EGYSÉGES ÉRETTSÉGI FELADATGYŰJTEMÉNY

GYAKORLÓFELADATOK

FIZIKA

MEGOLDÁSOK II.



EGYSÉGES ÉRETTSÉGI FELADATGYŰJTEMÉNY

FIZIKA

II.

MEGOLDÁSOK

1004 - 1105 Szt. László tér 7.
530 E 31 FS00669351
EGYSÉGES ÉRETTSÉGI FELADA 2.
1 210008 931711

NEMZETI TANKÖNYVKIADÓ, BUDAPEST

Az Oktatási Minisztérium fizika feladatgyűjtemény-pályázaton díjnyertes alkotás.
A könyvet az oktatási miniszter a 47.463/2001. számon tankönyvvé nyilvánította.
A tankönyv az Oktatási Minisztérium támogatásával jelent meg.

Szerzők:

Bánkuti Zsuzsa
dr. Berkes József
Holics László
dr. Kopcsa József
dr. Kotek László
Medgyes Sándor
dr. Paál Tamás
dr. Poór István
dr. Schuszter Ferenc
Sebestyén Zoltán
Tóth Endre
dr. Vida József

Alkotószerkesztő:

Medgyes Sándorné
dr. Tasnádi Péter

Fedéltervező:

Biró Mária

Bírálók:

dr. Kedves Ferenc
Székelyné Tömböly Zsuzsa
Urbán János

Anyanyelvi lektor:

dr. Falussy Béláné

ISBN 963 19 2504 8

Minden jog fenntartva. A kiadó írásbeli hozzájárulása nélkül sem a teljes mű, sem annak része, sem a feladatok megoldásai semmiféle formában nem sokszorosíthatók, nem terjeszthetők, és elektronikus formában nem tárolhatók.

Előszó

A Nemzeti Tankönyvkidó Rt. 2003-ban jelentette meg az egységes érettségire felkészítő *Fizika feladatgyűjteményét*. Az azóta második kiadást is megért tankönyvek megoldásait adjuk most közre, szintén két kötetben. A célunk, hogy a természettudományokkal foglalkozó tanulók betekintést nyerjenek az új évezred szemléletváltásába, megismerkedhessenek a feladatmegoldás egy lehetséges, de nem egyetlen módjával.

A megoldások közreadásánál kerültük a megoldási sémák ismételgetését, hiszen a tantervvel összhangban nem számolásközpontúság jellemző az *Egységes érettségi feladatgyűjtemény* példáira, hanem problémamegoldó, képességfejlesztő szemlélet, amit igyekeztünk a megoldások esetében is érvényre juttatni. Ez a módszer talán kevésbé kényelmes, ám mindenképpen eredményesebb, hiszen így a megoldáskötet is gondolkodtat, új információkkal gazdagítja az olvasót.

A tesztjellegű feladatok megoldásait is magyarázattal láttuk el, hogy a példák megoldása és ellenőrzése ne váljon motorikussá, hanem ez az ismeretközlés is az átfogó gondolkodást segítse.

A kötet jelölései pontosan követik a példatár rendszerét. A folyamatos számozás segíti a gyors keresést. A megoldások elolvasása adott esetben a kitűzött példa ismerete nélkül is számos tanulsággal szolgálhat, gondolatmenetének megértése nagy segítségére lehet az érdeklődőnek az egyszerűbb problémát bemutató feladatok gyors átlátásában.

A hatékony felhasználás természetesen mégis a két könyv együttes alkalmazásából adódik. Ezt szem előtt tartva az ábrák közül csak azokat jelenítettük meg a megoldáskötetünkben, amelyek nélkülözhetetlenek, vagy ilyen alakjukban nem jelennek meg a példatárban.

A megoldási lehetőségek közül legtöbbször csak egyet választottak ki a szerzők, lehetőséget adva a továbbgondolásra, illetve teret engedve más gondolkodási eljárás alkalmazásának is.

A feladatgyűjteményben sajnos bent maradt néhány olyan feladat is, amelynek megfogalmazása hibás volt, vagy sajtóhiba került bele. Természetesen ezeket a feladatokat kijavítottuk vagy kicseréltük, és az új kiadásban már az új feladatok szerepelnek; így a megoldáskötetben is a kijavított feladatok megoldásai találhatók meg. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a könyv megjelenése közben megváltozott érettségi vizsgakövetelmények miatt néhány feladat besorolása, a csillaggal való jelölése módosult.

A feladatgyűjteményhez hasonlóan a megoldáskötetekben is a gyakorlatban elterjedt többféle jelölésrendszert egyszerre alkalmaztunk. Nem törekedtünk ezek közül egynek sem a kizárólagos használatára. A megoldáskötetben azok számára kívánunk segítséget nyújtani, akik kevés tanári irányítással, önállóan tanulnak. A feladatgyűjtemény használata abban az esetben lesz eredményes, ha a megoldáskötet megoldásait ellenőrzésképpen csak akkor nézzük meg, ha a feladatot már önállóan megoldottuk, vagy meggyőződtünk arról, hogy nem tudunk önállóan eredményre jutni. Ekkor sem célszerű a megoldást egyszerűen lemásolni, mert sokszor az is elég, ha az elinduláshoz szükséges egy-két gondolatot ragadjuk ki, s ennek alapján már sikerül a feladat önálló megoldása.

A fizikai állandók (sűrűség, fajhő, fajlagos ellenállás stb.) értékét sok feladatnál megadtuk kerekített értékkel, a számolás könnyítése céljából, de találhatók a feladatok között olyanok is, amelyek megoldásához a „Négyjegyű függvénytáblázatok"-ból kell a megfelelő adatokat kikeresni. A számolásos feladat végeredménye természetesen mindig függ a kerekítéstől.

A feladatgyűjtemény és a megoldáskötet nagyszámú kérdése, feladata módot ad a fizika tananyag sokoldalú gyakorlásán keresztül a szerzett tudás elmélyítésére, a komplex képességfejlesztésre. Bízunk benne, hogy a feladatok sikeres megoldásainak öröme, a biztosabb tudás hozzájárul a fizika iránti érdeklődés felkeltésére. Szeretnénk, ha könyvünk segítené a fizikatanár kollégákat az érettségire való felkészítés nehéz és felelősségteljes munkájában, tanítványaikat pedig a jó eredmények elérésében.

A feladatok megoldásának megírása, szerkesztése nagyon gondos munkával készült, mégis előfordulhatnak benne hibák. Kérjük, ha ilyet észlel, jelezze a szerkesztőségnek, hogy minél előbb javíthassuk azokat.

Budapest, 2004. május

A szerkesztő

3. ELEKTROMOSSÁGTAN

3.1. AZ ELEKTROMOS MEZŐ

Elektromos alapjelenségek

Tesztfeladatok

1367. Helyes állítás a B). Elektromos állapotban a testek vonzzák vagy taszítják egymást. Ha nem, akkor nincsenek elektromos állapotban, semlegesek.

1368. A D) állítás fogadható el. Az elektromos állapotban lévő testekben elektronhiány vagy elektrontöbblet van.

1369. Az A) állítás hamis, a negatív elektromos állapotot elektrontöbblet okozza.

1370. A D) meghatározás helyes oly mértékben, hogy mai tudásunk szerint az egész világegyetemre mint zárt rendszerre igaz a töltésmegmaradás törvénye. Negatív töltés csak azonos pozitív töltéssel együtt keletkezhet vagy semlegesítődhet.

1371. A C) állítás helyes. Ha az üvegrudat bőrdarabbal dörzsöljük meg, akkor az üvegrúdon elektronhiány lép fel, ezt az elektromos állapotot megegyezés alapján nevezzük pozitívnak.

1372. A B) állítás helyes, mert az elektromos állapotban levő test a szintén elektromos állapotban lévő testeket töltésüktől függően vonzza vagy taszítja. A semleges testeket, ha rajtuk elektromos megosztás vagy elektromos polarizáció jön létre, mindig vonzza.

1373. Az A), B) és a C) tényezők mindegyike szerepet játszik a dörzsöléses elektromosságnál, így kizárásos alapon csak a D) válasz lehet hamis.

1374. Igaz a B) állítás, hiszen az elektromos erőhatás a töltéstől távol is érvényesül, mert a töltések körül erőtér alakul ki.

1375. Hamis a D), a töltéskiegyenlítődés során a nagyobb töltés dominál.

1376. A). Minthogy mindkét elektroszkóp negatív töltésű volt, az összekötést követően is az marad. Egyformák lévén, a töltés fele-fele arányban oszlik el a két eszközön.

1377. A). A feladatban nem volt kikötve a töltés előjele, csak a töltések nagyságának különbözősége. A töltéskiegyenlítődés után vagy pozitív, vagy negatív lesz mindkét elektroszkóp, és mivel egyformák, töltésük egyenlő lesz, így kitérésük is megegyezik.

1378. Az A) állítással nem lehet egyetérteni, mert a könyv anyaga, száraz papír, szigetelő.

1379. A B) válasz helyes, különösen akkor, ha a pálca kicsit nedves.

1380. A). A negatív elektromos állapotban levő rúd az elektroszkóp fegyverzetén levő negatív elektronokat a fegyverzet alsó részére, a lemezekhez (mutatóhoz) taszítja, ennek következtében azok jobban kitérnek.

1381. A B) válasz a helyes, a pozitív testre a földből negatív elektronok áramlanak.

1382. A B) válasz a helyes, minél többször ismételjük a műveletet, a két elektroszkóp elektromos állapota annál jobban kiegyenlítődik.

1383. A C) válasz nem jó, csak az erőhatás iránya függ a töltések előjelétől.

1384. B). Ez a képlet csak megegyező nagyságú töltések esetében igaz.

1385. C).

1386. A B) állítás hibás, hiszen Coulomb a távolság négyzetével fordított arányosságot állapított meg már 1785-ben torziós mérlegével.

1387. C). Nem megduplázódik, megnégyszereződik.

1388. Kivétel a C), mert a tűs nyomtató működése elektromechanikus, míg a többié elektrosztatikus elven alapul.

Számításos feladatok

1389. A rúd tömege a dörzsölés során rákerülő többletelektronok tömegével növekszik meg. A többletelektronok száma:

$$n = \frac{-Q}{-e} = \frac{-3{,}2 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 2 \cdot 10^{10}.$$

Ennyi elektron tömege:

$$\Delta m = n \cdot m_e = 2 \cdot 10^{10} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg} = 1{,}82 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{kg}.$$

(Természetesen ugyanennyivel csökkent a szőrme tömege.)

III.

1390. A Coulomb-törvény felhasználásával:

$$F = k\frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = 2{,}7 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{N}.$$

1391. *a)* A Coulomb-törvényből kiindulva számítsuk ki a Q_2 töltést

$$F = k\frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \Rightarrow Q_2 = \frac{F \cdot r^2}{k \cdot Q_1} = 4 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}.$$

b) Töltéskiegyenlítés után:

$$Q = \frac{Q_1 + Q_2}{2} = 2{,}1 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}$$

töltésű lesz mindkét gömb. A közöttük létrejött taszítóerő:

$$F^* = k\frac{Q^2}{r^2} \approx 0{,}11\ \mathrm{N}.$$

1392. *a)* A Coulomb-erő szerint:

$$F = k\frac{Q^2}{r_1^2} = 0{,}9\ \mathrm{N}.$$

Mivel mindkettő negatív töltésű, taszítják egymást.

b) Fele akkora nagyságú erőhöz

$$\frac{F}{2} = k\frac{Q^2}{r_2^2} \Rightarrow r_2 = Q\sqrt{\frac{2k}{F}} \approx 0{,}283\ \mathrm{m}.$$

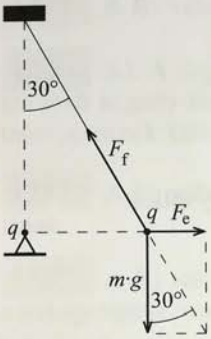
A távolságot növelni kell (az eredeti távolság $\sqrt{2}$-szeresére).

1393. A $+Q$ töltésre ható két erő nagysága megegyezik, irányuk ellentétes. Coulomb törvénye alapján:

$$F_+ = k\frac{(+q)\cdot(+Q)}{(1{,}5r)^2}, \qquad \text{illetve} \qquad F_- = k\frac{(-q)\cdot(+Q)}{(0{,}5r)^2}.$$

A két egyenlőségéből kifejezhető a két különböző töltés nagyságának aránya: $\frac{(+q)}{(-q)} = 9$.

A feltétel kielégítéséhez tehát a $+q$ töltésnek 9-szer kell nagyobbnak lenni a $-q$ töltésnél.



1394. A fonálon függő golyó nyugalomban van. Az egyensúlyt tartó erők: az F_f fonálerő, az F_e elektromos (Coulomb-) erő és az $m \cdot g$ nehézségi erő. A két golyó közötti távolság az ábráról leolvasható: a felfüggesztési pont és a két golyó egy szabályos háromszög egyik felét adja, a két golyó r távolsága éppen fele az oldalnak (a zsinór hosszának), azaz $r = 20$ cm.

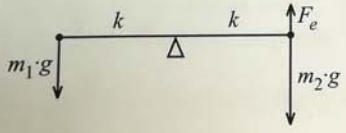
A mellékelt ábra alapján felírható:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_e}{m\cdot g},$$

amelyből kifejezhető a golyó tömege:

$$m = \frac{F_e}{g\cdot\operatorname{tg}\alpha} = k\frac{q^2}{r^2}g\cdot\operatorname{tg}\alpha \approx 0{,}039 \text{ kg}.$$

Tehát a kitérített golyó tömege kerekítve 39 g.



1395. Az emelő egyensúlyának feltétele:

$$M_1 = M_2,$$
$$m_1\cdot g\cdot k = m_2\cdot g\cdot k - F_e\cdot k,$$

amelyből az elektromos (Coulomb-) erő értéke:

$$F_e = m_2\cdot g - m_1\cdot g = 0{,}1 \text{ N},$$

amit behelyettesítve a Coulomb-erő alábbi alakjába, majd r-re rendezve kapjuk a két golyó távolságát:

$$F_e = k\frac{q^2}{r^2} \Rightarrow r = q\sqrt{\frac{k}{F_e}} = 0{,}15 \text{ m}.$$

1396. A Q_3 töltésre ható erők eredője a Q_1 részéről vonzó és a Q_2 részéről taszítóerőkből tevődik össze. A Q_2 töltés közelebb van a Q_3-hoz, ezért az általa létesített taszítóerő nagyobb, mint a Q_1 részéről ható vonzóerő. Ezek alapján:

$$F_t + F_v = k\frac{Q_2 \cdot Q_3}{r_1^2} + k\frac{Q_1 \cdot Q_3}{(r_1 + r_2)^2} = 9\ \text{N} - 2{,}25\ \text{N} = 6{,}75\ \text{N}.$$

1397. A pozitív töltéssel rendelkező higanycsepp a golyók által kifejtett elektromos erők hatására egyensúlyban van:

$$k\frac{q_1 \cdot Q}{x^2} = k\frac{q_2 \cdot Q}{(25 - x)^2}.$$

III.

A $q_1 = 2 \cdot q_2$ megfeleltetés és egyszerűsítések után kapjuk az alábbi egyenletet:

$$\frac{2}{x^2} = \frac{1}{(25 - x)^2},$$

amelyből a kérdéses távolság

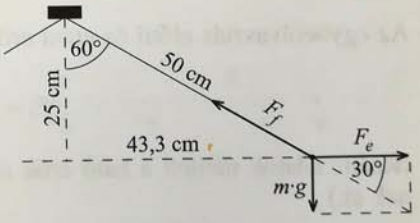
$$x \approx 14{,}64\ \text{cm}.$$

1398. A kisméretű gömbök között fellépő taszítóerő nagyságát a Coulomb-törvénnyel határozhatjuk meg:

$$F = k\frac{Q^2}{r^2} = 562{,}5\ \text{N}.$$

Ha a zsinór elszakításához szükséges erő valamivel nagyobb, mint 500 N, akkor a zsinór nagy valószínűséggel elszakad.

