás
$h$: a Planck-állandó

Az $l$ **mellékkvantumszámtól** függ az elektron pálya impulzusmomentuma:

$$|\mathbf{N}| = \sqrt{l(l+1)} \cdot \hbar$$

$l$: a mellékkvantumszám;
$l = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

**N**: az impulzusmomentum
(Az impulzusmomentum gyakran használt jele az atomfizikában: $L$)

Az $m$ **mágneses kvantumszám** határozza meg az impulzusmomentum $z$ irányú komponensét:

$$N_z = m \cdot \hbar$$

$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$

Az elektron **mágneses momentuma**:

$$\mu = -\left(\frac{e}{2m_e}\right) \cdot \mathbf{N}$$

A mágneses momentum $z$-komponense:

$$\mu_z = -m \cdot \left(\frac{e \cdot \hbar}{2m_e}\right)$$

$$\frac{e \cdot \hbar}{2m_e} = 9{,}27 \cdot 10^{-24}\ \mathrm{Am}^2$$

a **Bohr-magneton**

Az $s$ **spinkvantumszám** határozza meg a spin-impulzusmomentum $z$-komponensét:

$$S_Z = s \cdot \hbar$$

$s$: a spinkvantumszám

$$s = \pm\frac{1}{2}$$

## 6. STATISZTIKUS FIZIKA

### *6.1. Termodinamikai valószínűség*

Valamely anyaghalmaz makroállapotát megvalósító **mikroállapotok** száma: $Y$

Két, egymástól független rendszer egyesítéseként létrejövő összetett rendszer mikroállapotainak száma:

$$Y_{AB} = Y_A Y_B$$

$Y$: a termodinamikai valószínűség ($Y > 1$)

$N$ részecskét tartalmazó, $V$ térfogatú, egyatomos ideális gáz mikroállapotainak száma:

$$Y(V, E) \sim V^N \cdot E^{\frac{3N}{2}}$$ ($E$ a gáz belső energiája)

**Einstein-kristály mikroállapotainak száma:**

(Einstein-kristály: $\frac{N}{3}$ atom, összesen $r$ energiaadag, minden atom három független irányban rezeghet, így minden atom 3 független harmonikus oszcillátornak tekinthető)

$$Y(E) = \frac{(N + r - 1)!}{r!(N - 1)!}$$

A kristály összes energiája:
$E = r\varepsilon_0$
$\varepsilon_0$: az energiakvantum

**Az entrópia statisztikus fizikai definíciója**

$$S = k \cdot \ln Y$$

$S$: az entrópia
$k$: a Boltzmann-állandó
$Y$: a termodinamikai valószínűség

**A hőmérséklet statisztikus fizikai definíciója**

$$T = \frac{Q}{\Delta S}$$

$Q$: a hőcsere mértéke
$\Delta S$: az entrópiaváltozás

**Boltzmann-féle energiaeloszlás**

$\varepsilon$ és $\varepsilon + \Delta\varepsilon$ közé eső energiájú részecskék száma:

$$N(\varepsilon) = \frac{2\pi N}{(\pi kT)^{\frac{3}{2}}} \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \cdot \Delta\varepsilon$$

$k$: a Boltzmann-állandó
$T$: a hőmérséklet

**Energiaeloszlás az Einstein-kristályban**:

$$N(\varepsilon) = N(0) \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}$$

$$N(0) = N\left(1 - e^{-\frac{\varepsilon_0}{kT}}\right)$$

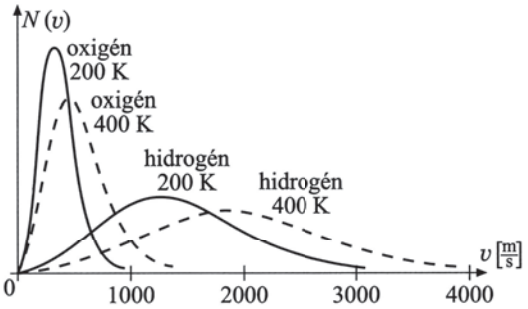
$N(\varepsilon)$: az $\varepsilon$ energiájú atomok száma
$N(0)$: a 0 energiájú atomok száma
$\varepsilon_0$: az energiakvantum
$\varepsilon = l \cdot \varepsilon_0$, $l = 0, 1, 2, 3, \ldots$

## 6.2. Maxwell-féle sebességeloszlás

Az $N$ részecskéből álló ideális gázban $v$ és $v + \Delta v$ határok közötti sebességű részecskék száma:

$$N(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N v^2 \cdot \left(\frac{m_0}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \Delta v$$

$T$: a hőmérséklet
$m_0$: egy részecske tömege
$k$: a Boltzmann-állandó;
$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$
$N$: a részecskék összes száma




Termikus átlagsebesség $T$ hőmérsékleten:

$$v_{\text{term}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$M$: moláris tömeg
$R$: a gázállandó
$R = 8{,}314 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$

A legvalószínűbb sebesség $T$ hőmérsékleten: $v = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} \approx 0{,}82 v_{\text{term}}$

A közepes sebesség $T$ hőmérsékleten: $\overline{v} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} \approx 0{,}92 v_{\text{term}}$

**Magasság szerinti eloszlás:**

A Föld nehézségi terében az állandó $T$ hőmérsékletű gáz sűrűségének magasság szerinti eloszlása:

$$\varrho(h) = \varrho_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$$

$\varrho(h)$: a sűrűség $h$ magasságban
$\varrho_0$: a sűrűség a Föld felszínén
$m$: a molekula tömege
$k$: a Boltzmann-állandó
$T$: a hőmérséklet

# 7. MAGFIZIKA, ELEMI RÉSZECSKÉK

## 7.1. Az atommag

### 7.1.1. Az atommagok kötési energiája

Az atommag különálló **nukleonokra** történő, teljes szétbontásához szükséges **energia:**

$$E = (Zm_p + Nm_n - M)c^2 = \Delta mc^2$$

$c$: a vákuumbeli fénysebesség
$Z$: a rendszám, a protonok száma
$N$: a neutronok száma
$m_p$: a proton tömege
$m_n$: a neutron tömege
$M$: a mag tömege
$A$: a tömegszám
$\Delta m$: a tömegdefektus

Az **atommagokat összetartó kötési energia** a „csepp-modell" szerint:

$$E(Z,A) = -\varepsilon_V \cdot A + \varepsilon_F \cdot \sqrt[3]{A^2} + \varepsilon_C \cdot \frac{Z^2}{\sqrt[3]{A}} + \varepsilon_P \cdot \frac{(N-Z)^2}{A}$$

térfogati energia | felületi energia | Coulomb-energia | Pauli-energia

$\varepsilon$ arányossági tényezők értékei:
$\varepsilon_v = 2{,}52$ pJ
$\varepsilon_F = 2{,}85$ pJ
$\varepsilon_C = 0{,}11$ pJ
$\varepsilon_p = 3{,}80$ pJ

Állandó tömegszámú atommag **energiája** akkor **minimális,** ha a protonok száma:

$$Z_{\min} \approx \frac{A}{2 + 0{,}014\sqrt[3]{A^2}}$$

Kicsi tömegszámok ($A$) esetén: $Z \approx \frac{A}{2}$, így $Z = N$

Nagy tömegszámok esetén: $Z < \frac{A}{2}$, így $Z < N$

$A$: a tömegszám
$N$: a neutronok száma
$Z$: a rendszám
$A = Z + N$

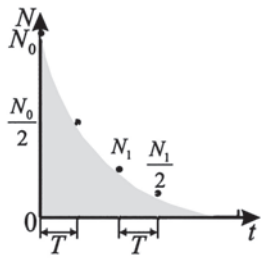
**Az atommagok sugara (méterben):**

$$R \cong 1{,}20 \cdot 10^{-15} \cdot \sqrt[3]{A}$$

$A$: a tömegszám

## 7.2 Radioaktivitás

### 7.2.1. A radioaktív bomlási törvény




**A radioaktív bomlási törvény**

$$N(t) = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} = N_0 2^{-\frac{t}{T}} = N_0 e^{-\lambda t}$$

A radioaktív atommagok $N$ száma $T$ felezési időnként megfeleződik.

$N_0$ és $N(t)$: A kezdetben ($t=0$) meglévő, illetve a $t$ időpontban meglévő (nem elbomlott) radioaktív atommagok száma
$T$: a felezési idő
$T$ és $t$ azonos mértékegységűek

Radioaktív sugárforrás $A$ **aktivitása** az időegység alatt elbomlott részecskék száma:

$$A = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$$

Pillanatnyi értéke arányos az el nem bomlott atommagok pillanatnyi $N$ számával:

$$A(t) = \lambda N(t) = \frac{\ln 2}{T} N(t) \approx \frac{0{,}693}{T} N(t)$$

aktivitás, $[A] = \text{Bq} = \frac{1}{\text{s}}$

$1\ \text{Bq} = \frac{1\ \text{bomlás}}{1\ \text{s}}$

SI-n kívül: Curie (Ci)

$1\ \text{Ci} = 3{,}70 \cdot 10^{10}\ \text{Bq}$

$\lambda$: bomlási állandó, $[\lambda] = \frac{1}{\text{s}}$

Az aktivitás időbeli alakulása:

$$A(t) = A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} = A_0 2^{-\frac{t}{T}} = A_0 e^{-\lambda t}$$

$A_0$ és $A(t)$ a sugárforrás kezdeti ($t = 0$), illetve a $t$ időpontbeli aktivitása

A **bomlási állandó** és a felezési idő kapcsolata:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} \approx \frac{0{,}693}{T}$$

A mag átlagos élettartama: $\tau = \frac{1}{\lambda}$

*7.2.2. A radioaktív bomlás főbb típusai*

**$\alpha$-bomlás**: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}\alpha$ ($\alpha$-sugárzás)

**negatív $\beta$-bomlás**: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + \beta^-$ (elektronsugárzás)

**pozitív $\beta$-bomlás**: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \beta^+$ (pozitronsugárzás)

**$\gamma$-bomlás**: nincs összetétel-változás (elektromágneses sugárzás)

$X$: a bomló elem (anyaelem)
$Y$: a keletkezett elem (leányelem)
$A$: a tömegszám
$Z$: a rendszám

**Proton–neutron átalakulások:**

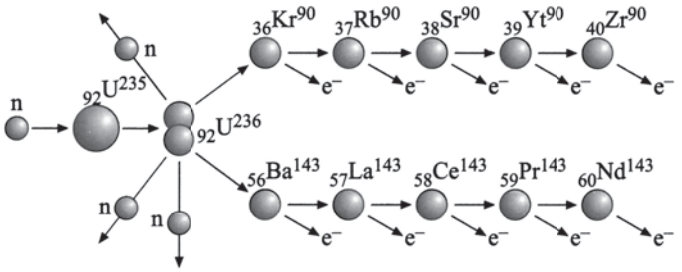
$p \rightarrow n + \beta^+ + \nu; \quad n \rightarrow p + \beta^- + \overline{\nu}.$

**Elektronbefogás:**

${}^{A}_{Z}M + e \rightarrow {}_{Z-1}{}^{A}M.$

$\beta^-$: elektron
$\beta^+$: pozitron
$\nu$: neutrínó
$\overline{\nu}$: antineutrínó

*7.3. Maghasadás*




| A 235-ös urán hasadásának energiamérlege: | |
|---|---|
| A hasadási termékek kinetikus energiája: | 167 MeV |
| A $\beta$-bomlás energiája: | 5 MeV |
| A $\gamma$-bomlás energiája: | 5 MeV |
| A hasadásnál keletkező neutronok energiája: | 5 MeV |
| A neutrínókkal távozott energia: | 11 MeV |
| A hasadás pillanatában keletkező sugárzás: | 5 MeV |
| Összesen: | 198 MeV |

U: urán
n: neutron
Kr: kripton
Rb: rubídium
Sr: stroncium
Yt: ittrium
Zr: cirkónium
Ba: bárium
La: lantán
Ce: cérium
Pr: prazeodímium
Nd: neodímium

## *7.4. Magfúzió*

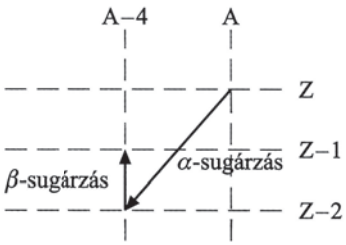
**A fúziós energiatermelés néhány lehetséges reakciója**

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} = {}^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} + 3{,}25\ \mathrm{MeV},$$
$$^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} = {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} + 17{,}6\ \mathrm{MeV},$$
$$^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{2}\mathrm{He} = {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} + 18{,}3\ \mathrm{MeV},$$
$$^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{3}_{2}\mathrm{He} = {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2\,{}^{1}_{1}\mathrm{H} + 12{,}8\ \mathrm{MeV},$$
$$^{6}_{3}\mathrm{Li} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} = 2\,{}^{4}_{2}\mathrm{He} + 22{,}4\ \mathrm{MeV},$$
$$^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} = 2\,{}^{4}_{2}\mathrm{He} + 17{,}3\ \mathrm{MeV}$$

H: hidrogén
He: hélium
n: neutron
Li: lítium

**A hidrogénbomba láncreakciója**

$$n + {}^{6}_{3}\mathrm{Li} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{3}_{1}\mathrm{H}$$
$$\uparrow \qquad\qquad \downarrow$$
$$n + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \leftarrow {}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H}$$




## *7.5. Radioaktív bomlási sorozatok*

**$A = 4n$; tóriumsorozat**

| 208 | 212 | 216 | 220 | 224 | 228 | 232 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 1,9 év | $1{,}4\cdot10^{10}$ év | 90 Th (tórium) |
| | | | | | 6,1 óra | | 89 Ac (aktínium) |
| | | | | 3,6 nap | 6,7 év | | 88 Ra (rádium) |
| | | | 55 s | | | | 86 Rn (radon) |
| | | $3\cdot10^{-7}$ s | 0,15 s | | | | 84 Po (polónium) |
| | | 61 perc | | | | | 83 Bi (bizmut) |
| $\infty$ | | 11 óra | | | | | 82 Pb (ólom) |
| 3,1 perc | | | | | | | 81 Tl (tallium) |

**$A = 4n + 1$; neptúniumsorozat**

| 209 | 213 | 217 | 221 | 225 | 229 | 233 | 237 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | $2{,}2 \cdot 10^6$ év | 93 Np (neptúnium) |
| | | | | | | $1{,}6 \cdot 10^5$ év | | 92 U (urán) |
| | | | | | | 27 nap | | 91 Pa (protaktínium) |
| | | | | | $7{,}3 \cdot 10^3$ év | | | 90 Th (tórium) |
| | | | | 10 nap | | | | 89 Ac (aktínium) |
| | | | | 15 nap | | | | 88 Ra (rádium) |
| | | | 4,8 perc | | | | | 87 Fr (francium) |
| | | | | | | | | |
| | | 0,03 s | | | | | | 85 At (asztácium) |
| | $4 \cdot 10^{-5}$ s | | | | | | | 84 Po (polónium) |
| $\infty$ | 47 perc | | | | | | | 83 Bi (bizmut) |
| 3,3 óra | | | | | | | | 82 Pb (ólom) |
| 2,2 perc | | | | | | | | 81 Tl (tallium) |

**$A = 4n + 2$; urán-rádium sorozat**

| 206 | 210 | 214 | 218 | 222 | 226 | 230 | 234 | 238 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | $2{,}5 \cdot 10^5$ év | $4{,}5 \cdot 10^9$ év | 92 U (urán) |
| | | | | | | | 68 s | | 91 Pa (protaktínium) |
| | | | | | | $8 \cdot 10^4$ év | 24 nap | | 90 Th (tórium) |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | 1600 év | | | | 88 Ra (rádium) |
| | | | | | | | | | |
| | | | | 3,8 nap | | | | | 86 Rn (radon) |
| | | | | | | | | | |
| | 139 nap | $10^{-4}$ s | 3 perc | | | | | | 84 Po (polónium) |
| | 5 nap | 20 perc | | | | | | | 83 Bi (bizmut) |
| $\infty$ | 22 év | 27 perc | | | | | | | 82 Pb (ólom) |
| | 1,3 perc | | | | | | | | 81 Tl (tallium) |

$A = 4n + 3$; **aktíniumsorozat**

| 207 | 211 | 215 | 219 | 223 | 227 | 231 | 235 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | $7{,}1 \cdot 10^8$ év | 92 U (urán) |
| | | | | | | $3{,}2 \cdot 10^4$ év | | 91 Pa (protaktínium) |
| | | | | | 19 nap | 25 óra | | 90 Th (tórium) |
| | | | | | 22 év | | | 89 Ac (aktínium) |
| | | | | 11 nap | | | | 88 Ra (rádium) |
| | | | | 22 perc | | | | 87 Fr (francium) |
| | | | 4 s | | | | | 86 Rn (radon) |
| | 0,5 s | $10^{-3}$ s | | | | | | 84 Po (polónium) |
| | 2,2 perc | | | | | | | 83 Bi (bizmut) |
| ∞ | 36 perc | | | | | | | 82 Pb (ólom) |
| 4,8 perc | | | | | | | | 81 Tl (tallium) |

## *7.6. Sugárzásvédelem*

### Dózisfogalmak

**Besugárzási dózis** $= \dfrac{\text{töltés}}{\text{tömeg}}$

1 kg levegőben a sugárzás által ionizációval keltett azonos előjelű ionok töltése:

$$X = \frac{Q}{m}$$

$X$: a besugárzási dózis;

$[X] = \dfrac{\text{C}}{\text{kg}}$

$Q$: a töltés

$m$: a levegő tömege

**Elnyelt sugárzás** $= \dfrac{\text{energia}}{\text{tömeg}}$

1 kg anyaggal ionizáló részecskék útján közölt energia:

$$D = \frac{E_D}{m}$$

$D$: az elnyelt dózis;

$[D] = \dfrac{\text{J}}{\text{kg}} = \text{Gy}$ (1 gray)

$E_D$: az energia

$m$: a tömeg

### Dózisegyenérték

A várható biológiai hatást jellemzi.

$$H = QD$$

$H$: a dózisegyenérték;

$[H] = \text{Sv}$ (sievert); $[\text{Sv}] = \dfrac{\text{J}}{\text{kg}}$

$Q$: a sugárzás minőségi tényezője

## 8. A SPECIÁLIS RELATIVITÁSELMÉLET ALAPJAI

### *8.1. Relativisztikus kinematika*

A vákuumbeli fénysebesség minden inerciarendszerben $c$.

**Az időtágulás (időtágulás)**

A $K$ rendszerhez képest $v$ sebességgel mozgó $K'$ rendszerben mért $\Delta t'$ időtartam $K$-ban mért $\Delta t$ értéke: $\Delta t = \gamma \cdot \Delta t'$ (ahol $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ a Lorentz-tényező; $\beta = \dfrac{v}{c}$), tehát $\Delta t > \Delta t'$.

**Lorentz-transzformáció**

Egymáshoz képest a közös $x$, illetve $x'$ irányban egyenletes $v$ sebességgel mozgó $K$ és $K'$ rendszerbeli $(x, y, z, v)$, illetve $(x', y', z', v')$ téridő-koordináták közti transzformációk és inverz transzformációk:

$$x' = \gamma(x - vt), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \gamma\left(t - \beta\frac{x}{c}\right),$$

$$x = \gamma(x' + vt'), \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \gamma\left(t' + \beta\frac{x'}{c}\right)$$

**Hosszúságrövidülés (Lorentz-kontrakció)**

Ha egy $K'$-ben nyugalomban lévő rúd hossza $K'$-ben mérve $\Delta x'$, akkor $K$-ban mérve („$K$-ból nézve") $\Delta x$ hosszúságú, és ekkor: $\Delta x = \Delta x'\sqrt{1-\beta^2}$, tehát $\Delta x < \Delta x'$.

**Relativisztikus sebesség-összeadás**

Ha egy test sebessége $K$-ban $u$, $K'$-ben $u'$, akkor $u = \dfrac{u' + v}{1 + \dfrac{u'v}{c^2}}$ (ha $v \ll c$, akkor $u = u' + v$).

### *8.2. Relativisztikus dinamika*

A $v$ sebességgel **mozgó test tömege, impulzusa**

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad \mathbf{I} = \frac{m_0\mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$m_0$: a nyugalmi tömeg
$c$: a fénysebesség

**A teljes energia**: $E = mc^2 = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

**A mozgási energia:** $E_{\text{kin}} = mc^2 - m_0c^2$, ha $v \ll c$, akkor $E_{\text{kin}} \approx \dfrac{1}{2}m_0v^2$

**A nyugalmi energia:** $E_0 = m_0c^2$

**Tömegdefektus**

$M$ nyugalmi tömeg $m$-re való csökkenése

$(M - m)c^2 = \Delta E = \Delta mc^2$

energia felszabadulásával jár.

## *9.1. A Nemzetközi Mértékegységrendszer (SI)* **(Système International d'Unités)**

### *9.1.1. Alapmennyiségek és alapegységek*

| A mennyiség | | | Az SI-egység | |
|---|---|---|---|---|
| neve | jele | dimenzió jele | neve | jele |
| hosszúság | $l$ | L | méter | m |
| tömeg | $m$ | M | kilogramm | kg |
| idő | $t$ | T | másodperc (szekundum) | s |
| elektromos áramerősség | $I$ | I | amper | A |
| termodinamikai hőmérséklet | $T$ | Θ | kelvin | K |
| anyagmennyiség | $n$ | N | mól | mol |
| fényerősség | $I_v$ | J | kandela | cd |

### *9.1.2. Kiegészítő mennyiségek és kiegészítő egységek*

| A kiegészítő mennyiségek | | | A kiegészítő egységek | |
|---|---|---|---|---|
| neve | jele | dimenzió jele | neve | jele |
| síkszög | $\alpha, \beta$ | 1 | radián | rad |
| térszög | $\Omega, \omega$ | 1 | szteradián | sr |

### *9.1.3. Az alapegységek definíciója*

*A hosszúság mértékegysége a méter (m).*
Egy méter az a távolság, amelyet a vákuumban terjedő fény 1/299 792 458 másodperc alatt tesz meg.

*A tömeg mértékegysége a kilogramm (kg).*
Egy kilogramm az 1889-ben megtartott Első Általános Súly- és Mértékügyi Értekezlet által etalonnak elfogadott platina-irídium henger tömege.

*Az idő mértékegysége a másodperc (s).*
Egy másodperc az alapállapotú cézium ($^{133}$Cs) atom két hiperfinom energiaszintje közötti átmenethez tartozó sugárzás 9 192 631 770 periódusának időtartama.

*Az elektromos áramerősség mértékegysége az amper (A).*
Egy amper annak az állandó áramnak az erőssége, amely két végtelen hosszú, párhuzamos, vékony, kör keresztmetszetű, egymástól 1 méter távolságban, vákuumban levő vezetőben áramolva, közöttük méterenként $2 \cdot 10^{-7}$ N erőt létesít.

*A termodinamikai hőmérséklet mértékegysége a kelvin (K).*
Egy kelvin a víz hármaspontja termodinamikai hőmérsékletének 1/273,16-szorosa.

*Az anyagmennyiség mértékegysége a mól (mol).*
Egy mól az az anyagmennyiség, amely annyi elemi egységet tartalmaz, mint amennyi atom van 12 g $^{12}$C-ben.

*A fényerősség mértékegysége a kandela (cd).*
Egy kandela annak a fényforrásnak a fényerőssége adott irányban, amelyik $540 \cdot 10^{12}$ Hz frekvenciájú monokromatikus fényt sugároz ki 1/683 watt/szteradián intenzitással az adott irányban.

### *9.1.4. A kiegészítő egységek definíciója*

*A síkszög egysége a radián (rad).*
Egy radián a kör sugarával megegyező ívhosszhoz tartozó középponti síkszög.

*A térszög egysége a szteradián (sr).*
Egy szteradián a gömbsugár négyzetével megegyező területű gömbsüveghez tartozó középponti térszög.

### *9.1.5. Önálló nevű származtatott mértékegységek*

| A mennyiség neve | A mértékegység neve | jele | kifejezése szokásos egységekkel | kifejezése alapmennyiségekkel |
|---|---|---|---|---|
| frekvencia | hertz | Hz | $1/s$ | $1/s$ |
| erő | newton | N | $m \cdot kg/s^2$ | $m \cdot kg/s^2$ |
| nyomás | pascal | Pa | $N/m^2$ | $kg/(m \cdot s^2)$ |
| energia | joule | J | $N \cdot m$ | $m^2 \cdot kg/s^2$ |
| teljesítmény | watt | W | $J/s$ | $m^2 \cdot kg/s^3$ |
| elektromos töltés | coulomb | C | $A \cdot s$ | $A \cdot s$ |
| elektromos feszültség | volt | V | $W/A$ | $m^2 \cdot kg/(s^3 \cdot A)$ |
| elektromos kapacitás | farad | F | $C/V$ | $s^4 \cdot A^2/(m^2 \cdot kg)$ |
| elektromos ellenállás | ohm | Ω | $V/A$ | $m^2 \cdot kg/(s^3 \cdot A^2)$ |
| elektromos vezetőképesség | siemens | S | $1/\Omega$ | $s^3 \cdot A^2/(m^2 \cdot kg)$ |
| mágneses fluxus | weber | Wb | $V \cdot s$ | $m^2 \cdot kg/(s^2 \cdot A)$ |
| mágneses indukció | tesla | T | $Wb/m^2$ | $kg/(s^2 \cdot A)$ |
| induktivitás | henry | H | $Wb/A$ | $m^2 \cdot kg/(s^2 \cdot A^2)$ |
| fényáram | lumen | lm | $cd \cdot sr$ | $cd \cdot sr$ |
| megvilágítás | lux | lx | $lm/m^2$ | $cd \cdot sr/m^2$ |
| katalitikus aktivitás | katal | kat | $mol/s$ | $mol/s$ |
| radioaktív sugárforrás aktivitása | becquerel | Bq | $1/s$ | $1/s$ |
| elnyelt sugárdózis | gray | Gy | $J/kg$ | $m^2/s^2$ |
| dózisegyenérték | sievert | Sv | $J/kg$ | $m^2/s^2$ |

### *9.1.6. Az SI-mértékegységrendszeren kívüli mértékegységek*

A gyakorlatban előfordulnak az SI-hez nem tartozó mértékegységek.
Ezek egy része korlátozások nélkül használható (A jelűek) vagy csak adott szakterületen használható (B jelűek) vagy nem használható (C jelűek).

| Neve | Jelölés | Kifejezése SI-egységgel | |
|---|---|---|---|
| hosszúságegységek | | | |
| ångström | Å | $10^{-10}$ m | C |
| csillagászati egység | au, ua, Cs. E. | $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m | B |
| fényév | ly | $9{,}460\,53 \cdot 10^{15}$ m | B |
| parsec | ps, pc | $3{,}0857 \cdot 10^{16}$ m | B |
| amerikai mérföld | | $1{,}609\,35 \cdot 10^{3}$ m | C |
| amerikai tengeri mérföld | | $1{,}853\,24 \cdot 10^{3}$ m | C |
| hivatalos angol mérföld | | $1{,}609\,35 \cdot 10^{3}$ m | C |
| angol tengeri mérföld | | $1{,}853\,18 \cdot 10^{3}$ m | C |
| tipográfiai pont | | $3{,}76 \cdot 10^{-4}$ m | B |
| cicero (12 tipográfiai pont) | | $4{,}512 \cdot 10^{-3}$ m | B |
| yard | yd | 0,9144 m | C |
| foot (láb) | ft | 0,3048 m | C |
| inch, hüvelyk, col | in | $2{,}54 \cdot 10^{-2}$ m | C |
| mil | mil | $2{,}54 \cdot 10^{-5}$ m | C |
| terület-mértékegységek | | | |
| hektár | ha | $10^{4}$ m$^2$ | B |
| négyszögöl (bécsi négyszögöl) | □-öl | 3,596 651 m$^2$ | C |
| katasztrális hold (1600 □-öl) | kh | 5 754,64 m$^2$ | C |
| magyar hold (1200 □-öl) | mh | 4 315,98 m$^2$ | C |
| acre | | $4{,}046\,856 \cdot 10^{3}$ m$^2$ | C |
| térfogategységek | | | |
| liter | l | $1 \cdot 10^{-3}$ m$^3$ | A |
| bécsi akó | | $5{,}659 \cdot 10^{-2}$ m$^3$ | C |
| magyar akó | | $5{,}43 \cdot 10^{-2}$ m$^3$ | C |
| magyar icce | | $8{,}484 \cdot 10^{-4}$ m$^3$ | C |
| barrel (hordó) olaj esetén | | $1{,}587 \cdot 10^{-1}$ m$^3$ | C |
| gallon olaj esetén | | $3{,}785 \cdot 10^{-3}$ m$^3$ | C |
| pint | | $5{,}683 \cdot 10^{-4}$ m$^3$ | C |

| Neve | Jelölés | Kifejezése SI-egységgel | |
|---|---|---|---|
| szögegységek | | | |
| ívfok | $\ldots^{\circ}$ | $\pi/180 = 1{,}745 \cdot 10^{-2}$ rad | A |
| ívperc | $\ldots'$ | $\pi/(180 \cdot 60) = 2{,}908 \cdot 10^{-4}$ rad | A |
| ívmásodperc | $\ldots''$ | $\pi/(180 \cdot 60 \cdot 60) = 4{,}848 \cdot 10^{-6}$ rad | A |
| gon (újfok) | gon, $\ldots^{g}$ | $\pi/200 = 1{,}57 \cdot 10^{-2}$ rad | B |
| újperc | $\ldots^{cg}$, $\ldots^{c}$ | $\pi/(200 \cdot 100) = 1{,}57 \cdot 10^{-4}$ rad | B |
| ezredújfok | $\ldots^{mg}$ | $\pi/(200 \cdot 1000) = 1{,}57 \cdot 10^{-5}$ rad | B |
| újmásodperc | $\ldots^{cc}$ | $\pi/(200 \cdot 10000) = 1{,}57 \cdot 10^{-6}$ rad | B |
| időmértékegységek | | | |
| perc | min | 60 s | A |
| óra | h | 3 600 s | A |
| nap | d | 86 400 s | A |
| sebességegységek | | | |
| km/h | | 0,2777 m/s | A |
| mérföld/óra (amerikai) | mph | 0,447 m/s | C |
| tömegegységek | | | |
| metrikus karát | | $2 \cdot 10^{-4}$ kg | C |
| mázsa | q | $1 \cdot 10^{2}$ kg | C |
| tonna | t | $1 \cdot 10^{3}$ kg | A |
| font | lb | 0,4536 kg | C |
| uncia | oz | 0,02835 kg | C |
| erőegységek | | | |
| dyn | | $1 \cdot 10^{-5}$ N | B |
| pond | | $9{,}8066 \cdot 10^{-3}$ N | C |
| kilopond | kp | 9,8066 N | C |
| nyomásegységek | | | |
| torr | torr | 133,322 Pa | C |
| higanymilliméter | Hgmm | 133,322 Pa | C |
| technikai atmoszféra | at | 98 066,5 Pa | C |
| fizikai atmoszféra | atm | 760 torr = 101 325 Pa | C |
| bar | bar | $10^{5}$ Pa | B |
| psi | psi | 6895 Pa | C |

| Neve | Jelölés | Kifejezése SI-egységgel | |
|---|---|---|---|
| munka-, energiaegységek | | | |
| elektronvolt | eV | $1{,}602\,18 \cdot 10^{-19}$ J | B |
| erg | erg | $1 \cdot 10^{-7}$ J | B |
| literatmoszféra, fizikai | l · atm | $1{,}013\,28 \cdot 10^{2}$ J | C |
| literatmoszféra, technikai | l · at | $0{,}980\,665 \cdot 10^{2}$ J | C |
| méterkilopond | mkp | 9,806 65 J | C |
| wattóra | Wh | $3{,}6 \cdot 10^{3}$ J | A |
| lóerőóra | LEh | $2{,}6478 \cdot 10^{6}$ J | C |
| kalória | cal | 4,1868 J | C |
| teljesítményegységek | | | |
| erg/szekundum | erg/s | $1 \cdot 10^{-7}$ W | B |
| lóerő | LE | 735,5 W | C |
| voltamper | VA | 1 W | B |
| voltamper reaktív | var | 1 W | B |
| mkp/s | mkp/s | 9,8065 W | C |
| kcal/h | kcal/h | 1,163 W | C |
| viszkozitásegységek | | | |
| poise | P | $10^{-1}$ Pa · s | C |
| stokes | St | $10^{-4}$ m$^2$/s | C |
| hőmérsékletegységek | | | |
| Celsius-fok | °C | 1 K | A |
| Réaumur-fok | °R | $0{,}8 \cdot (t)_{°C}$ | C |
| Fahrenheit-fok | °F | $1{,}8 \cdot (t)_{°C} + 32$ | C |
| elektromos egységek | | | |
| biot | Bi | 10 A | B |
| franklin | Fr | $(1/3) \cdot 10^{-9}$ C | B |
| gauss | G | $10^{-4}$ T | B |
| maxwell | M | $10^{-8}$ Wb | B |
| oersted | Oe | $(10^3/4\pi)$ A/m | B |
| sugárfizikai mennyiségek | | | |
| curie | Ci | $3{,}7 \cdot 10^{10}$ Bq | C |
| rad | rd | $10^{-2}$ Gy | C |
| röntgen | R | $2{,}58 \cdot 10^{-4}$ Ci/kg | C |
| hangnyomásmennyiségek | | | |
| bel ($\lg(p/p_0)$) | B | Nem helyettesíthetők SI-mértékegységekkel | A |
| decibel ($20 \cdot \lg(p/p_o)$) | dB | Nem helyettesíthetők SI-mértékegységekkel | A |
| neper 8,685 89 db | Np | Nem helyettesíthetők SI-mértékegységekkel | A |
| phon ($10 \cdot \lg(I/I_0)$) | phon | Nem helyettesíthetők SI-mértékegységekkel | A |

| Előtag | Jele | Neve | Értéke | Előtag | Jele | Neve | Értéke |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| yotta- | Y | kvadrillió | $10^{24}$ | yocto- | y | kvadrilliomod | $10^{-24}$ |
| zetta- | Z | ezertrillió | $10^{21}$ | zepto- | z | ezertrilliomod | $10^{-21}$ |
| exa- | E | trillió | $10^{18}$ | atto- | a | trilliomod | $10^{-18}$ |
| peta- | P | ezerbillió | $10^{15}$ | femto- | f | ezerbilliomod | $10^{-15}$ |
| tera- | T | billió | $10^{12}$ | piko- | p | billiomod | $10^{-12}$ |
| giga- | G | milliárd | $10^{9}$ | nano- | n | ezermilliomod | $10^{-9}$ |
| mega- | M | millió | $10^{6}$ | mikro- | $\mu$ | milliomod | $10^{-6}$ |
| kilo- | k | ezer | $10^{3}$ | milli- | m | ezred | $10^{-3}$ |
| hekto-* | h | száz | $10^{2}$ | centi-* | c | század | $10^{-2}$ |
| deka-* | da | tíz | $10^{1}$ | deci-* | d | tized | $10^{-1}$ |

* Ennek a négy prefixumnak a használata csak az alábbi kivételes esetekben ajánlott:

| Mértékegység | Jele |
|---|---|
| hektoliter | hl vagy hL |
| hektopascal | hPa |
| dekagramm | dag vagy dkg |
| deciliter | dl vagy dL |
| deciméter | dm |
| centiméter | cm |
| centigramm | cg |
| centiliter | c vagy cl |
| centigray | cGy |
| centisievert | cSv |

Az alábbi egységekhez tilos prefixumot kapcsolni:
– fok, ívperc, ívmásodperc
– perc, óra, nap, hét, hónap, év
– Celsius-fok
– csillagászati egység, parsec, fényév, tengeri mérföld
– hektár

### *9.2.1. Nagyon kis arányok kifejezése*

Régebben a nagyon kis arányok kifejezésére a *part per...* alakú kifejezéseket használták:
ppm: milliomodrész; pphm: százmilliomodrész; ppb: billiomodrész.
Ezek helyett a megfelelő prefixumos alakokat kell használni.

### *9.2.2. Ajánlott prefixumok nagyon kicsi és nagyon nagy mennyiségek kifejezésére*

| Neve | Jele | Értéke | Neve | Jele | Értéke |
|---|---|---|---|---|---|
| yototta | Ya | $10^{48}$ | yocotto | yo | $10^{-48}$ |
| zetotta | Za | $10^{45}$ | zepocto | zo | $10^{-45}$ |
| exotta | Ea | $10^{42}$ | attocto | ao | $10^{-42}$ |
| petotta | Pa | $10^{39}$ | femocto | fo | $10^{-39}$ |
| terotta | Ta | $10^{36}$ | picocto | po | $10^{-36}$ |
| gigotta | Ga | $10^{33}$ | nanocto | no | $10^{-33}$ |
| megotta | Ma | $10^{30}$ | micocto | mo | $10^{-30}$ |
| kilotta | Ka | $10^{27}$ | milocto | mo | $10^{-27}$ |

### 9.2.3. Bináris prefixumok

Az IEC (International Electrotechnical Commission) ajánlása, egyeztetve a CIMP (International Committee for Weights and Measures) és az IEEE (Institute of Electrical and Electronic Engineers) szervezetekkel.

| Neve | Jele | Értéke |
|---|---|---|
| kibi | Ki | $2^{10}$ |
| mebi | Mi | $2^{20}$ |
| gibi | Gi | $2^{30}$ |
| tebi | Ti | $2^{40}$ |
| pebi | Pi | $2^{50}$ |
| exbi | Ei | $2^{60}$ |

Néhány példa a használatra:

| | |
|---|---|
| 1 kibibit | 1 Kibit = $2^{10}$ bit = 1024 bit |
| 1 kibibájt | 1 KiB = $2^{10}$ B = 1024 B |
| 1 mebibit | 1 Mibit = $2^{20}$ bit = 1 048 576 bit |
| 1 mebibájt | 1 MiB = $2^{20}$ B = 1 048 576 B |

## 9.3. Fontosabb fizikai állandók

### 9.3.1. Univerzális állandók

| Az állandó neve | Jele | Egysége | Pontos értéke | Gyakorlatban használt értéke |
|---|---|---|---|---|
| **fénysebesség (vákuumban)** | $c$ | m/s | 299 792 458 | $3 \cdot 10^{8}$ |
| **a vákuum dielektromos állandója** | $\varepsilon_0$ | $A \cdot s/(V \cdot m)$ | $8{,}854\,187\,817 \cdot 10^{-12}$ | $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ |
| **a vákuum permeabilitása** | $\mu_0$ | $V \cdot s/(A \cdot m)$ | $4\pi \cdot 10^{-7}$ | $12{,}57 \cdot 10^{-7}$ |
| **gravitációs állandó** | $\gamma$ | $m^3/(kg \cdot s^2)$ | $6{,}673\,(10) \cdot 10^{-11}$ | $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ |
| **Planck-állandó** | $h$ | $J \cdot s$ | $6{,}626\,068\,76 \cdot 10^{-34}$ | $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ |
| **a vákuum impedanciája** | $Z_0$ | $\Omega$ | 376,730 313 461 | 377 |

### 9.3.2. Fizikai-kémiai állandók

| Az állandó neve | Származtatása | Jele | Egysége | Pontos értéke | Gyakorlatban használt értéke |
|---|---|---|---|---|---|
| atomi tömegegység | $m_u = (1/12)m(^{12}C)$ | $m_u$ | kg | $1{,}660\,538\,73 \cdot 10^{-27}$ | $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ |
| atomi tömegegység energiaértéke | $E = m_u \cdot c^2$ | $E_{m_u}$ | J | $1{,}492\,417\,78 \cdot 10^{-10}$ | $1{,}5 \cdot 10^{-10}$ |
| | $E = m_u \cdot c^2$ | $E_{m_u}$ | MeV | 931,494 013 | 931,5 |
| **Avogadro-állandó** | | $N_A$ | 1/mol | $6{,}022\,141\,99 \cdot 10^{23}$ | $6 \cdot 10^{23}$ |
| **Boltzmann-állandó** | $k = R/N_A$ | $k$ | J/K | $1{,}380\,6503 \cdot 10^{-23}$ | $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ |
| Faraday-állandó | $F = N_A \cdot e$ | $F$ | C/mol | 96 485,3415 | 96 500 |
| Loschmidt-szám (0 °C, 101 325 Pa) | $N_L = N_A/V_m$ | $N_L$ | $1/m^3$ | $2{,}686\,7775 \cdot 10^{25}$ | $2{,}7 \cdot 10^{25}$ |
| **univerzális gázállandó** | | $R$ | $\frac{J}{mol \cdot K}$ | 8,314 472 | 8,31 |
| Stefan–Boltzman-állandó | $\sigma = \frac{(\pi^2/60)k^4}{\hbar^3 c^2}$ | $\sigma$ | $\frac{W}{m^2 \cdot K^4}$ | $5{,}670\,400 \cdot 10^{-8}$ | $5{,}67 \cdot 10^{-8}$ |
| Wien-állandó | $b = \frac{(h \cdot c)/k}{4{,}965\,114\,231}$ | $b$ | $m \cdot K$ | $2{,}897\,7686 \cdot 10^{-3}$ | $2{,}9 \cdot 10^{-3}$ |
| Ideális gáz moláris térfogata (0 °C, 101 325 Pa) | $V_m = R \cdot T/p$ | $V_m$ | $\frac{dm^3}{mol}$ | 22,413 996 | 22,41 |

### 9.3.3. *Elektromágneses állandók*

| Az állandó neve | Származtatása | Jele | Egysége | Pontos értéke |
|---|---|---|---|---|
| Bohr-magneton | $\mu_B = e \cdot h/2m_e$ | $\mu_B$ | J/T | $927{,}400\,899\,(37) \cdot 10^{-26}$ |
| **elemi töltés** | | $e$ | C | $1{,}602\,176\,462\,(63) \cdot 10^{-19}$ |
| Josephson-állandó | $K_J = 2e/h$ | $K_J$ | Hz/V | $483\,597{,}898\,(19) \cdot 10^{9}$ |
| mágneses fluxuskvantum | $\Phi_0 = h/2e$ | $\Phi_0$ | Wb | $2{,}067\,833\,636\,(81) \cdot 10^{-15}$ |
| magmagneton | $\mu_N = e \cdot h/2m_p$ | $\mu_N$ | J/T | $5{,}050\,783\,17\,(20) \cdot 10^{-27}$ |
| von Klitzing-állandó | $R_K = h/e^2$ | $R_K$ | Ω | $25\,812{,}807\,572\,(95)$ |

### 9.3.4. *Megállapított standard értékek*

| Az állandó neve | Származtatása | Jele és egysége | Pontos értéke |
|---|---|---|---|
| a $^{12}C$ moláris tömege | $M(^{12}C) = N_A m(^{12}C)$ | $M(^{12}C)$ kg/mol | $12 \cdot 10^{-3}$ |
| gravitációs gyorsulás normálértéke | | $g_N$ (m/s$^2$) | 9,806 65 |
| légköri nyomás | | $p$ (Pa) | 101 325 |

### 9.3.5. *Atomfizikai állandók*

| Az állandó neve | Származtatása | Jele | Egység | Pontos értéke |
|---|---|---|---|---|
| alfa részecske tömege | | $m_\alpha$ | kg | $6{,}644\,655\,98\,(52) \cdot 10^{-27}$ |
| alfa részecske tömege | | $m_\alpha$ | $m_u$ | $4{,}001\,506\,1747\,(10)$ |
| **Bohr-sugár** | $a_0 = \dfrac{\alpha}{4\pi \cdot R_\alpha}$ | $a_0$ | m | $0{,}529\,177\,2083\,(19) \cdot 10^{-10}$ |
| deutérium tömege | | $m_D$ | kg | $3{,}343\,583\,09\,(26) \cdot 10^{-27}$ |
| elektronsugár (klasszikus) | $r_e = \alpha^2 \cdot a_0$ | $r_e$ | m | $2{,}817\,940\,285\,(31) \cdot 10^{-15}$ |
| elektron Compton-hullámhossza | $\lambda_C = \dfrac{h}{m_e \cdot c}$ | $\lambda_C$ | m | $2{,}426\,310\,215\,(18) \cdot 10^{-12}$ |
| elektron g faktor | | $g_e$ | | $-2{,}002\,319\,304\,3737\,(82)$ |
| elektron mágneses momentuma | | $\mu_e$ | J/T | $-928{,}476\,362\,(37) \cdot 10^{-26}$ |
| **elektron tömege** | | $m_e$ | kg | $9{,}109\,381\,88\,(72) \cdot 10^{-31}$ |
| elektron tömege | | $m_e$ | $m_u$ | $5{,}485\,799\,110\,(12) \cdot 10^{-4}$ |
| müon tömege | | $m_\mu$ | kg | $1{,}883\,531\,09\,(16) \cdot 10^{-28}$ |
| neutron Compton-hullámhossza | $\lambda_{C,n} = h/m_n \cdot c$ | $\lambda_{C,n}$ | m | $1{,}319\,590\,898\,(10) \cdot 10^{-15}$ |
| neutron g faktor | $g_N = \dfrac{2\mu_n}{e \cdot h/2m_p}$ | $g_n$ | | $-3{,}826\,085\,45\,(90)$ |
| **neutron tömege** | | $m_n$ | kg | $1{,}674\,927\,16\,(13) \cdot 10^{-27}$ |
| neutron tömege | | $m_n$ | $m_u$ | $1{,}008\,664\,915\,(55)$ |
| proton Compton-hullámhossza | $\lambda_{C,p} = h/(m_p \cdot c)$ | $\lambda_{C,p}$ | m | $1{,}321\,409\,847\,(10) \cdot 10^{-15}$ |
| proton g faktor | $g_P = 2\mu_p/\mu_n$ | $g_p$ | | $-3{,}826\,085\,45\,(90)$ |
| **proton tömege** | | $m_p$ | kg | $1{,}672\,621\,58\,(13) \cdot 10^{-27}$ |
| proton tömege | | $m_p$ | $m_u$ | $1{,}007\,276\,466\,(13)$ |
| Rydberg-állandó | $R_\alpha = \alpha^2 \cdot m_e \cdot c/2h$ | $R_\alpha$ | $\dfrac{1}{\text{m}}$ | $10\,973\,731{,}568\,549\,(83)$ |

## 9.4. A víz (vízgőz, jég) fontosabb adatai

| | |
|---|---|
| sűrűség | |
| 0 °C-on víz | 999,868 kg/m$^3$ |
| 0 °C-on jég | 920 kg/m$^3$ |
| legnagyobb sűrűség 4 °C-on | 1000 kg/m$^3$ |
| 20 °C-on | 998,230 kg/m$^3$ |
| 100 °C-on | 958,38 kg/m$^3$ |
| fagyáspont | |
| 101 325 Pa-on | 0,00 °C |
| forráspont | |
| 101 325 Pa-on | 100,00 °C |
| hármaspont értékei | |
| 608 Pa | 273,16 K |
| kritikus pont értékei: | |
| hőmérséklet | 374,15 °C |
| nyomás | 22,06 MPa |
| sűrűség | 326 kg/m$^3$ |
| törésmutató | |
| 101 325 Pa nyomású levegőre | |
| vonatkoztatva, $Na_D$ = 589,3 nm-en | |
| víz 20 °C-on | 1,332 988 |
| jég 0 °C-on | |
| rendes sugár | 1,309 10 |
| rendellenes sugár | 1,310 50 |
| longitudinális hullám terjedési sebessége | |
| 20 °C-on | 1483 m/s |
| viszkozitás | |
| 20 °C-on | $1{,}002 \cdot 10^{-3}$ Pa·s |
| felületi feszültség | |
| levegő környezetben | |
| 20 °C-on | 0,0727 N/m |
| relatív dielektromos állandó | |
| rádiófrekvenciákon 20 °C-on | 81 |
| fajhő | |
| 0 °C-on | 4,218 kJ/(kg·K) |
| 20 °C-on | 4,182 kJ/(kg·K) |
| vízgőz | |
| 100 °C-on | 2,135 kJ/(kg·K) |
| jég | |
| 0 °C-on | 2,039 kJ/(kg·K) |
| párolgáshő | |
| (101 325 Pa-on) | |
| 0 °C-on | 2,50 MJ/kg |
| 20 °C-on | 2,45 MJ/kg |
| 100 °C-on | 2,26 MJ/kg |
| olvadáshő | |
| (101 325 Pa-on) | |
| 0 °C-on | 0,334 MJ/kg |

## 9.5. A levegő fontosabb adatai

| | | |
|---|---|---|
| sűrűség | | |
| (101 325 Pa-on) | | |
| 0 °C-on | | 1,293 kg/m$^3$ |
| 20 °C-on | | 1,205 kg/m$^3$ |
| 100 °C-on | | 0,946 kg/m$^3$ |
| longitudinális hullám terjedési sebessége | | |
| 0 °C-on | | 331,8 m/s |
| 20 °C-on | | 343,8 m/s |
| 100 °C-on | | 387,2 m/s |
| abszolút törésmutató | | |
| 0 °C-on, 101 325 Pa nyomáson | | |
| $\lambda_{NaD}$ = 589,3 nm-en | | 1,000 292 |
| relatív dielektromos állandó | | |
| 0 °C-on 101 325 Pa | | |
| nyomáson | | 1,000 594 |
| kritikus pont értékei | | |
| hőmérséklet | | −140,6 °C = 132,5 K |
| nyomás | | 3,7 MPa |
| sűrűség | | 350 kg/m$^3$ |
| hővezetési együttható | | |
| 18 °C-on | | 0,0242 J/(m·K·s) |
| dinamikus viszkozitása | | |
| 20 °C-on | | $1{,}820 \cdot 10^{-5}$ Pa·s |
| fajhő | | |
| 0 °C-on | | |
| $c_p$ | | 997 J/(kg · K) |
| $c_v$ | | 712 J/(kg · K) |
| olvadáspont | | −220 °C = 53 K |
| forráspont | | −192 °C = 81 K |
| forráshő | | 209 kJ/kg |
| összetétele | térfogat% | tömeg% |
| nitrogén | 78,09 | 75,52 |
| oxigén | 20,95 | 23,15 |
| argon | 0,93 | 1,28 |
| szén-dioxid | 0,0320 | 0,05 |
| hidrogén | 0,000 05 | 0,000 004 |

További adatok a 314. oldalon találhatók.

## 9.6. Tudósok és feltalálók, akikről fizikai mértékegységet neveztek el

| | | |
|---|---|---|
| W. **Gilbert** (angol, 1544–1603) | $Gb = 10/4\pi$ A | magnetomotoros erő |
| G. **Galilei** (olasz, 1564–1642) | gal = 0,01 $m/s^2$ | gyorsulás |
| E. **Torricelli** (olasz, 1608–1647) | torr = 133,3 Pa | nyomás |
| B. **Pascal** (francia, 1623–1662) | $Pa = N/m^2$ | nyomás |
| I. **Newton** (angol, 1643–1727) | $N = kg \cdot m/s^2$ | erő |
| R. A. F. **Réaumur** (francia, 1683–1757) | °R | a hőmérséklet tapasztalati mértékegységei |
| G. D. **Fahrenheit** (német, 1686–1736) | °F | |
| A. **Celsius** (svéd, 1701–1744) | °C | |
| B. **Franklin** (amerikai, 1706–1790) | $Fr = 1/(3 \cdot 10^9)$ C | elektromos töltés |
| C. A. **Coulomb** (francia, 1736–1806) | $C = A \cdot s$ | elektromos töltés |
| J. **Watt** (angol, 1736–1819) | W = J/s | teljesítmény |
| A. **Volta** (olasz, 1745–1827) | V = J/C | feszültség |
| J. B. **Biot** (francia, 1774–1862) | Bi = 10 A | elektromos áram |
| A. M. **Ampère** (francia, 1775–1836) | A | elektromos áram |
| H. C. **Oersted** (dán, 1777–1851) | $Oe = 10^3/(4\pi)$ A/m | mágneses térerősség |
| C. F. **Gauss** (német, 1777–1855) | $G = 10^{-4}$ T | mágneses indukció |
| G. S. **Ohm** (német, 1787–1854) | $\Omega = V/A$ | ellenállás |
| M. **Faraday** (angol, 1791–1867) | $F = A \cdot s/V$ | kapacitás |
| J. **Henry** (amerikai, 1797–1878) | $H = V \cdot s/A$ | induktivitás |
| J. L. M. **Poiseuille** (francia, 1799–1869) | $P = 10^{-1}$ Pa · s | dinamikai viszkozitás |
| W. E. **Weber** (német, 1804–1891) | $Wb = V \cdot s$ | mágneses fluxus |
| A. J. **Ångström** (svéd, 1814–1874) | $Å = 10^{-10}$ m | hosszúság |
| W. **Siemens** (német, 1816–1892) | S = A/V | vezetőképesség |
| J. P. **Joule** (angol, 1818–1889) | $J = N \cdot m$ | energia |
| G. G. **Stokes** (angol, 1819–1903) | $St = 10^{-4}$ $m^2/s$ | kinematikai viszkozitás |
| R. J. **Clausius** (német, 1822–1888) | Cl = 4,187 J/K | entrópia |
| W. **Thomson** (Lord Kelvin, angol, 1824–1907) | K | abszolút hőmérséklet |
| J. C. **Maxwell** (angol, 1831–1879) | $M = 10^{-8}$ Wb | mágneses fluxus |

| | | |
|---|---|---|
| W. C. **Röntgen** (német, 1845–1923) | $R = 2{,}58 \cdot 10^{-4}$ C/kg | besugárzási dózis |
| L. **Eötvös** (magyar, 1848–1919) | $E = 10^{-11}$ gal/m | a nehézségi gyorsulás gradiense |
| H. A. **Becquerel** (francia, 1852–1908) | Bq = bomlás/másodperc | aktivitás |
| N. **Tesla** (szerb, 1856–1943) | $T = Wb/m^2$ | mágneses indukció |
| H. **Hertz** (német, 1857–1894) | Hz = 1/s | frekvencia |
| P. **Curie** (francia, 1859–1906)<br>Mme **Curie** (lengyel, 1867–1934) | Ci = $3{,}7 \cdot 10^{10}$ Bq | aktivitás |
| N. **Bohr** (dán, 1885–1962) | $\mu_B = 9{,}27 \cdot 10^{-24}$ $Am^2$<br>Bohr-magneton | az elektron mágneses momentumának egysége |
| R. **Sievert** (svéd, 1896–1966) | $S_v$ | dózisegyenérték |
| E. **Fermi** (olasz, 1901–1954) | $f = 10^{-15}$ m | hosszúság |
| L. H. **Gray** (angol, 1905–1965) | Gy = J/kg | elnyelési dózis |

## *9.7. Gázok normálállapotú sűrűsége (0 °C, $10^5$ Pa)*

| Név | $\varrho$ (kg/m$^3$) | Név | $\varrho$ (kg/m$^3$) |
|---|---|---|---|
| ammónia | 0,772 | klór | 3,220 |
| argon | 1,782 | kripton | 3,740 |
| acetilén (etin) | 1,171 | levegő | 1,293 |
| *n*-bután | 2,503 | metán | 0,717 |
| cián | 2,336 | neon | 0,900 |
| dimetil-éter | 2,110 | nitrogén | 1,251 |
| etán | 1,356 | oxigén | 1,429 |
| fluor | 1,695 | ózon | 2,220 |
| hélium | 0,179 | propán | 2,019 |
| hidrogén | 0,0899 | sósavgáz | 1,639 |
| deutérium | 0,180 | szén-dioxid | 1,977 |
| trícium | 0,270 | szén-monoxid | 1,250 |
| kén-dioxid | 2,858 | xenon | 5,890 |
| kén-hidrogén | 1,539 | radon | 9,074 |

## 9.8. Folyadékok sűrűsége 18 °C-on

| Név | $\varrho$ (kg/m$^3$) | Név | $\varrho$ (kg/m$^3$) |
|---|---|---|---|
| aceton (dimetil-keton) | 791 | jég 0 °C-on | 920 |
| etil-alkohol *(etanol) | 789 | *n*-hexán | 659,5 |
| metil-alkohol (metanol) | 792 | kenőolaj* | 900...930 |
| *n*-propil-alkohol (propan-1-ol) | 804 | kénsav (96%-os) | 1840 |
| *i*-propil-alkohol (propan-2-ol) | 785 | klórbenzol | 1107 |
| *n*-butil-alkohol (butan-1-ol) | 810 | kloroform | 1489 |
| *i*-amil-alkohol (pentan-3-ol) | 809 | méz | 1390...1430 |
| *n*-amil-alkohol (pentan-1-ol) | 817 | nitro-benzol | 1205 |
| *i*-butil-alkohol (butan-2-ol) | 808 | *n*-pentán* | 626 |
| ammóniaoldat (25%-os) | 910 | petróleum* | 850 |
| anilin | 1022 | salétromsav (65%-os) | 1400 |
| benzin | ~ 740 | sósav (37%-os) | 1190 |
| benzol | 879 | szén-diszulfid | 1261 |
| dioxán | 1033 | szén-tetraklorid | 1589 |
| ecetsav (etánsav) | 1050 | terpentinolaj | 870 |
| etil-acetát | 901 | toluol | 866 |
| éter (dietil-éter) | 714 | *m*-xilol | 864,2 |
| étolaj | 918...925 | víz 0 °C-on | 999,9 |
| gázolaj | ~ 840 | víz* | 998,2 |
| glicerin | 1260 | nehézvíz* | 1105,3 |
| higany | 13 546 | tengervíz** | 1025 |

*: 20 °C-on

**: 20 °C-on, 3,5%-os sótartalom esetén

## 9.9. Ömlesztett anyagok halomsűrűsége

| Név | $\varrho$ (kg/m$^3$) | Név | $\varrho$ (kg/m$^3$) |
|---|---|---|---|
| aprószén | 800...850 | gránit, zúzott | 1 800...2 500 |
| lignit | 650...850 | mészkő, zúzott | 1 500...1 800 |
| tőzeg, száraz | 320...410 | búza | 700...800 |
| tőzeg, nedves | 410...650 | rozs | 680...800 |
| föld, száraz | 1 100...1 600 | árpa | 650...720 |
| föld, nedves | 1 600...1 800 | zab | 400...550 |
| agyag, száraz | 1 200...1 600 | kukorica, morzsolt | 700...800 |
| agyag, nedves | 1 600...2 100 | liszt | 650...720 |
| homok, finom, száraz | 1 100...1 650 | cukor, darabos | 750...1 000 |
| homok, finom, nedves | 1 650...2 100 | kősó | 1 500...2 200 |
| homok, durva | 1 400...1 600 | finomsó | 650...1 500 |

## 9.10. Szilárd és folyékony elemek sűrűsége 20 °C-on

| Név | $\varrho$ (kg/m$^3$) | Név | $\varrho$ (kg/m$^3$) | Név | $\varrho$ (kg/m$^3$) |
|---|---|---|---|---|---|
| alumínium | 2 702 | ittrium | 4 450 | plutónium | 19 840 |
| antimon | 6 691 | jód | 4 930 | polónium | 9 142 |
| arany | 19 300 | kadmium | 8 642 | prazeodímium | 6 782 |
| arzén | 5 727 | kalcium | 1 530 | rádium | 5 000 |
| bárium | 3 500 | kálium | 862 | rénium | 21 020 |
| berillium | 1 848 | kén (monoklin) | 1 957 | réz | 8 920 |
| bizmut | 9 747 | kén (rombos) | 2 070 | ródium | 12 410 |
| bór | 2 340 | kobalt | 8 900 | rubídium | 1 532 |
| bróm | 2 928 | króm | 7 190 | ruténium | 12 370 |
| cérium | 6 670 | lantán | 6 146 | stroncium | 2 540 |
| cézium | 1 870 | lítium | 534 | szamárium | 7 536 |
| cink | 7 140 | magnézium | 1 738 | szelén | 4 810 |
| cirkónium | 6 530 | mangán | 7 430 | szén (grafit) | 2 260 |
| diszprózium | 8 536 | molibdén | 10 210 | szén (gyémánt) | 3 520 |
| erbium | 9 051 | nátrium | 974 | szilícium | 2 340 |
| európium | 5 260 | neodímium | 7 004 | szkandium | 2 992 |
| ezüst | 10 500 | neptúnium | 20 450 | tallium | 11 850 |
| foszfor (fehér) | 1 820 | nikkel | 8 902 | tantál | 16 600 |
| foszfor (vörös) | 2 200 | nióbium | 8 570 | technécium | 11 500 |
| gadolínium | 7 895 | ólom | 11 344 | tellúr | 6 250 |
| gallium | 5 904 | ón (fehér ón, $\beta$ ón) | 7 310 | terbium | 8 219 |
| germánium | 5 350 | ón (rideg ón, $\gamma$ | 6 540 | titán | 4 540 |
| hafnium | 13 100 | ón, 162 °C felett) | | tórium | 11 660 |
| higany* | 13 546 | ón (szürke ón, $\alpha$ | 5 750 | túlium | 9 332 |
| holmium | 8 803 | ón, 13,2 °C alatt) | | urán | 18 950 |
| indium | 7 310 | ozmium | 22 570 | vanádium | 6 110 |
| irídium | 22 420 | palládium | 12 020 | vas | 7 874 |
| itterbium | 6 977 | platina | 21 450 | volfrám | 19 300 |

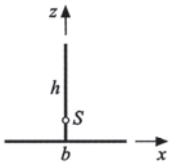
* 18 °C-on

## 9.11. Szerkezeti és szerves anyagok, ásványok, kőzetek sűrűsége szobahőmérsékleten

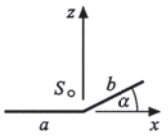
(Az anyagok jellegéből adódóan csak tájékoztató értékek.)

| Név | $\varrho$ (kg/m$^3$) | Név | $\varrho$ (kg/m$^3$) |
|---|---|---|---|
| acél | 7 800 ... 7 850 | növényi rostok | 1 300 ... 1 600 |
| agyag | 1 500 ... 2 700 | öntöttvas | 7 100 ... 7 400 |
| állati rostok | 1 200 ... 1 400 | papír | 700 ... 1 150 |
| alumínium-oxid | ~ 3 900 | parafa | 200 ... 500 |
| alumíniumötvözetek | 2 600 ... 2 900 | paraffin | 800 ... 900 |
| aszfalt | 1 050 ... 1 380 | polietilén | 910 ... 965 |
| bakelit | ~ 1 335 | polimerbeton | 2 400 ... 2 500 |
| balsafa | ~ 200 | poli(tetrafluoretén), teflon | 2 100 ... 2 200 |
| bauxit | ~ 2 600 | poli(vinil-klorid), PVC | 1 160 ... 1 450 |
| bazalt | ~ 2 800 | porcelán | 2 200 ... 2 500 |
| berillium-oxid | 3 000 | rétegelt falemez | 800 ... 900 |
| beton | 2 000 ... 2 800 | samott-tégla | 1 600 ... 1 900 |
| bronz | 7 200 ... 8 900 | sárgaréz | 8 400 ... 8 600 |
| cement | 3 100 ... 3 200 | szén (ásvány) | 1 200 ... 1 700 |
| cinkötvözetek | 5 000 ... 7 200 | szénrostok | 1 700 ... 2 200 |
| cirkon-karbid | 6 800 | szénszálas műanyag | 1 500 ... 1 600 |
| cukor | ~ 1 600 | szilícium-dioxid | 2 600 |
| csillám | 2 600 ... 3 200 | szilícium-karbid | 3 200 |
| ébenfa | ~ 1 200 | szilícium-nitrid | 3 200 |
| ebonit | 1 150 ... 1 500 | szilikáttégla | ~ 1 900 |
| emberi test | 1 010 ... 1 070 | szilikongumi | ~ 1 250 |
| farostlemezek | 450 ... 750 | szurok | ~ 1100 |
| faszén | ~ 1200 | szürkeöntvény | 7 250 |
| fémkerámiák | 11 000 ... 12 500 | tantálötvözetek | 16 600 ... 16 900 |
| fa (fenyő) | 480 ... 620 | tégla | 1 400 ... 1 600 |
| fa (lombos) | 700 ... 720 | titán-karbid | 4 900 |
| gránit | ~ 2 900 | titánötvözetek | 4 400 ... 5 100 |
| gumi (feldolgozva) | 1 000 ... 2 000 | üveg, ablak- | 2 400 ... 2 670 |
| gumi (nyers) | ~ 900 | flint- | 3 600 ... 4 700 |
| hó (friss) | ~ 130 | jénai- | ~ 2 600 |
| homokkő | 1 900 ... 2 700 | kvarc- | ~ 2 200 |
| kerámiák | 1 600 ... 3 900 | ólom- | 2 600 ... 4 200 |
| korom | 1 700 ... 1 800 | üvegszálas műanyag | 1 300 ... 1 700 |
| magnéziumötvözetek | 1 400 ... 1 800 | vasbeton | ~ 2 400 |
| márvány | ~ 2 700 | volfrám-karbid | 15 800 |
| mészkő | 2 600 ... 2 700 | volfrámötvözetek | 13 400 ... 19 600 |
| méz | ~ 1440 | zsír (sertés) | 934 ... 938 |
| nikkelötvözetek | 7 800 ... 9 200 | zsírkő | 2 600 ... 3 000 |

## 9.12. Homogén tömegeloszlású vonalas alakzatok tömegközéppontja

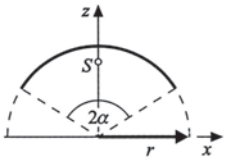



$$z_s = \frac{h^2}{2(b+h)}$$

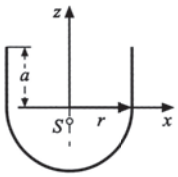



$$x_s = \frac{-a^2 + b^2\cos\alpha}{2(a+b)}$$

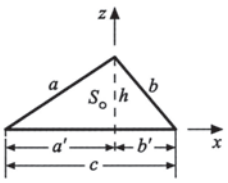
$$z_s = \frac{b^2\sin\alpha}{2(a+b)}$$




$$z_s = \frac{r\sin\alpha}{\alpha}$$

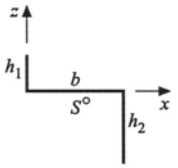



$$z_s = \frac{a^2 - 2r^2}{2a + \pi r}$$




$$x_s = \frac{a'(a+a') - b'(b+b')}{2(a+b+c)}$$

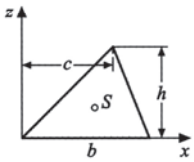
$$z_s = \frac{h(a+b)}{2(a+b+c)}$$




$$x_s = \frac{b\left(\frac{b}{2} + h_2\right)}{b + h_1 + h_2}$$

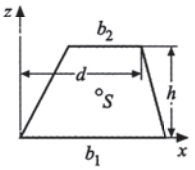
$$z_s = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2(b + h_1 + h_2)}$$

## 9.13. Homogén tömegeloszlású síkidomok tömegközéppontja



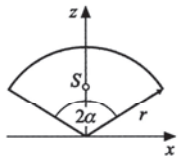

$$x_s = \frac{b+c}{3}$$

$$z_s = \frac{h}{3}$$

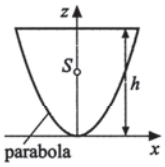



$$x_s = \frac{b_1^2 - b_2^2 + d(b_1 + 2b_2)}{3(b_1 + b_2)}$$

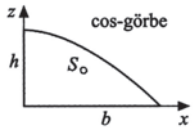
$$z_s = \frac{h(b_1 + 2b_2)}{3(b_1 + b_2)}$$




$$z_s = \frac{2r\sin\alpha}{3\alpha}$$

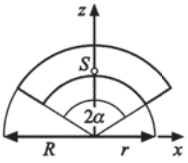



$$z_s = \frac{3}{5}h$$



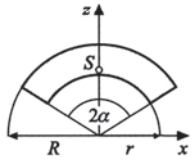

$$x_s = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)b$$

$$z_s = \frac{\pi}{8}h$$

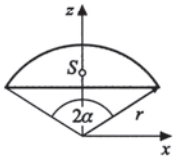



$$x_{s_1} = \frac{3}{8}b \qquad z_{s_1} = \frac{3}{5}h$$

$$x_{s_2} = \frac{3}{4}b \qquad z_{s_2} = \frac{3}{10}h$$

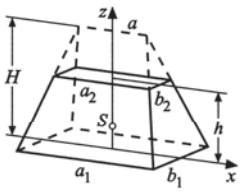



$$z_s = \frac{2(R^3 - r^3)\sin\alpha}{3(R^2 - r^2)\alpha}$$




$$z_s = \frac{4r\sin^3\alpha}{3(2\alpha - \sin 2\alpha)}$$

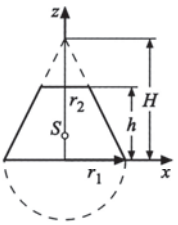
ék, csonkaék




ék, tömör: $z_s = \dfrac{H(a_1 + a)}{2(2a_1 + a)}$

csonkaék, tömör: $z_s = \dfrac{h}{2} \cdot \dfrac{(a_1 + a_2)(b_1 + b_2) + 2a_2b_2}{(a_1 + a_2)(b_1 + b_2) + a_1b_1 + a_2b_2}$

egyenes körkúp

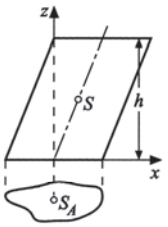



tömör csonkakúp: $z_s = \dfrac{h}{4} \cdot \dfrac{r_1^2 + 2r_1r_2 + 3r_2^2}{r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2}$

tömör kúp: $z_s = \dfrac{H}{4}$

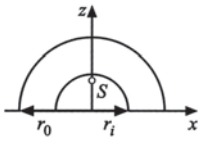
csonkakúppalást: $z_s = \dfrac{h(r_1 + 2r_2)}{3(r_1 + r_2)}$, kúppalást: $z_s = \dfrac{H}{3}$

ferde henger, hasáb




tömör test és palást: $z_s = \dfrac{h}{2}$

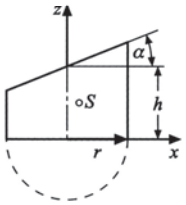
üreges félgömb




vastag falú: $z_s = \dfrac{3(r_0^4 - r_i^4)}{8(r_0^3 - r_i^3)}$

vékony félgömbhéj: $z_s = \dfrac{r}{2}$

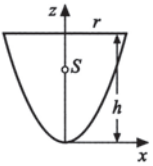
ferdén levágott körhenger




tömör: $x_s = \dfrac{r^2 \operatorname{tg}\alpha}{4h}$, $z_s = \dfrac{h}{2} + \dfrac{r^2 \operatorname{tg}^2\alpha}{8h}$

palástfelület: $x_s = \dfrac{r^2 \operatorname{tg}\alpha}{2h}$, $z_s = \dfrac{h}{2} + \dfrac{r^2 \operatorname{tg}^2\alpha}{4h}$

forgási paraboloid

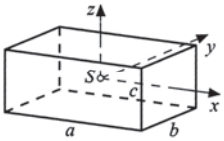



tömör: $z_s = \dfrac{2}{3}h$

palástfelület: $z_s = \dfrac{h}{10c} \cdot \dfrac{(4c + 1)^{3/2}(6c - 1) + 1}{(4c + 1)^{3/2} - 1}$, $c = \dfrac{h^2}{r^2}$

## 9.15. Homogén tömegeloszlású testek különböző tengelyekre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékai

derékszögű hasáb

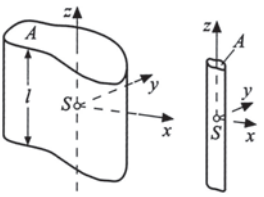



$$\Theta_x = m\frac{b^2 + c^2}{12} \qquad \Theta_y = m\frac{c^2 + a^2}{12} \qquad \Theta_z = m\frac{a^2 + b^2}{12}$$

kocka esetén: $\Theta = \dfrac{m \cdot a^2}{6}$

$m = \varrho \cdot a \cdot b \cdot c$

rúd (hasáb)



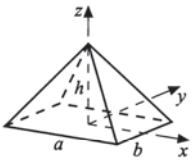

vékony rudakra:

$$\Theta_x = \Theta_y = \frac{m \cdot l^2}{12} \qquad \Theta_z = \frac{\varrho \cdot l}{I_x + I_y}$$

$I_x$, $I_y$: a keresztmetszet felületének másodrendű nyomatéka

$m = \varrho \cdot A \cdot l$

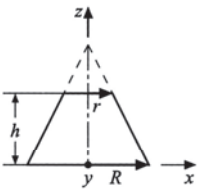
derékszögű gúla




$$\Theta_x = \frac{m(b^2 + 2h^2)}{20} \qquad \Theta_y = \frac{m(a^2 + 2h^2)}{20} \qquad \Theta_z = \frac{m(a^2 + b^2)}{20}$$

$$m = \frac{\varrho \cdot a \cdot b \cdot h}{3}$$

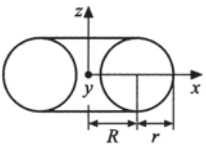
csonka körkúp




$$\Theta_z = \frac{3m}{10} \cdot \frac{r^5 - R^5}{r^3 - R^3}$$

$$m = \frac{\varrho \cdot \pi \cdot h(R^2 + R \cdot r + r^2)}{3}$$

kör keresztmetszetű tórusz




tömör:

$$\Theta_x = \Theta_y = \frac{m(4R^2 + 5r^2)}{8} \qquad \Theta_z = m\left(R^2 + \frac{3}{4}r^2\right)$$

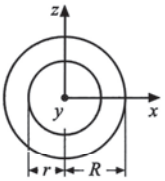
vékony héj:

$$\Theta_x = \Theta_y = \frac{m(2R^2 + 5r^2)}{4} \qquad \Theta_z = \frac{m(R^2 + 6r^2)}{4}$$

tömör: $m = \varrho \cdot 2\pi^2 \cdot R \cdot r^2$

vékony héj: $m = \varrho \cdot 4\pi^2 \cdot R \cdot r \cdot t$

gömb (üreges)




vastag falú: $m = \frac{4}{3}\varrho \cdot \pi(R^3 - r^3)$

vékony héj: $m = \varrho \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot t$

vastag falú:

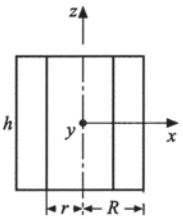
$\Theta_x = \Theta_y = \Theta_z = \frac{2}{3} m \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$

vékony héj:

$\Theta_x = \Theta_y = \Theta_z = \frac{2m \cdot r^2}{3}$

tömör: $\Theta = \frac{2}{5} m \cdot R^2$

henger (üreges)




vastag falú: $m = \varrho \cdot \pi(R^2 - r^2)h$

vékony héj: $m = \varrho \cdot 2\pi \cdot r \cdot h \cdot t$

vastag falú:

$\Theta_x = \Theta_y = \frac{m\left(R^2 + r^2 + \frac{h^2}{3}\right)}{4} \quad \Theta_z = \frac{m(R^2 + r^2)}{2}$

vékony héj:

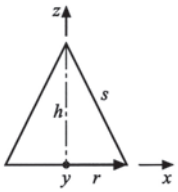
$\Theta_x = \Theta_y = \frac{m(6r^2 + h^2)}{12} \quad \Theta_z = mr^2$

tömör, a tengely párhuzamos az alkotóval: $\Theta = \frac{1}{2} m \cdot R^2$

tömör, a tengely merőleges az alkotóra: $\Theta = \frac{1}{12} m(3r^2 + l^2)$

cső, kerék: $\Theta = \frac{1}{2} m(R^2 + r^2)$

körkúp




tömör: $m = \frac{\varrho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$

vékony héj: $m = \varrho \cdot \pi \cdot r \cdot s \cdot t$

tömör:

$\Theta_x = \Theta_y = \frac{m(3r^2 + 2h^2)}{20} \quad \Theta_z = \frac{3m \cdot r^2}{10}$

vékony héj:

$\Theta_x = \Theta_y = \frac{m(3r^2 + 2h^2)}{12} \quad \Theta_x = \frac{m \cdot r^2}{2}$

Vékony héjak esetén $t \ll r$.
A henger és kúp végei nyitottak.

## 9.16. Súrlódási tényezők

Az értékek nagymértékben függnek a felületek minőségétől, így csak közelítő adatoknak tekinthetők. Sok esetben figyelembe kell venni a felületek deformációját és csúszás esetén a sebességet is.

| Név | Tapadási súrlódási tényező, $\mu_0$ | | | Csúszási súrlódási tényező, $\mu$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Száraz | Olajkenés | Vízkenés | Száraz | Olajkenés | Vízkenés |
| acél acélon | 0,14 | 0,11 | – | 0,1 | 0,07 | – |
| acél öntöttvason | 0,19 | 0,1 | – | 0,18 | 0,09 | – |
| fa fán | 0,4...0,6 | 0,16 | 0,7 | 0,2...0,4 | 0,08 | 0,25 |
| fa fémen | 0,6 | 0,11 | 0,65 | 0,4...0,5 | 0,1 | 0,24 |
| bőr fémen | 0,3...0,5 | 0,16 | 0,4...0,6 | 0,3 | 0,15 | 0,36 |
| bőr fatárcsán | 0,45 | – | – | 0,25 | – | – |
| fékbetét acélon | – | – | – | 0,4 | – | – |
| gumi acélon | – | – | – | 1,6–3 | – | – |
| gumi aszfalton | 0,6...1,4 | – | 0,35...0,45 | 0,5...0,8 | – | 0,2...0,4 |
| vas jégen | – | – | – | – | – | 0,014 |
| vas havon | – | – | – | – | – | 0,035 |

| Név | Csúszási súrlódási tényező, szárazon, $\mu$ | Név | Csúszási súrlódási tényező, szárazon, $\mu$ |
|---|---|---|---|
| alumínium alumíniumon | 1,3 | nikkel nikkelen | 0,7 |
| alumínium acélon | 0,5 | nikkel acélon | 0,5 |
| ezüst ezüstön | 1,4 | réz rézen | 1,3 |
| ezüst acélon | 0,5 | réz acélon | 0,8 |
| króm krómon | 0,4 | gyémánt gyémánton | 0,1 |
| króm acélon | 0,5 | | |

## 9.17. Gördülési súrlódási tényezők

Az adatok szokásos méretű járműkerekekre vonatkoznak. Kisebb sugarú kerekek esetén $\mu_g$ értéke nő, nagyobbaknál csökken a megadott adatokhoz képest.

| Gumitömlős kerék | $\mu_g$ | Egyéb kerekek | $\mu_g$ |
|---|---|---|---|
| makadámúton | 0,02 ... 0,04 | vasalt kerék földúton | 0,2 |
| aszfalt- és betonúton | 0,015 ... 0,025 | vasalt kerék betonúton | 0,01 |
| földúton | 0,05 ... 0,15 | villamos | 0,006 |
| homokban | 0,15 ... 0,3 | vasúti kocsi | 0,002 |

### *9.18. Műanyagok rugalmas adatai szobahőmérsékleten*

Az alkalmazásnál figyelembe kell venni a viszonylag alacsony olvadási, bomlási, üvegesedési hőmérsékletet.

| Név | Young-modulus $E$ (GPa) | Szakítószilárdság $\sigma_B$ (MPa) | Poisson-szám $\mu$ |
|---|---|---|---|
| epoxigyanta | 2 ... 3 | 30 ... 120 | – |
| polietilén (LDPE) (kis sűrűségű) | 0,1 ... 0,3 | 5 ... 25 | – |
| polietilén (HDPE) (nagy sűrűségű) | 0,5 ... 1,2 | 15 ... 40 | 0,46 |
| poli(etilén-tereftalát) (PET, poliészter) | 2 ... 4 | 80 | 0,37 ... 0,44 |
| poliimid (PI) | 2,0 ... 3,0 | 70 ... 150 | – |
| polikarbonát (PC) | 2,3 ... 2,4 | 55 ... 75 | 0,37 |
| poli(metil-metakrilát) (PMMA, plexi) | 2,4 ... 3,3 | 80 | 0,35 ... 0,40 |
| polipropilén (PP) | 0,9 ... 1,5 | 25 ... 40 | – |
| poli(tetra-fluoretilén) (teflon) | 0,3 ... 0,8 | 10 ... 40 | 0,46 |
| poli(vinil-klorid) (PVC) | 2,4 ... 4,0 | 25 ... 70 | – |

### *9.19. Szerkezeti anyagok rugalmas adatai*

Az értékek nagymértékben függnek a gyártási, előállítási technológiától, származási helytől összetételtől és fajtától, ezáltal az anyag szerkezetétől.

| Név | Young-modulus $E$ (GPa) | Szakítószilárdság $\sigma_B$ (MPa) | Poisson-szám $\mu$ |
|---|---|---|---|
| acél (ausztenites) | 191...199 | 440...750 | – |
| acél (ferrites) | 108...212 | 440...930 | – |
| alumíniumötvözetek | 60...80 | 300...700 | – |
| bronz | 105...124 | 200...320 | 0,35 |
| cinkötvözetek | 100...128 | 220...500 | – |
| fémkerámiák | 400...530 | 900 | – |
| grafit | 27 | – | – |
| gránit | 62 | 10...20 | 0,20 |
| gyémánt | 1000 | – | – |
| porcelán | 60...90 | 15...40 | – |
| sárgaréz (60% Cu, 40% Zn) | 78...123 | 140...780 | 0,36 |
| SiC-szálak | – | 2400...3800 | 0,16 |
| titánötvözetek | 101...128 | 540...1300 | – |
| üvegszálak | – | 3100...4800 | – |
| üvegszál-erősítésű műanyag | 10...45 | 100...300 | – |

## 9.20. Szilárd elemek rugalmas adatai

Az értékek nagymértékben függnek a gyártási technológiától, ezáltal az anyag szerkezetétől.

| Név | Young-modulus $E$ (GPa) | Torziós modulus $G$ (GPa) | A rugalmasság határa $\sigma$ (MPa) | Szakító-szilárdság $\sigma_B$ (MPa) | Poisson-szám $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|
| alumínium | 70 | 26 | 100 | 200 | 0,35 |
| arany | 78 | 27 | – | 260 | 0,44 |
| berillium | 287 | 132 | – | – | 0,032 |
| cink | 108 | 43 | – | 180 | 0,25 |
| ezüst | 83 | 30 | – | 280 | 0,37 |
| irídium | 528 | 210 | – | – | 0,26 |
| króm | 279 | 115 | – | – | 0,21 |
| molibdén | 329 | 20 | – | 400 | 0,31 |
| nikkel | 200 | 76 | – | 500 | 0,31 |
| ólom | 16 | 5,6 | 3 | 18 | 0,44 |
| ón | 50 | 18 | – | 20 | 0,36 |
| platina | 168 | 61 | – | 300 | 0,38 |
| réz | 130 | 48 | 120 | 450 | 0,34 |
| titán | 116 | 44 | – | – | 0,32 |
| vanádium | 128 | 47 | – | – | 0,37 |
| vas | 100 | 56 | 120 | 200 | 0,29 |
| volfrám | 411 | 161 | – | 400 | 0,28 |

## 9.21. Longitudinális hullám terjedési sebessége gázokban és gőzökben 0 °C-on, $10^5$ Pa nyomáson

| Név | $c$ (m/s) | Név | $c$ (m/s) |
|---|---|---|---|
| acetilén | 327 | higanygőz 360 °C-on | 208 |
| ammónia | 415 | klór | 205 |
| argon | 308 | metán | 432 |
| bróm | 135 | nitrogén | 337 |
| etil-alkohol gőz 80 °C-on | 271 | oxigén | 317 |
| hélium | 971 | szén-dioxid | 258 |
| hidrogén | 1286 | szén-monoxid | 337 |

### 9.22. Longitudinális hullám terjedési sebessége folyadékokban, 20 °C-on

| Név | $c$ (m/s) | Név | $c$ (m/s) |
|---|---|---|---|
| aceton | 1 190 | petróleum | ~ 1 320 |
| benzol | 1 326 | propil-alkohol | 1 220 |
| etil-alkohol | 1 168 | szén-diszulfid | 1 158 |
| glicerin | 1 923 | szén-tetraklorid | 943 |
| higany | 1 451 | tengervíz | 1 531 |
| metil-alkohol | 1 123 | toluol | 1 308 |
| nehézvíz | 1 399 | xilol | 1 357 |
| nitrobenzol | 1 470 | víz | 1 483 |
| paraffinolaj | ~ 1 420 | | |

### 9.23. Longitudinális hullám terjedése szilárd anyagokban, 20 °C-on

Csak közelítő értékek, mert nagymértékben függhet az anyag szerkezetétől és összetételétől.

| Név | $c$ (m/s) | Név | $c$ (m/s) |
|---|---|---|---|
| acél | 5 100 | keménygumi | 1 570 |
| alumínium | 5 110 | koronaüveg | 5 300 |
| bazalt | 5 080 | kvarcüveg | 5 400 |
| cink | 3 600 | márvány | 3 800 |
| bükkfa | 3 300 | ólom | 1 200 |
| tölgyfa | 3 800 | ón | 2 700 |
| fenyőfa | 4 500 | paraffin | 1 300 |
| flintüveg | 4 000 | porcelán | 4 880 |
| gránit | 4 000 | réz | 3 800 |
| tégla | 3 650 | sárgaréz | 3 500 |
| jég (−4 °C) | 3 280 | vas | 5 180 |

### 9.24. Longitudinális hullám terjedési sebességének hőmérsékletfüggése vízben

| $t$ (°C) | $c$ (m/s) |
|---|---|
| 0 | 1403 |
| 20 | 1483 |
| 40 | 1529 |
| 60 | 1551 |
| 80 | 1555 |
| 100 | 1543 |

*9.25. Longitudinális hullám terjedésének hőmérsékletfüggése levegőben*

| $t$ (°C) | $c$ (m/s) | $t$ (°C) | $c$ (m/s) |
|---|---|---|---|
| −100 | 263 | 5 | 334, 8 |
| −60 | 293 | 10 | 337, 8 |
| −40 | 306, 5 | 15 | 340, 8 |
| −20 | 319, 3 | 20 | 343, 8 |
| −15 | 322, 5 | 25 | 346, 7 |
| −10 | 325, 6 | 30 | 349, 6 |
| −5 | 328, 7 | 35 | 352, 5 |
| 0 | 331, 8 | 40 | 355, 3 |
| | | 60 | 366, 5 |
| | | 100 | 387, 2 |

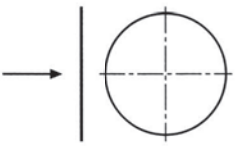
*9.26. Hangskálák hangjainak frekvenciái és hangközei*

| A hang neve | A kiegyenlített lebegésű temperált hangskála hangjainak frekvenciája (Hz) | A dúr hangskála alaphangjainak és színező hangjainak frekvenciája (Hz) | Viszonya az alaphanghoz | Szomszédos hangközök a dúr hangskálán | |
|---|---|---|---|---|---|
| **c**$^1$ (dó) | 261, 5 | 264 | 1 | 16/15 | |
| cisz | 279, 7 | 278, 3 | 16/15 | 135/128 | $n_d/n_{c^1} = 9/8$ |
| **d** (re) | 296, 3 | 297 | 9/8 | 16/15 | |
| disz | 314 | 316, 8 | 6/5 | 25/24 | $n_e/n_d = 10/9$ |
| **e** (mi) | 332, 6 | 330 | 5/4 | 16/15 | $n_f/n_e = 16/15$ |
| **f** (fá) | 352, 4 | 352 | 4/3 | 16/15 | |
| fisz | 373, 3 | 375, 5 | 64/45 | 135/128 | $n_g/n_f = 9/8$ |
| **g** (szó) | 395, 5 | 396 | 3/2 | 16/15 | |
| gisz | 419 | 422, 4 | 8/5 | 25/24 | $n_a/n_g = 10/9$ |
| **a** (lá) | 440 | 440 | 5/3 | 16/15 | |
| aisz | 470, 3 | 469, 3 | 16/9 | 135/128 | $n_h/n_a = 9/8$ |
| **h** (ti) | 498, 3 | 495 | 15/8 | 16/15 | $n_{c^2}/n_h = 16/15$ |
| **c**$^2$ (dó) | 523 | 528 | 2 | | |

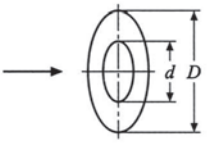
A kiegyenlített lebegésű temperált hangskála szomszédos hangjainak hangköze $\sqrt[12]{2}$.

## 9.27. Formatényezők (áramlási ellenállási tényezők)

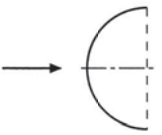
vékony körlemez
$k = 1{,}11$



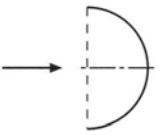
körgyűrű lemez
$k = 1{,}22$, ha $\frac{d}{D} = 0{,}5$



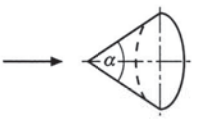

félgömbhéj (konvex)
fenéklappal
$k = 0{,}42$
fenéklap nélkül
$k = 0{,}34$



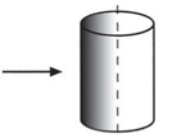
félgömbhéj (konkáv)
fenéklappal
$k = 1{,}17$
fenéklap nélkül
$k = 1{,}33$



körkúp fenéklappal
$\alpha = 30°$ esetén $k = 0{,}34$
$\alpha = 60°$ esetén $k = 0{,}51$




körhenger tengelyre
merőleges áramlásban
(zárt végekkel)
$k = 0{,}68$



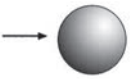
csepp alak
$k = 0{,}05$



Zsukovszkij-profil
$k = 0{,}05 \ldots 0{,}2$

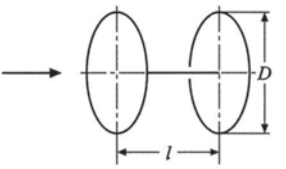


gömb
$k = 0{,}45$



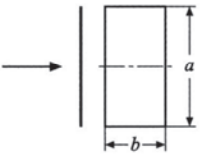
két, egymás mögötti körlemez

| $\frac{l}{D}$ | 1 | 1,5 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $k$ | 0,93 | 0,78 | 1,04 | 1,52 |



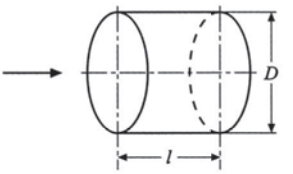

téglalap alakú lemez

| $\frac{a}{b}$ | 1 | 2 | 4 | 10 | 18 | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $k$ | 1,0 | 1,15 | 1,19 | 1,29 | 1,40 | 2,01 |




körhenger tengelyirányú áramlásban
(zárt végekkel)

| $\frac{l}{D}$ | 1 | 2 | 4 | 7 |
|---|---|---|---|---|
| $k$ | 0,91 | 0,85 | 0,87 | 0,99 |



*9.28. Néhány folyadék felületi feszültsége 20 °C-on*

| Név | Felületi feszültség $\sigma$ (N/m) | Név | Felületi feszültség $\sigma$ (N/m) |
|---|---|---|---|
| levegőkörnyezetben | | vízkörnyezetben | |
| aceton (dimetil-keton) | 0,0237 | benzol | 0,035 |
| benzol | 0,0285 | éter (dietil-éter) | 0,0107 |
| bróm | 0,038 | *n*-hexán | 0,0511 |
| etil-alkohol (etanol) | 0,0227 | higany | 0,375 |
| glicerin | 0,0635 | olaj | 0,0206 |
| higany | 0,472 | olivaolaj | 0,023 |
| izopropil-alkohol (propan-2-ol) | 0,0214 | szén-tetraklorid | 0,0405 |
| kén (141 °C-on) | 0,058 | toluol | 0,0361 |
| kloroform | 0,0273 | higanykörnyezetben | |
| *n*-hexán | 0,0184 | benzol | 0,357 |
| ón (400 °C-on) | 0,518 | etil-alkohol (etanol) | 0,364 |
| petróleum | 0,0264 | olaj | 0,0295 |
| szén-tetraklorid | 0,0268 | | |
| terpentinolaj | 0,0268 | | |
| éter (dietil-éter) | 0,0171 | | |
| toluol | 0,0274 | | |
| víz | 0,0725 | | |

*9.29. A víz felületi feszültsége levegőkörnyezetben a hőmérséklet függvényében*

| Hőmérséklet $t$ (°C) | Felületi feszültség $\sigma$ (N/m) | Hőmérséklet $t$ (°C) | Felületi feszültség $\sigma$ (N/m) |
|---|---|---|---|
| 5 | 0,07475 | 45 | 0,0686 |
| 10 | 0,07401 | 50 | 0,0678 |
| 15 | 0,07326 | 55 | 0,0669 |
| 20 | 0,07253 | 60 | 0,0660 |
| 25 | 0,07178 | 65 | 0,0651 |
| 30 | 0,07103 | 70 | 0,0642 |
| 35 | 0,07029 | 75 | 0,0633 |
| 40 | 0,06954 | 80 | 0,0623 |
| | | 90 | 0,0606 |

### 9.30. Néhány folyadék Eötvös-állandója

| Név | Eötvös-állandó $k_E$ (J/K) | Név | Eötvös-állandó $k_E$ (J/K) |
|---|---|---|---|
| benzol | $2{,}1 \cdot 10^{-7}$ | klór* | $2{,}1 \cdot 10^{-7}$ |
| ecetsav | $0{,}9 \ldots 1{,}3 \cdot 10^{-7}$ | metil-alkohol (metanol) | $0{,}67 \ldots 1{,}05 \cdot 10^{-7}$ |
| etil-alkohol (etanol) | $0{,}94 \ldots 1{,}35 \cdot 10^{-7}$ | nitrobenzol | $2{,}23 \cdot 10^{-7}$ |
| éter (dietil-éter) | $2{,}17 \cdot 10^{-7}$ | nitrogén* | $2{,}0 \cdot 10^{-7}$ |
| fenol | $0{,}36 \ldots 1{,}94 \cdot 10^{-7}$ | oxigén* | $1{,}92 \cdot 10^{-7}$ |
| glicerin-trisztearát | $5{,}3 \ldots 6{,}8 \cdot 10^{-7}$ | szén-diszulfid | $2{,}02 \cdot 10^{-7}$ |
| higany | $0{,}62 \ldots 1{,}14 \cdot 10^{-7}$ | szén-tetraklorid | $2{,}11 \cdot 10^{-7}$ |
| fluor* | $1{,}78 \cdot 10^{-7}$ | víz | $0{,}9 \ldots 1{,}2 \cdot 10^{-7}$ |

* Ezen gázok esetében a folyadékfázishoz tartozó hőmérsékleti tartományban értelmezett érték.

### 9.31. Néhány anyag dinamikus viszkozitása 20 °C-on

| Gázok | $\eta$ (Pa · s) | Folyadékok | $\eta$ (Pa · s) |
|---|---|---|---|
| ammónia | $1{,}00 \cdot 10^{-5}$ | etil-alkohol (50%-os) (etanol) | $2{,}86 \cdot 10^{-3}$ |
| hélium | $2{,}00 \cdot 10^{-5}$ | benzol | $0{,}664 \cdot 10^{-3}$ |
| hidrogén | $0{,}9 \cdot 10^{-5}$ | glicerin | 1,47 |
| levegő | $1{,}82 \cdot 10^{-5}$ | higany | $1{,}55 \cdot 10^{-3}$ |
| metán | $1{,}04 \cdot 10^{-5}$ | lenolaj | $5{,}30 \cdot 10^{-2}$ |
| neon | $3{,}10 \cdot 10^{-5}$ | melasz | 165 |
| oxigén | $2{,}02 \cdot 10^{-5}$ | méz (16% víztartalmú) | 19 |
| szén-dioxid | $1{,}49 \cdot 10^{-5}$ | méz (29 °C-on) | 7 |
| | | petróleum | $2{,}14 \cdot 10^{-3}$ |
| | | szurok | $10^{7}$ |
| | | víz | $1{,}002 \cdot 10^{-3}$ |

### 9.32. A levegő és a víz dinamikus viszkozitása a hőmérséklet függvényében

| $t$ (°C) | $\eta$ (Pa · s) | | $t$ (°C) | $\eta$ (Pa · s) | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Levegő | Víz | | Levegő | Víz |
| −100 | $1{,}18 \cdot 10^{-5}$ | – | 50 | $1{,}957 \cdot 10^{-5}$ | $0{,}548 \cdot 10^{-3}$ |
| −50 | $1{,}46 \cdot 10^{-5}$ | – | 60 | $2{,}000 \cdot 10^{-5}$ | $0{,}467 \cdot 10^{-3}$ |
| −20 | $1{,}607 \cdot 10^{-5}$ | – | 70 | – | $0{,}404 \cdot 10^{-3}$ |
| 0 | $1{,}710 \cdot 10^{-5}$ | $1{,}793 \cdot 10^{-3}$ | 80 | $2{,}091 \cdot 10^{-5}$ | $0{,}355 \cdot 10^{-3}$ |
| 10 | – | $1{,}307 \cdot 10^{-3}$ | 90 | – | $0{,}316 \cdot 10^{-3}$ |
| 20 | $1{,}820 \cdot 10^{-5}$ | $1{,}002 \cdot 10^{-3}$ | 100 | $2{,}179 \cdot 10^{-5}$ | $0{,}282 \cdot 10^{-3}$ |
| 30 | – | $0{,}797 \cdot 10^{-3}$ | 200 | $2{,}588 \cdot 10^{-5}$ | $0{,}136 \cdot 10^{-3}$ |
| 40 | $1{,}906 \cdot 10^{-5}$ | $0{,}653 \cdot 10^{-3}$ | 360 | – | $0{,}066 \cdot 10^{-3}$ |
| | | | 500 | $3{,}595 \cdot 10^{-5}$ | – |

## 9.33. Szilárd elemek hőtani adatai

| Név | Olvadáspont $t_o$ (°C) | Forráspont $t_f$ (°C) | Hővezetési együttható a 0…100 °C tartományban $\lambda$ (J/(m·K·s)) | Lineáris hőtágulási együttható a 0…100 °C tartományban $\alpha$ (1/K) | Olvadáshő $L_o$ (kJ/kg) | Forráshő $L_f$ (kJ/kg) | Közepes fajhő 25 °C-on $c$ (J/(kg · K)) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| aktínium | 1051 | 3198 | 12 | – | – | – | – |
| alumínium | 660,3 | 2519 | 221 | $2{,}39 \cdot 10^{-5}$ | 361 | 10886 | 900 |
| antimon | 630,6 | 1587 | 19 | $1{,}05 \cdot 10^{-5}$ | 163 | 1256 | 205 |
| arany | 1064 | 2856 | 308 | $1{,}42 \cdot 10^{-5}$ | 65 | 1759 | 130 |
| arzén | 817 (hármaspont) | 614-től szublimál | 50 | $5{,}6 \cdot 10^{-6}$ | 373 | 1574 szublimálási hő | 343 |
| asztácium | 302 | 337 | 2 | – | – | – | – |
| bárium | 727 | 1897 | 18 | $1{,}8 \cdot 10^{-5}$ | 56 | 1100 | 192 |
| berillium | 1287 | 2471 | 190 | $1{,}13 \cdot 10^{-5}$ | 1350 | 32470 | 1825 |
| bizmut | 271,4 | 1564 | 8,9 | $1{,}34 \cdot 10^{-5}$ | 52 | 857 | 124 |
| bór | 2075 | 3927 | 27 | $6 \cdot 10^{-6}$ | 2090 | 35000 | 1030 |
| cérium | 799 | 3424 | 11 | $6{,}3 \cdot 10^{-6}$ | 38 | 2680 | 205 |
| cézium | 28,44 | 671 | 36 | $9{,}7 \cdot 10^{-5}$ | 16 | 611 | 230 |
| cink | 419,5 | 907 | 120 | $2{,}98 \cdot 10^{-5}$ | 111 | 1800 | 383 |
| cirkónium | 1855 | 4409 | 23 | $5{,}7 \cdot 10^{-6}$ | 211 | 6360 | 281 |
| diszprózium | 1411 | 2561 | 11 | $9{,}9 \cdot 10^{-6}$ | 105 | 1725 | 173 |
| erbium | 1529 | 2862 | 14 | $1{,}22 \cdot 10^{-5}$ | 103 | 1680 | 168 |
| európium | 822 | 1596 | 14 | $3{,}5 \cdot 10^{-5}$ | 63 | 1155 | 176 |
| ezüst | 961,8 | 2162 | 429 | $1{,}89 \cdot 10^{-5}$ | 103 | 2390 | 234 |
| foszfor | 44,15 | 277 | 0,236 | $1{,}25 \cdot 10^{-4}$ | 21 | 1675 | 741 |
| francium | 27 | 677 | – | – | – | – | – |
| gadolínium | 1314 | 3264 | 11 | $9{,}4 \cdot 10^{-6}$ | 99 | 1920 | 230 |
| gallium | 29,76 | 2204 | 29 | $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ | 80 | 3984 | 330 |
| germánium | 938,3 | 2833 | 60 | $5{,}75 \cdot 10^{-6}$ | 465 | 4516 | 322 |
| hafnium | 2233 | 4603 | 23 | $5{,}9 \cdot 10^{-6}$ | 122 | 3700 | 146 |
| holmium | 1472 | 2694 | 16 | $1{,}12 \cdot 10^{-5}$ | 104 | 1695 | 165 |
| indium | 156,6 | 2072 | 82 | $3{,}21 \cdot 10^{-5}$ | 29 | 2024 | 234 |
| irídium | 2446 | 4428 | 147 | $6{,}4 \cdot 10^{-6}$ | 135 | 3186 | 133 |
| itterbium | 824 | 1194 | 39 | $2{,}63 \cdot 10^{-5}$ | 53 | 921 | 145 |

## 9.33. Szilárd elemek hőtani adatai (folytatás)

| Név | Olvadáspont $t_o$ (°C) | Forráspont $t_f$ (°C) | Hővezetési együttható a 0 ... 100 °C tartományban $\lambda$ (J/(m·K·s)) | Lineáris hőtágulási együttható a 0 ... 100 °C tartományban $\alpha$ (1/K) | Olvadáshő $L_o$ (kJ/kg) | Forráshő $L_f$ (kJ/kg) | Közepes fajhő 25 °C-on $c$ (J/(kg · K)) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ittrium | 1 526 | 3 336 | 17 | $1{,}08 \cdot 10^{-5}$ | 193 | 4 135 | 285 |
| jód | 113,7 | 184,4 | 0,45 | – | – | – | – |
| kadmium | 321 | 767 | 97 | $3{,}1 \cdot 10^{-5}$ | 57 | 886 | 232 |
| kalcium | 842 | 1 484 | 200 | $2{,}2 \cdot 10^{-5}$ | 209 | 3 760 | 653 |
| kálium | 63,38 | 759 | 103 | $8{,}3 \cdot 10^{-5}$ | 61 | 2 033 | 741 |
| kén | 115,2 | 444,6 | 0,2 | – | – | – | 733 |
| kobalt | 1 495 | 2 927 | 95 | $1{,}3 \cdot 10^{-5}$ | 263 | 6 490 | 415 |
| króm | 1 907 | 2 671 | 94 | $4{,}9 \cdot 10^{-6}$ | 260 | 6 580 | 461 |
| lantán | 920 | 3 455 | 13 | $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ | 60 | 2 897 | 197 |
| lítium | 180,5 | 1 342 | 85 | $4{,}6 \cdot 10^{-5}$ | 422 | 19 600 | 3 308 |
| lutécium | 1663 | 3 393 | 16 | $9{,}9 \cdot 10^{-6}$ | – | – | – |
| magnézium | 650 | 1 090 | 160 | $8{,}2 \cdot 10^{-6}$ | 362 | 5 254 | 1 068 |
| mangán | 1 246 | 2 061 | 8 | $2{,}2 \cdot 10^{-5}$ | 267 | 4 207 | 477 |
| molibdén | 2 623 | 4 639 | 140 | $4{,}8 \cdot 10^{-6}$ | 290 | 6 153 | 251 |
| nátrium | 97,72 | 883 | 140 | $7{,}1 \cdot 10^{-5}$ | 113 | 4 260 | 1 235 |
| neodímium | 1 016 | 3 066 | 17 | $9{,}6 \cdot 10^{-6}$ | 75 | 2 000 | 205 |
| neptúnium | 644 | 3902 | 6 | – | – | – | – |
| nikkel | 1455 | 2 913 | 91 | $1{,}33 \cdot 10^{-5}$ | 292 | 6 378 | 440 |
| nióbium | 2477 | 4 744 | 54 | $7{,}2 \cdot 10^{-6}$ | 290 | 7 360 | 268 |
| ólom | 327,5 | 1 749 | 35 | $2{,}9 \cdot 10^{-5}$ | 23,2 | 862 | 130 |
| ón (fehér, $\beta$ ón) | – | – | 67 | $2{,}35 \cdot 10^{-5}$ | – | – | 213 |
| ón (rideg, $\gamma$ ón, 162 °C felett) | 231,9 | 2 602 | – | – | 60 | 2 497 | – |
| ozmium | 3 033 | 5 012 | 88 | $5{,}1 \cdot 10^{-6}$ | 154 | 3 305 | 131 |
| palládium | 1 555 | 2 963 | 72 | $1{,}1 \cdot 10^{-5}$ | 157 | 3 398 | 244 |
| platina | 1 768 | 3 825 | 72 | $8{,}8 \cdot 10^{-6}$ | 101 | 2 405 | 134 |
| plutónium | 640 | 3228 | 6 | – | – | – | – |
| polónium | 254 | 962 | – | – | – | – | – |

| Név | Olvadáspont $t_o$ (°C) | Forráspont $t_f$ (°C) | Hővezetési együttható a 0 ... 100 °C tartományban $\lambda$ (J/(m·K·s)) | Lineáris hőtágulási együttható a 0 ... 100 °C tartományban $\alpha$ (1/K) | Olvadáshő $L_o$ (kJ/kg) | Forráshő $L_f$ (kJ/kg) | Közepes fajhő 25 °C-on $c$ (J/(kg · K)) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| prazeodímium | 931 | 3 510 | 13 | $6{,}7 \cdot 10^{-6}$ | 80 | 2 343 | 192 |
| prométium | 1 042 | 3 000 | 15 | $1{,}1 \cdot 10^{-5}$ | – | – | – |
| protaktínium | 1 572 | 3 300 | 47 | – | – | – | – |
| rádium | 700 | 1 737 | 19 | – | – | – | – |
| rénium | 3 186 | 5 596 | 48 | $6{,}2 \cdot 10^{-6}$ | 180 | 3 824 | 138 |
| réz | 1 085 | 2 562 | 395 | $1{,}68 \cdot 10^{-5}$ | 205 | 4 796 | 385 |
| ródium | 1 964 | 3 695 | 150 | $8{,}2 \cdot 10^{-6}$ | 210 | 4 800 | 244 |
| rubídium | 39,31 | 688 | 58 | $9 \cdot 10^{-6}$ | 26 | 887 | 360 |
| ruténium | 2 334 | 4 150 | 117 | $6{,}4 \cdot 10^{-6}$ | 252 | 5 610 | 238 |
| stroncium | 777 | 1 382 | 35 | $2{,}25 \cdot 10^{-5}$ | – | – | – |
| szamárium | 1 072 | 1 790 | 13 | $1{,}27 \cdot 10^{-5}$ | 72 | 1 280 | 180 |
| szelén | 221 | 685 | 0,52 | $3{,}7 \cdot 10^{-5}$ | 69 | 333 | 352 |
| szén | 3 527 | 4 027 | 140 | $7{,}1 \cdot 10^{-6}$ | – | – | 691 |
| szén (grafit) | 3 650 S | 4 827 | – | – | – | – | 1 047 |
| szén (gyémánt) | 3 500 B | – | 140 | $0{,}9 \ldots 1{,}2 \cdot 10^{-6}$ | – | – | 494 |
| szilícium | 1 414 | 3 265 | 150 | $2{,}6 \cdot 10^{-6}$ | 1 650 | 13 700 | 678 |
| szkandium | 1 541 | 2 830 | 16 | $1{,}02 \cdot 10^{-5}$ | 357 | 7 293 | 557 |
| tallium | 303,5 | 1 473 | 46 | $3 \cdot 10^{-5}$ | 21 | 813 | 128 |
| tantál | 3 017 | 5 458 | 58 | $6{,}5 \cdot 10^{-6}$ | 174 | 4 165 | 140 |
| technécium | 2 157 | 4 265 | 51 | – | – | – | – |
| tellúr | 449,5 | 988 | 3,3 | $1{,}675 \cdot 10^{-5}$ | 138 | 820 | 201 |
| terbium | 1 359 | 3 221 | 11 | $1{,}03 \cdot 10^{-5}$ | 103 | 1 840 | 183 |
| titán | 1 668 | 3 287 | 22 | $8{,}6 \cdot 10^{-6}$ | 365 | 8 893 | 523 |
| tórium | 1 750 | 4 788 | 54 | $1{,}12 \cdot 10^{-5}$ | 83 | 2 202 | 113 |
| túlium | 1 545 | 1 946 | 17 | $1{,}33 \cdot 10^{-5}$ | 109 | 1 456 | 160 |
| urán | 1 135 | 4 131 | 28 | $1{,}39 \cdot 10^{-5}$ | 53 | 1 753 | 116 |
| vanádium | 1 910 | 3 407 | 31 | $8{,}3 \cdot 10^{-6}$ | 345 | 8 975 | 486 |
| vas | 1 538 | 2 861 | 80 | $1{,}18 \cdot 10^{-5}$ | 272 | 6 095 | 465 |
| volfrám | 3 422 | 5 555 | 162 | $4{,}5 \cdot 10^{-6}$ | 192 | 4 009 | 134 |

## 9.34. Szilárd anyagok hőtani adatai

Ü: üvegesedik, B: bomlik S: szublimál

Az adatok csak tájékoztató jellegűek, az összetétel, származási hely, előállítási technológia, nedvességtartalom és porozitás nagymértékben befolyásolja az értékeket.

| Név | Olvadáspont $t_o$ (°C) | Hővezetési együttható 20 °C-on $\lambda$ (J/(m · K · s)) | Lineáris hőtágulási együttható 20 °C-on $\alpha$ (1/K) | Fajhő, 20 °C-on $c_p$ (J/(kg · K)) |
|---|---|---|---|---|
| acél (ausztenites) | 1350 ... 1550 | 13 ... 17 | $1{,}6 \ldots 1{,}7 \cdot 10^{-5}$ | 470 |
| acél (ferrites) | 1350 ... 1550 | 30 ... 60 | $1{,}05 \ldots 1{,}3 \cdot 10^{-5}$ | |
| agyag | – | 0,035 ... 0,045 | – | 1300 ... 1700 |
| alumínium-oxid | 2050 | 25 ... 35 | $7 \ldots 8 \cdot 10^{-6}$ | – |
| alumíniumötvözetek | – | 121 ... 237 | $1{,}85 \ldots 2{,}4 \cdot 10^{-5}$ | – |
| beton | – | 0,7 ... 1,2 | $1{,}2 \ldots 1{,}4 \cdot 10^{-5}$ | 840 |
| bronz | 880 ... 1040 | 45 ... 75 | $1{,}68 \ldots 1{,}88 \cdot 10^{-5}$ | 360 |
| cinkötvözetek | 380 ... 420 | 95 ... 113 | $2{,}4 \ldots 2{,}8 \cdot 10^{-5}$ | – |
| csillám | – | 0,5 ... 0,6 | $0{,}9 \ldots 1{,}3 \cdot 10^{-5}$ | 880 |
| fémkerámiák | 1425 | 30 ... 34 | $8{,}3 \ldots 8{,}9 \cdot 10^{-6}$ | – |
| fenyőfa a rostokkal párhuzamosan | – | 0,4 | $3{,}2 \ldots 4{,}3 \cdot 10^{-6}$ | – |
| fenyőfa a rostokra merőlegesen | – | 0,2 | $3{,}2 \ldots 4{,}3 \cdot 10^{-5}$ | – |
| gipsz | – | 0,29 | – | 800 |
| gránit | – | 2,1 ... 2,9 | $3 \ldots 8 \cdot 10^{-6}$ | 750 |
| gyémánt | 3500 B | 140 | $0{,}9 \ldots 1{,}2 \cdot 10^{-6}$ | 494 |
| jég (0°C-on) | 0 | 2,2 | $5{,}1 \cdot 10^{-5}$ | 2093 |
| kőszén | – | 0,2 ... 0,3 | – | 1000 ... 1300 |
| kvarcüveg | 1480 Ü | 1,4 | $5 \ldots 6 \cdot 10^{-7}$ | – |
| lombos fa a rostokkal párhuzamosan | – | 0,2 ... 0,35 | $3 \ldots 10 \cdot 10^{-6}$ | 1300 ... 1700 |
| lombos fa a rostokra merőlegesen | – | 0,1 ... 0,2 | $3 \ldots 7 \cdot 10^{-5}$ | |
| magnézium-oxid | 2800 | – | $1{,}0 \ldots 1{,}4 \cdot 10^{-5}$ | – |
| magnézium-ötvözetek | 420 ... 650 | 70 ... 155 | $2{,}0 \ldots 2{,}6 \cdot 10^{-5}$ | – |
| nikkelötvözetek | 1260 ... 1440 | 10 ... 90 | $1{,}1 \ldots 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ | 1700 ... 2100 |
| parafa | – | 0,045 ... 0,060 | – | 1,7 ... 2,1 |
| porcelán | 1700 | 0,8 ... 1,4 | $3 \ldots 6{,}5 \cdot 10^{-6}$ | 800 ... 900 |
| samott | – | 0,8 ... 1,2 | $5 \cdot 10^{-6}$ | 840 |
| sárgaréz | 880 ... 1020 | 55 ... 160 | $1{,}75 \ldots 1{,}91 \cdot 10^{-5}$ | 380 |
| szilícium-karbid | 2700 S | 90 ... 125 | $4 \ldots 5 \cdot 10^{-6}$ | – |

| Név | Olvadáspont $t_o$ (°C) | Hővezetési együttható 20 °C-on $\lambda$ (J/(m · K · s)) | Lineáris hőtágulási együttható 20 °C-on $\alpha$ (1/K) | Fajhő, 20 °C-on $c_p$ (J/(kg · K)) |
|---|---|---|---|---|
| titán-karbid | 3100 | 21 | $7{,}4 \cdot 10^{-6}$ | – |
| titánötvözetek | 1540 ... 1650 | 7 ... 20 | $8{,}6 \ldots 9{,}3 \cdot 10^{-6}$ | – |
| üveg | 330 ... 825 Ü | 0,7 ... 1,1 | $3{,}5 \ldots 5{,}5 \cdot 10^{-6}$ | – |
| üvegszál-erősítésű műanyag | – | 0,31 ... 0,44 | $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ | – |
| volfrám-karbid | 2870 | 30 ... 90 | – | – |
| zsírkő (talkum) | 1460 | 3,3 | $9 \ldots 10 \cdot 10^{-6}$ | 840 |

## *9.35. Műanyagok hőtani adatai*

A gyártási technológiától és a kialakuló szerkezettől függően kismértékben változhatnak az értékek.

| Név | Olvadáspont $t_o$ (°C) Ü: üvegesedik B: bomlik | Hővezetési együttható $\lambda$ (J/(m·K·s)) 23 °C-on | Lineáris hőtágulási együttható $\alpha$ (1/K) | Fajhő $c$ (kJ/(kg·K)) | Alkalmazási tartomány $T_{alk}$ (°C) |
|---|---|---|---|---|---|
| cellulóz-acetát | 70 ... 120 Ü | 0,16 ... 0,32 | $80 \ldots 180 \cdot 10^{-6}$ | 1,2 ... 1,6 | −20 ... 95 |
| poliamid (PA 6, Nylon 6) | 180 ... 220 Ü | 0,24 ... 0,28 | $95 \cdot 10^{-6}$ | 2,1 | −40 ... 160 |
| polikarbonát (PC) | 200 Ü | 0,19 ... 0,22 | $66 \ldots 70 \cdot 10^{-6}$ | 1,2 | ... 125 |
| poli(etilén-tereftalát) (poliészter) | 265 | 0,14 ... 0,40 | $30 \ldots 65 \cdot 10^{-6}$ | 1,2 ... 1,35 | −40 ... 170 |
| polietilén (nagy sűrűségű, HDPE) | 150 | 0,45 ... 0,52 | $100 \ldots 200 \cdot 10^{-6}$ | 1,9 | ... 120 |
| polietilén (kis sűrűségű, LDPE) | 120 | 0,33 | $100 \ldots 200 \cdot 10^{-6}$ | 1,9 | −60 ... 90 |
| poliimid (kapton) | 400 B | 0,10 ... 0,35 | $30 \ldots 60 \cdot 10^{-6}$ | 1,09 | −270 ... 320 |
| poli(metil-metakrilát) (plexi) | 120 Ü | 0,16 ... 0,25 | $50 \ldots 90 \cdot 10^{-6}$ | 1,4 ... 1,5 | ... 90 |
| polipropilén (PP) | 160 ... 170 | 0,10 ... 0,22 | $60 \ldots 100 \cdot 10^{-6}$ | 1,7 ... 1,9 | −10 ... 120 |
| polisztirol (PS) | 110 Ü | 0,04 ... 0,14 | $30 \ldots 210 \cdot 10^{-6}$ | 1,2 | ... 95 |
| poli(tetra-fluoretilén) (teflon) | 320 | 0,25 | $100 \ldots 160 \cdot 10^{-6}$ | 1,0 | −260 ... 280 |
| poli(vinil-klorid) (PVC) | 90 Ü | 0,12 ... 0,25 | $75 \ldots 100 \cdot 10^{-6}$ | – | −30 ... 75 |
| poliésztergyanta | 140 B | 0,12 ... 0,2 | $100 \ldots 130 \cdot 10^{-6}$ | – | ... 100 |

## 9.36. Folyadékok hőtani adatai

| | Név | | Fajhő 0 °C-on $c$ $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right)$ | Hővezetési együttható 18 °C-on $\lambda$ $\left(\frac{\text{J}}{\text{m} \cdot \text{K} \cdot \text{s}}\right)$ | Térfogati hőtágulási együttható $\beta$ (1/°C) | Olvadáspont Fagyáspont $t_o$ (°C) $10^5$ Pa nyomáson |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | aceton (dimetil-keton) | $(CH_3)CO$ | 2,16 | 0,162 | $1{,}43 \cdot 10^{-3}$ | −94,6 |
| 2. | benzin | – | 2,10 | 0,163 | $1{,}00 \cdot 10^{-3}$ | −50 . . . − 130 |
| 3. | benzol | $C_6H_6$ | 1,74 (*) | 0,140 | $1{,}25 \cdot 10^{-3}$ | 5,5 |
| 4. | bróm | $Br_2$ | 0,46 | 0,12 | $1{,}13 \cdot 10^{-3}$ | −7,3 |
| 5. | etil-alkohol (etanol) | $(C_2H_5)OH$ | 2,39 | 0,198 | $1{,}10 \cdot 10^{-3}$ | −112 |
| 6. | éter (dietil-éter) | $(C_2H_5)O$ | 2,30 | 0,140 | $1{,}62 \cdot 10^{-3}$ | −116,3 |
| 7. | gázolaj | – | – | 0,151 | – | −30 |
| 8. | glicerin (vízmentes) | $C_3H_5(OH)_3$ | 2,39 (*) | 0,291 | $0{,}50 \cdot 10^{-3}$ | 18 |
| 9. | higany | Hg | 0,138 | 8,374 | $0{,}181 \cdot 10^{-3}$ | −38,9 |
| 10. | kénsav (tömény) | $H_2SO_4$ | 1,39 (*) | 0,465 | $0{,}56 \cdot 10^{-3}$ | 10,5 |
| 11. | kloroform | $CHCl_3$ | 0,94 | – | $1{,}28 \cdot 10^{-3}$ | −63,7 |
| 12. | konyhasóoldat (20%) | – | 3,91 | 0,593 | – | −18 |
| 13. | metil-alkohol (metanol) | $CH_3OH$ | 2,41 | – | $1{,}19 \cdot 10^{-3}$ | −97,8 |
| 14. | *n*-pentán | $C_5H_{12}$ | 2,27 (*) | 0,140 | $1{,}62 \cdot 10^{-3}$ | −129,7 |
| 15. | petróleum | – | 2,10 | 0,160 | $0{,}92 \ldots 1{,}00 \cdot 10^{-3}$ | −70 |
| 16. | salétromsav | $HNO_3$ | 1,72 | 0,535 | $1{,}24 \cdot 10^{-3}$ | −41,3 |
| 17. | sósav (20%) | HCl + aq | 3,14 | 0,465 | $0{,}30 \cdot 10^{-3}$ | −14 |
| 18. | szén-diszulfid | $CS_2$ | 1,00 | – | $1{,}19 \cdot 10^{-3}$ | −111,8 |
| 19. | szén-tetraklorid | $CCl_4$ | 0,84 | 0,105 | $1{,}23 \cdot 10^{-3}$ | −22,6 |
| 20. | terpentinolaj | – | 1,80 | 0,105 | $1{,}00 \cdot 10^{-3}$ | −10 |
| 21. | víz | $H_2O$ | 4,18 (*) | 0,587 | (**) | 0 |
| 22. | nehézvíz | $D_2O$ | 4,21 (*) | – | – | 3,8 |
| 23. | trícium-oxid | $T_2O$ | 4,19 (*) | – | – | 4,5 |

(*) 20 °C-on

(**) A víz térfogati hőtágulási együtthatója függ a hőmérséklettől.

$0\ °C \leq t < 4\ °C$ esetén $\beta < 0$

$t = 4\ °C$ esetén $\beta = 0$

$t > 4\ °C$ esetén $\beta > 0$

| Forráspont $t_f$ (°C) $10^5$ Pa nyomáson | Olvadás-hő Fagyás-hő $L_o$ (kJ/kg) | Forráshő $L_f$ (kJ/kg) | Kritikus hőmérséklet $t_{kr}$ (°C) | Kritikus nyomás $p_{kr}$ (MPa) | Név | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 56,5 | 82,1 | 525 | 236 | 6,08 | aceton (dimetil-keton) | 1. |
| 40...220 | – | – | – | – | benzin | 2. |
| 80,1 | 127 | 396 | 288,5 | 4,85 | benzol | 3. |
| 58,8 | 67,8 | 1180 | 310 | 10,33 | bróm | 4. |
| 78,4 | 107 | 906 | 244 | 6,28 | etil-alkohol (etanol) | 5. |
| 34,5 | 98,4 | 377 | 194 | 4,51 | éter (dietil-éter) | 6. |
| 200...300 | – | – | – | – | gázolaj | 7. |
| 290 | 201 | 1101 | 240 | 10,00 | glicerin (vízmentes) | 8. |
| 357 | 11,7 | 285 | 1460 | 105,6 | higany | 9. |
| 338 | 109 | 553 | – | – | kénsav (tömény) | 10. |
| 61,1 | 75 | 247 | 262 | 5,49 | kloroform | 11. |
| 108,8 | – | – | – | – | konyhasóoldat (20%) | 12. |
| 64,7 | 83,7 | 1110 | 237 | 1,01 | metil-alkohol (metanol) | 13. |
| 36,1 | 116 | 353 | 197 | 3,34 | *n*-pentán | 14. |
| 150...300 | – | 335 | – | – | petróleum | 15. |
| 86 | 39,7 | 482 | – | – | salétromsav | 16. |
| 110 | – | – | – | – | sósav (20%) | 17. |
| 46,2 | 74,1 | 364 | 277 | 7,55 | szén-diszulfid | 18. |
| 76,8 | 17,6 | 193 | 283 | 4,51 | szén-tetraklorid | 19. |
| 160 | – | 293 | 376 | – | terpentinolaj | 20. |
| 100 | 335 | 2256 | 374,2 | 22,06 | víz | 21. |
| 101,4 | 318 | 2073 | – | – | nehézvíz | 22. |
| – | – | – | 374,2 | 22,08 | trícium-oxid | 23. |

## 9.37. Gázok, gőzök hőtani adatai

| Név | | Fajhő ($10^5$ Pa-on, 273 K-en) | | | Hővezetési együttható 18 °C-on | Térfogati hőtágulási együttható |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $c_p$ | $c_V$ | $\kappa = \frac{c_p}{c_V}$ | $\lambda$ | $\beta$ |
| | | (kJ/(kg · K)) | | | (J/(m · K · s)) | (1/K) |
| 1. ammónia | $NH_3$ | 2,056 | 1,566 | 1,31 | $22{,}0 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}802 \cdot 10^{-3}$ |
| 2. argon | Ar | 0,523 | 0,318 | 1,64 | $16{,}2 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}642 \cdot 10^{-3}$ |
| 3. acetilén (etin) | $C_2H_2$ | 1,512 | 1,214 | 1,25 | $18{,}8 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}726 \cdot 10^{-3}$ |
| 4. *n*-bután | $C_4H_{10}$ | 1,658 | – | – | $13{,}5 \cdot 10^{-3}$ | – |
| 5. etán | $C_2H_6$ | 1,666 | 1,365 | 1,22 | $19{,}7 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}750 \cdot 10^{-3}$ |
| 6. fluor | $F_2$ | 0,342 | – | – | $27{,}7 \cdot 10^{-3}$ | – |
| 7. hélium | He | 5,234 | 3,161 | 1,66 | $143{,}6 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}660 \cdot 10^{-3}$ |
| 8. hidrogén | $H_2$ | 14,236 | 10,112 | 1,41 | $175{,}0 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}662 \cdot 10^{-3}$ |
| 9. nehézhidrogén | $D_2$ | 14,487 | – | – | $128{,}7 \cdot 10^{-3}$ | – |
| 10. hidrogén-klorid | HCl | 0,812 | 0,573 | 1,42 | – | – |
| 11. kén-dioxid | $SO_2$ | 0,628 | 0,477 | 1,32 | $8{,}4 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}385 \cdot 10^{-3}$ |
| 12. kén-hidrogén | $H_2S$ | 1,068 | 0,821 | 1,30 | $13{,}0 \cdot 10^{-3}$ | – |
| 13. klór | $Cl_2$ | 0,502 | 0,374 | 1,34 | $8{,}9 \cdot 10^{-3}$ | – |
| 14. kripton | Kr | – | – | 1,68 | $87{,}5 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}690 \cdot 10^{-3}$ |
| 15. levegő | – | 0,997 | 0,712 | 1,40 | $24{,}2 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}675 \cdot 10^{-3}$ |
| 16. metán | $CH_4$ | 2,161 | 1,637 | 1,32 | $30{,}2 \cdot 10^{-3}$ | – |
| 17. éter (dimetil-éter) | $(CH_3)_2O$ | – | – | 1,11 | – | – |
| 18. neon | Ne | 1,030 | 0,623 | 1,65 | $46{,}4 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}661 \cdot 10^{-3}$ |
| 19. nitrogén | $N_2$ | 1,038 | 0,741 | 1,40 | $24{,}3 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}674 \cdot 10^{-3}$ |
| 20. oxigén | $O_2$ | 0,916 | 0,653 | 1,40 | $24{,}6 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}674 \cdot 10^{-3}$ |
| 21. ózon | $O_3$ | 0,795 | – | 1,29 | – | – |
| 22. propán | $C_3H_8$ | 1,595 | – | 1,14 | $15{,}1 \cdot 10^{-3}$ | – |
| 23. szén-dioxid | $CO_2$ | 0,821 | 0,632 | 1,30 | $14{,}3 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}726 \cdot 10^{-3}$ |
| 24. szén-monoxid | CO | 1,047 | 0,745 | 1,40 | $23{,}0 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}367 \cdot 10^{-3}$ |
| 25. vízgőz | $H_2O$ | 1,847 | 1,386 | 1,33 | $18{,}0 \cdot 10^{-3}$ | – |
| 26. xenon | Xe | – | – | 1,66 | $5{,}7 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}720 \cdot 10^{-3}$ |

| Olvadáspont Fagyáspont $t_o$ (°C) $10^5$ Pa | Forráspont $t_f$ (°C) | Olvadáshő Fagyáshő $L_o$ (kJ/kg) | Forráshő $L_o$ (kJ/kg) | Kritikus hőmérséklet $t_{kr}$ (°C) | Kritikus nyomás $p_{kr}$ (MPa) | Név | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| −77,7 | −33,4 | 339 | 1368 | 132,4 | 11,28 | ammónia | 1. |
| −189,3 | −185,8 | 29,3 | 167 | −122,0 | 4,90 | argon | 2. |
| −83,5 | −81,5 | – | 754 | 35,9 | 6,34 | etin (acetilén) | 3. |
| −138,0 | −0,5 | 81,6 | 386 | 152,8 | 3,49 | *n*-bután | 4. |
| −183,0 | −88,5 | 95,1 | 486 | 32,2 | 4,96 | etán | 5. |
| −220,0 | −188,0 | 37,7 | 159 | −129,0 | 5,70 | fluor | 6. |
| −272,2[1] | −268,9 | – | 25,1 | −267,9 | 0,23 | hélium | 7. |
| −259,2 | −252,8 | 58,6 | 461 | 239,9 | 1,29 | hidrogén | 8. |
| −254,6 | −249,7 | – | 314 | −234,8 | 1,69 | nehézhidrogén | 9. |
| −112,0 | −85,0 | 56,5 | 448 | 51,4 | 8,43 | hidrogén-klorid | 10. |
| −75,3 | −10,0 | 117 | 390 | 157,5 | 7,88 | kén-dioxid | 11. |
| −85,6 | −60,4 | 69,5 | 551 | 100,4 | 9,02 | kén-hidrogén | 12. |
| −103,0 | −35,0 | 188 | 261 | 114,0 | 7,70 | klór | 13. |
| −157,2 | −151,7 | 19,7 | 117 | −63,8 | 5,49 | kripton | 14. |
| −220,0 | −192,0 | – | 209 | −140,7 | 3,82 | levegő | 15. |
| −182,6 | −161,6 | 58,2 | 504 | −82,5 | 4,63 | metán | 16. |
| −138,0 | −23,7 | – | 469 | 127,0 | 5,30 | éter (dimetil-éter) | 17. |
| −248,8 | −245,9 | – | 105[4] | −228,7 | 2,73 | neon | 18. |
| −210,0 | −195,8 | 25,8 | 199 | −147,1 | 3,39 | nitrogén | 19. |
| −218,8 | −182,9 | 13,8 | 213 | −118,8 | 5,04 | oxigén | 20. |
| −251,0 | −112,0 | – | 251 | −5,0 | 9,36 | ózon | 21. |
| −187,8 | −42,1 | 80,0 | 448 | 96,8 | 4,26 | propán | 22. |
| −56,3[2] | −78,0[3] | 18,4 | 573[4] | 31,0 | 7,35 | szén-dioxid | 23. |
| −205,0 | −191,5 | 30,2 | 216 | −140,0 | 3,49 | szén-monoxid | 24. |
| 0,0 | 100,0 | 334 | 2256 | 374,2 | 22,06 | vízgőz | 25. |
| −111,9 | −108,0 | 17,6 | 461 | 16,6 | 5,89 | xenon | 26. |

[1] $26 \cdot 10^5$ Pa nyomáson
[2] $5,197\,52 \cdot 10^5$ Pa nyomáson
[3] szublimálási pont
[4] szublimálási hő

## *9.38. Gyulladási hőmérsékletek, égéshők, fűtőértékek*

Közelítő és kerekített értékek, sok esetben függ a pontos összetételtől.

**Égéshő**: (felső fűtőérték) az a hőmennyiség, amely 1 kg vagy 1 $m^3$ 20 °C-os tüzelőanyag tökéletes elégetésekor felszabadul, ha az égéstermékeket a kiindulási hőmérsékletre hűtjük vissza.

**Fűtőérték**: (alsó fűtőérték) az égéshőnek az égésnél keletkező víz elpárologtatásához szükséges hővel csökkentett értéke.

| Szilárd anyagok | Gyulladási hőmérséklet $t_{gy}$ (°C) | Égéshő $H_f$ (MJ/kg) | Fűtőérték $H_a$ (MJ/kg) |
|---|---|---|---|
| paraffin | > 330 | 49 | 45 |
| antracit | 425...440 | 33...35 | 32...34 |
| kőszén | 350...450 | 29...35 | 27...34 |
| kohókoksz | 550...750 | 28...31 | 28...30 |
| barnaszén-brikett | – | 20...21 | ~ 20 |
| fa (száraz) | 285...300 | 16...18 | 15...17 |
| tőzeg (száraz) | 225-280 | 14...16 | 12...15 |
| barnaszén | 250...450 | 10...13 | 8...11 |
| fa (nedves) | – | ~ 11 | ~ 8 |

| Folyadékok | Gyulladási hőmérséklet $t_{gy}$ (°C) | Égéshő $H_f$ (MJ/kg) | Fűtőérték $H_a$ (MJ/kg) |
|---|---|---|---|
| bután (cseppfolyósítva) | 425...440 | 49 | 46 |
| propán (cseppfolyósítva) | 470 | 50 | 42 |
| gázolaj | 350...430 | 44...46 | 39...44 |
| benzin | 230...300 | 44 | 42 |
| petróleum | 320 | 42...46 | 40...44 |
| xilol | 495 | 43 | 41 |
| toluol | 553 | 42 | 41 |
| benzol | 540...580 | 42 | 40 |
| etil-alkohol (etanol) | 390...425 | 30 | 26 |
| spiritusz (90%) | – | 28 | 24 |
| metil-alkohol (metanol) | 465 | 22 | 19 |
| szén-diszulfid | 102...120 | – | 15 |

| Gázok, gőzök | Gyulladási hőmérséklet $t_{gy}$ (°C) | Égéshő | | Fűtőérték | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | $H_f$ (MJ/$m^3$) | $H_f$ (MJ/kg) | $H_a$ (MJ/$m^3$) | $H_a$ (MJ/kg) |
| benzolgőz | – | 40 | 147 | 36 | 138 |
| butángőz | 490...530 | 117 | 49 | 108 | 46 |
| propángőz | 510 | 90 | 50 | 83 | 46 |
| etán | 320...360 | 64 | 52 | 58 | 47 |
| etilén (etén) | 545...560 | 58 | 59 | 54 | 55 |

| Gázok, gőzök | Gyulladási hőmérséklet $t_{gy}$ (°C) | Égéshő | | Fűtőérték | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | $H_f$ (MJ/m$^3$) | $H_f$ (MJ/kg) | $H_a$ (MJ/m$^3$) | $H_a$ (MJ/kg) |
| acetilén (etin) | 335 | 53 | 57 | 52 | 56 |
| fagáz (nedves) | – | – | 46 | – | 42 |
| fagáz (száraz) | – | – | 33 | – | 29 |
| metán | 650...750 | 36 | 55 | 33 | 50 |
| földgáz | 560...600 | 35...45 | – | 32...42 | – |
| ammónia | 650...780 | – | 17 | – | 14 |
| szén-monoxid | 610...650 | 11 | 10 | – | – |
| hidrogén | 575...585 | 12 | 143 | 10 | 120 |
| vízgáz | 600 | – | 11 | – | 10 |
| generátorgáz | 600 | – | 5...6 | – | ~ 5 |
| városi gáz (világítógáz) | – | 19...20 | – | 17...18 | – |

## *9.39. Lánghőmérsékletek*

| | |
|---|---|
| kőszén kazánban égetve | 1 000...1 200 °C |
| kőszén előtüzeléssel | 1 300...1 500 °C |
| barnaszén kazánban égetve | 700...1 200 °C |
| földgáz Bunsen-égőben égetve | 1 550...1 870 °C |
| földgáz oxigénben égetve | 2 200 °C |
| hidrogén oxigénnel égetve | 2 280...2 900 °C |
| hidrogén levegőben égetve | 1 770...1 960 °C |
| etil-alkohol (etanol) lángja | 1 700 °C |
| acetilén (etén) oxigénben égetve | 2 700...3 100 °C |

## *9.40. Gázmolekulák és gázatomok termikus átlagsebessége és közepes szabad úthossza 20 °C-on, normál légköri nyomáson ($10^5$ Pa)*

Közvetett mérési eredményekből számított értékek.

| Név | Termikus átlagsebesség $v$ (m/s) | Közepes szabad úthossz $l$ (m) | Név | Termikus átlagsebesség $v$ (m/s) | Közepes szabad úthossz $l$ (m) |
|---|---|---|---|---|---|
| $H_2$ | 1910 | $1{,}18 \cdot 10^{-7}$ | Hg | 190 | $3{,}03 \cdot 10^{-8}$ |
| He | 1350 | $1{,}79 \cdot 10^{-7}$ | $O_2$ | 478 | $6{,}44 \cdot 10^{-8}$ |
| Ne | 604 | $1{,}22 \cdot 10^{-7}$ | $N_2$ | 511 | $6{,}05 \cdot 10^{-8}$ |
| Ar | 427 | $6{,}31 \cdot 10^{-8}$ | $CO_2$ | 408 | $3{,}94 \cdot 10^{-8}$ |
| Kr | 295 | $4{,}73 \cdot 10^{-8}$ | vízgőz | 615 | $3{,}94 \cdot 10^{-8}$ |
| Xe | 236 | $3{,}50 \cdot 10^{-8}$ | | | |

## 9.41. Telített vízgőz nyomása és sűrűsége, a víz sűrűsége és párolgáshője a hőmérséklet függvényében

| Hőmérséklet $t$ (° C) | Telített vízgőz | | Víz | |
|---|---|---|---|---|
| | Nyomás $p$ (kPa) | Sűrűség $\varrho$ (kg/m$^3$) | Sűrűség $\varrho$ (kg/m$^3$) | Párolgáshő $L_p$ (kJ/kg) |
| 0 | 0,607 95 | 0,0048 | 999,867 | 2500,5 |
| 5 | 0,872 73 | 0,0068 | 999,926 | 2488,8 |
| 10 | 1,225 7 | 0,0094 | 999,727 | 2477,0 |
| 15 | 1,696 5 | 0,0128 | 999,126 | 2465,3 |
| 20 | 2,333 9 | 0,0173 | 998,23 | 2453,6 |
| 25 | 3,167 5 | 0,0230 | 997,07 | 2442,3 |
| 30 | 4,236 4 | 0,0303 | 995,67 | 2430,1 |
| 35 | 5,619 2 | 0,0396 | 994,05 | 2417,9 |
| 40 | 7,374 5 | 0,0511 | 992,24 | 2406,3 |
| 45 | 9,581 0 | 0,0656 | 990,24 | 2394,1 |
| 50 | 12,336 | 0,0828 | 988,07 | 2382,4 |
| 55 | 15,739 | 0,1043 | 985,73 | 2370,3 |
| 60 | 19,917 | 0,1302 | 983,24 | 2358,6 |
| 65 | 25,006 | 0,1611 | 980,59 | 2345,9 |
| 70 | 31,155 | 0,1981 | 977,81 | 2333,8 |
| 75 | 38,549 | 0,2418 | 974,89 | 2321,3 |
| 80 | 47,356 | 0,2933 | 971,83 | 2308,3 |
| 85 | 57,800 | 0,3534 | 968,65 | 2295,3 |
| 90 | 70,107 | 0,4235 | 965,34 | 2282,3 |
| 95 | 84,523 | 0,5045 | 961,92 | 2269,3 |
| 100 | 101,324 | 0,5977 | 958,38 | 2256,4 |
| 125 | 232,12 | 1,299 | 939,0 | 2187,3 |
| 150 | 476,01 | 2,548 | 916,9 | 2112,8 |
| 175 | 892,50 | 4,617 | 892,1 | 2031,5 |
| 200 | 1 554,3 | 7,857 | 864,7 | 1940,7 |
| 225 | 2 550,7 | 12,75 | 834,0 | 1836,8 |
| 250 | 3 977,5 | 19,98 | 799,2 | 1715,8 |
| 275 | 5 948,6 | 30,57 | 759,4 | 1572,6 |
| 300 | 8 591,5 | 46,24 | 712,0 | 1403,1 |
| 325 | 12 057 | 70,68 | 654,0 | 1188,7 |
| 350 | 16 536 | 113,6 | 572,4 | 891,8 |
| 370 | 21 052 | 200,0 | 448,4 | 448,0 |
| 374,2 | 22 106 | 326,2 | 326,2 | 0 |

## 9.42. A víz forrásponti hőmérsékletének változása a nyomás függvényében

| Nyomás | | Hőmérséklet | Nyomás | | Hőmérséklet |
|---|---|---|---|---|---|
| $p$ (Pa) | $p$ (torr) | $t$ (°C) | $p$ (Pa) | $p$ (torr) | $t$ (°C) |
| 87 991 | 660 | 96,10 | 101 990 | 765 | 100,18 |
| 88 658 | 665 | 96,30 | 102 656 | 770 | 100,37 |
| 89 324 | 670 | 96,50 | 103 323 | 775 | 100,55 |
| 89 991 | 675 | 96,71 | 103 990 | 780 | 100,73 |
| 90 658 | 680 | 96,91 | 104 656 | 785 | 100,91 |
| 91 242 | 685 | 97,12 | 105 323 | 790 | 101,09 |
| 91 991 | 690 | 97,32 | 105 989 | 795 | 101,27 |
| 92 657 | 695 | 97,52 | 106 656 | 800 | 101,44 |
| 93 324 | 700 | 97,71 | 107 323 | 805 | 101,62 |
| 93 991 | 705 | 97,91 | 107 989 | 810 | 101,80 |
| 94 657 | 710 | 98,11 | 108 656 | 815 | 101,97 |
| 95 324 | 715 | 98,30 | 109 322 | 820 | 102,14 |
| 95 990 | 720 | 98,49 | 109 989 | 825 | 102,32 |
| 96 657 | 725 | 98,69 | 110 656 | 830 | 102,49 |
| 97 324 | 730 | 98,88 | 111 322 | 835 | 102,66 |
| 97 990 | 735 | 99,07 | 111 989 | 840 | 102,83 |
| 98 657 | 740 | 99,26 | 112 655 | 845 | 103,00 |
| 99 323 | 745 | 99,44 | 100 322 | 850 | 103,17 |
| 99 990 | 750 | 99,63 | 113 989 | 855 | 103,33 |
| 100 657 | 755 | 99,82 | 114 655 | 860 | 103,50 |
| 101 325 | 760 | 100,00 | | | |

## 9.43. Néhány anyag hőátadási együtthatója

| | $\alpha$ (J/(m$^2$ · K · s)) |
|---|---|
| levegő, gázok természetes áramlás esetén | 6 . . . 20 |
| levegő, enyhe áramlással | 20 . . . 50 |
| levegő, erős áramlással | 50 . . . 250 |
| túlhevített vízgőz | 23 . . . 116 |
| víz, természetes áramlás esetén | 250 . . . 2 000 |
| áramló víz | 2 000 . . . 8 000 |
| víz, forrás közben | 3 000 . . . 6 000 |
| kondenzálódó gőz | 5 000 . . . 15 000 |

### 9.44. Néhány anyag átlagos emissziós tényezője

Az emissziós tényező értéke nagyon sok paramétertől (hőmérséklet, hullámhossz, a felület érdessége, polírozottsága, oxidáltsága, a vizsgálat szöge) függ, ezért a közölt adatok csak tájékoztató jellegűek.

| Név | | $t$ (°C) | $\varepsilon$ |
|---|---|---|---|
| **acél** | fényes | 100 | 0,08 |
| | oxidált | 200 | 0,79 |
| **alumínium** | fényes | 25 | 0,022 |
| | | 100 | 0,028 |
| | oxidált | 200 | 0,11 |
| | | 600 | 0,19 |
| **arany** | fényes | 100 | 0,02 |
| | | 500 | 0,03 |
| **beton** | | 25 | 0,95 |
| **emberi test** | | 36,5 | 0,98 |
| **jég** | | 0 | 0,98 |
| **króm** | fényes | 100 | 0,08 |
| **nikkel** | fényes | 100 | 0,06 |
| **olajfesték** | | 25 | 0,9 |
| **platina** | fényes | 25 | 0,037 |
| | | 100 | 0,047 |
| **platina** (folyt.) | | 500 | 0,01 |
| | | 1000 | 0,15 |
| | | 1500 | 0,19 |
| **réz** | fényes | 100 | 0,02 |
| **samott** | | 1000 | 0,75 |
| **vas** **lemez** | fényes | 100 | 0,05 |
| | oxidált | 100 | 0,74 |
| **öntött** | fényes | 100 | 0,21 |
| | oxidált | 200 | 0,64 |
| **kovácsolt** | futtatott | 25 | 0,94 |
| | oxidált | 200 | 0,6 |
| **volfrám** | fényes | 25 | 0,024 |
| | | 100 | 0,032 |
| | | 500 | 0,071 |
| | | 1500 | 0,23 |
| | | 2000 | 0,28 |

### 9.45. Szilárd anyagok relatív dielektromos állandója

Az értékek a gyakorlati felhasználás szempontjából érdekes frekvenciákon érvényesek.

| Név | $\varepsilon_{rel}$ |
|---|---|
| alumínium-oxid | 9 ... 10 |
| bakelit | 4,5 ... 8 |
| bárium-titanát | 1 000 ... 9 000 |
| borostyán | 2,2 ... 2,9 |
| celluloid | 2,6 ... 6 |
| csillám | 5 ... 9 |
| ebonit | 2 ... 3,5 |
| gumi | 2,5 ... 3 |
| gyémánt | 5,68 |
| jég | 3,2 |
| kemény porcelán | 5 ... 6,5 |
| keménygumi | 2,5 ... 3,5 |
| keménypapír lemez | 5 |
| kén | 3,6 ... 4,3 |
| konyhasó | 5,8 |
| kvarc (kristály) | 3,5 ... 4,5 |
| kvarc (üveg) | 4 |
| márvány | 8,4 ... 14 |
| mikanit | 3,5 ... 5 |
| műgyanta | 3,5 ... 4,5 |
| olajospapír | 5 |
| papír | 1,2 ... 3 |
| paraffin | 2,2 |
| porcelán | 5,5 ... 6,5 |
| prespán | 2 ... 4 |
| sellak | 2,7 ... 3,7 |
| tégla | 2,3 |
| trolitur | 2,3 ... 2,5 |
| üveg | 3 ... 15 |

### 9.46. Műanyagok relatív dielektromos állandója

Az értékek a gyakorlati felhasználás szempontjából érdekes frekvenciákon érvényesek.

| Név | $\varepsilon_{rel}$ (1 MHz-en) |
|---|---|
| cellulóz-acetát | 3,2 . . . 7,5 |
| poliamid (PA 6, Nylon 6) | 3,6 |
| polikarbonát (PC) | 2,9 . . . 3,1 |
| poli(etilén-tereftalát) (poliészter) | 3 |
| polietilén (nagy sűrűségű, HDPE) | 2,3 . . . 2,4 |
| polietilén (kis sűrűségű, LDPE) | 2,2 . . . 2,35 |
| poliimid (kapton) | 3,4 |
| poli(metil-metakrilát) (plexi) | 2,1 . . . 4,5 |
| polipropilén (PP) | 2,2 . . . 2,6 |
| polisztirol (PS) | 2,4 . . . 3,1 |
| poli(tetra-fluoretilén) (teflon) | 2,0 . . . 2,1 |
| poli(vinil-klorid) (PVC) | 2,7 . . . 3,1 |

### 9.47. Folyadékok relatív dielektromos állandója

Az értékek a gyakorlati felhasználás szempontjából érdekes frekvenciákon érvényesek.

| Név | $\varepsilon_{rel}$ | Név | $\varepsilon_{rel}$ |
|---|---|---|---|
| benzol | 2,28 | petróleum | 2,2 |
| etil-alkohol (etanol) | 25,1 | szén-diszulfid | 2,6 |
| éter (dietil-éter) | 4,4 | terpentinolaj | 2,2 . . . 4,9 |
| glicerin | 41,1 | transzformátorolaj | 2,2 . . . 2,5 |
| kábelolaj | 2,25 | víz | 81,1 |
| metil-alkohol (metanol) | 33,7 | | |

### 9.48. Gázok relatív dielektromos állandója 0 °C-on, $10^5$ Pa nyomáson

| Név | $\varepsilon_{rel}$ | Név | $\varepsilon_{rel}$ |
|---|---|---|---|
| argon | 1,000 504 | nitrogén | 1,000 528 |
| hélium | 1,000 066 | oxigén | 1,000 486 |
| hidrogén | 1,000 252 | szén-dioxid | 1,000 985 |
| levegő, száraz | 1,000 594 | | |

## 9.49. Szigetelő anyagok átütési feszültsége

A gyakorlati szigetelési esetekre vonatkozó tájékoztató értékek.

| Név | $U_á$ (kV/mm) | Név | $U_á$ (kV/mm) |
|---|---|---|---|
| bakelit | 10 | nitrogén | 2,4 |
| celluloid | 35...45 | olajozott papír | 20...30 |
| csillám | 47...68 | pala | 0,1...0,3 |
| gumi | 10 | paraffin | 11,5 |
| keménygumi | 15...30 | paraffinolaj | 70 |
| keménypapír | 20...25 | porcelán | 34...38 |
| kvarc (kristály) | 30...40 | prespán | 10...13 |
| kvarc (üveg) | 10...30 | sellak | 40 |
| levegő* | 2...4 | szén-dioxid | 25 |
| márvány | 1...3 | transzformátorolaj | 10 |

*: A pára- és portartalomtól függően változó érték.

## 9.50. Szigetelt vörösréz vezetékek megengedhető terhelése

| Keresztmetszet ($mm^2$) | Állandó terhelésnél | | Szakaszos terhelésnél legnagyobb áramerősség |
|---|---|---|---|
| | legnagyobb áramerősség | túlárambiztosító névleges áramerőssége | |
| | | (A) | |
| 0,5 | 7,5 | 6 | 7,5 |
| 0,75 | 9 | 6 | 9 |
| 1 | 11 | 6 | 11 |
| 1,5 | 14 | 10 | 14 |
| 2,5 | 20 | 15 | 20 |
| 4 | 25 | 20 | 25 |
| 6 | 31 | 25 | 31 |
| 10 | 43 | 35 | 60 |
| 25 | 100 | 80 | 140 |

*9.51. Szobahőmérsékleten vezető szilárd és folyékony elemek fajlagos ellenállása, az ellenállás hőmérsékletfüggése*

| Név | Fajlagos ellenállás 20 °C-on $\varrho$ ($\Omega \cdot$ m) | Fajlagos ellenállás hőfokfüggése 0, . . . , 100 °C között $\alpha$ (1/K) |
|---|---|---|
| alumínium | $2{,}67 \cdot 10^{-8}$ | $4{,}5 \cdot 10^{-3}$ |
| antimon | $4{,}01 \cdot 10^{-7}$ | $5{,}1 \cdot 10^{-3}$ |
| arany | $2{,}2 \cdot 10^{-8}$ | $4, \cdot 10^{-3}$ |
| arzén | $3{,}33 \cdot 10^{-7}$ | – |
| bárium | $3{,}5 \cdot 10^{-7}$ | – |
| berillium | $3{,}3 \cdot 10^{-8}$ | $9 \cdot 10^{-3}$ |
| bizmut | $1{,}17 \cdot 10^{-6}$ | $4{,}6 \cdot 10^{-3}$ |
| cérium | $8{,}54 \cdot 10^{-7}$ | $8{,}7 \cdot 10^{-3}$ |
| cézium | $2 \cdot 10^{-7}$ | $4{,}4 \cdot 10^{-3}$ |
| cink | $5{,}96 \cdot 10^{-8}$ | $4{,}2 \cdot 10^{-3}$ |
| cirkónium | $4{,}4 \cdot 10^{-7}$ | $4{,}4 \cdot 10^{-3}$ |
| diszprózium | $9{,}1 \cdot 10^{-7}$ | $1{,}2 \cdot 10^{-3}$ |
| erbium | $8{,}6 \cdot 10^{-7}$ | $2 \cdot 10^{-3}$ |
| európium | $9 \cdot 10^{-7}$ | $4{,}8 \cdot 10^{-3}$ |
| ezüst | $1{,}63 \cdot 10^{-8}$ | $4{,}1 \cdot 10^{-3}$ |
| gadolínium | $1{,}34 \cdot 10^{-6}$ | $1{,}76 \cdot 10^{-3}$ |
| gallium | $1{,}55 \cdot 10^{-7}$ | $4 \cdot 10^{-3}$ |
| germánium | $4{,}6 \cdot 10^{-1}$ | – |
| hafnium | $3{,}22 \cdot 10^{-7}$ | $4{,}4 \cdot 10^{-3}$ |
| higany | $9{,}59 \cdot 10^{-7}$ | $1 \cdot 10^{-3}$ |
| holmium | $9{,}4 \cdot 10^{-7}$ | $1{,}71 \cdot 10^{-3}$ |
| indium | $8{,}8 \cdot 10^{-8}$ | $5{,}2 \cdot 10^{-3}$ |
| irídium | $5{,}1 \cdot 10^{-8}$ | $4{,}5 \cdot 10^{-3}$ |
| itterbium | $2{,}8 \cdot 10^{-7}$ | $1{,}3 \cdot 10^{-3}$ |
| ittrium | $5{,}3 \cdot 10^{-7}$ | $2{,}71 \cdot 10^{-3}$ |
| kadmium | $7{,}3 \cdot 10^{-8}$ | $4{,}3 \cdot 10^{-3}$ |
| kalcium | $3{,}7 \cdot 10^{-8}$ | $4{,}57 \cdot 10^{-3}$ |
| kálium | $6{,}8 \cdot 10^{-8}$ | $5{,}7 \cdot 10^{-3}$ |
| kobalt | $6{,}34 \cdot 10^{-8}$ | $6{,}6 \cdot 10^{-3}$ |
| króm | $1{,}32 \cdot 10^{-7}$ | $2{,}14 \cdot 10^{-3}$ |
| lantán | $5{,}7 \cdot 10^{-7}$ | $2{,}18 \cdot 10^{-3}$ |
| lítium | $9{,}29 \cdot 10^{-8}$ | $4{,}35 \cdot 10^{-3}$ |

*9.51. Szobahőmérsékleten vezető szilárd és folyékony elemek fajlagos ellenállása, az ellenállás hőmérsékletfüggése (folytatás)*

| Név | Fajlagos ellenállás 20 °C-on $\varrho$ ($\Omega \cdot$ m) | Fajlagos ellenállás hőfokfüggése 0, . . . , 100 °C között $\alpha$ (1/K) |
|---|---|---|
| magnézium | $4{,}2 \cdot 10^{-8}$ | $4{,}25 \cdot 10^{-3}$ |
| mangán | $1{,}60 \cdot 10^{-6}$ | – |
| molibdén | $5{,}7 \cdot 10^{-8}$ | $4{,}35 \cdot 10^{-3}$ |
| nátrium | $4{,}5 \cdot 10^{-8}$ | $5{,}5 \cdot 10^{-3}$ |
| neodímium | $6{,}4 \cdot 10^{-7}$ | $1{,}64 \cdot 10^{-3}$ |
| nikkel | $6{,}9 \cdot 10^{-8}$ | $6{,}8 \cdot 10^{-3}$ |
| nióbium | $1{,}6 \cdot 10^{-7}$ | $2{,}6 \cdot 10^{-3}$ |
| ólom | $2{,}06 \cdot 10^{-7}$ | $4{,}2 \cdot 10^{-3}$ |
| ón (fehér, $\beta$ ón) | $1{,}26 \cdot 10^{-7}$ | $4{,}6 \cdot 10^{-3}$ |
| ozmium | $8{,}8 \cdot 10^{-8}$ | $4{,}1 \cdot 10^{-3}$ |
| palládium | $1{,}08 \cdot 10^{-7}$ | $4{,}2 \cdot 10^{-3}$ |
| platina | $1{,}058 \cdot 10^{-7}$ | $3{,}92 \cdot 10^{-3}$ |
| prazeodímium | $6{,}8 \cdot 10^{-7}$ | $1{,}71 \cdot 10^{-3}$ |
| rénium | $1{,}87 \cdot 10^{-7}$ | $4{,}5 \cdot 10^{-3}$ |
| réz | $1{,}69 \cdot 10^{-8}$ | $4{,}3 \cdot 10^{-3}$ |
| ródium | $4{,}7 \cdot 10^{-8}$ | $4{,}4 \cdot 10^{-3}$ |
| rubídium | $1{,}21 \cdot 10^{-7}$ | $4{,}8 \cdot 10^{-3}$ |
| ruténium | $7{,}7 \cdot 10^{-8}$ | $4{,}1 \cdot 10^{-3}$ |
| szamárium | $9{,}2 \cdot 10^{-7}$ | $1{,}48 \cdot 10^{-3}$ |
| szelén | $1{,}2 \cdot 10^{-7}$ | – |
| szén (amorf) | $1{,}375 \cdot 10^{-5}$ | – |
| szilícium | $2{,}3 \cdot 10^{-3}$ | – |
| szkandium | $6{,}6 \cdot 10^{-7}$ | $2{,}82 \cdot 10^{-3}$ |
| tallium | $1{,}66 \cdot 10^{-7}$ | $5{,}2 \cdot 10^{-3}$ |
| tantál | $1{,}35 \cdot 10^{-7}$ | $3{,}5 \cdot 10^{-3}$ |
| tellúr | $1{,}6 \cdot 10^{-3}$ | – |
| terbium | $1{,}16 \cdot 10^{-6}$ | – |
| titán | $5{,}4 \cdot 10^{-7}$ | $3{,}8 \cdot 10^{-3}$ |
| tórium | $1{,}4 \cdot 10^{-7}$ | $4{,}0 \cdot 10^{-3}$ |
| túlium | $9 \cdot 10^{-7}$ | $1{,}95 \cdot 10^{-3}$ |
| urán | $2{,}7 \cdot 10^{-7}$ | $3{,}4 \cdot 10^{-3}$ |
| vanádium | $1{,}96 \cdot 10^{-7}$ | $3{,}9 \cdot 10^{-3}$ |
| vas | $1{,}01 \cdot 10^{-7}$ | $6{,}5 \cdot 10^{-3}$ |
| volfrám | $5{,}4 \cdot 10^{-8}$ | $4{,}8 \cdot 10^{-3}$ |

### 9.52. Szilárd, elektromosan vezető anyagok fajlagos ellenállása és az ellenállás hőfokfüggése

Összetételtől, anyagszerkezettől függően változhatnak az értékek.

| Anyagcsere | Fajlagos ellenállás 20 °C-on $\varrho$ ($\Omega \cdot$ m) | Fajlagos ellenállás hőfokfüggése 20 °C-on $\alpha$ (1/K) |
|---|---|---|
| acél (ausztenites) | $7{,}1 \ldots 9{,}5 \cdot 10^{-7}$ | $4{,}2 \ldots 5 \cdot 10^{-3}$ |
| acél (ferrites) | $1{,}4 \ldots 5{,}5 \cdot 10^{-7}$ | |
| alumíniumötvözetek | $2{,}8 \ldots 7{,}7 \cdot 10^{-8}$ | $4 \cdot 10^{-3}$ |
| bronz | $1{,}8 \cdot 10^{-7}$ | $5 \cdot 10^{-6}$ |
| grafit | $8 \cdot 10^{-6}$ | $2 \cdot 10^{-4}$ |
| kantal | $1{,}3 \ldots 1{,}4 \cdot 10^{-6}$ | $6 \ldots 9 \cdot 10^{-5}$ |
| konstantán | $4{,}3 \cdot 10^{-7}$ | $-5 \cdot 10^{-5}$ |
| króm-nikkel | $8{,}5 \cdot 10^{-6}$ | $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ |
| manganin | $4{,}3 \cdot 10^{-7}$ | $1 \ldots 2 \cdot 10^{-5}$ |
| rezisztin | $5{,}1 \cdot 10^{-7}$ | $8 \cdot 10^{-6}$ |
| sárgaréz | $0{,}5 \ldots 1{,}2 \cdot 10^{-7}$ | $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ |
| szén (technikai felhasználású) | $4 \cdot 10^{-5} \ldots \cdot 10^{-4}$ | $-3 \ldots 9 \cdot 10^{-4}$ |
| szilit | $1 \cdot 10^{-3}$ | $2 \cdot 10^{-4}$ |
| újezüst | $3 \ldots 4 \cdot 10^{-7}$ | $7 \cdot 10^{-4}$ |

### 9.53. Szigetelő anyagok fajlagos ellenállása 20 °C-on

Az anyagok szerkezetének és összetételének függvényében nagymértékben változhatnak a közölt adatok, ezért csak közepes értékeknek tekintendők.

| Név | $\varrho$ ($\Omega \cdot$ m) | Név | $\varrho$ ($\Omega \cdot$ m) |
|---|---|---|---|
| bakelit | $10^9 \ldots 10^{11}$ | mikanit | $10^{11}$ |
| borostyán | $10^{16}$ | papír, száraz | $10^{10} \ldots 10^{12}$ |
| csillám | $10^{12} \ldots 10^{15}$ | porcelán | $10^{10} \ldots 10^{12}$ |
| ebonit (keménygumi) | $10^{10} \ldots 10^{13}$ | samott-tégla | $10^{12}$ |
| gumi | $10^{10} \ldots 10^{13}$ | sellak | $10^{14}$ |
| kerámiák | $10^{10} \ldots 10^{13}$ | szilikáttégla | $10^{10}$ |
| kvarcüveg | $10^{16}$ | üveg | $10^8 \ldots 10^{15}$ |
| márvány | $10^{12} \ldots 10^{14}$ | | |

### 9.54. Műanyagok fajlagos ellenállása

A szerkezettől nagymértékben függ a fajlagos ellenállás, ezért a közölt értékek csak tájékoztató jellegűek.

| Név | Fajlagos ellenállás $\varrho$ ($\Omega \cdot m$) |
|---|---|
| cellulóz-acetát | $10^{10}$ |
| epoxigyanta | $10^{12}$ |
| fenolgyanta | $10^{9}$ |
| poliamid (PA 6, Nylon 6) | $10^{11}$ |
| poliésztergyanta | $10^{12}$ |
| polietilén ( nagy sűrűségű, HDPE) | $10^{14}$ |
| polietilén (kis sűrűségű, LDPE) | $> 10^{14}$ |
| polikarbonát (PC) | $10^{14}$ |
| poli(metil-metakrilát) (plexi) | $> 10^{13}$ |
| polipropilén (PP) | $> 10^{14}$ |
| polisztirol (PS) | $> 10^{14}$ |
| poliszulfon | $10^{15}$ |
| poli(tetra-fluoretilén) (teflon) | $> 10^{16}$ |
| poli(vinil-klorid) (PVC) kemény | $> 10^{14}$ |
| poli(vinil-klorid) (PVC) lágy | $10^{10}$ |
| szilikon üvegszállal | $10^{10}$ |

### 9.55. Néhány anyag relatív permeabilitása

| Ferro- és paramágneses anyagok | $\mu_r$ | Diamágneses anyagok | $\mu_r$ |
|---|---|---|---|
| acél | 200...2000 | metil-alkohol (metanol) | 0,999 993 0 |
| kobalt közepes érték | 170 | benzol | 0,999 992 2 |
| nikkel közepes érték | 270 | víz | 0,999 991 0 |
| öntöttvas | 50...500 | réz | 0,999 990 |
| transzformátorlemez | 1000...10 000 | petróleum | 0,999 989 |
| ferrit | 50...1000 | alumínium-oxid | 0,999 986 |
| oxigén | 1,000 001 9 | konyhasó | 0,999 986 |
| bárium | 1,000 006 9 | bizmut | 0,999 84 |
| magnézium | 1,000 017 | petróleum | 0,999 989 |
| alumínium | 1,000 02 | | |
| platina | 1,000 26 | | |
| króm | 1,000 28 | | |
| mangán | 1,000 87 | | |
| oxigén (folyékony) | 1,003 6 | | |

### 9.56. Néhány elem mágneses Curie-pontja

| Név | Vas | Nikkel | Kobalt |
|---|---|---|---|
| $t_C$ (°C) | 768 | 358 | 1075 |