1399. Vegyük észre, hogy az ábrán kirajzolódik egy szabályos háromszög egyik fele, ahol a háromszög egyik oldalát éppen a zsinór adja. Ezek alapján a golyók a felfüggesztéstől 25 cm-rel vannak lejjebb. Ugyanebből a háromszögből Pitagorasz tétele segítségével kiszámítható a golyók távolságának a fele:



$$\frac{r}{2} = \sqrt{50^2 - 25^2} = 43{,}3\ \text{cm}.$$

A szimmetrikus elhelyezkedés miatt elegendő az egyik golyó egyensúlyát vizsgálni. Az F_f fonálerő, az F_e elektromos (Coulomb-)erő és $m \cdot g$ nehézségi erő hatására van egyensúlyban a golyó.

Ismerve a zsinór vízszintessel bezárt szögét:

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{m \cdot g}{F_e},$$

amelyből

$$F_e = \frac{m \cdot g}{\operatorname{tg} 30^\circ} \approx 5{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{N}.$$

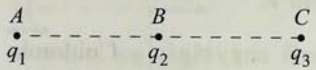
A Coulomb-erőből pedig kifejezhető az ismeretlen töltés nagysága:

$$F_e = k\frac{Q^2}{r^2} \Rightarrow Q = r\sqrt{\frac{F_e}{k}} \approx 2{,}08 \cdot 10^{-6}\ \text{N}.$$

1400. Az adatok alapján:

$$q_1 = q_2 = q, \text{ illetve } q_3 = -0{,}5 \cdot q.$$

Az A pontban levő töltést a B pontbeli taszítja, a C pontbeli pedig vonzza. A taszítóerő a nagyobb, ami a távolságokból és a töltésnagyságokból is következik. Az eredő erő iránya tehát a taszítóerővel egyezik meg. Coulomb törvényéből:



$$F_t = k\frac{q^2}{r^2} - k\frac{q \cdot 0{,}5 \cdot q}{(2 \cdot r)^2} = \frac{7}{8} \cdot k\frac{q^2}{r^2}.$$

A C pontbeli higanycsepp B-be történő beolvasztása után az A pontban levő töltésre a B pontban levő $q - 0{,}5 \cdot q$ értékű töltés fog hatni:

$$F_v = k\frac{q \cdot 0{,}5 \cdot q}{r^2} = \frac{1}{2} \cdot k\frac{q^2}{r^2}.$$

Az egybeolvasztás előtti és utáni erők irányai megegyeznek, különbségük pedig:

$$F_t - F_v = \frac{3}{8} \cdot k\frac{q^2}{r^2}.$$

(Reális adatok mellett a ható erők olyan kicsik, hogy a cseppek nem mozdulhatnak el.)

Jelenségek, kísérletek, kérdések

1401. Az elektromos állapotban levő test vonzza a semleges testet.

1402. A léggömb és a PVC-lap töltése megegyezik, így alakul ki akkora taszítóerő, ami a léggömböt lebegve tartja a PVC-lap felett.

1403. A pingponglabdák a szőrmével való dörzsölés során azonos előjelű töltést nyertek, ennélfogva közöttük fellépett az elektromos taszítás.

1404. Az elektromos megosztás következtében vonzás jön létre a semleges és töltéssel rendelkező fémgolyó között, aminek következményeként a felfüggesztett golyó nekilendül a közeledő semleges golyónak. Az ütközés pillanatában töltésátadás játszódik le, s az eddig semleges golyó is töltéshez jut. A megegyező előjelű töltéssel rendelkező golyók taszítani fogják egymást: a felfüggesztett golyó ellökődik a másiktól.

1405. A PVC-rúd a bodzabél golyókat és az alufólia golyócskákat is magához vonzza, de az alufólia golyócskákat nyomban ellöki magától. A bodzabél golyók elektromosan szigetelők, a rúddal való érintkezés után is semlegesek maradnak, így a rúd mint semleges testeket továbbra is vonzza őket. Az alufólia golyócskák elektromosan vezetők lévén, a rúdról töltéseket vesznek át, ezt követően maguk is a rúddal megegyező előjelű töltéssel rendelkezve, eltaszítódnak attól.

III.

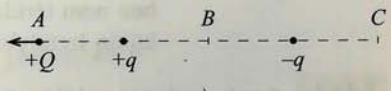
1406. Az elektromos állapotba került vonalzó vonzza a semleges szőrszálakat.

1407. Igen. A rúd tömege a rúdra került elektronok tömegével nő.

1408. Az elektromos megosztás alapján magyarázható a jelenség. A negatív töltésű rúd hatására az elektroszkóp fegyverzetén elektromos megosztás következik be. Amikor ujjunkkal hozzáérünk az elektroszkóp fegyverzetéhez, a taszított (negatív) elektromos töltéseket elvezetjük. A visszamaradt (pozitív) töltések így túlsúlyba kerülnek, ezáltal az elektroszkóp pozitív töltésűvé válik.

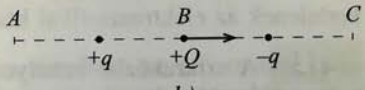
1409. Kezdetben két golyó ugyanakkora, de ellentétes előjelű töltésű, a harmadik semleges volt.

1410. Az A pontban a rögzített töltésektől kifelé irányuló erő hat a $+Q$-ra [*a) ábra*]. A $+q$ töltés részéről ható taszító erő nagyobb, mint a $-q$ általi vonzóerő, mert a $+q$ töltés közelebb van a $+Q$ töltéshez.

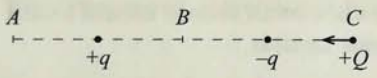


a)

A B pontban a $+q$-tól a $-q$ felé mutató erő hat a $+Q$-ra [*b) ábra*]. A $+q$ részéről taszító, a $-q$ részéről ugyanakkora nagyságú vonzóerő, de hatásuk egyirányú.

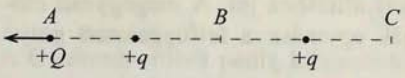


b)



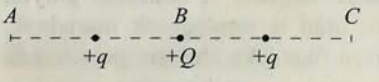
c)

A C pontban a rögzített töltések felé irányuló erő hat a $+Q$-ra [*c) ábra*]. A $-q$ részéről ható vonzóerő a kisebb távolság miatt nagyobb, mint a $+q$ részéről ható taszítóerő.



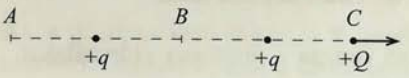
a)

1411. Az A pontban a rögzített töltésektől kifelé irányuló erő hat a Q-ra [*a) ábra*]. Mindkét rögzített töltés ugyanabba az irányba mutató taszítóerőt fejt ki rá.



b)

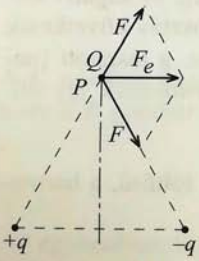
A B pontban a Q-ra ható erők eredője zérus [*b) ábra*]. Mindkét rögzített töltés ugyanakkora erővel, de ellentétes irányba taszítja a Q-t.



c)

A C pontban a rögzített töltésektől kifelé irányuló erő taszítja a Q-t [*c) ábra*]. Mindkét rögzített töltés ugyanabba az irányba mutató taszítóerőt fejt ki rá.

Az A és a C pontban ható erők nagysága megegyezik.



1412. A P pontban a $+q$ részéről taszító-, a $-q$ részéről ugyanakkora nagyságú vonzóerő hat. A két erő eredője párhuzamos a $+q$-t a $-q$-val összekötő szakasszal, és iránya megegyezik a $+q$-ból $-q$-ba mutató iránnyal.

1413. A szeparátor a nagyobb és a kisebb szemcséket választja külön. A szerkezet az elektrosztatikus vonzás-taszítás elvén működik. A pozitív töltésű őrlemény az elektromos pólusok között hull alá. A nagyobb tömegű szemcsék esés közben nem térülnek el olyan mértékben, mint az apróbbak, ezért külön tartályba kerülnek.

1414. Az óra végére a kilégzés következtében megnő a levegő nedvességtartalma, s ezzel együtt megnő elektromos vezetőképessége is. Az elektroszkópról így a töltések elvezetődnek. Nagy relatív páratartalmú levegőben sok esetben sikertelenek az elektrosztatikai kísérletek.

1415. A szikraközbe behelyezett anyagnak az ún. átütési szilárdsága nagyobb, mint a levegőé.

1416. Az elektrosztatikusan feltöltődött ruhaanyag a levegőben lebegő porszemeket és az egyéb mikroszkopikus szennyeződéseket magához vonzza. Az antisztatizálás során a ruhaanyagot olyan vegyszerrel itatják át, amely megakadályozza

az elektrosztatikus feltöltődést azáltal, hogy a szövetszálak felületét elektromosan vezetővé teszi.

1417. A gumihoz adagolt korom a gumit „antisztatizálja", azaz kismértékben elektromosan vezetővé teszi.

1418. Az eljárás az elektrosztatikus vonzás elvén alapszik: a negatív töltésű részecskék a pozitív töltésű cellasoron letapadnak. Felhasználása olyan üzemekben történik, ahol az eljárás során nagymértékű a füstgáz vagy porképződés (széntüzelésű hőerőművek, ércőrlők), vagy az egészségre káros aeroszol kibocsátás (vegyi üzemek) jelentkezik.

1419. Szikrakisülés egy test nagymértékű feltöltődését követően jön létre. Földelés esetén a keletkező töltések a semleges föld felé eltávoznak.

1420. A készüléket fémházba építik, és azt leföldelik. A szikrakisülés árama a földelő vezetéken a földbe jut, a kisülés közben létesülő elektromos mezőtől pedig a ház mint Faraday-kalitka, megvédi az alkatrészeket.

1421. Töltésszétválás a különböző anyagú testek érintkezése (dörzsölése) során jön létre, azonos anyagok között nem.

1422. A kiszórt festékanyag az elektrosztatikus vonzás következtében jobban tapad a felülethez, és ugyancsak a vonzás következtében nagyobb része jut a festendő felületre (kisebb az anyagveszteség), mint a hagyományos eljárás estén.

1423. A pozitívra feltöltődő testek elvileg nagy energiájú elektronok, azaz β részecskék hatásával semlegesíthetők. (Az erős β-sugárzás sok esetben a környezetre veszélyes lehet, ezért ilyenkor a dolgozók védelmében más módszereket alkalmaznak.)

Az elektromos mező jellemzése

Tesztfeladatok

1424. Téves a D) megállapítás, elektrosztatikus mezőben az erővonalak mindig a pozitív töltéstől indulnak, és a negatív töltésen végződnek, vagy kifutnak a végtelenbe. (Az elektrosztatikus mező örvénymentes.)

1425. A C) állítás nem fogadható el.

1426. A D) állítás a hamis. Az igaz, hogy a felületegységen átlépő erővonalak száma a térerősségtől függ, de az összes erővonalszámot a térerősségen kívül a lemezfelület is meghatározza.

1427. A hamis a D) állítás, mert a pontszerű töltés mezőjében a töltéstől különböző távolságban lévő pontok közötti úton mindenképpen munkavégzés történik (pozitív vagy negatív). A B) állítás esetében nem volt kikötve, hogy a mozgó töltés A-ból B-be jutása közben nem távolodhat a töltéstől vagy nem közeledhet hozzá. Ebben az esetben a mező ugyanakkora munkát végez, mint amennyi a mező ellenében történik, azaz a mező által végzett pozitív és negatív munka nagysága megegyezik, tehát: a mező által végett munka zérus.

1428. Helyes válasz C) és B). Hiszen eljuthat a töltés az egyik pontból a másikba úgy, hogy volt megfelelő kezdősebessége, és eljuthat úgy is, hogy kívülről munkát végezve odavisszük.
Egyébként a válasz erősen függ attól, hogy milyen körülmények között, milyen egyéb mezők hatása alatt van a test.

1429. Az A) állítás a helyes (lásd az előző feladat megoldását!).

1430. A B) állítás a helyes, attól függetlenül, hogy a mezőt pozitív vagy negatív töltés kelti.

1431. A három állítás közül az első kettő nem teljesen pontos.
Az A) állítás pontatlan, mert az elektromos mezőnek akkor is van energiája, ha nem elektrosztatikus (időben nem állandó).
A B) állítás kissé hiányos. Az elektromosan töltött testek körül mindig kialakul elektromos mező, s a mezőnek van energiája.
A C) állítás helyes.

1432. A D) állítás a hibás, minthogy a másik három megfogalmazás helytálló.

1433. Helyes a C) állítás, a ponttöltés mezőjében lévő pontban a potenciált a mezőt keltő töltés nagysága és a ponttöltéstől való távolság határozza meg.

1434. A B) kijelentés a hibás, kivéve, ha az éppen szóba kerülő potenciális felületet választottuk ki a potenciál nulla szintjének.

1435. D) a helyes megoldás. A $W = Q \cdot U$ szerint az elektronon és a protonon ugyanakkora munkát végez az elektromos mező (csak ellentétes irányban történik az elmozdulásuk), így ugyanakkora kinetikus energiához jut mindkettő. De minthogy az elektron tömege lényegesen kisebb a protonénál, ezért az elektron sebessége nagyobb lesz.
A neutronnak nincs elektromos töltése, tehát nem végez munkát rajta az elektromos mező, így el sem mozdul.

1436. A D) állítással nem lehet egyetérteni, mert a gömbhéj külső felületéről tudunk töltést levenni.

1437. A B) állítás állja meg a helyét. Fémtesten egyenletes töltéssűrűség csak gömbfelületen alakulhat ki. Egyéb esetben minél nagyobb a felület görbültsége (gömbszerű görbültségnél minél kisebb a görbületi sugár), annál sűrűbben helyezkednek el a töltések.

1438. Az A) és a C) állítás a helytelen. A Segner-kerék csúcsai közelében a levegőben lévő molekulák megosztás folytán dipólusokká válnak, ezért a csúcs ezeket minden oldalról magához vonzza, majd érintkezés után a csúccsal megegyező töltésűvé vált részecskéket egyenes irányban eltaszítja. A csúcs – töltött molekulákra gyakorolt – taszítóerejének a reakcióereje hozza forgásba a Segner-kereket.

1439. Helyes a B) állítás, a potenciál kiegyenlítődéséig töltésáramlás jön létre a gömbök között, és a kisebb görbületi sugarú gömbön lesz nagyobb a töltéssűrűség.

1440. Az A) ábra a helyes. Az erővonalak merőlegesek a mezőbe helyezett fémhenger felületére.

1441. A C) válasz a hibás, ugyanis a potenciál a vezető belsejében nem feltétlenül zérus, de állandó, azaz a vezető belsejének minden pontjában ugyanakkora az értéke.

1442. A B) a helyes állítás, mert zárt fémfelület belsejében a térerősség zérus. (Lásd még a következő feladat megoldását!)

1443. A B) állítás a helyes, mert a gömbhéjban elektromos megosztás jön létre, minek következtében a gömbhéj külső felületén a golyó töltésével megegyező töltések gyűlnek össze, s azoktól erővonalak indulnak a gömbhéjon kívüli térrészbe.

1444. Helyes a C) állítás. Az elektromos árnyékolás jelenségével állunk szemben: üreges fémtest belsejébe a külső elektromos tér nem hatol be. Elektromos szigetelőanyag nem árnyékolja le sem a belső, sem a külső teret. (Lásd még az előző feladat megoldását!)

1445. Helyes a C) állítás. Az antennán át bejutott zavaró jelek (sistergés) gyakran elnyomják az adó által sugárzott jeleket (műsort) is.

1446. Helyes a C) magyarázat, különösen akkor, ha a harisnyát leföldeljük.

1447. Helyes a B) magyarázat. Az összekapcsolással a szikra keletkezésének lehetősége kizárt.

1448. Helyes a C) válasz a leírtak szerint.

1449. B) válasz fogadható el, de a láng energiája túságosan kicsiny ahhoz, hogy atomokat, molekulákat ionizáljon. A láng hatására a levegőben töltéssel rendelkező részecskék (koromszemcsék) keletkeznek, amelyek a lemezek közötti térbe bejutva a lemezeket semlegesítik.

1450. Helyes a C) válasz. (Lásd még az 1418. feladatot!)

1451. Az A) kijelentés helytelen. A B) és C) állítások megfogalmazása pontatlan, illetve nem a fizika fogalomrendszeréhez illeszkedik. A B)-ben szereplő „töltés befogadóképesség" nem fizikai fogalom. A C) állítás pedig csak akkor lenne helyes, ha a kondenzátorok korlátlanul tölthetők lennének. A feltöltésnek azonban határt szab például az átütési szilárdság. (A 25 V-osra készült 4 μF-os kondenzátor kevesebb töltést képes befogadni, mint a 230 V-osra gyártott, ugyancsak 4 μF-os kondenzátor, holott a kapacitásuk megegyezik.) A kapacitás azt mutatja meg, hogy egységnyi potenciál (feszültség) létrehozásához a testre (vezetőrendszerre) mennyi töltést kell felvinni.