## 9.57. Keménymágneses anyagok

Az adatok gyártók és gyártási technológiák szerint változhatnak, az egyes mennyiségek mérési definíciója is különbözhet.

| Név | Összetétel | Curie-pont $T_c$ (°C) | Relatív permeabilitás $\mu_r$ | Remanens indukció $B_r$ (T) | Koercitív térerősség $H_c$ (kA/m) | Energiatartalom $BH_{max}$ (kJ/m$^3$) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| W-acél | 0,5…0,8% C, 5…6% W | – | – | 1,05…1,08 | 5,5 | 2,9 |
| Cr-acél | 0,9…1,2% C, 2…6% Cr | 750 | 23…32 | 0,86…1 | 5,1 | 2…2,6 |
| Co-acél | 3% Co 1% C, 6% Cr, | 800 | 22…28 | 0,72 | 10,4 | 2,78 |
| | 9% Co 1% W, | 840 | 10…14 | 0,8 | 12,74 | 4,14 |
| | 15% Co 1,5% Mn | 840 | 19…13 | 0,85 | 14,33 | 5,17 |
| KS-acél | 0,6% C, 2% Cr, 7% W, 35% Co | 890 | ~ 10 | 1 | 19,9 | 7,96 |
| Ni-Al ötvözet | 12…13% Al, 21…27% Ni | 720…730 | 5…7 | 0,51…0,74 | 39…41 | 7…8,7 |
| Alnico 2 | 9…13% Al, 12…17% Co, 19…24% Ni | 720 | 4…5 | 0,64…0,76 | 50…56 | 11,9…13,5 |
| Alnico 3 | 11% Al, 24,5% Ni, 10% Co, 4% Cu | 750 | 5 | 0,64…0,75 | 50…52,8 | 9,6…11,5 |
| Alnico 5 anizotróp | 8…9% Al, 13…14% Ni, 24% Co, 3% Cu, 0,5…0,7% Nb | ~ 800 | 4,5…5 | 1,1…1,3 | 46…52 | 40…64 |
| Tinocal 180 anizitróp | 6…8% Al, 17…19% Ni, 24% Co, 5% Ti, 3% Cu | ~ 800 | 3…4 | 0,65…0,75 | 70…80 | 15…20 |
| Tinocal 400 anizotróp | 14…15% Ni, 7…7,5% Al, 34% Co, 5…7% Ti, 4% Cu | 875 | 3…4 | 0,78…0,85 | 96…118 | 32…40 |
| Alnico 8 anizotróp | 7% Al, 14,5% Ni, 34% Co, 4% Cu, 1% Nb, 7% Ti | – | – | 0,82 | 150 | 51,5 |
| Cunico | 45…50% Cu, 29…30% Co, 21…25% Ni | ~ 850 | 3,6 | 0,34…0,53 | 36…56 | 6,7…7,8 |
| Cunife | 20% Ni, 60…68% Cu, 2,5% Cr | 720 | 4,6 | 0,33…0,55 | 28,6…33 | 6,8…8,6 |
| Vicalloy | 52…13% Co, 92…3% V | ~ 700 | 7,1…7,9 | 0,9…1,4 | 23,8…40 | 8…27,7 |
| Comalloy | 15% Co, 15…20% Mo | – | – | 1 | 18,3 | 8 |

*9.58. Lágymágneses anyagok*

Az adatok gyártók és gyártási technológiák szerint változhatnak, az egyes mennyiségek mérési definíciója is különbözhet.

| Név | Összetétel | Curie-pont $T_C$ (°C) | Kezdeti permeabilitás, $\mu_k$ | Maximális permeabilitás $\mu_{max}$ | Telítési indukció $B_s$ (T) | Remanans indukció $B_r$ (T) | Koercitív térerősség $H_c$ (A/m) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Armcovas | max. 0,04% C | 768 | 300 | 5 000 | 2,15 | – | 70...100 |
| Fe-Si izotrop | 0,7...1,1% Si | 780 | 40...55 | 400...600 | 2,12...2,14 | 1,2 | 40 |
| Fe-Si izotrop | 1,7...2,8% Si | 775...780 | 40...55 | 400...600 | 2...2,04 | 1,2 | 40 |
| Fe-Si izotrop | 3,2...4,4% Si | 775...760 | 40...55 | 400...600 | 1,93...2,02 | 1,2 | 40 |
| Fe-Si izotrop | 3,1...4,6% Si | 755...775 | 40...55 | 400...600 | 1,92...2,02 | 1,2 | 40 |
| Fe-Si anizotrop | 3% Si | 740 | 1500 | 40 000 | 2 | 1,2 | 8 |
| Fe-Si textúrás | 3% Si | 740 | – | 116 000 | 2 | 1,2 | 5,6 |
| Hyperm 1 | 3...4% Si | 770 | 500 | 8 500 | 1,85 | – | 80 |
| Hyperm 5 | 4...5% Si | 770 | 500 | 25 000 | 2 | – | 16 |
| Hyperm 20 | 20% Cr, 5% Al | – | 1300 | 3 800 | 1,15 | – | 50 |
| Hyperm 36 | 36...40% Ni | 230 | 1 800 | 6 500 | 1,2 | –25 | – |
| Permalloy | 70...80% Ni | 600 | 9 000 | 100 000 | 1,02 | 0,6 | 4 |
| Permalloy-C | 78,5% Ni, 3...4% Mo | 480 | 6 000 | 70 000 | 0,8 | 0,5 | 4 |
| Super-Permalloy | 77%Ni, 1% Si, 0,5% Mn | – | 10 000 | 50 000 | 1,08 | – | 2,8 |
| Supermalloy | 79% Ni, 5% Mo, 0,5% Mn | 410 | 80 000 | 300 000...1 000 000 | 0,8 | – | 0,15 |
| Mumetal | 76% Ni, 5% Cu, 2% Cr | 420 | 25 000 | 70 000 | 0,65...0,9 | – | 0,8...5 |
| Permendur | 50% Co | 980 | 800 | 4 500...8 000 | 2,45 | – | 120 |
| Perminvar | 45% Ni, 25% Co | 710 | 1 800 | 150 000 | 1,55 | – | 4 |

## 9.59. Elemek elektrokémiai egyenértéke, kémiailag egyenértékű tömege és oxidációsszám-változása

| Az elem neve (zárójelben az oxidációsszám-változás) | Elektrokémiai egyenértéke $k$ (mg/C) | Kémiailag egyenértékű tömege (g) |
|---|---|---|
| alumínium (3) | 0,093 2 | 8,99 |
| bróm (1) | 0,828 2 | 79,916 |
| cink (2) | 0,388 8 | 32,69 |
| ezüst (1) | 1,117 93 | 107,88 |
| fluor (1) | 0,196 9 | 19,00 |
| hidrogén (1) | 0,010 45 | 1,008 |
| higany (1) | 2,078 9 | 200,61 |
| higany (2) | 1,039 4 | 100,3 |
| jód (1) | 1,315 2 | 126,91 |
| kalcium (2) | 0,207 6 | 20,04 |
| kálium (1) | 0,405 2 | 39,10 |
| kén (2) | 0,166 1 | 16,03 |
| klór (1) | 0,367 4 | 35,457 |
| króm (4) | 0,179 7 | 17,34 |
| lítium (1) | 0,071 9 | 6,94 |
| magnézium (2) | 0,126 0 | 12,16 |
| mangán (2) | 0,284 6 | 27,47 |
| mangán (3) | 0,189 7 | 18,31 |
| nátrium (1) | 0,238 2 | 22,991 |
| nikkel (2) | 0,304 1 | 29,34 |
| nikkel (3) | 0,202 7 | 19,56 |
| ólom (2) | 1,073 6 | 103,61 |
| ón (2) | 0,615 0 | 59,35 |
| ón (4) | 0,307 5 | 29,68 |
| oxigén (2) | 0,082 90 | 8,00 |
| platina (4) | 0,505 8 | 48,81 |
| réz (1) | 0,658 4 | 63,54 |
| réz (2) | 0,329 2 | 31,77 |
| vas (2) | 0,289 3 | 27,92 |
| vas (3) | 0,192 9 | 18,61 |

## *9.60. Elemek platinával létesített termofeszültsége 100 °C hőmérséklet-különbség esetén*

(A platinához viszonyított feszültségek)

| | Termofeszültség 0 . . . 100 °C hőmérséklet-tartományban $U_t$ (mV) | | Termofeszültség 0 . . . 100 °C hőmérséklet-tartományban $U_t$ (mV) |
|---|---|---|---|
| alumínium | 0,42 | magnézium | 0,44 |
| antimon | 4,89 | molibdén | 1,45 |
| arany | 0,74 | nikkel | −1,48 |
| bizmut | −7,34 | ólom | 0,44 |
| cérium | 1,14 | ón (fehér, $\beta$ ón) | 0,42 |
| cink | 0,76 | palládium | −0,57 |
| cirkónium | 1,17 | réz | 0,76 |
| ezüst | 0,74 | ródium | 0,70 |
| germánium | 33,9 | szén | 0,70 |
| higany | 0,045 | szilícium | −41,56 |
| indium | 0,69 | tallium | 0,58 |
| irídium | 0,65 | tantál | 0,33 |
| ittrium | 0,55 | tórium | −0,13 |
| kadmium | 0,91 | vanádium | 0,63 |
| kalcium | −0,51 | vas | 1,98 |
| kobalt | −1,33 | volfrám | 1,12 |
| lítium | 1,82 | | |

## *9.61. Volta-féle feszültségsor*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Zn-Pb | 0,39 V | Zn-Fe | 0,75 V |
| Pb-Sn | 0,06 V | Fe-Ag | 0,30 V |
| Sn-Fe | 0,30 V | Ag-Au | −0,07 V |
| Fe-Cu | 0,14 V | Au-Cu | −0,09 V |
| összesen: | 0,89 V | összesen: | 0,89 V |

*9.62. Termoelemek elektromotoros ereje o °C-os referencia-hőmérsékletre vonatkoztatva*

| $t$ (°C) | Réz-konstantán[1] (T típus) $U_t$ (mV) | Vas-konstantán[1] (J típus) $U_t$ (mV) | Platina (13% ródium)–platina (R típus) $U_t$ (mV) | Platina (6% ródium)–platina (30% ródium) (B típus) $U_t$ (mV) |
|---|---|---|---|---|
| −270 | −6,258 | – | – | – |
| −210 | −5,753 | −8,096 | – | – |
| −200 | −5,603 | −7,890 | – | – |
| −100 | −3,378 | −4,632 | – | – |
| −50 | −1,819 | −2,431 | −0,226 | – |
| 0 | 0 | 0 | 0 | – |
| 20 | 0,789 | 1,019 | 0,111 | – |
| 40 | 1,611 | 2,058 | 0,232 | 0 |
| 50 | 2,035 | 2,585 | 0,296 | 0,002 |
| 100 | 4,277 | 5,268 | 0,647 | 0,033 |
| 200 | 9,286 | 10,777 | 1,468 | 0,178 |
| 300 | 14,860 | 16,325 | 2,400 | 0,431 |
| 400 | 20,869 | 21,846 | 3,407 | 0,786 |
| 500 | – | 27,388 | 4,471 | 1,241 |
| 600 | – | 33,096 | 5,582 | 1,791 |
| 700 | – | 39,130 | 6,741 | 2,430 |
| 760 | – | 42,922 | 7,460 | 2,855 |
| 800 | – | 45,498[2] | 7,949 | 3,154 |
| 900 | – | 51,875[2] | 9,203 | 3,957 |
| 1000 | – | 57,942[2] | 10,503 | 4,833 |
| 1100 | – | 63,777[2] | 11,846 | 5,777 |
| 1200 | – | 69,536[2] | 13,224 | 6,783 |
| 1300 | – | – | 14,624 | 7,845 |
| 1400 | – | – | 16,035 | 8,952 |
| 1500 | – | – | 17,445 | 10,094 |
| 1600 | – | – | 18,842[3] | 11,257 |
| 1700 | – | – | 20,215[3] | 12,426 |
| 1760 | – | – | 21,006[3] | 13,124 |
| 1800 | – | – | – | 13,585 |
| 1820 | – | – | – | 13,814 |

[1]: konstantán: 55% Cu, 45% Ni
[2]: kiterjesztett mérési tartomány
[3]: csak rövid idejű mérésre használható

*9.63. Az elektromágneses színkép tartományai*

| Hullámhossz $\lambda$ (m) | Frekvencia $\nu$ (Hz) | Fotonenergia $E$ (J) | Megnevezés | Felhasználás |
|---|---|---|---|---|
| $10^{6}$ | $3 \cdot 10^{2}$ | $2 \cdot 10^{-30}$ | hangfrekvenciás tartomány | technikai felhasználás |
| | | | | rádió és televízió földi műsorszórás |
| $10^{3}$ | $3 \cdot 10^{5}$ | $2 \cdot 10^{-27}$ | rádiófrekvenciák | hosszú (HH)<br>közép (KH)<br>rövid (RH)<br>ultrarövid (URH) |
| $10^{0}$ | $3 \cdot 10^{8}$ | $2 \cdot 10^{-24}$ | | hullámokon |
| $10^{-3}$ | $3 \cdot 10^{11}$ | $2 \cdot 10^{-21}$ | mikrohullámok | műholdas műsorszórás<br>televízió, telefon adatátvitel<br>helymeghatározás (GPS)<br>hőkezelés (mikrohullámú sütő) |
| $10^{-6}$ | $3 \cdot 10^{14}$ | $2 \cdot 10^{-18}$ | infravörös | orvosi terápia<br>hőképkészítés<br>technológiai hőkezelés |
| 780 nm–380 nm | 384,6 THz–789,5 THz | 0,255 aJ–0,523 aJ | látható fény | emberi látás, képalkotás, optikai eszközök |
| | | | ultraibolya | orvosi terápia, sterilizálás |
| $10^{-9}$ | $3 \cdot 10^{17}$ | $2 \cdot 10^{-15}$ | röntgensugárzás | orvosi diagnosztika<br>orvosi terápia |
| $10^{-12}$ | $3 \cdot 10^{20}$ | $2 \cdot 10^{-12}$ | gamma-sugárzás | ipari anyagszerkezet-vizsgálat<br>ipari technológiai folyamatok |
| $10^{-15}$ | $3 \cdot 10^{23}$ | $2 \cdot 10^{-9}$ | kozmikus sugarak | a részecskefizika vizsgálatának tárgya |

## *9.64. Különféle anyagok levegőre vonatkoztatott törésmutató-értéke három nevezetes hullámhosszon, határszöge és diszperziója 20 °C hőmérsékleten és $10^5$ Pa nyomáson*

### *9.64.1. Folyadékok*

| Név | $n$ $\lambda = 760{,}82$ nm $O_A$ | $n$ $\lambda = 589{,}3$ nm $Na_D$ | $n$ $\lambda = 396{,}85$ nm $Ca_H$ | Határszög $Na_D$, $\alpha_h$ | Diszperzió $n_{396{,}85\ nm} - n_{656{,}28\ nm}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| etil-alkohol (etanol) | – | 1,36170 | 1,37380 | 47° 16′ | 0,0139 |
| éter (dietil-éter) | 1,3488 | 1,35259 | 1,36430 | 47° 40′ | 0,0135 |
| benzol | 1,49098 | 1,50132 | 1,53402 | 41° 46′ | 0,03769 |
| glicerin | 1,4646 | 1,46949 | 1,48357 | 42° 47′ | 0,01638 |
| kanadabalzsam | – | 1,54200 | – | 40° 26′ | – |
| szénkéneg (szén-szulfid) | 1,60876 | 1,62769 | 1,69939 | 37° 54′ | 0,08123 |
| terpentin | 1,46624 | 1,47230 | 1,49149 | 42° 47′ | 0,02208 |
| víz | 1,3289 | 1,33299 | 1,34348 | 48° 31′ | 0,012328 |
| lenolaj | – | 1,486 | – | 42° 18′ | – |
| ricinusolaj | – | 1,478 | – | 42° 35′ | – |

### *9.64.2. Szilárd anyagok*

| Név | $n$ $\lambda = 760{,}82$ nm $O_A$ | $n$ $\lambda = 589{,}3$ nm $Na_D$ | $n$ $\lambda = 396{,}85$ nm $Ca_H$ | Határszög $Na_D$, $\alpha_h$ | Diszperzió $n_{396{,}85\ nm} - n_{656{,}28\ nm}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| gyémánt | 2,4024 | 2,41720 | 2,46580 | 24° 26′ | 0,0559 |
| kősó (NaCl) | 1,53681 | 1,54426 | 1,56843 | 40° 21′ | 0,02781 |
| folypát ($CaF_2$) | 1,430995 | 1,43383 | 1,44210 | 44° 13′ | 0,009614 |
| jénai üvegek: | | | | | |
| bór-korona (BK – 1) | 1,50491 | 1,51002 | 1,52457 | 41° 29′ | 0,01695 |
| nehézkorona (SK – 1) | 1,60347 | 1,61016 | 1,62999 | 38° 23′ | 0,02301 |
| flint (F – 3) | 1,60294 | 1,61279 | 1,64518 | 38° 19′ | 0,03213 |
| nehézflint (SF – 4) | 1,73924 | 1,75496 | 1,81038 | 34° 44′ | 0,0631 |

### 9.64.3. Kettőstörő anyagok

| Név | $n$ $\lambda = 760{,}82$ nm $O_A$ | $n$ $\lambda = 589{,}3$ nm $Na_D$ | $n$ $\lambda = 396{,}85$ nm $Ca_H$ | Határszög $Na_D$, $\alpha_h$ | Diszperzió $n_{396{,}85\ nm} - n_{656{,}28\ nm}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| jég (0 °C-on) | | | | | |
| rendes sugár | 1,3071 | 1,30910 | 1,31330 | 49° 48′ | 0,0066 |
| rendellenes sugár | 1,3086 | 1,31050 | 1,31470 | 49° 42′ | 0,0067 |
| kvarckristály ($SiO_2$) | | | | | |
| rendes sugár | 1,53919 | 1,54422 | 1,55812 | 40° 21′ | 0,016243 |
| rendellenes sugár | 1,5481 | 1,55332 | 1,56769 | 40° 04′ | 0,0168 |
| mészpát (kalcit, $CaCO_3$) | | | | | |
| rendes sugár | 1,64996 | 1,65838 | 1,68318 | 37° 05′ | 0,02877 |
| rendellenes sugár | 1,48269 | 1,48643 | 1,49774 | 42° 17′ | 0,01312 |

### 9.65. A víz diszperziója 20 °C-on, $10^5$ Pa nyomáson, levegőre vonatkoztatva

| Hullámhossz | Hg | H | Hg | Cd | H | Hg |
|---|---|---|---|---|---|---|
| nm | 404,658 | 434,0483 | 435,8367 | 479,994 | 486,135 | 546,0753 |
| $n_{lev}$ | 1,342 742 | 1,340 340 | 1,340 210 | 1,337 448 | 1,337 123 | 1,334 466 |

| Hullámhossz | He | Na | Cd | H | K |
|---|---|---|---|---|---|
| nm | 587,5654 | 589,30 | 643,85034 | 656,2819 | 768,20 |
| $n_{lev}$ | 1,333 041 | 1,332 988 | 1,331 458 | 1,331 151 | 1,328 89 |

### 9.66. A víz levegőre vonatkoztatott törésmutatójának hőmérsékletfüggése $\lambda = 589{,}3$ nm-en

| Hőmérséklet °C | Törésmutató $n_{lev}$ | Hőmérséklet °C | Törésmutató $n_{lev}$ | Hőmérséklet °C | Törésmutató $n_{lev}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 15 | 1,333 34 | 45 | 1,329 88 | 75 | 1,324 13 |
| 20 | 1,332 99 | 50 | 1,329 09 | 80 | 1,323 03 |
| 25 | 1,332 52 | 55 | 1,328 15 | 85 | 1,321 87 |
| 30 | 1,331 95 | 60 | 1,327 21 | 90 | 1,320 42 |
| 35 | 1,331 31 | 65 | 1,326 22 | 95 | 1,319 22 |
| 40 | 1,330 58 | 70 | 1,325 20 | 100 | 1,317 83 |

*9.67. Normálállapotú gázok abszolút törésmutatói*
(0 °C hőmérsékleten, $10^5$ Pa nyomáson, $\lambda_{Na_D}$ = 589,3 nm-en)

| Név | $n$ | | Név | $n$ |
|---|---|---|---|---|
| hidrogén | 1,000 132 | (1,12)[1] | argon | 1,000 281 |
| hélium | 1,000 035 | (1,028)[1] | kripton | 1,000 427 |
| nitrogén | 1,000 298 | (1,197)[1] | xenon | 1,000 702 |
| oxigén | 1,000 271 | (1,221)[1] | szén-dioxid | 1,000 45 |
| fluor | 1,000 195 | | levegő | 1,000 292 |
| neon | 1,000 067 | | ammónia | 1,000 37 |
| klór | 1,000 773 | | | |

[1] Folyékony halmazállapotban

*9.68. Referenciának tekinthető Fraunhofer-vonalak hullámhossza levegőben, 15 °C hőmérsékleten és $10^5$ Pa nyomáson*
(Spektroszkópiai alappontok)

| A vonalat adó elem neve | A vonal neve | λ (nm) | A vonalat adó elem neve | A vonal neve | λ (nm) |
|---|---|---|---|---|---|
| kálium | $\alpha$ | 769,898 | vas | $f$ | 432,576 |
| | | 766,491 | kalcium | $G$ | 430,774 |
| oxigén | $A$ | 760,82 | kalcium | $g$ | 422,672 8 |
| oxigén | $B$ | 686,72 | hidrogén | $\delta$, $H$ | 410,173 6 |
| kadmium | $C'$ | 643,846 96 | kálium | $\beta$ | 404,720 |
| oxigén | $\alpha$ | 628,29 | | | 404,414 |
| hidrogén | $\alpha$, $C$ | 656,278 5 | kalcium | $H$ | 396,847 5 |
| nátrium | $D_1$ | 589,593 2 | kalcium | $H'$, K | 393,367 |
| nátrium | $D_2$ | 588,996 5 | vas | $L$ | 382,588 5 |
| hélium | $D_3$ | 587,562 3 | | | 382,118 2 |
| vas | $E$ | 527,036 1 | | | 382,043 |
| | | 526,953 8 | | | 381,584 3 |
| higany | $b_1$ | 518,360 | vas | $M$ | 373,486 7 |
| higany | $b_2$ | 517,268 | | | 372,437 8 |
| vas | $b_3$ | 517,160 1 | | | 371,993 |
| higany | $b_4$ | 516,732 | vas | $N$ | 358,119 5 |
| vas | $c$ | 495,760 4 | vas | $O$ | 344,061 2 |
| vas | $d$ | 466,813 | kalcium | $R$ | 317,934 |
| hidrogén | $\beta$, $F$ | 486,132 | vas | $S$ | 310,067 1 |
| vas | $e$ | 438,354 | vas | $s$ | 304,761 1 |
| hidrogén | $\gamma$, $G'$ | 434,046 | | | |

### *9.69. A látható tartományban átlátszó és áttetsző anyagok áteresztési, visszaverési és elnyelési értékei*

A beeső fényintenzitásra vonatkoztatott százalékos értékek.
(*tr:* transzmisszió, áteresztés; *r:* reflexió, visszaverés; *a:* abszorpció, elnyelés)

| Az anyag neve | Vastagság | *tr*, % | *r*, % | *a*, % | Szórás |
|---|---|---|---|---|---|
| közönséges üveg | 1...4 mm | 90 ... 92 | 6 ... 8 | 2 ... 3 | nincs |
| mintás díszüveg (ornamens) | 3...6 mm | 60 ... 90 | 7 ... 20 | 3 ... 20 | gyenge |
| drótbetétes üveg | 6 mm | 53 ... 70 | 15 ... 27 | 15 ... 20 | |
| matt üveg (fény a sima oldalról) | 2...3 mm | 63 ... 78 | 15 ... 20 | 10 ... 17 | gyenge |
| matt üveg (fény a maratott oldalról) | 2...3 mm | 82 ... 88 | 7 ... 8 | 5 ... 10 | gyenge |
| opálüveg | 2...4 mm | 12 ... 38 | 42 ... 57 | 20 ... 31 | erős |

### *9.70. A látható tartományban átlátszatlan anyagok visszaverési értékei*

A beeső fényintenzitásra vonatkoztatott százalékos értékek.
(*r:* reflexió, visszaverés)

| Az anyag neve | *r*, % | Szórás | Tükrözés |
|---|---|---|---|
| fényes alumínium | 80 ... 85 | – | erős |
| oxidált alumínium | 75 ... 85 | erős | gyenge |
| csiszolt alumínium | 65 ... 75 | gyenge | közepes |
| matt alumínium | 55 ... 65 | erős | – |
| fényes króm | 60 ... 70 | – | erős |
| fehér tűzzománc | 65 ... 75 | közepes | közepes |
| fényes nikkel | 50 ... .60 | – | erős |
| matt nikkel | 48 ... 52 | közepes | gyenge |
| matt fehér papír | 70 ... 80 | közepes | gyenge |
| fényes fehér papír | 70 ... 80 | gyenge | közepes |
| üvegtükör | 80 ... 88 | – | erős |
| csiszolt ezüst | 90 ... 92 | – | erős |
| világos vakolat | 40 ... 45 | gyenge | – |
| beton, cement | 20 ... 30 | erős | – |
| régi téglafal | 5 ... 10 | erős | – |

### 9.71. Néhány fényforrás fényerőssége

| Fényforrás | Fényerősség $I_V$ (cd) | Fényforrás | Fényerősség $I_V$ (cd) |
|---|---|---|---|
| gyertya | 0,5 ... 1 | mozigép vetítőlámpa | 20 000 |
| petróleumlámpa | 5 ... 50 | fényemittáló dióda (LED) | |
| izzólámpák | 25 ... 250 | normál fényerejű | $1 \ldots 10 \cdot 10^{-3}$ |
| fényszóró | $10 \ldots 100 \cdot 10^{6}$ | extra fényerejű | $100 \ldots 1000 \cdot 10^{-3}$ |
| kis vetítőlámpák | 500 ... 2000 | ultra nagy fényerejű | 10 ... 50 |

### 9.72. Az emberi szem spektrális érzékenysége

A maximális érzékenységre normált értékek.
$V_\lambda$ a csapok relatív érzékenysége (nappali látás, jó megvilágítás)
$V'_\lambda$ a pálcikák relatív érzékenysége (éjszakai látás, gyenge megvilágítás)

| λ (nm) | $V_\lambda$ | $V'_\lambda$ | λ (nm) | $V_\lambda$ | $V'_\lambda$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 380 | 0,000 04 | 0,000 59 | 580 | 0,870 | 0,121 2 |
| 390 | 0,000 12 | 0,002 2 | 590 | 0,757 | 0,065 5 |
| 400 | 0,000 40 | 0,009 3 | 600 | 0,631 | 0,033 15 |
| 410 | 0,001 2 | 0,034 8 | 610 | 0,503 | 0,015 93 |
| 420 | 0,004 0 | 0,096 6 | 620 | 0,381 | 0,007 37 |
| 430 | 0,0116 | 0,199 8 | 630 | 0,265 | 0,003 34 |
| 440 | 0,023 | 0,328 1 | 640 | 0,175 | 0,001 50 |
| 450 | 0,038 | 0,455 | 650 | 0,107 | 0,000 68 |
| 460 | 0,060 | 0,567 | 660 | 0,061 | 0,000 31 |
| 470 | 0,091 | 0,676 | 670 | 0,032 | 0,000 15 |
| 480 | 0,139 | 0,793 | 680 | 0,017 | 0,000 07 |
| 490 | 0,208 | 0,904 | 690 | 0,008 2 | 0,000 04 |
| 500 | 0,323 | 0,982 | 700 | 0,004 1 | 0,000 02 |
| **507** | – | **1,000** | 710 | 0,002 1 | 0,000 01 |
| 510 | 0,503 | 0,997 | 720 | 0,001 05 | – |
| 520 | 0,710 | 0,935 | 730 | 0,000 52 | – |
| 530 | 0,862 | 0,811 | 740 | 0,000 25 | – |
| 540 | 0,954 | 0,650 | 750 | 0,000 12 | – |
| 550 | 0,995 | 0,481 | 760 | 0,000 06 | – |
| **555** | **1,000** | – | 770 | 0,000 03 | – |
| 560 | 0,995 | 0,328 8 | 780 | 0,000 015 | – |
| 570 | 0,952 | 0,207 6 | | | |

## 9.73. Szabad atomok első ionizációs energiája

| Z | Az atom neve | Ionizációs energia $E_i$ (aJ) | Ionizációs energia $E_i$ (eV) | Z | Az atom neve | Ionizációs energia $E_i$ (aJ) | Ionizációs energia $E_i$ (eV) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13 | alumínium | 0,96 | 6 | 16 | kén | 1,66 | 10,37 |
| 51 | antimon | 1,38 | 8,64 | 17 | klór | 2,07 | 12,98 |
| 79 | arany | 1,48 | 9,24 | 27 | kobalt | 1,26 | 7,91 |
| 18 | argon | 2,52 | 15,78 | 36 | kripton | 2,24 | 14,01 |
| 33 | arzén | 1,57 | 9,83 | 24 | króm | 1,08 | 6,78 |
| 56 | bárium | 0,83 | 5,21 | 57 | lantán | 0,89 | 5,58 |
| 4 | berillium | 1,49 | 9,32 | 3 | lítium | 0,86 | 5,39 |
| 83 | bizmut | 1,17 | 7,29 | 12 | magnézium | 1,22 | 7,65 |
| 5 | bór | 1,33 | 8,31 | 25 | mangán | 1,19 | 7,44 |
| 35 | bróm | 1,89 | 11,82 | 42 | molibdén | 1,14 | 7,1 |
| 58 | cérium | 0,89 | 5,54 | 11 | nátrium | 0,82 | 5,14 |
| 55 | cézium | 0,62 | 3,89 | 60 | neodímium | 0,89 | 5,53 |
| 30 | cink | 1,50 | 9,41 | 10 | neon | 3,45 | 21,59 |
| 40 | cirkónium | 1,06 | 6,64 | 28 | nikkel | 1,22 | 7,65 |
| 66 | diszprózium | 0,95 | 5,95 | 41 | nióbium | 1,08 | 6,77 |
| 68 | erbium | 0,98 | 6,10 | 7 | nitrogén | 2,33 | 14,55 |
| 63 | európium | 0,91 | 5,67 | 82 | ólom | 1,19 | 7,42 |
| 47 | ezüst | 1,21 | 7,58 | 50 | ón | 1,18 | 7,35 |
| 15 | foszfor | 1,68 | 10,49 | 8 | oxigén | 2,18 | 13,63 |
| 9 | fluor | 2,79 | 17,45 | 76 | ozmium | 1,39 | 8,71 |
| 64 | gadolínium | 0,99 | 6,16 | 46 | palládium | 1,34 | 8,38 |
| 31 | gallium | 0,96 | 5,99 | 78 | platina | 1,44 | 9,01 |
| 32 | germánium | 1,26 | 7,91 | 59 | prazeodímium | 0,87 | 5,47 |
| 72 | hafnium | 1,09 | 6,83 | 75 | rénium | 1,26 | 7,89 |
| 2 | hélium | 3,92 | 24,5 | 29 | réz | 1,24 | 7,73 |
| 1 | hidrogén | 2,17 | 13,5 | 45 | ródium | 1,19 | 7,46 |
| 80 | higany | 1,67 | 10,45 | 37 | rubídium | 0,67 | 4,18 |
| 67 | holmium | 0,96 | 6,02 | 44 | ruténium | 1,18 | 7,37 |
| 49 | indium | 0,93 | 5,79 | 38 | stroncium | 0,91 | 5,7 |
| 77 | irídium | 1,46 | 9,11 | 62 | szamárium | 0,90 | 5,64 |
| 70 | itterbium | 1 | 6,26 | 34 | szelén | 1,56 | 9,76 |
| 39 | ittrium | 0,99 | 6,22 | 6 | szén | 1,80 | 11,27 |
| 53 | jód | 1,67 | 10,4 | 14 | szilícium | 1,31 | 8,16 |
| 48 | kadmium | 1,44 | 8,99 | 21 | szkandium | 1,05 | 6,57 |
| 20 | kalcium | 0,97 | 6,08 | 81 | tallium | 0,98 | 6,11 |
| 19 | kálium | 0,69 | 4,34 | 73 | tantál | 1,26 | 7,90 |

| $Z$ | Az atom neve | Ionizációs energia $E_i$ (aJ) | Ionizációs energia $E_i$ (eV) | $Z$ | Az atom neve | Ionizációs energia $E_i$ (aJ) | Ionizációs energia $E_i$ (eV) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 52 | tellúr | 1,44 | 9,02 | 92 | urán | 0,99 | 6,20 |
| 65 | terbium | 0,94 | 5,86 | 23 | vanádium | 1,08 | 6,74 |
| 22 | titán | 1,09 | 6,83 | 26 | vas | 1,26 | 7,91 |
| 90 | tórium | 0,97 | 6,08 | 74 | volfrám | 1,28 | 7,98 |
| 69 | túlium | 0,99 | 6,18 | 54 | xenon | 1,94 | 12,14 |

*9.74. Néhány atommag egy nukleonra jutó kötési energiája*

| Az atommag | | | | Számított érték | | | | Mért érték |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $\Delta m \cdot c^2/A$-ból | | cseppmodellből | | |
| | $Z$ | $A$ | $m_{atom}$ ($m_u$) | $E$ | | $E$ | | $E$ |
| | | | | pJ | MeV | pJ | MeV | pJ |
| deutérium* | 1 | 2 | 2,014 | −0,136 | −0,851 | – | – | −0,186 |
| trícium | 1 | 3 | 3,016 | −0,426 | −2,664 | – | – | −0,453 |
| hélium | 2 | 3 | 3,016 | −0,357 | −2,232 | – | – | −0,412 |
| hélium | 2 | 4 | 4,003 | −1,093 | −6,831 | – | – | −1,134 |
| lítium | 3 | 6 | 6,015 | −0,710 | −4,438 | – | – | −0,854 |
| lítium | 3 | 7 | 7,016 | −0,863 | −5,359 | – | – | −0,898 |
| berillium | 4 | 9 | 9,012 | −0,999 | −6,245 | – | – | −1,035 |
| bór | 5 | 10 | 10,013 | −0,997 | −6,229 | – | – | −1,038 |
| szén | 6 | 12 | 12,000 | −1,189 | −7,436 | – | – | −1,231 |
| nitrogén | 7 | 14 | 14,003 | −1,157 | −7,233 | −1,178 | −7,361 | −1,198 |
| oxigén | 8 | 16 | 15,995 | −1,238 | −7,735 | −1,214 | −7,589 | −1,278 |
| króm | 24 | 52 | 51,940 | −1,369 | −8,556 | −1,408 | −8,797 | −1,406 |
| mangán | 25 | 55 | 54,938 | −1,380 | −8,625 | −1,411 | −8,816 | −1,404 |
| vas | 26 | 56 | 55,938 | −1,137 | −7,107 | −1,408 | −8,803 | −1,409 |
| kobalt | 27 | 59 | 58,933 | −1,368 | −8,550 | −1,432 | −8,948 | −1,405 |
| nikkel | 28 | 58 | 57,935 | −1,360 | −8,501 | −1,398 | −8,738 | −1,399 |
| réz | 29 | 63 | 62,929 | −1,365 | −8,533 | −1,428 | −8,928 | −1,402 |
| cink | 30 | 64 | 63,929 | −1,362 | −8,512 | −1,417 | −8,856 | −1,400 |
| arany | 79 | 197 | 196,967 | −1,235 | −7,721 | −1,392 | −8,701 | −1,268 |
| higany | 80 | 200 | 199,968 | −1,234 | −7,715 | −1,391 | −8,692 | −1,267 |
| ólom | 82 | 208 | 207,974 | −1,394 | −8,710 | −1,394 | −8,713 | −1,261 |
| bizmut | 83 | 209 | 208,979 | −1,226 | −7,663 | −1,386 | −8,665 | 1,257 |
| tórium | 90 | 232 | 232,038 | −1,189 | −7,429 | −1,381 | −8,631 | −1,220 |
| urán | 92 | 234 | 234,039 | −1,187 | −7,415 | −1,364 | −8,527 | −1,218 |
| urán | 92 | 235 | 235,044 | −1,185 | −7,408 | −1,369 | −8,557 | −1,216 |
| urán | 92 | 238 | 238,048 | −1,183 | −7,394 | −1,377 | −8,609 | −1,213 |

*: A deutérium atommagjának önálló neve van: deuteron

*9.75. Néhány, a gyakorlatban használt vagy előforduló radioaktív izotóp felezési ideje, bomlásának neme és a sugárzás maximális energiája**

| Izotóp | Felezési idő $T_{1/2}$ | A bomlás neme | A sugárzás maximális energiája (MeV) | (fJ) |
|---|---|---|---|---|
| $^{3}_{1}H$ | 12,3 év | $\beta^-$ | 0,018 | 2,880 |
| $^{11}_{6}C$ | 20,5 perc | $\beta^+$ | 0,968 | 154,8 |
| $^{14}_{6}C$ | 5568 év | $\beta^-$ | 0,155 | 24,80 |
| $^{22}_{11}Na$ | 2,6 év | $\beta^-$ | 0,542 | 86,72 |
| | | $\gamma$ | 1,277 | 204,3 |
| $^{24}_{11}Na$ | 15 óra | $\beta^-$ | 1,394 | 223 |
| | | $\gamma$ | 2,754 | 440,6 |
| $^{32}_{15}P$ | 14,2 nap | $\beta^-$ | 1,707 | 273,1 |
| $^{35}_{16}S$ | 88 nap | $\beta^-$ | 0,167 | 26,72 |
| $^{40}_{19}K$ | $1,2 \cdot 10^9$ év | $\beta^-$ 89% | 1,33 | 212,8 |
| | | EB 11% | – | – |
| | | $\gamma$ | 1,46 | 233,6 |
| $^{42}_{19}K$ | 12,5 óra | $\beta^-$ | 3,55 | 568 |
| | | $\gamma$ | 1,53 | 244,8 |
| $^{45}_{20}Ca$ | 164 nap | $\beta^-$ | 0,254 | 40,64 |
| $^{54}_{25}Mn$ | 291 nap | EB | – | 134,4 |
| | | $\gamma$ | 0,84 | |
| $^{55}_{26}Fe$ | 2,6 év | EB | – | – |
| $^{59}_{26}Fe$ | 45,1 nap | $\beta^-$ | 0,462 | 73,92 |
| | | $\gamma$ | 1,098 | 175,7 |
| $^{56}_{27}Co$ | 77,3 nap | EB 80% | – | – |
| | | $\beta^-$ 20% | 1,50 | 240 |
| | | $\gamma$ | 0,85 | 136 |
| $^{60}_{27}Co$ | 5,24 év | $\beta^-$ | 0,312 | 49,92 |
| | | $\gamma$ | 1,332 | 213,1 |
| $^{82}_{35}Br$ | 35,9 óra | $\beta^-$ | 0,444 | 71,04 |
| | | $\gamma$ | 0,777 | 124,3 |
| $^{89}_{38}Sr$ | 50,5 nap | $\beta^-$ | 1,463 | 234,1 |
| $^{90}_{38}Sr$ | 27,7 év | $\beta^-$ | 0,545 | 87,2 |
| $^{129}_{53}I$ | $1,72 \cdot 10^7$ év | $\beta^-$ | 0,15 | 24 |
| | | $\gamma$ | 0,038 | 6,08 |
| $^{131}_{53}I$ | 8,1 nap | $\beta^-$ | 0,608 | 97,28 |
| | | $\gamma$ | 0364 | 58,24 |
| $^{132}_{53}I$ | 2,3 óra | $\beta^-$ | 1,53 | 244,8 |
| | | $\gamma$ | 0,673 | 107,7 |
| $^{137}_{55}Cs$ | 26,6 év | $\beta^-$ | 0,514 | 82,24 |
| | | $\gamma$ | 0,662 | 105,9 |
| $^{194}_{77}Ir$ | 19 óra | $\beta^-$ | 2,24 | 358,4 |
| | | $\gamma$ | 0,295 | 47,2 |
| $^{198}_{79}Au$ | 2,69 nap | $\beta^-$ | 0,96 | 153,6 |
| | | $\gamma$ | 0,412 | 65,92 |
| $^{203}_{80}Hg$ | 46,9 nap | $\beta^-$ | 0,208 | 33,28 |
| | | $\gamma$ | 0,279 | 44,64 |
| $^{204}_{81}Tl$ | 3,56 év | $\beta^-$ 98% | 0,764 | 122,2 |
| | | EB 2% | – | – |

EB: elektronbefogás

*Lásd még a 289. oldalon!

*9.76. Szilárd elemek és a higany kilépési munkája, határhullámhossza és kristályszerkezete*

| Elemek neve | Kilépési munka $W_{min}$ (aJ) | Kilépési munka $W_{min}$ (eV) | Határ-hullámhossz $\lambda$ (nm) | Kristályszerkezet |
|---|---|---|---|---|
| alumínium | 0,68 | 4,25 | 290 | lapcentrált köbös |
| antimon | 0,69 | 4,33 | 285 | romboéderes |
| arany | 0,77 | 4,80 | 260 | lapcentrált köbös |
| arzén | 0,82 | 5,10 | 245 | romboéderes |
| bárium | 0,42 | 2,60 | 480 | tércentrált köbös |
| berillium | 0,71 | 4,45 | 280 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| bizmut | 0,70 | 4,40 | 280 | romboéderes |
| bór | 0,72 | 4,50 | 280 | tetragonális, romboéderes |
| cérium | 0,46 | 2,90 | 435 | lapcentrált köbös |
| cézium | 0,31 | 1,96 | 635 | tércentrált köbös |
| cink | 0,69 | 4,29 | 290 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| cirkónium | 0,64 | 4,00 | 310 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| európium | 0,40 | 2,50 | 500 | tércentrált köbös |
| ezüst | 0,69 | 4,30 | 290 | lapcentrált köbös |
| gadolínium | 0,50 | 3,10 | 400 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| gallium | 0,66 | 4,10 | 300 | rombos |
| germánium | 0,78 | 4,90 | 255 | gyémánt |
| hafnium | 0,62 | 3,90 | 320 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| higany | 0,72 | 4,52 | 275 | romboéderes |
| indium | 0,64 | 4,00 | 310 | tetragonális |
| irídium | 0,74 | 4,6 | 270 | lapcentrált köbös |
| ittrium | 0,50 | 3,1 | 400 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| kadmium | 0,67 | 4,16 | 300 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| kalcium | 0,45 | 2,83 | 440 | lapcentrált köbös |
| kálium | 0,36 | 2,26 | 550 | tércentrált köbös |
| kobalt | 0,75 | 4,70 | 265 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| króm | 0,73 | 4,54 | 275 | tércentrált köbös |
| lantán | 0,56 | 3,50 | 355 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| lítium | 0,42 | 2,64 | 470 | tércentrált köbös |
| magnézium | 0,58 | 3,64 | 345 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| mangán | 0,64 | 3,97 | 310 | tércentrált köbös |
| molibdén | 0,71 | 4,45 | 280 | tércentrált köbös |
| nátrium | 0,41 | 2,55 | 485 | tércentrált köbös |
| neodímium | 0,51 | 3,20 | 395 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| nikkel | 0,78 | 4,90 | 255 | lapcentrált köbös |
| nióbium | 0,69 | 4,30 | 290 | tércentrált köbös |
| ólom | 0,66 | 4,14 | 300 | lapcentrált köbös |

Lásd még a 282. és 285. oldalon is.

## 9.76. Szilárd elemek és a higany kilépési munkája, határhullámhossza és kristályszerkezete (folytatás)

| Elemek neve | Kilépési munka $W_{min}$ (aJ) | Kilépési munka $W_{min}$ (eV) | Határ-hullámhossz $\lambda$ (nm) | Kristályszerkezet |
|---|---|---|---|---|
| ón (fehér, $\beta$) | 0,70 | 4,40 | 280 | tetragonális |
| ozmium | 0,77 | 4,80 | 260 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| palládium | 0,80 | 5,00 | 250 | lapcentrált köbös |
| platina | 0,88 | 5,50 | 225 | lapcentrált köbös |
| rénium | 0,80 | 5,00 | 250 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| réz | 0,73 | 4,53 | 275 | lapcentrált köbös |
| ródium | 0,74 | 4,60 | 270 | lapcentrált köbös |
| rubídium | 0,35 | 2,16 | 575 | tércentrált köbös |
| ruténium | 0,75 | 4,71 | 265 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| szamárium | 0,43 | 2,70 | 465 | romboéderes |
| szelén | 0,75 | 4,70 | 265 | hexagonális |
| szén | 0,77 | 4,80 | 260 | hexagonális |
| szilícium | 0,77 | 4,80 | 260 | gyémánt |
| szkandium | 0,56 | 3,50 | 355 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| tallium | 0,60 | 3,77 | 330 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| tantál | 0,67 | 4,20 | 295 | tércentrált köbös |
| tellúr | 0,78 | 4,84 | 255 | hexagonális |
| terbium | 0,48 | 3,00 | 415 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| titán | 0,66 | 4,14 | 300 | szoros illeszkedésű hatszöges |
| tórium | 0,54 | 3,40 | 365 | lapcentrált köbös |
| urán | 0,58 | 3,60 | 345 | rombos |
| vanádium | 0,67 | 4,21 | 295 | tércentrált köbös |
| vas | 0,70 | 4,40 | 280 | tércentrált köbös |
| volfrám | 0,73 | 4,54 | 275 | tércentrált köbös |

## 9.77. Diffúziós együtthatók és aktivációs energiák

| Befogadó kristály | Diffundáló atom | Diffúziós állandó $D_0$ ($cm^2/s$) | Aktivációs energia $E$ (eV) |
|---|---|---|---|
| szilícium | Al | 8,0 | 3,47 |
| szilícium | Ga | 3,6 | 3,51 |
| szilícium | In | 16,0 | 3,90 |
| szilícium | As | 0,32 | 3,56 |
| szilícium | Au | 0,001 | 1,13 |
| réz | Cu | 0,20 | 2,04 |
| réz | Zn | 0,34 | 1,98 |
| ezüst | Ag | 0,40 | 1,91 |
| ezüst | Cu | 1,2 | 2,00 |

*9.78. Félvezető anyagok tilos sávszélessége 0 K és 300 K hőmérsékleten, töltéshordozó mozgékonyságai és olvadáspontjai*

| Félvezető anyagok | Sáv | Tilos sávszélesség $E_g$ 0 K | | Tilos sávszélesség $E_g$ 300 K | | Elektronmozgékonyság $\mu_n$ $(cm^2/(V \cdot s))$ | Lyukmozgékonyság $\mu_p$ $(cm^2/(V \cdot s))$ | Olvadáspont $t_o$ (°C) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | aJ | eV | aJ | eV | Szobahőmérsékleten | | |
| gyémánt | i | 0,87 | 5,4 | – | – | 1 800 | 1 200 | 3 540 |
| Si | i | 0,19 | 1,17 | 0,18 | 1,14 | 1 300 | 500 | 1 414 |
| Ge | i | 0,12 | 0,74 | 0,11 | 0,67 | 4 500 | 3 500 | 938 |
| Sn | d | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | – | – | 232 |
| InSb | d | 0,04 | 0,24 | 0,03 | 0,18 | 77 000 | 750 | 523 |
| InAs | d | 0,07 | 0,43 | 0,06 | 0,35 | 33 000 | 460 | 942 |
| InP | d | 0,23 | 1,42 | 0,22 | 1,35 | 4 600 | 150 | 1 070 |
| GaP | i | 0,37 | 2,32 | 0,36 | 2,26 | 110 | 75 | 1 350 |
| GaAs | d | 0,24 | 1,52 | 0,23 | 1,43 | 8 800 | 400 | 1 240 |
| GaSb | d | 0,13 | 0,81 | 0,13 | 0,78 | 4 000 | 1 400 | 706 |
| AlSb | i | 0,26 | 1,65 | 0,24 | 1,52 | – | – | – |
| SiC | – | 0,48 | 3,00 | – | – | 100 | 50 | – |
| Te | d | 0,05 | 0,33 | – | – | – | – | 450 |
| ZnSb | – | 0,09 | 0,56 | 0,09 | 0,56 | – | – | – |
| HgTe[1] | d | −4,81 | −30 | – | – | – | – | – |
| PbS | d | 0,05 | 0,29 | 0,05 . . . 0,06 | 0,34 . . . 0,37 | 550 | 600 | 1 110 |
| PbSe | d | 0,03 | 0,17 | 0,04 | 0,27 | 1 020 | 930 | 1 065 |
| PbTe | d | 0,03 | 0,19 | 0,05 | 0,30 | 1 620 | 750 | 904 |
| CdS | d | 0,41 | 2,58 | 0,39 | 2,42 | 200 | 20 | 1 475 |
| CdSe | d | 0,29 | 1,84 | 0,28 | 1,74 | 200 | – | 1 250 |
| CdTe | d | 0,26 | 1,61 | 0,23 | 1,45 | 600 | 100 | 1 040 |
| ZnO | – | 0,55 | 3,44 | 0,51 | 3,20 | – | – | – |
| ZnS | – | 0,63 | 3,91 | 0,58 | 3,60 | – | – | – |
| SnTe | d | 0,05 | 0,30 | 0,03 | 0,18 | – | – | – |
| AgCl | – | – | – | 0,51 | 3,20 | 50 | – | – |
| AgI | – | – | – | 0,45 | 2,80 | – | – | – |
| $Cu_2O$ | – | 0,35 | 2,17 | – | – | – | – | – |
| $TiO_2$ | – | 0,49 | 3,03 | – | – | – | – | – |

*i*: közvetett tiltott sáv *d*: közvetlen tiltott sáv [1]: a sávok átfedik egymást

## 9.79. Elemek és vegyületek szupravezetési hőmérséklete

| Elemek | Szupravezetési hőmérséklet $T_s$ (K) | Elemek | Szupravezetési hőmérséklet $T_s$ (K) | Elemek | Szupravezetési hőmérséklet $T_s$ (K) |
|---|---|---|---|---|---|
| alumínium | 1,175 | irídium | 0,11 | rénium | 1,7 |
| berillium | 0,026 | kadmium | 0,517 | ruténium | 0,49 |
| cink | 0,85 | lantán | 4,88 | tallium | 2,38 |
| cirkónium | 0,61 | molibdén | 0,915 | tantál | 4,47 |
| gallium | 1,08 | nióbium | 9,25 | titán | 0,4 |
| hafnium | 0,128 | ólom | 7,196 | tórium | 1,38 |
| higany | 4,15 | ón | 3,722 | vanádium | 5,4 |
| indium | 3,41 | ozmium | 0,66 | volfrám | 0,0154 |

| Vegyületek | Szupravezetési hőmérséklet $T_s$ (K) | Egyéb anyagok | Szupravezetési hőmérséklet $T_s$ (K) |
|---|---|---|---|
| $Ti_2O$ | 3,44 | Ba-La-Cu-O | > 30 |
| $La_3In$ | 10,4 | La-Sr-Cu-O | 37 |
| NbTi | 10,5 | Y-La-Cu-O | > 90 |
| NbZr | 11 | Y-Ba-Cu-O | 95 |
| NbN | 16,0 | Bi-Sr-Ca-Cu-O | 110 |
| $V_3Ga$ | 16,3 | Tl-Ba-Ca-Cu-O | 125 |
| $V_3Si$ | 17,1 | Tl-Ba-Ca-Cu-O* | 131′ |
| $Nb_3Al$ | 17,5 | Hg-Ba-Ca-Cu-O | 133′ |
| $Nb_3Sn$ | 18,1 | Hg-Ba-Ca-Cu-O** | 155′ |
| $Nb_3Ge$ | 23,2 | Hg-Pb-Ba-Ca-Cu-O | 133″ |
| | | Hg-Ba-Ca-Cu-O*** | 164″ |
| | | ..... | ..... |
| | | ..... | ..... |
| | | ..... | ..... |
| | | ..... | ..... |
| | | ..... | ..... |

*: 7 GPa nyomáson
**: 25 GPa nyomáson
***: 30 GPa nyomáson
′: Előállítása 1993-ban
″: Előállítása 1994-ben

*9.80. Az anyagot összetartó kölcsönhatások jellemzői*

| Kölcsönhatás | Erőátvivő elemi részecske (bozon) | Kölcsönható részecskék | A kölcsönhatás | |
|---|---|---|---|---|
| | | | relatív erőssége | hatótávolsága (m) |
| gravitációs | graviton[1] | mindegyik | $10^{-39}$ | végtelen |
| gyenge | $W^+$, $W^-$, $Z^0$ | mindegyik | $10^{-5}$ | $10^{-18}$ |
| elektromágneses | foton | minden, töltéssel vagy mágneses momentummal rendelkező | $10^{-2}$ | végtelen |
| erős | 8 gluon | hadronok | 1 | $10^{-15}$ |

[1] Ez idáig (2009) kísérletileg még nem sikerült kimutatni létezését.

*9.81. A standardmodell részecskéi*

Minden kvarknak és leptonnak létezik antirészecskéje, ezeket a táblázat nem tartalmazza.

*9.82. A fermionok generációi*

| Fermionok | | Jelölés | Elektromos töltés* | Tömeg** |
|---|---|---|---|---|
| első generáció | | | | |
| kvarkok | up | $u$ | +2/3 | 0,004 |
| | down | $d$ | −1/3 | 0,008 |
| leptonok | elektron | $e$ | −1 | 0,0005 |
| | elektron-neutrínó | $\nu_e$ | 0 | > 0?*** |
| második generáció | | | | |
| kvarkok | charm | $c$ | +2/3 | 1,4 |
| | strange | $s$ | −1/3 | 0,1 |
| leptonok | müon | $\mu$ | −1 | 0,01 |
| | müon-neutrínó | $\nu_\mu$ | 0 | > 0?*** |
| harmadik generáció | | | | |
| kvarkok | top | $t$ | +2/3 | 175 |
| | bottom | $b$ | −1/3 | 4,2 |
| leptonok | tau | $\tau$ | −1 | 1,78 |
| | tau-neutrínó | $\nu_\tau$ | 0 | > 0?*** |

*: elemi töltésegységben kifejezve
**: proton (neutron) tömegegységben kifejezve ($m_p \sim m_n \sim 1$ GeV/c$^2$)
*** A legújabb mérési eredmények szerint legalább az egyik neutrínónak nagyon kicsi, de nullánál nagyobb a tömege. Ezzel együtt fellép a neutrínóoszcilláció jelensége.

### 9.83. Az erőhordozó bozonok tulajdonságai

| A bozon neve | A közvetített kölcsönhatás | Elektromos töltés* | Spin | Tömeg** |
|---|---|---|---|---|
| foton | elektromágneses | 0 | 1 | 0 |
| $W^+$ | | +1 | 1 | 81 |
| $Z^0$ | gyenge | 0 | 1 | 92 |
| $W^-$ | | −1 | 1 | 81 |
| 8 gluon | erős | 0 | 1 | 0 |
| graviton | gravitáció | 0 | 2 | 0 |

*: elemi töltésegységben kifejezve
**: proton (neutron) tömegegységben kifejezve ($m_p \sim m_n \sim 1\ \mathrm{GeV/c^2}$)

### 9.84. A hadronok felépítése és tulajdonságai

| Hadronok | | Kvarkösszetétel | Elektromos töltés* | Spin | Tömeg** | Élettartam (s) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| barionok | proton | $uud$ | 1 | 1/2 | 0,938 | $> 5 \cdot 10^{32}$ |
| | neutron | $udd$ | 0 | 1/2 | 0,40 | 900 |
| | lambda | $uds$ | 0 | 1/2 | 1,116 | $2{,}63 \cdot 10^{-10}$ |
| | omega mínusz | $sss$ | −1 | 3/2 | 1,672 | $8{,}2 \cdot 10^{-11}$ |
| | delta | $uuu$ | 2 | 3/2 | 1,232 | $\sim 6 \cdot 10^{-24}$ |
| mezonok | pion$^+$ | $u\bar{d}$ | 1 | 0 | 0,140 | $2{,}60 \cdot 10^{-8}$ |
| | pion$^0$ | $(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$ | 0 | 0 | 0,135 | $8{,}4 \cdot 10^{-16}$ |
| | kaon | $u\bar{s}$ | 1 | 0 | 0,494 | $1{,}24 \cdot 10^{-8}$ |
| | ró | $u\bar{d}$ | 1 | 1 | 0,770 | $\sim 4{,}4 \cdot 10^{-24}$ |
| | d-mezon | $c\bar{u}$ | 0 | 0 | 1,865 | $4{,}3 \cdot 10^{-13}$ |
| | b-mezon | $u\bar{b}$ | 1 | 0 | 5,271 | $1{,}4 \cdot 10^{-12}$ |

A feles spinű hadronok a fermionok, az egész spinűek a bozonok családjába tartoznak.
*: elemi töltésegységben kifejezve
**: proton (neutron) tömegegységben kifejezve ($m_p \sim m_n \sim 1\ \mathrm{GeV/c^2}$)

### 9.85. A fizikai Nobel-díj kitüntetettjei

| | |
|---|---|
| 1901 | Wilhelm Conrad **Röntgen** |
| 1902 | Hendrik Antoon **Lorentz**<br>Pieter **Zeeman** |
| 1903 | Antoine Henri **Becquerel**<br>Pierre **Curie**<br>Marie **Curie** (Sklodowska) |
| 1904 | Lord (John William Strutt) **Rayleigh** |
| 1905 | Philipp Eduard Anton von **Lenard** |
| 1906 | Sir Joseph John **Thomson** |
| 1907 | Albert Abraham **Michelson** |
| 1908 | Gabriel **Lippmann** |
| 1909 | Guglielmo **Marconi**<br>Karl Ferdinand **Braun** |
| 1910 | Johannes Diderik **van der Waals** |
| 1911 | Wilhelm **Wien** |
| 1912 | Nils Gustaf **Dalén** |

1913 Heike **Kamerlingh-Onnes**

1914 Max von **Laue**

1915 Sir William Henry **Bragg**
William Lawrence **Bragg**

1916 –

1917 Charles Glover **Barkla**

1918 Max Karl Ernst Ludwig **Planck**

1919 Johannes **Stark**

1920 Charles Edouard **Guillaume**

1921 Albert **Einstein**

1922 Niels Henrik David **Bohr**

1923 Robert Andrews **Millikan**

1924 Karl Manne Georg **Siegbahn**

1925 James **Franck**
Gustav **Hertz**

1926 Jean Baptiste **Perrin**

1927 Arthur Holly **Compton**
Charles Thomson Rees **Wilson**

1928 Owen Willans **Richardson**

1929 Prince Louis Victor **de Broglie**

1930 Sir Csandraszekhara Vénkata **Raman**

1931 –

1932 Werner **Heisenberg**

1933 Erwin **Schrödinger**
Paul Adrien Maurice **Dirac**

1934 –

1935 James **Chadwick**

1936 Victor Franz **Hess**
Carl David **Anderson**

1937 Clinton Joseph **Davisson**
George Paget **Thomson**

1938 Enrico **Fermi**

1939 Ernest Orlando **Lawrence**

1940 –

1941 –

1942 –

1943 Otto **Stern**

1944 Isidor Isaac **Rabi**

1945 Wolfgang **Pauli**

1946 Percy Williams **Bridgman**

1947 Sir Edward Victor **Appleton**

1948 Patrick Maynard Stuart **Blackett**

1949 Hideki **Yukawa**

1950 Cecil Frank **Powell**

1951 Sir John Douglas **Cockcroft**
Ernest Thomas Sinton **Walton**

1952 Felix **Bloch**
Edward Mills **Purcell**

1953 Frits **Zernike**

1954 Max **Born**
Walther **Bothe**

1955 Willis Eugene **Lamb**
Polykarp **Kusch**

1956 William Bradford **Shockley**
John **Bardeen**
Walter Houser **Brattain**

1957 Chen Ning **Yang**
Tsung-Dao **Lee**

1958 Pavel Alekszejevics **Cserenkov**
Ilja Mihajlovics **Frank**
Igor Jevgenyevics **Tamm**

1959 Emilio **Segré**
Owen **Chamberlain**

1960 Donald Arthur **Glaser**

1961 Robert **Hofstadter**
Rudolf **Mössbauer**

1962 Lev Davidovics **Landau**

1963 **Wigner** Jenő
Maria **Goeppert-Mayer**
Hans Daniel **Jensen**

1964 Charles Hard **Townes**
Nyikolaj Gennagyijevics **Baszov**
Alekszandr Mihajlovics **Prohorov**

1965 Sin-Itiro **Tomonaga**
Julian **Schwinger**
Richard Phillips **Feynman**

1966 Alfred **Kastler**

1967 Hans Albrecht **Bethe**

1968 Luis Walter **Alvarez**

1969 Murray **Gell-Mann**

1970 Hannes Olof Gösta **Alfvén**
Louis Eugène Félix **Néel**

1971 **Gábor** Dénes

1972 John **Bardeen**
Leon Neil **Cooper**
John Robert **Schrieffer**

1973 Leo **Esaki**
Ivar **Giaever**
Brian David **Josephson**

1974 Sir Martin **Ryle**
Antony **Hewish**

1975 Aage Niels **Bohr**
Ben Roy **Mottelson**
Leo James **Rainwater**

1976 Burton **Richter**
Samuel Chao Chung **Ting**

1977 Philipp Warren **Anderson**
Sir Nevill Francis **Mott**
John Hasbrouck **van Vleck**

1978 Pjotr Leonyidovics **Kapica**
Arno Allan **Penzias**
Robert Woodrow **Wilson**

1979 Sheldon Lee **Glashow**
Abdus **Salam**
Steven **Weinberg**

1980 James Watson **Cronin**
Val Logsdon **Fitch**

1981 Nicolaas **Bloembergen**
Arthur Leonard **Schawlow**
Kai Manne **Siegbahn**

1982 Kenneth G. **Wilson**

1983 Subramanyan **Chandrasekhar**
William Alfred **Fowler**

1984 Carlo **Rubbia**
Simon **van der Meer**

1985 Klaus **von Klitzing**

1986 Ernst **Ruska**
Gerd **Binnig**
Heinrich **Rohrer**

1987 Johannes Georg **Bednorz**
Karl Alexander **Müller**

1988 Leon M. **Lederman**
Melvin **Schwartz**
Jack **Steinberger**

1989 Hans G. **Dehmelt**
Wolfgang **Paul**
Norman F. **Ramsey**

1990 Jerome I. **Friedman**
Henry W. **Kendall**
Richard E. **Taylor**

1991 Pierre-Gilles **de Gennes**

1992 Georges **Charpak**

1993 Russell A. **Hulse**
Joseph H. **Taylor Jr.**

1994 Bertram N. **Brockhouse**
Clifford G. **Shull**

1995 Martin L. **Perl**
Frederick **Reines**

1996 David M. **Lee**
Douglas D. **Osheroff**
Robert C. **Richardson**

1997 Steven **Chu**
Claude **Cohen-Tannoudji**
William D. **Phillips**

1998 Robert B. **Laughlin**
Horst L. **Strömer**
Daniel C. **Tsui**

1999 Gerardus **'t Hooft**
Martinus J. G. **Veltman**

2000 Zores I. **Alferov**
Herbert **Kroemer**
Jack S. **Kilby**

2001 Eric A. **Cornell**
Wolfgang **Ketterle**
Carl E. **Wieman**

2002 Raymond **Davis Jr.**
Masatoshi **Koshiba**
Riccardo **Giacconi**

2003 Alexei A. **Abrikosov**
Vitalij **Ginzburg**
Anthony J. **Leggett**

2004 David J. **Gross**
David H. **Politzer**
Frank **Wilczek**

2005 Roy J. **Glauber**
John L. **Hall**
Theodor W. **Hänsch**

2006 John C. **Mather**
George F. **Smoot**

2007 Albert **Fert**
Peter **Grünberg**

2008 Makoto **Kobayashi**
Toshihide **Maskawa**
Yoichiro **Nambu**

2009 Charles K. **Kao**
Willard S. **Boyle**
George E. **Smith**

2010 Andrej **Geim**
Konsztantyin **Novoszjolov**

2011 Saul **Perlmutter**
Brian P. **Schmidt**
Adam G. **Riess**

2012 Serge **Haroche**
David J. **Wineland**

## 1. A LEGFONTOSABB CSILLAGÁSZATI ÁLLANDÓK ÉS MÉRTÉKEGYSÉGEK

| | |
|---|---|
| A fény terjedési sebessége vákuumban | $c = 299\,792{,}458\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$ |
| *Csillagászati egység* (Föld–Nap középtávolság) | 1 Cs.E. = 149 597 870 km |
| *Fényév* | 1 *fényév* = 9,460 530 billió km |
| *Parszek* | 1 *parszek* = 206 264,806 Cs.E. = = 3,261 633 fényév = 30,856 78 billió km |
| *Hubble-állandó* (az extragalaktikus objektumok távolsága és távolodási sebessége közötti arányossági tényező) | $H_0 \approx 70\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ |
| *Abszolút fényesség* | az a fényesség, amilyennek 10 parszek távolságból látszana a szóban forgó égitest |
| A tropikus év hossza: | 365,242 198 78 nap |
| A sziderikus év hossza: | 365,256 366 nap |

## 2. A NAP, A FÖLD ÉS A HOLD LEGFONTOSABB ADATAI

| Nap | |
|---|---|
| látszólagos átmérője | $31'\ 59{,}2''$ |
| valódi átmérője | $D_N = 1{,}392 \cdot 10^6$ km ($109 D_F$) |
| tömege | $m_N = 1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg (330 000-szerese a Földének) |
| közepes sűrűsége | $\varrho_N = 1410\ \text{kg/m}^3$ ($0{,}25\varrho_F$) |
| nehézségi gyorsulás a felszínen | $g_N = 274\ \text{m/s}^2$ ($27 g_F$) |
| a mag hőmérséklete | $\sim 1{,}5 \cdot 10^7$ K |
| felületi hőmérséklet | $T_N = 5780$ K (kb. 5500 °C) |
| sugárzási teljesítmény | $L_\odot = 3{,}844 \times 10^{23}$ kW* |
| átlagos kémiai összetétele (tömeg szerint): | 73,4% hidrogén, 24,8% hélium, 1,8% összes többi elem |
| egyenlítői síkjának hajlása az ekliptikához: | 7,25° |
| sziderikus tengelyforgási ideje az egyenlítőjénél: | 25,378 nap |
| életkora: | 4,5 milliárd év |
| a napszél sebessége a Földnél: | kb. 450 km/s |

*(Ebből a Földre érkezik: $1368\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ – ez a napállandó.)

## 2. A NAP, A FÖLD ÉS A HOLD LEGFONTOSABB ADATAI (folytatás)

| | |
|---|---|
| **Föld** | |
| sugara az Egyenlítőnél | $R_e = 6\,378{,}160$ km |
| a pólusoknál | $R_p = 6\,356{,}775$ km |
| közepes sugara | $R_k = 6\,371$ km $(D_F = 12\,742$ km) |
| lapultsága $(R_e - R_p)/R_e$ | $\sim 0{,}003\,35$ |
| nehézségi gyorsulás az Egyenlítőn | $g_e = 9{,}780\,306$ m/s$^2$ |
| felszíne | $A_F = 5{,}101 \cdot 10^8$ km$^2$ |
| térfogata | $V_F = 1{,}083 \cdot 10^{12}$ km$^3$ |
| tömege | $m_F = 5{,}974 \cdot 10^{24}$ kg |
| közepes sűrűsége | $\varrho_F = 5\,515$ kg/m$^3$ |
| az Egyenlítő hossza | 40 075,7 km |
| egy délkör hossza | 40 008,5 km |
| az Egyenlítő kerületi sebessége | $v_e = 465$ m/s |
| átlagos pályamenti sebesség | $v = 29{,}765$ km/s |
| életkora | $\approx 4{,}5 \cdot 10^9$ év |
| Föld–Hold közepes távolság | 384 404 km |
| **Hold** | |
| közepes látszólagos átmérője | $31' 5''$ |
| valódi átmérője | $D_H = 3\,476$ km $(0{,}273 D_F)$ |
| térfogata | $V_H = 2{,}198 \cdot 10^{10}$ km$^3$ $(0{,}0204 V_F)$ |
| tömege | $m_H = 7{,}347 \cdot 10^{22}$ kg $(0{,}0123 m_F)$ |
| közepes sűrűsége | $\varrho_H = 3\,340$ kg/m$^3$ $(0{,}61 \varrho_F)$ |
| nehézségi gyorsulás a felületén | $g_H = 1{,}6193$ m/s$^2$ $((1/6) g_F)$ |
| felületi hőmérséklete a nappali oldalon | $\sim 130$ °C |
| az éjjeli oldalon | $\sim -150$ °C |
| a pálya közepes lapultsága | 0,0549 |
| átlagos pályamenti sebesség | 1025 m/s |
| szinodikus keringési ideje * | $T_{Hsz} = 29{,}530\,588$ nap |
| drakonikus keringési ideje ** | $T_{Hd} = 27{,}212\,220$ nap |
| anomalisztikus keringési ideje*** | $T_{Ha} = 27{,}554\,550$ nap |

*: Két, egymás utáni azonos fázis közötti időtartam.
**: Két, felszálló csomóponton való áthaladás közötti időtartam.
***: A földközelponton való, két egymás utáni áthaladás közötti időtartam.

| | Merkúr | Vénusz | Föld | Mars | Jupiter | Szaturnusz | Uránusz | Neptunusz | Plútó* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Közepes naptávolság [millió km] | 57,9 | 108,2 | 149,6 | 227,9 | 778,3 | 1429 | 2875 | 4504 | 5916 |
| Közepes naptávolság [csill. egység] | 0,387 | 0,723 | 1,000 | 1,524 | 5,203 | 9,555 | 19,22 | 30,11 | 39,55 |
| A pálya excentricitása | 0,2056 | 0,0068 | 0,0167 | 0,0934 | 0,0494 | 0,0556 | 0,0472 | 0,0086 | 0,249 |
| Keringési periódus (földi nap, földi év) | 87,9 nap | 224,7 nap | 365,26 nap | 687 nap | 11,863 év | 29,42 év | 83,75 év | 163,73 év | 248,03 év |
| Pálya menti átlagsebesség $\left[\frac{\text{km}}{\text{s}}\right]$ | 47,60 | 35,04 | 29,80 | 24,14 | 13,06 | 9,65 | 6,83 | 5,43 | 4,74 |
| A pályasík hajlásszöge az ekliptikához | 7,0° | 3,4° | 0,0° | 1,85° | 1,30° | 2,49° | 0,77° | 1,77° | 17,2° |
| A tengely körüli forgás periódusa | 58,65 nap | 243,02 nap (retrográd) | 23 h 56 m 4 s | 24 h 37 m 23 s | 9 h 50 m–9 h 56 m | 10 h 14 m–10 h 39 m | 17 h 14 m (retrográd) | 16 h 7 m | 6 nap 9 óra 18 perc |
| A forgástengely hajlásszöge a pályanormálishoz | 0° | 177,4° | 23°26′ | 23°59′ | 3°04′ | 26°44′ | 97°55′ | 29°36′ | 123° |
| Egyenlítői átmérő [km] | 4878 | 12 104 | 12 756 | 6794 | 142800 | 120 540 | 51 118 | 48 600 | 2300 |
| Tömeg (Föld = 1) | 0,055 | 0,815 | 1,000 | 0,107 | 317,90 | 95,16 | 14,54 | 17,20 | 0,002 |
| Térfogat (Föld = 1) | 0,056 | 0,858 | 1,000 | 0,152 | 1338 | 766 | 60,4 | 56,9 | 0,006 (?) |

* A Plútó a Nemzetközi Csillagászati Unió 2006. augusztusi határozata alapján már nem tartozik a bolygók csoportjába.

| | Merkúr | Vénusz | Föld | Mars | Jupiter | Szaturnusz | Uránusz | Neptunusz | Plútó |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Átlagsűrűség $\left[\frac{g}{cm^3}\right]$ | 5,44 | 5,25 | 5,52 | 3,94 | 1,33 | 0,70 | 1,27 | 1,67 | $\sim 2$ |
| Lapultság | 0 | 0 | 0,003353 | 0,005 | 0,062 | 0,091 | 0,023 | 0,017 | ? |
| Gravitációs gyorsulás a felszínen az egyenlítőnél $\left[\frac{m}{s^2}\right]$ | 3,78 | 8,60 | 9,78 | 3,72 | 22,9 | 9,1 | 8,86 | 10,8 | 0,04 |
| Szökési sebesség a felszínnél $\left[\frac{km}{s}\right]$ | 4,25 | 10,36 | 11,18 | 5,02 | 59,64 | 35,41 | 21,28 | 23,52 | 1,3 |
| Átlagos felszíni hőmérséklet [K] | 440 | 730 | 288 | 218 | 124 | 95 | 80 | 59 | $\sim 40$ |
| A légkör fontosabb összetevői | H, He, Ne* | $CO_2$ (97%) | $N_2$ (78%), $O_2$ (21%), vízpára | $CO_2$ (95%), $N_2$ | $H_2$ (89%), He (11%), $CH_4$ (0,2%), $NH_3$ | $H_2$ (94%), He (6%), $CH_4$, $NH_3$ | $H_2$ (83%), He (15%), $CH_4$ (2%), $NH_3$ | $H_2$, He, $CH_4$, $NH_3$ | $N_2$ (99%), $CH_4$ (1%) |
| Ismert holdjainak száma | 0 | 0 | 1 | 2 | 52 + gyűrűk | 30 + gyűrűk | 21 + gyűrűk | 11 + gyűrűk | 1 |

* a napszéltől származó átmeneti légkör

## 4. HOLDAK A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓI KÖRÜL

| A hold neve | Átmérő vagy méret [km] | Átlagos távolság a bolygótól [ezer km] | Keringési idő [nap] | A pálya excentricitása | Pályahajlás [fok] | Felfedező |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a Föld holdja | | | | | | |
| Hold | 3475 | 384,5 | 27,322 | 0,0549 | 5,16 | – |
| a Mars holdjai | | | | | | |
| Phobos (M1) | 22 | 9,38 | 0,319 | 0,015 | 1,1 | A. Hall, 1877 |
| Deimos (M2) | 12 | 23,46 | 1,262 | 0,0002 | 1,8 | A. Hall, 1877 |
| a Jupiter holdjai | | | | | | |
| Metis (J16) | 43 | 128,1 | 0,294 | 0,0012 | 0,02 | *Voyager-2*, 1979 |
| Adrastea (J15) | 16 | 128,9 | 0,297 | 0,0018 | 0,03 | *Voyager-1*, 1979 |
| Amalthea (J5) | 167 | 181,4 | 0,498 | 0,0031 | 0,39 | E. Barnard, 1892 |
| Thebe (J14) | 99 | 221,9 | 0,674 | 0,0177 | 1,07 | *Voyager-2*, 1979 |
| Io (J1) | 3643 | 421,8 | 1,769 | 0,0041 | 0,04 | G. Galilei, 1610 |
| Europa (J2) | 3122 | 671,1 | 3,551 | 0,0005 | 0,47 | G. Galilei, 1610 |
| Ganymedes (J3) | 5262 | 1070,4 | 7,155 | 0,0005 | 0,17 | G. Galilei, 1610 |
| Callisto (J4) | 4820 | 1882,7 | 16,689 | 0,0074 | 0,31 | G. Galilei, 1610 |
| Themisto (J18) | 4 | 7507 | 130,0 | 0,242 | 43,1 | C. Kowal, 1975 |
| Leda (J13) | 18 | 11165 | 240,9 | 0,164 | 27,5 | C. Kowal, 1974 |
| Himalia (J6) | 185 | 11461 | 250,6 | 0,162 | 27,5 | C. Perrine, 1904 |
| Lysithea (J10) | 38 | 11717 | 259,2 | 0,112 | 28,3 | S. Nicholson, 1938 |
| Elara (J7) | 78 | 11741 | 259,6 | 0,217 | 26,6 | C. Perrine, 1905 |
| 2000 J11 | 4 | 12555 | 287,0 | 0,248 | 28,3 | S. Sheppard és mtársai, 2000 |
| 2003 J3 | 2 | 18340 | 504,0 | 0,241 | 143,7 | S. Sheppard, D. Jewitt, 2003 |
| 2003 J12 | 1 | 19002 | 533,3 | 0,376 | 145,8 | S. Sheppard, D. Jewitt, 2003 |
| 2001 J10 | 2 | 19394 | 553,1 | 0,143 | 145,8 | S. Sheppard és mtársai, 2001 |
| 2003 J6 | 4 | 20979 | 617,3 | 0,157 | 156,1 | S. Sheppard, D. Jewitt, 2003 |
| 2001 J7 | 3 | 21017 | 620,0 | 0,230 | 148,9 | S. Sheppard és mtársai, 2001 |
| Harpalyke (J22) | 4 | 21105 | 623,3 | 0,226 | 148,6 | S. Sheppard és mtársai, 2000 |
| Praxidike (J27) | 7 | 21147 | 625,3 | 0,230 | 149,0 | S. Sheppard és mtársai, 2000 |
| 2001 J9 | 2 | 21168 | 623,0 | 0,281 | 146 | S. Sheppard és mtársai, 2001 |
| 2001 J3 | 4 | 21252 | 631,9 | 0,212 | 150,7 | S. Sheppard és mtársai, 2001 |
| Iocaste (J24) | 5 | 21269 | 631,5 | 0,216 | 149,4 | S. Sheppard és mtársai, 2000 |
| Ananke (J12) | 28 | 21276 | 610,5 | 0,244 | 148,9 | S. Nicholson, 1951 |
| 2001 J2 | 4 | 21312 | 632,4 | 0,228 | 148,5 | S. Sheppard és mtársai, 2001 |
| 2003 J11 | 2 | 22395 | 683,0 | 0,223 | 163,9 | S. Sheppard, D. Jewitt, 2003 |

## 4. HOLDAK A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓI KÖRÜL (folytatás)

| A hold neve | Átmérő vagy méret [km] | Átlagos távolság a bolygótól [ezer km] | Keringési idő [nap] | A pálya excentricitása | Pályahajlás [fok] | Felfedező |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a Jupiter holdjai (folytatás) | | | | | | |
| 2003 J9 | 1 | 22442 | 683,0 | 0,269 | 164,5 | S. Sheppard, D. Jewitt, 2003 |
| 2001 J6 | 2 | 23029 | 716,3 | 0,267 | 165,1 | S. Sheppard és mtársai, 2001 |
| 2001 J8 | 2 | 23124 | 720,9 | 0,267 | 165,0 | S. Sheppard és mtársai, 2001 |
| Chaldene (J21) | 4 | 23179 | 723,8 | 0,251 | 165,2 | S. Sheppard és mtársai, 2000 |
| Isonoe (J26) | 4 | 23217 | 725,5 | 0,246 | 165,2 | S. Sheppard és mtársai, 2000 |
| 2001 J4 | 3 | 23219 | 720,8 | 0,278 | 150,4 | S. Sheppard és mtársai, 2001 |
| 2003 J4 | 2 | 23258 | 723,2 | 0,204 | 144,9 | S. Sheppard, D. Jewitt, 2003 |
| Erinome (J25) | 3 | 23279 | 728,3 | 0,266 | 164,9 | S. Sheppard és mtársai, 2000 |
| Taygete (J20) | 5 | 23360 | 732,2 | 0,252 | 165,2 | S. Sheppard és mtársai, 2000 |
| Carme (J11) | 46 | 23404 | 702,3 | 0,253 | 164,9 | S. Nicholson, 1938 |
| 2001 J11 | 3 | 23547 | 741,0 | 0,264 | 165,2 | S. Sheppard és mtársai, 2001 |
| Kalyke (J23) | 5 | 23583 | 743,0 | 0,245 | 165,2 | S. Sheppard és mtársai, 2000 |
| Pasiphae (J8) | 58 | 23624 | 708,0 | 0,409 | 151,4 | P. Melotte, 1908 |
| 2002 J1 | 3 | 23064 | 715,6 | 0,244 | 163,1 | S. Sheppard, 2002 |
| Megaclite (J19) | 6 | 23806 | 752,8 | 0,421 | 152,8 | S. Sheppard és mtársai, 2000 |
| 2003 J7 | 4 | 23808 | 732,2 | 0,204 | 144,9 | S. Sheppard, D. Jewitt, 2003 |
| 2001 J5 | 2 | 23808 | 749,1 | 0,312 | 151,0 | S. Sheppard és mtársai, 2001 |
| Sinope (J9) | 38 | 23939 | 724,5 | 0,250 | 158,1 | S. Nicholson, 1914 |
| 2003 J5 | 4 | 24084 | 759,7 | 0,210 | 165,0 | S. Sheppard, D. Jewitt, 2003 |
| Callirrhoe (J17) | 7 | 24102 | 758,8 | 0,283 | 147,1 | J. Scotti, T. Spahr, 1999 |
| 2001 J1 | 4 | 24122 | 765,1 | 0,319 | 152,4 | S. Sheppard és mtársai, 2001 |
| 2003 J10 | 2 | 24250 | 767,0 | 0,214 | 164,1 | S. Sheppard, D. Jewitt, 2003 |
| 2003 J8 | 3 | 24514 | 781,6 | 0,264 | 152,6 | S. Sheppard, D. Jewitt, 2003 |
| 2003 J1 | 4 | 24557 | 781,6 | 0,345 | 163,4 | S. Sheppard, D. Jewitt, 2003 |
| 2003 J2 | 2 | 28570 | 982,5 | 0,380 | 151,8 | S. Sheppard, D. Jewitt, 2003 |
| a Szaturnusz holdjai | | | | | | |
| Pan (S18) | 20 | 133,6 | 0,565 | $\approx 0$ | $\approx 0$ | M. Showalter, 1990 |
| Atlas (S15) | 30 | 137,7 | 0,601 | $\approx 0$ | $\approx 0$ | *Voyager-1*, 1980 |
| Prometheus (S16) | 100 | 139,4 | 0,613 | 0,002 | $\approx 0$ | *Voyager-1*, 1980 |
| Pandora (S17) | 85 | 141,7 | 0,628 | 0,004 | $\approx 0$ | *Voyager-1*, 1980 |
| Janus (S10) | 178 | 151,4 | 0,695 | 0,007 | 0,2 | A. Dollfus, 1966 |
| Epimetheus (S11) | 118 | 151,4 | 0,695 | 0,021 | 0,3 | J. Fountain, S. Larson, 1978 |

| A hold neve | Átmérő vagy méret [km] | Átlagos távolság a bolygótól [ezer km] | Keringési idő [nap] | A pálya excentricitása | Pályahajlás [fok] | Felfedező |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a Szaturnusz holdjai (folytatás) | | | | | | |
| Mimas (S1) | 397 | 185,5 | 0,942 | 0,021 | 1,5 | W. Herschel, 1789 |
| Enceladus (S2) | 499 | 238,0 | 1,370 | 0,004 | 0,02 | W. Herschel, 1789 |
| Tethys (S3) | 1060 | 294,7 | 1,888 | 0,000 | 1,1 | G. Cassini, 1684 |
| Telesto (S13) | 30 | 294,7 | 1,888 | $\approx 0$ | 1,2 | B. Smith és mtársai, 1980 |
| Calypso (S14) | 26 | 294,7 | 1,888 | $\approx 0$ | 1,5 | D. Pascu és mtársai, 1980 |
| Dione (S4) | 1120 | 377,4 | 2,737 | 0,002 | 0,02 | G. Cassini, 1684 |
| Helene (S12) | 30 | 377,4 | 2,737 | $\approx 0$ | 0,2 | P. Laques, J. Lecacheux, 1980 |
| Rhea (S5) | 1530 | 527,0 | 4,517 | 0,001 | 0,4 | G. Cassini, 1672 |
| Titan (S6) | 5150 | 1221,8 | 15,945 | 0,029 | 0,3 | C. Huygens, 1655 |
| Hyperion (S7) | 283 | 1481,1 | 21,276 | 0,104 | 0,4 | W.Bond, G.Bond, W.Lassell, 1848 |
| Iapetus (S8) | 1436 | 3561,3 | 79,331 | 0,028 | 7,6 | G. Cassini, 1671 |
| 2000 S5 | 14 | 11365 | 449 | 0,33 | 46 | B. Gladman és mtársai, 2000 |
| 2000 S6 | 10 | 11440 | 451 | 0,32 | 47 | J. Kavelaars és mtársai, 2000 |
| Phoebe (S9) | 220 | 12952 | 550,4 | 0,16 | 175 | W. Pickering, 1898 |
| 2000 S2 | 19 | 15199 | 687 | 0,36 | 45 | B. Gladman és mtársai, 2000 |
| 2000 S8 | 6 | 15645 | 729 | 0,27 | 153 | J. Kavelaars és mtársai, 2000 |
| 2000 S11 | 26 | 16404 | 783 | 0,48 | 34 | M. Holman, T. Spahr, 2000 |
| 2000 S10 | 8 | 17616 | 872 | 0,47 | 34 | J. Kavelaars és mtársai, 2000 |
| 2000 S3 | 32 | 18160 | 893 | 0,29 | 46 | B. Gladman és mtársai, 2000 |
| 2000 S4 | 13 | 18247 | 926 | 0,54 | 34 | J. Kavelaars és mtársai, 2000 |
| 2000 S9 | 6 | 18709 | 951 | 0,21 | 167 | B. Gladman és mtársai, 2000 |
| 2000 S12 | 6 | 19463 | 1016 | 0,11 | 176 | B. Gladman és mtársai, 2000 |
| 2000 S7 | 6 | 20371 | 1067 | 0,44 | 176 | B. Gladman és mtársai, 2000 |
| 2000 S1 | 16 | 23096 | 1311 | 0,34 | 173 | B. Gladman és mtársai, 2000 |
| az Uránusz holdjai | | | | | | |
| Cordelia (U6) | 25 | 49,8 | 0,335 | 0,000 | 0,1 | *Voyager-2*, 1986 |
| Ophelia (U7) | 30 | 53,8 | 0,376 | 0,001 | 0,1 | *Voyager-2*, 1986 |
| Bianca (U8) | 45 | 59,2 | 0,435 | 0,001 | 0,2 | *Voyager-2*, 1986 |
| Cressida (U9) | 65 | 61,8 | 0,464 | 0,000 | 0,0 | *Voyager-2*, 1986 |
| Desdemona (U10) | 60 | 62,7 | 0,474 | 0,000 | 0,1 | *Voyager-2*, 1986 |
| Juliet (U11) | 85 | 64,4 | 0,493 | 0,001 | 0,1 | *Voyager-2*, 1986 |
| Portia (U12) | 110 | 66,1 | 0,515 | 0,000 | 0,1 | *Voyager-2*, 1986 |
| Rosalind (U13) | 60 | 69,9 | 0,558 | 0,000 | 0,3 | *Voyager-2*, 1986 |
| Belinda (U14) | 68 | 75,3 | 0,624 | 0,000 | 0,0 | *Voyager-2*, 1986 |

## 4. HOLDAK A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓI KÖRÜL (folytatás)

| A hold neve | Átmérő vagy méret [km] | Átlagos távolság a bolygótól [ezer km] | Keringési idő [nap] | A pálya excentricitása | Pályahajlás [fok] | Felfedező |
|---|---|---|---|---|---|---|
| az Uránusz holdjai (folytatás) | | | | | | |
| 1986 U10 | 40 | 76,5 | 0,637 | ≈ 0 | ≈ 0 | E. Karkoschka, 1999 |
| Puck (U15) | 155 | 86,0 | 0,762 | 0,000 | 0,3 | *Voyager-2*, 1986 |
| Miranda (U5) | 472 | 129,8 | 1,413 | 0,027 | 4,2 | G. Kuiper, 1948 |
| Ariel (U1) | 1158 | 190,9 | 2,520 | 0,0034 | 0,3 | W. Lassell, 1851 |
| Umbriel (U2) | 1169 | 266,0 | 4,144 | 0,0050 | 0,4 | W. Lassell, 1851 |
| Titania (U3) | 1578 | 436,3 | 8,706 | 0,0022 | 0,1 | W. Herschel, 1787 |
| Oberon (U4) | 1523 | 583,4 | 13,463 | 0,0008 | 0,1 | W. Herschel, 1787 |
| Caliban (U16) | 44 | 7169 | 579 | 0,082 | 139,7 | B. Gladman és mtársai, 1997 |
| Stephano (U20) | 20 | 8004 | 677 | 0,23 | 144 | B. Gladman és mtársai, 1999 |
| Sycorax (U17) | 40 | 12214 | 1289 | 0,51 | 152,7 | P. Nicholson és mtársai, 1997 |
| Prospero (U18) | 30 | 16240 | 1962 | 0,44 | 152 | M. Holman és mtársai, 1999 |
| Setebos (U19) | 35 | 17501 | 2209 | 0,58 | 158 | J. Kavelaars és mtársai, 1999 |
| a Neptunusz holdjai | | | | | | |
| Naiad (N3) | 60 | 48,2 | 0,294 | ≈ 0 | 4,7 | *Voyager-2*, 1989 |
| Thalassa (N4) | 80 | 50,1 | 0,311 | ≈ 0 | 0,2 | *Voyager-2*, 1989 |
| Despina (N5) | 150 | 52,5 | 0,335 | ≈ 0 | 0,1 | *Voyager-2*, 1989 |
| Galatea (N6) | 160 | 62,0 | 0,429 | ≈ 0 | 0,1 | *Voyager-2*, 1989 |
| Larissa (N7) | 190 | 73,5 | 0,555 | 0,001 | 0,2 | *Voyager-2*, 1989 |
| Proteus (N8) | 420 | 117,6 | 1,122 | ≈ 0 | ≈ 0,0 | *Voyager-2*, 1989 |
| Triton (N1) | 2706 | 354,8 | 5,877 | 0,0005 | 156,8 | W. Lassell, 1846 |
| Nereida (N2) | 340 | 5513 | 360,14 | 0,76 | 7,2 | G. Kuiper, 1949 |
| 2003 N1,N2,N3 | 30–40 | | | | | M. Holman, J. Kavelaars, 2003 |
| a Plútó holdja | | | | | | |
| Charon (P1) | 1190 | 19,4 | 6,387 | 0,0076 | ≈ 0 | J. Christy, 1978 |

*Megjegyzések:*
A kisebb holdak alakja többnyire szabálytalan, azokra az átmérő helyett a jellemző méret szerepel, amelynek értékét a fényességből, távolságból és a kis hold fényvisszaverő képességének (albedójának) becsült értékéből határozták meg.
A holdak pályájának hajlásszögét *belső* (a bolygó sugarának százszorosán belül keringő) holdak esetén a bolygó egyenlítői síkjához viszonyítják, *külső* holdakra (a J4, S8, U4 és N1 holdaknál kijjebb keringőkre) a bolygó keringési síkjához. A 90°-nál nagyobb inklináció *retrográd* irányú keringést jelent.