1452. Az A) állítás helytelen, mert az összes töltés összege zérus.

1453. A C) és F) állítás helyes.

1454. A B) válasz helyes, mert a lemezek távolságának csökkentésével növekszik a kondenzátor kapacitása.

1455. A B) állítás helyes a leírtak szerint.

1456. Az A) a helyes válasz, ilyenkor nő a kondenzátor kapacitása. (A kapacitás 1200-szorosára nőne, ha a lemezek közét a dielektrikum teljesen kitöltené. A feladatban erre vonatkozóan nincs kérdés.)

1457. Az A) állítás a helyes.

1458. A C) ábrán a kondenzátorok párhuzamosan vannak kapcsolva, ekkor a kapacitások összeadódnak, minden más esetben ennél kisebb az eredő kapacitás.

Számításos feladatok

1459.

$$F = Q \cdot E \Rightarrow Q = \frac{F}{E} = \frac{m \cdot a}{E} = \frac{m\frac{v}{t}}{E} = \frac{m\frac{2 \cdot s}{t^2}}{E} = 1{,}6 \cdot 10^{-8}\ \text{C}.$$

1460. Az elemi töltést körbezáró képzeletbeli gömbfelületen átmenő erővonalak száma adja meg a fluxust:

$$\Psi = N = E \cdot A = k\frac{Q}{r^2} \cdot 4 \cdot r^2 \cdot \pi \approx 1{,}8 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{V \cdot m},$$

ahol $Q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, az elektron töltése.

1461. A mező által kifejtett erő egyensúlyt tart a nehézségi erővel:

$$Q \cdot E = m \cdot g,$$

amelyből kifejezhető az olajcsepp töltése:

$$Q = \frac{m \cdot g}{E} = \frac{\varrho \cdot V \cdot g}{E} = \frac{\varrho \cdot \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3} \cdot g}{E} \approx 4{,}24 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{C}.$$

III.

1462.

$$E = k\frac{Q_\mathrm{p}}{r^2} \approx 5{,}15 \cdot 10^{11}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}.$$

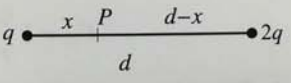
1463. Ha feltételezzük, hogy a görbe pontosan követi a Coulomb-törvény alapján adódó térerősségfüggvényt, akkor elegendő, ha tetszőleges távolságnál (az ábrán 1,5 cm-nél) megkeressük, hogy mekkora a térerősség nagysága (az ábrán ez 40 000 $\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$), és ezeket az értékeket behelyettesítjük a térerősségre vonatkozó képletbe:

$$E = k\frac{Q}{r^2} \Rightarrow Q = \frac{E \cdot r^2}{k} = \frac{900\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}(10^{-1}\ \mathrm{m})^2}{k} = 10^{-9}\ \mathrm{C}.$$

1464.

$$E = k\frac{Q}{r^2} \Rightarrow r = \sqrt{k\frac{Q}{E}} = 3\ \mathrm{m}.$$

1465. A térerősségvektorok eredője csak a töltéseket összekötő szakaszon belül lehet zérus. Az egyes töltések térerősségének nagysága a kérdéses pontban megegyezik, irányuk ellentétes. A feltételnek az alábbi egyenlőség tesz eleget:



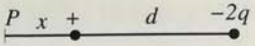
$$k\frac{q}{x^2} = k\frac{2 \cdot q}{(d-x)^2}.$$

Fővárosi Szabó Ervin Könyvtár X/4. Budapest

Egyszerűsítések, majd a másodfokú egyenlet megoldásaként adódik:

$$x \approx 0{,}083 \text{ m}.$$

(A másik gyök fizikai szempontból nem tekinthető megoldásnak.)



1466. A térerősség csak ott lehet zérus, ahol az egyes töltésektől származó térerősségek ellentétes előjelűek. Ez a pont a töltéseket összekötő szakaszon kívül, a $+q$ töltés oldalán helyezkedik el.

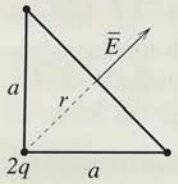
A $-2q$ töltés oldalán ugyanis a $-2q$ töltéstől származó térerősség mindenhol nagyobb, mint a $+q$-tól származó. A feltételt kielégíti az alábbi egyenlet:

$$k\frac{q}{x^2} = k\frac{2q}{(d+x)^2}.$$

A rendezés után kapott másodfokú egyenlet megoldása:

$$x \approx 0{,}483 \text{ m}.$$

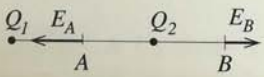
(A másik gyök fizikai szempontból nem tekinthető megoldásnak.)



1467. A háromszög 45°-os szögeinél levő töltések hatása kompenzálja egymást az átfogó P felezőpontjában, így ott csak a $+2q$ töltés hatása érvényesül. A térerősség iránya merőleges az átfogóra és kifelé mutat az átfogó felezési pontjából.

Minthogy az $r = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$, ezért

$$E = k\frac{2 \cdot q}{\frac{a^2}{2}} = k\frac{4 \cdot q}{a^2} = 54000 \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$



1468. Két ilyen pont van: az egyik a töltéseket összekötő szakasz felező pontjában (A), a másik a szakaszon kívüli pontban (B).

Az A pontban mindkét töltéstől egyirányú térerősség származik, az eredő a pozitív töltéstől a negatív felé mutat.

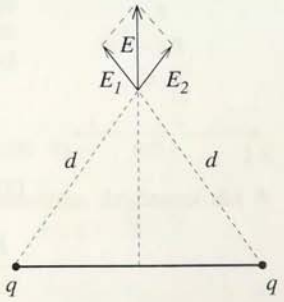
$$E_A = k\frac{Q_1}{r^2} + k\frac{Q_2}{r^2} = \frac{k}{r^2}(Q_1 + Q_2) = 9{,}6 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

A B pontban a Q_2-től, kisebb távolsága miatt, nagyobb térerősség származik, mint Q_1-től. Irányuk ellentétes, így:

$$E_B = k\frac{Q_2}{r^2} - k\frac{Q_1}{(3 \cdot r)^2} = k\frac{9 \cdot Q_2 - Q_1}{9 \cdot r^2} \approx 42{,}7 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

1469. A megadott pontban a két töltéstől megegyező nagyságú térerősség származik, amelyek nagysága:

$$E_1 = E_2 = k\frac{q}{d^2} = k\frac{q}{(\sqrt{0{,}1^2 + 0{,}2^2})^2 \cdot m^2} = 9000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}.$$

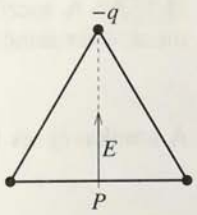


A két térerősség eredőjét háromszögek hasonlóságát felhasználva határozhatjuk meg:

$$\frac{E}{E_1} = \frac{2 \cdot 0{,}2\ \mathrm{m}}{d} \Rightarrow E = E_1\frac{2 \cdot 0{,}2\ \mathrm{m}}{d} \approx 1{,}6 \cdot 10^4\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}.$$

III.

1470. Az alap két végpontjában levő töltések hatása kompenzálja egymást a P pontban, emiatt ott csak a P-vel szembeni csúcsban levő töltés hatása érvényesül. A térerősség iránya a P pontból a vele szemben levő töltés felé irányul.

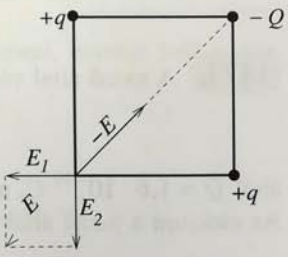


A P pont és a térerősséget meghatározó töltés távolsága: $a\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$E = k \cdot \frac{q}{\frac{3}{4}a^2} = \frac{4}{3} \cdot k \cdot \frac{q}{a^2} \approx 167\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}.$$

1471. A $+q$ töltésektől származó térerősség az A pontban:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2\left(k\frac{q}{a^2}\right)^2} = \sqrt{2}k \cdot \frac{q}{a^2} \approx 177\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}.$$

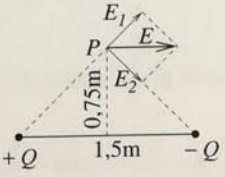


A B pontban elhelyezett Q töltéstől ugyanekkora, de ellentétes irányú térerősségnek kell származnia. A Q töltés tehát negatív előjelű, nagyságát az alábbi egyenlőségből számítjuk ki:

$$k\frac{Q}{(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}k\frac{q}{a^2},$$

ahonnan a kérdéses töltés nagysága:

$$Q = 2\sqrt{2}q \approx 14{,}1 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}.$$



1472. A Q_1-től és a Q_2-től is ugyanakkora nagyságú térerősség származik a P pontban, így elegendő csak az egyiket kiszámolni:

$$E_1 = k\frac{Q_2}{r^2} = k\frac{3 \cdot 10^{-8}\ \text{C}}{(\sqrt{2} \cdot 0{,}75\ \text{m})^2} \approx 240\ \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

A háromszögek arányosságát felhasználva az eredő térerősség nagysága:

$$\frac{E}{E_1} = \frac{1{,}5\ \text{m}}{\sqrt{2} \cdot 0{,}75\ \text{m}} \Rightarrow E \approx 340\ \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

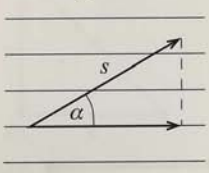
1473. A mező ellenében végzett munkát a mező által végzett negatív előjelű munkaként minősítjük, ennélfogva ha az elmozdítás a térerősség irányában történt:

$$W = -q \cdot E \cdot s = -0{,}012\ \text{J}.$$

A munkavégzés közben kifejtett erő:

$$F = q \cdot E = 0{,}06\ \text{N},$$

ami alig érzékelhető.



Szűkítő feltételezést nem alkalmazva, a feladat eredménye számértékileg nem adható meg, mert nincs megadva, hogy milyen irányban mozog a töltés.
Az ábra szerint α szögben mozgatott töltés esetén a munka

$$W = -q \cdot E \cdot s \cdot \cos\alpha.$$

1474. A mező által végzett munka:

$$W = Q \cdot U = 2{,}4 \cdot 10^{-15}\ \text{J},$$

ahol $Q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, az elektron töltése.
Az elektron a mező által végzett munka árán nyeri kinetikus energiáját:

$$W = E_\text{K} = \frac{1}{2}m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{m}} \approx 7{,}3 \cdot 10^7\ \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

itt $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, az elektron tömege.
(Mivel a relativisztikus hatások ekkora sebességnél már érvényesülnek, valamivel kisebb lesz a becsapódási sebesség.)

1475. Ha 1 cm-es szikrához 30 kV, akkor 1 mm-eshez 3 kV, 4 mm-hez pedig 12 kV feszültség szükséges.

1476.

$$U = E \cdot d = 4 \cdot 10^8 \text{ V}.$$

1477.

$$U_{AB} = U_A - U_B = 200 \text{ V} - 300 \text{ V} = -100 \text{ V},$$
$$U_{BA} = U_B - U_A = 300 \text{ V} - 200 \text{ V} = 100 \text{ V},$$
$$U_{AC} = -400 \text{ V}, \quad U_{CA} = 400 \text{ V}, \quad U_{BC} = -300 \text{ V}, \quad U_{CB} = 300 \text{ V}.$$

1478.

$$W = Q \cdot U \Rightarrow U = \frac{W}{Q} = 10^5 \text{ V},$$

ahol $Q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, az elektron töltése.

1479.

$$W = Q \cdot U = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1{,}6 \text{ aJ},$$

ahol $Q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, az elektron töltése.

1480. A mező ellenében végzett munka:

$$W = Q \cdot U \Rightarrow Q = \frac{W}{U} = \frac{6{,}5 \cdot 10^{-8} \text{ J}}{200 \text{ V}} = 3{,}25 \cdot 10^{-10} \text{ C}.$$

Ha a magasabb potenciálú hely felé mozgatva a töltött testet, munkát kell végeznünk, akkor a test pozitív töltésű.

1481. A munka:

$$W = Q \cdot U \Rightarrow U = \frac{W}{Q} = \frac{3 \cdot 10^{-6} \text{ J}}{6 \cdot 10^{-8} \text{ C}} = 50 \text{ V},$$

azaz a végpont potenciáljára 50 V-tal magasabb a kezdőponténál. Így a kezdőpont a végponthoz képest -50 V potenciálon van.

1482. A q töltés potenciális energiája: $E_{\text{pot}} = q \cdot U_A$, amelyből a potenciál:

$$U_A = \frac{E_{\text{pot}}}{q} = 350 \text{ V}.$$

III.

1483.

$$E_p = k\frac{(-e)\cdot(+e)}{r} \approx -4{,}36\cdot 10^{-18}\ \text{J} = -4{,}36\ \text{aJ}.$$

1484. A kondenzátorból két, egymással sorba kapcsolt kondenzátort nyertünk. Ennek kapacitása:

$$C' = \frac{C_1\cdot C_2}{C_1 + C_2}.$$

Ha az eredeti kondenzátor lemezeinek távolsága d volt és a két sorba kapcsolt kondenzátor lemezközeit x, illetve $d - x$ értékekkel helyettesítjük, a végeredmény megegyezik az eredeti kondenzátor kapacitásával. A kondenzátor tehát megtartja eredeti kapacitását.

1485.

$$C = \varepsilon_0\frac{A}{d} \Rightarrow A = \frac{C\cdot d}{\varepsilon_0} \approx 2{,}71\cdot 10^{-2}\ \text{m}^2 = 2{,}71\ \text{dm}^2.$$

(Ahol $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ \dfrac{\text{As}}{\text{Vm}}$, a vákuum dielektromos állandója.)

A kondenzátor két lemezének felülete ennek a kétszerese.

1486.

$$C = \varepsilon_0\frac{A}{d} \Rightarrow d = \varepsilon_0\frac{A}{C} \approx 4{,}7\cdot 10^{-3}\ \text{m} = 4{,}7\ \text{mm},$$

ahol $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ \dfrac{\text{As}}{\text{Vm}}$, a vákuum dielektromos állandója.

1487.

$$E = \frac{U}{d} \Rightarrow d = \frac{U}{E} = 25\ \text{mm}.$$

1488.

$$U_p = E\frac{d}{2} = 1250\ \text{V}.$$

1489.

$$Q_1 = C_1\cdot U_1 = 5\cdot 10^{-5}\ \text{C}, \qquad Q_2 = C_2\cdot U_2 = 7\cdot 10^{-4}\ \text{C}.$$

Tehát a 350 V-os kondenzátor több töltés tárolására képes, mégpedig annyiszor többre, ahányszor nagyobb feszültségre készült, mint a másik.

1490.

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = C \cdot U = 4 \cdot 10^{-6}\ \text{F} \cdot 25\ \text{V} = 100\ \mu\text{C}.$$

Az egyik fegyverzeten 100 μC pozitív, a másikon 100 μC negatív töltés van.

1491. A feszültség a fémgömb felülete és a végtelenben elképzelt másik fegyverzete között 3000 V. Ezért a kapacitása:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{C}}{3000\ \text{V}} = 5 \cdot 10^{-9}\ \text{F} = 5\ \text{nF}.$$

III.

1492. Az elektrométernek mint kondenzátornak a fémgömbje és az attól elszigetelt fém háza alkotja fegyverzeteit. Amikor mérünk vele, a fémházat leföldeljük.

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = C \cdot U = 15 \cdot 10^{-9}\ \text{F} \cdot 5000\ \text{V} = 7{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{C} = 75\ \mu\text{C}.$$

1493. A magányos gömb kapacitása (egyik fegyverzet a gömb felülete, másik a végtelenben):

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{U_p} = \frac{Q}{k\frac{Q}{R}} = \frac{R}{k} = 4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R.$$

A gömb térfogatának ismeretében kifejezhető a gömb sugara:

$$V = \frac{4 \cdot R^3 \cdot \pi}{3} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi}} \approx 2{,}3 \cdot 10^{-3}\ \text{m}.$$

A kapacitás:

$$C \approx 2{,}6 \cdot 10^{-13}\ \text{F} = 0{,}26\ \text{pF}.$$

1494. *a)* $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \approx 5{,}3 \cdot 10^{-11}\ \text{F} = 53\ \text{pF}.$

b) $C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \frac{A}{d} \approx 4{,}52 \cdot 10^{-10}\ \text{F} = 452\ \text{pF}.$

Itt $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$, a vákuum dielektromos állandója.

1495. *a)* $C = C_1 + C_2 = 8\ \mu\text{F}.$

b) $C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q_1 = C_1 \cdot U = 1{,}5 \cdot 10^{-4} C,$

$$Q_2 = C_2 \cdot U = 0{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{C}.$$

1496. *a)* $C = \dfrac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 1{,}5\ \mu\text{F}$.

b) Az áramforrással sorba kapcsolt kondenzátorok két legszélső lemezére $+Q$, illetve $-Q$ töltés kerül. A megosztás következtében a két belső fegyverzeteken megosztás miatt $-Q$, illetve $+Q$ töltés gyülemlik fel. A kondenzátorok töltését kapacitásuk és feszültségük szorzata adja:

$$Q_1 = C_1 \cdot U_1, \text{ illetve } Q_2 = C_2 \cdot U_2.$$

Mivel a fentiek alapján $Q_1 = Q_2 = Q$, ezért

$$C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2.$$

Az $U_1 + U_2 = U$ ismeretében $C_1 \cdot U_1 = C_2(U - U_1)$, amelyből az

$$U_1 = 6{,}25\ \text{V}.$$

Ezt visszahelyettesítve az előző egyenletbe: $U_2 = 18{,}75$ V.

c) A kondenzátorok töltése:

$$Q_1 = Q_2 = C_1 \cdot U_1 = 3{,}75 \cdot 10^{-5}\ \text{C}.$$

1497. Legyen $C_1 = 12\ \mu\text{F}$, $C_2 = 8\ \mu\text{F}$ és $C_3 = 20\ \mu\text{F}$.

a) $\dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{C_1 + C_2} + \dfrac{1}{C_3} \Rightarrow C = 10\ \mu\text{F}$.

b) Minthogy a párhuzamosan kapcsolt kondenzátorok eredője (20 μF) megegyezik a sorba kapcsolt kondenzátor kapacitásával, ezért minden kondenzátorra az áramforrás feszültségének a fele jut.

A kondenzátorok töltése:

$$Q_1 = C_1\frac{U}{2} = 3 \cdot 10^{-4}\ \text{C}, \quad Q_2 = C_2\frac{U}{2} = 2 \cdot 10^{-4}\ \text{C}, \quad Q_3 = C_3\frac{U}{2} = 5 \cdot 10^{-4}\ \text{C}.$$

1498. Legyen $C_1 = 12\ \mu\text{F}$, $C_2 = 8\ \mu\text{F}$ és $C_3 = 20\ \mu\text{F}$.

a) Az eredő kapacitás:

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + C_3 = 4{,}8\ \mu\text{F} + 20\ \mu\text{F} = 24{,}8\ \mu\text{F}.$$

b) A sorba kapcsolt kondenzátorokon 50 V feszültség esik. Töltésük:

$$Q = Q_1 = Q_2 = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \cdot U = 2{,}4 \cdot 10^{-4}\ \text{C}.$$

(Vagy másképpen: az egyes, sorba kapcsolt kondenzátorokon eső feszültségekkel felírva a kondenzátorok töltését:

$$Q_1 = C_1 \cdot U_1, \text{ illetve } Q_2 = C_2 \cdot U_2.$$

A sorba kapcsolt kondenzátorokon a feszültségek a kapacitásokkal fordított arányosságban vannak, ezért felírható az alábbi egyenlőség:

$$C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2.$$

A sorba kapcsolt kondenzátorokon eső feszültségek összege az áramforrás feszültségét adja: $U_1 + U_2 = U$.
A két utóbbi egyenletből az egyes kondenzátorokon eső feszültség: $U_1 = 20$ V, $U_2 = 30$ V.
A kondenzátorok töltései pedig:

$$Q_1 = C_1 \cdot U_1 = 2{,}4 \cdot 10^{-4} \text{ C}, \; Q_2 = C_2 \cdot U_2 = 2{,}4 \cdot 10^{-4} \text{ C}.)$$

A párhuzamosan kapcsolt 20 μF-os kondenzátor töltése, mivel arra az áramforrás feszültsége esik:

$$Q_3 = C_3 \cdot U = 10^{-3} \text{ C}.$$

1499.

$$W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \cdot E^2 \cdot V = 5{,}5 \cdot 10^{-8} \text{ J}.$$

(Ahol $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \dfrac{\text{As}}{\text{Vm}}$, a vákuum dielektromos állandója; $V = d \cdot A$ az E térerősséget létesítő kondenzátor térfogata.)

1500.

$$W = \frac{1}{2}C \cdot U^2 = 6{,}25 \cdot 10^7 \text{ J} = 62{,}5 \text{ MJ} \approx 17{,}4 \text{ kWh}.$$

(Ezzel az elektromos energiával egy 100 W-os izzólámpa folyamatosan több mint 7 napig üzemelne.)

1501.

$$W = \frac{1}{2}C \cdot U^2 = 0{,}005 \text{ J} = 5 \text{ mJ}.$$

1502.

$$W = \frac{1}{2}C \cdot U^2 = 125 \text{ J}.$$

(Ekkora energia egy 100 W-os izzólámpát több mint egy másodpercig lenne képes üzemben tartani, ezzel szemben a vaku felvillanása a másodperc tört részéig tart csak.)

1503. Legyen $C_1 = 4\ \mu\text{F}$, $C_2 = 6\ \mu\text{F}$, $U_1 = 100\ \text{V}$, $U_2 = 0\ \text{V}$.
A kondenzátorok össztöltése nem változik, kapacitásuk pedig összegződik:

$$Q = C_1 \cdot U_1, \text{ illetve } C = C_1 + C_2.$$

Ezen összefüggésekből:

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{C_1 \cdot U_1}{C_1 + C_2} = 40\ \text{V}.$$

1504. Legyen $C_1 = 3\ \mu\text{F}$, $C_2 = 5\ \mu\text{F}$, $U_1 = 100\ \text{V}$, $U_2 = 200\ \text{V}$.
Ha megegyező polaritással kötjük össze őket:
A kondenzátorok töltései és kapacitásai is összegződnek:

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2, \text{ illetve } C = C_1 + C_2.$$

A közös feszültség:

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2}{C_1 + C_2} = 162{,}5\ \text{V}.$$

Ha ellentétes polaritással történik a kapcsolás:
A közös fegyverzeten a töltés az eredeti kondenzátorok fegyverzetén elhelyezkedő töltések algebrai összege, a kapacitás összegződik:

$$Q = Q_2 - Q_1 = C_2 \cdot U_2 - C_1 \cdot U_1, \text{ illetve } C = C_1 + C_2.$$

A közös feszültség:

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{C_2 \cdot U_2 - C_1 \cdot U_1}{C_1 + C_2} = 87{,}5\ \text{V}.$$

1505. A feltöltés előtt a töltetlen kondenzátornak nincs elektromos energiája, a töltött kondenzátoré:

$$W_1 = \frac{1}{2} C_1 \cdot U_1^2 = 3{,}75 \cdot 10^{-3}\ \text{J}.$$

Összekapcsolás után:

$$W_2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2) \cdot U_2^2.$$

Meghatározandó a még ismeretlen U_2 közös feszültség. A töltésmegmaradás törvénye értelmében:

$$Q_1 = Q_2,$$
$$C_1 \cdot U_1 = (C_1 + C_2) \cdot U_2.$$

Innen az U_2-t kifejezve:

$$U_2 = \frac{C_1 \cdot U_1}{C_1 + C_2} = 15 \text{ V}.$$

Ezzel az összekötés utáni összes energia:

$$W_2 = 2{,}25 \cdot 10^{-3} \text{ J}.$$

Az összekapcsoláskor amíg az egyensúly nem áll be, a töltések rezgőmozgást végeznek, ami energiakisugárzással jár, továbbá a fémben folyó áram miatt hő is fejlődik. Ezek az energiaveszteségek eredményezik a kondenzátorokban tárolt energia csökkenését.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

1506. A bal oldali lemez a pozitív, a jobb oldali negatív. Az erővonalak a pozitív töltésekből indulnak ki és a negatívokban végződnek.

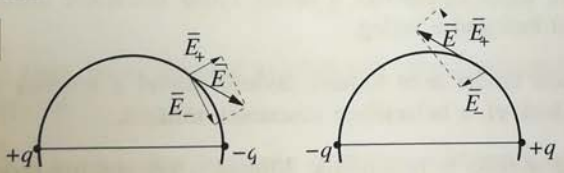
1507. Az *a)* esetben pozitív, a *b)* esetben negatív. Az erővonalak a pozitív töltésből sugárirányban kifelé, a negatív töltésbe befelé mutatnak.

1508. A *c)* ábra a helyes. Az erővonal minden pontjában a térerősség érintő irányú, és az erővonal nyilazása a térerősség irányába mutat.

1509. *a)* Pozitív, mert a pozitív töltéstől kifelé mutatnak az erővonalak.
b) Sugár irányban kifelé mutat.
c) Az A pontban, mert az közelebb van a ponttöltéshez.

1510. Az *a)* esetben a két golyó töltése ellentétes, a *b)* esetben mindkettő ugyanolyan töltésű.

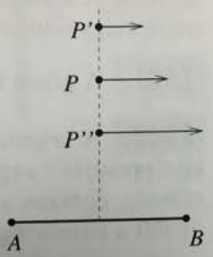
1511.



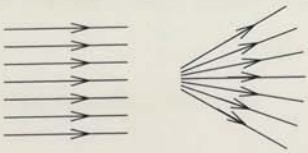
1512. *a)* Az A pontbeli pozitív, a B-ben levő negatív.

b) $\dfrac{|Q_A|}{|Q_B|} = 1.$

c) Belátható, hogy $|Q_A| = |Q_B|$ esetén az AB szakasz felezőmerőlegesére eső pontokban a térerősség mindig párhuzamos az AB szakasszal, nagysága pedig a szakasztól távolodva csökken.



1513. A mezők szerkezete a két esetben:



1514. A golyón elektromos megosztás jön létre a mező hatására, ennek következményeként a golyó jobb oldala pozitív, a bal negatív töltésű lesz, mind a két esetben.
Mivel az *a)* esetben a golyó bal oldala, a *b)*-ben a jobb oldala van a nagyobb sűrűségű mezőben, az *a)* esetben jobbról balra, a *b)* esetben balról jobbra irányuló erő hat a golyóra.

1515. A gömb felszínét kiszámíthatjuk az $A = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$ képlettel. Eszerint a kétszer nagyobb sugarú gömbnek négyszer nagyobb a felülete. Tehát a töltéssűrűség a kisebbik gömbön kétszer nagyobb.

1516. A gömb térfogatát meghatározó $V = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3}$ képlet alapján a kétszer nagyobb sugarú gömb térfogata nyolcszor nagyobb a másiknál. Ennek következtében a kisebb sugarú gömbben négyszer nagyobb a térfogati töltéssűrűség.



1517. A felöltés után a töltések a fémlemez két felületén fognak elhelyezkedni. A fémfóliacsíkok is feltöltődnek ugyanolyan előjelű töltéssel, így azok eltaszítódnak a fémlemezektől.

1518. A feltöltött elektroszkóp töltése átjut a serleges elektroszkópra. A serleg belső felületére vitt töltés teljes egészében a serleg külső felületére áramlik, így minden újabb adag töltést befogad a serleg.

1519. Ebben az esetben töltést nem tudunk átvinni, mivel a töltések a serleg külső felületén helyezkednek el, a belsejében nincsenek töltések.

1520. A serleges elektroszkóp is feltöltődik. Miután a két elektroszkóp potenciálja kiegyenlítődik, további töltésátvitel nem lehetséges.

1521. A gömb belsejében a térerősség zérus, de kívül nem.

1522. A szigetelőanyagból készített, de térfogatilag egyenletesen töltött gömb középpontjától sugárirányban kifelé haladva, nulláról egyenletesen növekszik a térerősség, egészen a gömb felületéig. Továbbhaladva csökken. Tehát a felületén nagyobb a térerősség.

1523. A golyó pozitív töltése elektromos megosztást hoz létre a csúccsal rendelkező testen. A csúcshatás következtében a negatív csúcsról negatív töltésű ionokat tartalmazó áramlat (elektromos szél) indul meg, s az útjába eső fémgolyót semlegesíti. Eközben a csúcsot elhagyó negatív ionok folyamatosan elszállítják a csúcsos test negatív töltéseit, amely ennek következtében pozitívvá válik.

1524. Próbálkozásunk nem járt eredménnyel. Az elektroszkópon levő töltés elektromos megosztást hoz létre a fémhálóban. Az elektroszkópról induló erővonalak a fémháló belső oldalán lévő megosztott töltéseken végződnek, majd a külső oldalon lévő töltésekről indulva a külső térben haladnak tovább.

1525. A földelt lemez az elektromos megosztás következtében negatív töltésű lesz. A semleges golyón elektromos megosztás jön létre, s emiatt a kondenzátorlemezek közötti tér homogenitása megbomlik. Ez az oka annak, hogy a dipóllá váló golyó megindul valamelyik (általában a közelebbi) kondenzátorlemez felé. (A hatás nem nyilvánvaló, hiszen homogén térben az elektromos dipólra eredő erő nem hat.) A mozgó golyó nekilendül a kondenzátorlemeznek (esetünkben a pozitívnak), és ott pozitív töltést vesz fel, eltaszítódik a lemeztől, de egyben vonzódik a vele ellentétes töltésű lemezhez. Annak nekiütközve leadja pozitív töltését, s ugyanonnan negatív töltést vesz fel. A földelt lemez taszítása, és a pozitív lemez vonzása következtében lendül vissza a pozitív lemezhez, s ezt követően ismétlődik a golyó töltésleadása-felvétele minden ütközésnél mindaddig, amíg a golyó annyi töltést kap valamelyik lemeztől, hogy a taszítás folytán képes átlendülni a másikhoz.

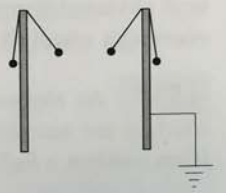
1526. A mező nem végez munkát a töltésen, mivel a töltés elmozdulása merőleges az erővonalakra (a mező által kifejtett erő irányára).

1527. Elektrosztatikus (konzervatív) mezőben a zárt görbén végzett munka értéke: 0.

$$W_{AB} = -W_{BA} \Rightarrow W_{AB} + W_{BA} = 0.$$

1528. Igen, ha az általunk kifejtett erő iránya megegyezik a töltés elmozdulásának irányával.

1529. A kondenzátor lemezein a töltések a lemezek belső felületén helyezkednek el, ezért a külső felületen függő bodzabél golyók nem, a belsőn függők viszont eltaszítódnak a lemeztől.



1530. *a)* A töltésmegmaradás törvényét használjuk fel. Ha megegyező polaritással kapcsoljuk őket össze, akkor az össztöltés $10 \cdot 10^{-3}$ C, ha ellentétes polaritással, úgy az össztöltés zérus lesz.
b) Az első esetben a kondenzátorokban tárolt energia nem változott meg, a második esetben a töltésáramlás folytán zérussá vált.

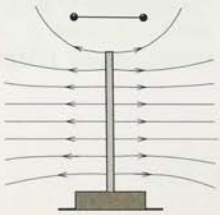
1531. *a)* A töltésmegmaradás törvényét használjuk fel. Ha különböző polaritású végeiket kapcsoljuk össze, akkor a kondenzátorok semlegesítődnek, ha megegyező polaritású végeiket kapcsoljuk össze, akkor a kondenzátorok töltése külön-külön $5 \cdot 10^{-3}$ C marad.
b) Az első esetben a kondenzátorokban tárolt energia a kisülés során bekövetkező töltésáramlás folyamán zérussá vált, a második esetben nem változott.

1532. A kondenzátor töltése nem változik, feszültsége viszont növekszik, mivel a kapacitása csökkent. A töltésmegmaradás törvénye értelmében ugyanis $Q_1 = Q_2$, illetve $C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2$.
Ha $C_2 < C_1$, akkor $U_2 > U_1$.
A kondenzátor energiája függ a lemezek közötti térerősségtől és a lemezek közé zárt térfogattól: $W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \cdot E^2 \cdot V$. A térerősség a lemezek távolításával nem változik, mivel a lemezek töltése állandó. A térfogat a lemezek távolításával egyenes arányban változik, így a kondenzátorban tárolt energia is ennek megfelelően növekszik.
(Eközben ugyanennyi munkát kell végezni az egymást vonzó lemezek távolításával.)