## 5. A LEGNAGYOBB KISBOLYGÓK

| Név | Átlagos távolság a Naptól [Cs.E.] | Keringési idő [év] | Excentricitás | Pályahajlás [fok] | Átmérő [km] | Forgási periódus [óra] | Felfedezés éve |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1) Ceres | 2,765 | 4,600 | 0,079 | 10,6 | 1003 | 9,08 | 1801 |
| (2) Pallas | 2,773 | 4,618 | 0,230 | 34,8 | 608 | 7,81 | 1802 |
| (4) Vesta | 2,361 | 3,629 | 0,089 | 7,1 | 538 | 5,34 | 1807 |
| (10) Hygiea | 3,136 | 5,553 | 0,119 | 3,8 | 450 | 18,4 | 1849 |
| (31) Euphrosyne | 3,148 | 5,586 | 0,227 | 26,3 | 370 | 5,5 | 1854 |
| (704) Interamnia | 3,067 | 5,372 | 0,147 | 17,3 | 350 | 8,73 | 1910 |
| (511) Davida | 3,171 | 5,646 | 0,185 | 15,9 | 323 | 5,1 | 1903 |
| (65) Cybele | 3,437 | 6,372 | 0,104 | 3,5 | 309 | 6,07 | 1861 |
| (52) Europa | 3,099 | 5,456 | 0,101 | 7,4 | 289 | 5,63 | 1858 |
| (451) Patientia | 3,060 | 5,353 | 0,077 | 15,2 | 276 | 9,73 | 1899 |
| (15) Eunomia | 2,644 | 4,300 | 0,185 | 11,7 | 272 | 6,1 | 1851 |
| (16) Psyche | 2,919 | 4,988 | 0,140 | 3,1 | 250 | 4,2 | 1852 |
| (3) Juno | 2,667 | 4,356 | 0,259 | 13,0 | 247 | 7,21 | 1804 |

Az 1 km-nél nagyobb méretű kisbolygók becsült száma félmillió, az ismert kisbolygók száma rohamosan nő, az ezredfordulón több tízezret tartottak nyilván.

## 6. A LEGKÖZELEBBI CSILLAGOK

| Csillag | A Földtől mért távolság [fényév] | Látszó fényesség [magnitúdó] | Abszolút fényesség [magnitúdó] | Színképtípus | Sajátmozgás ″/év |
|---|---|---|---|---|---|
| Nap | 0,000016 | −26,72 | 4,85 | G2V | |
| Proxima Centauri | 4,22 | 11,09 (vált.) | 15,53 | M5.5Ve | 3,853 |
| Alfa Centauri A | 4,39 | 0,01 | 4,36 | G2V | 3,709 |
| Alfa Centauri B | 4,39 | 1,34 | 5,69 | K1V | 3,724 |
| Barnard-csillag | 5,94 | 9,53 | 13,21 | M5V | 10,358 |
| SO 025300,5 + 165258 | 7,5 | 15,4 | 18,5 | M6,5V | 5,06 |
| Wolf 359 = CN Leonis | 7,78 | 13,44 (vált.) | 16,55 | M6,5Ve | 4,702 |
| BD + 36°2147 = HD 95733 | 8,31 | 7,47 | 10,44 | M2V | 4,802 |
| Szíriusz A | 8,60 | −1,43 (vált.) | 1,46 | A1Vm | 1,339 |
| Szíriusz B | 8,60 | 8,44 (vált.) | 11,33 | DA2 | 1,339 |
| L726-8 A | 8,72 | 12,43 | 15,29 | M5,5Ve | 3,360 |
| L726-8 B = UV Ceti | 8,72 | 13,19 | 16,05 | M5,5Ve | 3,360 |
| Ross 154 = V1216 Sagittarii | 9,69 | 10,43 (vált.) | 13,06 | M3,6Ve | 6,660 |

| A csillag tulajdonneve | Csillagképi jelölése | Látszó fényesség [magnitúdó] | B-V színindex [magnitúdó] | Abszolút fényesség ($M_V$) [magnitúdó] | Színkép | A Földtől mért távolság [fényév] | Megjegyzés |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Szíriusz | $\alpha$ Canis Majoris A | −1,44 | 0,01 | 1,45 | A1Vm | 8,60 | SK |
| Kanopusz | $\alpha$ Carinae | −0,62 | 0,16 | −5,4 | A9Ib | 313 | |
| Rigil Kent, Toliman | $\alpha$ Centauri AB | −0,28 | 0,71 | 4,1 | G2V + K1V | 4,39 | VK, SK |
| Arkturusz | $\alpha$ Bootis | −0,05 | 1,24 | −0,6 | K1,5III | 36,7 | vált.cs. |
| Vega | $\alpha$ Lyrae | 0,03 | 0,00 | 0,6 | A0V | 25,3 | vált.cs. |
| Kapella | $\alpha$ Aurigae | 0,08 | 0,80 | −0,8 | G6III + G2III | 42,2 | SK, vált.cs. |
| Rigel | $\beta$ Orionis A | 0,18 | −0,3 | −6,7 | B8Ia | 773 | hármas rendszer |
| Prokyon | $\alpha$ Canis Minoris A | 0,40 | 0,40 | 2,7 | F5IV | 11,41 | SK |
| Betelgeuze | $\alpha$ Orionis | 0,45 | 1,50 | −5,0 | M2Iab | 522 | vált.cs. |
| Achernar | $\alpha$ Eridani | 0,45 | −0,16 | −2,9 | B3Vpe | 144 | |
| Agena, Hadar | $\beta$ Centauri AB | 0,58 | −0,23 | −5,5 | B1III | 526 | vált.cs. |
| Altair | $\alpha$ Aquilae | 0,76 | 0,22 | 2,2 | A7V | 16,78 | vált. cs. |
| Aldebaran | $\alpha$ Tauri A | 0,87 | 1,54 | −0,8 | K5III | 65 | vált.cs. |
| Spica | $\alpha$ Virginis | 0,98 | −0,24 | −3,6 | B1III-IV | 262 | SK, vált.cs. |
| Antares | $\alpha$ Scorpii A | 1,06 | 1,87 | −5,8 | M1,5Iab | 604 | SK, vált.cs. |
| Pollux | $\beta$ Geminorum | 1,16 | 0,99 | 1,1 | K0III | 33,7 | vált.cs. |
| Fomalhaut | $\alpha$ Piscis Austrini | 1,17 | 0,15 | 1,6 | A3V | 25,1 | vált.cs. |
| Deneb | $\alpha$ Cygni | 1,25 | 0,09 | −7,5 | A2Iae | 1467 | |
| Acrux | $\alpha$ Crucis A | 1,25 | −0,20 | −4,0 | B0,5IV | 321 | SB, VK |
| Becrux | $\beta$ Crucis | 1,25 | −0,24 | −4,0 | B0,5III | 352 | vált.cs. |
| Regulus | $\alpha$ Leonis A | 1,36 | −0,09 | −0,6 | B7Vn | 77 | SK, vált.cs. |
| Adhara | $\varepsilon$ Canis Majoris A | 1,50 | −0,21 | −4,1 | B2II | 431 | VK |
| Kasztór | $\alpha$ Geminorum A | 1,58 | 0,03 | 0,6 | A1Vm | 52 | VK, SK |
| Gacrux | $\gamma$ Crucis | 1,59 | 1,60 | −0,7 | M3,5III | 88 | vált.cs. |
| Shaula | $\lambda$ Scorpii | 1,62 | −0,23 | −3,6 | B1,5IV | 359 | SK, vált.cs. |

| A csillag tulajdonneve | Csillagképi jelölése | Látszó fényesség [magnitúdó] | B-V színindex [magnitúdó] | Abszolút fényesség ($M_V$) [magnitúdó] | Színkép | A Földtől mért távolság [fényév] | Megjegyzés |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Acrux | $\alpha$ Crucis B | 1,64 | −0,18 | −3,6 | B1Vn | 321 | VK |
| Bellatrix | $\gamma$ Orionis | 1,64 | −0,22 | −1,8 | B2III | 243 | vált.cs. |
| El Nath | $\beta$ Tauri | 1,65 | −0,13 | −1,3 | B7III | 131 | SK |
| Miaplacidus | $\beta$ Carinae | 1,67 | 0,07 | −1,1 | A1III | 111 | |
| Alnilam | $\varepsilon$ Orionis | 1,69 | −0,18 | −6,6 | B0Ia | 1342 | SK |
| Alnair | $\alpha$ Gruis | 1,73 | −0,07 | −0,9 | B7Vn | 101 | vált.cs. |
| Alnitak | $\zeta$ Orionis A | 1,74 | −0,20 | −5,5 | O9,5Ib | 817 | többszörös csillag |
| | $\gamma^2$ Velorum | 1,75 | −0,15 | −5,8 | WC8 + O9I | 840 | SK, vált.cs. |
| Alioth | $\varepsilon$ Ursae Majoris | 1,76 | −0,02 | −0,2 | A0IVp | 81 | vált.cs. |
| Kaus Australis | $\varepsilon$ Sagittarii | 1,79 | −0,03 | −1,4 | A0IIn | 145 | SK |
| Mirfak | $\alpha$ Persei | 1,79 | 0,48 | −4,9 | F5Ib | 592 | vált.cs. |
| Dubhe | $\alpha$ Ursae Majoris AB | 1,81 | 1,06 | −0,3 | K0III | 124 | VK |
| Wezen | $\delta$ Canis Majoris | 1,83 | 0,67 | −7,2 | F8Ia | 1791 | SK, vált.cs. |
| Benetnash, Alkaid | $\eta$ Ursae Majoris | 1,85 | 0,19 | −1,8 | B3V | 101 | vált.cs. |
| Sargas | $\theta$ Scorpii | 1,86 | 0,41 | −3,0 | F1II | 272 | vált.cs. |
| Menkalinan | $\beta$ Aurigae | 1,90 | 0,08 | −0,2 | A1IV | 82 | SK, vált.cs. |
| Atria | $\alpha$ Trianguli Australis | 1,91 | 1,45 | −5,0 | K2II-III | 415 | |
| Alhena | $\gamma$ Geminorum | 1,93 | 0,00 | −0,6 | A1IV | 105 | SK |
| Kasztór | $\alpha$ Geminorum B | 1,93 | 0,03 | 1,0 | A2Vm | 52 | SK |
| Páva | $\alpha$ Pavonis | 1,94 | 0,12 | −2,1 | B2,5V | 183 | SK |
| Polaris, Sarkcsillag | $\alpha$ Ursae Minoris A | 1,97 | 0,64 | −4,1 | F6Ib | 431 | SK, vált.cs. |
| Mirzam | $\beta$ Canis Majoris | 1,98 | −0,24 | −4,0 | B1II-III | 499 | SK, vált.cs. |
| | $\delta$ Velorum AB | 1,99 | 0,04 | 0,0 | A1V | 80 | VK |
| Alphard | $\alpha$ Hydrae | 1,99 | 1,44 | −2,1 | K3II-III | 177 | vált.cs. |

*Megjegyzés:* SK: spektroszkópiai kettőscsillag; VK: vizuális kettőscsillag; vált. cs: változócsillag (látszó és abszolút fényessége, színindexe és színképtípusa is változik az idő függvényében). A csillag nevénél A és B a kettőscsillag komponensei.

## 8. A CSILLAGKÉPEK NEVE ÉS RÖVIDÍTÉSE

| Latin név | Magyar név | Rövidítés | Latin név | Magyar név | Rövidítés |
|---|---|---|---|---|---|
| Andromeda | Andromeda | And | Lacerta | Gyík | Lac |
| Antlia | Légszivattyú | Ant | Leo | Oroszlán | Leo |
| Apus | Paradicsommadár | Aps | Leo Minor | Kis Oroszlán | LMi |
| Aquarius | Vízöntő | Aqr | Lepus | Nyúl | Lep |
| Aquila | Sas | Aql | Libra | Mérleg | Lib |
| Ara | Oltár | Ara | Lupus | Farkas | Lup |
| Aries | Kos | Ari | Lynx | Hiúz | Lyn |
| Auriga | Szekeres | Aur | Lyra | Lant | Lyr |
| Bootes | Ökörhajcsár | Boo | Mensa | Táblahegy | Men |
| Caelum | Véső | Cae | Microscopium | Mikroszkóp | Mic |
| Camelopardalis | Zsiráf | Cam | Monoceros | Egyszarvú | Mon |
| Cancer | Rák | Cnc | Musca | Légy | Mus |
| Canes Venatici | Vadászebek | CVn | Norma | Szögmérő | Nor |
| Canis Major | Nagy Kutya | CMa | Octans | Oktáns | Oct |
| Canis Minor | Kis Kutya | CMi | Ophiuchus | Kígyótartó | Oph |
| Capricornus | Bak | Cap | Orion | Orion | Ori |
| Carina | Hajógerinc | Car | Pavo | Páva | Pav |
| Cassiopeia | Kassziopeia | Cas | Pegasus | Pegazus | Peg |
| Centaurus | Kentaur | Cen | Perseus | Perzeusz | Per |
| Cepheus | Cefeusz | Cep | Phoenix | Főnix | Phe |
| Cetus | Cet | Cet | Pictor | Festő | Pic |
| Chamaeleon | Kaméleon | Cha | Pisces | Halak | Psc |
| Circinus | Körző | Cir | Piscis Austrinis | Déli Hal | PsA |
| Columba | Galamb | Col | Puppis | Hajófara | Pup |
| Coma Berenices | Bereniké Haja | Com | Pyxis | Tájoló | Pyx |
| Corona Australis | Déli Korona | CrA | Reticulum | Háló | Ret |
| Corona Borealis | Északi Korona | CrB | Sagitta | Nyíl | Sge |
| Corvus | Holló | Cor | Sagittarius | Nyilas | Sgr |
| Crater | Serleg | Cra | Scorpius | Skorpió | Sco |
| Crux | Dél Keresztje | Cru | Sculptor | Szobrász | Scl |
| Cygnus | Hattyú | Cyg | Scutum | Pajzs | Sct |
| Delphinus | Delfin | Del | Serpens | Kígyó | Ser |
| Dorado | Aranyhal | Dor | Sextans | Szextáns | Sex |
| Draco | Sárkány | Dra | Taurus | Bika | Tau |
| Equuleus | Csikó | Equ | Telescopium | Távcső | Tel |
| Eridanus | Eridánusz | Eri | Triangulum | Háromszög | Tri |
| Fornax | Kemence | For | Triangulum Australe | Déli Háromszög | TrA |

| Latin név | Magyar név | Rövidítés | Latin név | Magyar név | Rövidítés |
|---|---|---|---|---|---|
| Gemini | Ikrek | Gem | Tucana | Tukán | Tuc |
| Grus | Daru | Gru | Ursa Major | Nagy Medve | UMa |
| Hercules | Herkules | Her | Ursa Minor | Kis Medve | UMi |
| Horologium | Ingaóra | Hor | Vela | Vitorla | Vel |
| Hydra | Északi Vízikígyó | Hya | Virgo | Szűz | Vir |
| Hydrus | Déli Vízikígyó | Hyi | Volans | Repülőhal | Vol |
| Indus | Indián | Ind | Vulpecula | Kis Róka | Vul |

## 9. A TEJÚTRENDSZER FONTOSABB JELLEMZŐI

| | |
|---|---|
| Tömege: | 200 milliárd naptömeg |
| A csillagközi anyag tömege | a csillagok tömegének 1%-a |
| A központi fekete lyuk tömege: | 2,5 millió naptömeg |
| A Tejútrendszer mérete: | |
| a korong átmérője | 100 000 fényév |
| a korong vastagsága | 200 fényév |
| a központi kihasasodás átmérője | kb. 10 000 fényév |
| a haló (gömbszerű térrész) átmérője | nagyobb a korongénál |
| A csillagok átlagos keringési sebessége a Nap környezetében: | 230 km/s |
| A Nap sebessége a környező csillagokhoz viszonyítva: | 19,4 km/s |
| A Nap távolsága a Tejútrendszer centrumától: | 25 000 fényév |
| A Nap távolsága a Tejútrendszer fősíkjától: | 50 fényév |
| A legidősebb tejútrendszerbeli égitestek kora: | 12–13 milliárd év |

## 10. A LEGGYAKORIBB KÉMIAI ELEMEK ELŐFORDULÁSI ARÁNYA AZ UNIVERZUMBAN

| Elem | Rendszám | Tömegszám | Tömeg% |
|---|---|---|---|
| Hidrogén | 1 | 1 | 73,4 |
| Hélium | 2 | 4 | 24,8 |
| Oxigén | 8 | 16 | 0,73 |
| Szén | 6 | 12 | 0,29 |
| Vas | 26 | 56 | 0,16 |
| Neon | 10 | 20 | 0,12 |
| Nitrogén | 7 | 14 | 0,10 |
| Szilícium | 14 | 28 | 0,07 |
| Magnézium | 12 | 24 | 0,05 |
| Kén | 16 | 32 | 0,04 |
| Argon | 18 | 40 | 0,02 |
| Az összes többi elem | | | 0,2 |

## 1. A FÖLD NÉHÁNY ADATA

| | | |
|---|---|---|
| Az Egyenlítő hossza: | 40 075,7 | km |
| A Föld egy hosszúsági körének hossza: | 40 008,5 | km |
| A Föld egyenlítői sugarának hossza: | ~ 6378 | km |
| A Föld sarki sugarának hossza: | ~ 6357 | km |
| A Föld felülete: | 510 | millió $km^2$ |
| A világtenger felülete: | 361 | millió $km^2$ |
| A szárazföldek összterülete: | 149 | millió $km^2$ |

## 2. A NAP DELELÉSI SZÖGE NEVEZETES SZÉLESSÉGEKEN A NAPÉJEGYENLŐSÉGEK (III. 21., IX. 23.) ÉS A NAPFORDULÓK (VI. 22., XII. 22.) IDEJÉN

| | III. 21. | VI. 22. | IX. 23. | XII. 22. |
|---|---|---|---|---|
| Északi-sark | 0° | 23,5° | 0° | – |
| Északi-sarkkör | 23,5° | 47° | 23,5° | 0° |
| Ráktérítő | 66,5° | 90° | 66,5° | 43° |
| Egyenlítő | 90° | 66,5° | 90° | 66,5° |
| Baktérítő | 66,5° | 43° | 66,5° | 90° |
| Déli-sarkkör | 23,5° | 0° | 23,5° | 47° |
| Déli-sark | 0° | -- | 0° | 23,5° |

## 3. A NAP DELELÉSI SZÖGÉNEK KISZÁMÍTÁSI MÓDJA AZ ÉSZAKI SZOLÁRIS MÉRSÉKELT ÖVEZETBEN A NAPÉJEGYENLŐSÉGEK (III. 21., IX. 23.) ÉS A NAPFORDULÓK (VI. 22., XII. 22.) IDEJÉN

| | |
|---|---|
| III. 21., IX. 23.: | $90° \cdots \varphi^*$ |
| VI. 22.: | $90° + 23{,}5° - \varphi$ |
| XII. 22.: | $90° - 23{,}5° - \varphi$ |

* = földrajzi szélesség (a görög ábécé *fí* betűjéből)

| Földrész | Terület (millió km$^2$) | Lemélyebb/legmagasabb pont (m – hegység – ország(ok)) | | | Átlagmagasság (m) |
|---|---|---|---|---|---|
| Európa | 10,5 | Mont Blanc | 4807 | (Alpok–F/I) | 300 |
| | | Kaszpi-mélyföld | −28 | (Kazahsztán/Oroszor.) | |
| Ázsia | 44,4 | Mt. Everest | 8850 | (Himalája – Kína/Nepál) | 950 |
| | | a Holt-tenger partja | −401 | (Izrael/Jordánia) | |
| Afrika | 30,3 | Kibo | 5895 | (Kilimandzsáró – Tanzánia) | 650 |
| | | az Assal-tó mélyedése | −155 | (Dzsibuti) | |
| Észak-Amerika | 21,5 | Mt. McKinley | 6194 | (Alaszkai-hg. – USA) | 715 |
| | | Halál-völgy | −86 | (USA) | |
| Közép- és Dél-Amerika | 20,6 | Aconcagua | 6958 | (Andok – Argentína) | 580 |
| | | Valdés-mélyföld | −40 | (Argentína) | |
| Ausztrália és Óceánia | 8,5 | Puncak Jaya | 5030 | (Maoke-hg. (Új-Guinea) – Indonézia) | 340 |
| | | az Eyre-tó mélyedése | −12 | (Ausztrália) | |
| Antarktika | 13,9 | Vinson Massif | 5140 | (Ellsworth-hg.) | 2000 |

## 5. A FÖLD 8000 MÉTERNÉL MAGASABB HEGYCSÚCSAI

| | | |
|---|---|---|
| Mount Everest (Csomolungma) | 8850 m | (Himalája – Kína/Nepál) |
| K2 (Godwin Austen) | 8616 m | (Karakorum – India) |
| Kanchendzönga | 8597 m | (Himalája – Nepál/India) |
| Lhotse | 8516 m | (Himalája – Kína/Nepál) |
| Makalu | 8481 m | (Himalája – Kína/Nepál) |
| Lhotse Shar | 8400 m | (Himalája – Kína/Nepál) |
| Dhaulagiri | 8172 m | (Himalája – Nepál) |
| Cho Oyu | 8153 m | (Himalája – Kína/Nepál) |
| Nanga Parbat | 8126 m | (Himalája – India) |
| Manaslu | 8125 m | (Himalája – Nepál) |
| Annapurna I. | 8078 m | (Himalája – Nepál) |
| Gasherbrum (Hidden Peak) | 8068 m | (Karakorum – Kína/India) |
| Broad Peak | 8051 m | (Karakorum – India) |
| Sisapangma | 8013 m | (Himalája – Kína) |

## 6. AZ EGYES ÓCEÁNOK MÉRETEI

| Óceán | Törzsterület (ezer $km^2$) | A melléktengerekkel együtt (ezer $km^2$) | Legmélyebb pont (m – helye) | Átlagos mélység (m) |
|---|---|---|---|---|
| Atlanti-óceán | 96 911 | 106 753 | 9219 – Puerto Rico-árok | 3743 |
| Csendes-óceán | 165 016 | 179 389 | 11 034 – Mariana-árok | 4028 |
| Indiai-óceán | 73 442 | 74 917 | 7450 – Jáva-árok | 3963 |

## 7. A VILÁGÓCEÁN 10 000 MÉTERNÉL MÉLYEBB PONTJAI

| | | |
|---|---|---|
| Mariana-árok | 11 034 m | (Csendes-óceán) |
| Tonga-árok | 10 882 m | (Csendes-óceán) |
| Filippínó-árok | 10 830 m | (Csendes-óceán) |
| Izu-árok | 10 595 m | (Csendes-óceán) |
| Kuril-árok | 10 542 m | (Csendes-óceán) |
| Kermadec-árok | 10 047 m | (Csendes-óceán) |

## 8. A FÖLD LEGNAGYOBB SZIGETEI

| Sziget | Szigetcsoport | Ország(ok) | Terület ($km^2$) |
|---|---|---|---|
| Grönland | | Dánia külső országrésze | 2 160 000 |
| Új-Guinea | | Indonézia/Pápua Új-Guinea | 771 900 |
| Borneó (Kalimantan) | Nagy-Szunda-szk. | Indonézia/Malajzia/Brunei | 734 000 |
| Madagaszkár | | Madagaszkár | 589 500 |
| Baffin-sziget | | Kanada | 476 050 |
| Szumátra | Nagy-Szunda-szk. | Indonézia | 423 647 |
| Honshu | Japán-szk. | Japán | 228 000 |
| Fő sziget | Brit-szk. | Nagy-Britannia | 216 911 |
| Ellesmere | Erzsébet királynő-szk. | Kanada | 212 680 |
| Victoria-sziget | | Kanada | 212 189 |

## 9. A FÖLD LEGNAGYOBB FÉLSZIGETEI

| Félsziget | Földrész | Terület ($km^2$) |
|---|---|---|
| Arab-félsziget | Ázsia | 2 691 000 |
| Hindusztáni-félsziget | Ázsia | 2 088 000 |
| Indokínai-félsziget | Ázsia | 1 740 000 |
| Szomáli-félsziget | Afrika | 1 400 000 |
| Labrador-félsziget | Észak-Amerika | 1 300 000 |
| Skandináv-félsziget | Európa | 720 000 |
| Pireneusi (Ibériai)-félsziget | Európa | 581 000 |
| Balkán-félsziget | Európa | 530 000 |
| Kis-Ázsia | Ázsia | 506 600 |
| Kamcsatka | Ázsia | 370 000 |

## 10. A FÖLD LEGHOSSZABB FOLYÓI*

| Folyó | Földrész | Hosszúság (km) | Vízgyűjtő ter. ($km^2$) |
|---|---|---|---|
| Nílus | Afrika | 6671 | 2 870 000 |
| Amazonas | Dél-Amerika | 6516 | 7 180 000 |
| Mississippi–Missouri | Észak-Amerika | 6420 | 3 221 000 |
| Jangce | Ázsia | 6300 | 1 830 000 |
| Sárga-folyó | Ázsia | 5464 | 745 000 |
| Ob–Irtis | Ázsia | 5410 | 2 990 000 |
| Kongó | Afrika | 4835 | 3 822 000 |

*Eberhard Czaya: A Föld folyói, Gondolat, Budapest, 1988. adatai alapján.

## 10. A FÖLD LEGHOSSZABB FOLYÓI (folytatás)

| Folyó | Földrész | Hosszúság (km) | Vízgyűjtő ter. ($km^2$) |
|---|---|---|---|
| Mekong | Ázsia | 4500 | 810 000 |
| Amur | Ázsia | 4416 | 1 843 000 |
| Léna | Ázsia | 4400 | 2 490 000 |
| La Plata–Paraná | Dél-Amerika | 4380 | 3 140 000 |
| Mackenzie | Észak-Amerika | 4241 | 1 913 000 |

## 11. A FÖLD LEGBŐVIZŰBB FOLYÓI

(A torkolatuknál mért közepes évi vízhozam – $m^3/s$ – alapján.)

| Folyó | Közepes évi vízhozam | Legkisebb vízhozam | Legnagyobb vízhozam |
|---|---|---|---|
| Amazonas | 180 000 | 72 500 | 280 000 |
| Kongó | 42 000 | 23 000 | 90 000 |
| Jangce | 35 000 | 4000 | 80 000 |
| Orinoco | 28 000 | 7000 | n.a. |
| Brahmaputra | 20 000 | 3100 | 62 000 |
| Jenyiszej | 19 600 | n.a. | n.a. |
| La Plata | 19 500 | 12 000 | 50 000 |
| Mississippi–Missouri | 17 600 | 5000 | 56 000 |
| Léna | 16 400 | n.a. | n.a. |
| Mekong | 15 900 | 3000 | 31 000 |

n.a. = nincs adat

## 12. EURÓPA LEGNAGYOBB FOLYÓI

| Folyó | Torkolat helye | Vízgyűjtő terület ($km^2$) | Hossza (km) | Közepes évi vízhozam $\left(\frac{m^3}{s}\right)$ |
|---|---|---|---|---|
| Volga | Kaszpi-tenger | 1 380 000 | 3688 | 8000 |
| Duna | Fekete-tenger | 805 300 | 2850 | 6450 |
| Dnyeper | Fekete-tenger | 503 360 | 2285 | 1660 |
| Don | Azovi-tenger | 442 500 | 1970 | 930 |
| Északi-Dvina | Fehér-tenger | 360 300 | 1302 | 3560 |
| Pecsora | Barents-tenger | 326 930 | 1809 | 4060 |
| Rajna | Északi-tenger | 224 400 | 1360 | 2200 |
| Visztula | Balti-tenger | 194 112 | 1095 | 1100 |
| Elba | Északi-tenger | 144 055 | 1165 | 750 |
| Loire | Atlanti-óceán | 120 500 | 1020 | 900 |

## 13. A FÖLD LEGNAGYOBB TAVAI

| Tó | Földrész | Terület ($km^2$) |
|---|---|---|
| Kaszpi-tenger | Európa/Ázsia | 371 000 |
| Felső-tó | Észak-Amerika | 82 411 |
| Viktória-tó | Afrika | 69 482 |
| Huron-tó | Észak-Amerika | 59 594 |
| Michigan-tó | Észak-Amerika | 58 014 |
| Aral-tó | Ázsia | 33 000 |
| Tanganyika-tó | Afrika | 32 892 |
| Bajkál-tó | Ázsia | 31 500 |
| Nagy-Medve-tó | Észak-Amerika | 31 079 |
| Malawi-tó | Afrika | 30 043 |
| Nagy-Rabszolga-tó | Észak-Amerika | 28 929 |
| Erie-tó | Észak-Amerika | 25 744 |

## 14. A FÖLD LEGMÉLYEBB TAVAI

| Tó | Földrész | Mélység (m) |
|---|---|---|
| Bajkál-tó | Ázsia | 1637 |
| Tanganyika-tó | Afrika | 1470 |
| Kaszpi-tenger | Európa/Ázsia | 1025 |
| Malawi-tó | Afrika | 706 |
| Isszik-kul | Ázsia | 702 |
| Nagy-Rabszolga-tó | Észak-Amerika | 614 |

## 15. A FÖLD LEGNAGYOBB SIVATAGJAI

| Sivatag | Földrész | Terület ($km^2$) |
|---|---|---|
| Szahara | Afrika | 7 800 000 |
| Góbi | Ázsia | 900 000 |
| Rab-el-Háli | Ázsia | 800 000 |
| Kalahári | Afrika | 518 000 |
| Nagy-homoksivatag | Ausztrália | 420 000 |
| Takla-Makán | Ázsia | 400 000 |
| Szír-sivatag | Ázsia | 350 000 |
| Nagy-Viktória-sivatag | Ausztrália | 330 000 |
| Kara-kum | Ázsia | 300 000 |
| Thar-sivatag | Ázsia | 260 000 |

## 16. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK JÉGGEL BORÍTOTT TERÜLETEI

| Földrész | Azon belül | Terület ($km^2$) |
|---|---|---|
| Antarktika | | 13 802 000 |
| Észak-Amerika | | 2 049 000 |
| | Grönland | 1 803 000 |
| | Kanadai-szigetvilág | 153 000 |
| | Alaszkai-hg., Parti-hg. | 92 500 |
| Európa | | 115 000 |
| | Svalbard | 57 000 |
| | Novaja Zemlja | 24 300 |
| | Ferenc József-föld | 13 700 |
| | Izland | 11 250 |
| | Alpok | 3 600 |
| | Skandináv-hegység | 3 200 |
| Ázsia | | 89 000 |
| | Himalája | 33 000 |
| | Szevernaja Zemlja | 17 500 |
| | Karakorum | 13 700 |
| | Tien-san | 8 600 |
| Dél-Amerika | | 25 000 |
| | Déli-Andok | 21 000 |
| | Patagónia | 4 000 |
| Óceánia | | 1 015 |
| | Új-Zéland | 1 000 |
| | Új-Guinea | 15 |
| Afrika | | 15 |
| | Ruwenzori, Mt. Kenya, Kilimandzsáró | |

## 17. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK NÉHÁNY NEVEZETES GLECCSERE

| Földrész/Terület | Gleccser | Hossza (km) | Terület ($km^2$) |
|---|---|---|---|
| Antarktika | Lambert | 434 | |
| Észak-Amerika/Grönland | Petermann | 145 | |
| Észak-Amerika/Sziklás-hg. | Bering | 201 | |
| Észak-Amerika/Sziklás-hg. | Malaspina | 121 | 3 495 |
| Európa/Nyugati-Alpok | Aletsch-gleccser | 27 | 115 |
| Európa/Nyugati-Alpok | Mer de Glace | 13 | 50 |
| Európa/Keleti-Alpok | Pasterze | 9 | 24 |
| Európa/Skandináv-hg. | Svartisen | 32 | 518 |
| Ázsia/Himalája | Rongbuk-gleccser | 52 | 320 |
| Ázsia/Karakorum | Sziacsen-gleccser | 75 | 1 150 |
| Ázsia/Tien-san | Déli-Inilcsek-gl. | 60 | 800 |
| Ázsia/Pamír | Fedcsenko-gleccser | 77 | 1 350 |
| Dél-Amerika/Chilei-Andok | Uppsala | 80 | |
| Óceánia/Déli-Alpok (NZL) | Tasman | 29 | 157 |
| Afrika/Kilimandzsáró | Drygalski-gleccser | 3 | |

## 18. A FÖLD LEGHOSSZABB BARLANGJAI

| Barlang | Ország | Hossza (km) |
|---|---|---|
| Mammoth-barlang | USA | 563 |
| Optimista-barlang | Ukrajna | 191 |
| Jewel-barlang | USA | 174 |
| Hölloch | Svájc | 168 |
| Lechuguilla-barlang | USA | 143 |
| Siebengeste-barlang | Svájc | 140 |

## 19. A FÖLD LEGMÉLYEBB BARLANGJAI

| Barlang | Ország | Mélysége (m) |
|---|---|---|
| Jean-Bernard-barlang | Franciaország | 1602 |
| Lamprechtsofen-aknabarlang | Ausztria | 1534 |
| Lucien Bouclier-barlang | Franciaország | 1520 |
| Vjacseszlava Panthukhina-barlang | Grúzia | 1508 |
| Huautla-barlangrendszer | Mexikó | 1475 |
| Del Trave-barlangrendszer | Spanyolország | 1444 |

## 20. „ELSŐ" ESEMÉNYEK A FÖLDTÖRTÉNETBEN

| | | |
|---|---|---|
| A Föld keletkezése (az első földkéreg képződése) | 4 600 | millió éve |
| A legidősebb földi kőzetek képződése | 4 200 | millió éve |
| Az első életnyomok (sztromatolitok) képződése | 2 900 | millió éve |
| Az első ősmaradványok keletkezése | 590 | millió éve |
| Az élet megjelenése a szárazföldeken | 500 | millió éve |
| Az első szárazföldi növények megjelenése | 420 | millió éve |
| Az első gerinces állatok megjelenése | 420 | millió éve |
| Az első kétéltűek megjelenése | 330 | millió éve |
| Az első kisméretű emlősök megjelenése | 220 | millió éve |
| Az első tűlevelű fák megjelenése | 210 | millió éve |
| Az ősmadarak megjelenése | 160 | millió éve |
| Az első virágos növények megjelenése | 120 | millió éve |
| Az első nagytestű emlősök megjelenése | 100 | millió éve |
| Az ősember megjelenése | 2 | millió éve |
| A Homo erectus megjelenése | 1,7 | millió éve |
| A Homo sapiens megjelenése | 0,35 | millió éve |

*A kémiai gyakorlatban használatos fontosabb fizikai állandók mért értéke*

| Az állandó neve | Jele | Pontos értéke |
|---|---|---|
| Az elemi töltés | $e$ | $1{,}602\,176\,462 \cdot 10^{-19}$ C |
| Az elektron tömege | $m_e$ | $9{,}109\,381\,88 \cdot 10^{-31}$ kg |
| A proton tömege | $m_p$ | $1{,}672\,621\,58 \cdot 10^{-27}$ kg |
| A neutron tömege | $m_n$ | $1{,}674\,927\,16 \cdot 10^{-27}$ kg |
| Az atomi tömegegység (a $^{12}$C-atom tömegének 1/12 része) | $m_u$ | $1{,}660\,538\,73 \cdot 10^{-27}$ kg (1 u) |
| A proton és elektron tömegaránya | $m_p/m_e$ | 1836,152 66 |
| Avogadro-állandó | $N_A$ | $6{,}022\,141\,99 \cdot 10^{23}$ mol$^{-1}$ |
| Faraday-állandó | $F$ | 96 485,3415 C/mol |
| Boltzmann-állandó | $k$ | $1{,}380\,650\,3 \cdot 10^{-23}$ J/K |
| Univerzális gázállandó | $R$ | 8,314 472 J/(mol · K) |

Az ideális gáz moláris térfogatának ($V_m$) gyakorlatban használt értéke $10^5$ Pa (standard) nyomáson és 0 °C-on (régen normál hőmérsékleten) 22,41 dm$^3$/mol, 20 °C-on 24 dm$^3$/mol, 25 °C-on (régen standard hőmérsékleten) 24,5 dm$^3$/mol.
Az anyagmennyiség mértékegysége a mól, rövidítése mol. Egy mól az az anyagmennyiség, amely annyi elemi egységet tartalmaz, mint amennyi atom van 12 g $^{12}$C-ben.

Minden további táblázatban az olvadáspont és forráspont adatai 101 325 Pa ($\approx 10^5$ Pa) nyomáson értendők; a sűrűségadatok pedig 25 °C-ra vonatkoznak.

## 1. ELEMEK

### *1.1. Az elemek rendszáma, vegyjele, magyar neve különféle sorrendben*

**Kémiai elem:** kémiai módszerekkel tovább már nem bontható anyagfajta. A ma ismert elemeket a periódusos rendszerben tüntetjük fel.

**Rendszám:** az atommagban található protonok száma.

**Vegyjel:** az elem latin vagy görög nevének első és gyakran egy másik betűje, az atom vagy az elem nemzetközileg elfogadott, egységes rövid jelölése.

*Az elemek rendszám szerinti sorrendje*

| Rend-szám | Vegy-jel | Név | Rend-szám | Vegy-jel | Név | Rend-szám | Vegy-jel | Név |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | H | hidrogén | 36 | Kr | kripton | 71 | Lu | lutécium |
| 2 | He | hélium | 37 | Rb | rubídium | 72 | Hf | hafnium |
| 3 | Li | lítium | 38 | Sr | stroncium | 73 | Ta | tantál |
| 4 | Be | berillium | 39 | Y | ittrium | 74 | W | volfrám |
| 5 | B | bór | 40 | Zr | cirkónium | 75 | Re | rénium |
| 6 | C | szén | 41 | Nb | nióbium | 76 | Os | ozmium |
| 7 | N | nitrogén | 42 | Mo | molibdén | 77 | Ir | irídium |
| 8 | O | oxigén | 43 | Tc | technécium | 78 | Pt | platina |
| 9 | F | fluor | 44 | Ru | ruténium | 79 | Au | arany |
| 10 | Ne | neon | 45 | Rh | ródium | 80 | Hg | higany |
| 11 | Na | nátrium | 46 | Pd | palládium | 81 | Tl | tallium |
| 12 | Mg | magnézium | 47 | Ag | ezüst | 82 | Pb | ólom |
| 13 | Al | alumínium | 48 | Cd | kadmium | 83 | Bi | bizmut |
| 14 | Si | szilícium | 49 | In | indium | 84 | Po | polónium |
| 15 | P | foszfor | 50 | Sn | ón | 85 | At | asztácium |
| 16 | S | kén | 51 | Sb | antimon | 86 | Rn | radon |
| 17 | Cl | klór | 52 | Te | tellúr | 87 | Fr | francium |
| 18 | Ar | argon | 53 | I | jód | 88 | Ra | rádium |
| 19 | K | kálium | 54 | Xe | xenon | 89 | Ac | aktínium |
| 20 | Ca | kalcium | 55 | Cs | cézium | 90 | Th | tórium |
| 21 | Sc | szkandium | 56 | Ba | bárium | 91 | Pa | protaktínium |
| 22 | Ti | titán | 57 | La | lantán | 92 | U | urán |
| 23 | V | vanádium | 58 | Ce | cérium | 93 | Np | neptúnium |
| 24 | Cr | króm | 59 | Pr | prazeodímium | 94 | Pu | plutónium |
| 25 | Mn | mangán | 60 | Nd | neodímium | 95 | Am | amerícium |
| 26 | Fe | vas | 61 | Pm | prométium | 96 | Cm | kűrium |
| 27 | Co | kobalt | 62 | Sm | szamárium | 97 | Bk | berkélium |
| 28 | Ni | nikkel | 63 | Eu | európium | 98 | Cf | kalifornium |
| 29 | Cu | réz | 64 | Gd | gadolínium | 99 | Es | einsteinium |
| 30 | Zn | cink | 65 | Tb | terbium | 100 | Fm | fermium |
| 31 | Ga | gallium | 66 | Dy | diszprózium | 101 | Md | mendelévium |
| 32 | Ge | germánium | 67 | Ho | holmium | 102 | No | nobélium |
| 33 | As | arzén | 68 | Er | erbium | 103 | Lr | laurencium |
| 34 | Se | szelén | 69 | Tm | túlium | 104 | Rf | rutherfordium |
| 35 | Br | bróm | 70 | Yb | itterbium | 105 | Db | dubnium |

*Az elemek név szerinti sorrendje*

| Név | Rend-szám | Vegy-jel |
|---|---|---|
| aktínium | 89 | Ac |
| alumínium | 13 | Al |
| amerícium | 95 | Am |
| antimon | 51 | Sb |
| arany | 79 | Au |
| argon | 18 | Ar |
| arzén | 33 | As |
| asztácium | 85 | At |
| bárium | 56 | Ba |
| berillium | 4 | Be |
| berkélium | 97 | Bk |
| bizmut | 83 | Bi |
| bór | 5 | B |
| bróm | 35 | Br |
| cérium | 58 | Ce |
| cézium | 55 | Cs |
| cink | 30 | Zn |
| cirkónium | 40 | Zr |
| diszprózium | 66 | Dy |
| dubnium | 105 | Db |
| einsteinium | 99 | Es |
| erbium | 68 | Er |
| európium | 63 | Eu |
| ezüst | 47 | Ag |
| fermium | 100 | Fm |
| fluor | 9 | F |
| foszfor | 15 | P |
| francium | 87 | Fr |
| gadolínium | 64 | Gd |
| gallium | 31 | Ga |
| germánium | 32 | Ge |
| hafnium | 72 | Hf |
| hélium | 2 | He |
| hidrogén | 1 | H |
| higany | 80 | Hg |
| holmium | 67 | Ho |
| indium | 49 | In |
| irídium | 77 | Ir |
| itterbium | 70 | Yb |
| ittrium | 39 | Y |
| jód | 53 | I |
| kadmium | 48 | Cd |
| kalcium | 20 | Ca |
| kalifornium | 98 | Cf |
| kálium | 19 | K |
| kén | 16 | S |
| klór | 17 | Cl |
| kobalt | 27 | Co |
| kripton | 36 | Kr |
| króm | 24 | Cr |
| kűrium | 96 | Cm |
| lantán | 57 | La |
| laurencium | 103 | Lr |
| lítium | 3 | Li |
| lutécium | 71 | Lu |
| magnézium | 12 | Mg |
| mangán | 25 | Mn |
| mendelévium | 101 | Md |
| molibdén | 42 | Mo |
| nátrium | 11 | Na |
| neodímium | 60 | Nd |
| neon | 10 | Ne |
| neptúnium | 93 | Np |
| nikkel | 28 | Ni |
| nióbium | 41 | Nb |
| nitrogén | 7 | N |
| nobélium | 102 | No |
| ólom | 82 | Pb |
| ón | 50 | Sn |
| oxigén | 8 | O |
| ozmium | 76 | Os |
| palládium | 46 | Pd |
| platina | 78 | Pt |
| plutónium | 94 | Pu |
| polónium | 84 | Po |
| prazeodímium | 59 | Pr |
| prométium | 61 | Pm |
| protaktínium | 91 | Pa |
| rádium | 88 | Ra |
| radon | 86 | Rn |
| rénium | 75 | Re |
| réz | 29 | Cu |
| ródium | 45 | Rh |
| rubídium | 37 | Rb |
| ruténium | 44 | Ru |
| rutherfordium | 104 | Rf |
| stroncium | 38 | Sr |
| szamárium | 62 | Sm |
| szelén | 34 | Se |
| szén | 6 | C |
| szilícium | 14 | Si |
| szkandium | 21 | Sc |
| tallium | 81 | Tl |
| tantál | 73 | Ta |
| technécium | 43 | Tc |
| tellúr | 52 | Te |
| terbium | 65 | Tb |
| titán | 22 | Ti |
| tórium | 90 | Th |
| túlium | 69 | Tm |
| urán | 92 | U |
| vanádium | 23 | V |
| vas | 26 | Fe |
| volfrám | 74 | W |
| xenon | 54 | Xe |

*Az elemek vegyjel szerinti sorrendje*

| Vegyjel | Rendszám | Név | Vegyjel | Rendszám | Név | Vegyjel | Rendszám | Név |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ac | 89 | aktínium | Gd | 64 | gadolínium | Po | 84 | polónium |
| Ag | 47 | ezüst | Ge | 32 | germánium | Pr | 59 | prazeodímium |
| Al | 13 | alumínium | H | 1 | hidrogén | Pt | 78 | platina |
| Am | 95 | amerícium | He | 2 | hélium | Pu | 94 | plutónium |
| Ar | 18 | argon | Hf | 72 | hafnium | Ra | 88 | rádium |
| As | 33 | arzén | Hg | 80 | higany | Rb | 37 | rubídium |
| At | 85 | asztácium | Ho | 67 | holmium | Re | 75 | rénium |
| Au | 79 | arany | I | 53 | jód | Rf | 104 | rutherfordium |
| B | 5 | bór | In | 49 | indium | Rh | 45 | ródium |
| Ba | 56 | bárium | Ir | 77 | irídium | Rn | 86 | radon |
| Be | 4 | berillium | K | 19 | kálium | Ru | 44 | ruténium |
| Bi | 83 | bizmut | Kr | 36 | kripton | S | 16 | kén |
| Bk | 97 | berkélium | La | 57 | lantán | Sb | 51 | antimon |
| Br | 35 | bróm | Li | 3 | lítium | Sc | 21 | szkandium |
| C | 6 | szén | Lr | 103 | laurencium | Se | 34 | szelén |
| Ca | 20 | kalcium | Lu | 71 | lutécium | Si | 14 | szilícium |
| Cd | 48 | kadmium | Md | 101 | mendelévium | Sm | 62 | szamárium |
| Ce | 58 | cérium | Mg | 12 | magnézium | Sn | 50 | ón |
| Cf | 98 | kalifornium | Mn | 25 | mangán | Sr | 38 | stroncium |
| Cl | 17 | klór | Mo | 42 | molibdén | Ta | 73 | tantál |
| Cm | 96 | kűrium | N | 7 | nitrogén | Tb | 65 | terbium |
| Co | 27 | kobalt | Na | 11 | nátrium | Tc | 43 | technécium |
| Cr | 24 | króm | Nb | 41 | nióbium | Te | 52 | tellúr |
| Cu | 29 | réz | Nd | 60 | neodímium | Th | 90 | tórium |
| Cs | 55 | cézium | Ne | 10 | neon | Ti | 22 | titán |
| Db | 105 | dubnium | Ni | 28 | nikkel | Tl | 81 | tallium |
| Dy | 66 | diszprózium | No | 102 | nobélium | Tm | 69 | túlium |
| Er | 68 | erbium | Np | 93 | neptúnium | U | 92 | urán |
| Es | 99 | einsteinium | O | 8 | oxigén | V | 23 | vanádium |
| Eu | 63 | európium | Os | 76 | ozmium | W | 74 | volfrám |
| F | 9 | fluor | P | 15 | foszfor | Xe | 54 | xenon |
| Fe | 26 | vas | Pa | 91 | protaktínium | Y | 39 | ittrium |
| Fm | 100 | fermium | Pb | 82 | ólom | Yb | 70 | itterbium |
| Fr | 87 | francium | Pd | 46 | palládium | Zn | 30 | cink |
| Ga | 31 | gallium | Pm | 61 | prométium | Zr | 40 | cirkónium |

## 1.2. Az elemek felfedezése

| Rendszám | Vegyjel | Név | Felfedező | Felfedezési idő |
|---|---|---|---|---|
| 1 | H | hidrogén | Cavendish, H. | 1766 |
| 2 | He | hélium | Ramsay, W. | 1895 |
| 3 | Li | lítium | Arfvedson, J. A. | 1817 |
| 4 | Be | berillium | Vauquelin, L. N. | 1798 |
| | | | Wöhler, F., Bussy, A. A. | 1828 |
| 5 | B | bór | Gay-Lussac, J. L., Thénard, L. J., Davy, H. | 1808 |
| 6 | C | szén | – | ókor |
| 7 | N | nitrogén | Rutherford, D. | 1772 |
| 8 | O | oxigén | Priestley, J. | 1774 |
| 9 | F | fluor | Moissan, H. | 1886 |
| 10 | Ne | neon | Ramsay, W. | 1898 |
| 11 | Na | nátrium | Davy, H. | 1807 |
| 12 | Mg | magnézium | Davy, H. | 1808 |
| | | | Bussy, A. | 1830 |
| 13 | Al | alumínium | Oersted, H. | 1825 |
| | | | Wöhler, F. | 1827 |
| 14 | Si | szilícium | Berzelius, J. J. | 1824 |
| 15 | P | foszfor | Brand, H. | 1669 |
| 16 | S | kén | – | ókor |
| 17 | Cl | klór | Scheele, C. W. | 1774 |
| 18 | Ar | argon | RayleighW. | 1894 |
| 19 | K | kálium | Davy, H. | 1807 |
| 20 | Ca | kalcium | Davy, H. | 1808 |
| 21 | Sc | szkandium | Nilson, F. L. | 1879 |
| 22 | Ti | titán | Gregor, W. | 1791 |
| | | | Berzelius, J. J. | 1825 |
| 23 | V | vanádium | del Rio, A. M. | 1801 |
| 24 | Cr | króm | Vauquelin, L. N. | 1798 |
| 25 | Mn | mangán | Scheele, C. W. | 1774 |
| 26 | Fe | vas | – | ókor |
| 27 | Co | kobalt | Brandt, G. | 1735 |
| 28 | Ni | nikkel | Cronstedt, A. F. | 1751 |
| 29 | Cu | réz | – | ókor |
| 30 | Zn | cink | – | középkor |
| 31 | Ga | gallium | Boisbaudran, L. | 1875 |
| 32 | Ge | germánium | Winkler, Cl. | 1886 |
| 33 | As | arzén | – | középkor |
| 34 | Se | szelén | Berzelius, J. J. | 1818 |
| 35 | Br | bróm | Balard, J. | 1826 |
| 36 | Kr | kripton | Ramsay, W. | 1898 |

*1.2. Az elemek felfedezése (folytatás)*

| Rendszám | Vegyjel | Név | Felfedező | Felfedezési idő |
|---|---|---|---|---|
| 37 | Rb | rubídium | Bunsen, R., Kirchhof F. G. | 1861 |
| 38 | Sr | stroncium | Davy, H. | 1808 |
| 39 | Y | ittrium | Wöhler, F. | 1828 |
| 40 | Zr | cirkónium | Klaproth, M. H. | 1789 |
| 41 | Nb | nióbium | Hatchett, Ch. | 1801 |
| 42 | Mo | molibdén | Scheele, C. W.<br>Hjelm, P. J. | 1778<br>1782 |
| 43 | Tc | technécium | Perrier, C., Segré, E. | 1939 |
| 44 | Ru | ruténium | Klauss, K. K. | 1844 |
| 45 | Rh | ródium | Wollaston, W. H. | 1804 |
| 46 | Pd | palládium | Wollaston, W. H. | 1803 |
| 47 | Ag | ezüst | – | ókor |
| 48 | Cd | kadmium | Stromeyer, F. | 1817 |
| 49 | In | indium | Reich, F. | 1863 |
| 50 | Sn | ón | – | ókor |
| 51 | Sb | antimon | – | középkor |
| 52 | Te | tellúr | Müller Ferenc | 1782 |
| 53 | I | jód | Courtois, B. | 1811 |
| 54 | Xe | xenon | Ramsay, W. | 1898 |
| 55 | Cs | cézium | Bunsen, R., Kirchhoff, G. | 1860 |
| 56 | Ba | bárium | Davy, H. | 1808 |
| 57 | La | lantán | Mosander, C. G. | 1839 |
| 58 | Ce | cérium | Berzelius, J. J. | 1803 |
| 59 | Pr | prazeodímium | Auer, W. | 1885 |
| 60 | Nd | neodímium | Auer, W. | 1885 |
| 61 | Pm | promécium | Coryell, C. D., Glendenin, L. E., Marinsky, J. A | 1945 |
| 62 | Sm | szamárium | Boisbaudran, L. | 1879 |
| 63 | Eu | európium | Demarcay, E. I | 1901 |
| 64 | Gd | gadolínium | Marignac, J. C. | 1880 |
| 65 | Tb | terbium | Mosander, C. G. | 1843 |
| 66 | Dy | diszprózium | Boisbaudran, L. | 1886 |
| 67 | Ho | holmium | Cléve, Th. P. | 1879 |
| 68 | Er | erbium | Mosander, G. G. | 1843 |
| 69 | Tm | túlium | Cléve, Th. P | 1879 |
| 70 | Yb | itterbium | Marignac J. | 1878 |
| 71 | Lu | lutécium | Urbain, G., Auer, W. | 1907 |
| 72 | Hf | hafnium | Hevesy György, Coster, D. | 1922 |
| 73 | Ta | tantál | Ekeberg, A. G. | 1802 |
| 74 | W | volfrám | d'Elhuyar, F. és J. | 1783 |
| 75 | Re | rénium | Noddack, W., Tacke, I., Berg, O. | 1925 |

| Rendszám | Vegyjel | Név | Felfedező | Felfedezési idő |
|---|---|---|---|---|
| 76 | Os | ozmium | Tennant, Ch. | 1803 |
| 77 | Ir | irídium | Tennant, Ch. | 1803 |
| 78 | Pt | platina | Ulloa | 1735 |
| 79 | Au | arany | – | ókor |
| 80 | Hg | higany | – | ókor |
| 81 | TI | tallium | Crookes, W. | 1861 |
| 82 | Pb | ólom | – | ókor |
| 83 | Bi | bizmut | – | középkor |
| 84 | Po | polónium | Curie, M. és P. | 1898 |
| 85 | At | asztácium | Corson, D. R., McKenzie, K. R., Segré, E. | 1940 |
| 86 | Rn | radon | Dorn, F. E. | 1900 |
| 87 | Fr | francium | Perey, M. | 1939 |
| 88 | Ra | rádium | Curie, M. és P | 1898 |
| 89 | Ac | aktínium | Debierne, A. | 1899 |
| 90 | Th | tórium | Berzelius, J. J. | 1828 |
| 91 | Pa | protaktínium | Hahn, O., Meitner, L. | 1917 |
| 92 | U | urán | Klaproth, M. H. | 1789 |
| 93 | Np | neptúnium | McMillan, E. M., Abelson, P H. | 1940 |
| 94 | Pu | plutónium | Seaborg, G. T., McMillan, E. M., Kennedy, 3. W., Wahl, A. C. | 1940 |
| 95 | Am | amerícium | Seaborg, G. T., James, R. A., Thompson, S. G., Ghiorso, A. | 1944 |
| 96 | Cm | kűrium | Seaborg, G. T., James, R. A., Ghiorso, A. | 1944 |
| 97 | Bk | berkélium | Seaborg, G., Thompson, S., Ghiorso, A. | 1950 |
| 98 | Cf | kalifornium | Seaborg, G. | 1950 |
| 99 | Es | einsteinium | Ghiorso, A. | 1952 |
| 100 | Fm | fermium | Ghiorso, A. | 1953 |
| 101 | Md | mendelévium | Ghiorso, A., Seaborg, G. | 1955 |
| 102 | No | nobélium | Ghiorso, A., Sikkeland, T., Walton, J. R., Seaborg, G. | 1958 |
| 103 | Lr | laurencium | Ghiorso, A., Sikkeland, T., Larsh, A. E., Latimer, R. | 1961 |
| 104 | Rf | rutherfordium | Flerov, | 1964 |
| 105 | Db | dubnium | Flerov, I., Ghiorso, A. | 1970 |
| 106 | Sg | seaborgium | Berkeley-i kutatócsoport | 1974 |
| 107 | Bh | bohrium | Darmstadt-i kutatócsoport | 1981 |
| 108 | Hs | hassium | Darmstadt-i kutatócsoport | 1984 |
| 109 | Mt | meitnerium | Darmstadt-i kutatócsoport | 1982 |
| 110 | Uun | ununnilium | Darmstadt-i kutatócsoport | 1994–96 |
| 111 | Unu | unununium | Darmstadt-i kutatócsoport | 1994–96 |
| 112 | Uub | ununblum | Darmstadt-i kutatócsoport | 1994–96 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |

*0,082
−259,34 28,8
−252,87 **H**
0,06
0,45
hidrogén
H 1,00

rendszám
olvadáspont (°C)
forráspont (°C)
olvadáshő (kJ/mol)
forráshő (kJ/mol)
rácsszerkezet

7,14
419,53 24,8
907
7,4
114,7
**Zn**
cink
H 65,37

sűrűség g/cm³ *(g/dm³)
moláris hőkapacitás (J/mol · K)
vegyjel
név
moláris tömeg (g/mol)

0,53
180,5 23,1
1342
3,0
157
**Li**
lítium
TK 6,94

1,85
1287 16,8
2471
11,7
309,4
**Be**
berillium
H 9,01

0,97
97,72 28,5
883
2,6
101
**Na**
nátrium
TK 22,99

1,74
650 25,5
1090
8,9
136,1
**Mg**
magnézium
H 24,30

K = kockarács
LK = lapcentrált köbös
Gy = gyémántrács
RÉ = romboéderes
T = négyzetes (tetragonális)
h = hármasponton mérve

TK = tércentrált köbös
H = hatszöges
R = rombos
M = monoklin
?? = ismeretlen
s = szublimálási hőmérséklet

0,86
63,38 28,9
759
2,3
79
**K**
kálium
TK 39,10

1,55
842 24,8
1484
8,8
153,8
**Ca**
kalcium
LK 40,08

3,0
1541 24,3
2830
16
339
**Sc**
szkandium
H 44,96

4,51
1668 25,4
3287
15,5
446
**Ti**
titán
H 47,90

6,1
1910 25,5
3407
17,6
444
**V**
vanádium
TK 50,94

7,19
1907 23,9
2671
13,8
305,5
**Cr**
króm
TK 52,00

7,43
1246 26,4
2061
14,6
225
**Mn**
mangán
TK 54.94

7,86
1538 25,7
2861
15,4
354
**Fe**
vas
TK 55,85

8,9
1495 24,1
2927
15,2
389
**Co**
kobalt
H 58,93

1,53
39,31 28,2
688
2,3
75,8
**Rb**
rubídium
TK 85,47

2,6
777 25,4
1382
8,8
141,5
**Sr**
stroncium
LK 87,62

4,47
1526 26,7
3336
11,3
389
**Y**
ittrium
H 88,90

6,49
1855 25,5
4409
16,7
502
**Zr**
cirkónium
H 91,22

8,4
41 24,9
2477
4744
26,8
**Nb**
nióbium
TK 92,91

10,2
2623 24,9
4639
27,6
536
**Mo**
molibdén
TK 95,94

11,5
2157 –
4265
23
502
**Tc**
technécium
H (99)

12,2
2334 24,2
4150
25,5
620
**Ru**
ruténium
H 101,07

12,4
1964 25,7
3695
22
532
**Rh**
ródium
LK 102,90

1,90
28,44 29,2
671
2,1
68,2
**Cs**
cézium
TK 132,90

3,5
727 38,4
1897
7,6
150
**Ba**
bárium
TK 137,34

6,17
920 26,4
3455
6,3
402
**La**
lantán
H 138,91

13,1
2233 26,7
4603
22
649
**Hf**
hafnium
H 178,49

16,6
3017 27,1
5458
28,4
754
**Ta**
tantál
TK 180,95

19,3
3422 23,9
5555
33,7
774
**W**
volfrám
TK 183,85

21,0
3186 26,1
5596
33
636
**Re**
rénium
H 186,2

22,6
3033 24,9
5012
26,8
678
**Os**
ozmium
H 190,20

22,5
2446 24,9
4428
27,6
636
**Ir**
irídium
LK 192,20

–
27 –
677
–
–
**Fr**
francium
TK (223)

5,0
700 –
–
10
115
**Ra**
rádium
?? (226)

10,07
1051 –
3198
–
–
**Ac**
aktínium
K (227,03)

–
– – –
–
–
–
**Rf**
rutherfordium
?? (261,11)

–
– – –
–
–
–
**Db**
dubnium
?? (262,11)

–
– – –
–
–
–
**Sg**
seaborgium
?? (263,12)

–
– – –
–
–
–
**Bh**
bohrium
?? (262,12)

–
– – –
–
–
–
**Hs**
hassium
?? (265,10)

–
– – –
–
–
–
**Mt**
meitnerium
?? (266,10)

Színkód:

gáz

folyadék

szilárd

6,67
799 25,2
3424
5,0
398
**Ce**
cérium
LK 140,12

6,77
931 28,2
3510
6,7
331
**Pr**
prazeodímium
H 140,91

7,00
1016 27,4
3066
7,1
289
**Nd**
neodímium
H 144,24

61
1042 –
3000
–
–
**Pm**
prométium
H (147)

7,23
1072 27,0
1790
8,8
192
**Sm**
szamárium
RÉ 150,36

7,54
822 24,3
1596
9,2
176
**Eu**
európium
TK 151,96

5,26

11,7
1750 32,4
4788
19,2
–
**Th**
tórium
LK 232,04

15,4
1572 –
3300
–
544
**Pa**
protaktínium
T (231,04)

19,07
1135 26,2
4131
11,3
460
**U**
urán
R 238,03

19,5
644 –
3902
–
395
**Np**
neptúnium
R (237,05)

19,82
640 –
3228
–
365
**Pu**
plutónium
M (239,05)

13,67
1176 34,0
2607
–
60
**Am**
amerícium
H (241,06)

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | *0,164<br>–<br>–268,93<br>0,02<br>0,08<br>**He**<br>hélium<br>H 4,00 | 20,9 |
| | | | | | | 2,34<br>2075<br>4000<br>–<br>536<br>**B**<br>bór<br>RÉ 10,81 | 13,9 | 2,26<br>4492h<br>3825s<br>–<br>719<br>**C**<br>szén<br>H 12,01 | 8,3 | *1,15<br>–210<br>–195,79<br>0,36<br>2,8<br>**N**<br>nitrogén<br>H 14,01 | 28,8 | *1,31<br>–218,79<br>–182,95<br>0,22<br>3,4<br>**O**<br>oxigén<br>K 16,00 | 29,1 | *1,553<br>–219,62<br>–188,12<br>0,2<br>3,1<br>**F**<br>fluor<br>K 18,99 | 28,5 | *0,83<br>–248,90<br>–246,08<br>0,3<br>1,8<br>**Ne**<br>neon<br>LK 20,18 | – |
| | | | | | | 2,7<br>660,32<br>2519<br>10,87<br>284<br>**Al**<br>alumínium<br>LK 26,98 | 24,3 | 2,33<br>1414<br>3265<br>46<br>170<br>**Si**<br>szilícium<br>GY 28,09 | 19,0 | 1,82<br>44,15<br>277<br>0,6<br>12,4<br>**P**<br>foszfor<br>TK 30,97 | 22,9 | 2,07<br>115,21<br>444,60<br>1,4<br>12,6<br>**S**<br>kén<br>R 32,06 | 23,4 | *2,90<br>–101,5<br>–34,04<br>3,2<br>10,2<br>**Cl**<br>klór<br>R 35,45 | 34,7 | *1,63<br>–189,35<br>–185,85<br>1,6<br>6,5<br>**Ar**<br>argon<br>LK 39,95 | 43,5 |
| | | 8,9<br>1455<br>2913<br>17,6<br>381<br>**Ni**<br>nikkel<br>LK 58,71 | 25,8 | 8,96<br>1084,62<br>2562<br>13<br>304,8<br>**Cu**<br>réz<br>LK 63,46 | 24,8 | 7,14<br>419,53<br>907<br>7,4<br>114,7<br>**Zn**<br>cink<br>H 65,37 | 24,8 | 5,93<br>29,76<br>2204<br>5,6<br>–<br>**Ga**<br>gallium<br>R 69,72 | 23,0 | 5,32<br>938,25<br>2833<br>32<br>285<br>**Ge**<br>germánium<br>GY 72,59 | 22,5 | 5,72<br>817h<br>614s<br>–<br>32,4<br>**As**<br>arzén<br>RÉ 74,92 | 25,4 | 4,79<br>221<br>685<br>5,2<br>14<br>**Se**<br>szelén<br>H 78,96 | 27,6 | 3,12<br>–7,2<br>58,8<br>5,3<br>15<br>**Br**<br>bróm<br>R 79,90 | 46,3 | *3,43<br>–157,36<br>–153,22<br>1,6<br>9,0<br>**Kr**<br>kripton<br>LK 83,80 | – |
| | | 12,0<br>1554,9<br>2963<br>16,7<br>377<br>**Pd**<br>palládium<br>LK 106,4 | 25,5 | 10,5<br>961,78<br>2162<br>11,3<br>254<br>**Ag**<br>ezüst<br>LK 107,88 | 24,8 | 8,65<br>321,07<br>767<br>6,1<br>100<br>**Cd**<br>kadmium<br>H 112,40 | 25,8 | 7,31<br>156,60<br>2072<br>3,3<br>225<br>**In**<br>indium<br>T 114,82 | 27,5 | 7,3<br>231,93<br>2602<br>7,2<br>293<br>**Sn**<br>ón<br>T 118,69 | 27,3 | 6,62<br>630,63<br>1587<br>19,8<br>195<br>**Sb**<br>antimon<br>RÉ 121,75 | 25,6 | 6,24<br>449,51<br>988<br>18<br>50<br>**Te**<br>tellúr<br>H 127,60 | 25,5 | 4,94<br>113,7<br>184,4<br>7,8<br>22<br>**I**<br>jód<br>R 126,90 | 27,9 | *5,37<br>–111,75<br>–108,04<br>2,3<br>12,6<br>**Xe**<br>xenon<br>LK 131,30 | – |
| | | 21,4<br>1768,4<br>3825<br>197<br>511<br>**Pt**<br>platina<br>LK 195,09 | 25,4 | 19,3<br>1064,18<br>2856<br>12,7<br>342,5<br>**Au**<br>arany<br>LK 196,99 | 25,6 | 13,6<br>–38,83<br>356,73<br>2,3<br>58,2<br>**Hg**<br>higany<br>RÉ 200,59 | 28,0 | 11,85<br>304<br>1473<br>4,2<br>162<br>**Tl**<br>tallium<br>H 204,37 | 26,6 | 11,4<br>327,46<br>1749<br>5,1<br>177<br>**Pb**<br>ólom<br>LK 207,19 | 27,0 | 9,8<br>271,40<br>1564<br>10,9<br>178,8<br>**Bi**<br>bizmut<br>RÉ 208,98 | 27,2 | 9,2<br>254<br>–<br>–<br>121<br>**Po**<br>polónium<br>K (210) | – | –<br>302<br>337<br>33,5<br>–<br>**At**<br>asztácium<br>?? (209,99) | – | *9,07<br>–71<br>–61,7<br>2,9<br>16,4<br>**Rn**<br>radon<br>LK (222) | – |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7,89<br>1314<br>3264<br>15,5<br>301<br>**Gd**<br>gadolínium<br>H 157,25 | 47,1 | 8,27<br>1359<br>3221<br>16<br>293<br>**Tb**<br>terbium<br>H 158,92 | 28,5 | 8,54<br>1411<br>2561<br>17<br>280,5<br>**Dy**<br>diszprózium<br>H 162,50 | 27,6 | 8,8<br>1472<br>2694<br>17<br>280,5<br>**Ho**<br>holmium<br>H 164,93 | 26,4 | 9,05<br>1529<br>2862<br>17<br>280,5<br>**Er**<br>erbium<br>H 167,26 | 28,4 | 9,33<br>15,45<br>1946<br>4,3<br>162<br>**Tm**<br>túlium<br>H 168,94 | 27,0 | 6,98<br>824<br>1194<br>7,5<br>159<br>**Yb**<br>itterbium<br>LK 173,04 | 25,9 | 9,84<br>1663<br>3393<br>19,3<br>377<br>**Lu**<br>lutécium<br>H 174,97 | 26,2 |
| 13,55<br>1345<br>–<br>–<br>–<br>**Cm**<br>kűrium<br>H (244,06) | – | 13,25<br>1050<br>–<br>–<br>–<br>**Bk**<br>berkélium<br>?? (249,07) | – | 15,1<br>(900)<br>–<br>–<br>–<br>**Cf**<br>kalifornium<br>?? (252,08) | – | –<br>(860)<br>–<br>–<br>–<br>**Es**<br>einsteinium<br>?? (252,08) | – | –<br>1527<br>–<br>–<br>–<br>**Fm**<br>fermium<br>?? (257,09) | – | –<br>827<br>–<br>–<br>–<br>**Md**<br>mendelévium<br>?? (256,09) | – | –<br>827<br>–<br>–<br>–<br>**No**<br>nobélium<br>?? (259,10) | – | –<br>1627<br>–<br>–<br>–<br>**Lr**<br>laurencium<br>?? (262,11) | – |

**Rendszám:** az atommagban található protonok száma.

**Moláris tömeg:** az anyag tömegének és anyagmennyiségének hányadosa. Jele: $M$, szokásos mértékegysége g/mol. Számértékben megegyezik 1 mol anyag g-ban kifejezett tömegével.

**Olvadáspont:** az a hőmérséklet, amelyen az illető anyag szilárd és folyékony fázisa egymással egyensúlyban van. Értéke függ a nyomástól!

**Forráspont:** az a hőmérséklet, amelyen a folyadék telített gőzének nyomása eléri a külső nyomást. Értéke függ a nyomástól!

**Olvadáshő:** a moláris olvadáshő az anyag olvadáspontján való megolvasztásához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. Az olvadáshőt megadott tömegre is vonatkoztathatjuk. Ekkor az anyag olvadáspontján való megolvasztásához szükséges energia és a tömeg hányadosa. Mértékegysége kJ/kg. Számértéke megegyezik az egységnyi mennyiségű (1 mol vagy 1 kg) anyag olvadáspontján való megolvasztásához szükséges, kJ-ban kifejezett energiával.

**Forráshő:** a moláris forráshő az anyag forráspontján való elpárologtatásához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. A forráshőt megadott tömegre is vonatkoztathatjuk. Ekkor az anyag forráspontján való elforralásához szükséges energia és a tömeg hányadosa. Mértékegysége kJ/kg. Számértéke megegyezik az egységnyi mennyiségű (1 mol vagy 1 kg) anyag forráspontján való elforralásához szükséges, kJ-ban kifejezett energiával.

**Moláris hőkapacitás:** az anyaggal közölt hő, valamint az anyagmennyiség és a hőmérsékletváltozás szorzatának hányadosa. Mértékegysége J/(mol · K). Számértéke megegyezik az 1 mol anyag 1 °C-kal való felmelegítéséhez szükséges, J-ban kifejezett hővel.

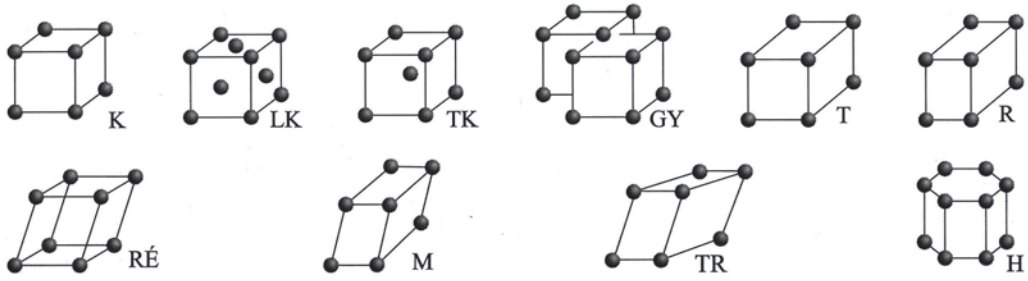
**Sűrűség:** a tömeg és a térfogat hányadosa. Lásd a 195. oldalon is!

**Rácstípus:** K = kockarács, LK = lapcentrált köbös, TK = tércentrált köbös, Gy = gyémántrács, T = négyzetes (tetragonális), R = rombos, RÉ = romboéderes, M = monoklin, TR = triklin, H = hexagonális, ?? = ismeretlen. Lásd a 243. és a 285. oldalon is!

Több allotróp módosulat esetén a 25 °C hőmérsékleten és $10^5$ Pa nyomáson stabil módosulatra vonatkozik.

**Elemi cella:** egy kristályos anyag rácsának az a legkisebb egysége, amely a tér három irányába önmagával párhuzamosan eltolva a teljes rácsot felépíti.