1533. *a)* A kondenzátor állandó feszültségen van, kapacitása viszont a lemezek távolításával csökken (de ugyanakkor ezzel arányosan a lemezek töltése is csökken). A kondenzátorban tárolt energiát kifejező $W = \frac{1}{2}C \cdot U^2$ képlet alapján a kondenzátor energiája a lemezek távolításával csökkenni fog.
b) Az energiakülönbség és a lemezek távolításakor befektetett munka a folyamat során bekövetkező töltésáramlás közben használódik fel. Ha a kondenzátort töltött akkumulátorra kötöttük, akkor ebben a folyamatban az akkumulátort „töltjük", energiáját növeljük.

1534. Az elektromosan feltöltött Faraday-kalitka és a hozzá kapcsolt két elektroszkóp azt szemlélteti, hogy az elektromos töltések a fémvezető külső felületén, jelen esetben a kalitkán helyezkednek el.

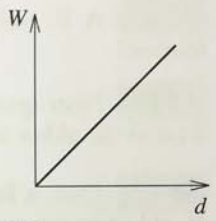
1535. A golyócskák a fonálon keresztül lassan feltöltődnek, ezért egyre távolabbra taszítódnak a lemeztől. A plexiróddal feltöltött lemez felső környezetében az elektromos mező szerkezete az ábra szerint alakul, így a legfelső erővonalak lemezhez közeli pontjaiban a térerősségnek van függőlegesen felfele irányuló összetevője. Ez magyarázatot ad a pozitív töltésű golyókra gyakorolt függőlegesen felfele irányuló erőhatásra.



1536. A kondenzátorban tárolt energiát kifejező $W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}$ képletből kiindulva, a kondenzátor kapacitásának csökkentésével növelhető az energiája. A síkkondenzátor kapacitását a lemezek távolításával csökkenthetjük. Az egymást vonzó lemezek távolításakor végzett munka jelenik meg a tárolt energia növekedésében.

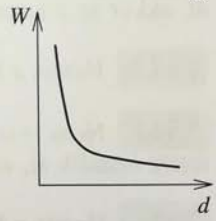
III.

1537. A lemezek távolítása közben munkát végzünk, ez a munka növeli a kondenzátorban tárolt energiát. A síkkondenzátor energiáját kifejező $W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \cdot E^2 \cdot V$ képletben a lemezek közötti V térfogat az elmozdulás nagyságával egyenes arányban változik (míg a képletben a többi mennyiség változatlan).



1538. A lemezek távolítása közben a lemezek közötti feszültség nem változik, de a kondenzátor kapacitása csökken ($C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$). A kondenzátorban tárolt energiát megadó képlet átalakításával nyert

$$W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \cdot E^2 \cdot V = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \cdot \frac{U^2 \cdot A}{d}$$



kifejezés szerint a kondenzátorlemezek távolításával a kondenzátor energiája fordított arányosság szerint változik, azaz csökken. Ilyenkor a lemezek távolítása során végzett munka és a kondenzátorból távozó energia is a feszültségforrást táplálja.

1539. A feltöltött kondenzátor energiája:

$$W = \frac{1}{2}Q \cdot U,$$

az áramforrás munkája a feltöltés során:

$$W = Q \cdot U.$$

Az áramforrás által végzett munka tehát kétszer nagyobb, mint a feltöltött kondenzátor energiája. A „többletkiadás" magyarázata az, hogy a kondenzátor fegyverzetei közötti mező felépülése energiakisugárzással, a töltésmozgás hőveszteséggel jár.

3.2. AZ EGYENÁRAM

Az áramerősség

Tesztfeladatok

1540. A B) válasz hibás, mert az áramerősség csak számértékben egyezhet a töltéssel.

1541. Nem igaz a B), mert ha a vezetőn ugyanannyi idő alatt kevesebb töltés áramlik át, akkor kisebb az áramerősség.

1542. Csak a B) válasz igaz, mert ha azonos idő alatt kevesebb töltés áramlik át, akkor az áramerősség kisebb.

1543. Hamis a D), mert valójában $I_1 > I_2$.

1544. Nem igaz az A), mert ha a vezetőn kétszer annyi idő alatt kétszer több töltés áramlik át, akkor az áramerősség nem változik.

1545. Hamis a D), mert valójában $t_1 = 2{,}25t_2$.

1546. Igaz a C) reláció. ($I_1 = 3{,}5I_2$)

1547. Helyes az A) válasz, mert ha a fogyasztón 8 s-ig 9,6 C töltés halad át, akkor az áramerősség:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{9{,}6\ \text{C}}{8\ \text{s}} = 1{,}2\ \text{A}.$$

1548. Helyes a C) válasz, mert ha a fogyasztón 8 s-ig 400 mA erősségű áram folyik, akkor az átáramlott töltés:

$$Q = It = 0{,}4\ \text{A} \cdot 8\ \text{s} = 3{,}2\ \text{C}.$$

1549. Helyes a D) válasz, mert ha 250 mA erősségű áram esetén a fogyasztón 30 C töltés áramlik át, akkor a fogyasztó

$$t = \frac{Q}{I} = \frac{30\ \text{C}}{0{,}25\ \text{A}} = 120\ \text{s} = 2\ \text{min}$$

ideig működik.

1550. Hamis az A), mert az áramerősség nem 3 A, ha a vezetőn 12 s alatt 4 C töltés áramlik át.
Az áramerősség:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{4\ \text{C}}{12\ \text{s}} \neq 3\ \text{A}.$$

III.

1551. Helyes a C) válasz (200 mA).
A grafikonról leolvasott adatok:

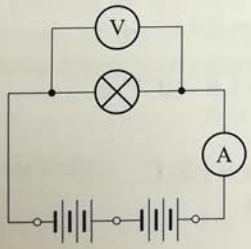
$$t = 10\ \text{s}, \quad Q = 2\ \text{C}.$$

Az izzólámpán áthaladó áram erőssége:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{2\ \text{C}}{10\ \text{s}} = 0{,}2\ \text{A} = 200\ \text{mA}.$$

Számításos feladatok

1552.



1553. *a)* A K kapcsoló nyitva van:
1. kapcsolás: 1, 2, 3, 4.
2. kapcsolás: 3, 4.
3. kapcsolás: 1, 2.
b) A K kapcsoló zárva van:
1. kapcsolás: 1, 2.
2. kapcsolás: 3, 4.
3. kapcsolás: 1, 2, 3, 4.

1554. $t = 3\ \text{min} = 180\ \text{s}$, $Q = 54\ \text{C}$.
Az áram erőssége:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{54\ \text{C}}{180\ \text{s}} = 0{,}3\ \text{A}.$$

1555. $t_1 = 2\ \text{min} = 120\ \text{s}$, $Q_1 = 24\ \text{C}$, $t_2 = 5\ \text{min} = 300\ \text{s}$, $Q_2 = 150\ \text{C}$.
A karácsonyfaizzón átfolyó áram erőssége:

$$I_1 = \frac{Q_1}{t_1} = \frac{24\ \text{C}}{120\ \text{s}} = 0{,}2\ \text{A}.$$

A dinamóizzón átfolyó áram erőssége:

$$I_2 = \frac{Q_2}{t_2} = \frac{150\ \text{C}}{300\ \text{s}} = 0{,}5\ \text{A}.$$

Az áramerősségek aránya:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{0{,}5\ \text{A}}{0{,}2\ \text{A}} = 2{,}5,$$

ahonnan:

$$I_2 = 2{,}5 I_1.$$

A dinamóizzón átfolyó áram erőssége 2,5-szer nagyobb a karácsonyfaizzón átfolyó áram erősségénél.

1556. $I = 0{,}4\ \text{A}$, $t = 6\ \text{s}$.
Az izzólámpán a fékezéskor átáramló töltés:

$$Q = I \cdot t = 0{,}4\ \text{A} \cdot 6\ \text{s} = 2{,}4\ \text{C}.$$

1557. $t = 2{,}5\ \text{min} = 150\ \text{s}$, $I = 0{,}8\ \text{A}$, $Q_e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$.
A vezetőn átáramló töltés:

$$Q = I \cdot t = 0{,}8\ \text{A} \cdot 150\ \text{s} = 120\ \text{C}.$$

A vezetőn átáramló elektronok száma:

$$N = \frac{Q}{Q_e} = \frac{120\ \text{C}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 7{,}5 \cdot 10^{20}.$$

1558. *a)*

I (A)	Q (C)	t (s)
1,4	35	25
0,45	**50,4**	112
4	68	**17**

b)

I	Q	t
32 mA	5,76 C	**180** s
380 μA	**6,84** Q	5 h
0,5 A	360 C	12 min

1559. $I_1 = 1{,}6$ A, $N_1 = 6{,}4 \cdot 10^{20}$, $N_2 = 4 \cdot 10^{20}$.
Az áramerősség az időtartamok azonossága miatt arányos az átáramló elektronok számával, azaz

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{4 \cdot 10^{20}}{6{,}4 \cdot 10^{20}},$$

$$I_2 = 1{,}6 \text{ A} \cdot \frac{4}{6{,}4} = 1 \text{ A}.$$

Más gondolatmenettel az elektron töltése:

$$Q_e = \frac{Q_1}{N_1} = \frac{I_1 \cdot t}{N_1},$$

illetve:

$$Q_e = \frac{Q_2}{N_2} = \frac{I_2 \cdot t}{N_2}.$$

A két egyenlet összevetéséből:

$$\frac{I_1 \cdot t}{N_1} = \frac{I_2 \cdot t}{N_2},$$

ahonnan a keresett áram erőssége:

$$I_2 = I_1 \frac{N_2}{N_1} = 1{,}6 \text{ A} \cdot \frac{4 \cdot 10^{20}}{6{,}4 \cdot 10^{20}} = 1 \text{ A}.$$

1560. A grafikon az átáramló töltést adja meg az idő függvényében. Mivel a grafikon egyenes, az áramerősség állandó, a töltés-idő függvény $Q = I \cdot t$ alakú. Az áramerősség bármely összetartozó (Q, t) értékpárból kiszámítható.

$$t_1 = 30 \text{ s}, \quad Q_1 = 42 \text{ C}.$$

a) Az áram erőssége:

$$I = \frac{Q_1}{t_1} = \frac{42 \text{ C}}{30 \text{ s}} = 1{,}4 \text{ A}.$$

b) A $t_2 = 45$ s alatt átáramló töltés:

$$Q_2 = I \cdot t_2 = 1{,}4 \text{ A} \cdot 45 \text{ s} = 63 \text{ C}.$$

1561. Az átáramló töltést az $I(t)$ grafikon alatti terület mérőszáma adja meg.

a) $Q = \frac{4 \cdot 3}{2} = 12$ (C).

b) $Q = \frac{4 \cdot 3}{2} + 4 \cdot 4 = 22$ (C).

III.

1562. Az ábráról leolvasható, hogy az első három másodpercben a töltésösszeg a $Q = \alpha \cdot t^2$ függvény szerint változik, ahol $\alpha = 1 \frac{C}{s^2}$.
Ez csak változó áramerősség mellett lehetséges. Az előző feladat alapján rájöhetünk arra, hogy amennyiben $I = 2\alpha \cdot t$, akkor a töltést megadó függvény éppen $Q = \alpha \cdot t^2$. A harmadik másodperctől a töltés egyenletesen nő az időben, innentől

$$Q = Q_0 + 3 \cdot t.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

1563. A krumpliba (narancsba, citromba stb.) szúrt cink- és rézlemez galvánelemet alkot. A krumpli, illetve a gyümölcsök sejtnedvei jelentik az elektrolitot, amibe ha két különböző fémlemez merül, akkor a lemezek közötti feszültséget az érzékeny műszer mutatja.

1564. A frissen boncolt béka sejtnedvein keresztül két különböző fém kapcsolódott egymáshoz, és galvánelemet alkotott. A galvánelem a békacombon, mint elektromos vezetőn áramot indított, melynek élettani hatására rándult össze a békacomb.

1565. Az elektromos hálózatban az automata biztosíték lecsapódását az áramerősség jelentős növekedése okozza. Az áramkörben rövidzárlat, túlterhelés (több fogyasztó egyszerre történő üzemeltetése) és valamelyik fogyasztó meghibásodása révén nőhet meg az áramerősség.

1566. A nyugvó töltések elektromos tér hatására jönnek mozgásba. A vezetőben az elektromos teret az áramkörbe kapcsolt telep hozza létre.

1567. Az elektromos áram mindig töltött részecskék mozgásával jön létre. Fémes vezetőkben elektronok, folyadékokban és gázokban pozitív és negatív ionok hordozzák az elektromos áramot. Erősen ritkított gázokban vagy igen magas hőmérsékletű anyagban elektronok és protonok mozgása hozza létre az elektromos áramot.

1568. Az elektromos áram általában hő, mágneses vagy kémiai hatása alapján mérhető.

1569. Az elektromos áramkörökben megállapodás szerint azt az irányt tekintjük az áram irányának, amerre a pozitív töltések mozognának. A vezetőkben az elektronok az áramiránnyal ellentétesen mozognak.

1570. Az elektromos áram mérésére az áram hő, mágneses és vegyi hatását szokás felhasználni. E hatásokra építve igen sokféle műszer szerkeszthető. A hőhatáson alapuló műszerek fémhuzal hő hatására történő megnyúlását nagyítják ki a műszer skáláján. A mágneses hatáson alapuló műszerekben könnyen mozgó, áramjárta tekercsek vagy állandó mágnesek elmozdulásán alapul a mérés. Az áram vegyi hatása során az elektródákon anyag válik ki. A kivált anyag tömegéből következtethetünk az áramerősségre.

1571. Elektromos áram légritkított térben és vákuumban is létrejön, ha töltéshordozók mozognak.

1572. Egyenáramot telepekkel, akkumulátorokkal és a hálózati áram egyenirányításával nyerhetünk.

1573. Elektrolízisnek nevezzük azt a folyamatot, amelyben folyadékból elektromos áram hatására valamilyen anyag (anyagok) kiválása történik az elektródákon. Az elektromosan vezető folyadékokat elektrolitoknak nevezzük. Az elektrolízis törvényeit Faraday állapította meg.

1574. A pozitív elektródát anódnak, a negatívot katódnak nevezzük.

1575. Az elektrolízis alkalmazása szerteágazó. Használják vékony anyagrétegek leválasztására, bevonatok készítésére (galvanizálás), anyagok alkotórészekre bontására (vízbontás) stb.

1576. Az akkumulátorok egyenfeszültségű feszültségforrások. Az akkumulátorok működési elve megegyezik a galvánelemekével, ha azonban a használat során kimerülnek, akkor megfelelő irányú árammal újratölthetők. Az akkumulátorokat feszültségükkel és a belőlük kivehető, amperórában mért töltéssel szokás jellemezni. Az ólomakkumulátorban a pozitív elektróda ólom, a negatív ólomoxid. Az elektródák 25–30%-os kénsavoldatba (elektrolit) merülnek. Egy akkumulátorcella feszültsége 2–2,2 V. A használat során a kénsav hígul, mert az oldatban ólomszulfát és víz keletkezik. Ennek következtében az akkumulátor kimerül, és a feszültsége is csökken. Ha az akkumulátor feszültsége 1,8 V alá esik, akkor célszerű újratölteni, mert egyébként tönkremegy.

Ellenállás, Ohm törvénye

Tesztfeladatok

1577. Nem igaz a B), mert ha ugyanarra a fogyasztóra nagyobb feszültséget kapcsolnak, akkor a rajta áthaladó áram erőssége nagyobb lesz.

1578. Helytelen az A), mert ha ugyanarra a feszültségforrásra nagyobb ellenállású fogyasztót kapcsolnak, akkor a rajta áthaladó áram erőssége kisebb lesz.

1579. Helyes a B) állítás. Ha az ötször akkora ellenállású fogyasztóra ötször akkora feszültséget kapcsolnak, akkor a fogyasztókon átfolyó áramok erőssége megegyezik.