**Rácsállandók:** az elemi cella éleinek hossza.



| Rendszám | Vegyjel | Név | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Olvadáshő (kJ/mol) | Forráshő (kJ/mol) | Moláris hőkapacitás J/(mol · K) | Sűrűség ($g/cm^3$) | Rácstípus |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | H | hidrogén | 1,00 | −259,34 | −252,87 | 0,06 | 0,45 | 28,8 | *0,082 | H |
| 2 | He | hélium | 4,00 | – | −268,93 | 0,02 | 0,08 | 20,9 | *0,164 | H |
| 3 | Li | lítium | 6,94 | 180,5 | 1342 | 3,0 | 157 | 23,1 | 0,53 | TK |
| 4 | Be | berillium | 9,01 | 1287 | 2760 | 11,7 | 309,4 | 16,9 | 1,85 | H |
| 5 | B | bór | 10,81 | 2075 | 4000 | – | 536 | 13,9 | 2,34 | RÉ |
| 6 | C | szén | 12,01 | 4492h | 3825s | – | 719 | 8,3 | 2,26 | H |
| 7 | N | nitrogén | 14,01 | −210 | −195,79 | 0,36 | 2,8 | 28,8 | *1,145 | H |
| 8 | O | oxigén | 16,00 | −218,79 | −182,95 | 0,22 | 3,4 | 29,1 | *1,308 | K |
| 9 | F | fluor | 18,99 | −219,62 | −188,12 | 0,2 | 3,1 | 28,5 | *1,553 | K |
| 10 | Ne | neon | 20,18 | −248,59 | −246,08 | 0,3 | 1,8 | – | *0,825 | LK |
| 11 | Na | nátrium | 22,99 | 97,72 | 883 | 2,6 | 101 | 28,5 | 0,97 | TK |
| 12 | Mg | magnézium | 24,30 | 650 | 1090 | 8,9 | 136,1 | 25,5 | 1,74 | H |
| 13 | Al | alumínium | 26,98 | 660,32 | 2519 | 10,87 | 284 | 24,3 | 2,7 | LK |
| 14 | Si | szilícium | 28,09 | 1414 | 2635 | 46 | 170 | 19,0 | 2,33 | GY |
| 15 | P | foszfor | 30,97 | 44,15 | 277 | 0,6 | 12,4 | 22,9 | 1,82 | TK |
| 16 | S | kén | 32,06 | 115,21 | 444,60 | 1,4 | 12,6 | 23,4 | 2,07 | R |
| 17 | Cl | klór | 35,45 | −101,5 | −34,04 | 3,2 | 10,2 | 34,7 | *2,898 | R |
| 18 | Ar | argon | 39,95 | −189,35 | −185,85 | 1,6 | 6,5 | 43,5 | *1,633 | LK |
| 19 | K | kálium | 39,10 | 63,38 | 759 | 2,3 | 79 | 28,9 | 0,86 | TK |
| 20 | Ca | kalcium | 40,08 | 842 | 1484 | 8,8 | 153,8 | 24,8 | 1,55 | LK |
| 21 | Sc | szkandium | 44,96 | 1541 | 2830 | 16 | 339 | 24,3 | 3,0 | H |
| 22 | Ti | titán | 47,90 | 1668 | 3287 | 15,5 | 446 | 25,4 | 4,51 | H |
| 23 | V | vanádium | 50,94 | 1910 | 3407 | 17,6 | 444 | 25,5 | 6,1 | TK |
| 24 | Cr | króm | 52,00 | 1907 | 2671 | 13,8 | 305,5 | 23,9 | 7,19 | TK |
| 25 | Mn | mangán | 54,94 | 1246 | 2061 | 14,6 | 225 | 26,4 | 7,43 | TK |
| 26 | Fe | vas | 55,85 | 1538 | 2861 | 15,4 | 354 | 25,7 | 7,86 | TK |
| 27 | Co | kobalt | 58,93 | 1495 | 2927 | 15,2 | 389 | 24,1 | 8,9 | H |
| 28 | Ni | nikkel | 58,71 | 1455 | 2913 | 17,6 | 381 | 25,8 | 8,9 | LK |
| 29 | Cu | réz | 63,46 | 1084,62 | 2562 | 13 | 304,8 | 24,8 | 8,96 | LK |
| 30 | Zn | cink | 65,37 | 419,53 | 907 | 7,4 | 114,7 | 24,8 | 7,14 | H |
| 31 | Ga | gallium | 69,72 | 29,76 | 2204 | 5,6 | – | 23,0 | 5,93 | R |
| 32 | Ge | germánium | 72,59 | 938,25 | 2833 | 32 | 285 | 22,5 | 5,32 | GY |
| 33 | As | arzén | 74,92 | 817h | 614s | – | 32,4 | 25,4 | 5,72 | RÉ |
| 34 | Se | szelén | 78,96 | 221 | 685 | 5,2 | 14 | 27,6 | 4,79 | H |
| 35 | Br | bróm | 79,90 | −7,2 | 58,8 | 5,3 | 15 | 46,3 | 3,12 | R |
| 36 | Kr | kripton | 83,80 | −157,36 | −153,22 | 1,6 | 9,0 | – | *3,425 | LK |
| 37 | Rb | rubídium | 85,47 | 39,31 | 688 | 2,3 | 75,8 | 28,2 | 1,53 | TK |
| 38 | Sr | stroncium | 87,62 | 777 | 1382 | 8,8 | 141,5 | 25,4 | 2,6 | LK |
| 39 | Y | ittrium | 88,90 | 1526 | 3336 | 11,3 | 389 | 26,7 | 4,47 | H |
| 40 | Zr | cirkónium | 91,22 | 1855 | 4409 | 16,7 | 502 | 25,5 | 6,49 | H |
| 41 | Nb | nióbium | 92,91 | 2477 | 4744 | 26,8 | – | 24,9 | 8,4 | TK |

h: hármasponton mérve, s: szublimál *$g/dm^3$-ben mérve

*1.4. Az elemek fizikai tulajdonságai (folytatás)*

| Rendszám | Vegyjel | Név | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Olvadáshő (kJ/mol) | Forráshő (kJ/mol) | Moláris hőkapacitás J/(mol · K) | Sűrűség ($g/cm^3$) | Rácstípus |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 42 | Mo | molibdén | 95,94 | 2623 | 4639 | 27,6 | 536 | 24,9 | 10,2 | TK |
| 43 | Tc | technécium | (99) | 2157 | 4265 | 23 | 502 | – | 11,5 | H |
| 44 | Ru | ruténium | 101,07 | 2334 | 4150 | 25,5 | 620 | 24,2 | 12,2 | H |
| 45 | Rh | ródium | 102,90 | 1964 | 3695 | 22 | 532 | 25,7 | 12,4 | LK |
| 46 | Pd | palládium | 106,4 | 1554,9 | 2963 | 16,7 | 377 | 25,5 | 12,0 | LK |
| 47 | Ag | ezüst | 107,88 | 961,78 | 2162 | 11,3 | 254 | 24,8 | 10,5 | LK |
| 48 | Cd | kadmium | 112,40 | 321,07 | 767 | 6,1 | 100 | 25,8 | 8,65 | H |
| 49 | In | indium | 114,82 | 156,60 | 2072 | 3,3 | 225 | 27,5 | 7,31 | T |
| 50 | Sn | ón | 118,69 | 231,93 | 2602 | 7,2 | 293 | 27,3 | 7,3 | T |
| 51 | Sb | antimon | 121,75 | 630,63 | 1587 | 19,8 | 195 | 25,6 | 6,62 | RÉ |
| 52 | Te | tellúr | 127,60 | 449,51 | 988 | 18 | 50 | 25,5 | 6,24 | H |
| 53 | I | jód | 126,90 | 113,7 | 184,4 | 7,8 | 22 | 27,9 | 4,94 | R |
| 54 | Xe | xenon | 131,30 | −111,75 | −108,04 | 2,3 | 12,6 | – | *5,366 | LK |
| 55 | Cs | cézium | 132,90 | 28,44 | 671 | 2,1 | 68,2 | 29,2 | 1,90 | TK |
| 56 | Ba | bárium | 137,34 | 727 | 1897 | 7,6 | 150 | 38,4 | 3,5 | TK |
| 57 | La | lantán | 138,91 | 920 | 3455 | 6,3 | 402 | 26,4 | 6,17 | H |
| 58 | Ce | cérium | 140,12 | 799 | 3424 | 5,0 | 398 | 25,2 | 6,67 | LK |
| 59 | Pr | prazeodímium | 140,91 | 931 | 3510 | 6,7 | 331 | 28,2 | 6,77 | H |
| 60 | Nd | neodímium | 144,24 | 1016 | 3066 | 7,1 | 289 | 27,4 | 7,00 | H |
| 61 | Pm | prométium | (147) | 1042 | 3000 | – | – | – | 7,23 | H |
| 62 | Sm | szamárium | 150,36 | 1072 | 1790 | 8,8 | 192 | 27,0 | 7,54 | RÉ |
| 63 | Eu | európium | 151,96 | 822 | 1596 | 9,2 | 176 | 24,3 | 5,26 | TK |
| 64 | Gd | gadolínium | 157,25 | 1314 | 3264 | 15,5 | 301 | 47,1 | 7,89 | H |
| 65 | Tb | terbium | 158,92 | 1359 | 3221 | 16 | 293 | 28,5 | 8,27 | H |
| 66 | Dy | diszprózium | 162,50 | 1411 | 2561 | 17 | 280,5 | 27,6 | 8,54 | H |
| 67 | Ho | holmium | 164,93 | 1472 | 2694 | 17 | 280,5 | 26,4 | 8,8 | H |
| 68 | Er | erbium | 167,26 | 1529 | 2862 | 17 | 280,5 | 28,4 | 9,05 | H |
| 69 | Tm | túlium | 168,94 | 1545 | 1946 | 4,3 | 162 | 27,0 | 9,33 | H |
| 70 | Yb | itterbium | 173,04 | 824 | 1194 | 7,5 | 159 | 25,9 | 6,98 | LK |
| 71 | Lu | lutécium | 174,97 | 1663 | 3393 | 19,3 | 377 | 26,2 | 9,84 | H |
| 72 | Hf | hafnium | 178,49 | 2233 | 4603 | 22 | 649 | 26,7 | 13,1 | H |
| 73 | Ta | tantál | 180,95 | 3017 | 5458 | 28,4 | 754 | 27,1 | 16,6 | TK |
| 74 | W | volfrám | 183,85 | 3422 | 5555 | 33,7 | 774 | 23,9 | 19,3 | TK |
| 75 | Re | rénium | 186,2 | 3186 | 5596 | 33 | 636 | 26,1 | 21,0 | H |
| 76 | Os | ozmium | 190,20 | 3033 | 5012 | 26,8 | 678 | 24,7 | 22,6 | H |
| 77 | Ir | irídium | 192,20 | 2446 | 4428 | 27,6 | 636 | 24,9 | 22,5 | LK |
| 78 | Pt | platina | 195,09 | 1768,4 | 3825 | 19,7 | 511 | 25,4 | 21,4 | LK |
| 79 | Au | arany | 198,99 | 1064,18 | 2856 | 12,7 | 342,5 | 25,6 | 19,3 | LK |
| 80 | Hg | higany | 200,59 | −38,83 | 356,73 | 2,3 | 58,2 | 28,0 | 13,6 | RÉ |
| 81 | Tl | tallium | 204,37 | 304 | 1473 | 4,2 | 162 | 26,6 | 11,85 | H |
| 82 | Pb | ólom | 207,19 | 327,46 | 1749 | 5,1 | 177 | 27,0 | 11,4 | LK |

*$g/dm^3$-ben mérve

| Rendszám | Vegyjel | Név | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Olvadáshő (kJ/mol) | Forráshő (kJ/mol) | Moláris hőkapacitás J/(mol · K) | Sűrűség ($g/cm^3$) | Rácstípus |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 83 | Bi | bizmut | 208,98 | 271,40 | 1564 | 10,9 | 178,8 | 27,2 | 9,8 | RÉ |
| 84 | Po | polónium | (210) | 254 | – | – | 121 | – | 9,2 | K |
| 85 | At | asztácium | (209,99) | 302 | 337 | 33,5 | – | – | – | ?? |
| 86 | Rn | radon | (222) | −71 | −61,7 | 2,9 | 16,4 | – | *9,074 | LK |
| 87 | Fr | francium | (223) | 27 | 677 | – | – | – | – | TK |
| 88 | Ra | rádium | (226) | 700 | – | 10 | 115 | – | 5,0 | ?? |
| 89 | Ac | aktínium | (227,03) | 1051 | 3198 | – | – | – | 10,07 | K |
| 90 | Th | tórium | 232,04 | 1750 | 4788 | 19,2 | – | 32,4 | 11,7 | LK |
| 91 | Pa | protaktínium | (231,04) | 1572 | 3300 | – | 544 | – | 15,4 | T |
| 92 | U | urán | 238,03 | 1135 | 4131 | 11,3 | 460 | 26,2 | 19,07 | R |
| 93 | Np | neptúnium | (237,05) | 644 | 3902 | – | 395 | – | 19,5 | R |
| 94 | Pu | plutónium | (239,05) | 640 | 3228 | – | 365 | – | 19,82 | M |
| 95 | Am | amerícium | (241,06) | 1176 | 2607 | – | 60 | 34,0 | 13,67 | H |
| 96 | Cm | kűrium | (244,06) | 1345 | – | – | – | – | 13,55 | H |
| 97 | Bk | berkélium | (249,07) | 1050 | – | – | – | – | 13,25 | ?? |
| 98 | Cf | kalifornium | (252,08) | (900) | – | – | – | – | 15,1 | ?? |
| 99 | Es | einsteinium | (252,08) | (860) | – | – | – | – | – | ?? |
| 100 | Fm | fermium | (257,09) | 1527 | – | – | – | – | – | ?? |
| 101 | Md | mendelévium | (256,09) | 827 | – | – | – | – | – | ?? |
| 102 | No | nobélium | (259,10) | 827 | – | – | – | – | – | ?? |
| 103 | Lr | laurencium | (262,11) | 1627 | – | – | – | – | – | ?? |
| 104 | Rf | rutherfordium | (261,11) | – | – | – | – | – | – | ?? |
| 105 | Db | dubnium | (262,11) | – | – | – | – | – | – | ?? |
| 106 | Sg | seaborgium | (263,12) | – | – | – | – | – | – | ?? |
| 107 | Bh | bohrium | (262,12) | – | – | – | – | – | – | ?? |
| 108 | Hs | hassium | (265,10) | – | – | – | – | – | – | ?? |
| 109 | Mt | meitnerium | (266,10) | – | – | – | – | – | – | ?? |

### *1.5. Fémkristályok rácsállandói*

*Jelölések:* lásd a 282. oldalon.

| Vegyjel | Rácstípus | Rácsállandó (pm) | | Vegyjel | Rácstípus | Rácsállandó (pm) | | Vegyjel | Rácstípus | Rácsállandó (pm) | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ag | LK | 409 | | Cr | TK | 388 | | Na | TK | 429 | |
| Al | LK | 405 | | Cs | TK | 614 | | Ni | LK | 352 | |
| Au | LK | 408 | | Cu | LK | 361 | | Pb | LK | 495 | |
| Ba | TK | 502 | | Fe | TK | 287 | | Pt | LK | 392 | |
| Be | H | 228 | 358 | K | TK | 532 | | Rb | TK | 571 | |
| Ca | LK | 559 | | Li | TK | 351 | | Sr | LK | 608 | |
| Cd | H | 298 | 562 | Mg | H | 321 | 521 | Ti | H | 295 | 468 |
| Co | H | 251 | 407 | Mo | TK | 315 | | Zn | H | 267 | 495 |

## 2. ATOMOK

### *2.1. Az elemek stabil nuklidjainak (izotópjainak) előfordulási aránya és pontos moláris tömege*

**Nuklid:** adott rendszámú és tömegszámú atom vagy atomok halmaza.
**Izotópok:** olyan atomok vagy atomok halmaza, amelyeknek azonos a rendszáma, de eltérő a tömegszáma. (Atommagjukban azonos a protonok, de eltérő a neutronok száma.)
**Relatív atomtömeg:** viszonyszám, amely megmutatja, hogy az adott atom tömege hányszor nagyobb, mint a $^{12}C$ atomtömegének az 1/12 része.

| Rend-szám | Nuklid (Izotóp) | Előfordulási arány ($n/n\%$) | Relatív atomtömeg |
|---|---|---|---|
| 1 | $^{1}H$ | 99,985 | 1,007 825 |
| | $^{2}H$ | 0,015 | 2,0140 |
| 2 | $^{3}He$ | 0,000 13 | 3,016 03 |
| | $^{4}He$ | 100 | 4,002 60 |
| 3 | $^{6}Li$ | 7,42 | 6,015 12 |
| | $^{7}Li$ | 92,58 | 7,016 00 |
| 4 | $^{9}Be$ | 100 | 9,012 18 |
| 5 | $^{10}B$ | 19,78 | 10,0129 |
| | $^{11}B$ | 80,22 | 11,009 31 |
| 6 | $^{12}C$ | 98,89 | 12,000 00 |
| | $^{13}C$ | 1,11 | 13,003 35 |
| 7 | $^{14}N$ | 99,63 | 14,003 07 |
| | $^{15}N$ | 0,37 | 15,000 11 |
| 8 | $^{16}O$ | 99,759 | 15,994 91 |
| | $^{17}O$ | 0,037 | 17,004 50 |
| | $^{18}O$ | 0,204 | 18,0049 |
| 9 | $^{19}F$ | 100 | 18,998 40 |
| 10 | $^{20}Ne$ | 90,92 | 19,992 44 |
| | $^{21}Ne$ | 0,257 | 20,993 95 |
| | $^{22}Ne$ | 8,82 | 21,991 38 |
| 11 | $^{23}Na$ | 100 | 22,9898 |
| 12 | $^{24}Mg$ | 78,70 | 23,985 04 |
| | $^{25}Mg$ | 10,13 | 24,985 84 |
| | $^{26}Mg$ | 11,17 | 25,982 59 |
| 13 | $^{27}Al$ | 100 | 26,981 53 |
| 14 | $^{28}Si$ | 92,21 | 27,976 93 |
| | $^{29}Si$ | 4,70 | 28,976 49 |
| | $^{30}Si$ | 3,09 | 29,973 76 |
| 15 | $^{31}P$ | 100 | 30,993 76 |
| 16 | $^{32}S$ | 95,0 | 31,972 07 |
| | $^{33}S$ | 0,76 | 32,971 46 |
| | $^{34}S$ | 4,22 | 33,967 86 |
| | $^{36}S$ | 0,014 | 35,967 09 |
| 17 | $^{35}Cl$ | 75,53 | 34,968 85 |
| | $^{37}Cl$ | 24,47 | 36,977 50 |
| 18 | $^{36}Ar$ | 0,337 | 35,967 55 |
| | $^{38}Ar$ | 0,063 | 37,962 72 |
| | $^{40}Ar$ | 99,60 | 39,9756 |
| 19 | $^{39}K$ | 93,11 | 38,963 71 |
| | $^{41}K$ | 6,88 | 40,9747 |
| 20 | $^{40}Ca$ | 96,97 | 39,962 59 |
| | $^{42}Ca$ | 0,64 | 41,958 63 |
| | $^{43}Ca$ | 0,145 | 42,968 78 |
| | $^{44}Ca$ | 2,06 | 43,955 49 |
| | $^{46}Ca$ | 0,0033 | 45,9537 |
| | $^{48}Ca$ | 0,18 | 47,9624 |
| 21 | $^{45}Sc$ | 100 | 44,955 92 |
| 22 | $^{46}Ti$ | 7,93 | 45,952 63 |
| | $^{47}Ti$ | 7,28 | 46,9518 |
| | $^{48}Ti$ | 73,94 | 47,9631 |
| | $^{49}Ti$ | 5,51 | 48,947 87 |
| | $^{50}Ti$ | 5,34 | 49,9448 |
| 23 | $^{51}V$ | 99,76 | 50,944 0 |
| 24 | $^{50}Cr$ | 4,31 | 49,9461 |
| | $^{52}Cr$ | 83,76 | 51,9405 |
| | $^{53}Cr$ | 9,55 | 52,9407 |
| | $^{54}Cr$ | 2,38 | 53,9389 |
| 25 | $^{55}Mn$ | 100 | 54,9381 |
| 26 | $^{54}Fe$ | 5,82 | 53,9396 |
| | $^{56}Fe$ | 91,66 | 55,9349 |
| | $^{57}Fe$ | 2,19 | 56,9354 |
| | $^{58}Fe$ | 0,33 | 57,9333 |
| 27 | $^{59}Co$ | 100 | 58,9332 |
| 28 | $^{58}Ni$ | 67,88 | 57,9335 |
| | $^{60}Ni$ | 26,23 | 59,9332 |
| | $^{61}Ni$ | 1,15 | 60,9310 |
| | $^{62}Ni$ | 3,66 | 61,9283 |
| | $^{64}Ni$ | 1,08 | 63,9280 |

| Rend-szám | Nuklid (Izotóp) | Előfordulási arány ($n/n\%$) | Relatív atomtömeg |
|---|---|---|---|
| 29 | $^{63}Cu$ | 69,09 | 62,9298 |
| | $^{65}Cu$ | 30,91 | 64,9278 |
| 30 | $^{64}Zn$ | 48,89 | 63,9295 |
| | $^{66}Zn$ | 27,81 | 65,9260 |
| | $^{67}Zn$ | 4,11 | 66,9271 |
| | $^{68}Zn$ | 18,57 | 67,9249 |
| | $^{70}Zn$ | 0,62 | 69,9253 |
| 31 | $^{69}Ga$ | 60,4 | 68,9257 |
| | $^{71}Ga$ | 39,6 | 70,9249 |
| 32 | $^{70}Ge$ | 20,53 | 69,9243 |
| | $^{72}Ge$ | 27,43 | 71,9217 |
| | $^{73}Ge$ | 7,76 | 72,9234 |
| | $^{74}Ge$ | 36,54 | 73,9218 |
| | $^{76}Ge$ | 7,76 | 75,9214 |
| 33 | $^{75}As$ | 100 | 74,9216 |
| 34 | $^{74}Se$ | 0,87 | 73,9225 |
| | $^{76}Se$ | 8,91 | 75,9192 |
| | $^{77}Se$ | 7,68 | 76,9199 |
| | $^{78}Se$ | 23,52 | 77,9173 |
| | $^{80}Se$ | 49,83 | 79,9165 |
| | $^{82}Se$ | 9,19 | 81,9167 |
| 35 | $^{79}Br$ | 50,54 | 78,9183 |
| | $^{81}Br$ | 49,46 | 80,9263 |
| 36 | $^{78}Kr$ | 0,35 | 77,9204 |
| | $^{80}Kr$ | 2,27 | 79,9164 |
| | $^{82}Kr$ | 11,66 | 81,9135 |
| | $^{83}Kr$ | 11,55 | 82,9141 |
| | $^{84}Kr$ | 56,80 | 83,9115 |
| | $^{86}Kr$ | 17,37 | 85,9106 |
| 37 | $^{85}Rb$ | 72,15 | 84,9117 |
| 38 | $^{84}Sr$ | 0,56 | 83,9134 |
| | $^{86}Sr$ | 9,86 | 85,9094 |
| | $^{87}Sr$ | 7,02 | 86,9089 |
| | $^{88}Sr$ | 82,56 | 87,9056 |
| 39 | $^{89}Y$ | 100 | 89,9054 |
| 40 | $^{90}Zr$ | 51,46 | 89,9043 |
| | $^{91}Zr$ | 11,23 | 90,9053 |
| | $^{92}Zr$ | 17,11 | 91,9046 |
| | $^{94}Zr$ | 17,40 | 93,9061 |
| | $^{96}Zr$ | 2,80 | 95,9082 |
| 41 | $^{93}Nb$ | 100 | 92,9060 |
| 42 | $^{92}Mo$ | 15,84 | 91,9063 |
| | $^{94}Mo$ | 9,04 | 93,9047 |
| | $^{95}Mo$ | 15,72 | 94,9046 |
| | $^{96}Mo$ | 16,53 | 95,9046 |
| | $^{97}Mo$ | 9,46 | 96,9058 |
| | $^{98}Mo$ | 23,78 | 97,9055 |
| | $^{100}Mo$ | 9,63 | 99,9076 |
| 44 | $^{96}Ru$ | 6,51 | 95,9076 |
| | $^{98}Ru$ | 1,87 | 97,9055 |
| | $^{99}Ru$ | 12,72 | 98,9061 |
| | $^{100}Ru$ | 12,62 | 99,9030 |
| | $^{101}Ru$ | 16,07 | 100,9041 |
| | $^{102}Ru$ | 31,61 | 101,9037 |
| | $^{104}Ru$ | 18,58 | 103,9055 |
| 45 | $^{103}Rh$ | 100 | 102,9048 |
| 46 | $^{102}Pd$ | 0,96 | 101,9049 |
| | $^{104}Pd$ | 10,97 | 103,9036 |
| | $^{105}Pd$ | 22,23 | 104,9046 |
| | $^{106}Pd$ | 27,33 | 105,9032 |
| | $^{108}Pd$ | 26,71 | 107,9030 |
| | $^{110}Pd$ | 11,81 | 109,9044 |
| 47 | $^{107}Ag$ | 51,82 | 106,9050 |
| | $^{109}Ag$ | 48,18 | 108,9047 |
| 48 | $^{106}Cd$ | 1,22 | 105,9057 |
| | $^{108}Cd$ | 0,88 | 107,9040 |
| | $^{110}Cd$ | 12,39 | 109,9030 |
| | $^{111}Cd$ | 12,75 | 110,9042 |
| | $^{112}Cd$ | 24,07 | 111,9028 |
| | $^{113}Cd$ | 12,26 | 112,9046 |
| | $^{114}Cd$ | 28,86 | 113,9036 |
| | $^{116}Cd$ | 7,58 | 115,9050 |
| 49 | $^{113}In$ | 4,23 | 112,9043 |
| 50 | $^{112}Sn$ | 0,96 | 111,9040 |
| | $^{114}Sn$ | 0,66 | 113,9030 |
| | $^{115}Sn$ | 0,35 | 114,9035 |
| | $^{116}Sn$ | 14,30 | 115,9021 |
| | $^{117}Sn$ | 7,61 | 116,9031 |
| | $^{118}Sn$ | 24,03 | 117,9018 |
| | $^{119}Sn$ | 8,58 | 118,9034 |
| | $^{120}Sn$ | 32,86 | 119,9021 |
| | $^{122}Sn$ | 4,72 | 121,9034 |
| | $^{124}Sn$ | 5,94 | 123,9062 |

*2.1. Az elemek stabil nuklidjainak (izotópjainak) előfordulási aránya és pontos moláris tömege (folytatás)*

| Rend-szám | Nuklid (Izotóp) | Előfordulási arány ($n/n\%$) | Relatív atomtömeg |
|---|---|---|---|
| 51 | $^{121}$Sb | 57,25 | 120,9038 |
| 52 | $^{120}$Te | 0,089 | 119,9045 |
| | $^{122}$Te | 2,46 | 121,9030 |
| | $^{123}$Te | 0,87 | 122,9042 |
| | $^{124}$Te | 4,61 | 123,9028 |
| | $^{125}$Te | 6,99 | 124,9044 |
| | $^{126}$Te | 18,71 | 125,9032 |
| | $^{128}$Te | 31,79 | 127,9047 |
| | $^{130}$Te | 34,48 | 129,9067 |
| 53 | $^{127}$I | 100 | 126,9004 |
| 54 | $^{124}$Xe | 0,096 | 123,9061 |
| | $^{126}$Xe | 0,090 | 125,9042 |
| | $^{128}$Xe | 1,92 | 127,9035 |
| | $^{129}$Xe | 26,44 | 128,9048 |
| | $^{130}$Xe | 4,08 | 129,9035 |
| | $^{131}$Xe | 21,18 | 130,9051 |
| | $^{132}$Xe | 26,89 | 131,9042 |
| | $^{134}$Xe | 10,44 | 132,9054 |
| | $^{136}$Xe | 8,87 | 135,9072 |
| 55 | $^{133}$Cs | 100 | 132,9051 |
| 56 | $^{130}$Ba | 0,101 | 129,9061 |
| | $^{132}$Ba | 0,097 | 131,9057 |
| | $^{134}$Ba | 2,42 | 133,9043 |
| | $^{135}$Ba | 6,59 | 134,9056 |
| | $^{136}$Ba | 7,81 | 135,9044 |
| | $^{137}$Ba | 11,32 | 136,9056 |
| | $^{138}$Ba | 71,66 | 137,9050 |
| 57 | $^{139}$La | 99,911 | 138,9061 |
| 58 | $^{136}$Ce | 0,193 | – |
| | $^{138}$Ce | 0,250 | 137,9057 |
| | $^{140}$Ce | 88,487 | 139,9053 |
| 59 | $^{141}$Pr | 100 | 140,9071 |
| 60 | $^{142}$Nd | 27,11 | 141,9076 |
| | $^{143}$Nd | 12,17 | 142,9096 |
| | $^{145}$Nd | 8,30 | 144,9122 |
| | $^{146}$Nd | 17,62 | 145,9127 |
| | $^{148}$Nd | 5,51 | 147,9166 |
| | $^{150}$Nd | 5,42 | 149,9207 |
| 62 | $^{144}$Sm | 3,09 | 143,9117 |
| | $^{148}$Sm | 11,3 | 147,9146 |
| | | 13,8 | 148,9169 |
| | $^{150}$Sm | 7,44 | 149,9170 |
| | $^{152}$Sm | 26,72 | 151,9195 |
| | $^{154}$Sm | 22,71 | 153,9220 |
| 63 | $^{151}$Eu | 47,82 | 150,9196 |
| | $^{153}$Eu | 52,18 | 152,9209 |
| 64 | $^{154}$Gd | 2,15 | 153,9207 |
| | $^{155}$Gd | 14,73 | 154,9226 |
| | $^{156}$Gd | 20,47 | 155,9221 |
| | $^{157}$Gd | 15,68 | 156,9339 |
| | $^{158}$Gd | 24,87 | 157,9241 |
| | $^{160}$Gd | 21,90 | 159,9071 |
| 65 | $^{159}$Tb | 100 | 158,9250 |
| 66 | $^{156}$Dy | 0,052 | 155,9238 |
| | $^{158}$Dy | 0,090 | 157,9240 |
| | $^{160}$Dy | 2,29 | 159,9248 |
| | $^{161}$Dy | 18,88 | 160,9266 |
| | $^{162}$Dy | 25,53 | 161,9265 |
| | $^{163}$Dy | 24,97 | 162,9284 |
| | $^{164}$Dy | 28,18 | 163,9288 |
| 67 | $^{165}$Ho | 100 | 164,9303 |
| 68 | $^{162}$Er | 0,136 | 161,9288 |
| | $^{164}$Er | 1,56 | 163,9293 |
| | $^{166}$Er | 33,41 | 165,9304 |
| | $^{167}$Er | 22,94 | 166,9320 |
| | $^{168}$Er | 27,07 | 167,9324 |
| | $^{170}$Er | 14,88 | 169,9355 |
| 69 | $^{169}$Tm | 100 | 168,9344 |
| 70 | $^{168}$Yb | 0,135 | 167,9339 |
| | $^{170}$Yb | 3,03 | 169,9349 |
| | $^{171}$Yb | 14,31 | 170,9366 |
| | $^{172}$Yb | 21,82 | 171,9368 |
| | $^{173}$Yb | 16,13 | 172,9383 |
| | $^{174}$Yb | 31,84 | 173,9390 |
| | $^{176}$Yb | 12,73 | 175,9427 |
| 71 | $^{175}$Lu | 97,41 | 174,9409 |

| Rend-szám | Nuklid (Izotóp) | Előfordulási arány ($n/n\%$) | Relatív atomtömeg |
|---|---|---|---|
| 72 | $^{174}Hf$ | 0,19 | 173,9403 |
| | $^{176}Hf$ | 5,20 | 175,9435 |
| | $^{177}Hf$ | 18,50 | 176,943b |
| | $^{178}Hf$ | 27,14 | 177,9439 |
| | $^{179}Hf$ | 13,76 | 178,9460 |
| | $^{180}Hf$ | 35,21 | 179,9468 |
| 73 | $^{180}Ta$ | 0,012 | 179,9475 |
| | $^{181}Ta$ | 99,988 | 180,9480 |
| 74 | $^{180}W$ | 0,14 | 179,9470 |
| | $^{182}W$ | 26,41 | 181,9483 |
| | $^{183}W$ | 14,40 | 182,9503 |
| | $^{184}W$ | 30,64 | 183,9510 |
| | $^{186}W$ | 28,41 | 185,9543 |
| 75 | $^{185}Re$ | 37,07 | 184,9530 |
| 76 | $^{184}Os$ | 0,018 | 183,9526 |
| | $^{186}Os$ | 1,59 | 185,9539 |
| | $^{187}Os$ | 1,64 | 186,9560 |
| | $^{188}Os$ | 13,3 | 187,9560 |
| | $^{189}Os$ | 16,1 | 188,9582 |
| | $^{190}Os$ | 26,4 | 189,9586 |
| | $^{192}Os$ | 41,0 | 191,9614 |
| 77 | $^{191}Ir$ | 37,3 | 190,9609 |
| | $^{193}Ir$ | 62,7 | 192,9633 |
| 78 | $^{192}Pt$ | 0,8 | 191,9614 |
| | $^{194}Pt$ | 32,9 | 193,9628 |
| | $^{195}Pt$ | 33,8 | 194,9648 |
| | $^{196}Pt$ | 25,3 | 195,9650 |
| | $^{198}Pt$ | 7,2 | 197,9676 |
| 79 | $^{197}Au$ | 100 | 196,9666 |
| 80 | $^{196}Hg$ | 0,146 | 195,9658 |
| | $^{198}Hg$ | 10,02 | 197,9668 |
| | $^{199}Hg$ | 16,84 | 198,9683 |
| | $^{200}Hg$ | 23,13 | 199,9683 |
| | $^{201}Hg$ | 13,22 | 200,9703 |
| | $^{202}Hg$ | 29,80 | 201,9706 |
| | $^{204}Hg$ | 6,85 | 203,9735 |
| 81 | $^{203}Tl$ | 29,60 | 202,9723 |
| | $^{205}Tl$ | 70,40 | 204,9745 |
| 82 | $^{206}Pb$ | 23,6 | 205,9745 |
| | $^{207}Pb$ | 22,6 | 206,9759 |
| | $^{208}Pb$ | 52,3 | 207,9766 |

*2.2. Néhány, a természetben előforduló nagyon hosszú felezési idejű radioaktív nuklid (izotóp) mért vagy becsült adatai**

| Rend-szám | Nuklid (Izotóp) | Előfordulási arány ($n/n\%$) | Felezési idő (év) |
|---|---|---|---|
| 19 | $^{38}K$ | $10^{-8}$ | $1,1 \cdot 10^{9}$ |
| 6 | $^{14}C$ | $1,4 \cdot 10^{-10}$ | $5,57 \cdot 10^{3}$ |
| 19 | $^{40}K$ | 0,0119 | $1,3 \cdot 10^{9}$ |
| 23 | $^{50}V$ | 0,24 | $4 \cdot 10^{14}$ |
| 37 | $^{87}Rb$ | 27,85 | $6,15 \cdot 10^{10}$ |
| 49 | $^{115}In$ | 95,77 | $6 \cdot 10^{14}$ |
| 51 | $^{123}Sb$ | 42,75 | $10^{14}$ |
| 57 | $^{138}La$ | 0,089 | $2 \cdot 10^{11}$ |
| 58 | $^{142}Ce$ | 11,07 | $5 \cdot 10^{15}$ |
| 60 | $^{144}Nd$ | 23,87 | $1,5 \cdot 10^{15}$ |
| 62 | $^{147}Sm$ | 15,07 | $1,25 \cdot 10^{11}$ |
| 64 | $^{152}Gd$ | 0,2 | $1,08 \cdot 10^{14}$ |
| 74 | $^{178}W$ | $10^{-7}$ | $6 \cdot 10^{8}$ |
| 78 | $^{190}Pt$ | 0,012 | $10^{12}$ |
| 82 | $^{204}Pb$ | 1,48 | $3 \cdot 10^{16}$ |
| 83 | $^{209}Bi$ | 100 | $2 \cdot 10^{17}$ |
| 90 | $^{232}Th$ | 100 | $1,39 \cdot 10^{10}$ |
| 92 | $^{235}U$ | 0,72 | $7,13 \cdot 10^{8}$ |
| 92 | $^{238}U$ | 99,28 | $4,5 \cdot 10^{9}$ |

* Lásd még a 242. oldalon!

## 2.3. Az atomok százalékos előfordulása a földkéregben

| Atom | Tömeg% | Atom% | Elem | Tömeg% | Atom% | Elem | Tömeg% | Atom% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| H | 0,15 | 3,0 | As | $5 \cdot 10^{-4}$ | $1,5 \cdot 10^{-4}$ | Tb | $1,5 \cdot 10^{-4}$ | $1 \cdot 10^{-5}$ |
| He | $4,6 \cdot 10^{-4}$ | – | Se | $6 \cdot 10^{-5}$ | $1,5 \cdot 10^{-4}$ | Dy | $4,5 \cdot 10^{-4}$ | $5 \cdot 10^{-5}$ |
| Li | $6,5 \cdot 10^{-3}$ | $1,9 \cdot 10^{-2}$ | Br | $1,6 \cdot 10^{-4}$ | $1,5 \cdot 10^{-4}$ | Ho | $1,3 \cdot 10^{-4}$ | $5 \cdot 10^{-6}$ |
| Be | $6,0 \cdot 10^{-4}$ | $1,2 \cdot 10^{-3}$ | Kr | $1 \cdot 10^{-4}$ | $4 \cdot 10^{-5}$ | Er | $4 \cdot 10^{-4}$ | $5 \cdot 10^{-5}$ |
| B | $3,0 \cdot 10^{-4}$ | $6,0 \cdot 10^{-4}$ | Rb | $3,1 \cdot 10^{-2}$ | $7 \cdot 10^{-3}$ | Tm | $8 \cdot 10^{-5}$ | $8 \cdot 10^{-6}$ |
| C | 0,1 | 0,15 | Sr | $4 \cdot 10^{-2}$ | $1 \cdot 10^{-2}$ | Yb | $3 \cdot 10^{-4}$ | $3 \cdot 10^{-5}$ |
| N | $1,0 \cdot 10^{-2}$ | $2,5 \cdot 10^{-2}$ | Y | $2,8 \cdot 10^{-3}$ | $2,6 \cdot 10^{-4}$ | Lu | $1 \cdot 10^{-4}$ | $1 \cdot 10^{-5}$ |
| O | 47,2 | 58,0 | Zr | $2 \cdot 10^{-2}$ | $4 \cdot 10^{-3}$ | Hf | $3,2 \cdot 10^{-4}$ | $5 \cdot 10^{-5}$ |
| F | $2,7 \cdot 10^{-2}$ | $2,8 \cdot 10^{-2}$ | Nb | $1 \cdot 10^{-3}$ | $2 \cdot 10^{-4}$ | Ta | $2 \cdot 10^{-4}$ | $1,8 \cdot 10^{-5}$ |
| Ne | $1,6 \cdot 10^{-3}$ | – | Mo | $3 \cdot 10^{-4}$ | $6 \cdot 10^{-5}$ | W | $1 \cdot 10^{-4}$ | $1 \cdot 10^{-5}$ |
| Na | 2,64 | 2,4 | Tc | 0,0 | 0,0 | Re | $1 \cdot 10^{-7}$ | $8,5 \cdot 10^{-9}$ |
| Mg | 2,1 | 2,0 | Ru | $5 \cdot 10^{-7}$ | $1 \cdot 10^{-7}$ | Os | $5 \cdot 10^{-6}$ | $5 \cdot 10^{-7}$ |
| Al | 8,80 | 6,6 | Rh | $1 \cdot 10^{-7}$ | $1,7 \cdot 10^{-8}$ | Ir | $1 \cdot 10^{-7}$ | $8,5 \cdot 10^{-9}$ |
| Si | 27,6 | 20,0 | Pd | $1 \cdot 10^{-6}$ | $1,6 \cdot 10^{-7}$ | Pt | $5 \cdot 10^{-7}$ | $5 \cdot 10^{-8}$ |
| P | $8,0 \cdot 10^{-2}$ | $5,0 \cdot 10^{-2}$ | Ag | $1 \cdot 10^{-5}$ | $1,6 \cdot 10^{-6}$ | Au | $5 \cdot 10^{-7}$ | $5 \cdot 10^{-8}$ |
| S | $5,0 \cdot 10^{-2}$ | $3,0 \cdot 10^{-2}$ | Cd | $5 \cdot 10^{-6}$ | $7,6 \cdot 10^{-6}$ | Hg | $7 \cdot 10^{-6}$ | $7 \cdot 10^{-7}$ |
| Cl | $4,5 \cdot 10^{-2}$ | $2,6 \cdot 10^{-2}$ | In | $1 \cdot 10^{-5}$ | $1,5 \cdot 10^{-6}$ | Tl | $3 \cdot 10^{-4}$ | $3 \cdot 10^{-5}$ |
| Ar | $7,18 \cdot 10^{-6}$ | $4,0 \cdot 10^{-6}$ | Sn | $4 \cdot 10^{-3}$ | $7 \cdot 10^{-4}$ | Pb | $1,6 \cdot 10^{-3}$ | $1,6 \cdot 10^{-4}$ |
| K | 2,6 | 1,4 | Sb | $4 \cdot 10^{-5}$ | $5 \cdot 10^{-6}$ | Bi | $2 \cdot 10^{-5}$ | $1,7 \cdot 10^{-6}$ |
| Ca | 3,6· | 2,0 | Te | $1 \cdot 10^{-6}$ | $1,3 \cdot 10^{-7}$ | Po | $2 \cdot 10^{-14}$ | $2 \cdot 10^{-15}$ |
| Sc | $6,0 \cdot 10^{-4}$ | $3,0 \cdot 10^{-3}$ | I | $3 \cdot 10^{-5}$ | $4 \cdot 10^{-6}$ | At | 0,0 | 0,0 |
| Ti | 0,65 | 0,25 | Xe | $8 \cdot 10^{-6}$ | – | Rn | $7 \cdot 10^{-16}$ | – |
| V | $1,5 \cdot 10^{-2}$ | $6,0 \cdot 10^{-3}$ | Cs | $7 \cdot 10^{-4}$ | $9,5 \cdot 10^{-9}$ | Fr | 0,0 | 0,0 |
| Cr | $2,0 \cdot 10^{-2}$ | $8,0 \cdot 10^{-3}$ | Ba | $5 \cdot 10^{-2}$ | $5,7 \cdot 10^{-3}$ | Ra | $1 \cdot 10^{-10}$ | – |
| Mn | $9,0 \cdot 10^{-2}$ | $3,2 \cdot 10^{-2}$ | La | $1,8 \cdot 10^{-3}$ | $2,5 \cdot 10^{-4}$ | Ac | $6 \cdot 10^{-10}$ | $5 \cdot 10^{-15}$ |
| Fe | 5,1 | 2,0 | Ce | $4,5 \cdot 10^{-3}$ | $6 \cdot 10^{-4}$ | Th | $8 \cdot 10^{-4}$ | $7 \cdot 10^{-5}$ |
| Co | $3,0 \cdot 10^{-3}$ | $1,5 \cdot 10^{-3}$ | Pr | $7,4 \cdot 10^{-3}$ | $9 \cdot 10^{-5}$ | Pa | $1 \cdot 10^{-10}$ | $8 \cdot 10^{-12}$ |
| Ni | $8,0 \cdot 10^{-3}$ | $3,2 \cdot 10^{-3}$ | Nd | $2,5 \cdot 10^{-3}$ | $3,5 \cdot 10^{-4}$ | U | $3 \cdot 10^{-4}$ | $2 \cdot 10^{-5}$ |
| Cu | $1,0 \cdot 10^{-2}$ | $3,6 \cdot 10^{-3}$ | Pm | 0,0 | 0,0 | Np | 0,0 | 0,0 |
| Zn | $5 \cdot 10^{-3}$ | $1,5 \cdot 10^{-3}$ | Sm | $7 \cdot 10^{-4}$ | $9 \cdot 10^{-5}$ | Pu | $1 \cdot 10^{-15}$ | $7 \cdot 10^{-17}$ |
| Ga | $1,5 \cdot 10^{-3}$ | $4 \cdot 10^{-4}$ | Eu | $1,2 \cdot 10^{-4}$ | $1,8 \cdot 10^{-5}$ | Am | 0,0 | 0,0 |
| Ge | $7 \cdot 10^{-4}$ | $2 \cdot 10^{-4}$ | Gd | $1 \cdot 10^{-3}$ | $1 \cdot 10^{-4}$ | innentől kezdve végig 0 | | |

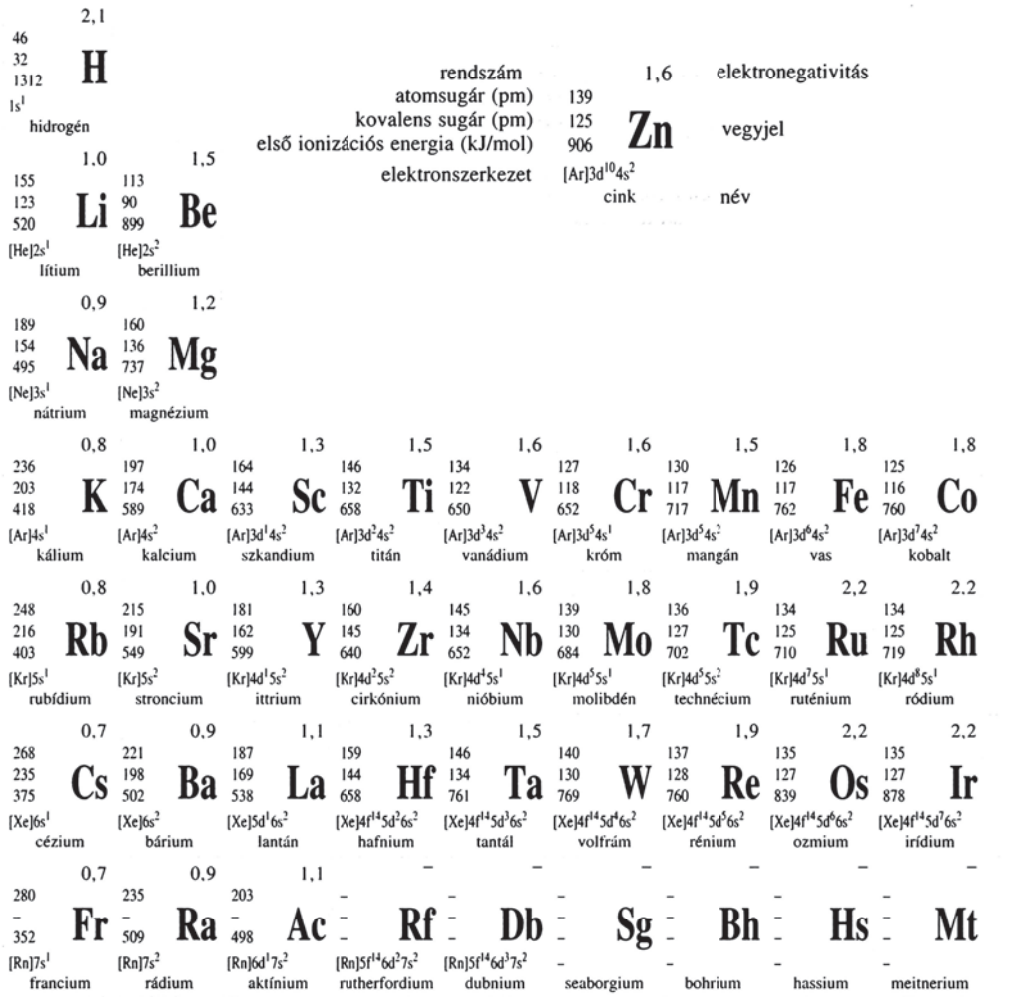
A tömegszázalék és az atomszázalék adatait különböző módszerrel határozták meg; innen erednek a kis gyakoriságú elemeknél tapasztalható eltérések.

## 2.4. Az atomok relatív gyakorisága a Világegyetemben

| Atom | Atom% | Atom | Atom% |
|---|---|---|---|
| H | 90,78 | Co | $2{,}6 \cdot 10^{-5}$ |
| He | 9,08 | Ni | $3{,}5 \cdot 10^{-4}$ |
| Li | $2{,}6 \cdot 10^{-7}$ | Cu | $1{,}2 \cdot 10^{-6}$ |
| Be | $4{,}2 \cdot 10^{-8}$ | Zn | $4{,}2 \cdot 10^{-7}$ |
| B | $5{,}2 \cdot 10^{-8}$ | Ga | $1{,}7 \cdot 10^{-7}$ |
| C | $2{,}1 \cdot 10^{-2}$ | Ge | $6{,}5 \cdot 10^{-7}$ |
| N | $4{,}2 \cdot 10^{-2}$ | As | $1{,}2 \cdot 10^{-6}$ |
| O | $5{,}7 \cdot 10^{-2}$ | Se | $6{,}5 \cdot 10^{-8}$ |
| F | $2{,}3 \cdot 10^{-5}$ | Br | $1{,}1 \cdot 10^{-7}$ |
| Ne | $6{,}2 \cdot 10^{-3}$ | Kr | $1{,}3 \cdot 10^{-6}$ |
| Na | $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ | Rb | $1{,}8 \cdot 10^{-8}$ |
| Mg | $2{,}3 \cdot 10^{-3}$ | Sr | $1{,}0 \cdot 10^{-7}$ |
| Al | $2{,}3 \cdot 10^{-4}$ | Y | $2{,}6 \cdot 10^{-8}$ |
| Si | $2{,}6 \cdot 10^{-3}$ | Zr | $3{,}9 \cdot 10^{-7}$ |
| P | $3{,}4 \cdot 10^{-5}$ | Nb | $2{,}3 \cdot 10^{-9}$ |
| S | $9{,}1 \cdot 10^{-4}$ | Mo | $4{,}9 \cdot 10^{-8}$ |
| Cl | $4{,}4 \cdot 10^{-5}$ | Ru | $2{,}4 \cdot 10^{-8}$ |
| Ar | $5{,}7 \cdot 10^{-4}$ | Rh | $9{,}9 \cdot 10^{-9}$ |
| K | $1{,}8 \cdot 10^{-5}$ | Pd | $8{,}3 \cdot 10^{-9}$ |
| Ca | $1{,}7 \cdot 10^{-4}$ | Ag | $7{,}0 \cdot 10^{-9}$ |
| Sc | $4{,}7 \cdot 10^{-8}$ | Cd | $6{,}7 \cdot 10^{-9}$ |
| Ti | $6{,}7 \cdot 10^{-6}$ | In | $2{,}6 \cdot 10^{-9}$ |
| V | $6{,}5 \cdot 10^{-7}$ | Sn | $1{,}6 \cdot 10^{-7}$ |
| Cr | $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ | Sb | $4{,}4 \cdot 10^{-9}$ |
| Mn | $2{,}0 \cdot 10^{-5}$ | Te | $4{,}1 \cdot 10^{-10}$ |
| Fe | $4{,}7 \cdot 10^{-3}$ | I | $4{,}7 \cdot 10^{-9}$ |

## 2.5. Az emberi test összetétele

| Atom | Tömeg% | Atom | Tömeg% | Atom | Tömeg% | Atom | Tömeg% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| O | 61 | Na | 0,14 | Sr | 0,00046 | Sn | 0,00002 |
| C | 23 | Cl | 0,12 | Br | 0,00029 | Mn | 0,00002 |
| H | 10 | Mg | 0,027 | Pb | 0,00017 | I | 0,00002 |
| N | 2,6 | Si | 0,026 | Cu | 0,00010 | Au | 0,00001 |
| Ca | 1,4 | Fe | 0,006 | Al | 0,00009 | Mo | 0,00001 |
| P | 1,1 | F | 0,0037 | Cd | 0,00007 | Cr | 0,000003 |
| S | 0,20 | Zn | 0,0033 | B | 0,00007 | Co | 0,000002 |
| K | 0,20 | Rb | 0,00046 | Ba | 0,00003 | U | 0,0000001 |



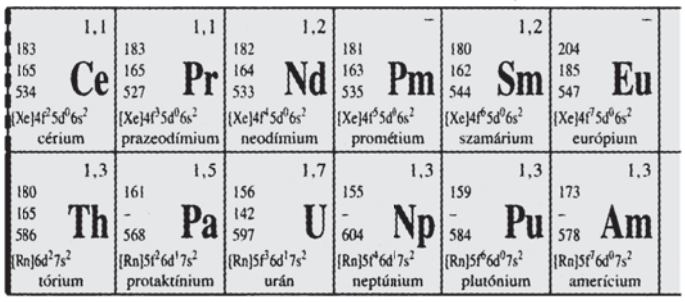

Színkód:

s-mező

p-mező

d-mező

f-mező



| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | – | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | 122 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | 93 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | 2372 | **He** |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | $1s^2$ | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | hélium | |
| | | | | | | | | 2,0 | | 2,5 | | 3,0 | | 3,5 | | 4,0 | | – | |
| | | | | | | | | 91 | | 77 | | 71 | | 66 | | 64 | | 160 | |
| | | | | | | | | 82 | | 77 | | 75 | | 73 | | 72 | | 71 | |
| | | | | | | | | 800 | **B** | 1086 | **C** | 1402 | **N** | 1313 | **O** | 1681 | **F** | 2080 | **Ne** |
| | | | | | | | | $[He]2s^2 2p^1$ | | $[He]2s^2 2p^2$ | | $[He]2s^2 2p^3$ | | $[He]2s^2 2p^4$ | | $[He]2s^2 2p^5$ | | $[He]2s^2 2p^6$ | |
| | | | | | | | | bór | | szén | | nitrogén | | oxigén | | fluor | | neon | |
| | | | | | | | | | | 1,5 | | 1,8 | | 2,1 | | 2,5 | | 3,0 | – |
| | | | | | | | | | | 143 | | 134 | | 130 | | 104 | | 99 | 192 |
| | | | | | | | | | | 118 | | 111 | | 106 | | 102 | | 99 | 98 |
| | | | | | | | | | | 577 | **Al** | 786 | **Si** | 1011 | **P** | 999 | **S** | 1251 | **Cl** | 1520 | **Ar** |
| | | | | | | | | | | $[Ne]3s^2 3p^1$ | | $[Ne]3s^2 3p^2$ | | $[Ne]3s^2 3p^3$ | | $[Ne]3s^2 3p^4$ | | $[Ne]3s^2 3p^5$ | | $[Ne]3s^2 3p^6$ | |
| | | | | | | | | | | alumínium | | szilícium | | foszfor | | kén | | klór | | argon | |
| 1,8 | | 1,9 | | 1,6 | | 1,6 | | 1,8 | | 2,0 | | 2,4 | | 2,8 | | – | | | |
| 124 | | 128 | | 139 | | 139 | | 139 | | 148 | | 117 | | 114 | | 198 | | | |
| 115 | | 117 | | 125 | | 126 | | 122 | | 120 | | 116 | | 114 | | 112 | | | |
| 737 | **Ni** | 745 | **Cu** | 906 | **Zn** | 578 | **Ga** | 762 | **Ge** | 947 | **As** | 940 | **Se** | 1139 | **Br** | 1350 | **Kr** | | |
| $[Ar]3d^8 4s^2$ | | $[Ar]3d^{10} 4s^1$ | | $[Ar]3d^{10} 4s^2$ | | $[Ar]3d^{10} 4s^2 4p^1$ | | $[Ar]3d^{10} 4s^2 4p^2$ | | $[Ar]3d^{10} 4s^2 4p^3$ | | $[Ar]3d^{10} 4s^2 4p^4$ | | $[Ar]3d^{10} 4s^2 4p^5$ | | $[Ar]3d^{10} 4s^2 4p^6$ | | | |
| nikkel | | réz | | cink | | gallium | | germánium | | arzén | | szelén | | bróm | | kripton | | | |
| 2,2 | | 1,9 | | 1,7 | | 1,7 | | 1,8 | | 1,9 | | 2,1 | | 2,5 | | – | | | |
| 134 | | 144 | | 156 | | 166 | | 158 | | 161 | | 137 | | 133 | | 218 | | | |
| 128 | | 134 | | 148 | | 144 | | 141 | | 140 | | 136 | | 133 | | 131 | | | |
| 804 | **Pd** | 730 | **Ag** | 867 | **Cd** | 558 | **In** | 708 | **Sn** | 833 | **Sb** | 869 | **Te** | 1008 | **I** | 1170 | **Xe** | | |
| $[Kr]4d^{10}$ | | $[Kr]4d^{10} 5s^1$ | | $[Kr]4d^{10} 5s^2$ | | $[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^1$ | | $[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^2$ | | $[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^3$ | | $[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^4$ | | $[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^5$ | | $[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^6$ | | | |
| palládium | | ezüst | | kadmium | | indium | | ón | | antimon | | tellúr | | jód | | xenon | | | |
| 2,2 | | 2,3 | | 1,9 | | 1,8 | | 1,8 | | 1,9 | | 2,0 | | – | | – | | | |
| 138 | | 144 | | 160 | | 171 | | 175 | | 182 | | 176 | | 230 | | – | | | |
| 130 | | 134 | | 149 | | 148 | | 147 | | 146 | | 146 | | 145 | | – | | | |
| 868 | **Pt** | 890 | **Au** | 1007 | **Hg** | 589 | **Tl** | 715 | **Pb** | 703 | **Bi** | 812 | **Po** | – | **At** | 1037 | **Rn** | | |
| $[Xe]4f^{14} 5d^9 6s^1$ | | $[Xe]4f^{14} 5d^{10} 6s^1$ | | $[Xe]4f^{14} 5d^{10} 6s^2$ | | $[Xe]4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^1$ | | $[Xe]4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^2$ | | $[Xe]4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^3$ | | $[Xe]4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^4$ | | $[Xe]4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^5$ | | $[Xe]4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^6$ | | | |
| platina | | arany | | higany | | tallium | | ólom | | bizmut | | polónium | | asztácium | | radon | | | |
| 110 | | 111 | | 112 | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | 1,1 | | 1,2 | | – | | 1,2 | | 1,2 | | 1,2 | | 1,1 | 1,2 |
| | | 180 | | 186 | | 185 | | 177 | | 176 | | 175 | | 195 | 173 |
| | | 161 | | 159 | | 159 | | 158 | | 157 | | 156 | | – | 156 |
| | | 593 | **Gd** | 565 | **Tb** | 573 | **Dy** | 580 | **Ho** | 589 | **Er** | 596 | **Tm** | 603 | **Yb** | 523 | **Lu** |
| | | $[Xe]4f^7 5d^1 6s^2$ | | $[Xe]4f^9 5d^0 6s^2$ | | $[Xe]4f^{10} 5d^0 6s^2$ | | $[Xe]4f^{11} 5d^0 6s^2$ | | $[Xe]4f^{12} 5d^0 6s^2$ | | $[Xe]4f^{13} 5d^0 6s^2$ | | $[Xe]4f^{14} 5d^0 6s^2$ | $[Xe]4f^{14} 5d^1 6s^2$ |
| | | gadolínium | | terbium | | diszprózium | | holmium | | erbium | | túlium | | itterbium | lutécium |
| | | – | | – | | – | | – | | – | | – | | – | – |
| | | 174 | | 170 | | 186 | | 186 | | – | | – | | – | – |
| | | – | | – | | – | | – | | – | | – | | – | – |
| | | 580 | **Cm** | 601 | **Bk** | 607 | **Cf** | 619 | **Es** | 627 | **Fm** | 634 | **Md** | 641 | **No** | – | **Lr** |
| | | $[Rn]5f^7 6d^1 7s^2$ | | $[Rn]5f^9 6d^0 7s^2$ | | $[Rn]5f^{10} 6d^0 7s^2$ | | $[Rn]5f^{11} 6d^0 7s^2$ | | $[Rn]5f^{12} 6d^0 7s^2$ | | $[Rn]5f^{13} 6d^0 7s^2$ | | $[Rn]5f^{14} 6d^0 7s^2$ | $[Rn]5f^{14} 6d^1 7s^2$ |
| | | kűrium | | berkélium | | kalifornium | | einsteinium | | fermium | | mendelévium | | nobélium | laurencium |

**Rendszám:** az atommagban található protonok száma.

**Elektronszerkezet:** a számokkal jelzett héjak és betűkkel jelzett alhéjak pályáit alkotó elektronok számai. A szögletes zárójelbe tett vegyjelek az adott atomnál felírt elektronszerkezet rövidítésére szolgálnak.

**Elektronegativitás:** viszonyszám, amely a kötésben lévő atomok elektronvonzó képességét jellemzi. A skálát úgy alakították ki, hogy a lítium elektronegativitását 1-nek, a fluorét 4-nek vették. Legkisebb értéke 0,7 (francium), legnagyobb értéke pedig 4,0 (fluor). Nemesgázokra nem értelmezzük.

**Atomsugár:** a legkülső atompálya sugara. Tekintve, hogy az atompálya térbeli kiterjedése csak valószínűségi adattal definiált (lásd 305. oldal), az atomsugár is egyfajta átlagértéknek tekintendő.

**Kovalens sugár:** a kovalens kötésben lévő atom átlagos atomsugara. Azonos atomok kapcsolódása esetén a kovelans sugár mindig kisebb az atomsugárnál. A nagyobb elektronegativitású atomok a kovalens kötéssel hozzájuk kapcsolódó kisebb elektronegativitású atomok elektronjait maguk felé vonzzák, és ezzel kovalens sugarukat az atomsugárnál nagyobbra növelik.

**Ionizációs energia:** a gáz-halmazállapotú szabad atomból a legkönnyebben leszakítható elektron eltávolításához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Szokásos mértékegysége kJ/mol. A második, harmadik stb. ionizációs energia értéke azonban egyre nagyobb, hiszen a kilépő elektront már eleve pozitív részecskéről kell eltávolítani. Az ionizációs energia számértéke megegyezik azzal a kJ-ban kifejezett energiamennyiséggel, amely ahhoz szükséges, hogy 1 mol gáz-halmazállapotú szabad atomból a legkönnyebben leszakítható elektront eltávolítsuk.

| Rendszám | Vegyjel | Név | Elektronszerkezet | Elektronegativitás | Atomsugár (pm) | Kovalens sugár (pm) | Első ionizációs energia (kJ/mol) | Második ionizációs energia (kJ/mol) | Harmadik ionizációs energia (kJ/mol) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | H | hidrogén | $1s^1$ | 2,1 | 46 | 32 | 1312 | – | – |
| 2 | He | hélium | $1s^2$ | – | 122 | 93 | 2372 | 5250 | – |
| 3 | Li | lítium | $[He]2s^1$ | 1,0 | 155 | 123 | 520 | 7298 | 11815 |
| 4 | Be | berillium | $[He]2s^2$ | 1,5 | 113 | 90 | 899 | 1757 | 14848 |
| 5 | B | bór | $[He]2s^22p^1$ | 2,0 | 91 | 82 | 800 | 2427 | 3659 |
| 6 | C | szén | $[He]2s^22p^2$ | 2,5 | 77 | 77 | 1086 | 2352 | 4620 |
| 7 | N | nitrogén | $[He]2s^22p^3$ | 3,0 | 71 | 75 | 1402 | 2856 | 4578 |
| 8 | O | oxigén | $[He]2s^22p^4$ | 3,5 | 66 | 73 | 1313 | 3388 | 5300 |
| 9 | F | fluor | $[He]2s^22p^5$ | 4,0 | 64 | 72 | 1681 | 3374 | 6050 |
| 10 | Ne | neon | $[He]2s^22p^6$ | – | 160 | 71 | 2080 | 3952 | 6121 |
| 11 | Na | nátrium | $[Ne]3s^1$ | 0,9 | 189 | 154 | 495 | 4562 | 6910 |

| Rendszám | Vegyjel | Név | Elektronszerkezet | Elektronegativitás | Atomsugár (pm) | Kovalens sugár (pm) | Első ionizációs energia (kJ/mol) | Második ionizációs energia (kJ/mol) | Harmadik ionizációs energia (kJ/mol) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | Mg | magnézium | $[Ne]3s^2$ | 1,2 | 160 | 136 | 737 | 1450 | 7732 |
| 13 | Al | alumínium | $[Ne]3s^23p^1$ | 1,5 | 143 | 118 | 577 | 1816 | 2744 |
| 14 | Si | szilícium | $[Ne]3s^23p^2$ | 1,8 | 134 | 111 | 786 | 1577 | 3231 |
| 15 | P | foszfor | $[Ne]3s^23p^3$ | 2,1 | 130 | 106 | 1011 | 1907 | 2914 |
| 16 | S | kén | $[Ne]3s^23p^4$ | 2,5 | 104 | 102 | 999 | 2251 | 3356 |
| 17 | Cl | klór | $[Ne]3s^23p^5$ | 3,0 | 99 | 99 | 1251 | 2297 | 3821 |
| 18 | Ar | argon | $[Ne]3s^23p^6$ | – | 192 | 98 | 1520 | 2665 | 3930 |
| 19 | K | kálium | $[Ar]4s^1$ | 0,8 | 236 | 203 | 418 | 3051 | 4419 |
| 20 | Ca | kalcium | $[Ar]4s^2$ | 1,0 | 197 | 174 | 589 | 1145 | 4912 |
| 21 | Sc | szkandium | $[Ar]3d^14s^2$ | 1,3 | 164 | 144 | 633 | 1234 | 2388 |
| 22 | Ti | titán | $[Ar]3d^24s^2$ | 1,5 | 146 | 132 | 658 | 1309 | 2652 |
| 23 | V | vanádium | $[Ar]3d^34s^2$ | 1,6 | 134 | 122 | 650 | 1414 | 2828 |
| 24 | Cr | króm | $[Ar]3d^54s^1$ | 1,6 | 127 | 118 | 652 | 1590 | 2987 |
| 25 | Mn | mangán | $[Ar]3d^54s^2$ | 1,5 | 130 | 117 | 717 | 1509 | 3248 |
| 26 | Fe | vas | $[Ar]3d^64s^2$ | 1,8 | 126 | 117 | 762 | 1561 | 2957 |
| 27 | Co | kobalt | $[Ar]3d^74s^2$ | 1,8 | 125 | 116 | 760 | 1648 | 3232 |
| 28 | Ni | nikkel | $[Ar]3d^84s^2$ | 1,8 | 124 | 115 | 737 | 1753 | 3395 |
| 29 | Cu | réz | $[Ar]3d^{10}4s^1$ | 1,9 | 128 | 117 | 745 | 1957 | 3554 |
| 30 | Zn | cink | $[Ar]3d^{10}4s^2$ | 1,6 | 139 | 125 | 906 | 1733 | 3832 |
| 31 | Ga | gallium | $[Ar]3d^{10}4s^24p^1$ | 1,6 | 139 | 126 | 578 | 1979 | 2963 |
| 32 | Ge | germánium | $[Ar]3d^{10}4s^24p^2$ | 1,8 | 139 | 122 | 762 | 1537 | 3302 |
| 33 | As | arzén | $[Ar]3d^{10}4s^24p^3$ | 2,0 | 148 | 120 | 947 | 1797 | 2735 |
| 34 | Se | szelén | $[Ar]3d^{10}4s^24p^4$ | 2,4 | 117 | 116 | 940 | 2044 | 2973 |
| 35 | Br | bróm | $[Ar]3d^{10}4s^24p^5$ | 2,8 | 114 | 114 | 1139 | 2103 | 3473 |
| 36 | Kr | kripton | $[Ar]3d^{10}4s^24p^6$ | – | 198 | 112 | 1350 | 2350 | 3565 |
| 37 | Rb | rubídium | $[Kr]5s^1$ | 0,8 | 248 | 216 | 403 | 2632 | 3859 |
| 38 | Sr | stroncium | $[Kr]5s^2$ | 1,0 | 215 | 191 | 549 | 1064 | 4138 |
| 39 | Y | ittrium | $[Kr]4d^15s^2$ | 1,3 | 181 | 162 | 599 | 1180 | 1979 |
| 40 | Zr | cirkónium | $[Kr]4d^25s^2$ | 1,4 | 160 | 145 | 640 | 1266 | 2218 |
| 41 | Nb | nióbium | $[Kr]4d^45s^1$ | 1,6 | 145 | 134 | 652 | 1381 | 2415 |
| 42 | Mo | molibdén | $[Kr]4d^55s^1$ | 1,8 | 139 | 130 | 684 | 1559 | 2617 |
| 43 | Tc | technécium | $[Kr]4d^55s^2$ | 1,9 | 136 | 127 | 702 | 1472 | 2850 |

## 2.7. Az atomok elektronszerkezete és fizikai tulajdonságai (folytatás)

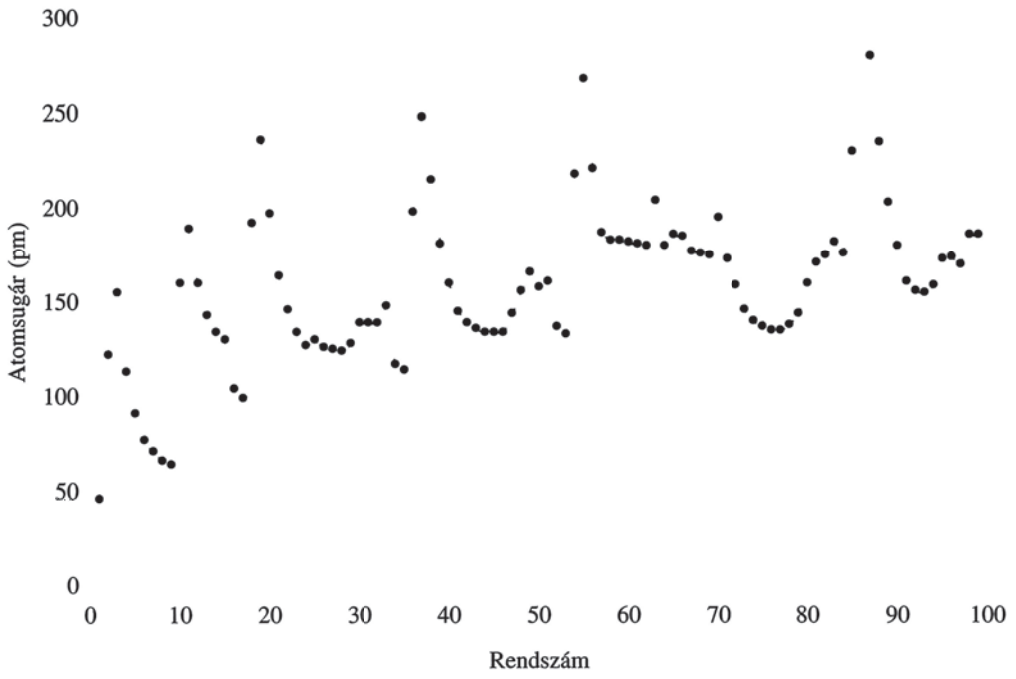
| Rendszám | Vegyjel | Név | Elektronszerkezet | Elektronegativitás | Atomsugár (pm) | Kovalens sugár (pm) | Első ionizációs energia (kJ/mol) | Második ionizációs energia (kJ/mol) | Harmadik ionizációs energia (kJ/mol) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 44 | Ru | ruténium | $[Kr]4d^7 5s^1$ | 2,2 | 134 | 125 | 710 | 1617 | 2746 |
| 45 | Rh | ródium | $[Kr]4d^8 5s^1$ | 2,2 | 134 | 125 | 719 | 1744 | 2996 |
| 46 | Pd | palládium | $[Kr]4d^{10}$ | 2,2 | 134 | 128 | 804 | 1874 | 3177 |
| 47 | Ag | ezüst | $[Kr]4d^{10} 5s^1$ | 1,9 | 144 | 134 | 730 | 2073 | 3360 |
| 48 | Cd | kadmium | $[Kr]4d^{10} 5s^2$ | 1,7 | 156 | 148 | 867 | 1631 | 3616 |
| 49 | In | indium | $[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^1$ | 1,7 | 166 | 144 | 558 | 1820 | 2704 |
| 50 | Sn | ón | $[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^2$ | 1,8 | 158 | 141 | 708 | 1411 | 2943 |
| 51 | Sb | antimon | $[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^3$ | 1,9 | 161 | 140 | 833 | 1594 | 2441 |
| 52 | Te | tellúr | $[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^4$ | 2,1 | 137 | 136 | 869 | 1794 | 2697 |
| 53 | I | jód | $[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^5$ | 2,5 | 133 | 133 | 1008 | 1845 | 3184 |
| 54 | Xe | xenon | $[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^6$ | – | 218 | 131 | 1170 | 2046 | 3099 |
| 55 | Cs | cézium | $[Xe]6s^1$ | 0,7 | 268 | 235 | 375 | 2234 | – |
| 56 | Ba | bárium | $[Xe]6s^2$ | 0,9 | 221 | 198 | 502 | 965 | – |
| 57 | La | lantán | $[Xe]5d^1 6s^2$ | 1,1 | 187 | 169 | 538 | 1067 | 1850 |
| 58 | Ce | cérium | $[Xe]4f^2 5d^0 6s^2$ | 1,1 | 183 | 165 | 534 | 1046 | 1948 |
| 59 | Pr | prazeodímium | $[Xe]4f^3 5d^0 6s^2$ | 1,1 | 183 | 165 | 527 | 1017 | 2086 |
| 60 | Nd | neodímium | $[Xe]4f^4 5d^0 6s^2$ | 1,2 | 182 | 164 | 533 | 1035 | 2132 |
| 61 | Pm | prométium | $[Xe]4f^5 5d^0 6s^2$ | – | 181 | 163 | 535 | 1051 | 2151 |
| 62 | Sm | szamárium | $[Xe]4f^6 5d^0 6s^2$ | 1,2 | 180 | 162 | 544 | 1068 | 2257 |
| 63 | Eu | európium | $[Xe]4f^7 5d^0 6s^2$ | – | 204 | 185 | 547 | 1084 | 2404 |
| 64 | Gd | gadolínium | $[Xe]4f^7 5d^1 6s^2$ | 1,1 | 180 | 161 | 593 | 1166 | 1990 |
| 65 | Tb | terbium | $[Xe]4f^9 5d^0 6s^2$ | 1,2 | 186 | 159 | 565 | 1111 | 2113 |
| 66 | Dy | diszprózium | $[Xe]4f^{10} 5d^0 6s^2$ | – | 185 | 159 | 573 | 1125 | 2199 |
| 67 | Ho | holmium | $[Xe]4f^{11} 5d^0 6s^2$ | 1,2 | 177 | 158 | 580 | 1138 | 2203 |
| 68 | Er | erbium | $[Xe]4f^{12} 5d^0 6s^2$ | 1,2 | 176 | 157 | 589 | 1151 | 2194 |
| 69 | Tm | túlium | $[Xe]4f^{13} 5d^0 6s^2$ | 1,2 | 175 | 156 | 596 | 1162 | 2284 |
| 70 | Yb | itterbium | $[Xe]4f^{14} 5d^0 6s^2$ | 1,1 | 195 | 170 | 603 | 1174 | 2416 |
| 71 | Lu | lutécium | $[Xe]4f^{14} 5d^1 6s^2$ | 1,2 | 173 | 156 | 523 | 1341 | 2022 |
| 72 | Hf | hafnium | $[Xe]4f^{14} 5d^2 6s^2$ | 1,3 | 159 | 144 | 658 | 1437 | 2248 |
| 73 | Ta | tantál | $[Xe]4f^{14} 5d^3 6s^2$ | 1,5 | 146 | 134 | 761 | – | – |

| Rendszám | Vegyjel | Név | Elektronszerkezet | Elektronegativitás | Atomsugár (pm) | Kovalens sugár (pm) | Első ionizációs energia (kJ/mol) | Második ionizációs energia (kJ/mol) | Harmadik ionizációs energia (kJ/mol) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 74 | W | volfrám | $[Xe]4f^{14}5d^{4}6s^{2}$ | 1,7 | 140 | 130 | 769 | – | – |
| 75 | Re | rénium | $[Xe]4f^{14}5d^{5}6s^{2}$ | 1,9 | 137 | 128 | 760 | – | – |
| 76 | Os | ozmium | $[Xe]4f^{14}5d^{6}6s^{2}$ | 2,2 | 135 | 126 | 839 | – | – |
| 77 | Ir | irídium | $[Xe]4f^{14}5d^{7}6s^{2}$ | 2,2 | 135 | 127 | 878 | – | – |
| 78 | Pt | platina | $[Xe]4f^{14}5d^{9}6s^{1}$ | 2,2 | 138 | 130 | 868 | 1791 | – |
| 79 | Au | arany | $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^{1}$ | 2,3 | 144 | 134 | 890 | 890 | – |
| 80 | Hg | higany | $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^{2}$ | 1,9 | 160 | 149 | 1007 | 1809 | 3299 |
| 81 | Tl | tallium | $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^{2}6p^{1}$ | 1,8 | 171 | 148 | 589 | 1971 | 2878 |
| 82 | Pb | ólom | $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^{2}6p^{2}$ | 1,8 | 175 | 147 | 715 | 1450 | 3081 |
| 83 | Bi | bizmut | $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^{2}6p^{3}$ | 1,9 | 182 | 146 | 703 | 1610 | 2466 |
| 84 | Po | polónium | $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^{2}6p^{4}$ | 2,0 | 176 | 146 | 812 | – | – |
| 85 | At | asztácium | $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^{2}6p^{5}$ | – | 230 | 145 | – | – | – |
| 86 | Rn | radon | $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^{2}6p^{6}$ | – | – | – | 1037 | – | – |
| 87 | Fr | francium | $[Rn]7s^{1}$ | 0,7 | 280 | – | 386 | – | – |
| 88 | Ra | rádium | $[Rn]7s^{2}$ | 0,9 | 235 | – | 509 | 979 | – |
| 89 | Ac | aktínium | $[Rn]6d^{1}7s^{2}$ | 1,1 | 203 | – | 498 | 1167 | – |
| 90 | Th | tórium | $[Rn]6d^{2}7s^{2}$ | 1,3 | 180 | 165 | 586 | 1109 | 1929 |
| 91 | Pa | protaktínium | $[Rn]5f^{2}6d^{1}7s^{2}$ | 1,5 | 161 | – | 568 | – | – |
| 92 | U | urán | $[Rn]5f^{3}6d^{1}7s^{2}$ | 1,7 | 156 | 142 | 597 | – | – |
| 93 | Np | neptúnium | $[Rn]5f^{4}6d^{1}7s^{2}$ | 1,3 | 155 | – | 604 | – | – |
| 94 | Pu | plutónium | $[Rn]5f^{6}6d^{0}7s^{2}$ | 1,3 | 159 | – | 584 | – | – |
| 95 | Am | amerícium | $[Rn]5f^{7}6d^{0}7s^{2}$ | 1,3 | 173 | – | 578 | – | – |
| 96 | Cm | kűrium | $[Rn]5f^{7}6d^{1}7s^{2}$ | – | 174 | – | 580 | – | – |
| 97 | Bk | berkélium | $[Rn]5f^{9}6d^{0}7s^{2}$ | – | 170 | – | 601 | – | – |
| 98 | Cf | kalifornium | $[Rn]5f^{10}6d^{0}7s^{2}$ | – | 186 | – | 607 | – | – |
| 99 | Es | einsteinium | $[Rn]5f^{11}6d^{0}7s^{2}$ | – | 186 | – | 619 | – | – |
| 100 | Fm | fermium | $[Rn]5f^{12}6d^{0}7s^{2}$ | – | – | – | 627 | – | – |
| 101 | Md | mendelévium | $[Rn]5f^{13}6d^{0}7s^{2}$ | – | – | – | 634 | – | – |
| 102 | No | nobélium | $[Rn]5f^{14}6d^{0}7s^{2}$ | – | – | – | 641 | – | – |
| 103 | Lr | laurencium | $[Rn]5f^{14}6d^{1}7s^{2}$ | – | – | – | – | – | – |
| 104 | Rf | rutherfordium | $[Rn]5f^{14}6d^{2}7s^{2}$ | – | – | – | – | – | – |
| 105 | Db | dubnium | $[Rn]5f^{14}6d^{3}7s^{2}$ | – | – | – | – | – | – |

*2.8. Az atomsugarak a periódusos rendszerben*

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| H | | | | | | | | | | | | | | | | He |
| Li | Be | | | | | | | | | | | B | C | N | O | F | Ne |
| Na | Mg | | | | | | | | | | | Al | Si | P | S | Cl | Ar |
| K | Ca | Sc | Ti | V | Cr | Mn | Fe | Co | Ni | Cu | Zn | Ga | Ge | As | Se | Br | Kr |
| Rb | Sr | Y | Zr | Nb | Mo | Tc | Ru | Rh | Pd | Ag | Cd | In | Sn | Sb | Te | I | Xe |
| Cs | Ba | La | Hf | Ta | W | Re | Os | Ir | Pt | Au | Hg | Tl | Pb | Bi | Po | At | Rn |
| Fr | Ra | Ac | Rf | Db | Sg | Bh | Hs | Mt | | | | | | | | | |
| | | | Ce | Pr | Nd | Pm | Sm | Eu | Gd | Tb | Dy | Ho | Er | Tm | Yb | Lu | |
| | | | Th | Pa | U | Np | Pu | Am | Cm | Bk | Cf | Es | Fm | Md | No | Lr | |

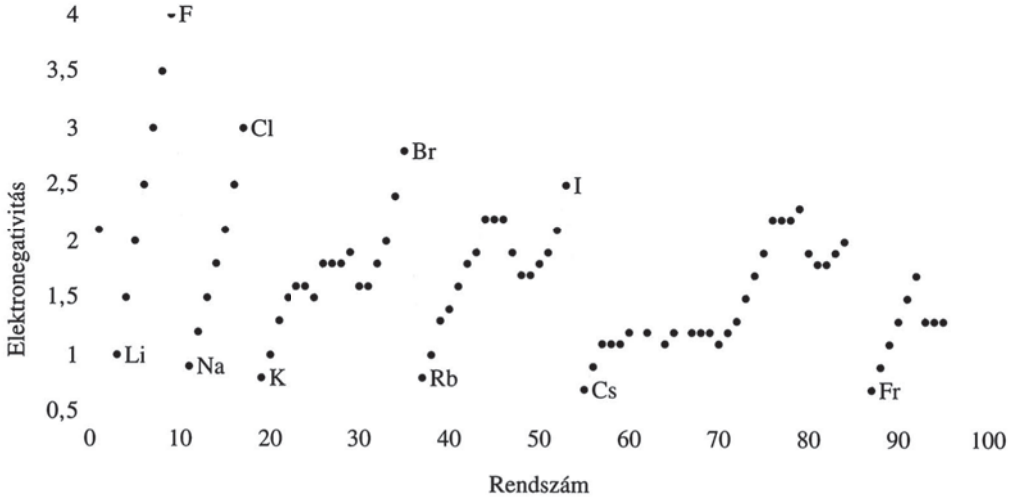
*2.9. Az atomsugarak változása a rendszám függvényében*



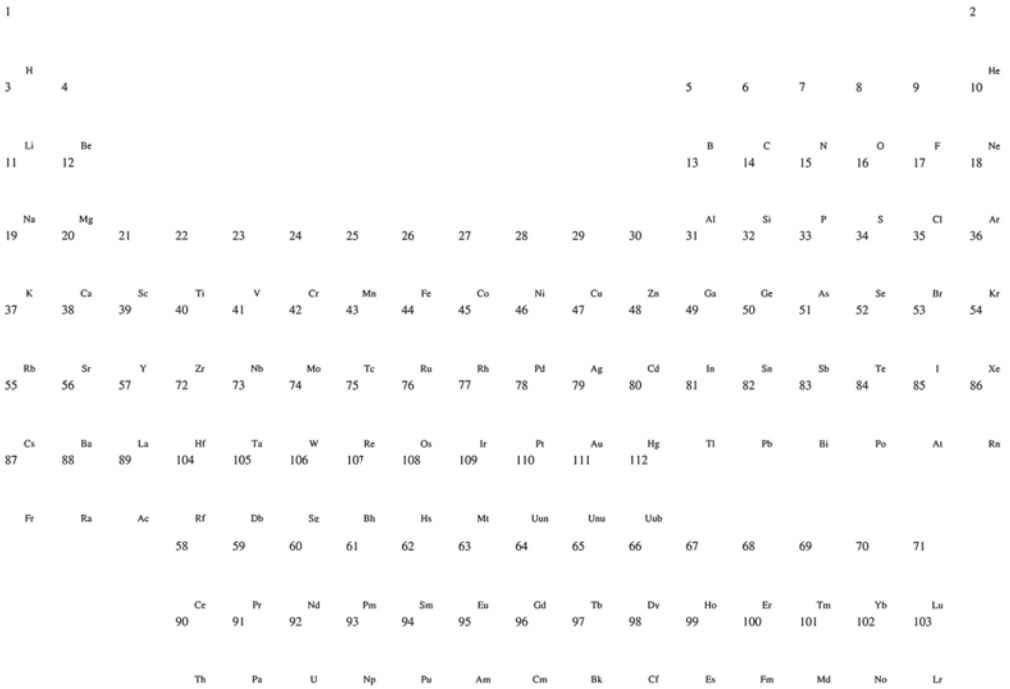
*2.10. Az elektronegativitás a periódusos rendszerben*

| 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| H | | | | | | | | | | | | | | | | | He |
| 3 | 4 | | | | | | | | | | | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Li | Be | | | | | | | | | | | B | C | N | O | F | Ne |
| 11 | 12 | | | | | | | | | | | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| Na | Mg | | | | | | | | | | | Al | Si | P | S | Cl | Ar |
| 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |
| K | Ca | Sc | Ti | V | Cr | Mn | Fe | Co | Ni | Cu | Zn | Ga | Ge | As | Se | Br | Kr |
| 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 |
| Rb | Sr | Y | Zr | Nb | Mo | Tc | Ru | Rh | Pd | Ag | Cd | In | Sn | Sb | Te | I | Xe |
| 55 | 56 | 57 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 |
| Cs | Ba | La | Hf | Ta | W | Re | Os | Ir | Pt | Au | Hg | Tl | Pb | Bi | Po | At | Rn |
| 87 | 88 | 89 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 | 111 | 112 | | | | | | |
| Fr | Ra | Ac | Rf | Db | Sg | Bh | Hs | Mt | Uun | Uuu | Uub | | | | | | |
| | | | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | |
| | | | Ce | Pr | Nd | Pm | Sm | Eu | Gd | Tb | Dy | Ho | Er | Tm | Yb | Lu | |
| | | | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 | 101 | 102 | 103 | |
| | | | Th | Pa | U | Np | Pu | Am | Cm | Bk | Cf | Es | Fm | Md | No | Lr | |

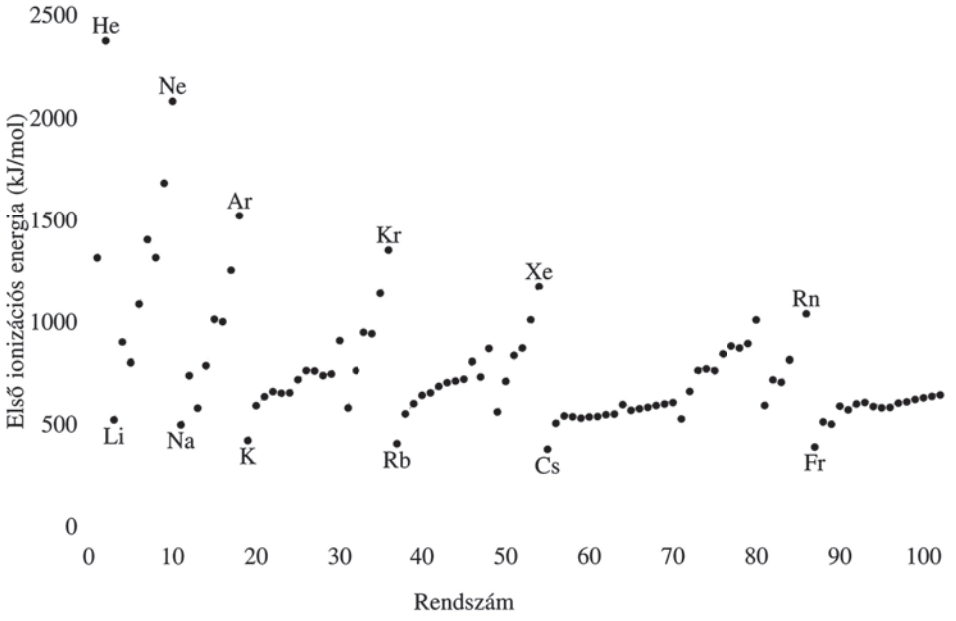
*2.11. Az elektronegativitás változása a rendszám függvényében*



*2.12. Az első ionizációs energia a periódusos rendszerben*




*2.13. Az első ionizációs energia változása a rendszám függvényében*



| Rend-szám | Vegy-jel | 1s | 2s | 2p | 3s | 3p | 3d | 4s | 4p | 4d | 4f | 5s | 5p | 5d | 5f | 6s | 6p | 6d | 7s |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | H | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | He | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | Li | 2 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | Be | 2 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | B | 2 | 2 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | C | 2 | 2 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | N | 2 | 2 | 3 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | O | 2 | 2 | 4 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | F | 2 | 2 | 5 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | Ne | 2 | 2 | 6 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | Na | 2 | 8 | | 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | Mg | 2 | 8 | | 2 | | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | Al | 2 | 8 | | 2 | 1 | | | | | | | | | | | | | |
| 14 | Si | 2 | 8 | | 2 | 2 | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | P | 2 | 8 | | 2 | 3 | | | | | | | | | | | | | |
| 16 | S | 2 | 8 | | 2 | 4 | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | Cl | 2 | 8 | | 2 | 5 | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | Ar | 2 | 8 | | 2 | 6 | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | K | 2 | 8 | | 2 | 6 | | 1 | | | | | | | | | | | |
| 20 | Ca | 2 | 8 | | 2 | 6 | | 2 | | | | | | | | | | | |
| 21 | Sc | 2 | 8 | | 2 | 6 | 1 | 2 | | | | | | | | | | | |
| 22 | Ti | 2 | 8 | | 2 | 6 | 2 | 2 | | | | | | | | | | | |
| 23 | V | 2 | 8 | | 2 | 6 | 3 | 2 | | | | | | | | | | | |
| 24 | Cr | 2 | 8 | | 2 | 6 | 5 | 1 | | | | | | | | | | | |
| 25 | Mn | 2 | 8 | | 2 | 6 | 5 | 2 | | | | | | | | | | | |
| 26 | Fe | 2 | 8 | | 2 | 6 | 6 | 2 | | | | | | | | | | | |
| 27 | Co | 2 | 8 | | 2 | 6 | 7 | 2 | | | | | | | | | | | |
| 28 | Ni | 2 | 8 | | 2 | 6 | 8 | 2 | | | | | | | | | | | |
| 29 | Cu | 2 | 8 | | 2 | 6 | 10 | 1 | | | | | | | | | | | |
| 30 | Zn | 2 | 8 | | 2 | 6 | 10 | 2 | | | | | | | | | | | |
| 31 | Ga | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 1 | | | | | | | | | | |
| 32 | Ge | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 2 | | | | | | | | | | |
| 33 | As | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 3 | | | | | | | | | | |
| 34 | Se | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 4 | | | | | | | | | | |
| 35 | Br | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 5 | | | | | | | | | | |
| 36 | Kr | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | | | | | | | | | | |
| 37 | Rb | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | | | 1 | | | | | | | |
| 38 | Sr | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | | | 2 | | | | | | | |
| 39 | Y | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 1 | | 2 | | | | | | | |
| 40 | Zr | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 2 | | 2 | | | | | | | |

*2.14. Az atomok részletes elektronszerkezete (folytatás)*

| Rend-szám | Vegy-jel | 1s | 2s | 2p | 3s | 3p | 3d | 4s | 4p | 4d | 4f | 5s | 5p | 5d | 5f | 6s | 6p | 6d | 7s |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 41 | Nb | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 4 | | 1 | | | | | | | |
| 42 | Mo | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 5 | | 1 | | | | | | | |
| 43 | Tc | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 5 | | 2 | | | | | | | |
| 44 | Ru | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 7 | | 1 | | | | | | | |
| 45 | Rh | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 8 | | 1 | | | | | | | |
| 46 | Pd | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | | | | | | | | | |
| 47 | Ag | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | | 1 | | | | | | | |
| 48 | Cd | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | | 2 | | | | | | | |
| 49 | In | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 1 | | | | | | |
| 50 | Sn | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 2 | | | | | | |
| 51 | Sb | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 3 | | | | | | |
| 52 | Te | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 4 | | | | | | |
| 53 | I | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 5 | | | | | | |
| 54 | Xe | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 6 | | | | | | |
| 55 | Cs | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 6 | | | 1 | | | |
| 56 | Ba | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 6 | | | 2 | | | |
| 57 | La | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 6 | 1 | | 2 | | | |
| 58 | Ce | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | 2 | 2 | 6 | | | 2 | | | |
| 59 | Pr | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | 3 | 2 | 6 | | | 2 | | | |
| 60 | Nd | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | 4 | 2 | 6 | | | 2 | | | |
| 61 | Pm | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | 5 | 2 | 6 | | | 2 | | | |
| 62 | Sm | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | 6 | 2 | 6 | | | 2 | | | |
| 63 | Eu | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | 7 | 2 | 6 | | | 2 | | | |
| 64 | Gd | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | 7 | 2 | 6 | 1 | | 2 | | | |
| 65 | Tb | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | 9 | 2 | 6 | | | 2 | | | |
| 66 | Dy | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | 10 | 2 | 6 | | | 2 | | | |
| 67 | Ho | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | 11 | 2 | 6 | | | 2 | | | |
| 68 | Er | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | 12 | 2 | 6 | | | 2 | | | |
| 69 | Tm | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | 13 | 2 | 6 | | | 2 | | | |
| 70 | Yb | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | | | 2 | | | |
| 71 | Lu | 2 | 8 | | | 18 | | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 1 | | 2 | | | |
| 72 | Hf | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 2 | | 2 | | | |
| 73 | Ta | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 3 | | 2 | | | |
| 74 | W | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 4 | | 2 | | | |
| 75 | Re | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 5 | | 2 | | | |
| 76 | Os | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 6 | | 2 | | | |
| 77 | Ir | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 7 | | 2 | | | |
| 78 | Pt | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 9 | | 1 | | | |
| 79 | Au | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | | 1 | | | |
| 80 | Hg | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | | 2 | | | |

| Rend-szám | Vegy-jel | 1s | 2s | 2p | 3s | 3p | 3d | 4s | 4p | 4d | 4f | 5s | 5p | 5d | 5f | 6s | 6p | 6d | 7s |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 81 | Tl | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 1 | | |
| 82 | Pb | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 2 | | |
| 83 | Bi | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 3 | | |
| 84 | Po | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 4 | | |
| 85 | At | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 5 | | |
| 86 | Rn | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 6 | | |
| 87 | Fr | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 6 | | 1 |
| 88 | Ra | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 6 | | 2 |
| 89 | Ac | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 6 | 1 | 2 |
| 90 | Th | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | | 2 | 6 | 2 | 2 |
| 91 | Pa | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | 2 | 2 | 6 | 1 | 2 |
| 92 | U | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | 3 | 2 | 6 | 1 | 2 |
| 93 | Np | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | 4 | 2 | 6 | 1 | 2 |
| 94 | Pu | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | 6 | 2 | 6 | | 2 |
| 95 | Am | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | 7 | 2 | 6 | | 2 |
| 96 | Cm | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | 7 | 2 | 6 | 1 | 2 |
| 97 | Bk | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | 9 | 2 | 6 | | 2 |
| 98 | Cf | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | 10 | 2 | 6 | | 2 |
| 99 | Es | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | 11 | 2 | 6 | | 2 |
| 100 | Fm | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | 12 | 2 | 6 | | 2 |
| 101 | Md | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | 13 | 2 | 6 | | 2 |
| 102 | No | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | | 2 |
| 103 | Lr | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 1 | 2 |
| 104 | Rf | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 2 | 2 |
| 105 | Db | 2 | 8 | | | 18 | | | 32 | | | 2 | 6 | 10 | 14 | 2 | 6 | 3 | 2 |

## *2.15. A kvantumszámok és az elektroneloszlás kapcsolata*

| Főkvantumszám | Héj | Mellékkvantumszám | Alhéj | Mágneses kvantumszám | Az atompályák száma | Az elektronok maximális száma | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n = 1$ | K | $l = 0$ | 1s | 0 | 1 | 2 | 2 |
| $n = 2$ | L | $l = 0$ | 2s | 0 | 1 | 2 | 8 |
| | | $l = 1$ | 2p | −1, 0, +1 | 3 | 6 | |
| $n = 3$ | M | $l = 0$ | 3s | 0 | 1 | 2 | 18 |
| | | $l = 1$ | 3p | −1, 0, +1 | 3 | 6 | |
| | | $l = 2$ | 3d | −2, −1, 0, +1, +2 | 5 | 10 | |
| $n = 4$ | N | $l = 0$ | 4s | 0 | 1 | 2 | 32 |
| | | $l = 1$ | 4p | −1, 0, +1 | 3 | 6 | |
| | | $l = 2$ | 4d | −2, −1, 0, +1, +2 | 5 | 10 | |
| | | $l = 3$ | 4f | −3, −2, −1, 0, +1, +2, +3 | 7 | 14 | |

## 2.16. Az atomok lehetséges és jellemző oxidációs állapotai

Egyes vegyületekben bizonyos atomok oxidációs száma törtszám is lehet. Ezeket a lehetőségeket a táblázat nem tartalmazza. A gyakori (különösen stabil) oxidációs állapotokat csillag jelöli. A vegyjel alatti számok negatív, a felettiek pozitív értéket jelentenek.

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | 7* | |
| | | | | | | | | | | | | | | 6* | 6 | |
| | | | | | | 5* | | | | | | | 5* | 5 | 5* | |
| | | | | | 4* | 4 | | | | | | 4* | 4 | 4* | 4 | |
| | | | | 3* | 3 | 3 | | | | | 3* | 3 | 3* | 3 | 3* | |
| | | | 2* | 2 | 2 | 2 | 2 | | | 2* | | 2 | 2 | 2* | 2 | |
| 1* | | 1* | | 1 | 1 | 1 | 1 | | 1* | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1* | |
| H | He | Li | Be | B | C | N | O | F | Ne | Na | Mg | Al | Si | P | S | Cl | Ar |
| 1 | | 1 | | | 1 | 1 | 1 | 1* | | 1 | | | 1 | 1 | 1 | 1* | |
| | | | | | 2 | 2 | 2* | | | | | | 2 | 2 | 2* | | |
| | | | | | 3 | 3* | | | | | | | 3 | 3* | | | |
| | | | | | 4* | | | | | | | | 4* | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 7* | | | | | | | | | 7 | |
| | | | | | 6* | 6 | 6 | | | | | | | 6* | | |
| | | | | 5* | 5 | 5 | 5 | 5 | | | | | 5* | | 5* | |
| | | | 4* | 4 | 4* | 4* | 4 | 4 | 4 | 4 | | 4* | | 4* | 4 | |
| | | 3* | 3 | 3 | 3 | 3 | 3* | 3* | 3 | 3 | | 3* | 3 | 3* | | 3* |
| | 2* | 2 | 2 | 2 | 2 | 2* | 2* | 2* | 2* | 2* | 2* | 2 | 2* | 2 | 2* | | 2* |
| 1* | | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 1 | | | 1* | |
| K | Ca | Sc | Ti | V | Cr | Mn | Fe | Co | Ni | Cu | Zn | Ga | Ge | As | Se | Br | Kr |
| | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | 1* | |
| | | | | | 2 | 2 | 2 | | | | | | | | 3* | | |
| | | | | | | 3 | | | | | | | | 3* | | | |
| | | | | | | | | | | | | | 4* | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | 8 | | | | | | | | | 8 |
| | | | | | | 7* | 7 | | | | | | | | 7* | |
| | | | | | 6* | 6 | 6 | 6 | | | | | | 6* | | 6* |
| | | | | 5* | 5 | 5 | 5 | 5 | | | | | 5* | 5 | 5* | |
| | | | 4* | 4 | 4* | 4* | 4* | 4 | 4* | | | | 4* | | 4* | 4* |
| | | 3* | 3 | 3 | 3 | 3 | 3* | 3* | | 3 | | 3* | | 3* | | 3* |
| | 2* | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2* | 2 | 2* | 2 | 2* | | 2* | | 2* |
| 1* | | | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | | 1* | | 1 | | | | 1* | |
| Rb | Sr | Y | Zr | Nb | Mo | Tc | Ru | Rh | Pd | Ag | Cd | In | Sn | Sb | Te | I | Xe |
| | | | | 1 | 1 | 1 | | 1 | | | | | | | | 1* | |
| | | | | | 2 | | 2 | | | | | | | | 2 | | |
| | | | | | | 3 | | | | | | | | 3 | | | |
| | | | | | | | | | | | | | 4 | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 4* | 4 | | | | | | 4 | | | | | | | 4* |
| | | 3* | 3* | 3* | 3* | 3* | 3* | 3* | 3* | 3* | 3* | 3* | 3* | 3* | 3* | 3* | 3 |
| | 2* | 2 | 2 | 2 | 2 | | 2 | 2* | 2 | | 2 | | | 2 | 2 | | 2 |
| 1* | | | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | |
| Cs | Ba | La | Ce | Pr | Nd | Pm | Sm | Eu | Gd | Tb | Dy | Ho | Er | Tm | Yb | Lu | Hf |
| | | | 8 | | | | | | | | | | | | | | |
| | | 7 | 7 | | | | | | | | 7 | | | | | | |
| | 6* | 6 | 6 | 6 | 6 | | | | | | 6 | | | | | | |
| 5* | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | | | | | 5 | | 5 | | | | | |
| 4 | 4* | 4* | 4* | 4* | 4* | | | | 4* | | 4* | | | | | | 4* |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | | 3* | | 3* | | 3* | | 3 | | | | 3* | 3 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2* | 2 | 2* | | 2* | | 2* | | | | 2* | | 2 |
| | 1 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 1* | 1* | | | | 1* | | 1* | | | |
| Ta | W | Re | Os | Ir | Pt | Au | Hg | Tl | Pb | Bi | Po | At | Rn | Fr | Ra | Ac | Th |
| 1 | 1 | 1 | | 1 | | | | | | | | 1* | | | | | |
| | 2 | | 2 | | | | | | | | 2* | | | | | | |
| | | 3 | | | | | | | | 3 | | | | | | | |
| | | | | | | | | | 4 | | | | | | | | |
| | | 7 | 7 | | | | | | | | | | | | | | |
| | 6* | 6 | 5 | 6 | | | | | | | | | | | | | |
| 5* | 5 | 5* | 5 | 5 | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 4 | 4 | 4* | 4 | 4 | 4 | 4 | | | | | | 4* | | | | |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3* | 3* | 3* | 3* | 3* | 3* | 3* | 3* | 3* | | | | | |
| | | | | 2 | | | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | | | | | | |
| Pa | U | Np | Pu | Am | Cm | Bk | Cf | Es | Fm | Md | No | Lr | Rf | Db | Sg | Bh | Hs |

*2.17. Az elektronok kötési energiája (eV-ban) a szabad atomok egyes alhéjain, pályáin*

**Atompálya:** az atomban található elektron egy adott energiaszintjéhez tartozó állapot. Fizikailag többé-kevésbé egy térrésznek feleltethető meg, amelyben az elektron 90 százalékos valószínűséggel tartózkodik.

**Pályaenergia:** a szabad atom az adott pályáján levő elektron kiszakításához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Szokásos mértékegysége kJ/mol. Számértéke megegyezik azzal a kJ-ban kifejezett energiával, amelyet ahhoz kell befektetnünk, hogy 1 mol atomból az adott pályán lévő 1 mol elektront kiszakítsuk. Egyetlen atomra is megadható, ekkor eV (elektronvolt) vagy aJ (attozsul) egységeket használunk.
A táblázat adatai gerjesztett atomok vizsgálatából keletkeztek. A csillaggal jelölt hiányok azért vannak, mert az elektron a gerjesztés következtében elhagyta az atomot.

*2.17. Az elektronok kötési energiája (eV-ban)... (folytatás)*

| Atom | 1s | 2s | 2p | 3s | 3p | 3d | 4s | 4p |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| H | 14 | | | | | | | |
| He | 26 | | | | | | | |
| Li | 66 | * | | | | | | |
| Be | 111 | * | | | | | | |
| B | 188 | * | 6 | | | | | |
| C | 284 | * | 7 | | | | | |
| N | 399 | * | 9 | | | | | |
| O | 632 | 24 | 7 | | | | | |
| F | 686 | 31 | 9 | | | | | |
| Ne | 887 | 46 | 18 | | | | | |
| Na | 1072 | 63 | 31 | 1 | | | | |
| Mg | 1306 | 89 | 52 | 2 | | | | |
| Al | 1660 | 118 | 73 | 1 | * | | | |
| Si | 1839 | 149 | 100 | 8 | 3 | | | |
| P | 2149 | 189 | 136 | 16 | 10 | | | |
| S | 2472 | 229 | 165 | 16 | 8 | | | |
| Cl | 2823 | 270 | 202 | 18 | 7 | | | |
| Ar | 3203 | 320 | 247 | 26 | 12 | | | |
| K | 3608 | 377 | 297 | 34 | 18 | | * | |
| Ca | 4038 | 438 | 360 | 44 | 26 | | * | |
| Sc | 4493 | 600 | 407 | 64 | 32 | 7 | * | |
| Ti | 4966 | 664 | 461 | 69 | 34 | 3 | * | |
| V | 5465 | 628 | 520 | 66 | 38 | 2 | * | |
| Cr | 6989 | 696 | 684 | 74 | 43 | 2 | * | |
| Mn | 6639 | 769 | 662 | 84 | 49 | 4 | * | |
| Fe | 7114 | 846 | 723 | 96 | 66 | 6 | * | |
| Co | 7709 | 926 | 794 | 101 | 60 | 3 | * | |
| Ni | 8333 | 1008 | 872 | 112 | 68 | 4 | * | |
| Cu | 8979 | 1096 | 961 | 120 | 74 | 2 | * | |
| Zn | 9659 | 1194 | 1044 | 137 | 87 | 9 | * | |
| Ga | 10 367 | 1298 | 1143 | 168 | 107 | 18 | * | 1 |
| Ge | 11 104 | 1413 | 1249 | 181 | 129 | 29 | * | 3 |
| As | 11 867 | 1627 | 1359 | 204 | 147 | 41 | * | 3 |
| Se | 12 658 | 1664 | 1476 | 232 | 168 | 67 | * | 6 |
| Br | 13 474 | 1782 | 1696 | 257 | 189 | 70 | 27 | 5 |
| Kr | 14 326 | 1921 | 1727 | 289 | 223 | 89 | 24 | 11 |

## 3. IONOK

**Ion:** olyan kémiai részecske, amelyben a protonok és az elektronok száma különböző, vagyis a részecske töltéssel rendelkezik.

**Atomsugár:** a legkülső atompálya sugara. Az atompálya az atomban található elektron adott energiaszintjéhez tartozó állapot. Fizikailag többé-kevésbé egy olyan térrésznek felel meg, amelyen belül az elektron 90 százalékos valószínűséggel tartózkodik. Tekintve, hogy az atompálya térbeli kiterjedése rosszul definiált, az atomsugár is egyfajta átlagértéknek tekintendő.

**Ionsugár:** meghatározása azonos az atomsugáréval, de természetesen különböző töltésszámú ionokra vonatkozik. A pozitív ionok mérete mindig kisebb, a negatív ionoké mindig nagyobb a megfelelő semleges atoménál. A 3.2. táblázatban feltüntetett kationok sok esetben nem tényleges pozitív töltéssel rendelkező ionok, hanem kovalens kötéseikben pozitív oxidációs állapotú részecskék. Ezért a töltéseket nem felső indexben és nem a szám és az előjel sorrendjében adjuk meg, hanem oxidációs számként, index nélkül, előjel és szám sorrendben.

**Koordinációs szám:** a kristályrácsban a közvetlen szomszédok száma.

### *3.1. Anionok ionsugara*

**Anion:** negatív töltésű ion.

| Ion | Koordinációs szám | Ionsugár (pm) | Ion | Koordinációs szám | Ionsugár (pm) |
|---|---|---|---|---|---|
| $F^-$ | 6 | 133 | $O^{2-}$ | 3 | 136 |
| $Cl^-$ | 6 | 181 | | 6 | 140 |
| $Br^-$ | 6 | 196 | $S^{2-}$ | 6 | 184 |
| $I^-$ | 6 | 220 | $Se^{2-}$ | 6 | 198 |
| $OH^-$ | 6 | 137 | $Te^{2-}$ | 6 | 107 |

### *3.2. Kationok* ionsugara*

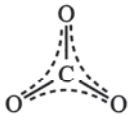
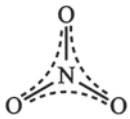
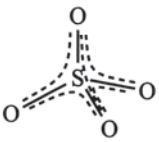
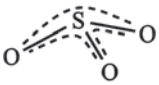
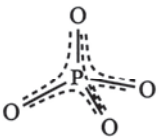
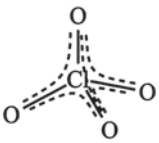
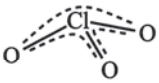
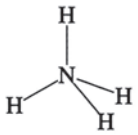
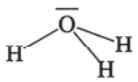
**Kation:** pozitív töltésű ion.

| Ion | Koordinációs szám | Ionsugár (pm) | Ion | Koordinációs szám | Ionsugár (pm) | Ion | Koordinációs szám | Ionsugár (pm) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ag(+1) | 4 | 100 | | 4 | 60 | | 9 | 124 |
| | 6 | 115 | Cu(+2) | 4 | 57 | Ni(+2) | 4 | 44 |
| Ag(+2) | 4 | 79 | | 6 | 73 | | 6 | 69 |
| | 6 | 94 | Fe(+2) | 6 | 61 | Ni(+3) | 6 | 56 |
| A1(+3) | 4 | 39 | Fe(+3) | 4 | 49 | P(+5) | 4 | 17 |
| | 6 | 54 | | 6 | 55 | Pb(+2) | 6 | 119 |
| As(+3) | 6 | 58 | Ga(+3) | 4 | 47 | | 10 | 140 |
| As(+5) | 4 | 34 | | 6 | 62 | Pb(+4) | 4 | 65 |
| | 6 | 46 | Ge(+4) | 4 | 39 | | 6 | 78 |
| Au(+1) | 6 | 137 | | 6 | 53 | Pt(+2) | 4 | 60 |
| Au(+3) | 4 | 64 | Hg(+1) | 6 | 119 | Pt(+4) | 6 | 63 |
| | 6 | 85 | Hg(+2) | 2 | 69 | Ra(+2) | 8 | 162 |
| Ba(+2) | 8 | 142 | | 6 | 102 | | 12 | 184 |
| | 12 | 161 | I(+5) | 3 | 44 | Rb(+1) | 8 | 161 |
| Be(+2) | 4 | 27 | I(+7) | 4 | 42 | | 12 | 172 |
| | 6 | 45 | | 6 | 53 | S(+4) | 6 | 37 |
| Bi(+3) | 6 | 103 | K(+1) | 8 | 151 | S(+6) | 4 | 37 |
| Bi(+5) | 6 | 76 | | 12 | 164 | | 6 | 29 |
| Br(+5) | 3 | 31 | La(+3) | 8 | 116 | Sb(+3) | 6 | 76 |
| Br(+7) | 4 | 25 | Li(+1) | 4 | 59 | Sb(+5) | 6 | 60 |
| Ca(+2) | 6 | 100 | | 6 | 76 | Se(+4) | 6 | 50 |
| | 8 | 112 | Mg(+2) | 6 | 72 | Se(+6) | 4 | 50 |
| Cd(+2) | 4 | 78 | Mn(+2) | 6 | 67 | | 6 | 42 |
| | 6 | 95 | Mn(+3) | 6 | 58 | Si(+4) | 4 | 26 |
| | 8 | 110 | Mn(+4) | 4 | 39 | Sr(+2) | 8 | 126 |
| Cl(+5) | 3 | 12 | | 6 | 53 | | 12 | 144 |
| Cl(+7) | 4 | 8 | Mn(+5) | 4 | 33 | Ti(+3) | 6 | 67 |
| Co(+2) | 6 | 65 | Mn(+6) | 4 | 26 | Ti(+4) | 6 | 61 |
| Co(+3) | 6 | 55 | Mn(+7) | 4 | 25 | U(+3) | 6 | 103 |
| Cr(+2) | 6 | 73 | Mo(+3) | 6 | 69 | U(+4) | 6 | 89 |
| Cr(+3) | 6 | 62 | Mo(+4) | 6 | 65 | U(+5) | 6 | 76 |
| Cr(+6) | 4 | 26 | Mo(+5) | 6 | 61 | U(+6) | 2 | 45 |
| Cs(+1) | 8 | 174 | Mo(+6) | 6 | 59 | | 7 | 81 |
| | 12 | 188 | | 7 | 73 | Zn(+2) | 4 | 60 |
| Cu(+1) | 2 | 46 | Na(+1) | 6 | 102 | | 6 | 74 |

* kationok, illetve pozitív oxidációs számú poláris kovalens kötésben lévő atomok

### *3.3. A leggyakoribb összetett ionok jellemzői*

A meghatározásokat lásd a 313. oldalon.

| Név | Képlet | Kötésszerkezet | Kötéshossz (pm) | Kötésszög | Alak |
|---|---|---|---|---|---|
| karbonátion | $CO_3^{2-}$ |  | 129 | 120° | síkháromszög |
| nitrátion | $NO_3^-$ |  | 122 | 120° | síkháromszög |
| nitrition | $NO_2^-$ |  | 115 | 114,9° | V alak |
| szulfátion | $SO_4^{2-}$ |  | 150 | 109,5° | tetraéder |
| szulfition | $SO_3^{2-}$ |  | 139 | 108,7° | piramis |
| foszfátion | $PO_4^{3-}$ |  | 156 | 109,5° | tetraéder |
| perklorátion | $ClO_4^-$ |  | 144 | 109,5° | tetraéder |
| klorátion | $ClO_3^-$ |  | 148 | 107,7° | piramis |
| klorition | $ClO_2^-$ |  | 157 | 110,5° | V alak |
| ammóniumion | $NH_4^+$ |  | 107 | 109,5° | tetraéder |
| oxóniumion | $H_3O^+$ |  | 95 | 106,2° | piramis |
| hidroxidion | $OH^-$ |  | 106 | – | – |

### 3.4. Néhány ionkristályos vegyület rácsenergiája

**Rácsenergia:** az adott kristályos anyag szabad részecskékké (gáz-halmazállapotú ionokká, molekulákká, atomokká) való felbontásához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. Számértéke megegyezik az 1 mol kristályos anyagnak szabad részecskékké (gáz-halmazállapotú ionokká, molekulákká, atomokká) való felbontásához szükséges, kJ-ban kifejezett energiával.

| Vegyület | Rácsenergia (kJ/mol) | Vegyület | Rácsenergia (kJ/mol) | Vegyület | Rácsenergia (kJ/mol) |
|---|---|---|---|---|---|
| *acetátok* | | *nitrátok* | | NaF | 923 |
| $LiCH_3COO$ | 881 | $LiNO_3$ | 848 | NaCl | 786 |
| $NaCH_3COO$ | 763 | $NaNO_3$ | 756 | NaBr | 747 |
| $KCH_3COO$ | 682 | $KNO_3$ | 687 | NaI | 704 |
| $RbCH_3COO$ | 656 | $RbNO_3$ | 658 | KF | 821 |
| $CsCH_3COO$ | 682 | $CsNO_3$ | 625 | KCl | 715 |
| $Ca(CH_3COO)_2$ | 2294 | $Mg(NO_3)_2$ | 2503 | KBr | 682 |
| $Sr(CH_3COO)_2$ | 2166 | $Ca(NO_3)_2$ | 2228 | KI | 649 |
| $Ba(CH_3COO)_2$ | 2033 | $Sr(NO_3)_2$ | 2132 | RbF | 785 |
| *ammóniumsók* | | $Ba(NO_3)_2$ | 2016 | RbCl | 689 |
| $NH_4HCO_3$ | 741 | $Mn(NO_3)_2$ | 2519 | RbBr | 660 |
| $NH_4NO_3$ | 676 | $Fe(NO_3)_2$ | 2563 | RbI | 630 |
| $NH_4HSO_4$ | 640 | *szulfátok* | | CsF | 740 |
| $(NH_4)_2S$ | 2008 | $Li_2SO_4$ | 2142 | CsCl | 657 |
| $(NH_4)_2SO_4$ | 1777 | $Na_2SO_4$ | 1938 | CsBr | 631 |
| *hidrogénkarbonátok* | | $K_2SO_4$ | 1796 | CsI | 604 |
| $NaHCO_3$ | 818 | $Rb_2SO_4$ | 1748 | FrF | 715 |
| $KHCO_3$ | 736 | $Cs_2SO_4$ | 1658 | FrCl | 632 |
| $Ca(HCO_3)_2$ | 2402 | $CaSO_4$ | 2480 | FrBr | 611 |
| *karbonátok* | | $SrSO_4$ | 2484 | FrI | 582 |
| $Li_2CO_3$ | 2269 | $BaSO_4$ | 2374 | $BeF_2$ | 3150 |
| $Na_2CO_3$ | 2030 | $MnSO_4$ | 2825 | $BeCl_2$ | 3004 |
| $K_2CO_3$ | 1858 | $FeSO_4$ | 2921 | $BeBr_2$ | 2950 |
| $Rb_2CO_3$ | 1795 | $CuSO_4$ | 3066 | $BeI_2$ | 2653 |
| $Cs_2CO_3$ | 1702 | $ZnSO_4$ | 3006 | $MgF_2$ | 2913 |
| $MgCO_3$ | 3122 | $Ag_2SO_4$ | 1989 | $MgCl_2$ | 2326 |
| $CaCO_3$ | 2810 | $PbSO_4$ | 2534 | $MgBr_2$ | 2097 |
| $SrCO_3$ | 2688 | *halogenidek* | | $MgI_2$ | 1944 |
| $BaCO_3$ | 2554 | LiF | 1036 | $CaF_2$ | 2609 |
| $MnCO_3$ | 3151 | LiCl | 853 | $CaCl_2$ | 2223 |
| $FeCO_3$ | 3171 | LiBr | 807 | $CaBr_2$ | 2132 |
| $ZnCO_3$ | 3273 | LiI | 757 | $CaI_2$ | 1905 |

| Vegyület | Rácsenergia (kJ/mol) | Vegyület | Rácsenergia (kJ/mol) | Vegyület | Rácsenergia (kJ/mol) |
|---|---|---|---|---|---|
| $SrF_2$ | 2476 | $BaCl_2$ | 2033 | $CuI_2$ | 835 |
| $SrCl_2$ | 2127 | $BaBr_2$ | 1950 | AgF | 953 |
| $SrBr_2$ | 2008 | $BaI_2$ | 1831 | AgCl | 864 |
| $SrI_2$ | 1937 | $CuCl_2$ | 921 | AgBr | 830 |
| $BaF_2$ | 2341 | $CuBr_2$ | 879 | AgI | 881 |

### *3.5. Hidratált ionok képződéshője 25 °C-on*

**Képződéshő:** egy adott vegyület 25 °C-on stabil elemeiből való képződése során tapasztalható energiaváltozás és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. Számértéke megegyezik 1 mol anyagnak standard állapotú elemeiből való képződését kísérő, kJ-ban kifejezett energiaváltozással. Megállapodás szerint a szobahőmérsékleten stabil elemek képződéshője 0. A képződéshők és a reakcióhő között az energiamegmaradás törvényének kémiai megfelelője, a Hess-tétel teremt kapcsolatot.

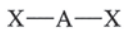
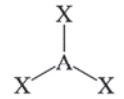
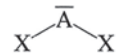
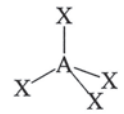
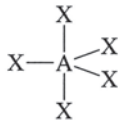
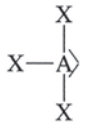
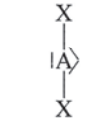
| Ion | Képződéshő (kJ/mol) | Ion | Képződéshő (kJ/mol) |
|---|---|---|---|
| $Ag^+$ | −127,01 | $H_2PO_4^{2-}$ | −1302,6 |
| $Al^{3+}$ | −538,40 | $Hg^{2+}$ | 170,21 |
| $Br^-$ | −121,41 | $Hg_2^{2+}$ | 166,87 |
| $CO_3^{2-}$ | −675,23 | $I^-$ | −56,78 |
| $Ca^{2+}$ | −543,00 | $K^+$ | −252,14 |
| $Cd^{2+}$ | −75,92 | $Li^+$ | −278,47 |
| $Cl^-$ | −167,08 | $Mg^{2+}$ | −467,0 |
| $ClO_4^-$ | −128,10 | $NH_4^+$ | −133,26 |
| $Cs^+$ | −258,00 | $NO_3^-$ | −206,85 |
| $Cu^{2+}$ | 64,9 | $Na^+$ | −240,34 |
| $F^-$ | −335,35 | $OH^-$ | −230,01 |
| $H^+$ | 0,0000 | $Pb^{2+}$ | 0.92 |
| $HCO_3^-$ | −689,93 | $Rb^+$ | −251,12 |
| $HPO_4^{2-}$ | −1299,0 | $SO_4^{2-}$ | −909,34 |
| $HS^-$ | −16,3 | $Sn^{2+}$ | −8,9 |
| $HSO_4^-$ | −886,9 | $Zn^{2+}$ | −153,39 |

# 4. MOLEKULÁK

## *4.1. A molekulageometria alapszerkezetei*

**Molekula:** meghatározott számú atomból kovalens kötéssel összekapcsolt, töltés nélküli kémiai részecske.
**Molekulaalak:** a molekula atomjainak összekapcsolódási formája.
**Kötésszög:** három atom között kialakuló kovalens kötések esetén a központi atom és a két kapcsolódó atom tömegközéppontjait összekötő egyenesek által bezárt szög.

X = ligandum (nem feltétlenül azonos), E = nemkötő elektronpár

| Összetétel | Térszerkezet | Kötésszög | Molekulaalak |
|---|---|---|---|
| $AX_2$ |  | 180° | lineáris (egyenes) |
| $AX_3$ |  | ~ 120° | síkháromszög |
| $AX_2E$ |  | | V alak |
| $AX_4$ |  | ~ 109,5° | tetraéder |
| $AX_3E$ |  | | trigonális piramis |
| $AX_2E_2$ |  | | V alak |
| $AXE_3$ |  | – | – |
| $AX_5$ |  | ~ 120° és ~ 90° | trigonális bipiramis |
| $AX_4E$ |  | | – |
| $AX_3E_2$ |  | 90° | T alak |
| $AX_2E_3$ |  | 180° | lineáris |
| $AX_6$ |  | ~ 90° | oktaéderes |

## *4.2. Egyszerű molekulák, illetve kovalens kötéseik jellemzői*

**Kötéshossz:** két, kovalens kötéssel kapcsolódó atom tömegközéppontjai közötti távolság. Mértékegysége: pm.

**Kötési energia:** a kovalens kötés felbontásához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol.

| | A molekula jellemzői | | A kötés jellemzői | | |
|---|---|---|---|---|---|
| képlet | alak | kötésszög (°) | jelölés | kötéshossz (pm) | kötési energia (kJ/mol) |
| $H_2$ | – | – | H–H | 74 | 436 |
| $N_2$ | – | – | N≡N | 110 | 946 |
| $P_4$ | – | 60 | P–P | 225 | 200 |
| $O_2$ | – | – | O=O | 121 | 493 |
| $O_3$ | V | 116,8 | O–O | 128 | 297 |
| $F_2$ | – | – | F–F | 142 | 158 |
| $Cl_2$ | – | – | Cl–Cl | 198 | 243 |
| $Br_2$ | – | – | Br–Br | 228 | 193 |
| $I_2$ | – | – | I–I | 266 | 151 |
| HF | – | – | H–F | 92 | 570 |
| HCl | – | – | H–Cl | 127 | 432 |
| HBr | – | – | H–Br | 141 | 366 |
| HI | – | – | H–I | 161 | 298 |
| $CH_4$ | tetraéder | 109,5 | C–H | 109 | 439 |
| $CCl_4$ | tetraéder | 109,5 | C–Cl | 177 | 328 |
| $H_2O$ | V | 104,5 | H–O | 96 | 498 |
| $S_8$ | „korona” | 107,8 | S–S | 204 | ? |
| $SO_2$ | V | 119 | S=O | 143 | 548 |
| $SO_3$ | síkháromszög | 120 | S=O | 142 | ? |
| $SF_6$ | oktaéder | 90 | S–F | 158 | 420 |
| $H_2S$ | V | 92,3 | H–S | 134 | 382 |
| $NH_3$ | trigonális piramis | 107,8 | H–N | 102 | 449 |
| $PH_3$ | trigonális piramis | 93,6 | H–P | 142 | 351 |
| $PF_3$ | trigonális piramis | 96,3 | F–P | 156 | ? |
| $PF_5$ | trigonális bipiramis | 120 és 90 | F–P | 153 (ekv.), 158 (ax.) | ? |
| $PCl_3$ | trigonális piramis | 100 | Cl–P | 204 | ? |
| $PCl_5$ | trigonális bipiramis | 120 és 90 | Cl–P | 202 (ekv.), 214 (ax.) | ? |
| $PBr_3$ | trigonális piramis | 101 | Br–P | 222 | ? |
| $PI_3$ | trigonális piramis | 102 | I–P | 243 | ? |
| CO | – | – | C≡O | 113 | 1071 |
| $CO_2$ | lineáris | 180 | C=O | 116 | 725 |
| $CS_2$ | lineáris | 180 | C=S | 155 | 430 |

*4.3. A kötési energiák nagyságrendje*

| | | |
|---|---|---|
| Elsőrendű kémiai kötések | | 80–850 kJ/mol |
| Másodrendű kémiai kötések | hidrogénkötés | 8–40 kJ/mol |
| | dipólus–dipólus és diszperziós | 0,8–12 kJ/mol |

## 5. KEVERÉKEK, OLDATOK, ELEGYEK

**Elegy:** olyan többkomponensű rendszer, amelyben az alkotók aránya nem kötött, és határfelület sincs benne.
**Keverék:** olyan többkomponensű rendszer, amelyben a komponenseket határfelület választja el.
**Oldat:** olyan többkomponensű rendszer, amelyben legalább az egyik komponens folyadék (ez az oldószer), az oldott anyagnak pedig nincs határfelülete.

*5.1. A levegő összetétele*

| Összetevő | Mennyiség |
|---|---|
| *állandó összetevők* | |
| $N_2$ | 78,085 térfogat% |
| $O_2$ | 20,946 térfogat% |
| Ar | 0,934 térfogat% |
| Ne | 18,18 ppm |
| He | 5,24 ppm |
| Kr | 1,14 ppm |
| Xe | 0,087 ppm |
| *változó összetevők* | |
| $CO_2$ | 0,032 térfogat% = 320 ppm |
| $CH_4$ | 2 ppm |
| $H_2$ | 0,5 ppm |
| $N_2O$ | 0,25 ppm |
| $O_3$ | $(0–5) \cdot 10^{-2}$ ppm |
| *erősen változó összetevők* | |
| $H_2O$ | $(0,4–400) \cdot 10^{2}$ ppm |
| CO | $(1–20) \cdot 10^{-2}$ ppm |
| $NO_2$ | $(0–3) \cdot 10^{-3}$ ppm |
| $NH_3$ | $(0–2) \cdot 10^{-2}$ ppm |
| $SO_2$ | $(0–2) \cdot 10^{-3}$ ppm |
| $H_2S$ | $(0–2) \cdot 10^{-3}$ ppm |

A „ppm" jelentése milliomodrész (**p**art **p**er **m**illion); például $cm^3/m^3$-t jelent.
A kémiai gyakorlatban a levegő átlagos moláris tömegét 29 g/mol-nak vesszük.
További adatok a 191. oldalon találhatók.

*5.2. Néhány gáz oldhatósága vízben (g/100 g víz) a hőmérséklet függvényében ($10^5$ Pa nyomáson)*

| Képlet | 0 °C | 20 °C | 40 °C | 60 °C | 80 °C | 90 °C | 100 °C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $H_2$ | $1{,}92 \cdot 10^{-4}$ | $1{,}60 \cdot 10^{-4}$ | $1{,}38 \cdot 10^{-4}$ | $1{,}18 \cdot 10^{-4}$ | $0{,}79 \cdot 10^{-4}$ | $0{,}46 \cdot 10^{-4}$ | 0 |
| $O_2$ | $6{,}90 \cdot 10^{-3}$ | $4{,}34 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}08 \cdot 10^{-3}$ | $2{,}27 \cdot 10^{-3}$ | $1{,}38 \cdot 10^{-3}$ | $0{,}79 \cdot 10^{-3}$ | 0 |
| $N_2$ | $2{,}94 \cdot 10^{-3}$ | $1{,}90 \cdot 10^{-3}$ | $1{,}39 \cdot 10^{-3}$ | $1{,}05 \cdot 10^{-3}$ | $0{,}66 \cdot 10^{-3}$ | $0{,}38 \cdot 10^{-3}$ | 0 |
| $Cl_2$ | 1,46 | 0,729 | 0,459 | 0,330 | 0,223 | 0,127 | 0 |
| HCl | 82,3 | 72,1 | 63,3 | 56,1 | – | – | – |
| $H_2S$ | 0,707 | 0,385 | 0,236 | 0,148 | 0,077 | 0,041 | – |
| $SO_2$ | 22,8 | 11,3 | 5,41 | – | – | – | – |
| $NH_3$ | 87,5 | 52,6 | 30,7 | – | 15,4 | – | 7,4 |
| $CO_2$ | 0,335 | 0,169 | 0,097 | 0,058 | – | -- | – |

*5.3. Az ammónia vizes oldatának sűrűsége és ammóniatartalma (20 °C-on, $10^5$ Pa nyomáson)*

| Sűrűség ($g/cm^3$) | Ammóniatartalom | | Sűrűség ($g/cm^3$) | Ammóniatartalom | |
|---|---|---|---|---|---|
| | tömeg-százalék | tömeg-koncentráció ($g/dm^3$) | | tömeg-százalék | tömeg-koncentráció ($g/dm^3$) |
| 0,998 | 0,047 | 0,463 | 0,930 | 17,85 | 166,01 |
| 0,990 | 1,89 | 18,71 | 0,920 | 20,88 | 192,10 |
| 0,980 | 4,27 | 41,85 | 0,910 | 24,03 | 218,67 |
| 0,970 | 6,75 | 65,48 | 0,900 | 27,33 | 245,97 |
| 0,960 | 9,34 | 89,66 | 0,890 | 30,68 | 273,05 |
| 0,950 | 12,03 | 114,29 | 0,880 | 34,35 | 302,28 |
| 0,940 | 14,88 | 139,87 | | | |

*5.4. Etanol–víz elegy etanoltartalma és sűrűsége (20 °C-on)*

| Tömeg% | Sűrűség ($g/cm^3$) | Tömeg% | Sűrűség ($g/cm^3$) | Tömeg% | Sűrűség ($g/cm^3$) | Tömeg% | Sűrűség ($g/cm^3$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,9964 | 25 | 0,9617 | 55 | 0,9026 | 85 | 0,8310 |
| 3 | 0,9928 | 30 | 0,9538 | 60 | 0,8911 | 90 | 0,8180 |
| 5 | 0,9894 | 35 | 0,9449 | 65 | 0,8795 | 95 | 0,8042 |
| 10 | 0,9819 | 40 | 0,9352 | 70 | 0,8677 | 97 | 0,7985 |
| 15 | 0,9751 | 45 | 0,9247 | 75 | 0,8556 | 99 | 0,7924 |
| 20 | 0,9686 | 50 | 0,9138 | 80 | 0,8434 | 100 | 0,7893 |

*5.5. Néhány folyadék molális fagyáspontcsökkenése és forráspont-emelkedése*

**Molalitás** (Raoult-koncentráció): olyan koncentrációfajta, amely az 1000 g oldószerben oldott anyag anyagmennyiségét adja meg mólban.

| Oldószer | Krioszkópos állandó (molális fagyáspontcsökkenés) (K · kg/mol) | Ebullioszkópos állandó (molális forráspont-emelkedés) (K · kg/mol) |
|---|---|---|
| anilin | 5,23 | 3,82 |
| benzol | 5,07 | 2,64 |
| ciklohexán | 20,8 | 2,92 |
| ciklohexanol | 42,2 | 3,5 |
| dimetil-szulfoxid | 3,85 | 3,22 |
| 1,4-dioxán | 4,63 | 3,01 |
| ecetsav | 3,63 | 3,22 |
| etilénglikol | 3,11 | 2,26 |
| fenol | 6,84 | 3,54 |
| nitrobenzol | 6,87 | 5,2 |
| piridin | 4,26 | 2,83 |
| toluol | 3,55 | 3,40 |
| víz | 1,86 | 0,513 |

## 5.6. Szervetlen vegyületek oldhatósága vízben különböző hőmérsékleteken

(A számok az adott hőmérsékleten telített oldat tömegszázalékos összetételét mutatják.)

| | 0 °C | 10 °C | 20 °C | 25 °C | 30 °C | 40 °C | 50 °C | 60 °C | 70 °C | 80 °C | 90 °C | 100 °C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $AgClO_2$ | 0,17 | 0,31 | 0,47 | 0,55 | 0,64 | 0,82 | 1,02 | 1,22 | 1,44 | 1,66 | 1,88 | 2,11 |
| $AgClO_4$ | 81,6 | 83,0 | 84,2 | 84,8 | 85,3 | 86,3 | 86,9 | 87,5 | 87,9 | 88,3 | 88,6 | 88,8 |
| $AgNO_3$ | 55,9 | 62,3 | 67,8 | 70,1 | 72,3 | 76,1 | 79,2 | 81,7 | 83,8 | 85,4 | 86,7 | 87,8 |
| $Ag_2SO_4$ | 0,56 | 0,67 | 0,78 | 0,83 | 0,88 | 0,97 | 1,05 | 1,13 | 1,20 | 1,26 | 1,32 | 1,39 |
| $AlCl_3$ | 30,84 | 30,91 | 31,03 | 31,10 | 31,18 | 31,37 | 31,60 | 31,87 | 32,17 | 32,51 | 32,90 | 33,32 |
| $AlF_3$ | 0,25 | 0,34 | 0,44 | 0,50 | 0,56 | 0,68 | 0,81 | 0,96 | 1,11 | 1,28 | 1,45 | 1,64 |
| $Al(NO_3)_3$ | 37,0 | 38,2 | 39,9 | 40,8 | 42,0 | 44,5 | 47,3 | 50,4 | 53,8 | | | 61,5 |
| $Al_2(SO_4)_3$ | 27,5 | | | 27,8 | 28,2 | 29,2 | 30,7 | 32,6 | 34,9 | 37,6 | 40,7 | 44,2 |
| $As_2O_3$ | 1,19 | 1,48 | 1,80 | 2,01 | 2,27 | 2,86 | 3,43 | 4,11 | 4,89 | 5,77 | 6,72 | 7,71 |
| $BaBr_2$ | 47,6 | 48,5 | 49,5 | 50,0 | 50,4 | 51,4 | 52,5 | 53,5 | 54,5 | 55,5 | 56,6 | 57,6 |
| $Ba(BrO_3)_2$ | 0,285 | 0,442 | 0,656 | 0,788 | 0,935 | 1,30 | 1,74 | 2,27 | 2,90 | 3,61 | 4,40 | 5,25 |
| $BaCl_2$ | 23,30 | 24,88 | 26,33 | 27,03 | 27,70 | 29,00 | 30,27 | 31,53 | 32,81 | 34,14 | 35,54 | 37,05 |
| $Ba(ClO_3)_2$ | 16,90 | 21,23 | 23,66 | 27,50 | 29,43 | 33,16 | 36,69 | 40,05 | 43,04 | 45,90 | 48,70 | 51,17 |
| $Ba(ClO_4)_2$ | 67,30 | 70,96 | 74,30 | 75,75 | 77,05 | 79,23 | 80,92 | 82,21 | 83,16 | 83,88 | 84,43 | 84,90 |
| $BaI_2$ | 62,5 | 64,7 | 67,3 | 68,8 | 69,1 | 69,5 | 70,1 | 70,7 | 71,3 | 72,0 | 72,7 | 73,4 |
| $Ba(IO_3)_2$ | 0,0182 | 0,0262 | 0,0342 | 0,0396 | 0,045 | 0,058 | 0,073 | 0,090 | 0,109 | 0,131 | 0,156 | 0,182 |
| $Ba(NO_2)_2$ | 31,1 | 36,6 | 41,8 | 44,3 | 46,8 | 51,6 | 56,2 | 60,5 | 64,6 | 68,5 | 72,1 | 75,6 |
| $Ba(NO_3)_2$ | 4,7 | 6,3 | 8,2 | 9,3 | 10,2 | 12,4 | 14,7 | 17,0 | 19,3 | 21,5 | 23,5 | 25,5 |
| $Ba(OH)_2$ | 1,67 | | | 4,68 | 8,4 | 19 | 33 | 52 | 74 | 100 | | |
| BaS | 2,79 | 4,78 | 6,97 | 8,21 | 9,58 | 12,67 | 16,18 | 20,05 | 24,19 | 28,55 | 33,04 | 37,61 |
| $BeSO_4$ | 26,69 | 27,58 | 28,61 | 29,22 | 29,90 | 31,51 | 33,39 | 35,50 | 37,78 | 40,21 | 42,72 | 45,28 |
| $CaBr_2$ | 55 | 56 | 59 | 61 | 63 | 68 | 71 | 73 | | | | |
| $CaCl_2$ | 36,70 | 39,19 | 42,13 | 44,83 | 49,12 | 52,85 | 56,05 | 56,73 | 57,44 | 58,21 | 59,04 | 59,94 |
| $Ca(ClO_3)_2$ | 63,2 | 64,2 | 65,5 | 66,3 | 67,2 | 69,0 | 71,0 | 73,2 | 75,5 | 77,4 | 77,7 | 78,0 |

| | 0 °C | 10 °C | 20 °C | 25 °C | 30 °C | 40 °C | 50 °C | 60 °C | 70 °C | 80 °C | 90 °C | 100 °C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $CaI_2$ | 64,6 | 66,0 | 67,6 | 68,3 | 69,0 | 70,8 | 72,4 | 74,0 | 76,0 | 78,0 | 79,6 | 81,0 |
| $Ca(IO_3)_2$ | 0,082 | 0,155 | 0,243 | 0,305 | 0,384 | 0,517 | 0,590 | 0,652 | 0,811 | 0,665 | 0,668 | |
| $Ca(NO_3)_2$ | 50,1 | 53,1 | 56,7 | 59,0 | 60,9 | 65,4 | 77,8 | 78,1 | 78,2 | 78,3 | 78,4 | 78,5 |
| $CaSO_3$ | | | 0,0059 | 0,0054 | 0,0049 | 0,0041 | 0,0035 | 0,0030 | 0,0026 | 0,0023 | 0,0020 | 0,0019 |
| $CaSO_4$ | 0,174 | 0,191 | 0,202 | 0,205 | 0,208 | 0,210 | 0,207 | 0,201 | 0,193 | 0,184 | 0,173 | 0,163 |
| $CdBr_2$ | 36,0 | 43,0 | 49,9 | 53,4 | 56,4 | 60,3 | 60,3 | 60,5 | 60,7 | 60,9 | 61,3 | 61,6 |
| $CdCl_2$ | 47,2 | 50,1 | 53,2 | 54,6 | 56,3 | 57,3 | 57,5 | 57,8 | 58,1 | 58,51 | 58,98 | 59,5 |
| $CdI_2$ | 44,1 | 44,9 | 45,8 | 46,3 | 46,8 | 47,9 | 49,0 | 50,2 | 51,5 | 52,7 | 54,1 | 55,4 |
| $Cd(NO_3)_2$ | 55,4 | 57,1 | 59,6 | 61,0 | 62,8 | 66,5 | 70,6 | 86,1 | 86,5 | 86,8 | 87,1 | 87,4 |
| $CdSO_4$ | 43,1 | 43,1 | 43,2 | 43,4 | 43,6 | 44,1 | 43,5 | 42,5 | 41,4 | 40,2 | 38,5 | 36,7 |
| $CdSeO_4$ | 42,04 | 40,59 | 39,02 | 38,18 | 37,29 | 35,35 | 33,15 | 30,65 | 27,84 | 24,69 | 21,24 | 17,49 |
| $Ce(NO_3)_3$ | 57,99 | 59,80 | 61,89 | 63,05 | 64,31 | 67,0 | 68,6 | 71,1 | 74,9 | 79,2 | 80,9 | 83,1 |
| $CoCl_2$ | 30,30 | 32,60 | 34,87 | 35,99 | 37,10 | 39,27 | 41,38 | 43,46 | 45,50 | 47,51 | 49,51 | 51,50 |
| $CoI_2$ | 58,00 | 61,78 | 65,35 | 66,99 | 68,51 | 71,17 | 73,41 | 75,29 | 76,89 | 78,28 | 79,52 | 80,70 |
| $Co(NO_3)_2$ | 45,5 | 47,0 | 49,4 | 50,8 | 52,4 | 56,0 | 60,1 | 62,6 | 64,9 | 67,7 | | |
| $CoSO_4$ | 19,9 | 23,0 | 26,1 | 27,7 | 29,2 | 32,3 | 34,4 | 35,9 | 35,5 | 33,2 | 30,6 | 27,8 |
| $CrO_3$ | 62,2 | 62,3 | 62,6 | 62,8 | 63,0 | 63,5 | 64,1 | 64,7 | 65,5 | 66,2 | 67,1 | 67,9 |
| $CsBrO_3$ | 1,16 | 1,93 | 3,01 | 3,69 | 4,46 | 6,32 | 8,60 | 11,32 | 14,45 | 17,96 | 21,83 | 25,98 |
| $CsCl$ | 61,83 | 63,48 | 64,96 | 65,64 | 66,29 | 67,50 | 68,60 | 69,61 | 70,54 | 71,40 | 72,21 | 72,96 |
| $CsClO_3$ | 2,40 | 3,87 | 5,94 | 7,22 | 8,69 | 12,15 | 16,33 | 21,14 | 26,45 | 32,10 | 37,89 | 43,42 |
| $CsClO_4$ | 0,79 | 1,01 | 1,51 | 1,96 | 2,57 | 4,28 | 6,55 | 9,29 | 12,41 | 15,80 | 19,39 | 23,07 |
| $CsI$ | 30,9 | 37,2 | 43,2 | 45,9 | 48,6 | 53,3 | 57,3 | 60,7 | 63,6 | 65,9 | 67,7 | 69,2 |
| $CsIO_3$ | 1,08 | 1,58 | 2,21 | 2,59 | 3,02 | 3,96 | 5,06 | 6,29 | 7,70 | 9,20 | 10,79 | 12,45 |
| $CsNO_3$ | 8,46 | 13,0 | 18,6 | 21,8 | 25,1 | 32,0 | 39,0 | 45,7 | 51,9 | 57,3 | 62,1 | 66,2 |

| | 0 °C | 10 °C | 20 °C | 25 °C | 30 °C | 40 °C | 50 °C | 60 °C | 70 °C | 80 °C | 90 °C | 100 °C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Cs_2SO_4$ | 62,6 | 63,4 | 64,1 | 64,5 | 64,8 | 65,5 | 66,1 | 66,7 | 67,3 | 67,8 | 68,3 | 68,8 |
| $CuCl_2$ | 40,8 | 41,7 | 42,6 | 43,1 | 43,7 | 44,8 | 46,0 | 47,2 | 48,5 | 49,9 | 51,3 | 52,7 |
| $Cu(NO_3)_2$ | 45,2 | 49,8 | 56,3 | 59,2 | 61,1 | 62,0 | 63,1 | 64,5 | 65,9 | 67,5 | 69,2 | 71,0 |
| $CuSO_4$ | 12,4 | 14,4 | 16,7 | 18,0 | 19,3 | 22,2 | 25,4 | 28,8 | 32,4 | 36,3 | 40,3 | 43,5 |
| $FeCl_3$ | 42,7 | 44,9 | 47,9 | 47,7 | 51,6 | 74,8 | 76,7 | 84,6 | 84,3 | 84,3 | 84,4 | 84,7 |
| $FeSO_4$ | 13,5 | 17,0 | 20,8 | 22,8 | 24,8 | 28,8 | 32,8 | 35,5 | 33,6 | 30,4 | 27,1 | 24,0 |
| $Gd(NO_3)_3$ | 56,3 | 57,7 | 59,2 | 60,1 | 61,0 | 62,9 | 65,2 | 67,9 | 71,5 | | | |
| $HIO_3$ | 73,45 | 74,10 | 74,98 | 75,48 | 76,03 | 77,20 | 78,46 | 79,78 | 81,13 | 82,48 | 83,82 | 85,14 |
| $H_3BO_3$ | 2,61 | 3,57 | 4,77 | 5,48 | 6,27 | 8,10 | 10,3 | 12,9 | 15,9 | 19,3 | 23,1 | 27,3 |
| $HgBr_2$ | 0,26 | 0,37 | 0,52 | 0,61 | 0,72 | 0,96 | 1,26 | 1,63 | 2,08 | 2,61 | 3,23 | 3,95 |
| $Hg(CN)_2$ | 6,57 | 7,83 | 9,33 | 10,2 | 11,1 | 13,1 | 15,5 | 18,2 | 21,2 | 24,6 | 28,3 | 32,3 |
| $HgCl_2$ | 4,24 | 5,05 | 6,17 | 6,81 | 7,62 | 9,53 | 12,02 | 15,18 | 19,16 | 24,06 | 29,90 | 36,62 |
| $HgI_2$ | | | 0,0041 | 0,0055 | 0,0072 | 0,0122 | 0,0199 | | | | | |
| $Hg_2SO_4$ | 0,038 | 0,043 | 0,048 | 0,051 | 0,054 | 0,059 | 0,065 | 0,070 | 0,076 | 0,082 | 0,088 | 0,093 |
| $KBF_4$ | 0,28 | 0,34 | 0,45 | 0,55 | 0,75 | 1,38 | 2,09 | 2,82 | 3,58 | 4,34 | 5,12 | 5,90 |
| KBr | 35,0 | 37,3 | 39,4 | 40,4 | 41,4 | 43,2 | 44,8 | 46,2 | 47,6 | 48,8 | 49,8 | 50,8 |
| $KBrO_3$ | 2,97 | 4,48 | 6,42 | 7,55 | 8,79 | 11,57 | 14,71 | 18,14 | 21,79 | 25,57 | 29,42 | 33,28 |
| $KCH_3COO$ | 68,40 | 70,29 | 72,09 | 72,92 | 73,70 | 75,08 | 76,27 | 77,31 | 78,22 | 79,04 | 79,80 | 80,55 |
| KCl | 21,74 | 23,61 | 25,39 | 26,22 | 27,04 | 28,59 | 30,04 | 31,40 | 32,66 | 33,86 | 34,99 | 36,05 |
| $KClO_3$ | 3,03 | 4,67 | 6,74 | 7,93 | 9,21 | 12,06 | 15,26 | 18,78 | 22,65 | 26,88 | 31,53 | 36,65 |
| $KClO_4$ | 0,70 | 1,10 | 1,67 | 2,04 | 2,47 | 3,54 | 4,94 | 6,74 | 8,99 | 11,71 | 14,94 | 18,67 |
| KF | 30,90 | 39,8 | 47,3 | 50,41 | 53,2 | 60,0 | | | | | | |
| $KHCO_3$ | 18,62 | 21,73 | 24,92 | 26,6 | 28,13 | 31,32 | 34,46 | 37,51 | 40,45 | | | |
| $KHSO_4$ | 27,1 | 29,7 | 32,3 | 33,6 | 35,0 | 37,8 | 40,5 | 43,4 | 46,2 | 49,02 | 51,82 | 54,6 |

| | 0 °C | 10 °C | 20 °C | 25 °C | 30 °C | 40 °C | 50 °C | 60 °C | 70 °C | 80 °C | 90 °C | 100 °C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $KH_2PO_4$ | 11,74 | 14,91 | 18,25 | 19,97 | 21,77 | 25,28 | 28,95 | 32,76 | 36,75 | 40,96 | 45,41 | 50,12 |
| KI | 56,0 | 57,6 | 59,0 | 59,7 | 60,4 | 61,6 | 62,8 | 63,8 | 64,8 | 65,7 | 66,6 | 67,4 |
| $KIO_3$ | 4,53 | 5,96 | 7,57 | 8,44 | 9,34 | 11,09 | 13,22 | 15,29 | 17,41 | 19,58 | 21,78 | 24,03 |
| $KIO_4$ | 0,16 | 0,22 | 0,37 | 0,51 | 0,70 | 1,24 | 1,96 | 2,83 | 3,82 | 4,89 | 6,02 | 7,17 |
| $KMnO_4$ | 2,74 | 4,12 | 5,96 | 7,06 | 8,28 | 11,11 | 14,42 | 18,16 | | | | |
| $KNO_2$ | 73,7 | 74,6 | 75,3 | 75,7 | 76,0 | 76,7 | 77,4 | 78,0 | 78,5 | 79,1 | 79,6 | 80,1 |
| $KNO_3$ | 12,0 | 17,6 | 24,2 | 27,7 | 31,3 | 38,6 | 45,7 | 52,2 | 58,0 | 63,0 | 67,3 | 70,8 |
| KOH | 48,7 | 50,8 | 53,2 | 54,7 | 56,1 | 57,9 | 58,6 | 59,5 | 60,6 | 61,8 | 63,1 | 64,6 |
| KSCN | 63,8 | 66,4 | 69,1 | 70,4 | 71,6 | 74,1 | 76,5 | 78,9 | 81,1 | 83,3 | 85,3 | 87,3 |
| $K_2CO_3$ | 51,3 | 51,7 | 52,3 | 52,7 | 53,1 | 54,0 | 54,9 | 56,0 | 57,2 | 58,4 | 59,6 | 61,0 |
| $K_2CrO_4$ | 37,1 | 38,1 | 38,9 | 39,4 | 39,8 | 40,5 | 41,3 | 41,9 | 42,6 | 43,2 | 43,8 | 44,3 |
| $K_2Cr_2O_7$ | 4,30 | 7,12 | 10,9 | 13,1 | 15,5 | 20,8 | 26,3 | 31,7 | 36,9 | 41,5 | 45,5 | 48,9 |
| $K_2HPO_4$ | 57,0 | 59,1 | 61,5 | 62,7 | 64,1 | 67,7 | | 72,7 | | | | |
| $K_2SO_3$ | 51,30 | 51,39 | 51,49 | 51,55 | 51,62 | 51,76 | 51,93 | 52,11 | 52,32 | 52,54 | 52,79 | 53,06 |
| $K_2SO_4$ | 7,11 | 8,46 | 9,95 | 10,7 | 11,4 | 12,9 | 14,2 | 15,5 | 16,7 | 17,7 | 18,6 | 19,3 |
| $K_2S_2O_5$ | 22,1 | 26,7 | 31,1 | 33,1 | 35,2 | 39,0 | 42,6 | 46,0 | 49,1 | 52,0 | 54,6 | |
| $K_2SeO_4$ | 52,70 | 52,93 | 53,17 | 53,30 | 53,43 | 53,70 | 53,99 | 54,30 | 54,61 | 54,94 | 55,26 | 55,60 |
| $K_3[Fe(CN)_6]$ | 23,9 | 27,6 | 31,1 | 32,8 | 34,3 | 37,2 | 39,6 | 41,7 | 43,5 | 45,0 | 46,1 | 47,0 |
| $K_3PO_4$ | 44,3 | | | 51,4 | | | | | | | | |
| $K_4[Fe(CN)_6]$ | 12,5 | 17,3 | 22,0 | 23,9 | 25,6 | 29,2 | 32,5 | 35,5 | 38,2 | 40,6 | 41,4 | 43,1 |
| $LaCl_3$ | 49,0 | 48,5 | 48,6 | 48,9 | 49,3 | 50,5 | 52,1 | 54,0 | 56,3 | 58,9 | 61,7 | |
| $La(NO_3)_3$ | 55,0 | 56,9 | 58,9 | 60,0 | 61,1 | 63,6 | 66,3 | 69,9 | 74,1 | | | |
| LiBr | 58,4 | 60,1 | 62,7 | 64,4 | 65,9 | 67,8 | 68,3 | 69,0 | 69,8 | 70,7 | 71,7 | 72,8 |
| $LiBrO_3$ | 61,03 | 62,62 | 64,44 | 65,44 | 66,51 | 68,90 | 71,68 | 73,24 | 74,43 | 75,66 | 76,93 | 78,32 |

| | 0 °C | 10 °C | 20 °C | 25 °C | 30 °C | 40 °C | 50 °C | 60 °C | 70 °C | 80 °C | 90 °C | 100 °C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $LiCH_3COO$ | 23,76 | 26,49 | 29,42 | 31,02 | 32,72 | 36,48 | 40,65 | 45,15 | 49,93 | 54,91 | 60,04 | 65,26 |
| $LiCl$ | 40,45 | 42,46 | 45,29 | 45,81 | 46,25 | 47,30 | 48,47 | 49,78 | 51,27 | 52,98 | 54,98 | 56,34 |
| $LiClO_3$ | 73,2 | 75,6 | 80,8 | 82,1 | 83,4 | 85,9 | 87,1 | 88,2 | 89,6 | 91,3 | 93,4 | 95,7 |
| $LiClO_4$ | 30,1 | 32,6 | 35,5 | 37,0 | 38,6 | 41,9 | 45,5 | 49,2 | 53,2 | 57,2 | 61,3 | 71,4 |
| $LiI$ | 59,4 | 60,5 | 61,7 | 62,3 | 63,0 | 64,3 | 65,8 | 67,3 | 68,8 | 81,3 | 81,7 | 82,6 |
| $LiNO_2$ | 41 | 45 | 49 | 51 | 53 | 56 | 60 | 63 | 66 | 68 | | |
| $LiNO_3$ | 34,8 | 37,6 | 42,7 | 50,5 | 57,9 | 60,1 | 62,2 | 64,0 | 65,7 | 67,2 | 68,5 | 69,7 |
| $LiOH$ | 10,8 | 10,8 | 11,0 | 11,1 | 11,3 | 11,7 | 12,2 | 12,7 | 13,4 | 14,2 | 15,1 | 16,1 |
| $Li_2CO_3$ | 1,54 | 1,43 | 1,33 | 1,28 | 1,24 | 1,15 | 1,07 | 0,99 | 0,92 | 0,85 | 0,78 | 0,72 |
| $Li_2HPO_3$ | 9,07 | 8,40 | 7,77 | 7,47 | 7,18 | 6,64 | 6,16 | 5,71 | 5,30 | 4,91 | 4,53 | 4,16 |
| $Li_2SO_4$ | 26,3 | 25,9 | 25,6 | 25,5 | 25,3 | 25,0 | 24,8 | 24,5 | 24,3 | 24,0 | 23,8 | 23,6 |
| $MgBr_2$ | 49,3 | 49,8 | 50,3 | 50,6 | 50,9 | 51,5 | 52,1 | 52,8 | 53,5 | 54,2 | 55,0 | 55,7 |
| $Mg(BrO_3)_2$ | 43,0 | 45,2 | 48,0 | 49,4 | 51,0 | 54,3 | 57,9 | 61,6 | 65,3 | 69,0 | 70,9 | 71,7 |
| $Mg(CH_3COO)_2$ | 36,18 | 37,55 | 38,92 | 39,61 | | | | | | | | |
| $MgCl_2$ | 33,96 | 34,85 | 35,58 | 35,90 | 36,20 | 36,77 | 37,34 | 37,97 | 38,71 | 39,62 | 40,75 | 42,15 |
| $Mg(ClO_3)_2$ | 53,35 | 54,40 | 56,81 | 58,66 | 60,91 | 65,46 | 67,33 | 69,27 | 71,01 | 72,44 | 73,48 | |
| $Mg(ClO_4)_2$ | 47,8 | 48,7 | 49,6 | 50,1 | 50,5 | 51,3 | 52,1 | | | | | |
| $MgI_2$ | 54,7 | 56,1 | 58,2 | 59,4 | 60,8 | 63,9 | 65,0 | 65,0 | 65,0 | 65,0 | 65,1 | 65,2 |
| $Mg(IO_3)_2$ | 3,19 | 6,70 | 7,92 | 8,52 | 9,11 | 10,45 | 11,99 | 13,7 | 15,6 | 17,6 | 19,6 | |
| $Mg(NO_3)_2$ | 38,4 | 39,5 | 40,8 | 41,6 | 42,4 | 44,1 | 45,9 | 47,9 | 50,0 | 52,2 | 70,6 | 72,0 |
| $MgSO_3$ | 0,32 | 0,37 | 0,46 | 0,52 | 0,61 | 0,87 | 0,85 | 0,76 | 0,69 | 0,64 | 0,62 | 0,60 |
| $MgSO_4$ | 18,2 | 21,7 | 25,1 | 26,3 | 28,2 | 30,9 | 33,4 | 35,6 | 36,9 | 35,9 | 34,7 | 33,3 |
| $MnBr_2$ | 56,00 | 57,72 | 59,39 | 60,19 | 60,96 | 62,41 | 63,75 | 65,01 | 66,19 | 67,32 | 68,42 | 69,50 |
| $MnCl_2$ | 38,7 | 40,6 | 42,5 | 43,6 | 44,7 | 47,0 | 49,4 | 54,1 | 54,7 | 55,2 | 55,7 | 56,1 |

| | 0 °C | 10 °C | 20 °C | 25 °C | 30 °C | 40 °C | 50 °C | 60 °C | 70 °C | 80 °C | 90 °C | 100 °C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $MnSO_4$ | 34,6 | 37,3 | 38,6 | 38,9 | 38,9 | 37,7 | 36,3 | 34,6 | 32,8 | 30,8 | 28,8 | 26,7 |
| $NH_4Br$ | 37,5 | 40,2 | 42,7 | 43,9 | 45,1 | 47,3 | 49,4 | 51,3 | 53,0 | 54,6 | 56,1 | 57,4 |
| $NH_4Cl$ | 22,92 | 25,12 | 27,27 | 28,34 | 29,39 | 31,46 | 33,50 | 35,49 | 37,46 | 39,40 | 41,33 | 43,24 |
| $NH_4ClO_4$ | 10,8 | 14,1 | 17,8 | 19,7 | 21,7 | 25,8 | 29,8 | 33,6 | 37,3 | 40,7 | 43,8 | 46,6 |
| $NH_4F$ | 41,7 | 43,2 | 44,7 | 45,5 | 46,3 | 47,8 | 49,3 | 50,9 | 52,5 | 54,1 | | |
| $NH_4HCO_3$ | 10,6 | 13,7 | 17,6 | 19,9 | 22,4 | 27,9 | 34,2 | 41,4 | 49,3 | 58,1 | 67,6 | 78,0 |
| $NH_4H_2AsO_4$ | 25,2 | 29,0 | 32,7 | 34,5 | 36,3 | 39,7 | 43,1 | 46,2 | 49,3 | 52,2 | 55,0 | |
| $NH_4H_2PO_4$ | 17,8 | 22,0 | 26,4 | 28,8 | 31,2 | 36,2 | 41,6 | 47,2 | 53,0 | 59,2 | 65,7 | 72,4 |
| $NH_4I$ | 60,7 | 62,1 | 63,4 | 64,0 | 64,6 | 65,8 | 66,8 | 67,8 | 68,7 | 69,6 | 70,4 | 71,1 |
| $NH_4NO_3$ | 54,0 | 60,1 | 65,5 | 68,0 | 70,3 | 74,3 | 77,7 | 80,8 | 83,4 | 85,8 | 88,2 | 90,3 |
| $(NH_4)_2C_2O_4$ | 2,31 | 3,11 | 4,25 | 4,94 | 5,73 | 7,56 | 9,73 | 12,2 | 15,1 | 18,3 | 21,8 | 25,7 |
| $(NH_4)_2HPO_4$ | 36,4 | 38,2 | 40,0 | 41,0 | 42,0 | 44,1 | 46,2 | 48,5 | 50,9 | 53,3 | 55,9 | 58,6 |
| $(NH_4)_2S_2O_5$ | 65,5 | 67,9 | 69,8 | 70,5 | 71,3 | 72,3 | 72,9 | 73,1 | | | | |
| $(NH_4)_2S_2O_8$ | 37,00 | 40,45 | 43,84 | 45,49 | 47,11 | 50,25 | 53,28 | 56,23 | 59,13 | 62,00 | | |
| $(NH_4)_2SO_3$ | 32,2 | 34,9 | 37,7 | 39,1 | 40,6 | 43,7 | 47,0 | 50,6 | 54,5 | 58,9 | | |
| $(NH_4)_2SO_4$ | 41,3 | 42,1 | 42,9 | 43,3 | 43,8 | 44,7 | 45,6 | 46,6 | 47,5 | 48,5 | 49,5 | 50,5 |
| $NaBr$ | 44,4 | 45,9 | 47,7 | 48,6 | 49,6 | 51,6 | 53,7 | 54,1 | 54,3 | 54,5 | 54,7 | 54,9 |
| $NaBrO_3$ | 20,0 | 23,22 | 26,65 | 28,28 | 29,86 | 32,83 | 35,55 | 38,05 | 40,37 | 42,52 | | |
| $NaHCOO$ | 30,8 | 37,9 | 45,7 | 48,7 | 50,6 | 52,0 | 53,5 | 55,0 | | | | |
| $NaCH_3COO$ | 26,5 | 28,8 | 31,8 | 33,5 | 35,5 | 39,9 | 45,1 | 58,3 | 59,3 | 60,5 | 61,7 | 62,9 |
| $NaCl$ | 26,28 | 26,32 | 26,41 | 26,45 | 26,52 | 26,67 | 26,84 | 27,03 | 27,25 | 27,50 | 27,78 | 28,05 |
| $NaClO_3$ | 44,27 | 46,67 | 49,3 | 50,1 | 51,2 | 53,6 | 55,5 | 57,0 | 58,5 | 60,5 | 63,3 | 67,1 |
| $NaClO_4$ | 61,9 | 64,1 | 66,2 | 67,2 | 68,3 | 70,4 | 72,5 | 74,1 | 74,7 | 75,4 | 76,1 | 76,7 |
| $NaF$ | 3,52 | 3,72 | 3,89 | 3,97 | 4,05 | 4,20 | 4,34 | 4,46 | 4,57 | 4,66 | 4,75 | 4,82 |

| | 0 °C | 10 °C | 20 °C | 25 °C | 30 °C | 40 °C | 50 °C | 60 °C | 70 °C | 80 °C | 90 °C | 100 °C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $NaHCO_3$ | 6,48 | 7,59 | 8,73 | 9,32 | 9,91 | 11,13 | 12,40 | 13,70 | 15,02 | 16,37 | 17,73 | 19,10 |
| $NaH_2PO_4$ | 36,54 | 41,07 | 46,00 | 48,68 | 51,54 | 57,89 | 61,7 | 62,3 | 65,9 | 68,7 | | |
| NaI | 61,2 | 62,4 | 63,9 | 64,8 | 65,7 | 67,7 | 69,8 | 72,0 | 74,7 | 74,8 | 74,9 | 75,1 |
| $NaIO_3$ | 2,43 | 4,40 | 7,78 | 8,65 | 9,60 | 11,67 | 13,99 | 16,52 | 19,25 | 21,1 | 22,9 | 24,7 |
| $NaNO_2$ | 41,9 | 43,4 | 45,1 | 45,9 | 46,8 | 48,7 | 50,7 | 52,8 | 55,0 | 57,2 | 59,5 | 61,8 |
| $NaNO_3$ | 42,2 | 44,4 | 46,6 | 47,7 | 48,8 | 51,0 | 53,2 | 55,3 | 57,5 | 59,6 | 61,7 | 63,8 |
| NaOH | 30 | 39 | 46 | 50 | 53 | 58 | 63 | 67 | 71 | 74 | 76 | 79 |
| NaSCN | 52,9 | 57,1 | 60,2 | 62,7 | 63,5 | 64,2 | 65,0 | 65,9 | 66,9 | 67,9 | 69,0 | |
| $Na_2B_4O_7$ | 1,23 | 1,71 | 2,50 | 3,07 | 3,82 | 6,02 | 9,7 | 14,9 | 17,1 | 19,9 | 23,5 | 28,0 |
| $Na_2CO_3$ | 6,44 | 10,8 | 17,9 | 23,5 | 28,7 | 32,8 | 32,2 | 31,7 | 31,3 | 31,1 | 30,9 | 30,9 |
| $Na_2C_2O_4$ | 2,62 | 2,95 | 3,30 | 3,48 | 3,65 | 4,00 | 4,36 | 4,71 | 5,06 | 5,41 | 5,75 | 6,08 |
| $Na_2CrO_4$ | 22,6 | 32,3 | 44,6 | 46,7 | 46,9 | 48,9 | 51,0 | 53,4 | 55,3 | 55,5 | 55,8 | 56,1 |
| $Na_2Cr_2O_7$ | 62,1 | 63,1 | 64,4 | 65,2 | 66,1 | 68,0 | 70,1 | 72,3 | 74,6 | 77,0 | 79,6 | 80,7 |
| $Na_2HPO_4$ | 1,66 | 4,19 | 7,51 | 10,55 | 16,34 | 35,17 | 44,64 | 45,20 | 46,81 | 48,78 | 50,52 | 51,53 |
| $Na_2MoO_4$ | 30,6 | 38,8 | 39,4 | 39,4 | 39,8 | 40,3 | 41,0 | 41,7 | 42,6 | 43,5 | 44,5 | 45,5 |
| $Na_2S$ | 11,1 | 13,2 | 15,7 | 17,1 | 18,6 | 22,1 | 26,7 | 28,1 | 30,2 | 33,0 | 36,4 | 41,0 |
| $Na_2SO_3$ | 12,0 | 16,1 | 20,9 | 23,5 | 26,3 | 27,3 | 25,9 | 24,8 | 23,7 | 22,8 | 22,1 | 21,5 |
| $Na_2SO_4$ | | | 16,13 | 21,94 | 29,22 | 32,35 | 31,55 | 30,90 | 30,39 | 30,02 | 29,79 | 29,67 |
| $Na_2S_2O_3$ | 33,1 | 36,3 | 40,6 | 43,3 | 45,9 | 52,0 | 62,3 | 65,7 | 68,8 | 69,4 | 70,1 | 71,0 |
| $Na_2S_2O_5$ | | 38,4 | 39,5 | 40,0 | 40,6 | 41,8 | 43,0 | 44,2 | 45,5 | 46,8 | 48,1 | 49,5 |
| $Na_2WO_4$ | 41,6 | 41,9 | 42,3 | 42,6 | 42,9 | 43,6 | 44,4 | 45,3 | 46,2 | 47,3 | 48,4 | 49,5 |
| $Na_3PO_4$ | 4,28 | 7,30 | 10,8 | 12,6 | 14,1 | 16,6 | 22,9 | 28,4 | 32,4 | 37,6 | 40,4 | 43,5 |
| $Na_4P_2O_7$ | 2,23 | 3,28 | 4,81 | 6,62 | 7,00 | 10,10 | 14,38 | 20,07 | 27,31 | 36,03 | 32,37 | 30,67 |
| $NdCl_3$ | 49,0 | 49,3 | 49,7 | 50,0 | 50,4 | 51,2 | 52,2 | 53,3 | 54,5 | 55,8 | 57,1 | 58,5 |

| | 0 °C | 10 °C | 20 °C | 25 °C | 30 °C | 40 °C | 50 °C | 60 °C | 70 °C | 80 °C | 90 °C | 100 °C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Nd(NO_3)_3$ | 55,76 | 57,49 | 59,37 | 60,38 | 61,43 | 63,69 | 66,27 | 69,47 | | | | |
| $NiCl_2$ | 34,7 | 36,1 | 38,5 | 40,3 | 41,7 | 42,1 | 43,2 | 45,0 | 46,1 | 46,2 | 46,4 | 46,6 |
| $NiI_2$ | 55,40 | 57,68 | 59,78 | 60,69 | 61,50 | 62,80 | 63,73 | 64,38 | 64,80 | 65,09 | 65,30 | |
| $Ni(NO_3)_2$ | 44,1 | 46,0 | 48,4 | 49,8 | 51,3 | 54,6 | 58,3 | 61,0 | 63,1 | 65,6 | 67,9 | 69,0 |
| $NiSO_4$ | 21,4 | 24,4 | 27,4 | 28,8 | 30,3 | 32,0 | 34,1 | 35,8 | 37,7 | 39,9 | 42,3 | 44,8 |
| $PbBr_2$ | 0,449 | 0,620 | 0,841 | 0,966 | 1,118 | 1,46 | 1,89 | | | | | |
| $PbCl_2$ | 0,66 | 0,81 | 0,98 | 1,07 | 1,17 | 1,39 | 1,64 | 1,93 | 2,24 | 2,60 | 2,99 | 3,42 |
| $PbI_2$ | 0,041 | 0,052 | 0,067 | 0,076 | 0,086 | 0,112 | 0,144 | 0,187 | 0,243 | 0,315 | | |
| $Pb(NO_3)_2$ | 28,46 | 32,13 | 35,67 | 37,38 | 39,05 | 42,22 | 45,17 | 47,90 | 50,42 | 52,72 | 54,82 | 56,75 |
| $PbSO_4$ | 0,0033 | 0,0038 | 0,0042 | 0,0044 | 0,0047 | 0,0052 | 0,0058 | | | | | |
| RbBr | 47,4 | 50,1 | 52,6 | 53,8 | 54,9 | 57,0 | 58,8 | 60,6 | 62,1 | 63,5 | 64,8 | 65,9 |
| $RbBrO_3$ | 0,97 | 1,55 | 2,36 | 2,87 | 3,45 | 4,87 | 6,64 | 8,78 | 11,29 | 14,15 | 17,32 | 20,76 |
| RbCl | 43,58 | 45,65 | 47,53 | 48,42 | 49,27 | 50,86 | 52,34 | 53,67 | 54,92 | 56,08 | 57,16 | 58,15 |
| $RbClO_3$ | 2,10 | 3,38 | 5,14 | 6,22 | 7,45 | 10,35 | 13,85 | 17,93 | 22,53 | 27,57 | 32,96 | 38,60 |
| RbI | 55,8 | 58,6 | 61,1 | 62,3 | 63,4 | 65,4 | 67,2 | 68,8 | 70,3 | 71,6 | 72,7 | 73,8 |
| $RbIO_3$ | 1,09 | 1,53 | 2,07 | 2,38 | 2,74 | 3,52 | 4,41 | 5,42 | 6,52 | 7,74 | 9,00 | 10,36 |
| $RbNO_3$ | 16,4 | 25,0 | 34,6 | 39,4 | 44,2 | 53,1 | 60,8 | 67,2 | 72,2 | 76,1 | 79,0 | 81,2 |
| $Rb_2SO_4$ | 27,3 | 30,0 | 32,5 | 33,7 | 34,8 | 36,9 | 38,7 | 40,3 | 41,8 | 43,0 | 44,1 | 44,9 |
| $Sc(NO_3)_3$ | 57,0 | 59,3 | 61,6 | 62,8 | 63,9 | 66,2 | 68,5 | | | | | |
| $Sm(NO_3)_3$ | 54,83 | 56,33 | 58,08 | 59,05 | 60,08 | 62,38 | 65,05 | 68,1 | 70,8 | 74,2 | | |
| $SmCl_3$ | 48,0 | 48,2 | 48,4 | 48,6 | 49,2 | 50,0 | | | | | | |
| $SnCl_2$ | 46 | 64 | | | | | | | | | | |
| $SnI_2$ | | | 0,97 | | | | | | | | | 3,87 |
| $SrBr_2$ | 46,0 | 48,3 | 50,6 | 51,7 | 52,9 | 55,2 | 57,6 | 59,9 | 62,3 | 64,6 | 66,8 | 69,0 |

| | 0 °C | 10 °C | 20 °C | 25 °C | 30 °C | 40 °C | 50 °C | 60 °C | 70 °C | 80 °C | 90 °C | 100 °C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Sr(BrO_3)_2$ | 18,53 | 22,00 | 25,39 | 27,02 | 28,59 | 31,55 | 34,21 | 36,57 | 38,64 | 40,2 | 40,8 | 41,0 |
| $SrCl_2$ | 31,94 | 32,93 | 34,43 | 35,37 | 36,43 | 38,93 | 41,94 | 45,44 | 46,81 | 47,69 | 48,70 | 49,87 |
| $Sr(ClO_3)_2$ | 63,29 | 63,42 | 63,64 | 63,77 | 63,93 | 64,29 | 64,70 | 65,16 | 65,65 | 66,18 | 66,74 | 67,31 |
| $SrF_2$ | 0,011 | | | 0,021 | | | | | | | | |
| $SrI_2$ | 62,5 | 62,8 | 63,5 | 63,9 | 64,5 | 65,8 | 67,3 | 69,0 | 70,8 | 72,7 | 74,7 | 79,2 |
| $Sr(IO_3)_2$ | 0,102 | 0,126 | 0,152 | 0,165 | 0,179 | 0,206 | 0,233 | 0,259 | 0,284 | 0,307 | 0,328 | 0,346 |
| $Sr(NO_3)_2$ | 28,2 | 34,6 | 41,0 | 44,5 | 47,0 | 47,4 | 47,9 | 48,4 | 48,9 | 49,5 | 50,1 | 50,7 |
| $SrS_2O_3$ | 8,8 | 13,2 | 17,7 | 20,0 | 22,2 | 26,8 | | | | | | |
| $Tl_2SO_4$ | 2,65 | 3,56 | 4,61 | 5,19 | 5,80 | 7,09 | 8,46 | 9,89 | 11,33 | 12,77 | 14,18 | 15,53 |
| $UO_2(NO_3)_2$ | 49,52 | 51,82 | 54,42 | 55,85 | 57,55 | 61,59 | 67,07 | | | | | |
| $Y(NO_3)_3$ | 55,57 | 56,93 | 58,75 | 59,86 | 61,11 | 63,3 | 64,9 | 67,9 | 72,5 | | | |
| $ZnBr_2$ | 79,3 | 80,1 | 81,8 | 83,0 | 84,1 | 85,6 | 85,8 | 86,1 | 86,3 | 86,6 | 86,8 | 87,1 |
| $ZnC_2O_4$ | | 0,0010 | 0,0019 | 0,0026 | | | | | | | | |
| $ZnCl_2$ | 76,6 | 79,0 | 80,3 | 81,4 | 81,8 | 82,4 | 83,0 | 83,7 | 84,4 | 85,2 | 86,0 | |
| $Zn(ClO_4)_2$ | 44,29 | | | 46,27 | | | 48,70 | | | | | |
| $ZnF_2$ | | | | 1,53 | | | | | | | | |
| $ZnI_2$ | 81,1 | 81,2 | 81,3 | 81,4 | 81,5 | 81,7 | 82,0 | 82,3 | 82,6 | 83,0 | 83,3 | 83,7 |
| $Zn(NO_3)_2$ | 47,8 | 50,8 | 54,4 | 54,6 | 58,5 | 79,1 | 80,1 | 87,5 | 89,9 | | | |
| $ZnSO_4$ | 29,1 | 32,0 | 35,0 | 36,6 | 38,2 | 41,3 | 43,0 | 42,1 | 41,0 | 39,9 | 38,8 | 37,6 |