1580. Kissé hiányos a C), mert nem említi, hogy az ellenállás a huzal keresztmetszetétől is függ.

1581. Kissé hiányos a C), mert nem említi, hogy a huzal ellenállása a hosszától is függ.

1582. Helyes a D) állítás: 15 Ω.

$$U = 4{,}5\ \text{V}, \qquad I = 0{,}3\ \text{A}.$$

A zsebizzó ellenállása:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{0{,}3\ \text{A}} = 15\ \Omega.$$

1583. Helyes a C) állítás: 52 Ω.

$$I = 0{,}25\ \text{A}, \qquad U = 13\ \text{V}.$$

A fogyasztó ellenállása:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{13\ \text{V}}{0{,}25\ \text{A}} = 52\ \Omega.$$

1584. Helyes a C) állítás. A féklámpa ellenállása 4 Ω-mal nagyobb a helyzetjelző lámpa ellenállásánál.

$$I_1 = 1{,}8\ \text{A}, \qquad I_2 = 4{,}5\ \text{A}, \qquad U = 12\ \text{V}.$$

A féklámpa ellenállása:

$$R_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{12\ \text{V}}{1{,}8\ \text{A}} = 6{,}67\ \Omega.$$

A helyzetjelző lámpa ellenállása:

$$R_2 = \frac{U}{I_2} = \frac{12\ \text{V}}{4{,}5\ \text{A}} = 2{,}67\ \Omega.$$

A lámpák ellenállásainak különbsége:

$$R_1 - R_2 = 6{,}67\ \Omega - 2{,}67\ \Omega = 4\ \Omega.$$

1585. Helyes az A) állítás: 24 V.

$$I_1 = 0{,}48\ \text{A}, \qquad R = 50\ \Omega.$$

A feszültségforrás feszültsége:

$$U = I \cdot R = 0{,}48\ \text{A} \cdot 50\ \Omega = 24\ \text{V}.$$

1586. Helyes a D) állítás: 77,7 mA.

$$R = 160\ \Omega, \qquad U = 12{,}4\ \text{V}.$$

Az ampermérő által mutatott érték:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12{,}4\ \text{V}}{160\ \Omega} = 0{,}0775\ \text{A} = 77{,}5\ \text{mA}.$$

1587. Helyes a B) állítás: 0,32 A.

$$R = 37{,}5\ \Omega, \qquad U = 12\ \text{V}.$$

A helyzetjelző lámpán áthaladó áram erőssége:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12\ \text{V}}{37{,}5\ \Omega} = 0{,}32\ \text{A}.$$

1588. A C) reláció igaz, mert azonos áramerősség mellett a nagyobb ellenálláson nagyobb a feszültség.

1589. Az A) reláció hamis, mert helyesen $I_1 < I_2$.

1590. Helyes megoldás a C): 12 V.

$$U_1 = 18\ \text{V}, \qquad I_1 = 360\ \text{mA} = 0{,}36\ \text{A}, \qquad I_2 = 240\ \text{mA} = 0{,}24\ \text{A}.$$

Az elektromos melegítő ellenállása:

$$R = \frac{U_1}{I_1} = \frac{18\ \text{V}}{0{,}36\ \text{A}} = 50\ \Omega.$$

A keresett feszültség:

$$U_2 = I_2 R = 0{,}24\ \text{A} \cdot 50\ \Omega = 12\ \text{V}.$$

III.

1591. Hamis a B), mert helyesen $R_1 = 0{,}6R_2$.

1592. Helyes állítás a B): $U_1 = 1{,}6U_2$

1593. Helyes állítás a D): 15 Ω.

$$l = 45\ \text{m}, \qquad A = 1{,}5\ \text{mm}^2, \qquad \varrho = 0{,}5\ \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}.$$

A konstantánhuzal ellenállása:

$$R = \varrho \frac{l}{A} = 0{,}5\ \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{45\ \text{m}}{1{,}5\ \text{mm}^2} = 15\ \Omega.$$

1594. Helyes állítás az A): 140 m.

$$A = 2\ \text{mm}^2, \qquad R = 84\ \Omega, \qquad \varrho = 1{,}2\ \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}.$$

A krómnikkel huzal hossza:

$$l = \frac{R \cdot A}{\varrho} = \frac{84\ \Omega \cdot 2\ \text{mm}^2}{1{,}2\ \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}} = 140\ \text{m}.$$

1595. D) A huzal krómnikkelből készült.

$$l = 21\ \text{m}, \qquad A = 0{,}15\ \text{mm}^2, \qquad R = 154\ \Omega.$$

A huzal fajlagos ellenállása:

$$\varrho = \frac{R \cdot A}{l} = \frac{154\ \Omega \cdot 0{,}15\ \text{mm}^2}{21\ \text{m}} = 1{,}1\ \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} = 1{,}1 \cdot 10^{-6}\ \Omega \cdot \text{m}.$$

1596. Helyes a C) reláció.

1597. Hamis a B) reláció, mert helyesen $l_1 < l_2$.

1598. Helyes állítás az A): 6 Ω.
A grafikon egy pontja megadja az összetartozó adatokat.

$$U = 9\ \text{V}, \qquad I = 1{,}5\ \text{A}.$$

Mivel az $s(u)$ függvény grafikonja egyenes, a fogyasztó ellenállása állandó, és bármelyik összetartozó U, I értékpárból kiszámítható.

$$R = \frac{U}{I} = \frac{9\ \text{V}}{1{,}5\ \text{A}} = 6\ \Omega.$$

1599. Helyes válasz a B): 250 mA.
A grafikonról leolvasható adatok:

$$R = 16\ \Omega, \quad U = 4\ \text{V}.$$

Az áram erőssége:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{4\ \text{V}}{16\ \Omega} = 0{,}25\ \text{A} = 250\ \text{mA}.$$

III.

1600. Hamis állítás a C), mert helyesen $l_1 = \frac{1}{3} l_2$.

1601. Helyes állítás a D): $64A_1 = A_2$.

1602. Helyes az A) állítás. Az EKG-vizsgálat során a szívizom működése közben fellépő feszültséget mérik. (A B) válasz azért is helytelen, mert az áram fizikai jelenség, a fizikai mennyiség az áramerősség.) C) és D) nem igényel magyarázatot.
A szívben futó idegrostokon terjedő ingerület a szívizomsejteket gyors egymásutánban összehúzódásra készteti. Az összehúzódás az izomsejtekben lejátszódó biokémiai folyamatok eredménye, amelyet az izomsejtek falának feszültségváltozása kísér. Az EKG (ECG: ElectroCardioGraph) a sok izomsejt falán létrejövő feszültség eredőjeként létrejövő feszültséget érzékeli, amit pillanatról pillanatra változó irányú és nagyságú vektorként kell elképzelni. Az elektromos jelek vezetés útján az egész testben tovaterjednek. A négy végtagon és a mellkason elhelyezett elektródák közötti feszültségeket az EKG-készülék folyamatosan érzékeli és ábrázolja. A legismertebb EKG-vizsgálat során három feszültségkülönbséget mérnek és ábrázolnak folyamatosan: bal kar és jobb kar között, jobb kar és bal láb között, valamint a bal kar és bal láb között. A mérés eredményét három- vagy többcsatornás vonalíró jeleníti meg.

1603. A helyes válasz: A). A szívizom működése közben fellépő kisfeszültségek pontos méréséhez csökkenteni kell az elektródák és a bőr illesztési pontjában fellépő átmeneti ellenállást. A bőr felülete és a rá helyezett elektróda közötti ellenállás, attól függően, milyen száraz a bőr, néhányszor 10 kohm és néhány Mohm között változhat. Az ellenállás csökken, ha a bőrfelületet vízzel vagy egyéb, a vezetőképességet növelő géllel bekenjük. Az EKG-készülék bemeneti ellenállása néhány Mohm, így a mért feszültség akár fele is lehet a valóságban meglevő feszültségnek. Emellett a bizonytalan érintkezés következtében létrejövő pillanatnyi feszültségcsökkenés mint zaj, értékelhetetlenné teheti az elektrokardiogramot. Bizonyos

vizsgálatok esetén nem elégednek meg a nedvesítéssel, hanem alkoholos lemosás után dörzspapírral eltávolítják a bőr száraz szarurétegét, majd ismét lemossák a bőrt, és csak ezután kenik be a felületét a vezető géllel. Így elérik, hogy millivolt nagyságrendű feszültségváltozások is hűen jelennek meg az elektrokardiogramon.

Számításos feladatok

1604. A táblázat kiegészítése a helyes adatokkal:

a)

R (Ω)	U (V)	I (A)
67,5	13,5	0,2
100	**45**	0,45
32	36	**1,125**

b)

R	U	I
1,25 kΩ	124 V	**99,2** mA
300 Ω	**75** V	250 mA
25 Ω	12 V	0,48 A

1605. *a)* Az áram erőssége:

$$I_1 = \frac{U}{R}.$$

Az áramerősség megnövelt értéke:

$$I_2 = \frac{1{,}8U}{R} = 1{,}8\frac{U}{R} = 1{,}8I_1.$$

b) Az áramerősség csökkentett értéke:

$$I_3 = \frac{\frac{U}{5}}{R} = \frac{1}{5}\frac{U}{R} = \frac{I_1}{5}.$$

1606. *a)* A fogyasztó kivezetéseire kapcsolt feszültség:

$$U_1 = I \cdot R.$$

A feszültség megnövelt értéke:

$$U_2 = 2{,}4I \cdot R = 2{,}4U_1.$$

b) A feszültség csökkentett értéke:

$$U_3 = \frac{I}{3}R = \frac{U_1}{3}.$$

1607. $I = 1{,}25$ A.

Az áram erőssége: $I = \frac{U}{R}$.

a) $I_a = \dfrac{3U}{3R} = \dfrac{U}{R} = I = 1{,}25\ \text{A}.$ *b)* $I_b = \dfrac{\frac{U}{2}}{\frac{R}{2}} = \dfrac{U}{R} = I = 1{,}25\ \text{A}.$

c) $I_c = \dfrac{3U}{\frac{R}{2}} = 6\dfrac{U}{R} = 6I = 6 \cdot 1{,}25\ \text{A} = 7{,}5\ \text{A}.$

d) $I_d = \dfrac{\frac{U}{4}}{5R} = \dfrac{1}{20} \cdot \dfrac{U}{R} = \dfrac{1}{20} \cdot I = \dfrac{1{,}25\ \text{A}}{20} = 0{,}0625\ \text{A} = 62{,}5\ \text{mA}.$

1608. A rézhuzal ellenállása: $R = \varrho\dfrac{l}{A}$.

a) $R_a = \varrho \cdot \dfrac{3l}{2A} = \dfrac{3}{2} \cdot \varrho \cdot \dfrac{l}{A} = 1{,}5R.$ *b)* $R_b = \varrho \cdot \dfrac{\frac{l}{2}}{\frac{A}{5}} = \dfrac{5}{2} \cdot \varrho \cdot \dfrac{l}{A} = 2{,}5R.$

c) $R_c = \varrho \cdot \dfrac{4l}{\frac{A}{4}} = 16 \cdot \varrho \cdot \dfrac{l}{A} = 16R.$ *d)* $R_d = \varrho \cdot \dfrac{\frac{l}{5}}{\frac{A}{3}} = \dfrac{3}{5} \cdot \varrho \cdot \dfrac{l}{A} = 0{,}6R.$

1609. $I_1 = 3{,}2\ \text{A},\ d_2 = \dfrac{d_1}{2}$.

A higanyszál keresztmetszete az első esetben:

$$A_1 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 \cdot \pi = \frac{d_1^2}{4} \cdot \pi,$$

a második esetben:

$$A_2 = \frac{d_2^2}{4} \cdot \pi = \frac{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2}{4} \cdot \pi = \frac{1}{4} \cdot \frac{d_1^2}{4} \cdot \pi = \frac{A_1}{4}.$$

A higanyszál térfogata az áttöltés után nem változik meg:

$$V = A_1 \cdot l_1 = A_2 \cdot l_2.$$

Beírva A_2 értékét:

$$A_1 \cdot l_1 = \frac{A_1}{4} \cdot l_2,$$

ahonnan a higanyszál hossza a második esetben:

$$l_2 = 4 \cdot l_1.$$

A higanyszál ellenállása az első esetben:

$$R_1 = \varrho \cdot \frac{l_1}{A_1},$$

a második esetben:

$$R_2 = \varrho \cdot \frac{l_2}{A_2} = \varrho \cdot \frac{4l_1}{\frac{A_1}{4}} = 16 \cdot \varrho \cdot \frac{l_1}{A_1} = 16 \cdot R_1.$$

A higanyszálra jutó feszültség mindkét esetben ugyanakkora:

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2,$$

ahonnan az áram erőssége a második esetben:

$$I_2 = \frac{I_1 \cdot R_1}{R_2} = \frac{I_1 \cdot R_1}{16R_1} = \frac{I_1}{16} = \frac{3{,}2\ \text{A}}{16} = 0{,}2\ \text{A}.$$

1610. $R_1 = 22\ \Omega$, $U = 24\ \text{V}$, $I_1 = 0{,}8\ \text{A}$, $A_2 = 2A_1$.
A higany átöntése előtt az eredő ellenállás:

$$R_{e1} = \frac{U}{I_1} = \frac{24\ \text{V}}{0{,}8\ \text{A}} = 30\ \Omega.$$

Másrészt a soros kapcsolás alapján:

$$R_{e1} = R_1 + R_{h1}.$$

A higanyszál ellenállása:

$$R_{h1} = R_{e1} - R_1 = 30\ \Omega - 22\ \Omega = 8\ \Omega.$$

A higanyszál térfogata az átöntés után sem változik meg:

$$V = A_1 \cdot l_1 = A_2 \cdot l_2,$$

ahonnan a higanyszál hossza a második esetben:

$$l_2 = \frac{A_1 \cdot l_1}{A_2} = \frac{A_1 \cdot l_1}{2A_1} = \frac{l_1}{2}.$$

Az átöntés után a higanyszál hossza a felére csökkent, keresztmetszete pedig kétszeresére nőtt, ezért az ellenállása:

$$R_{h2} = \varrho \cdot \frac{\frac{l_1}{2}}{2A_1} = \frac{1}{4} \cdot \varrho \cdot \frac{l_1}{A_1} = \frac{R_{h1}}{4} = \frac{8\ \Omega}{4} = 2\ \Omega.$$

Az eredő ellenállás a higany átöntése után:

$$R_{e2} = R_1 + R_{h2} = 22\ \Omega + 2\ \Omega = 24\ \Omega.$$

Az áramkörben folyó áram erőssége:

$$I_2 = \frac{U}{R_{e2}} = \frac{24\ \text{V}}{24\ \Omega} = 1\ \text{A}.$$

1611. A grafikon a feszültség függvényében adott terhelő ellenálláson fellépő áramerősséget adja meg. A grafikon egyenes, tehát az ellenállás bármely összetartozó (U, I) értékpárból meghatározható. A grafikon szerint egy pontban:

$$U_1 = 4\ \text{V}, \qquad I_1 = 0{,}4\ \text{A}.$$

a) A fogyasztó ellenállása:

$$R = \frac{U_1}{I_1} = \frac{4\ \text{V}}{0{,}4\ \text{A}} = 10\ \Omega.$$

b) Az áram erőssége:

$$I_2 = \frac{U_2}{R} = \frac{6\ \text{V}}{10\ \Omega} = 0{,}6\ \text{A}.$$

1612. A grafikon az ellenállás függvényében mutatja a feszültséget. A grafikon origón áthaladó egyenes. Bármely összetartozó (U, R) adatpárból meghatározható az áramerősség. Mivel:

$$R_1 = 150\ \Omega, \qquad U_1 = 13{,}5\ \text{V}.$$

a) Az áram erőssége:

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{13{,}5\ \text{V}}{150\ \Omega} = 0{,}09\ \text{A}.$$

b) Az ellenállás 9 V feszültség esetén:

$$R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{9\ \text{V}}{0{,}09\ \text{A}} = 100\ \Omega.$$

1613. A grafikon változó ellenálláson átfolyó áramot mutat. A feladat csak akkor oldható meg, ha a görbét leíró függvényre nézve feltevéssel élünk.
Az áramerősség–ellenállás kapcsolat hiperbolikusnak látszik, azaz

$$I = \frac{a}{R}.$$

Az összetartozó 0,4 A és 100 Ω értékpár alapján

$$0{,}4 = \frac{a}{100},$$

azaz $a = 40$ V.

Ez azt jelenti, hogy a grafikon a 40 V feszültség hatására átfolyó áramot mutatja az ellenállás függvényében. Az eredmény szerint a feszültségre vonatkozó kérdés egyértelműen megválaszolható.

a) A feszültség:

$$U = I_1 \cdot R_1 = 0{,}4 \text{ A} \cdot 100 \ \Omega = 40 \text{ V}.$$

b) A fogyasztón átfolyó áram erőssége, ha az ellenállás 25 Ω:

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{40 \text{ V}}{25 \ \Omega} = 1{,}6 \text{ A}.$$

1614. $R = 0{,}7 \ \Omega$, $\varrho = 2700 \ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $\varrho_{\text{Al}} = 0{,}027 \ \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} = 2{,}7 \cdot 10^{-8} \ \Omega \cdot \text{m}$, $m = 270 \text{ g} = 0{,}27 \text{ kg}$.

Az alumíniumvezeték ellenállása:

$$R = \varrho_{\text{Al}} \cdot \frac{l}{A},$$

ahonnan:

$$\text{(1)} \qquad \frac{l}{A} = \frac{R}{\varrho_{\text{Al}}} = \frac{0{,}7 \ \Omega}{2{,}7 \cdot 10^{-8} \ \Omega \cdot \text{m}} = 2{,}6 \cdot 10^7 \ \frac{1}{\text{m}}.$$

Az alumínium sűrűsége: $\varrho = \frac{m}{V} = \frac{m}{A \cdot l}$, ahonnan:

$$\text{(2)} \qquad A \cdot l = \frac{m}{\varrho} = \frac{0{,}27 \text{ kg}}{2700 \ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 10^{-4} \text{ m}^3.$$

Az (1) és a (2) egyenletet összeszorozva:

$$\frac{l}{A} \cdot A \cdot l = 2{,}6 \cdot 10^7 \ \frac{1}{\text{m}} \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 2{,}6 \cdot 10^3 \text{ m}^2.$$

Az alumíniumvezeték hossza:

$$l = \sqrt{2{,}6 \cdot 10^3 \text{ m}^2} = 50{,}1 \text{ m},$$

illetve keresztmetszete:

$$A = \frac{10^{-4} \text{m}^3}{50{,}1 \text{ m}} \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 2 \text{ mm}^2.$$

1615. $\varrho_a = 0{,}027\ \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} = 2{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$, $\varrho_r = 0{,}017\ \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} =$
$= 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$, $\varrho_1 = 2700\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $\varrho_2 = 8900\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

A feltétel szerint a vezetékek ellenállása megegyezik:

$$R = \varrho_a \frac{l_1}{A_1} = \varrho_r \frac{l_2}{A_2},$$

illetve tömege:

$$m = \varrho_1 \cdot V_1 = \varrho_2 \cdot V_2,$$

amiből:

$$\varrho_1 \cdot A_1 \cdot l_1 = \varrho_2 \cdot A_2 \cdot l_2.$$

A kapott egyenleteket összeszorozva:

$$\varrho_a \cdot \frac{l_1}{A_1} \varrho_1 \cdot A_1 \cdot l_1 = \varrho_r \cdot \frac{l_2}{A_2} \cdot \varrho_2 \cdot A_2 \cdot l_2,$$

$$\varrho_a \cdot \varrho_1 \cdot l_1^2 = \varrho_r \cdot \varrho_2 \cdot l_2^2,$$

amiből:

$$\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 = \frac{\varrho_r \cdot \varrho_2}{\varrho_a \cdot \varrho_1} = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m} \cdot 8900\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m} \cdot 2700\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 2{,}1,$$

$$l_1 = 1{,}45 l_2.$$

Az alumíniumvezeték 1,45-szor hosszabb, mint a rézvezeték.

1616. $U_{AB} = 2{,}24\ \text{V}$, $I = 4\ \text{A}$, $m = 69{,}12\ \text{g} = 0{,}069\,12\ \text{kg}$, $\varrho_a = 2700\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$,
$\varrho = 0{,}027\ \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} = 2{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$.

Legyen az alumíniumhuzal hossza l, ellenállása pedig R!

Ekkor az A és a B pontok közé eső huzaldarab (a négyzet két oldala) hossza $\frac{l}{2}$, ellenállása $\frac{R}{2}$.

Az $\frac{R}{2}$ ellenállás értéke Ohm törvénye alapján:

$$\frac{R}{2} = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{2{,}24\ \text{V}}{4\ \text{A}} = 0{,}56\ \Omega.$$

III.

A négyzet egyik oldalát képező huzaldarab ellenállása:

$$\frac{R}{4} = 0{,}28\ \Omega.$$

Ez az ellenállás a huzal geometriai méreteivel kifejezve:

$$\frac{R}{4} = \varrho \frac{\frac{l}{4}}{A} = \varrho \frac{l}{4A},$$

ahonnan:

(1) $$\frac{l}{A} = \frac{R}{\varrho} = \frac{1{,}12\ \Omega}{2{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m}} = 0{,}41 \cdot 10^{8}\ \frac{1}{\mathrm{m}}.$$

Az alumíniumhuzal tömege:

$$m = \varrho_a \cdot V = \varrho_a \cdot A \cdot l,$$

ahonnan:

$$A \cdot l = \frac{m}{\varrho_a} = \frac{0{,}06912\ \mathrm{kg}}{2700\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} = 2{,}56 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3.$$

Az (1) és a (2) egyenleteket összeszorozva:

$$\frac{l}{A} \cdot A \cdot l = 0{,}41 \cdot 10^{8}\ \frac{1}{\mathrm{m}} \cdot 2{,}56 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3 = 1050\ \mathrm{m}^2.$$

Az alumíniumhuzal hossza:

$$l = \sqrt{1050\ \mathrm{m}^2} = 32{,}4\ \mathrm{m},$$

a keresztmetszete:

$$A = \frac{2{,}56 \cdot 10^{-5}\mathrm{m}^2}{32{,}4\ \mathrm{m}} = 0{,}79 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^2 = 0{,}79\ \mathrm{mm}^2.$$

1617. $U_e = 1{,}5\ \mathrm{V}$, $R_k = 3{,}5\ \Omega$, $I = 0{,}4\ \mathrm{A}$.
Az elektromotoros erő:

$$U_e = I\,(R_b + R_k),$$

amiből az elem belső ellenállása:

$$R_b = \frac{U_e}{I} - R_k = \frac{1{,}5\ \mathrm{V}}{0{,}4\ \mathrm{A}} - 3{,}5\ \Omega = 0{,}25\ \Omega.$$

Rövidzár esetén az áram erőssége:

$$I_1 = \frac{U_e}{R_b} = \frac{1{,}5\ \mathrm{V}}{0{,}25\ \Omega} = 6\ \mathrm{A}.$$

1618. $I_1 = 0{,}5$ A, $U_{k1} = 4$ V, $I_2 = 0{,}9$ A, $U_{k2} = 3{,}6$ V.

a) A külső ellenállás az első esetben:

$$R_{k1} = \frac{U_{k1}}{I_1} = \frac{4\ \text{V}}{0{,}5\ \text{A}} = 8\ \Omega,$$

illetve a másik esetben:

$$R_{k2} = \frac{U_{k2}}{I_2} = \frac{3{,}6\ \text{V}}{0{,}9\ \text{A}} = 4\ \Omega.$$

Az elektromotoros erő az első esetben:

$$U_e = I_1 \cdot (R_b + R_{k1}),$$

illetve a másik esetben:

$$U_e = I_2 \cdot (R_b + R_{k2}).$$

A két egyenlet bal oldala azonos, így a jobb oldalak is megegyeznek:

$$I_1 \cdot (R_b + R_{k1}) = I_2 \cdot (R_b + R_{k2}).$$

Az egyenlet rendezése után az áramforrás belső ellenállása:

$$R_b = \frac{I_1 \cdot R_{k1} - I_2 \cdot R_{k2}}{I_2 - I_1} = \frac{0{,}5\ \text{A} \cdot 4\ \text{V} - 0{,}9\ \text{A} \cdot 3{,}6\ \text{V}}{0{,}9\ \text{A} - 0{,}5\ \text{A}} = 1\ \Omega.$$

b) Az áramforrás elektromotoros ereje:

$$U_e = I_1 \cdot (R_b + R_{k1}) = 0{,}5\ \text{A} \cdot (1\ \Omega + 8\ \Omega) = 4{,}5\ \text{V}.$$

1619. $R = 22{,}5\ \Omega$, $I = 600$ mA $= 0{,}6$ A, $U_e = 4{,}5$ V.

a) Az izzólámpára jutó feszültség:

$$U = IR = 0{,}6\ \text{A} \cdot 22{,}5\ \Omega = 13{,}5\ \text{V}.$$

b) Minimális számú zsebtelep használata soros kapcsolásukkal valósítható meg:

$$U = N \cdot U_e,$$

ahonnan a zsebtelepek száma:

$$N = \frac{U}{U_e} = \frac{13{,}5\ \text{V}}{4{,}5\ \text{V}} = 3.$$

A számítás során a zsebtelep belső ellenállását elhanyagoltuk.

III.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

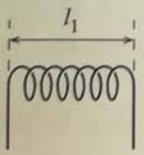
1620. Az elektromos vezetékeket olyan fémekből célszerű készíteni, amelyek az elektromos áramot jól vezetik, vagyis kicsi a fajlagos ellenállásuk és alacsony az áruk. Fajlagos ellenállás szempontjából legjobb az ezüst, majd a vörösréz és végül az alumínium. Ár tekintetében fordított a sorrend, magas ára miatt az ezüst nem jön számításba. A rézvezetők előnye a magasabb költségek ellenére a kisebb helyigény (például tekercsek, transzformátorok készítésénél) és a forraszthatóság. A külső vezetékeknél, kábeleknél az olcsóbb alumíniumé a vezető szerep.

1621. Az ellenállása megnőtt. A nyújtás során a hossza nőtt (ellenállása a hosszával egyenesen arányos), a keresztmetszete viszont csökkent (ellenállása a keresztmetszettel fordítottan arányos). Így mindkét változás az ellenállás növekedéséhez vezet.

1622. Az ampermérővel az áramkörök egyes ágaiban az áramerősséget mérik, ezért az ampermérőt a fogyasztóval sorosan kell kötni. Az ampermérőn a teljes áram átfolyik, ezért az ellenállását a többi áramköri elem ellenállásához képest kis értékűre tervezik. Ha nagyon kis feszültség esik rajta, akkor a beiktatása csak kismértékben változtatja meg az eredeti áramerősséget.

1623. A voltmérővel az áramkörökben lévő fogyasztók kivezetései közötti feszültséget mérik, ezért a voltmérőt a fogyasztóval párhuzamosan kell kötni. A voltmérő ellenállását a többi áramköri elem ellenállásához képest nagy értékűre tervezik, hogy azon csak kiserősségű áram folyjon keresztül. Így a beiktatása csak kismértékben változtatja meg az eredeti áramköri viszonyokat.

1624. A számkijelzésű ellenállásmérő egyre csökkenő ellenállásértékeket mutat. A fűtőszál hőmérséklete a kikapcsolás után folyamatosan csökken, így ellenállása is kisebb lesz, ezt mutatja a műszer.



1625. A vonalzóval megmérhető a tekercs átmérője (d_1) és hossza (l_1), illetve megszámolhatók a menetek (N).

A huzal hossza:

$$l_2 = N \cdot d_1 \cdot \pi .$$

A huzal keresztmetszetét a huzal d_2 átmérője szabja meg, az átmérőt azonban a huzal hosszának és menetszámának hányadosa adja meg. Így:

$$A = \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} = \frac{\left(\frac{l_1}{N}\right)^2 \cdot \pi}{4} = \frac{l_1^2 \cdot \pi}{4N^2}.$$

A huzal fajlagos ellenállása:

$$\varrho = \frac{R \cdot A}{l_2} = \frac{R \cdot \frac{l_1^2 \cdot \pi}{4N^2}}{N \cdot d_1 \cdot \pi} = \frac{R \cdot l_1^2}{4d_1 \cdot N^3}.$$

1626. Egy lehetséges módszer például a következő. A voltmérőket sorbakapcsolva kötjük a telep sarkaira. Legyen ekkor a voltmérők által mért feszültség rendre U_1 és U_2. A műszereken áthaladó áram erőssége ugyanakkora, tehát

$$I = \frac{U_1}{R_{b1}} = \frac{U_2}{R_{b2}},$$

ahonnan a voltmérő ismeretlen belső ellenállása:

$$R_{b2} = \frac{U_2}{U_1} R_{b1}.$$

1627. Az ampermérőket párhuzamosan kapcsolva elllenálláson keresztül kössük a rúdelem kivezetéseire. Legyen ekkor az ampermérők által mutatott érték: I_1 és I_2.
A műszerekre eső feszültség megegyezik:

$$U = I_1 \cdot R_{b1} = I_2 \cdot R_{b2},$$

ahonnan az ampermérő ismeretlen ellenállása:

$$R_{b2} = \frac{I_1}{I_2} \cdot R_{b1}.$$

1628. Az ampermérő ellenállása kicsi. Ha a fogyasztóra eső feszültség nagy, akkor az ampermérőn valószínűleg a megengedettnél nagyobb erősségű áram halad át. Ezért könnyen meghibásodhat (a tekercse leég).
A voltmérő belső ellenállása nagy. Az áramkörbe iktatva megnöveli az ellenállást, így jelentősen lecsökkenti a tényleges áramerősséget.

1629. Ma a félvezetők legismertebb felhasználási területe a rétegtranzisztor és a rétegdióda. Ezek *p* és *n* típusú szennyezettségű szilícium-, ritkábban germánium-rétegek.
Régebben a germániumot tűs diódákban és tranzisztorokban alkalmazták. Ugyancsak a fém-félvezető átmenet egyenirányító tulajdonságát használták ki a szelén és rézoxidul (CU_2O) egyenirányítókban.
A félvezetők, így például a szelén sajátos vezetési tulajdonságait használják ki a fotoellenállásokban.

III.

1630. 1 – b); 2 – b)
Fémekben a töltéshordozó elektronok a hőmérséklet emelkedésével egyre erőteljesebb hőmozgást végeznek, ezért a fémek fajlagos vezetőképessége csökken. A félvezetők vezetőképességét a szabad töltéshordozók száma határozza meg, ami a hőmérséklet emelkedésével nő.

1631. A diódát alkotó két félvezető réteg közül az egyikben *n* típusú, a másikban *p* típusú szennyezést hoznak létre.
A tranzisztort három félvezető réteg alkotja. Ezek: emitter–bázis–kollektor (szerepük szerint: kibocsátó, vezérlő, gyűjtő). A rétegek rendre *p–n–p* vagy *n–p–n* típusú szennyezést kapnak a gyártás során. Ennek alapján nevezzük a tranzisztort *pnp* vagy *npn* típusúnak.

1632. A különböző elvek alapján felépített MOS térvezérlésű tranzisztorok közös tulajdonsága, hogy a forrás (source) és nyelő (drain) közötti félvezető csatorna vezetőképességét a csatorna és a csatornával szoros kapcsolatban lévő, de tőle szigetelten elhelyezkedő kapu (gate) között létrehozott feszültséggel lehet befolyásolni. A fémoxid szigetelő réteg azonban nagyon vékony, már néhányszor tíz volt feszültség átütést (elektromos kisülést) eredményezhet a kapu és a félvezető csatorna között, ami a MOSFET eszközt tönkreteszi.
A káros feszültség kialakulása elkerülhető, ha szállításhoz, tároláshoz az eszközök kivezetéseit vezetővé tett szivacsba szúrják, illetve a számítógép vagy más elektronikus készülék nyomtatott áramköri egységeit fémfóliába, vagy antisztatikus réteggel ellátott tasakba helyezik.
Testünk és a környezet tárgyai között elektrosztatikus feltöltődés következtében 30–40 ezer voltos feszültség is létrejöhet, főképp száraz környezetben, szigetelő anyagú padlón. Ezért, ha MOSFET eszközt vagy ilyeneket tartalmazó szerelvényt emelünk fel az asztalról vagy átveszünk valakitől, előbb a szerelvény nagyobb fém részéhez, illetve a másik személy karjához kell hozzáérni, és csak ez után vegyük kézbe az alkatrészt. Az ilyen eszközökkel dolgozók munkaasztalára vezető anyagból készült lapot tesznek, és hasonló tulajdonsággal rendelkező mandzsettát csatolnak a munkát végző személy csuklójára. Mindkettőt az ekvipotenciális (a környezet fémtárgyait és a védőföld csatlakozót is összekötő) hálózathoz csatlakoztatják.
A csatlakoztatás nagy ellenállásokon keresztül történik. Az ellenállások megvédenek az esetleges áramütéstől, de a rajtuk keresztül a föld felé folyó kis áram is biztosítja a feszültség kiegyenlítődését.