*5.7. A kénsav-, hidrogén-klorid-, salétromsav-, nátrium-hidroxid- és kálium-hidroxid-oldatok összetétele a sűrűség függvényében (15 °C-on)*

| Sűrűség ($g/cm^3$) | Tömegszázalékos összetétel | | | | | Sűrűség ($g/cm^3$) | Tömegszázalékos összetétel | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $H_2SO_4$ -oldat | HCl -oldat | $HNO_3$ -oldat | NaOH -oldat | KOH -oldat | | $H_2SO_4$ -oldat | HCl -oldat | $HNO_3$ -oldat | NaOH -oldat | KOH -oldat |
| 1,000 | 0,09 | 0,16 | 0,00 | 0,08 | 0,10 | 1,170 | 23,47 | 33,46 | 27,88 | 15,32 | 18,12 |
| 1,005 | 0,95 | 1,15 | 1,00 | 0,51 | 0,94 | 1,175 | 24,12 | 34,42 | 28,63 | 15,77 | 18,63 |
| 1,010 | 1,57 | 2,14 | 1,90 | 0,95 | 1,78 | 1,180 | 24,76 | 35,39 | 29,38 | 16,22 | 19,14 |
| 1,015 | 2,30 | 3,12 | 2,80 | 1,39 | 2,02 | 1,185 | 25,40 | 36,31 | 30,13 | 16,67 | 19,65 |
| 1,020 | 3,03 | 4,13 | 3,70 | 1,83 | 2,27 | 1,190 | 26,04 | 37,23 | 30,88 | 17,12 | 20,16 |
| 1,025 | 3,76 | 5,15 | 4,60 | 2,27 | 2,81 | 1,195 | 26,68 | 38,16 | 31,62 | 17,57 | 20,66 |
| 1,030 | 4,49 | 6,15 | 5,50 | 2,72 | 3,36 | 1,200 | 27,32 | 39,11 | 32,36 | 18,02 | 21,16 |
| 1,035 | 5,23 | 7,15 | 6,38 | 3,16 | 3,90 | 1,205 | 27,95 | – | 33,09 | 18,47 | 21,66 |
| 1,040 | 5,96 | 8,16 | 7,26 | 3,61 | 4,44 | 1,210 | 28,58 | – | 33,82 | 18,93 | 22,17 |
| 1,045 | 6,67 | 9,16 | 8,13 | 4,06 | 4,98 | 1,215 | 29,21 | – | 34,55 | 19,38 | 22,66 |
| 1,050 | 7,37 | 10,17 | 8,99 | 4,51 | 5,52 | 1,220 | 29,84 | – | 35,28 | 19,83 | 23,16 |
| 1,055 | 8,07 | 11,18 | 9,84 | 4,96 | 6,06 | 1,225 | 30,48 | – | 36,03 | 20,28 | 23,65 |
| 1,060 | 8,77 | 12,19 | 10,68 | 5,41 | 6,60 | 1,230 | 31,11 | – | 36,78 | 20,73 | 24,15 |
| 1,065 | 9,48 | 13,19 | 11,51 | 5,86 | 7,14 | 1,235 | 31,70 | – | 37,53 | 21,18 | 24,64 |
| 1,070 | 10,19 | 14,17 | 12,33 | 6,31 | 7,68 | 1,240 | 32,28 | – | 38,29 | 21,64 | 25,13 |
| 1,075 | 10,90 | 15,16 | 13,15 | 6,76 | 8,21 | 1,245 | 32,86 | – | 39,05 | 22,09 | 25,62 |
| 1,080 | 11,60 | 16,15 | 13,95 | 7,21 | 8,75 | 1,250 | 33,43 | – | 39,82 | 22,55 | 26,11 |
| 1,085 | 12,30 | 17,13 | 14,74 | 7,65 | 9,27 | 1,255 | 34,00 | – | 40,58 | 23,00 | 26,60 |
| 1,090 | 12,99 | 18,11 | 15,53 | 8,10 | 9,79 | 1,260 | 34,57 | – | 41,34 | 23,46 | 27,10 |
| 1,095 | 13,67 | 19,06 | 16,32 | 8,55 | 10,32 | 1,265 | 35,14 | – | 42,10 | 23,91 | 27,58 |
| 1,100 | 14,35 | 20,01 | 17,11 | 9,00 | 10,86 | 1,270 | 35,71 | – | 42,87 | 24,36 | 28,07 |
| 1,105 | 15,03 | 20,97 | 17,89 | 9,45 | 11,39 | 1,275 | 36,29 | – | 43,64 | 24,82 | 28,53 |
| 1,110 | 15,71 | 21,92 | 18,67 | 9,90 | 11,92 | 1,280 | 36,87 | – | 44,41 | 25,28 | 29,00 |
| 1,115 | 16,36 | 22,86 | 19,95 | 10,35 | 12,44 | 1,285 | 37,45 | – | 45,18 | 25,73 | 29,47 |
| 1,120 | 17,01 | 23,82 | 20,23 | 10,80 | 12,97 | 1,290 | 38,03 | – | 45,95 | 26,19 | 29,95 |
| 1,125 | 17,66 | 24,78 | 21,00 | 11,25 | 13,50 | 1,295 | 38,61 | – | 46,72 | 26,65 | 30,42 |
| 1,130 | 18,31 | 25,74 | 21,77 | 11,70 | 14,03 | 1,300 | 39,19 | – | 47,49 | 27,11 | 30,90 |
| 1,135 | 18,96 | 26,70 | 22,54 | 12,15 | 14,55 | 1,305 | 39,77 | – | 48,26 | 27,57 | 31,37 |
| 1,140 | 19,61 | 27,66 | 23,31 | 12,60 | 15,07 | 1,310 | 40,35 | – | 49,07 | 28,03 | 31,84 |
| 1,145 | 20,26 | 28,61 | 24,08 | 13,05 | 15,58 | 1,315 | 40,93 | – | 49,89 | 28,49 | 32,31 |
| 1,150 | 20,91 | 29,57 | 24,84 | 13,50 | 16,09 | 1,320 | 41,50 | – | 50,71 | 28,96 | 32,78 |
| 1,155 | 21,55 | 30,55 | 25,60 | 13,95 | 16,69 | 1,325 | 42,08 | – | 51,53 | 29,43 | 33,24 |
| 1,160 | 22,19 | 31,52 | 26,36 | 14,40 | 17,30 | 1,330 | 42,66 | – | 52,37 | 29,90 | 33,71 |
| 1,165 | 22,83 | 32,49 | 27,12 | 14,86 | 17,71 | 1,335 | 43,20 | – | 53,22 | 30,37 | 34,17 |

| Sűrűség ($g/cm^3$) | Tömegszázalékos összetétel | | | | | Sűrűség ($g/cm^3$) | Tömeg% | Sűrűség ($g/cm^3$) | Tömeg% |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $H_2SO_4$ -oldat | HCl -oldat | $HNO_3$ -oldat | NaOH -oldat | KOH -oldat | | $H_2SO_4$ -oldat | | $H_2SO_4$ -oldat |
| 1,340 | 43,74 | – | 54,07 | 30,84 | 34,63 | 1,525 | 62,06 | 1,710 | 78,04 |
| 1,345 | 44,28 | – | 54,93 | 31,31 | 35,09 | 1,530 | 62,53 | 1,715 | 78,48 |
| 1,350 | 44,82 | – | 55,79 | 31,79 | 35,55 | 1,535 | 63,00 | 1,720 | 78,92 |
| 1,355 | 45,35 | – | 56,66 | 32,26 | 36,00 | 1,540 | 63,43 | 1,725 | 79,36 |
| 1,360 | 45,88 | – | 57,57 | 32,74 | 36,46 | 1,545 | 63,85 | 1,730 | 79,80 |
| 1,365 | 46,41 | – | 58,48 | 33,22 | 36,91 | 1,550 | 64,26 | 1,735 | 80,24 |
| 1,370 | 46,94 | – | 59,39 | 33,70 | 37,37 | 1,555 | 64,67 | 1,740 | 80,68 |
| 1,375 | 47,47 | – | 60,30 | 34,18 | 37,82 | 1,560 | 65,20 | 1,745 | 81,12 |
| 1,380 | 48,00 | – | 61,27 | 34,66 | 38,28 | 1,565 | 65,65 | 1,750 | 81,56 |
| 1,385 | 48,53 | – | 62,24 | 35,15 | 38,73 | 1,570 | 66,09 | 1,755 | 82,00 |
| 1,390 | 49,06 | – | 63,23 | 35,64 | 39,19 | 1,575 | 66,53 | 1,760 | 82,44 |
| 1,395 | 49,59 | – | 64,25 | 36,13 | 39,63 | 1,580 | 66,95 | 1,765 | 83,01 |
| 1,400 | 50,11 | – | 65,30 | 36,62 | 40,08 | 1,585 | 67,40 | 1,770 | 83,51 |
| 1,405 | 50,63 | – | 66,40 | 37,11 | 40,52 | 1,590 | 67,83 | 1,775 | 84,02 |
| 1,410 | 51,15 | – | 67,50 | 37,60 | 40,97 | 1,595 | 68,26 | 1,780 | 84,50 |
| 1,415 | 51,66 | – | 68,63 | 38,10 | 41,42 | 1,600 | 68,70 | 1,785 | 85,10 |
| 1,420 | 52,15 | – | 69,80 | 38,60 | 41,87 | 1,605 | 69,13 | 1,790 | 85,70 |
| 1,425 | 52,63 | – | 70,98 | 39,10 | 42,31 | 1,610 | 69,56 | 1,795 | 86,30 |
| 1,430 | 53,11 | – | 72,17 | 39,61 | 42,75 | 1,615 | 70,00 | 1,800 | 86,92 |
| 1,435 | 53,59 | – | 73,39 | 40,11 | 43,18 | 1,620 | 70,42 | 1,805 | 87,60 |
| 1,440 | 54,07 | – | 74,68 | 40,62 | 43,62 | 1,625 | 70,85 | 1,810 | 88,30 |
| 1,445 | 54,55 | – | 75,98 | 41,13 | 44,06 | 1,630 | 71,27 | 1,815 | 89,16 |
| 1,450 | 55,03 | – | 77,28 | 41,65 | 44,50 | 1,635 | 71,70 | 1,820 | 90,05 |
| 1,455 | 55,50 | – | 78,60 | 42,17 | 44,93 | 1,640 | 72,12 | 1,825 | 91,00 |
| 1,460 | 55,97 | – | 79,98 | 42,69 | 45,37 | 1,645 | 72,55 | 1,830 | 92,10 |
| 1,465 | 56,43 | – | 81,42 | 43,21 | 45,80 | 1,650 | 72,97 | 1,835 | 93,56 |
| 1,470 | 56,90 | – | 82,90 | 43,73 | 46,23 | 1,655 | 73,40 | 1,840 | 95,60 |
| 1,475 | 57,37 | – | 84,45 | 44,25 | 46,66 | 1,660 | 73,82 | 1,8405 | 95,95 |
| 1,480 | 57,83 | – | 86,05 | 44,77 | 47,09 | 1,665 | 74,24 | 1,8410 | 96,38 |
| 1,485 | 58,29 | – | 87,70 | 45,29 | 47,51 | 1,670 | 74,66 | 1,8415 | 97,35 |
| 1,490 | 58,75 | – | 89,60 | 45,81 | 47,94 | 1,675 | 75,08 | 1,8420 | 98,20 |
| 1,495 | 59,22 | – | 91,60 | 46,33 | 48,36 | 1,680 | 75,50 | 1,8425 | 98,52 |
| 1,500 | 59,70 | – | 94,09 | 46,86 | 48,79 | 1,685 | 75,94 | | |
| 1,505 | 60,18 | – | 96,39 | 47,39 | 49,21 | 1,690 | 76,38 | | |
| 1,510 | 60,65 | – | 98,10 | 47,92 | 49,64 | 1,695 | 76,78 | | |
| 1,515 | 61,12 | – | 99,07 | 48,44 | – | 1,700 | 77,17 | | |
| 1,520 | 61,59 | – | 99,67 | 48,97 | – | 1,705 | 77,60 | | |

*5.8. Savoldatok sűrűsége az összetétel függvényében (20 °C-on)*

| Tömeg% | HCl -oldat | $H_2SO_4$ -oldat | $HNO_3$ -oldat | $H_3PO_4$ -oldat |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,0032 | 1,0051 | 1,00364 | 1,004 |
| 2 | 1,0082 | 1,0118 | 1,00909 | 1,009 |
| 3 | 1,0132 | 1,0184 | 1,01457 | 1,014 |
| 4 | 1,0181 | 1,0250 | 1,02008 | 1,020 |
| 5 | 1,0230 | 1,0317 | 1,02563 | 1,025 |
| 6 | 1,0279 | 1,0385 | 1,03122 | 1,031 |
| 7 | 1,0327 | 1,0453 | 1,0369 | 1,036 |
| 8 | 1,0376 | 1,0522 | 1,0427 | 1,042 |
| 9 | 1,0425 | 1,0591 | 1,0485 | 1,047 |
| 10 | 1,0474 | 1,0661 | 1,0543 | 1,053 |
| 11 | 1,0524 | 1,0731 | 1,0602 | 1,058 |
| 12 | 1,0574 | 1,0802 | 1,0661 | 1,065 |
| 13 | 1,0624 | 1,0874 | 1,0721 | 1,070 |
| 14 | 1,0675 | 1,0947 | 1,0781 | 1,076 |
| 15 | 1,0725 | 1,1020 | 1,0842 | 1,082 |
| 16 | 1,0776 | 1,1094 | 1,0903 | 1,088 |
| 17 | 1,0827 | 1,1165 | 1,0964 | 1,094 |
| 18 | 1,0878 | 1,1243 | 1,1026 | 1,101 |
| 19 | 1,0929 | 1,1318 | 1,1088 | 1,106 |
| 20 | 1,0980 | 1,1394 | 1,1150 | 1,113 |
| 21 | 1,1031 | 1,1471 | 1,1213 | 1,120 |
| 22 | 1,1083 | 1,1548 | 1,1276 | 1,126 |
| 23 | 1,1135 | 1,1626 | 1,1340 | 1,133 |
| 24 | 1,1187 | 1,1704 | 1,1404 | 1,140 |
| 25 | 1,1239 | 1,1783 | 1,1469 | 1,146 |
| 26 | 1,1290 | 1,1862 | 1,1534 | 1,153 |
| 27 | 1,1341 | 1,1942 | 1,1600 | 1,160 |
| 28 | 1,1392 | 1,2023 | 1,1666 | 1,167 |
| 29 | 1,1443 | 1,2104 | 1,1733 | 1,174 |
| 30 | 1,1493 | 1,2185 | 1,1800 | 1,181 |
| 31 | 1,1543 | 1,2267 | 1,1867 | 1,188 |
| 32 | 1,1593 | 1,2349 | 1,1934 | 1,195 |
| 33 | 1,1642 | 1,2432 | 1,2002 | 1,202 |
| 34 | 1,1691 | 1,2515 | 1,2071 | 1,208 |

| Tömeg% | HCl -oldat | $H_2SO_4$ -oldat | $HNO_3$ -oldat | $H_3PO_4$ -oldat |
|---|---|---|---|---|
| 35 | 1,1740 | 1,2599 | 1,2140 | 1,216 |
| 36 | 1,1789 | 1,2684 | 1,2205 | 1,223 |
| 37 | 1,1837 | 1,2769 | 1,2270 | 1,231 |
| 38 | 1,1885 | 1,2855 | 1,2335 | 1,238 |
| 39 | 1,1933 | 1,2941 | 1,2399 | 1,246 |
| 40 | 1,1980 | 1,3028 | 1,2463 | 1,254 |
| 41 | – | 1,3116 | 1,2527 | 1,262 |
| 42 | – | 1,3205 | 1,2591 | 1,269 |
| 43 | – | 1,3294 | 1,2655 | 1,277 |
| 44 | – | 1,3384 | 1,2719 | 1,285 |
| 45 | – | 1,3476 | 1,2783 | 1,293 |
| 46 | – | 1,3569 | 1,2847 | 1,301 |
| 47 | – | 1,3663 | 1,2911 | 1,309 |
| 48 | – | 1,3758 | 1,2975 | 1,318 |
| 49 | – | 1,3854 | 1,3040 | 1,327 |
| 50 | – | 1,3951 | 1,3100 | 1,335 |
| 51 | – | 1,4049 | 1,3160 | 1,344 |
| 52 | – | 1,4148 | 1,3219 | 1,352 |
| 53 | – | 1,4248 | 1,3278 | 1,361 |
| 54 | – | 1,4350 | 1,3336 | 1,370 |
| 55 | – | 1,4453 | 1,3393 | 1,379 |
| 56 | – | 1,4557 | 1,3449 | 1,388 |
| 57 | – | 1,4662 | 1,3505 | 1,398 |
| 58 | – | 1,4768 | 1,3560 | 1,408 |
| 59 | – | 1,4875 | 1,3614 | 1,417 |
| 60 | – | 1,4983 | 1,3667 | 1,426 |
| 61 | – | 1,5091 | 1,3719 | 1,436 |
| 62 | – | 1,5200 | 1,3769 | 1,446 |
| 63 | – | 1,5310 | 1,3818 | 1,455 |
| 64 | – | 1,5421 | 1,3866 | 1,465 |
| 65 | – | 1,5533 | 1,3913 | 1,475 |
| 66 | – | 1,5646 | 1,3959 | 1,485 |
| 67 | – | 1,5760 | 1,4004 | 1,495 |
| 68 | – | 1,5874 | 1,4048 | 1,505 |
| 69 | – | 1,5989 | 1,4091 | 1,515 |
| 70 | – | 1,6105 | 1,4134 | 1,526 |

*5.8. Savoldatok sűrűsége az összetétel függvényében (20 °C-on) (folytatás)*

| Tömeg% | HCl -oldat | $H_2SO_4$ -oldat | $HNO_3$ -oldat | $H_3PO_4$ -oldat |
|---|---|---|---|---|
| 71 | – | 1,6221 | 1,4176 | 1,536 |
| 72 | – | 1,6338 | 1,4218 | 1,547 |
| 73 | – | 1,6456 | 1,4258 | 1,557 |
| 74 | – | 1,6574 | 1,4298 | 1,563 |
| 75 | – | 1,6692 | 1,4337 | 1,579 |
| 76 | – | 1,6810 | 1,4375 | 1,590 |
| 77 | – | 1,6927 | 1,4413 | 1,601 |
| 78 | – | 1,7043 | 1,4450 | 1,612 |
| 79 | – | 1,7158 | 1,4486 | 1,623 |
| 80 | – | 1,7272 | 1,4522 | 1,633 |
| 81 | – | 1,7383 | 1,4555 | 1,644 |
| 82 | – | 1,7491 | 1,4589 | 1,656 |
| 83 | – | 1,7594 | 1,4622 | 1,667 |
| 84 | – | 1,7693 | 1,4655 | 1,678 |
| 85 | – | 1,7786 | 1,4686 | 1,689 |
| 86 | – | 1,7872 | 1,4716 | 1,700 |
| 87 | – | 1,7951 | 1,4745 | 1,712 |
| 88 | – | 1,8022 | 1,4773 | 1,724 |
| 89 | – | 1,8087 | 1,4800 | 1,735 |
| 90 | – | 1,8144 | 1,4826 | 1,746 |
| 91 | – | 1,8195 | 1,4850 | 1,758 |
| 92 | – | 1,8240 | 1,4873 | 1,770 |
| 93 | – | 1,8279 | 1,4892 | 1,782 |
| 94 | – | 1,8312 | 1,4912 | 1,794 |
| 95 | – | 1,8337 | 1,4932 | 1,807 |
| 96 | – | 1,8355 | 1,4952 | 1,819 |
| 97 | – | 1,8364 | 1,4974 | 1,832 |
| 98 | – | 1,8361 | 1,5008 | 1,844 |
| 99 | – | 1,8342 | 1,5056 | 1,857 |
| 100 | – | 1,8305 | 1,5129 | 1,870 |

*5.9. Sóoldatok sűrűsége az összetétel függvényében (20 °C-on)*

| Tömeg% | NaCl -oldat | KCl -oldat | KBr -oldat | KI -oldat | $KNO_3$ -oldat | $K_2CO_3$ -oldat | $CuSO_4$ -oldat | $AgNO_3$ -oldat |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,005 | 1,005 | 1,005 | 1,006 | 1,005 | 1,007 | 1,009 | 1,007 |
| 2 | 1,013 | 1,011 | 1,013 | 1,013 | 1,011 | 1,016 | 1,019 | 1,015 |
| 4 | 1,027 | 1,024 | 1,028 | 1,028 | 1,023 | 1,035 | 1,040 | 1,033 |
| 6 | 1,041 | 1,037 | 1,043 | 1,044 | 1,036 | 1,053 | 1,062 | 1,050 |
| 8 | 1,056 | 1,050 | 1,058 | 1,060 | 1,049 | 1,072 | 1,083 | 1,069 |
| 10 | 1,071 | 1,063 | 1,074 | 1,076 | 1,063 | 1,090 | 1,107 | 1,088 |
| 12 | 1,086 | 1,077 | 1,090 | 1,093 | 1,076 | 1,109 | 1,131 | 1,108 |
| 14 | 1,101 | 1,091 | 1,107 | 1,110 | 1,090 | 1,129 | 1,155 | 1,128 |
| 16 | 1,116 | 1,104 | 1,124 | 1,128 | 1,104 | 1,149 | 1,180 | 1,150 |
| 18 | 1,132 | 1,119 | 1,142 | 1,147 | 1,118 | 1,169 | 1,206 | 1,172 |
| 20 | 1,148 | 1,133 | 1,160 | 1,166 | 1,133 | 1,190 | – | 1,194 |
| 30 | – | – | 1,260 | 1,271 | – | 1,298 | – | 1,320 |
| 40 | – | – | 1,375 | 1,396 | – | 1,414 | – | 1,474 |
| 50 | – | – | – | 1,546 | – | 1,540 | – | 1,658 |
| 60 | – | – | – | 1,731 | – | – | – | 1,916 |

| Tömeg% | $NH_4NO_3$ -oldat | $Na_2CO_3$ -oldat | $Na_2S_2O_3$ -oldat | $K_2CrO_4$ -oldat | $CaCl_2$ -oldat | $Al_2(SO_4)_3$ -oldat | $FeCl_2$ -oldat | $FeCl_3$ -oldat |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,002 | 1,007 | 1,007 | 1,007 | 1,007 | 1,009 | 1,007 | 1,007 |
| 2 | 1,006 | 1,018 | 1,015 | 1,015 | 1,015 | 1,019 | 1,017 | 1,015 |
| 4 | 1,015 | 1,038 | 1,032 | 1,031 | 1,032 | 1,040 | 1,035 | 1,032 |
| 6 | 1,023 | 1,059 | 1,048 | 1,048 | 1,049 | 1,061 | 1,054 | 1,049 |
| 8 | 1,031 | 1,080 | 1,065 | 1,065 | 1,066 | 1,083 | 1,073 | 1,067 |
| 10 | 1,040 | 1,101 | 1,083 | 1,082 | 1,084 | 1,105 | 1,092 | 1,085 |
| 12 | 1,048 | 1,122 | 1,100 | 1,099 | 1,102 | 1,129 | 1,113 | 1,104 |
| 14 | 1,057 | 1,144 | 1,118 | 1,118 | 1,120 | 1,152 | 1,134 | 1,123 |
| 16 | 1,065 | 1,164 | 1,137 | 1,137 | 1,139 | 1,176 | 1,155 | 1,142 |
| 18 | 1,074 | 1,186 | 1,155 | 1,156 | 1,158 | 1,201 | 1,177 | 1,162 |
| 20 | 1,083 | 1,209 | 1,174 | 1,175 | 1,178 | 1,226 | 1,199 | 1,182 |
| 30 | 1,128 | 1,327 | 1,274 | 1,278 | 1,282 | – | – | 1,291 |
| 40 | 1,175 | – | 1,383 | 1,396 | 1,396 | – | – | 1,417 |
| 50 | 1,226 | – | – | – | – | – | – | 1,551 |

*5.10. Néhány vegyület végtelen híg oldatra vonatkozó oldáshője*

**Oldáshő:** a moláris oldáshő az adott anyag adott oldószerben való feloldódása során tapasztalható energiaváltozás és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. Az oldáshőt megadott tömegre is vonatkoztathatjuk. Ekkor az oldáshő az adott anyag adott oldószerben való feloldódása során tapasztalható energiaváltozás és a tömeg hányadosa. Mértékegysége kJ/kg. Számértéke megegyezik az egységnyi mennyiségű anyag (pl.: 1 mol vagy 1 kg) adott oldószerben való feloldását kísérő, kJ-ban kifejezett energiaváltozással.
Értéke erősen függ attól, hogy a folyamat végén milyen koncentrációjú oldat keletkezik. Táblázatokban ennek megfelelően meg kell adni a felhasznált oldószer mennyiségét, vagy a végső összetételt is. Ez alól csupán a végtelen hígításra vonatkozó oldáshő a kivétel, ahol az anyagból annyira híg oldatot készítünk, hogy további oldószer hozzáadása mérhető hőeffektust már nem okoz.

| Vegyület | Oldáshő (kJ/mol) | Vegyület | Oldáshő (kJ/mol) |
|---|---|---|---|
| *savak* | | NaCl | 3,88 |
| HF | −61,50 | KCl | 17,22 |
| HCl | −74,84 | RbCl | 17,28 |
| HBr | −85,14 | LiBr | −48,83 |
| HI | −81,67 | NaBr | −0,60 |
| $HNO_3$ | −33,28 | KBr | 19,87 |
| $H_2SO_4$ | −74,40 | RbBr | 21,88 |
| HCOOH | −0,86 | LiI | −63,30 |
| $CH_3COOH$ | −1,51 | NaI | −7,53 |
| *bázisok* | | KI | 20,33 |
| $NH_3$ | −30,50 | RbI | 25,10 |
| NaOH | −44,51 | *nitrátok* | |
| KOH | −57,61 | $LiNO_3$ | −2,51 |
| $Ca(OH)_2$ | −11,70 | $NaNO_3$ | 20,50 |
| $Ba(OH)_2$ | −48,80 | $KNO_3$ | 34,89 |
| *halogenidek* | | $RbNO_3$ | 36,48 |
| LiF | 4,73 | $Ca(NO_3)_2$ | −17,75 |
| NaF | 0,91 | $Sr(NO_3)_2$ | 20,67 |
| KF | −17,73 | $Ba(NO_3)_2$ | 39,67 |
| RbF | −26,11 | $NH_4NO_3$ | 25,69 |
| LiCl | −37,03 | $AgNO_3$ | 22,95 |

## 6. REAKCIÓK

### *6.1. Néhány csapadék oldhatósági szorzata (25 °C közelében)*

**Oldhatósági szorzat:** a rosszul oldódó sók telítési egyensúlyának jellemzésére használható mennyiség. $K_xA_y$ összetételű só esetén $L_{KxAy} = [K]^x \cdot [A]^y$. (A telített oldat ionjainak mol/dm$^3$-ben kifejezett koncentrációit a képletben szereplő indexszámoknak megfelelő hatványon vesszük és összeszorozzuk.) A szögletes zárójel azt jelöli, hogy az ion koncentrációját mol/dm$^3$-ben kell kifejezni. A p$L$ az $L$ értékének negatív logaritmusa.

| Anyag | $L$ | p$L$ | Anyag | $L$ | p$L$ |
|---|---|---|---|---|---|
| AgBr | $4{,}898 \cdot 10^{-13}$ | 12,31 | $Cu_2S$ | $1{,}995 \cdot 10^{-47}$ | 46,7 |
| AgCl | $1{,}738 \cdot 10^{-10}$ | 9,76 | CuS | $8{,}511 \cdot 10^{-45}$ | 44,07 |
| $Ag_2CrO_4$ | $2{,}754 \cdot 10^{-12}$ | 11,56 | CuSCN | $1{,}585 \cdot 10^{-11}$ | 10,80 |
| AgI | $1 \cdot 10^{-16}$ | 16,0 | $Cr(OH)_3$ | $5{,}012 \cdot 10^{-31}$ | 30,30 |
| $Ag_2S$ | $1{,}479 \cdot 10^{-51}$ | 50,83 | $Hg_2Br_2$ | $1{,}514 \cdot 10^{-21}$ | 20,82 |
| AgSCN | $5{,}012 \cdot 10^{-11}$ | 10,3 | $Hg_2Cl_2$ | $1{,}995 \cdot 10^{-18}$ | 17,7 |
| $Al(OH)_3$ | $1{,}148 \cdot 10^{-33}$ | 32,94 | $Hg_2I_2$ | $5{,}012 \cdot 10^{-40}$ | 39,3 |
| $As_2S_3$ | $3{,}981 \cdot 10^{-29}$ | 28,4 | $HgI_2$ | $3{,}162 \cdot 10^{-29}$ | 28,5 |
| $As_2S_5$ | $1 \cdot 10^{-30}$ | 30 | HgS | $5{,}012 \cdot 10^{-53}$ | 52,3 |
| $BaSO_4$ | $1{,}905 \cdot 10^{-10}$ | 9,72 | $Hg_2SO_4$ | $8{,}128 \cdot 10^{-7}$ | 6,09 |
| $Bi_2S_3$ | $1{,}585 \cdot 10^{-72}$ | 71,8 | $MgNH_4PO_4$ | $2{,}512 \cdot 10^{-13}$ | 12,6 |
| $CaF_2$ | $1{,}259 \cdot 10^{-12}$ | 11,09 | NiS | $1{,}585 \cdot 10^{-18}$ | 17,8 |
| $Ca_3(PO_4)_2$ | $1{,}202 \cdot 10^{-29}$ | 28,92 | $PbCrO_4$ | $1{,}778 \cdot 10^{-14}$ | 13,75 |
| $CaSO_4$ | $5{,}370 \cdot 10^{-5}$ | 4,27 | PbS | $7{,}943 \cdot 10^{-27}$ | 26,1 |
| CdS | $5{,}012 \cdot 10^{-28}$ | 27,3 | $SrCO_3$ | $1{,}585 \cdot 10^{-9}$ | 8,80 |
| CuI | $5{,}012 \cdot 10^{-12}$ | 11,3 | ZnS | $1{,}995 \cdot 10^{-22}$ | 21,7 |

### *6.2. A vízionszorzat értéke*
*(Az értékek negatív logaritmusa különböző hőmérsékleteken vízre és nehézvízre)*

**A víz ionszorzata:** a tiszta víz autoprotolízise során keletkező oxónium- és hidroxidionok mol/dm$^3$-ben kifejezett egyensúlyi koncentrációjának szorzata. $K_v = [H_3O^+] \cdot [OH^-]$. Értéke függ a hőmérséklettől.

| $t$ (°C) | $-\lg(K_v)H_2O$ | $-\lg(K_v)D_2O$ | $t$ (°C) | $-\lg(K_v)H_2O$ | $-\lg(K_v)D_2O$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 14,938 | 15,972 | 50 | 13,275 | 14,176 |
| 5 | 14,727 | 15,743 | 55 | 13,152 | 14,044 |
| 10 | 14,528 | 15,527 | 60 | 13,034 | 13,918 |
| 15 | 14,340 | 15,324 | 65 | 12,921 | 13,798 |
| 20 | 14,163 | 15,132 | 70 | 12,814 | 13,683 |
| 25 | 13,995 | 14,951 | 75 | 12,712 | 13,574 |
| 30 | 13,836 | 14,779 | 80 | 12,613 | 13,470 |
| 35 | 13,685 | 14,616 | 85 | 12,520 | 13,371 |
| 40 | 13,542 | 14,462 | 90 | 12,428 | 13,276 |
| 45 | 13,405 | 14,316 | 95 | 12,345 | 13,186 |
| | | | 100 | 12,265 | 13,099 |

## 6.3. Szervetlen savak savállandói

**Sav:** proton (hidrogénion) leadására képes anyag.
**Savállandó:** egy sav disszociációjának egyensúlyi állandója. $K_s$ értéke 25 °C-on értendő. A $pK_s$ a $K_s$ értékének negatív logaritmusa.

| Név | Képlet | | $K_s$ | $pK_s$ |
|---|---|---|---|---|
| arzénessav (20 °C-on) | $H_3AsO_3$ | $K_1$ | $3{,}981 \cdot 10^{-10}$ | 9,40 |
| | | $K_2$ | $3{,}020 \cdot 10^{-14}$ | 13,52 |
| arzénsav | $H_3AsO_4$ | $K_1$ | $6{,}166 \cdot 10^{-3}$ | 2,21 |
| | | $K_2$ | $1{,}175 \cdot 10^{-7}$ | 6,93 |
| | | $K_3$ | $3{,}090 \cdot 10^{-12}$ | 11,51 |
| bórsav (20 °C-on) | $H_3BO_3$ | $K_1$ | $7{,}244 \cdot 10^{-10}$ | 9,14 |
| | | $K_2$ | $1{,}820 \cdot 10^{-12}$ | 11,74 |
| | | $K_3$ | $1{,}585 \cdot 10^{-14}$ | 13,80 |
| difoszforsav | $H_4P_2O_7$ | $K_1$ | 0,1995 | 0,70 |
| | | $K_2$ | $6{,}457 \cdot 10^{-3}$ | 2,19 |
| | | $K_3$ | $1{,}585 \cdot 10^{-7}$ | 6,80 |
| | | $K_4$ | $2{,}570 \cdot 10^{-10}$ | 9,59 |
| foszforossav *(orto)* | $H_3PO_3$ | $K_1$ | $3{,}715 \cdot 10^{-2}$ | 1,43 |
| | | $K_2$ | $2{,}884 \cdot 10^{-7}$ | 6,54 |
| foszforsav *(orto)* | $H_3PO_4$ | $K_1$ | $7{,}244 \cdot 10^{-3}$ | 2,14 |
| | | $K_2$ | $6{,}310 \cdot 10^{-8}$ | 7,20 |
| | | $K_3$ | $4{,}571 \cdot 10^{-13}$ | 12,34 |
| hidrogén-cianid | HCN | $K_1$ | $3{,}311 \cdot 10^{-10}$ | 9,48 |
| hidrogén-fluorid | HF | $K_1$ | $6{,}761 \cdot 10^{-4}$ | 3,17 |
| hidrogén-[hexaciano-ferrát(II)] | $H_4[Fe(CN)_6]$ | $K_1$ | $6{,}026 \cdot 10^{-3}$ | 2,22 |
| | | $K_2$ | $6{,}761 \cdot 10^{-5}$ | 4,17 |
| hidrogén-peroxid | $H_2O_2$ | $K_1$ | $2{,}138 \cdot 10^{-12}$ | 11,67 |
| hidrogén-szelenid | $H_2Se$ | $K_1$ | $1{,}549 \cdot 10^{-4}$ | 3,81 |
| | | $K_2$ | $1 \cdot 10^{-15}$ | 15,0 |
| hidrogén-szulfid | $H_2S$ | $K_1$ | $9{,}333 \cdot 10^{-8}$ | 7,03 |
| | | $K_2$ | $3{,}981 \cdot 10^{-14}$ | 13,4 |
| hidrogén-[tetrahidroxo-aluminát] | $H[Al(OH)_4]$ | $K_1$ | $6{,}026 \cdot 10^{-12}$ | 11,22 |
| hipojódossav (20 °C-on) | HOI | $K_1$ | $2{,}399 \cdot 10^{-11}$ | 10,64 |
| hipoklórossav | HOCl | $K_1$ | $6{,}761 \cdot 10^{-8}$ | 7,17 |
| jódsav | $HIO_3$ | $K_1$ | 0,1660 | 0,78 |

| Név | Képlet | | $K_s$ | $pK_s$ |
|---|---|---|---|---|
| kénessav | $H_2SO_3$ | $K_1$ | $1{,}660 \cdot 10^{-2}$ | 1,78 |
| | | $K_2$ | $6{,}310 \cdot 10^{-8}$ | 7,20 |
| kénsav | $H_2SO_4$ | $K_2$ | 0,0105 | 1,98 |
| kovasav (meta) | $H_2SiO_3$ | $K_1$ | $1{,}175 \cdot 10^{-10}$ | 9,93 |
| | | $K_2$ | $2{,}042 \cdot 10^{-12}$ | 11,69 |
| krómsav | $H_2CrO_4$ | $K_1$ | 0,6918 | 0,16 |
| | | $K_2$ | $3{,}236 \cdot 10^{-7}$ | 6,49 |
| molibdénsav | $H_2MoO_4$ | $K_1$ | $1{,}122 \cdot 10^{-4}$ | 3,95 |
| | | $K_2$ | $6{,}166 \cdot 10^{-5}$ | 4,21 |
| nitrogén-hidrogénsav | $HN_3$ | $K_1$ | $1{,}023 \cdot 10^{-5}$ | 4,99 |
| ónsav | $H_2SnO_3$ | $K_1$ | $3{,}981 \cdot 10^{-10}$ | 9,40 |
| perjódsav | $HIO_4$ | $K_1$ | $2{,}291 \cdot 10^{-2}$ | 1,64 |
| salétromossav (12,5 °C-on) | $HNO_2$ | $K_1$ | $4{,}571 \cdot 10^{-4}$ | 3,34 |
| szelénessav | $H_2SeO_3$ | $K_1$ | $2{,}455 \cdot 10^{-3}$ | 2,61 |
| | | $K_2$ | $4{,}786 \cdot 10^{-9}$ | 8,32 |
| szelénsav | $H_2SeO_4$ | $K_1$ | $1{,}778 \cdot 10^{-2}$ | 1,75 |
| szénsav | $H_2CO_3$ | $K_1$ | $4{,}37 \cdot 10^{-7}$ | 6,36 |
| | | $K_2$ | $4{,}68 \cdot 10^{-11}$ | 10,33 |
| tellúrossav | $H_2TeO_3$ | $K_1$ | $1{,}35 \cdot 10^{-4}$ | 3,87 |
| | | $K_2$ | $1{,}995 \cdot 10^{-11}$ | 10,70 |
| tellúrsav | $H_2TeO_4$ | $K_1$ | $1{,}91 \cdot 10^{-8}$ | 7,72 |
| | | $K_2$ | $1{,}1 \cdot 10^{-11}$ | 10,96 |
| tiokénsav | $H_2S_2O_3$ | $K_1$ | 0,251 189 | 0,60 |
| | | $K_2$ | 0,019 055 | 1,72 |
| víz | $H_2O$ | $K_1$ | $1{,}02 \cdot 10^{-14}$ | 13,99 |

A szerves savak adatai a 358. oldalon találhatók.

## 6.4. Bázisok bázisállandói

**Bázis:** proton (hidrogénion) felvételére képes anyag.
**Bázisállandó:** egy bázis disszociációjának egyensúlyi állandója. $K_b$ értéke 25 °C-on értendő. A $pK_b$ a $K_b$ értékének negatív logaritmusa.

| Név | | $K_b$ | $pK_b$ |
|---|---|---|---|
| ammónia-oldat | $K_1$ | $7{,}762 \cdot 10^{-6}$ | 5,11 |
| anilin | $K_1$ | $3{,}802 \cdot 10^{-10}$ | 9,42 |
| benzidin | $K_1$ | $9{,}333 \cdot 10^{-10}$ | 9,03 |
| | $K_2$ | $5{,}623 \cdot 10^{-11}$ | 10,25 |
| *n*-butil-amin | $K_1$ | $4{,}074 \cdot 10^{-4}$ | 3,39 |
| *szek*-butil-amin | $K_1$ | $3{,}631 \cdot 10^{-4}$ | 3,44 |
| *terc*-butil-amin | $K_1$ | $2{,}818 \cdot 10^{-4}$ | 3,55 |
| dietil-amin | $K_1$ | $1{,}259 \cdot 10^{-3}$ | 2,90 |
| dimetil-amin | $K_1$ | $5{,}129 \cdot 10^{-4}$ | 3,29 |
| etil-amin | $K_1$ | $5{,}623 \cdot 10^{-4}$ | 3,25 |
| etilén-diamin | $K_1$ | $8{,}511 \cdot 10^{-5}$ | 4,07 |
| *o*-fenilén-diamin | $K_1$ | $3{,}311 \cdot 10^{-10}$ | 9,48 |
| *p*-fenilén-diamin | $K_1$ | $1{,}096 \cdot 10^{-8}$ | 7,96 |
| | $K_2$ | $3{,}467 \cdot 10^{-12}$ | 11,46 |
| fenil-hidrazin | $K_1$ | $1{,}585 \cdot 10^{-9}$ | 8,80 |
| izobutil-amin | $K_1$ | $2{,}570 \cdot 10^{-4}$ | 3,59 |
| izopropil-amin | $K_1$ | $4{,}266 \cdot 10^{-4}$ | 3,37 |
| karbamid | $K_1$ | $1{,}514 \cdot 10^{-14}$ | 13,82 |
| metil-amin | $K_1$ | $4{,}365 \cdot 10^{-4}$ | 3,36 |
| metil-dietil-amin | $K_1$ | $2{,}692 \cdot 10^{-4}$ | 3,57 |
| piridin | $K_1$ | $1{,}413 \cdot 10^{-9}$ | 8,85 |
| *n*-propil-amin | $K_1$ | $3{,}890 \cdot 10^{-4}$ | 3,41 |
| tetrametilén-diamin | $K_1$ | $4{,}074 \cdot 10^{-4}$ | 3,39 |
| trietil-amin | $K_1$ | $5{,}623 \cdot 10^{-4}$ | 3,25 |
| trimetil-amin | $K_1$ | $5{,}248 \cdot 10^{-5}$ | 4,28 |
| tripropil-amin | $K_1$ | $5{,}012 \cdot 10^{-4}$ | 3,30 |

*6.5. Vizes közegben használatos sav-bázis indikátorok*

| Indikátor | Savas/bázikus szín | Átcsapási pH-tartomány | | |
|---|---|---|---|---|
| timolkék | vörös–sárga | 1,2 | ... | 2,8 |
| dimetilsárga | vörös–sárga | 2,9 | ... | 4,0 |
| lakmusz | vörös–kék | 5,0 | ... | 8,0 |
| metilnarancs | vörös–sárga | 3,1 | ... | 4,4 |
| *p*-etoxi-krizoidin | vörös–sárga | 3,5 | ... | 5,5 |
| brómkrezolzöld | sárga–kék | 3,8 | ... | 5,4 |
| metilvörös | vörös–sárga | 4,4 | ... | 6,2 |
| klórfenolvörös | sárga–vörös | 4,8 | ... | 6,4 |
| kongóvörös | kék–vörös | 3,0 | ... | 5,2 |
| brómkrezolbíbor | sárga–bíbor | 5,2 | ... | 6,8 |
| brómtimolkék | sárga–kék | 6,0 | ... | 7,6 |
| neutrálvörös | vörös–sárga | 6,8 | ... | 8,0 |
| fenolvörös | sárga–vörös | 6,4 | ... | 8,2 |
| krezolvörös | sárga–bíbor | 7,2 | ... | 8,8 |
| 1-naftolftalein | narancssárga–zöldeskék | 7,3 | ... | 8,7 |
| *o*-krezolftalein | színtelen–vörösesibolya | 8,2 | ... | 9,8 |
| fenolftalein | színtelen–bíbor | 8,2 | ... | 10,0 |
| timolkék | sárga–kék | 8,0 | ... | 9,6 |
| timolftalein | színtelen–kék | 9,3 | ... | 10,5 |
| alizarinsárga | halványsárga–barnásvörös | 10,0 | ... | 12,1 |
| tropeolin | sárga–vörösbarna | 11,1 | ... | 12,7 |
| trinitro-benzoesav | színtelen–narancs | 12,0 | ... | 13,4 |

### 6.6. Fémes elemek standardpotenciáljai

**Elektród:** olyan rendszer, amely egyszerre tartalmazza egy anyag oxidált és redukált formáját.
**Elektródpotenciál:** önkényes skálán mért, feszültség jellegű mennyiség. A skála önkényes nullpontja a standard hidrogénelektród. Az elektródpotenciál annak a galvánelemnek az elektromotoros ereje, amelynek egyik pólusa a vizsgálandó, a másik a standard hidrogénelektród.
**Standard elektródpotenciál** ($E°$)**:** $10^5$ Pa nyomáson, 25 °C-on, egységnyi koncentrációjú (mol/dm$^3$-ben) oldatot tartalmazó elektród elektródpotenciálja.

| Redoxi-rendszer | $E°$(V) | Redoxi-rendszer | $E°$(V) | Redoxi-rendszer | $E°$(V) | Redoxi-rendszer | $E°$(V) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Li/Li^+$ | −3,045 | $Sm/Sm^{3+}$ | −2,30 | $Nb/Nb^{3+}$ | −1,10 | $Pb/Pb^{2+}$ | −0,1251 |
| $K/K^+$ | −2,925 | $Mg/Mg^{2+}$ | −2,356 | $Zn/Zn^{2+}$ | −0,7626 | $H_2/2H^+$ | 0,0000 |
| $Rb/Rb^+$ | −2,925 | $Lu/Lu^{3+}$ | −2,30 | $Ga/Ga^{3+}$ | −0,529 | $Cu/Cu^{2+}$ | 0,340 |
| $Cs/Cs^+$ | −2,923 | $Be/Be^{2+}$ | −1,97 | $Fe/Fe^{2+}$ | −0,44 | $Cu/Cu^+$ | 0,520 |
| $Ba/Ba^{2+}$ | −2,92 | $Zr/Zr^{4+}$ | −1,70 | $Cd/Cd^{2+}$ | −0,4025 | $Rh/Rh^{3+}$ | 0,76 |
| $Ra/Ra^{2+}$ | −2,916 | $Al/Al^{3+}$ | −1,67 | $In/In^{3+}$ | −0,3382 | $Hg/Hg_2^{2+}$ | 0,7960 |
| $Sr/Sr^{2+}$ | −2,89 | $U/U^{3+}$ | −1,66 | $Tl/Tl^+$ | −0,3363 | $Ag/Ag^+$ | 0,7991 |
| $Ca/Ca^{2+}$ | −2,84 | $Ti/Ti^{2+}$ | −1,63 | $Co/Co^{2+}$ | −0,277 | $Hg/Hg^{2+}$ | 0,9110 |
| $Na/Na^+$ | −2,714 | $Hf/Hf^{4+}$ | −1,56 | $Ni/Ni^{2+}$ | −0,257 | $Pd/Pd^{2+}$ | 0,915 |
| $La/La^{3+}$ | −2,37 | $Mn/Mn^{2+}$ | −1,18 | $Mo/Mo^{3+}$ | −0,200 | $Au/Au^{3+}$ | 1,52 |
| $Ce/Ce^{3+}$ | −2,34 | $V/V^{2+}$ | −1,13 | $Sn/Sn^{2+}$ | −0,136 | $Au/Au^+$ | 1,83 |

### 6.7. A fontosabb gázelektródok, valamint egyes nemfémes elemek standardpotenciáljai

| Elektródreakció | $E°$(V) |
|---|---|
| $CO_2 + 2H^+ + 2e^- = HCOOH$ | −0,16 |
| $2H^+ + 2e^- = H_2$ | 0,0000 |
| $2D^+ + 2e^- = D_2$ | 0,013 |
| $I_2 + 2e^- = 2I^-$ | 0,5355 |
| $O_2 + 2H^+ + 2e^- = H_2O_2$ | 0,695 |
| $NO_3^- + 4H^+ + 3e^- = NO + 2H_2O$ | 0,957 |
| $Br_2 + 2e^- = 2Br^-$ | 1,065 |
| $O_2 + 4H^+ + 4e^- = 2H_2O$ | 1,229 |
| $Cl_2 + 2e^- = 2Cl^-$ | 1,3583 |
| $O_3 + 2H^+ + 2e^- = O_2 + H_2O$ | 2,075 |
| $O + 2H^+ + 2e^- = H_2O$ | 2,430 |
| $F_2 + 2e^- = 2F^-$ | 2,87 |

### *6.8. A fontosabb redoxielektródok standard redoxpotenciálja*

**Redoxielektród:** olyan elektrokémiai rendszer, amely oldott állapotban egyszerre tartalmazza egy anyag oxidált és redukált formáját.

**Redoxpotenciál** (redoxielektród-potenciál): önkényes skálán mért, feszültség jellegű mennyiség. A skála önkényes nullpontja a standard hidrogénelektród. A redoxpotenciál annak a galvánelemnek az elektromotoros ereje, amelynek egyik pólusa a vizsgálandó, a másik a standard hidrogénelektród.

**Standard redoxpotenciál ($E°$):** $10^5$ Pa nyomáson, 25 °C-on, mindkét iont azonos koncentrációban (mol/dm$^3$-ben) tartalmazó redoxielektród redoxpotenciálja.

| Redoxirendszer | $E°$(V) |
|---|---|
| $U^{4+}/U^{3+}$ | −0,52 |
| $Cr^{3+}/Cr^{2+}$ | −0,424 |
| $Ti^{3+}/Ti^{2+}$ | −0,37 |
| $Eu^{3+}/Eu^{2+}$ | −0,35 |
| $V^{3+}/V^{2+}$ | −0,255 |
| $Sn^{4+}/Sn^{2+}$ | 0,15 |
| $Cu^{2+}/Cu^{+}$ | 0,159 |
| $Fe^{3+}/Fe^{2+}$ | 0,771 |
| $Mn^{3+}/Mn^{2+}$ | 1,5 |
| $Ce^{4+}/Ce^{3+}$ | 1,72 |
| $Co^{3+}/Co^{2+}$ | 1,92 |

### *6.9. Gyakrabban használt redoxiindikátorok*

| Indikátor | Redukált/oxidált forma színe | Átcsapási potenciál (V) |
|---|---|---|
| nitroferroin | vörös/kék | +1,25 |
| *para*-nitro-difenil-amin | színtelen/ibolya | +1,05 |
| ferroin | vörös/halványkék | +1,06 |
| erioglaucin A | zöld/rózsaszín | +1,00 |
| eriozöld B | sárga/narancs | +1,01 |
| *para*-etoxi-krizoidin | vörös/sárga | +1,00 |
| variaminkék | kék/ibolyásvörös | +0,71 |
| metilénkék | színtelen/kék | +0,12 |
| indigókármin | színtelen/kék | −0,25 |
| neutrálvörös | színtelen/vörösesibolya | −0,20 |

## 7. SZERVETLEN VEGYÜLETEK

### *7.1. Szervetlen vegyületek tulajdonságai*

**Képződéshő:** egy adott vegyület 25 °C-on stabil elemeiből való képződése során tapasztalható energiaváltozás és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. Számértéke megegyezik 1 mol anyagnak standard állapotú elemeiből való képződését kísérő, kJ-ban kifejezett energiaváltozással. Megállapodás szerint a szobahőmérsékleten stabil elemek képződéshője 0. A képződéshők és a reakcióhő között az energiamegmaradás törvényének kémiai megfelelője, a Hess-tétel teremt kapcsolatot.

| Anyag | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Sűrűség* ($g/cm^3$) | Képződéshő (kJ/mol) |
|---|---|---|---|---|---|
| *A hidrogén vegyületei* | | | | | |
| $H_2O$ | 18,01528 | 0,000 | 100,000 | **1,000 (f) | −285,8 (f) |
| $H_2O_2$ | 34,01 | −0,41 | 150,2 | 1,438 | −187,8 (f) |
| $H_2S$ | 34,08 | −85,5 | −60,7 | 1,539 (f) | −20,6 (g) |
| HF | 20,01 | −83,1 | 19,54 | 0,991 (f) | −299,8 (f) |
| HCl | 36,46 | −114,8 | −84,9 | 1,187 (f) | −92,3 (g) |
| HBr | 80,91 | −88,5 | −67,0 | 2,77 (f) | −36,3 (g) |
| HI | 127,91 | −50,8 | −35,38 | 2,85 (f) | 26,5 (g) |
| *Az s-mező elemeinek vegyületei* | | | | | |
| LiF | 25,94 | 845 | 1676 | 2,635 | −616,0 (sz) |
| LiCl | 42,39 | 605 | 1325 | 2,068 | −408,6 (sz) |
| LiBr | 86,85 | 550 | 1265 | 3,464 | −351,2 (sz) |
| LiI | 133,85 | 449 | 1180 | 4,076 | −270,4 (sz) |
| $Li_3PO_4$ | 115,79 | 837 | – | 2,537 | −2095,8 (sz) |
| $Li_2O$ | 29,88 | 1700 | – | 2,013 | −597,9 (sz) |
| $Li_2S$ | 45,94 | 900–975 | – | 1,66 | −441,4 (sz) |
| NaF | 41,99 | 993 | 1695 | 2,558 | −576,6 (sz) |
| NaCl | 58,44 | 801 | 1413 | 2,165 | −411,2 (sz) |
| NaBr | 102,89 | 747 | 1390 | 3,203 | −361,1 (sz) |
| NaI | 149,89 | 661 | 1304 | 3,667 | −287,8 (sz) |
| $Na_2CO_3$ | 105,99 | 851 | bomlik | 2,532 | −1130,7 (sz) |
| $NaNO_3$ | 84,99 | 306,8 | 380, bomlik | 2,261 | −467,9 (sz) |
| $Na_2SO_4$ | 142,04 | 884 | – | 2,68 | −1387,1 (sz) |
| $Na_3PO_4 \cdot 12\,H_2O$ | 380,12 | 73,3 | 100, vízvesztés | 1,446 | – |
| $Na_2O$ | 61,98 | 1275, szublimál | – | 2,27 | −414,2 (sz) |
| $Na_2S$ | 78,04 | 1180 | – | 1,856 | −364,8 (sz) |

* A gázok sűrűségét lásd a 193. oldalon. ** 4 °C-on; lásd még a 191. oldalon.

| Anyag | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Sűrűség* ($g/cm^3$) | Képződéshő (kJ/mol) |
|---|---|---|---|---|---|
| KF | 58,10 | 858 | 1505 | 2,48 | −567,3 (sz) |
| KCl | 74,55 | 770 | 1500 | 1,984 | −436,5 (sz) |
| KBr | 119,00 | 734 | 1435 | 2,75 | −393,8 (sz) |
| KI | 166,00 | 723 | 1330 | 3,13 | −327,9 (sz) |
| $K_2CO_3$ | 138,21 | 891 | bomlik | 2,428 | −1151,0 (sz) |
| $KNO_3$ | 101,10 | 334 | 400, bomlik | 2,109 | −494,6 (sz) |
| $K_2SO_4$ | 174,25 | 1069 | 1689 | 2,662 | −1437,8 (sz) |
| $K_3PO_4$ | 212,27 | 1340 | – | 2,564 | −1950,2 (sz) |
| $K_2O$ | 94,20 | 350, bomlik | – | 2,32 | −361,5 (sz) |
| $K_2S$ | 110,26 | 840 | – | 1,805 | −380,7 (sz) |
| $BeCl_2$ | 79,917 | 415 | 482 | 1,90 | −490,4 (sz) |
| $MgF_2$ | 62,30 | 1261 | 2239 | – | −1124,2 (sz) |
| $MgCl_2$ | 95,21 | 714 | 1412 | 2,316 | −641,3 (sz) |
| $MgBr_2$ | 184,11 | 700 | – | 3,72 | −524,3 (sz) |
| $MgI_2$ | 278,11 | 637 | bomlik | 4,43 | −364,0 (sz) |
| $MgCO_3$ | 84,31 | 350, bomlik | – | 3,009 | −1095,8 (sz) |
| $Mg(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$ | 256,41 | 89 | – | 1,6363 | −790,7 (sz) |
| $MgSO_4$ | 120,36 | 1124 | – | 2,66 | −1284,9 (sz) |
| $Mg_3(PO_4)_2$ | 262,86 | 1184 | – | – | – |
| MgO | 40,30 | 2852 | 3600 | 3,58 | −601,6 (sz) |
| MgS | 56,37 | 2000 | bomlik | 2,84 | −346,0 (sz) |
| $CaH_2$ | 42,094 | 675, bomlik | – | 1,7 | −181,5 (sz) |
| $CaF_2$ | 78,08 | 1423 | 2500 | 3,180 | −1228,0 (sz) |
| $CaCl_2$ | 110,99 | 782 | 1600 | 2,15 | −795,4 (sz) |
| $CaBr_2$ | 199,89 | 742 | 815 | 3,353 | −682,8 (sz) |
| $CaI_2$ | 293.89 | 575 | 718 | 3,956 | −533,5 (sz) |
| $CaCO_3$ | 100.09 | 1339 (100 bar) | bomlik | 2,710 | −1207,6 (sz) |
| $Ca(NO_3)_2$ | 164,09 | 561 | – | 2,504 | −938,3 (sz) |
| $CaSO_4$ | 136,14 | 1450 | – | 2,96 | −1434,5 (sz) |
| $Ca_3(PO_4)_2$ | 310,18 | 1670 | – | 3,14 | −4120,8 (sz) |
| CaO | 56,08 | 2614 | – | 3,25 | −634,9 (sz) |
| CaS | 72,14 | bomlik | – | 2,5 | −482,4 (sz) |
| $SrF_2$ | 125,62 | 1473 | 2489 | 4,24 | −1216,3 (sz) |
| $SrCl_2$ | 158,53 | 875 | 1250 | 3,052 | −828,9 (sz) |
| $SrBr_2$ | 247,43 | 643 | bomlik | 4,216 | −717,6 (sz) |
| $SrI_2$ | 341,43 | 515 | bomlik | 4,549 | −558,1 (sz) |

*7.1. Szervetlen vegyületek tulajdonságai (folytatás)*

| Anyag | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Sűrűség* ($g/cm^3$) | Képződéshő (kJ/mol) |
|---|---|---|---|---|---|
| *Az s-mező elemeinek vegyületei (folytatás)* | | | | | |
| $SrCO_3$ | 147,63 | 1497 | bomlik | 3,70 | −1220,1 (sz) |
| $Sr(NO_3)_2$ | 211,63 | 570 | – | 2,986 | −978,2 (sz) |
| $SrSO_4$ | 183,68 | 1605, bomlik | – | 3,96 | −1453,1 (sz) |
| SrO | 103,62 | 2430 | 3000 | 4,7 | −592,0 (sz) |
| SrS | 119,68 | 2000 | – | 3,70 | −472,4 (sz) |
| $BaF_2$ | 175,33 | 1355 | 2137 | 4,89 | −1207,1 (sz) |
| $BaCl_2$ | 208,24 | 963 | 1560 | 3,917 | −858,6 (sz) |
| $BaBr_2$ | 297,14 | 847 | – | 4,781 | −757,3 (sz) |
| $BaI_2$ | 391,14 | 740 | – | 5,15 | −602,1 (sz) |
| $BaCO_3$ | 197,34 | 1740 | bomlik | 4,43 | −1216,3 (sz) |
| $Ba(NO_3)_2$ | 261,34 | 592 | bomlik | 3,24 | −992,1 (sz) |
| $BaSO_4$ | 233,39 | 1580 | – | 4,49 | −1473,2 (sz) |
| $Ba_3(PO_4)_2$ | 601,93 | – | – | 4,1 | – |
| BaO | 153,3 | 1918 | 2000 | 5,72 | −553,5 (sz) |
| BaS | 169,39 | 1200 | – | 4,25 | −460,0 (sz) |
| $RaCl_2$ | 297 | 1000 | – | 4,9 | – |
| *Az p-mező elemeinek vegyületei* | | | | | |
| $BCl_3$ | 117,17 | −107,3 | 12,5 | 1,349 | −427,2 (f) |
| $B_2H_6$ | 27,67 | −165,5 | −92,5 | 0,447 (f) | 35,6 (g) |
| $AlCl_3$ | 133,34 | 190, szublimál | – | 2,44 | −704,2 (sz) |
| $AlF_3$ | 83,98 | 1291, szublimál | – | 2,882 | −1510,4 (sz) |
| $Al_2O_3$ | 101,96 | 2072 | 2980 | 3,965 | −1675,7 (sz) |
| $Al(OH)_3$ | 78,00 | 300, vizet veszít | – | 3,98 | – |
| CO | 28,01 | −199 | −191,5 | 1,250 (f) | −110,5 (g) |
| $CO_2$ | 44,01 | −56,6 (5,2 bar) | −78,1, szublimál | 1,56 (sz) | −393,5 (g) |
| $CS_2$ | 76,13 | −110,8 | 46,3 | 1,261 | 89,0 (f) |
| $SiF_4$ | 104,08 | −90,2 | −86 | 4,254 (f) | – |
| $SiBr_4$ | 347,702 | 5,39 | 154 | 2,8 | – |
| $SiI_4$ | 535,704 | 120,5 | 287,35 | 4,1 | – |
| $SiH_4$ | 32,12 | −185 | −111,8 | 0,68 (f) | 34,3 (g) |
| $Si_2H_6$ | 62,22 | −132,5 | −14,5 | 0,686 (f) | 80,3 (g) |
| $Si_3H_8$ | 92,32 | −117,4 | 52,9 | 0,743 | 92,5 (f) |
| $SiCl_4$ | 169,90 | −70 | 57,57 | 1,483 | −687,0 (f) |
| $SiO_2$ | 60,08 | 1703 | 2230 | 2,26 | −910,7 (sz) |

| Anyag | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Sűrűség* ($g/cm^3$) | Képződéshő (kJ/mol) |
|---|---|---|---|---|---|
| SnO | 134,69 | 1080 | bomlik | 6,446 | −280,7 (sz) |
| $SnCl_2$ | 189,60 | 246 | 652 | 3,95 | −325,1 (sz) |
| $SnCl_4$ | 260,50 | −33 | 114,1 | 2,226 | −511,3 |
| $Pb(NO_3)_2$ | 331,21 | 470 | bomlik | 4,53 | −451,9 (sz) |
| PbO | 223,20 | 886 | – | 9,53 | −217,3 (sz) |
| $PbO_2$ | 239,20 | 290 | bomlik | 9,375 | −277,4 (sz) |
| $Pb_3O_4$ | 685,60 | 500 | bomlik | 9,1 | −718,4 (sz) |
| PbS | 239,26 | 1114 | – | 7,5 | −100,4 (sz) |
| $PbSO_4$ | 303,26 | 1170 | – | 6,2 | −920,0 (sz) |
| $NH_3$ | 17,03 | −77,7 | −33,35 | 0,7710 (f) | −45,9 (g) |
| $NH_4Cl$ | 53,49 | 340, szublimál | 520 | 1,527 | −314,4 (sz) |
| $NH_4NO_3$ | 80,04 | 169,6 | 210, bomlik | 1,725 | −365,6 (sz) |
| $(NH_4)_2SO_4$ | 132,13 | 235 | – | 1,769 | −1180,0 (sz) |
| NO | 30,01 | −163,6 | −151,8 | 1,340 (f) | – |
| $NO_2$ | 46,01 | −11,20 | 21,2 | 1,4494 | 33,2 (g) |
| $N_2O$ | 44,01 | −102 | −88,48 | 1,977 (f) | 82,1 (g) |
| $N_2O_3$ | 76,01 | −101,1 | bomlik | 1,447 | 50,3 (f) |
| $N_2O_5$ | 108,01 | bomlik | – | 1,642 | −43,1 (sz) |
| $HNO_3$ | 63,01 | −42 | 86 | 1,503 | −174,1 (f) |
| $HNO_2$ | 47,01 | – | – | csak oldatban étezik | – |
| $PH_3$ | 34,00 | −133,5 | −87,4 | 0,746 (f) | 5,4 (g) |
| $PCl_3$ | 137,33 | −112 | 75,5 | 1,574 | −319,7 (f) |
| $PCl_5$ | 208,24 | 167 (hármaspont) | szublimál | 2,1 | −443,5 (sz) |
| $P_2O_5$ | 141,94 | 580, szublimál | – | 2,39 | – |
| $H_3PO_4$ | 98,00 | 42,3 | bomlik | 1,88 | −1284,4 (sz) |
| $AsH_3$ | 77,95 | −116,3 | −55 | 2,695 (f) | 66,4 (g) |
| $AsCl_3$ | 181,28 | −8,5 | 130,2 | 2,163 | −305,0 (f) |
| $As_2O_3$ | 197,84 | 312,3 | – | 3,738 | – |
| $As_2O_5$ | 229,84 | 315, bomlik | – | 4,32 | −924,9 (sz) |
| $As_2S_3$ | 246,03 | 300 | 707 | 3,43 | −169,0 (sz) |
| $As_2S_5$ | 310,14 | 500, bomlik | – | – | – |
| $SbH_3$ | 124,77 | −88,5 | −17 | 5,30 (f) | 145,1 (g) |
| $SbCl_3$ | 228,11 | 73,4 | 223 | 3,140 | −382,2 (sz) |
| $SbCl_5$ | 299,02 | 2,8 | 79 | 2,336 (f) | – |
| $Sb_2O_3$ | 291,50 | 656 | 1550, szublimál | 5,2 | – |
| $Sb_2O_5$ | 323,50 | 380, O-t veszít | – | 3,80 | – |

## 7.1. Szervetlen vegyületek tulajdonságai (folytatás)

| Anyag | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Sűrűség* ($g/cm^3$) | Képződéshő (kJ/mol) |
|---|---|---|---|---|---|
| *Az p-mező elemeinek vegyületei (folytatás)* | | | | | |
| $Sb_2S_3$ | 339,68 | 550 | 1150 | 4,12 | – |
| $Sb_2S_5$ | 403,80 | 75, bomlik | – | 4,120 | – |
| $Bi_2O_3$ | 465,96 | 825 | 1890 | 8,9 | −573,9 (sz) |
| $Bi_2S_3$ | 514,14 | 685 | bomlik | 7,39 | −143,1 (sz) |
| $BiCl_3$ | 315,34 | 232 | 447 | 4,75 | −379,1 (sz) |
| $Bi_2(SO_4)_3$ | 706,13 | 405 | – | 5,08 | −2544,4 (sz) |
| $SO_2$ | 64,06 | −72,7 | −10 | 1,434 (f) | −296,8 (g) |
| $SO_3$ | 80,06 | 16,83 | 44,8 | 1,97 | −454,5 (sz) |
| $H_2SO_3$ | 82,07 | – | – | csak oldatban létezik | – |
| $H_2SO_4$ | 98,07 | 10,36 | 330 | 1,841 | −814,0 (f) |
| $Na_2S_2O_3$ | 158,10 | – | – | 1,667 | – |
| *A d-mező elemeinek vegyületei* | | | | | |
| $TiCl_2$ | 118,79 | szublimál | – | 3,13 | −513,8 (sz) |
| $TiCl_4$ | 189,69 | −25 | 136,4 | 1,726 (f) | −804,2 (f) |
| TiO | 63,85 | 1750 | 3000 | 4,93 | −519,7 (sz) |
| $TiO_2$ | 79,88 | 1775 | – | 3,84 | −944,7 (sz) |
| $V_2O_5$ | 181,88 | 690 | 1750, bomlik | 3,357 | −1550,6 (sz) |
| $CrCl_3$ | 158,36 | 1150 | 1300, bomlik | 2,76 | −556,5 (sz) |
| $CrO_2$ | 83,99 | 300 | bomlik | – | −598,0 (sz) |
| $Cr_2O_3$ | 151,99 | 2329 | ~ 3000 | 5,21 | −1139,7 (sz) |
| $CrO_3$ | 99,99 | 196, bomlik | – | 2,70 | – |
| $K_2CrO_4$ | 194,19 | 968,3 | – | 2,732 | – |
| $K_2Cr_2O_7$ | 294,18 | 398 | 500 | 2,676 | – |
| $Na_2CrO_4$ | 161,97 | – | – | 2,710 | – |
| $Na_2Cr_2O_7 \cdot 2H_2O$ | 298,00 | *356,7 | 400, bomlik | 2,52 | – |
| $(NH_4)_2CrO_4$ | 152,7 | 180, bomlik | – | 1,91 | – |
| $(NH_4)_2Cr_2O_7$ | 252,06 | 170, bomlik | – | 2,15 | – |
| $MnCl_2$ | 125,84 | 650 | 1190 | 2,977 | −481,3 (sz) |
| $MnSO_4$ | 151,00 | 700 | 850, bomlik | 3,25 | – |
| $KMnO_4$ | 158,03 | 240, bomlik | – | 2,703 | −837,2 (sz) |
| $K_2MnO_4$ | 197,13 | 190, bomlik | – | – | – |
| MnO | 70,94 | 1650 | – | 5,43 | −385,2 (sz) |
| $MnO_2$ | 86,94 | 535, bomlik | – | 5,026 | −520,0 (sz) |
| $Mn_2O_3$ | 157,87 | 1080, bomlik | – | 4,50 | −959,0 (sz) |

84 °C-on elveszti a kristályvizét.

| Anyag | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Sűrűség* ($g/cm^3$) | Képződéshő (kJ/mol) |
|---|---|---|---|---|---|
| $Mn_2O_7$ | 221,87 | 5,9 | 55, bomlik | 2,396 | – |
| $FeCl_2$ | 126,75 | 667 | 1023 | 3,16 | −341,8 (sz) |
| $FeCl_3$ | 162,21 | 304 | 315 | 2,898 | −399,5 (sz) |
| $Fe_2(SO_4)_3$ | 399,87 | 480, bomlik | – | 3,097 | – |
| FeO | 71,85 | 1369 | – | 5,7 | −272,0 (sz) |
| $Fe_2O_3$ | 159,69 | 1565, bomlik | – | 5,24 | −824,2 (sz) |
| $Fe_3O_4$ | 231,54 | 1594 | – | 5,18 | −1118,4 (sz) |
| $CoCl_2$ | 129,84 | 724 | 1049 | 3,356 | −312,5 (sz) |
| $CoCl_3$ | 165,29 | szublimál | – | 2,94 | – |
| $NiCl_2$ | 129,60 | 1001 | szublimál | 3,55 | −305,3 (sz) |
| $NiSO_4$ | 154,75 | 848, bomlik | – | 3,68 | −872,9 (sz) |
| NiS | 90,75 | 797 | – | 5,3 | −82,0 (sz) |
| NiO | 74,69 | 1984, bomlik | – | 6,67 | – |
| $PtCl_2$ | 265,99 | 581, bomlik | – | 6,05 | −123,4 (sz) |
| $PtCl_3$ | 301,44 | 435 | – | 5,256 | −182,0 (sz) |
| $PtCl_4$ | 336,89 | 370, bomlik | – | 4,303 | −231,8 (sz) |
| PtO | 211,08 | 550 | bomlik | 14,9 | – |
| $CuCl_2$ | 134,45 | 630, bomlik | – | 3,386 | −220,1 (sz) |
| CuCl | 99,00 | 430 | 1490 | 4,14 | −137,2 (sz) |
| CuO | 79,55 | 1326 | – | 6,3 | −157,3 (sz) |
| $Cu_2O$ | 143,09 | 1235 | 1800 | 6,0 | −168,6 (sz) |
| $CuSO_4$ | 159,60 | bomlik | – | 3,606 | −771,4 (sz) |
| $Ag_2O$ | 231,74 | 230, bomlik | – | 7,143 | −31,1 (sz) |
| $Ag_2S$ | 247,80 | 825 | bomlik | 7,326 | −32,6 (sz) |
| $AgNO_3$ | 169,87 | 212 | 444, bomlik | 4,35 | −171,1 (sz) |
| $Ag_2SO_4$ | 311,79 | 652 | 1085, bomlik | 5,45 | −715,9 (sz) |
| $Ag_2CO_3$ | 275,75 | 218, bomlik | – | 6,077 | −505,8 (sz) |
| AgF | 126,87 | 435 | 1159 | 5,852 | −204,6 (sz) |
| AgCl | 143,32 | 455 | 1550 | 5,56 | −127,0 (sz) |
| AgBr | 187,77 | 432 | 700, bomlik | 6,473 | −100,4 (sz) |
| AgI | 234,77 | 558, bomlik | 1506 | 5,67 | −81,8 (sz) |
| AuCl | 232,42 | 289, bomlik | – | 7,4 | −34,7 (sz) |
| $ZnCl_2$ | 136,29 | 283 | 732 | 2,91 | −415,1 (sz) |
| $ZnSO_4$ | 161,44 | 600, bomlik | – | 3,74 | −982,8 (sz) |
| ZnO | 81,38 | 1975 | – | 5,606 | −350,5 (sz) |
| ZnS | 97,44 | 1700 ($1,5 \cdot 10^7$ Pa) | – | 3,98 | −192,6 (sz) |