1633. Az általánosan telep néven ismert áramforrások: ceruzaelem, bébielem, góliátelem közös tulajdonsága, hogy pozitív elektródájuk barnakőporba helyezett szénrúd, negatív elektródájuk pedig cinkserleg. A kettő között ammónium-klorid-elektrolit van. A telep elektródjain kémiai reakció megy végbe; a cinkserleg anyagából cinkionok válnak le, az ammónium-kloridból pedig hidrogénionok szabadulnak ki a szénrúd mentén, ezeket a MnO_2 vízzé oxidálja. Kémiai energia alakul

át elektromos energiává. A kémiai reakció során az elektródákon végbemenő két fő reakció: hidrogénkiválás a szénrúdon és cink oldódása a negatív elektródáról, az egyensúly felé tart, ennek következménye, hogy a potenciálkülönbség csökken. Az egyensúlyhoz tartva a reakció sebessége is csökken a kisebb hajtóerő miatt (potenciálkülönbség).

Fogyasztók kapcsolása

Tesztfeladatok

1634. Igaz állítás a D).

1635. Igaz állítás a B).

1636. Helytelen állítás a B). A képlet dimenzió tekintetében sem állja meg a helyét.

1637. Nem igaz a C) kijelentés, mert ha a K_1 kapcsoló nyitva van, a K_2 kapcsoló pedig zárva, akkor az 1. és a 2. izzólámpa világít, a 3. pedig nem, mert a K_2 rövidre zárja.

1638. Hamis a C) kijelentés, mert ha a K_1 kapcsoló nyitva van, a K_2 és a K_3 zárva, akkor az ampermérő 0,12 A erősségű áramot mutat.

$$R = 75\ \Omega, \qquad U = 9\ \text{V}.$$

A) Az eredő ellenállás:

$$R_A = 3R = 3 \cdot 75\ \Omega = 225\ \Omega.$$

Az ampermérő által mutatott érték:

$$I_A = \frac{U}{R_A} = \frac{9\ \text{V}}{225\ \Omega} = 0{,}04\ \text{A}.$$

B) Az eredő ellenállás:

$$R_B = 2R = 2 \cdot 75\ \Omega = 150\ \Omega.$$

Az ampermérő által mutatott érték:

$$I_B = \frac{U}{R_B} = \frac{9\ \text{V}}{150\ \Omega} = 0{,}06\ \text{A}.$$

C) Az eredő ellenállás:

$$R_C = R = 75\ \Omega.$$

Az ampermérő által mutatott érték:

$$I_C = \frac{U}{R_C} = \frac{9\ \text{V}}{75\ \Omega} = 0{,}12\ \text{A} \neq 0{,}08\ \text{A}.$$

1639. Igaz állítás a D). Ha a K kapcsoló zárva van, akkor az ampermérő 0,09 A, az 1. és a 3. voltmérő 4,5 V, a 2. voltmérő pedig zérus értéket mutat.

$$U = 9\ \text{V}, \qquad R = 50\ \Omega.$$

Az eredő ellenállás:

$$R_D = 2R = 2 \cdot 50\ \Omega = 100\ \Omega.$$

Az ampermérő által mutatott érték:

$$I_D = \frac{U}{R_D} = \frac{9\ \text{V}}{100\ \Omega} = 0{,}09\ \text{A}.$$

A voltmérők által mutatott értékek:

$$U_{1D} = U_{3D} = \frac{U}{2} = \frac{9\ \text{V}}{2} = 4{,}5\ \text{V},$$

$$U_{2D} = 0\ \text{V}.$$

1640. Hamis a C) kijelentés, mert ha a K_1 kapcsoló nyitva van, a K_2 kapcsoló zárva, akkor a 2. izzó világít.

1641. Hamis az A) kijelentés, mert ha mindkét kapcsoló zárva van, akkor az 1. ampermérő 0,36 A, a 2. és a 3. ampermérő pedig 0,18 A erősségű áramot mutat.

$$U = 18\ \text{V}, \qquad R = 100\ \Omega.$$

A) Az eredő ellenállás:

$$R_A = \frac{R}{2} = \frac{100\ \Omega}{2} = 50\ \Omega.$$

Az ampermérők által mutatott értékek:

$$I_{1A} = \frac{U}{R_A} = \frac{18\ \text{V}}{50\ \Omega} = 0{,}36\ \text{A},$$

$$I_{2A} = \frac{I_{1A}}{2} = \frac{0{,}36\ \text{A}}{2} = 0{,}18\ \text{A},$$

$$I_{3A} = \frac{I_{1A}}{2} = \frac{0{,}36\ \text{A}}{2} = 0{,}18\ \text{A} \neq 0{,}36\ \text{A}.$$

B) és C) Mindkét esetben a főágban lévő K_1 kapcsoló nyitva van, nincs zárt áramkör, ezért egyik ampermérő sem mutat áramot.
D) Az eredő ellenállás:

$$R_D = R = 100\ \Omega.$$

Az ampermérők által mutatott értékek:

$$I_{1D} = I_{3D} = \frac{U}{R_D} = \frac{18\ \text{V}}{100\ \Omega} = 0{,}18\ \text{A},$$
$$I_{2D} = 0\ \text{A}.$$

1642. Nem helyes a D) kijelentés, mert ha a K_1 kapcsoló nyitva van, a K_2 kapcsoló zárva, akkor az 1. és a 3. ampermérő 0,06 A erősségű áramot mutat, a 2. ampermérő nem jelez áramot.

$$U = 12\ \text{V}, \qquad R = 200\ \Omega.$$

A) Az eredő ellenállás:

$$R_A = \frac{R}{2} = \frac{200\ \Omega}{2} = 100\ \Omega.$$

Az ampermérők által mutatott értékek:

$$I_{1A} = \frac{U}{R_A} = \frac{12\ \text{V}}{100\ \Omega} = 0{,}12\ \text{A},$$
$$I_{2A} = I_{3A} = \frac{I_{1A}}{2} = \frac{0{,}12\ \text{A}}{2} = 0{,}06\ \text{A}.$$

B) Nincs zárt áramkör:

$$I_{1B} = I_{2B} = I_{3B} = 0\ \text{A}.$$

C) Az eredő ellenállás:

$$R_C = R = 200\ \Omega.$$

Az ampermérők által mutatott értékek:

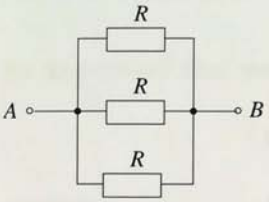
$$I_{1C} = I_{2C} = \frac{U}{R_C} = \frac{12\ \text{V}}{200\ \Omega} = 0{,}06\ \text{A},$$
$$I_{3C} = 0\ \text{A}.$$

D) Az eredő ellenállás:

$$R_D = R = 200\ \Omega.$$

Az ampermérők által mutatott értékek:

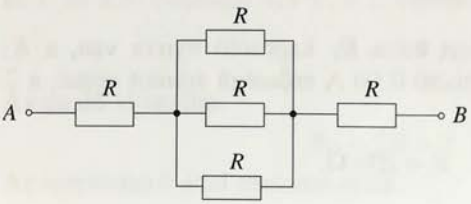
$$I_{1D} = I_{3D} = \frac{U}{R_D} = \frac{12\ \text{V}}{200\ \Omega} = 0{,}06\ \text{A},$$
$$I_{2D} = 0\ \text{A} \neq 0{,}06\ \text{A}.$$



1643. Helyes állítás a B) $R_e = \frac{R}{3}$.

A kapcsolási rajz átalakítása után látható, hogy az azonos ellenállású fogyasztókat párhuzamosan kapcsolták. Az eredő ellenállás:

$$R_e = \frac{R}{3}.$$



1644. Helyes állítás a B) $R_e = \frac{7R}{3}$.

A kapcsolási rajz átalakítása után látható, hogy az eredő ellenállás:

$$R_e = R + \frac{R}{3} + R = \frac{7R}{3}.$$

1645. Hamis a D) állítás, mert ha a K_1 kapcsoló zárva van, a K_2 kapcsoló nyitva, akkor az eredő ellenállás harmad akkora, mint a kapcsolók nyitott állása esetén, így az ampermérő a legkisebb érték háromszorosát mutatja.

A) Az eredő ellenállás:

$$R_A = \frac{R}{3}.$$

Az áram erőssége:

$$I_A = \frac{U}{R_A} = \frac{U}{\frac{R}{3}} = 3\frac{U}{R}.$$

B) Az eredő ellenállás:

$$R_B = 3R.$$

Az áram erőssége:

$$I_B = \frac{U}{R_B} = \frac{U}{3R} = \frac{1}{3}\frac{U}{R}.$$

C) Az eredő ellenállás:

$$R_C = R = 3R_A.$$

Az áram erőssége:

$$I_C = \frac{U}{R_C} = \frac{U}{R} = \frac{I_A}{3}.$$

D) Az eredő ellenállás:

$$R_D = R.$$

Az áram erőssége:

$$I_D = \frac{U}{R_D} = \frac{U}{R} \neq 9I_B.$$

1646. Helyes a B) állítás. Az ampermérő és a voltmérő is kisebb értéket mutat.

1647. Helyes a D) állítás. A voltmérő által mutatott érték nagyobb lesz, az ampermérő által mutatott érték nem változik.

1648. Helyes válasz a C). 60 mA és 6 V.
$U = 9$ V, $R = 100\ \Omega$, a csúszka középen.
Az eredő ellenállás:

$$R_e = R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2}R = \frac{3}{2}100\ \Omega = 150\ \Omega.$$

Az ampermérő által mutatott érték:

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{9\ \text{V}}{150\ \Omega} = 0{,}06\ \text{A} = 60\ \text{mA}.$$

A voltmérő által mutatott érték:

$$U_1 = IR = 0{,}06\ \text{A} \cdot 100\ \Omega = 6\ \text{V}.$$

1649. Helyes válasz az A). 270 mA.
$U = 13{,}5$ V, $R = 150\ \Omega$, a csúszka középen.
Az eredő ellenállás:

$$R_e = \frac{R}{3} = \frac{150\ \Omega}{3}R = 50\ \Omega.$$

Az ampermérő által mutatott érték:

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{13{,}5\ \text{V}}{50\ \Omega} = 0{,}27\ \text{A} = 270\ \text{mA}.$$

1650. Helyes válasz a C). 200 mA és 24 V.
$U = 42$ V, $R_1 = 120\ \Omega$, $R_2 = 60\ \Omega$, a csúszka középen.
Az eredő ellenállás:

$$R_e = R_1 + \frac{R_1}{2} + \frac{R_2}{2} = 120\ \Omega + 60\ \Omega + 30\ \Omega = 210\ \Omega.$$

Az ampermérő által mutatott érték:

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{42\ \text{V}}{210\ \Omega} = 0{,}2\ \text{A} = 200\ \text{mA}.$$

A voltmérő által mutatott érték:

$$U_1 = IR_1 = 0{,}2\ \text{A} \cdot 120\ \Omega = 24\ \text{V}.$$

1651. Helyes válasz az A). Az ampermérő és a voltmérő is növekvő értéket mutat.

a) A változtatható ellenállás csúszkája az *A*-ban van:
Ekkor az eredő ellenállás:

$$R_A = R + R = 2R.$$

Az ampermérő által mutatott érték:

$$I_A = \frac{U}{R_A} = \frac{U}{2R} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U}{R}.$$

A voltmérő által mutatott érték:

$$U_A = I_A \cdot R = \frac{1}{2} \cdot \frac{U}{R} \cdot R = \frac{1}{2} \cdot U.$$

b) A változtatható ellenállás csúszkája a *B*-ben van:
Ekkor az eredő ellenállás:

$$R_B = R.$$

Az ampermérő által mutatott érték:

$$I_B = \frac{U}{R_B} = \frac{U}{R}.$$

A voltmérő által mutatott érték:

$$U_B = I_B \cdot R = \frac{U}{R} \cdot R = U.$$

A kapott értékekből:
$I_A < I_B$, az áramerősség nő, illetve $U_{1A} < U_{1B}$, a feszültség is nő.

1652. Helyes válasz a B). Az ampermérő és a voltmérő is csökkenő értéket mutat.

a) A változtatható ellenállás csúszkája az *A*-ban van:
Ekkor az eredő ellenállás:

$$R_A = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}.$$

Az ampermérő által mutatott érték:

$$I_A = \frac{U}{R_A} = \frac{U}{\frac{3R}{2}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{U}{R}.$$

A voltmérő által mutatott érték:

$$U_{1A} = I_A \cdot R = \frac{2}{3} \cdot \frac{U}{R} \cdot R = \frac{2}{3} \cdot U.$$

b) A változtatható ellenállás csúszkája a B-ben van:
Ekkor az eredő ellenállás:

$$R_B = 2R.$$

Az ampermérő által mutatott érték:

$$I_B = \frac{U}{R_B} = \frac{U}{2R} = \frac{1}{2}\frac{U}{R}.$$

A voltmérő által mutatott érték:

$$U_B = \frac{U}{2}.$$

A kapott értékekből:
$I_A > I_B$, az áramerősség csökken, illetve $U_{1A} > U_{1B}$, a feszültség is csökken.

1653. Nem helyes a B) reláció, mert $R_{CD} > R_{EF}$.

1654. Nem helyes az A) reláció, mert $I_2 < I_3$.

1655. C) 200 Ω.
Két párhuzamosan kapcsolt fogyasztó eredő ellenállása:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2},$$

ahonnan:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_e} - \frac{1}{R_1} = \frac{1}{120\ \Omega} - \frac{1}{300\ \Omega}.$$

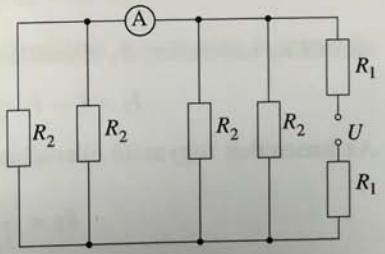
Az ismeretlen fogyasztó ellenállása:

$$R_2 = 200\ \Omega.$$

1656. Helyes válasz a D). 90 mA.

$U = 13{,}5$ V, $R_1 = 25\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$, $R_3 = 50\ \Omega$.

Az $R_3 = 50\ \Omega$ ellenállású fogyasztó helyettesíthető két darab párhuzamosan kapcsolt $R_2 = 100\ \Omega$ ellenállású fogyasztóval, ahogyan az ábrán látható.



A párhuzamosan kapcsolt R_2 ellenállású fogyasztók eredő ellenállása:

$$R_{2e} = \frac{R_2}{4} = \frac{100\ \Omega}{4} = 25\ \Omega.$$

A teljes áramkör eredő ellenállása:

$$R_e = 2R_1 + R_{2e} = 2 \cdot 25\ \Omega + 25\ \Omega = 75\ \Omega.$$

A főágban folyó áram erőssége:

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{13{,}5\ \text{V}}{75\ \Omega} = 0{,}18\ \text{A}.$$

A párhuzamosan kapcsolt fogyasztókra jutó feszültség:

$$U_2 = I \cdot R_{2e} = 0{,}18\ \text{A} \cdot 25\ \Omega = 4{,}5\ \text{V}.$$

Az R_3 ellenállású fogyasztón átfolyó áram erőssége:

$$I_2 = \frac{U_2}{R_3} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{50\ \Omega} = 0{,}09\ \text{A} = 90\ \text{mA}.$$

1657. Helyes válasz a C). 200 Ω.

$U = 24\ \text{V}$, $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 200\ \Omega$, $R_4 = 40\ \Omega$, $I = 100\ \text{mA} = 0{,}1\ \text{A}$.

Az R_1 ellenállású fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_1 = I \cdot R_1 = 0{,}1\ \text{A} \cdot 100\ \Omega = 10\ \text{V}.$$

Az R_4 ellenállású fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_4 = I \cdot R_4 = 0{,}1\ \text{A} \cdot 40\