## 7.1. Szervetlen vegyületek tulajdonságai (folytatás)

| Anyag | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Sűrűség* ($g/cm^3$) | Képződéshő (kJ/mol) |
|---|---|---|---|---|---|
| *A d-mező elemeinek vegyületei (folytatás)* | | | | | |
| $Cd(NO_3)_2$ | 236,42 | 350 | – | – | – |
| $CdSO_4$ | 208,47 | 1000 | – | 4,691 | −933,3 (sz) |
| CdS | 144,47 | 1750 ($10^7$ Pa) | szublimál | 4,82 | −161,9 (sz) |
| $Hg(NO_3)_2$ | 324,60 | 79 | bomlik | 4,39 | – |
| $Hg_2(NO_3)_2 \cdot 2H_2O$ | 561,22 | 70 | – | 4,79 | – |
| $HgSO_4$ | 296,65 | bomlik | – | 6,47 | −707,5 (sz) |
| $Hg_2SO_4$ | 497,24 | bomlik | – | 7,56 | −743,1 (sz) |
| $HgCl_2$ | 271,50 | 276 | 302 | 5,44 | −224,3 (sz) |
| $Hg_2Cl_2$ | 472,09 | 400, szublimál | – | 7,150 | −265,4 (sz) |
| HgS | 232,65 | 583,5, szublimál | – | 8,10 | −58,2 (sz) |
| $Hg_2S$ | 433,24 | bomlik | – | – | – |
| *Az f-mező elemeinek vegyületei* | | | | | |
| $Ce_2(SO_4)_3$ | 568,41 | 920 | bomlik | 3,912 | – |
| $Ce(SO_4)_2$ | 332,24 | 195 | bomlik | 3,91 | – |
| $ThO_2$ | 264,04 | 3220 | 4400 | 9,86 | −1226,4 (sz) |
| $UO_2$ | 270,03 | 2178 | – | 10,96 | −1085,0 (sz) |
| $UF_4$ | 314,02 | 960 | – | 6,70 | −1914,2 (sz) |
| $UF_6$ | 352,02 | 64,5 | 56,2 | 4,68 | −2197,0 (sz) |

## 7.2. Néhány vegyület bomlási hőmérséklete

| Vegyület | Bomlási hőmérséklet (°C) |
|---|---|
| $Au_2O_3/Au$ | 160 |
| $Ag_2O/Ag$ | 182 |
| HgO/Hg | 480 |
| $CaCO_3/CaO$ | 882 |
| $Cu_2O/Cu$ | 1800 |
| PbO/Pb | 2240 |

*8.1. Kisebb atomcsoportok és atomok között kialakuló kovalens kötések kötési energiája (kJ/mol)*

| | –H | $–CH_3$ | $–C_2H_5$ | $–i\text{-}C_3H_7$ | $–C_4H_9$ (*terc.*) | $–C_6H_5$ | $–CH_2C_6H_5$ | $–CCl_3$ | $–CF_3$ | $–C_2F_5$ | $–COCH_3$ | –CN | $–C_6F_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| H– | 435,990 | 439 | 421 | 412 | 401 | 464 | 368 | 393 | 446 | 430 | 360 | 518 | 477 |
| F– | 570,3 | 472 | 463 | 460 | – | 524 | – | 435 | 545 | 531 | 499 | 470 | 477 |
| Cl– | 431,62 | 349 | 351 | 355 | 352 | 399 | 303 | 288 | 362 | 347 | 340 | 422 | 385 |
| Br– | 366,35 | 293 | 292 | 299 | 293 | 337 | 248 | 225 | 295 | 287 | 278 | 367 | – |
| I– | 298,407 | 239 | 233 | 237 | 227 | 274 | 207 | 167 | 224 | 219 | 209 | 305 | 276 |
| OH– | 498 | 387 | 393 | 401 | 400 | 465 | 340 | – | – | – | 447 | – | 448 |
| $NH_2$– | 449 | 354 | 351 | 358 | 355 | 427 | – | – | – | – | 399 | – | – |
| $CH_3O$– | 437 | 348 | 353 | 359 | 350 | 415 | – | – | – | – | 403 | – | – |
| $CH_3$– | 439 | 376 | 369 | 370 | 362 | 425 | 332 | 362 | 427 | – | 339 | – | 444 |
| $CH_3CO$– | 360 | 339 | 335 | 327 | 314 | 391 | 274 | – | – | – | 282 | – | – |
| NO– | 207 | 167 | – | 153 | 165 | 213 | – | 134 | 199 | – | – | 121 | 209 |
| $CF_3$– | 446 | 427 | – | – | – | – | – | 335 | 413 | – | – | – | – |
| $CCl_3$– | 393 | 362 | – | – | – | – | – | 292 | 335 | – | – | – | – |

*8.2. Szerves molekulákban gyakori atomkapcsolatokra jellemző átlagos kötéstávolságok és átlagos kötési energiák*

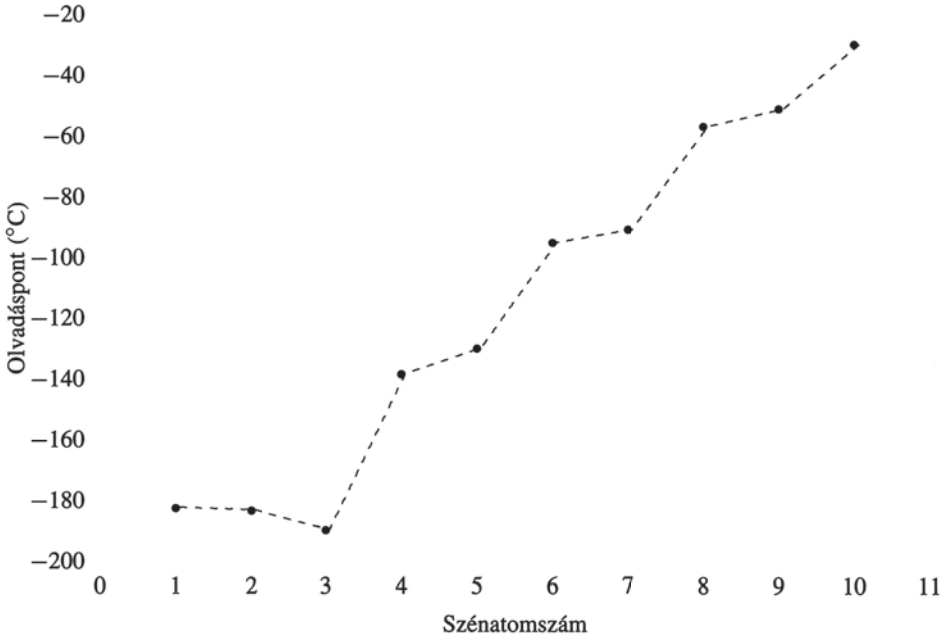
| Kapcsolat | Átlagos kötéshossz (pm) | Átlagos kötési energia (kJ/mol) |
|---|---|---|
| C–C | 153 | ~ 350 |
| C=C | 134 | ~ 600 |
| C≡C | 120 | ~ 800 |
| C⋯C (aromás) | 140 | ~ 500 |
| C–H | 110 | ~ 400 |
| C–O | 140 | ~ 350 |
| C=O | 121 | ~ 700 |

*8.3. Az első húsz alkán tulajdonságai*

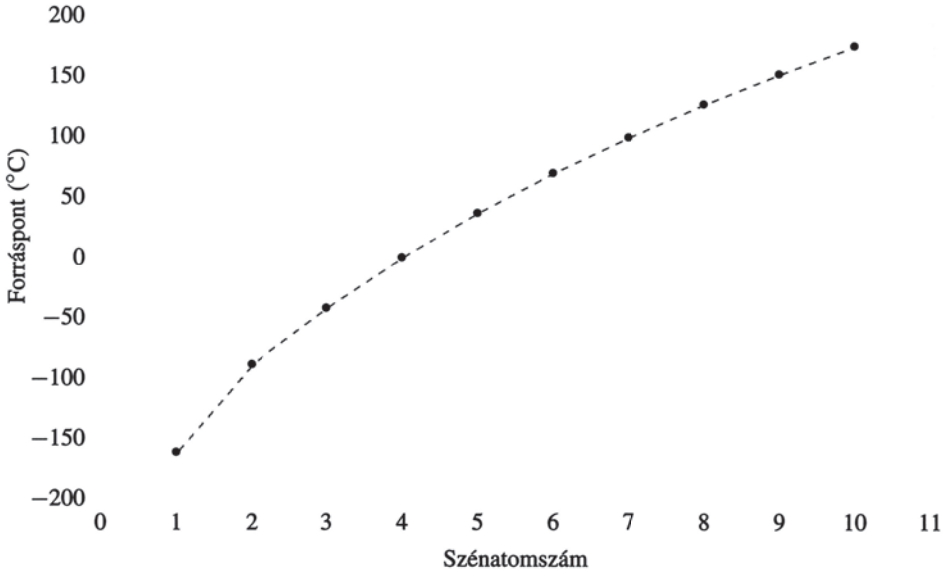
| Név | Összegképlet | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Képződéshő (kJ/mol) | Égéshő (kJ/mol) | Sűrűség (g/cm$^3$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| metán | $CH_4$ | 16,043 | −182,47 | −161,45 | −74,4 (g) | 890,9 (g) | 0,466 |
| etán | $C_2H_6$ | 30,070 | −183,3 | −88,6 | −83,8 (g) | 1560,7 (g) | 0,572 |
| propán | $C_3H_8$ | 44,097 | −189,7 | −42,1 | −104,7 (g) | 2219,2 (g) | 0,5853 |
| bután | $C_4H_{10}$ | 58,123 | −138,4 | −0,5 | −125,6 (g) | 2877,6 (g) | 0,6012 |
| pentán | $C_5H_{12}$ | 72,150 | −130 | 36,1 | −146,9 (g) | 3535,6 (g) | 0,6262 |
| hexán | $C_6H_{14}$ | 86,177 | −95 | 69 | −167,1 (g) | 4163,2 (f) | 0,6603 |
| heptán | $C_7H_{16}$ | 100,204 | −90,6 | 98,4 | −187,7 (g) | 4817,0 (f) | 0,6837 |
| oktán | $C_8H_{18}$ | 114,231 | −56,8 | 125,7 | −208,6 (g) | 5470,5 (f) | 0,7025 |
| nonán | $C_9H_{20}$ | 128,258 | −51 | 150,8 | −228,2 (g) | 6125,2 (f) | 0,7176 |
| dekán | $C_{10}H_{22}$ | 142,285 | −29,7 | 174,1 | −249,5 (g) | 6778,3 (f) | 0,7300 |
| undekán | $C_{11}H_{24}$ | 156,309 | −25,5 | 195,9 | −327,2 (f) | – | 0,7402 |
| dodekán | $C_{12}H_{26}$ | 170,334 | −9,57 | 216,32 | −350,9 (f) | – | 0,7495 |
| tridekán | $C_{13}H_{28}$ | 184,361 | −5,4 | 235,47 | – | – | 0,7564 |
| tetradekán | $C_{14}H_{30}$ | 198,388 | 5,82 | 253,58 | – | – | 0,7596 |
| pentadekán | $C_{15}H_{32}$ | 212,415 | 9,95 | 270,6 | – | – | 0,7685 |
| hexadekán (cetán) | $C_{16}H_{34}$ | 226,441 | 18,12 | 286,86 | −456,1 (f) | – | 0,7701 |
| heptadekán | $C_{17}H_{36}$ | 240,468 | 22,0 | 302,0 | – | – | 0,7780 |
| oktadekán | $C_{18}H_{38}$ | 254,495 | 28,2 | 316,3 | −567,4 (sz) | – | 0,7768 |
| nonadekán | $C_{19}H_{40}$ | 268,521 | 32,0 | 329,9 | – | – | 0,7855 |
| eikozán | $C_{20}H_{42}$ | 282,547 | 36,6 | 343 | – | – | 0,7886 |

A táblázat adatai normál láncú szénhidrogénekre vonatkoznak. A sűrűségadatok általában 25 °C-on értendők. Az első négy alkán esetében a sűrűség nagyobb nyomáson, folyadék halmazállapotban értendő. Lásd még a 193. oldalon is.

*8.4. A normál alkánok olvadáspontjának változása a szénatomszámmal*




*8.5. A normál alkánok forráspontjának változása a szénatomszámmal*



Az égéshő és képződéshő értékei 25 °C-ra vonatkoznak. A számok után álló betű az anyag halmazállapotára utal. A 25 °C-on gáz-halmazállapotú anyagok sűrűsége nagyobb nyomáson mért folyadék halmazállapotra vonatkozik.

*Telített nyílt láncú szénhidrogének*

| Név | Összeg-képlet | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadás-pont (°C) | Forrás-pont (°C) | Képződéshő (kJ/mol) | Égéshő (kJ/mol) | Sűrűség ($g/cm^3$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2,2-dimetilbután | $C_6H_{14}$ | 86,175 | −98,8 | 49,73 | −213,8 (f) | – | 0,6444 |
| 2,3-dimetilbután | $C_6H_{14}$ | 86,175 | −128,10 | 57,93 | −207,4 (f) | – | 0,6616 |
| 2-metilbután (izopentán) | $C_5H_{12}$ | 72,149 | −159,77 | 27,88 | – | – | 0,6201 |
| 2,2-dimetilpropán | $C_5H_{12}$ | 72,149 | −16,4 | 9,48 | – | – | 0,5852 |
| 2-metilpentán | $C_6H_{14}$ | 86,175 | −153,6 | 60,26 | −204,6 | – | 0,650 |
| 3-metilpentán | $C_6H_{14}$ | 86,175 | −162,90 | 63,27 | −202,4 | – | 0,6598 |

*Telített gyűrűs szénhidrogének*

| Név | Összeg-képlet | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadás-pont (°C) | Forrás-pont (°C) | Képződéshő (kJ/mol) | Égéshő (kJ/mol) | Sűrűség ($g/cm^3$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ciklopropán | $C_3H_6$ | 42,081 | −127,6 | −32,7 | 53,3 (g) | 2091,3 (g) | 0,720 |
| ciklobután | $C_4H_8$ | 56,107 | −50 | 12 | 28,4 (g) | 2745,8 (g) | 0,720 |
| ciklopentán | $C_5H_{10}$ | 70,134 | −93,9 | 49,2 | −76,4 (g) | 3320,3 (g) | 0,7457 |
| ciklohexán | $C_6H_{12}$ | 84,161 | 6,5 | 80,7 | −123,4 (g) | 3952,6 (g) | 0,7785 |
| cikloheptán | $C_7H_{14}$ | 98,188 | −12 | 118,5 | −118,1 (g) | 4637,3 (g) | 0,8098 |
| *cisz*-1,2-dimetil-ciklopropán | $C_5H_{10}$ | 70,133 | −140,9 | 37,0 | −26,3 (f) | – | 0,6889 |
| *transz*-1,2-dimetil-ciklopropán | $C_5H_{10}$ | 70,133 | −149,6 | 28,2 | −30,7 (f) | – | 0,6648 |

*Telítetlen nyílt láncú szénhidrogének*

| Név | Összeg-képlet | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadás-pont (°C) | Forrás-pont (°C) | Képződéshő (kJ/mol) | Égéshő (kJ/mol) | Sűrűség ($g/cm^3$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| etén | $C_2H_4$ | 28,052 | −169 | −103,7 | 52,5 (g) | 1411,2 (g) | – |
| etin | $C_2H_2$ | 26,038 | −80,8* | −84,7 | 228,2 (g) | 1301,1 (g) | 0,3771 |
| propén | $C_3H_6$ | 42,081 | −185,2 | −47,4 | 20,0 (g) | 2058,0 (g) | 0,5193 |
| but-1-én | $C_4H_8$ | 56,107 | −185,3 | −6,3 | 0,1 (g) | 2717,5 (g) | 0,5951 |
| *cisz*-but-2-én | $C_4H_8$ | 56,107 | −138,9 | 3,7 | −7,1 (g) | 2710,3 (g) | 0,6213 |
| *transz*-but-2-én | $C_4H_8$ | 56,107 | −105,5 | 0,9 | −11,4 (g) | 2706,0 (g) | 0,6042 |
| buta-1,3-dién | $C_4H_6$ | 54,092 | −108,9 | −4,4 | 110,0 (g) | 2541,5 (g) | 0,6211 |
| pent-1-én | $C_5H_{10}$ | 70,134 | −138 | 30 | −21,3 (g) | 3375,4 (g) | 0,6405 |

* (hármasponton)

| Név | Összegképlet | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Képződéshő (kJ/mol) | Égéshő (kJ/mol) | Sűrűség (g/cm³) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| hex-1-én | $C_6H_{12}$ | 84,159 | −139,76 | 63,48 | −74,2 (f) | – | 0,6685 |
| hept-1-én | $C_7H_{14}$ | 98,186 | −118,9 | 93,64 | −97,9 (f) | – | 0,6970 |
| okt-1-én | $C_8H_{16}$ | 112,213 | −101,7 | 121,29 | −124,5 (f) | – | 0,7149 |
| non-1-én | $C_9H_{18}$ | 126,239 | −81,3 | 146,9 | – | – | 0,7253 |
| dec-1-én | $C_{10}H_{20}$ | 140,266 | −66,3 | 170,5 | −173,8 (f) | – | 0,7408 |
| propin | $C_3H_4$ | 40,064 | −102,7 | −23,2 | 184,9 (g) | – | 0,607 |
| but-1-in | $C_4H_6$ | 50,091 | −125,7 | 8,08 | 141,1 (f) | – | 0,6783 |
| pent-1-in | $C_5H_8$ | 68,118 | −90 | 40,1 | – | – | 0,6901 |
| hex-1-in | $C_6H_{10}$ | 82,143 | −131,9 | 71,3 | – | – | 0,7155 |
| hept-1-in | $C_7H_{12}$ | 96,17 | −81 | 99,7 | – | – | 0,7328 |
| okt-1-in | $C_8H_{14}$ | 110,197 | −79,3 | 126,3 | – | – | 0,7461 |
| non-1-in | $C_9H_{16}$ | 124,223 | −50 | 150,8 | 16,3 (f) | – | 0,7658 |
| dec-1-in | $C_{10}H_{18}$ | 138,25 | −44 | 174 | – | – | 0,7655 |

*Aromás szénhidrogének*

| Név | Összegképlet | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Képződéshő (kJ/mol) | Égéshő (kJ/mol) | Sűrűség (g/cm³) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| benzol | $C_6H_6$ | 78,11 | 5,5 | 80,1 | 82,6 (g) | 3267,6 (f) | 0,8736 |
| toluol | $C_7H_8$ | 92,14 | −95 | 110,6 | 50,4 (g) | 3910,3 (f) | 0,8669 |
| *orto*-xilol | $C_8H_{10}$ | 106,17 | −25,2 | 144,4 | 19,1 (g) | 4552,8 (f) | 0,8802 |
| *meta*-xilol | $C_8H_{10}$ | 106,17 | −47,9 | 139,1 | 17,3 (g) | 4551,8 (f) | 0,8642 |
| *para*-xilol | $C_8H_{10}$ | 106,17 | 13,3 | 138,3 | 18,0 (g) | 4552,8 (f) | 0,8611 |
| naftalin | $C_{10}H_8$ | 128,17 | 80,5 | 218 | 77,9 (sz) | 5156,3 (sz) | 0,9625 |
| sztirol | $C_8H_8$ | 104,05 | −30,65 | 145 | 103,8 (f) | – | 0,9016 |

*Halogénezett szénhidrogének*

| Név | Összegképlet | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Képződéshő (kJ/mol) | Égéshő (kJ/mol) | Sűrűség (g/cm³) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| klórmetán | $CH_3Cl$ | 50,49 | −97,1 | −24,2 | −81,9 (g) | – | 0,9159 |
| diklórmetán | $CH_2Cl_2$ | 84,93 | −95,1 | 40 | −95,6 (g) | – | 1,3266 |
| triklórmetán (kloroform) | $CHCl_3$ | 119,38 | −63,5 | 61,7 | −103,1 (g) | – | 1,4832 |
| tetraklórmetán | $CCl_4$ | 153,82 | −23 | 76,5 | −95,8 (g) | – | 1,5940 |
| klóretán | $C_2H_5Cl$ | 64,514 | −138,4 | 12,3 | −136,8 (f) | – | 0,8902 |
| 1,2-diklóretán | $C_2H_4Cl_2$ | 98,959 | −35,7 | 83,5 | −166,8 (f) | – | 1,2454 |
| 1-klórpropán | $C_3H_7Cl$ | 78,541 | −122,9 | 46,5 | −160,5 (f) | – | 0,8899 |

*Halogénezett szénhidrogének (folytatás)*

| Név | Összeg-képlet | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadás-pont (°C) | Forrás-pont (°C) | Képződéshő (kJ/mol) | Égéshő (kJ/mol) | Sűrűség ($g/cm^3$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1-klórbután | $C_4H_9Cl$ | 92,57 | −123,1 | 78,4 | −188,1 (f) | – | 0,8857 |
| 1-klórpentán | $C_5H_{11}Cl$ | 106,60 | −99,0 | 108,4 | −213,2 (f) | – | 0,8820 |
| 1-klórhexán | $C_6H_{13}Cl$ | 120,62 | −94,0 | 135,1 | – | – | 0,8781 |
| vinil-klorid | $C_2H_3Cl$ | 62,50 | −153,84 | −13,3 | 37,2 (g) | – | 0,9106 |
| difluór-diklórmetán (Freon-12) | $CF_2Cl_2$ | 120,91 | −158 | −29,8 | −477,4 (g) | – | – |
| tetrafluoretén | $C_2F_4$ | 100,02 | −131,15 | −75,9 | −658,9 (g) | – | 1,519 |

*Oxigéntartalmú szerves vegyületek*

| Név | Képlet | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadás-pont (°C) | Forrás-pont (°C) | Képződéshő (kJ/mol) | Égéshő (kJ/mol) | Sűrűség ($g/cm^3$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *alkoholok* | | | | | | | |
| metanol | $CH_4O$ | 32,04 | −93,9 | 65,15 | −239,2 (f) | 726,1 (f) | 0,7914 |
| etanol | $C_2H_6O$ | 46,07 | −117,3 | 78,5 | −277,7 (f) | 1366,8 (f) | 0,7893 |
| propan-1-ol | $C_3H_8O$ | 60,10 | −126,5 | 97,4 | −302,6 (f) | 2021,3 (f) | 0,8035 |
| ciklohexanol | $C_6H_{12}O$ | 100,16 | 25,1 | 161,1 | −348,2 (f) | 3727,8 (f) | 0,9624 |
| butan-1-ol | $C_4H_{10}O$ | 74,12 | −88,6 | 117,73 | −327,3 (f) | – | 0,8095 |
| butan-2-ol | $C_4H_{10}O$ | 74,12 | −88,5 | 99,51 | −342,6 (f) | – | 0,8063 |
| 2-metilpropan-1-ol | $C_4H_{10}O$ | 74,12 | −101,9 | 107,89 | −334,7 (f) | – | 0,8018 |
| 2-metilpropan-2-ol | $C_4H_{10}O$ | 74,12 | 25,69 | 82,4 | −359,2 (f) | – | 0,7887 |
| pentan-1-ol | $C_5H_{12}O$ | 88,15 | −77,6 | 137,98 | −351,6 (f) | 3330,9 | 0,8144 |
| glikol | $C_2H_6O_2$ | 62,07 | −12,69 | 197,3 | −460,0 (f) | 1189,2 | 1,1135 |
| glicerin | $C_3H_8O_3$ | 92,09 | 18,1 | 290 | −669,6 (f) | 1655,4 | 1,2613 |
| *fenolok* | | | | | | | |
| fenol | $C_6H_6O$ | 94,11 | 43 | 181,7 | −165,1 (sz) | 3053,4 (sz) | 1,0576 |
| hidrokinon | $C_6H_6O_2$ | 110,13 | 173 | 285 | −364,5 (sz) | 2854,1 (sz) | 1,328 |
| *éterek* | | | | | | | |
| dimetil-éter | $C_2H_6O$ | 46,07 | −138,5 | −25 | −184,1 (g) | 1460,4 (g) | – |
| dietil-éter | $C_4H_{10}O$ | 74,12 | −116,2 | 34,5 | −279,3 (f) | 2723,9 (f) | 0,7138 |
| etil-metil-éter | $C_3H_8O$ | 60,10 | −113 | 7,4 | −216,4 (g) | – | 0,7251 |
| izopropil-metil -éter | $C_4H_{10}O$ | 74,12 | – | 30,77 | −278,8 (f) | – | 0,7237 |
| tetrahidrofurán | $C_4H_8O$ | 72,11 | −108,44 | 65 | −216,2 (f) | – | 0,8833 |
| 1,4-dioxán | $C_4H_8O_2$ | 88,11 | 11,85 | 101,5 | −353,9 (f) | – | 1,0337 |

| Név | Képlet | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Képződéshő (kJ/mol) | Égéshő (kJ/mol) | Sűrűség ($g/cm^3$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *oxovegyületek* | | | | | | | |
| aceton | $C_3H_6O$ | 58,08 | −95,35 | 56,2 | −248,1 (f) | 1789,9 (l) | 0,7899 |
| formaldehid | $CH_2O$ | 30,03 | −92 | −21 | −108,6 (g) | 570,7 (g) | 0,815 |
| acetaldehid | $C_2H_4O$ | 44,05 | −121 | 20,8 | −191,8 (f) | 1166,9 (f) | 0,7834 |
| propanal | $C_3H_6O$ | 58,08 | −80 | 48 | −215,6 (f) | 1822,7 | 0,8657 |
| ciklohexanon | $C_6H_{10}O$ | 98,14 | −16,4 | 155,6 | −271,2 (f) | 3519,0 (f) | 0,9478 |
| *karbonsavak* | | | | | | | |
| hangyasav | $CH_2O_2$ | 46,03 | 8,4 | 100,7 | −424,7 (f) | 254,6 (f) | 1,220 |
| ecetsav | $C_2H_4O_2$ | 60,05 | 16,6 | 117,9 | −484,5 (f) | 874,2 (f) | 1,0492 |
| propionsav | $C_3H_6O_2$ | 74,08 | −20,8 | 141 | −510,7 (f) | 1527,3 (f) | 0,9930 |
| vajsav | $C_4H_8O_2$ | 88,11 | −4,5 | 165,5 | −533,8 (f) | 2183,6 (f) | 0,9577 |
| valeriánsav | $C_5H_{10}O_2$ | 102,13 | −33,8 | 186,82 | −559,4 (f) | 2837,3 (f) | 0,9391 |
| palmitinsav | $C_{16}H_{32}O_2$ | 256,43 | 63 | 350 | −891,5 (sz) | 9977,9 (sz) | 0,8527 |
| sztearinsav | $C_{18}H_{36}O_2$ | 284,48 | 71,2 | 360 | −947,7 (sz) | 11280,4 (sz) | 0,9408 |
| olajsav | $C_{18}H_{34}O_2$ | 282,47 | 13,4 | 360 | – | – | 0,8935 |
| oxálsav | $C_2H_2O_4$ | 90,04 | 189,5 | szubl. | −821,7 (sz) | 251,1 (sz) | 1,900 |
| L-borkősav | $C_4H_6O_6$ | 150,09 | 171 | – | −1567 (sz) | −1152 | 1,7598 |
| L-aszkorbinsav | $C_6H_8O_6$ | 176,13 | 192 | – | – | – | 1,65 |
| *orto*-ftálsav | $C_6H_4(CO_2H)_2$ | 166,13 | 210 | – | −782,0 (sz) | – | 1,593 |
| *para*-ftálsav | $C_6H_4(CO_2H)_2$ | 166,13 | szubl. | – | −816,1 (sz) | – | – |
| malonsav (propándisav) | $C_3H_4O_4$ | 104,06 | 135 bomlik | – | – | – | 1,619 |
| borostyánkősav (butándisav) | $C_4H_6O_4$ | 118,19 | 187,9 | 235 | −940,5 (sz) | – | 1,572 |
| glutársav (pentádisav) | $C_5H_8O_4$ | 132,12 | 97,8 | 303 | −960,0 (sz) | – | 1,429 |
| adipinsav (hexándisav) | $C_6H_{10}O_4$ | 146,14 | 152,5 | 337,5 | −994,3 (sz) | – | 1,360 |
| maleinsav | $C_4H_4O_4$ | 116,07 | 130,5 | – | −789,4 (sz) | – | 1,590 |
| fumársav | $C_4H_4O_4$ | 116,07 | 165 szubl. | – | −811,7 (sz) | – | 1,635 |
| benzoesav | $C_7H_6O_2$ | 122,12 | 122,13 | 249,133 | −385,2 (sz) | 3226,9 (sz) | 1,2659 |
| *észterek* | | | | | | | |
| metil-acetát metil-etanoát | $C_3H_6O_2$ | 74,08 | −98,1 | 57 | −445,8 (f) | 1592,2 (f) | 0,933 |
| etil-acetát etil-etanoát | $C_4H_8O_2$ | 88,11 | −83,6 | 77,06 | −479,3 (f) | 2238,1 (f) | 0,9003 |
| metil-formiát metil-metanoát | $C_2H_4O_2$ | 60,05 | −99 | 31,7 | −386,1 (f) | 972,6 | 0,9713 |

*Oxigéntartalmú szerves vegyületek (folytatás)*

| Név | Képlet | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Képződéshő (kJ/mol) | Égéshő (kJ/mol) | Sűrűség ($g/cm^3$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *észterek (folytatás)* | | | | | | | |
| etil-formiát<br>etil-metanoát | $C_3H_6O_2$ | 74,08 | −79,6 | 54,4 | – | – | 0,9208 |
| etil-propionát<br>etil-propanoát | $C_5H_{10}O_2$ | 102,13 | −73,9 | 99,1 | −502,7 (f) | – | 0,8843 |
| glicerin-trinitrát<br>(nitroglicerin) | $C_3H_5O_3(NO_2)_3$ | 227,09 | 13,5 | 218<br>robban | −370,9 (f) | – | 1,5931 |
| *szénhidrátok* | | | | | | | |
| α-D-glükóz | $C_6H_{12}O_6$ | 180,16 | 146 | – | −1271 | −2805 | 1,5620 |
| β-D-glükóz | $C_6H_{12}O_6$ | 180,16 | 150 | – | – | – | 1,5620 |
| β-D-fruktóz | $C_6H_{12}O_6$ | 180,16 | 103 | – | −1262 | −2814 | 1,60 |
| D-ribóz | $C_5H_{10}O_5$ | 150,13 | 95 | – | | | – |
| szacharóz | $C_{12}H_{22}O_{11}$ | 342,32 | 186 | – | −2218 | −5649 | – |
| maltóz | $C_{12}H_{22}O_{11}$ | 342,32 | 102 | – | −2214 | −5651 | 1,54 |
| cellobióz | $C_{12}H_{22}O_{11}$ | 342,32 | 225 | – | – | – | – |
| laktóz | $C_{12}H_{22}O_{11}$ | 342,32 | 214 | | −2213 | −5653 | |

*Aminok*

| Név | Képlet | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Képződéshő (kJ/mol) | Égéshő (kJ/mol) | Sűrűség ($g/cm^3$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| metil-amin | $CH_3NH_2$ | 31,06 | −93,5 | −6,3 | −22,5 (g) | 1085,6 (g) | 0,699 |
| dimetil-amin | $(CH_3)_2NH$ | 45,08 | −93 | 7,4 | −18,5 (g) | 1768,9 (g) | 0,6804 |
| trimetil-amin | $(CH_3)_3N$ | 59,11 | −117,2 | 2,9 | −23,7 (g) | 2443,1 (g) | 0,6356 |
| anilin | $C_6H_5NH_2$ | 93,13 | −6,3 | 184,68 | 31,3 (f) | 3392,8 (f) | 1,02173 |
| etil-dimetil-amin | $C_4H_{11}N$ | 73,14 | −140 | 36,5 | – | – | 0,675 |
| izobutil-amin | $C_4H_{11}N$ | 73,14 | −86,7 | 67,75 | −132,6 (f) | – | 0,724 |
| metil-izopropil-amin | $C_4H_{11}N$ | 73,14 | – | 50,4 | – | – | – |

*Amidok*

| Név | Képlet | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Képződéshő (kJ/mol) | Égéshő (kJ/mol) | Sűrűség ($g/cm^3$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| formamid | $CH_3NO$ | 45,04 | 2,49 | 193 | −254,0 (f) | – | 1,1334 |
| acetamid | $C_2H_5NO$ | 59,07 | 80,16 | 222,0 | −317,0 (sz) | 1184,6 | 1,16 |

*Nitrogéntartalmú heterociklusos vegyületek*

| Név | Képlet | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Képződéshő (kJ/mol) | Égéshő (kJ/mol) | Sűrűség ($g/cm^3$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| piridin | $C_5H_5N$ | 79,10 | −42 | 115,5 | 100,2 (f) | 2782,3 (f) | 0,9819 |
| pirimidin | $C_4H_4N_2$ | 80,09 | 22 | 123 | 145,9 (f) | 2291,6 (f) | – |
| pirrol | $C_4H_4NH$ | 67,09 | – | 130 | 63,1 (f) | 2351,7 (f) | 0,9691 |
| imidazol | $C_3H_4N_2$ | 68,08 | 90 | 257 | 58,5 (sz) | 1810,7 (sz) | 1,0303 |
| purin | $C_5H_4N_4$ | 120,11 | 216 | – | – | – | – |
| pirrolidin | $C_4H_9N$ | 71,12 | −57,79 | 86,56 | −41,1 (f) | – | 0,8586 |
| piperidin | $C_5H_{11}N$ | 85,15 | −11,02 | 106,22 | −86,4 (f) | – | 0,8606 |

*Nukleotidok*

| Név | Képlet | Moláris tömeg (g/mol) | Olvadáspont (°C) | Forráspont (°C) | Képződéshő (kJ/mol) | Égéshő (kJ/mol) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| adenin (A) | $C_5H_5N_5$ | 135,13 | – | – | 96 (sz) | 2778,1 (sz) |
| citozin (C) | $C_4H_5N_3O$ | 111,10 | – | – | −221,3 (sz) | 2067,3 (sz) |
| uracil (U) | $C_4H_4N_2O_2$ | 112,09 | 338 | – | −429,4 (sz) | 1716,3 (sz) |
| guanin (G) | $C_5H_5N_5O$ | 151,13 | – | – | −183,9 (sz) | 2498,2 (sz) |
| timin (T) | $C_5H_6N_2O_2$ | 126,12 | – | – | −462,8 (sz) | 2362,2 (sz) |

## *8.7. A genetikai kód*

| Első pozíció | Második pozíció U | C | A | G | Harmadik pozíció |
|---|---|---|---|---|---|
| U | Phe | Ser | Tyr | Cys | U |
| | Phe | Ser | Tyr | Cys | C |
| | Leu | Ser | STOP | STOP | A |
| | Leu | Ser | STOP | Trp | G |
| C | Leu | Pro | His | Arg | U |
| | Leu | Pro | His | Arg | C |
| | Leu | Pro | Gln | Arg | A |
| | Leu | Pro | Gln | Arg | G |
| A | Ile | Thr | Asn | Ser | U |
| | Ile | Thr | Asn | Ser | C |
| | Ile | Thr | Lys | Arg | A |
| | Met (START) | Thr | Lys | Arg | G |
| G | Val | Ala | Asp | Gly | U |
| | Val | Ala | Asp | Gly | C |
| | Val | Ala | Glu | Gly | A |
| | Val (START) | Ala | Glu | Gly | G |

Az mRNS nukleotidjainak bázisai: U: uracil, C: citozin, A: adenin, G: guanin, START: „olvasás kezdete” jel, STOP: „olvasás vége” jel

*8.8. Az aminosavak jelölése, képlete, moláris tömege*

| Név | Jelölés | | Összegképlet | Az –R csoport képlete* | Moláris tömeg (g/mol) |
|---|---|---|---|---|---|
| alanin | Ala | A | $C_3H_7NO_2$ | $-CH_3$ | 89,09 |
| arginin | Arg | R | $C_6H_{14}N_4O_2$ | $-(CH_2)_3-NH=CNH_2-NH_2$ | 174,20 |
| aszparagin | Asn | N | $C_4H_8N_2O_3$ | $-CH_2-CONH_2$ | 132,12 |
| aszparaginsav | Asp | D | $C_4H_7NO_4$ | $-CH_2-COOH$ | 133,10 |
| cisztein | Cys | C | $C_3H_7NO_2S$ | $-CH_2-SH$ | 121,16 |
| glutamin | Gln | Q | $C_5H_{10}N_2O_3$ | $-(CH_2)_2-CONH_2$ | 146,15 |
| glutaminsav | Glu | E | $C_5H_9NO_4$ | $-(CH_2)_2-COOH$ | 147,13 |
| glicin | Gly | G | $C_2H_5NO_2$ | $-H$ | 75,07 |
| hisztidin | His | H | $C_6H_9N_3O_2$ | $-CH_2-C_3N_2H_3$ | 155,16 |
| izoleucin | Ile | I | $C_6H_{13}NO_2$ | $-CHCH_3-CH_2-CH_3$ | 131,17 |
| leucin | Leu | L | $C_6H_{13}NO_2$ | $-CH_2-CHCH_3-CH_3$ | 131,17 |
| lizin | Lys | K | $C_6H_{14}N_2O_2$ | $-(CH_2)_4-NH_2$ | 146,19 |
| metionin | Met | M | $C_5H_{11}NO_2S$ | $-(CH_2)_2-S-CH_3$ | 149,21 |
| fenilalanin | Phe | F | $C_9H_{11}NO_2$ | $-CH_2-C_6H_5$ | 165,19 |
| prolin | Pro | P | $C_5H_9NO_2$ | $-CH_2-CH=CH_2$ | 115,13 |
| szerin | Ser | S | $C_3H_7NO_3$ | $-CH_2OH$ | 105,09 |
| treonin | Thr | T | $C_4H_9NO_3$ | $-CHOH-CH_3$ | 119,12 |
| triptofán | Trp | W | $C_{11}H_{12}N_2O_2$ | $-CH_2-C_8NH_6$ | 204,23 |
| tirozin | Tyr | Y | $C_9H_{11}NO_3$ | $-CH_2-C_6H_4-OH$ | 181,19 |
| valin | Val | V | $C_5H_{11}NO_2$ | $-CHCH_3-CH_3$ | 117,15 |

* Az élőlényekben előforduló aminosavak általános képlete: $NH_2 - CHR - COOH$, ahol **R** különféle oldallánc lehet.

*8.9. Az aminosavak fizikai és kémiai tulajdonságai*

| Jelölés | Olvadáspont* (°C) | Képződéshő (kJ/mol) | Égéshő (kJ/mol) | Sűrűség ($g/cm^3$) | p$K_a$ | p$K_b$ | p$K_x$ | p$I$ | $S$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ala | 297 | −604,0(sz) | 1576,9 | 1,432 | 2,34 | 9,69 | – | 6,00 | 167 |
| Arg | 238 | −623,5(sz) | 3738,4 | – | 2,17 | 9,04 | 12,48 | 10,76 | 181 |
| Asn | 236 | −789,4(sz) | 1928,0 | 1,543 | 2,02 | 8,80 | – | 5,41 | 25 |
| Asp | 270 | −973,3(sz) | 1601,6 | 1,6613 | 1,88 | 9,60 | 3,65 | 2,77 | 5 |
| Cys | 178 | −515,5(sz) | – | – | 1,96 | 10,28 | 8,18 | 5,07 | – |
| Gln | 185 | −826,4(sz) | 2570,3 | – | 2,17 | 9,13 | – | 5,65 | 42 |
| Glu | 249 | −1009,7(sz) | 2244,1 | 1,538 | 2,19 | 9,67 | 4,25 | 3,22 | – |
| Gly | 290 | −528,5(sz) | 973,1 | 1,607 | 2,34 | 9,60 | – | 5,97 | 251 |
| His | 277 | −466,7(sz) | 3180,6 | – | 1,82 | 9,17 | 6,00 | 7,59 | 43 |
| Ile | 284 | −637,9(sz) | 3581,1 | – | 2,36 | 9,60 | – | 6,02 | 34 |
| Leu | 393 | −637,4(sz) | 3581,6 | 1,293 | 2,36 | 9,60 | – | 5,98 | 23 |
| Lys | 225 | −678,7(sz) | 3683,2 | – | 2,18 | 8,95 | 10,53 | 9,74 | 6 |
| Met | 283 | – | – | – | 2,28 | 9,21 | – | 5,74 | 56 |
| Phe | 284 | −466,9(sz) | 4646,8 | – | 1,83 | 9,13 | – | 5,48 | 29 |
| Pro | 222 | −512,2(sz) | 2741,6 | – | 1,99 | 10,60 | – | 6,30 | 1622 |
| Ser | 228 | −732,7(sz) | 1448,2 | – | 2,21 | 9,15 | – | 5,68 | 422 |
| Thr | 253 | −807,2(sz) | 2053,1 | – | 2,09 | 9,10 | – | 5,60 | 97 |
| Trp | 282 | −415,3(sz) | 5628,3 | – | 2,38 | 9,39 | – | 5,89 | 12 |
| Tyr | 344 | −685,5(sz) | 4428,6 | – | 2,20 | 9,11 | 10,07 | 5,66 | 0,5 |
| Val | 295 | −617,9(sz) | 2921,7 | – | 2,32 | 9,62 | – | 5,96 | 58 |

* Forráspontjuk nincs, elbomlanak.

p$K_a$: az 1-es helyzetű karboxilcsoport disszociációállandójának negatív logaritmusa.

p$K_b$: a 2-es helyzetű aminocsoport disszociációállandójának negatív logaritmusa.

p$K_x$: A molekulában esetlegesen jelenlevő oldalcsoport disszociációállandójának negatív logaritmusa.

p$I$: az izoelektromos pontnak megfelelő pH.

$S$: vízoldhatóság 25 °C-on (g/kg víz).

## 8.10. Szerves savak savállandói

| Név | | pK | Név | | pK |
|---|---|---|---|---|---|
| L-aszkorbinsav | $K_1$ | 4,04 | tribróm-ecetsav | $K_1$ | 0,72 |
| | $K_2$ | 11,34 | fenol | $K_1$ | 9,79 |
| barbitursav | $K_1$ | 3,99 | *o*-ftálsav | $K_1$ | 2,76 |
| benzoesav | $K_1$ | 4,20 | | $K_2$ | 4,92 |
| D-borkősav | $K_1$ | 3,03 | fumársav | $K_1$ | 3,03 |
| | $K_2$ | 4,46 | | $K_2$ | 4,47 |
| citromsav | $K_1$ | 2,87 | hangyasav | $K_1$ | 3,75 |
| | $K_2$ | 4,35 | maleinsav | $K_1$ | 2,0 |
| ecetsav | $K_1$ | 4,76 | | $K_2$ | 6,26 |
| fluor-ecetsav | $K_1$ | 2,72 | malonsav | $K_1$ | 2,77 |
| klór-ecetsav | $K_1$ | 2,86 | | $K_2$ | 4,44 |
| bróm-ecetsav | $K_1$ | 2,92 | oxálsav | $K_1$ | 1,37 |
| jód-ecetsav | $K_1$ | 3,19 | | $K_2$ | 3,81 |
| difluor-ecetsav | $K_1$ | 1,34 | pikrinsav | $K_1$ | 0,33 |
| diklór-ecetsav | $K_1$ | 1,35 | propionsav | $K_1$ | 4,86 |
| dibróm-ecetsav | $K_1$ | 1,48 | vajsav (butánsav) | $K_1$ | 4,83 |
| trifluor-ecetsav | $K_1$ | 0,52 | valeriánsav (pentánsav) | $K_1$ | 4,83 |
| triklór-ecetsav | $K_1$ | 0,51 | szalicilsav | $K_1$ | 2,70 |
| | | | | $K_2$ | 13,90 |

## 8.11. A szerves vegyületek nevezéktanának rövid áttekintése

| Vegyületcsoport | Funkciós csoport | Utótag | Előtag |
|---|---|---|---|
| Szénhidrogének | (többszörös kötés) | -án (-én, -in) | alkil- |
| Halogénezett vegyületek | halogén, pl. klór | – | klór- |
| Aminok | aminocsoport | -amin | amino- |
| Alkoholok | hidroxicsoport | -ol | hidroxi- |
| Éterek | étercsoport | (alkil-alkil-éter) | oxa- |
| Ketonok | oxocsoport | -on | oxo- |
| Aldehidek | aldehidcsoport | -al | oxo- |
| Karbonsavak | karboxilcsoport | -sav | – |

## 9. BALESETVÉDELEM

### *9.1. A figyelmeztető táblákon használatos piktogramok*




| toxikus | korrozív | irritatív | környezet-károsító | explozív | gyúlékony | oxidatív |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T mérgező, T+ nagyon mérgező | C maró | Xn ártalmas, Xi irritatív, ingerlő | N környezeti veszély | E robbanás-veszélyes | F tűzveszé-lyes, F+ fokozottan tűzveszélyes | O égést tápláló, oxidáló |

### *9.2. A vegyszerek csomagolásán feltüntetett R-mondatok*

R 1 Száraz állapotban robbanásveszélyes.
R 2 Ütés, súrlódás, tűz vagy más gyújtóforrás robbanást okozhat.
R 3 Ütés, súrlódás, tűz vagy egyéb gyújtóforrás rendkívüli mértékben növeli a robbanásveszélyt.
R 4 Nagyon érzékeny, robbanásveszélyes fémvegyületeket képez.
R 5 Hő hatására robbanhat.
R 6 Levegővel érintkezve vagy anélkül is robbanásveszélyes.
R 7 Tüzet okozhat.
R 8 Éghető anyaggal érintkezve tüzet okozhat.
R 9 Éghető anyaggal érintkezve robbanásveszélyes.
R 10 Kevésbé tűzveszélyes.
R 11 Tűzveszélyes.
R 12 Fokozottan tűzveszélyes.
R 14 Vízzel hevesen reagál.
R 15 Vízzel érintkezve fokozottan tűzveszélyes gázok képződnek.
R 16 Oxidáló anyaggal érintkezve robbanásveszélyes.
R 17 Levegőn öngyulladó.
R 18 A használat során robbanásveszélyes/tűzveszélyes gáz-levegő elegy keletkezhet.
R 19 Robbanásveszélyes peroxidokat képezhet.
R 20 Belélegezve ártalmas.
R 21 Bőrrel érintkezve ártalmas.
R 22 Lenyelve ártalmas.
R 23 Belélegezve mérgező (toxikus).
R 24 Bőrrel érintkezve mérgező (toxikus).
R 25 Lenyelve mérgező (toxikus).
R 26 Belélegezve nagyon mérgező (toxikus).
R 27 Bőrrel érintkezve nagyon mérgező (toxikus).
R 28 Lenyelve nagyon mérgező (toxikus).
R 29 Vízzel érintkezve mérgező gázok képződnek.
R 30 A használat során tűzveszélyessé válik.
R 31 Savval érintkezve mérgező gázok képződnek.
R 32 Savval érintkezve nagyon mérgező gázok képződnek.
R 33 A halmozódó (kumulatív) hatások miatt veszélyes.

R 34 Égési sérülést okoz.
R 35 Súlyos égési sérülést okoz.
R 36 Szemizgató hatású.
R 37 Izgatja a légutakat.
R 38 Bőrizgató hatású.
R 39 Nagyon súlyos és maradandó egészségkárosodást okozhat.
R 40 Maradandó egészségkárosodást okozhat.
R 41 Súlyos szemkárosodást okozhat.
R 42 Belélegezve túlérzékenységet okozhat (szenzibilizáló hatású lehet).
R 43 Bőrrel érintkezve túlérzékenységet okozhat (szenzibilizáló hatású lehet).
R 44 Zárt térben hő hatására robbanhat.
R 45 Rákot okozhat (karcinogén hatású lehet).
R 46 Öröklődő genetikai károsodást okozhat (mutagén hatású lehet).
R 48 Hosszú időn át hatva súlyos egészségkárosodást okozhat.
R 49 Belélegezve rákot okozhat (karcinogén hatású lehet).
R 50 Nagyon mérgező a vízi szervezetekre.
R 51 Mérgező a vízi szervezetekre.
R 52 Ártalmas a vízi szervezetekre.
R 53 A vízi környezetben hosszantartó károsodást okozhat.
R 54 Mérgező a növényvilágra.
R 55 Mérgező az állatvilágra.
R 56 Mérgező a talaj szervezeteire.
R 57 Mérgező a méhekre.
R 58 A környezetben hosszantartó károsodást okozhat.
R 59 Veszélyes az ózonrétegre.
R 60 A fertilitást (fogamzóképességet vagy nemzőképességet) károsíthatja.
R 61 A születendő gyermekre ártalmas lehet.
R 62 A fertilitásra (fogamzóképességre vagy nemzőképességre) ártalmas lehet.
R 63 A születendő gyermeket károsíthatja.
R 64 Szoptatott újszülöttet és csecsemőt károsíthatja.
R 65 Lenyelve ártalmas, aspiráció (idegen anyagnak a légutakba beszívása) esetén tüdőkárosodást okozhat.
R 66 Ismételt expozíció a bőr kiszáradását vagy megrepedezését okozhatja.
R 67 A gőzök álmosságot vagy szédülést okozhatnak.

### *9.3. A vegyszerek csomagolásán feltüntetett S-mondatok*

S 1 Elzárva tartandó.
S 2 Gyermekek kezébe nem kerülhet.
S 3 Hűvös helyen tartandó.
S 4 Lakóterülettől távol tartandó.
S 5 ..... alatt tartandó (a folyadékot a gyártó határozza meg).
S 6 ..... alatt tartandó (az inert gázt a gyártó határozza meg).
S 7 Az edényzet hermetikusan lezárva tartandó.
S 8 Az edényzet szárazon tartandó.
S 9 Az edényzet jól szellőztethető helyen tartandó.
S 12 A tartályt nem szabad légmentesen lezárni.
S 13 Élelmiszertől, italtól és takarmánytól távol tartandó.
S 14 .....-tól/-től távol tartandó [az összeférhetetlen anyago(ka)t a gyártó határozza meg].
S 15 Hőhatástól távol tartandó.

S 16 Gyújtóforrástól távol tartandó. – Tilos a dohányzás!
S 17 Éghető anyagoktól távol tartandó.
S 18 Az edényzetet óvatosan kell kezelni és kinyitni.
S 20 Használat közben enni, inni nem szabad.
S 21 Használat közben tilos a dohányzás.
S 22 Az anyag porát nem szabad belélegezni.
S 23 A keletkező gázt/füstöt/gőzt/permetet nem szabad belélegezni (a gyártó határozza meg).
S 24 A bőrrel való érintkezés kerülendő.
S 25 Kerülni kell a szembejutást.
S 26 Ha szembe jut, bő vízzel azonnal ki kell mosni, és orvoshoz kell fordulni.
S 27 A szennyezett ruhát azonnal le kell vetni/venni.
S 28 Ha az anyag a bőrre kerül, . . . -val/-vel bőven azonnal le kell mosni (az anyagot a gyártó határozza meg).
S 29 Csatornába engedni nem szabad.
S 30 Soha nem szabad vízzel keverni.
S 33 A sztatikus feltöltődés ellen védekezni kell.
S 35 Az anyagot és az edényzetét megfelelő módon ártalmatlanítani kell.
S 36 Megfelelő védőruházatot kell viselni.
S 37 Megfelelő védőkesztyűt kell viselni.
S 38 Ha a szellőzés elégtelen, megfelelő légzőkészüléket kell használni.
S 39 Szem-/arcvédőt kell viselni.
S 40 A padlót és a beszennyeződött tárgyakat ..... -val/-vel kell tisztítani (az anyagot a gyártó határozza meg).
S 41 Robbanás vagy tűz esetén a keletkező gázokat nem szabad belélegezni.
S 42 Füst-/permetképződés estén megfelelő légzésvédőt kell viselni (típusát a gyártó adja meg).
S 43 Tűz esetén ..... -val/-vel oltandó (az anyagot a gyártó határozza meg). Ha a víz használata veszélyes, akkor a „Víz használata veszélyes" mondatot is hozzá kell tenni!
S 45 Baleset vagy rosszullét estén azonnal orvost kell hívni. Ha lehetséges, a címkét meg kell mutatni.
S 46 Lenyelése esetén azonnal orvoshoz kell fordulni, az edényt/csomagolóburkolatot és a címkét az orvosnak meg kell mutatni.
S 47 ... °C feletti hőmérsékleten nem tárolható.
S 48 ..... -val/-vel nedvesen tartandó (az anyagot a gyártó határozza meg).
S 49 Csak az eredeti edényzetben tárolható.
S 50 ..... -val/-vel nem keverhető (az anyagot a gyártó határozza meg).
S 51 Csak jól szellőztetett helyen használható.
S 52 Nagy felületű, tartózkodásra alkalmas helyiségekben nem használható.
S 53 Kerülni kell az expozíciót, használatához külön utasítás szükséges.
S 56 Az anyagot és edényzetét veszélyes- vagy speciálishulladék-gyűjtő helyre kell vinni.
S 57 A környezetszennyezés elkerülésére megfelelő edényzetet kell használni.
S 59 A hulladékanyag visszanyeréséhez/újrahasznosításához a gyártótól/forgalmazótól kell tájékoztatást kérni.
S 60 Az anyagot és/vagy edényzetét veszélyes hulladékként kell ártalmatlanítani.
S 61 Kerülni kell az anyag környezetbe jutását. Speciális adatokat kell kérni. (Biztonsági adatlap)
S 62 Lenyelés esetén hánytatni tilos: azonnal orvoshoz kell fordulni, és meg kell mutatni az edényzetet vagy a címkét.
S 63 Belégzés miatt bekövetkező baleset esetén a sérültet friss levegőre kell vinni, és biztosítani kell számára a nyugalmat.
S 64 Lenyelés esetén a szájat vízzel öblítjük ki (csak abban az esetben, ha a sérült nem eszméletlen).

## FIZIKA

Négyjegyű függvénytáblázatok, matematikai, fizikai, kémiai összefüggések, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2003

Sárközi: Műszaki táblázatok és képletek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1977

Hütte: A mérnöki tudományok kézikönyvbe, Springer Hungarica, 1993

F. Kohlrausch: Praktische Physik 3, B. G. Teubner, Stuttgart, 1968

Műanyag zsebkönyv, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979

Ohmacht–Sárközi: Műszaki táblázatok, Táncsics Könyvkiadó, Budapest, 1972

Hargittay Emil: A hőmérséklet mérése, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1980

E. J. Harry: Ipari Lézerek és alkalmazásuk, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979

Erősáramú táblázatok, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979

Csengeri Pintér Péter: Mennyiségek, mértékegységek, számok SI, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1981

Hajdu László–Mikos Pál: Világítástechnika és Színdinamika, Táncsics Könyvkiadó, Budapest, 1981

NENMAC temperature handbook, NANMAC Corp., USA, 1985

Mikrovilág, A Természet Világa 2000. III. különszám

Kenczler Ödön: Vákuumtechnika, Tankönyvkiadó, 1981 kézirat

www.nist.gov

www.nobel.se

www.goodfellow.com

www.webelements.com

## KÉMIA

www.iupac.org

N.N. Greenwood, A. Earnshow: Chemistry of the elements, Pergamon Press, 1989

N.L. Glinka: General chemistry, Mir Publishers, Moscow, 1990

N. Akhmetov: General and inorganic chemistry, Mir Publishers, Moscow, 1987

Handbook of Chemistry and Physics, CRC Press, 1994

Pungor Ernő (szerk.): Analitikusok kézikönyve, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987

Kiss István, Vértes Attila: Magkémia, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1979

M. Haissinsky: A magkémia és alkalmazásai, Akadémia Kiadó, Budapest, 1963

Németh Béla: Kémiai táblázatok, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1971

Inzelt György: Az elektrokémia modern elmélete és gyakorlata, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2000

Mészáros Ernő: A levegőkémia alapjai, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1977

Bruckner Győző: Szerves kémia, Tankönyvkiadó, Budapest, 1980

Kucsman Árpád: Szerves kémia, ELTE egyetemi jegyzet, Budapest, 1977

**MATEMATIKA** ..... 5

1. ÁLTALÁNOS TUDNIVALÓK ..... 5
   1.1. Néhány állandó ..... 5
   1.2. Görög betűk ..... 5
   1.3. Jelölések, kapcsolatok ..... 5
   1.4. Jelek, rövidítések ..... 6
2. GONDOLKODÁSUNK ESZKÖZEI ... 7
   2.1. Matematikai logika ..... 7
   2.2. Halmazok ..... 8
   2.3. Gráfok ..... 9
3. ARITMETIKA, SZÁMELMÉLET ..... 11
   3.1. Számhalmazok ..... 11
   3.2. Egész számok ..... 12
   3.3. Racionális számok ..... 14
   3.4. Valós számok ..... 14
   3.5. Komplex számok ..... 16
   3.6. Gyakorlati számítások ..... 18
4. ALGEBRA ..... 20
   4.1. Sorozatok, sorok ..... 20
   4.2. Kamatszámítás ..... 21
   4.3. Kombinatorika ..... 22
   4.4. Egyenletek ..... 22
   4.5. Egyenletrendszerek ..... 26
5. VALÓS FÜGGVÉNYTAN ..... 26
   5.1. Fontosabb valós függvények ..... 26
   5.2. Határérték ..... 31
   5.3. Differenciálszámítás ..... 31
   5.4. Integrálszámítás ..... 32
6. VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS ..... 34
   6.1. Események ..... 34
   6.2. Gyakoriság ..... 34
   6.3. Valószínűség ..... 35
   6.4. Valószínűség-eloszlások ..... 36
7. STATISZTIKA ..... 43
   7.1. Adatok feldolgozása, ábrázolása ... 43
   7.2. Mintafüggvények, statisztikák ..... 45
   7.3. A szóródás jellemzői ..... 46
   7.4. Szimmetria és lapultság ..... 47
   7.5. Korreláció, regresszió ..... 47
   7.6. Idősorok ..... 49
8. ELEMI GEOMETRIA ..... 50
   8.1. Térelemek ..... 50
   8.2. Szögek ..... 50
   8.3. Geometriai transzformációk ..... 52
   8.4. Síkgeometria ..... 54
   8.5. Vektorszámítás ..... 61
   8.6. Trigonometria ..... 62
   8.7. Térgeometria ..... 64
9. ANALITIKUS GEOMETRIA A SÍKBAN ..... 69
   9.1. Koordináta-rendszerek ..... 69
   9.2. Pont ..... 69
   9.3. Egyenes ..... 70
   9.4. Kör ..... 71
   9.5. Parabola ..... 72
   9.6. Ellipszis ..... 73
   9.7. Hiperbola ..... 74

10. TÁBLÁZATOK ..... 76
   10.1. Útmutató ..... 76
   10.2. Számok négyzete ..... 78
   10.3. Számok négyzetgyöke ..... 80
   10.4. Számok 10 alapú logaritmusa .... 84
   10.5. Szögek szinusza és koszinusza ... 88
   10.6. Nevezetes szögek szögfüggvényei 90
   10.7. Szögek tangense és kotangense ... 90
   10.8. Forgásszögek szögfüggvényei .... 93
   10.9. Prímszámok 4000-ig ..... 94
   10.10. Összetett számok felbontása 1600-ig (a 2, 3, 5 prímosztók nélkül) ..... 95
   10.11. A binomiális együtthatók ($n$ = 20-ig) $\binom{n}{k}$ ..... 96
   10.12. Pitagorasz-féle számhármasok ($c$ = = 100-ig) ..... 96
   10.13. Faktoriálisok ($n$ = 100-ig) ..... 97
   10.14. A standard normális eloszlás .... 98

**INFORMATIKA** ..... 99

1. MÉRTÉKEGYSÉGEK ..... 99
2. FONTOSABB BETŰSZÓK ÉS ÁLLOMÁNYKITERJESZTÉSEK ..... 99
3. JELÖLÉSEK ..... 100
4. VEZÉRLÉSI STRUKTÚRÁK ..... 100
5. ALAPFELADATOK ..... 101
   5.1. Sorozatszámítás ..... 101
   5.2. Rekurzív sorozat ..... 102
   5.3. Összegezés ..... 102
   5.4. Feltételes összegezés ..... 103
   5.5. Eldöntés ..... 103

5.6. Kiválasztás ..... 104
5.7. Kiválogatás ..... 104
5.8. Számlálás ..... 105
5.9. Szétválogatás ..... 105
5.10. Metszet ..... 106
5.11. Egyesítés ..... 106
5.12. Összefuttatás ..... 107
6. KERESÉSEK ..... 107
6.1. Lineáris keresés ..... 107
6.2. Bináris (logaritmikus) keresés ..... 108
7. MAXIMUMFELADATOK ..... 109
7.1. Az első maximum kiválasztása .... 109
7.2. Feltételes maximum keresése ..... 109
7.3. Maximumszámlálás ..... 110
7.4. Lokális maximum keresése ..... 111
8. RENDEZÉSEK ..... 111
8.1. Beillesztéses rendezés ..... 112
8.2. Buborékos rendezés ..... 112
8.3. Cserélgetéses rendezés ..... 112
8.4. Minimumkiválasztásos rendezés ... 112

**FIZIKA** ..... 113

1. MECHANIKA ..... 113
1.1. A mozgás kinematikai leírása ..... 113
1.2. Dinamika ..... 116
1.3. Munka, energia, teljesítmény ..... 120
1.4. Anyagi pont és merev test egyensúlya (sztatika) ..... 126
1.5. Rugalmas alakváltozások (deformációk) ..... 126
1.6. Rezgések ..... 128
1.7. Mechanikai hullámok ..... 129
1.8. Folyadékok és gázok mechanikája . 132
2. HŐTAN ..... 135
2.1. Szilárd testek tágulása ..... 135
2.2. Folyadékok hőtágulása ..... 135
2.3. Gáztörvények ..... 136
2.4. Termodinamika ..... 139
2.5. Halmazállapot-változások ..... 142
2.6. A hőközlés módjai ..... 143
3. ELEKTRODINAMIKA ..... 145
3.1. Időben állandó elektromos mező (elektrosztatika) ..... 145
3.2. Stacionárius (időben állandó) elektromos áram ..... 148
3.3. Időben állandó mágneses mező vákuumban (levegőben) ..... 151
3.4. Mozgó vezeték mágneses mezőben 155
3.5. Az időben változó elektromos mező 158
3.6. A vákuumbeli elektromágneses mező Maxwell-törvényei ..... 162
4. FÉNYTAN ..... 164
4.1. Geometriai optika ..... 164
4.2. Fizikai optika ..... 168
4.3. A fotometria alapjai ..... 170
5. ATOMFIZIKA ..... 171
5.1. Az atomok mérete és tömege ..... 171
5.2. Atommodellek ..... 172
5.3. Kötött részecskék kvantummechanikai leírása ..... 173
6. STATISZTIKUS FIZIKA ..... 175
6.1. Termodinamikai valószínűség ..... 175
6.2. Maxwell-féle sebességeloszlás ..... 176
7. MAGFIZIKA, ELEMI RÉSZECSKÉK . 177
7.1. Az atommag ..... 177
7.2 Radioaktivitás ..... 177
7.3. Maghasadás ..... 178
7.4. Magfúzió ..... 179
7.5. Radioaktív bomlási sorozatok ..... 179
7.6. Sugárzásvédelem ..... 181
8. A SPECIÁLIS RELATIVITÁSELMÉLET ALAPJAI ..... 182
8.1. Relativisztikus kinematika ..... 182
8.2. Relativisztikus dinamika ..... 182

9.FIZIKAI TÁBLÁZATOK ..... 183
9.1. A Nemzetközi Mértékegységrendszer (SI) ..... 183
9.2. Prefixumok ..... 188
9.3. Fontosabb fizikai állandók ..... 189
9.4. A víz (vízgőz, jég) fontosabb adatai 191
9.5. A levegő fontosabb adatai ..... 191
9.6. Tudósok és feltalálók, akikről fizikai mértékegységet neveztek el ..... 192
9.7. Gázok normálállapotú sűrűsége (0 °C, $10^5$ Pa) ..... 193
9.8. Folyadékok sűrűsége 18 °C-on .... 194
9.9. Ömlesztett anyagok halomsűrűsége 194
9.10. Szilárd és folyékony elemek sűrűsége 20 °C-on ..... 195
9.11. Szerkezeti és szerves anyagok, ásványok, kőzetek sűrűsége szobahőmérsékleten ..... 196
9.12. Homogén tömegeloszlású vonalas alakzatok tömegközéppontja ..... 197
9.13. Homogén tömegeloszlású síkidomok tömegközéppontja ..... 197
9.14. Homogén tömegeloszlású testek és felületek tömegközéppontja ..... 198

9.15. Homogén tömegeloszlású testek különböző tengelyekre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékai ..... 199
9.16. Súrlódási tényezők ..... 201
9.17. Gördülési súrlódási tényezők ..... 201
9.18. Műanyagok rugalmas adatai szobahőmérsékleten ..... 202
9.19. Szerkezeti anyagok rugalmas adatai 202
9.20. Szilárd elemek rugalmas adatai ... 203
9.21. Longitudinális hullám terjedési sebessége gázokban és gőzökben 20 °C-on, $10^5$ Pa nyomáson ..... 203
9.22. Longitudinális hullám terjedési sebessége folyadékokban, 20 °C-on ..... 204
9.23. Longitudinális hullám terjedése szilárd anyagokban, 20 °C-on ..... 204
9.24. Longitudinális hullám terjedési sebességének hőmérsékletfüggése vízben .. 204
9.25. Longitudinális hullám terjedésének hőmérsékletfüggése levegőben ..... 205
9.26. Hangskálák hangjainak frekvenciái és hangközei ..... 205
9.27. Formatényezők (áramlási ellenállási tényezők) ..... 206
9.28. Néhány folyadék felületi feszültsége 20 °C-on ..... 207
9.29. A víz felületi feszültsége levegőkörnyezetben a hőmérséklet függvényében .. 207
9.30. Néhány folyadék Eötvös-állandója 208
9.31. Néhány anyag dinamikus viszkozitása 20 °C-on ..... 208
9.32. A levegő és a víz dinamikus viszkozitása a hőmérséklet függvényében .... 208
9.33. Szilárd elemek hőtani adatai ..... 209
9.34. Szilárd anyagok hőtani adatai .... 212
9.35. Műanyagok hőtani adatai ..... 213
9.36. Folyadékok hőtani adatai ..... 214
9.37. Gázok, gőzök hőtani adatai ..... 216
9.38. Gyulladási hőmérsékletek, égéshők, fűtőértékek ..... 218
9.39. Lánghőmérsékletek ..... 219
9.40. Gázmolekulák és gázatomok termikus átlagsebessége és közepes szabad úthossza 20 °C-on, normál légköri nyomáson ($10^5$ Pa) ..... 219
9.41. Telített vízgőz nyomása és sűrűsége, a víz sűrűsége és párolgáshője a hőmérséklet függvényében ..... 220
9.42. A víz forrásponti hőmérsékletének változása a nyomás függvényében ..... 221
9.43. Néhány anyag hőátadási együtthatója ..... 221
9.44. Néhány anyag átlagos emissziós tényezője ..... 222
9.45. Szilárd anyagok relatív dielektromos állandója ..... 222
9.46. Műanyagok relatív dielektromos állandója ..... 223
9.47. Folyadékok relatív dielektromos állandója ..... 223
9.48. Gázok relatív dielektromos állandója 0 °C-on, $10^5$ Pa nyomáson ..... 223
9.49. Szigetelő anyagok átütési feszültsége ..... 224
9.50. Szigetelt vörösréz vezetékek megengedhető terhelése ..... 224
9.51. Szobahőmérsékleten vezető szilárd és folyékony elemek fajlagos ellenállása, az ellenállás hőmérsékletfüggése ..... 225
9.52. Szilárd, elektromosan vezető anyagok fajlagos ellenállása ésazellenállás hőfokfüggése ..... 227
9.53. Szigetelő anyagok fajlagos ellenállása 20 °C-on ..... 227
9.54. Műanyagok fajlagos ellenállása ... 228
9.55. Néhány anyag relatív permeabilitása ..... 228
9.56. Néhány elem mágneses Curie-pontja ..... 228
9.57. Keménymágneses anyagok ..... 229
9.58. Lágymágneses anyagok ..... 230
9.59. Elemek elektrokémiai egyenértéke, kémiailag egyenértékű tömege és oxidációsszám-változása ..... 231
9.60. Elemek platinával létesített termofeszültsége 100 °C hőmérséklet-különbség esetén ..... 232
9.61. Volta-féle feszültségsor ..... 232
9.62. Termoelemek elektromotoros ereje 0 °C-os referenciahőmérsékletre vonatkoztatva ..... 233
9.63. Az elektromágneses színkép tartományai ..... 234
9.64. Különféle anyagok levegőre vonatkoztatott törésmutató-értéke három nevezetes hullámhosszon, határszöge és diszperziója 20 °C hőmérsékleten és $10^5$ Pa nyomáson ..... 235
9.65. A víz diszperziója 20 °C-on, $10^5$ Pa nyomáson, levegőre vonatkoztatva ... 236

9.66. A víz levegőre vonatkoztatott törésmutatójának hőmérsékletfüggése $\lambda$ = = 589,3 nm-en ..... 236
9.67. Normálállapotú gázok abszolút törésmutatói ..... 237
9.68. Referenciának tekinthető Fraunhofer-vonalak hullámhossza levegőben, 15 °C hőmérsékleten és $10^5$ Pa nyomáson .. 237
9.69. A látható tartományban átlátszó és áttetsző anyagok áteresztési, visszaverési és elnyelési értékei ..... 238
9.70. A látható tartományban átlátszatlan anyagok visszaverési értékei .... 238
9.71. Néhány fényforrás fényerőssége .. 239
9.72. Az emberi szem spektrális érzékenysége ..... 239
9.73. Szabad atomok első ionizációs energiája ..... 240
9.74. Néhány atommag egy nukleonra jutó kötési energiája ..... 241
9.75. Néhány, a gyakorlatban használt vagy előforduló radioaktív izotóp felezési ideje, bomlásának neme és a sugárzás maximális energiája ..... 242
9.76. Szilárd elemek és a higany kilépési munkája, határhullámhossza és kristályszerkezete ..... 243
9.77. Diffúziós együtthatók és aktivációs energiák ..... 244
9.78. Félvezető anyagok tilos sávszélessége 0 K és 300 K hőmérsékleten, töltéshordozó mozgékonyságai és olvadáspontjai ..... 245
9.79. Elemek és vegyületek szupravezetési hőmérséklete ..... 246
9.80. Az anyagot összetartó kölcsönhatások jellemzői ..... 247
9.81. A standardmodell részecskéi ..... 247
9.82. A fermionok generációi ..... 247
9.83. Az erőhordozó bozonok tulajdonságai ..... 248
9.84. A hadronok felépítése és tulajdonságai ..... 248
9.85. A fizikai Nobel-díj kitüntetettjei .. 249

**CSILLAGÁSZAT** ..... 251

1. A LEGFONTOSABB CSILLAGÁSZATI ÁLLANDÓK ÉS MÉRTÉKEGYSÉGEK ..... 251
2. A NAP, A FÖLD ÉS A HOLD LEGFONTOSABB ADATAI ..... 251
3. A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓINAK FIZIKAI ÉS PÁLYAADATAI ..... 253
4. HOLDAK A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓI KÖRÜL ..... 255
5. A LEGNAGYOBB KISBOLYGÓK ... 259
6. A LEGKÖZELEBBI CSILLAGOK .... 259
7. A SZABAD SZEMMEL LÁTHATÓ LEGFÉNYESEBB CSILLAGOK ..... 260
8. A CSILLAGKÉPEK NEVE ÉS RÖVIDÍTÉSE ..... 262
9. A TEJÚTRENDSZER FONTOSABB JELLEMZŐI ..... 263
10. A LEGGYAKORIBB KÉMIAI ELEMEK ELŐFORDULÁSI ARÁNYA AZ UNIVERZUMBAN ..... 263

**FÖLDRAJZ** ..... 264

1. A FÖLD NÉHÁNY ADATA ..... 264
2. A NAP DELELÉSI SZÖGE NEVEZETES SZÉLESSÉGEKEN A NAPÉJEGYENLŐSÉGEK (III. 21., IX. 23.) ÉS A NAPFORDULÓK (VI. 22., XII. 22.) IDEJÉN 264
3. A NAP DELELÉSI SZÖGÉNEK KISZÁMÍTÁSI MÓDJA AZ ÉSZAKI SZOLÁRIS MÉRSÉKELT ÖVEZETBEN A NAPÉJEGYENLŐSÉGEK (III. 21., IX. 23.) ÉS A NAPFORDULÓK (VI. 22., XII. 22.) IDEJÉN ..... 264
4. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK MÉRETEI 265
5. A FÖLD 8000 MÉTERNÉL MAGASABB HEGYCSÚCSAI ..... 266
6. AZ EGYES ÓCEÁNOK MÉRETEI ... 266
7. A VILÁGÓCEÁN 10 000 MÉTERNÉL MÉLYEBB PONTJAI ..... 266
8. A FÖLD LEGNAGYOBB SZIGETEI . 267
9. A FÖLD LEGNAGYOBB FÉLSZIGETEI ..... 267
10. A FÖLD LEGHOSSZABB FOLYÓI . 267
11. A FÖLD LEGBŐVIZŰBB FOLYÓI . 268
12. EURÓPA LEGNAGYOBB FOLYÓI . 268
13. A FÖLD LEGNAGYOBB TAVAI ... 269

14. A FÖLD LEGMÉLYEBB TAVAI ... 269
15. A FÖLD LEGNAGYOBB SIVATAGJAI ... 269
16. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK JÉGGEL BORÍTOTT TERÜLETEI ... 270
17. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK NÉHÁNY NEVEZETES GLECCSERE ... 271
18. A FÖLD LEGHOSSZABB BARLANGJAI ... 271
19. A FÖLD LEGMÉLYEBB BARLANGJAI ... 271
20. „ELSŐ" ESEMÉNYEK A FÖLDTÖRTÉNETBEN ... 272

**KÉMIA** ... 273

A kémiai gyakorlatban használatos fontosabb fizikai állandók pontos értéke ... 273
1. ELEMEK ... 273
1.1. Az elemek rendszáma, vegyjele, magyar neve különféle sorrendben ... 273
1.2. Az elemek felfedezése ... 277
1.3. Az elemek periódusos rendszere ... 280
1.4. Az elemek fizikai tulajdonságai ... 282
1.5. Fémkristályok rácsállandói ... 285
2. ATOMOK ... 286
2.1. Az elemek stabil nuklidjainak (izotópjainak) előfordulási aránya és pontos moláris tömege ... 286
2.2. Néhány, a természetben előforduló nagyon hosszú felezési idejű radioaktív nuklid (izotóp) mért vagy becsült adatai . 289
2.3. Az atomok százalékos előfordulása a földkéregben ... 290
2.4. Az atomok relatív gyakorisága a Világegyetemben ... 291
2.5. Az emberi test összetétele ... 291
2.6. Az atomok periódusos rendszere ... 292
2.7. Az atomok elektronszerkezete és fizikai tulajdonságai ... 294
2.8. Az atomsugarak változása a periódusos rendszerben ... 298
2.9. Az atomsugarak változása a rendszám függvényében ... 298
2.10. Az elektronegativitás változása a periódusos rendszerben ... 299
2.11. Az elektronegativitás változása a rendszám függvényében ... 299
2.12. Az első ionizációs energia változása a periódusos rendszerben ... 300
2.13. Az első ionizációs energia változása a rendszám függvényében ... 300
2.14. Az atomok részletes elektronszerkezete ... 301
2.15. A kvantumszámok és az elektroneloszlás kapcsolata ... 303
2.16. Az atomok lehetséges és jellemző oxidációs állapotai ... 304
2.17. Az elektronok kötési energiája (eV-ban) a szabad atomok egyes alhéjain, pályáin ... 305
3. IONOK ... 307
3.1. Anionok ionsugara ... 307
3.2. Kationok ionsugara ... 308
3.3. A leggyakoribb összetett ionok jellemzői ... 309
3.4. Néhány ionkristályos vegyület rácsenergiája ... 310
3.5. Hidratált ionok képződéshője 25 °C-on ... 311
4. MOLEKULÁK ... 312
4.1. A molekulageometria alapszerkezetei ... 312
4.2. Egyszerű molekulák, illetve kovalens kötéseik jellemzői ... 313
4.3. A kötési energiák nagyságrendje ... 314
5. KEVERÉKEK, OLDATOK, ELEGYEK 314
5.1. A levegő összetétele ... 314
5.2. Néhány gáz oldhatósága vízben (g/100 g víz) a hőmérséklet függvényében ($10^5$ Pa nyomáson) ... 315
5.3. Az ammónia vizes oldatának sűrűsége és ammóniatartalma (20 °C-on, $10^5$ Pa nyomáson) ... 315
5.4. Etanol–víz elegy etanoltartalma és sűrűsége (20 °C-on) ... 315
5.5. Néhány folyadék molális fagyáspontcsökkenése és forráspont-emelkedése 316
5.6. Szervetlen vegyületek oldhatósága vízben különböző hőmérsékleteken ... 317
5.7. A kénsav-, sósav-, salétromsav-, nátrium-hidroxid- és kálium-hidroxid-oldatok összetétele a sűrűség függvényében (15 °C-on) ... 326
5.8. Savoldatok sűrűsége az összetétel függvényében (20 °C-on) ... 328
5.9. Sóoldatok sűrűsége az összetétel függvényében (20 °C-on) ... 331
5.10. Néhány vegyület végtelen híg oldatra vonatkozó oldáshője ... 332

Oktatási Hivatal • 1055 Budapest, Szalay utca 10–14.
Telefon: (+36-1) 374-2100 • E-mail: tankonyv@oh.gov.hu

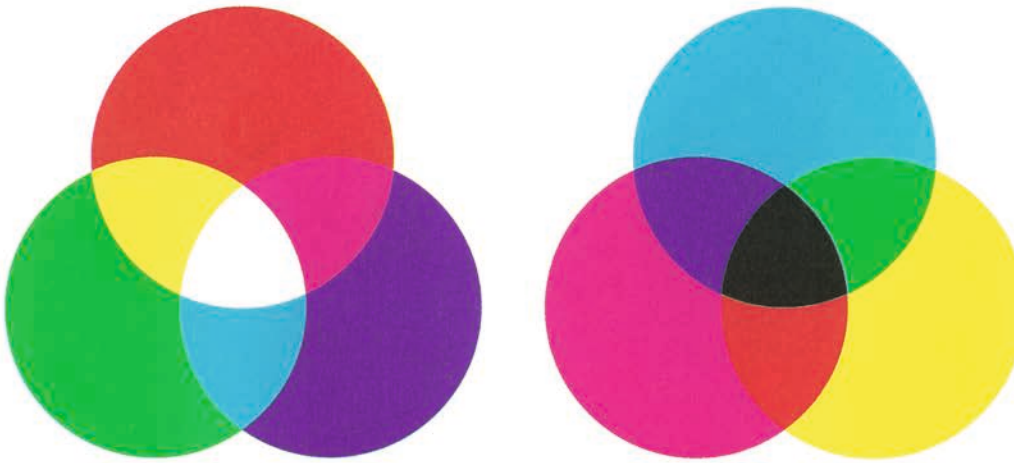
A kiadásért felel: Brassói Sándor mb. elnök
Raktári szám: NT-16129/NAT
Felelős szerkesztő: Tóthné Szalontay Anna
Utánnyomásra előkészítette: dr. Wintsche Gergely
Tankönyvkiadási osztályvezető: Horváth Zoltán Ákos
Műszaki szerkesztő: Marcsek Ildikó
Tördelés: Könyv Művek Bt.
Terjedelem: 32,89 (A/5) ív
Tömeg: 600 gramm
2., javított kiadás, 2022

Gyártás: Könyvtárellátó Nonprofit Kft.

Készült a Gyomai Kner Nyomda Zrt.-ben, 2022-ben
A Magyar Könyvkiadók és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja
Felelős vezető: Csöndes Zoltán vezérigazgató • www.gyomaikner.hu

*Színkeverés, a látható tartomány spektruma és a fehér fény felbontása prizmával*

*Színkeverés*



additív színkeverés

szubsztraktív színkeverés

*A látható tartomány spektruma*




*A fehér fény felbontása prizmával*

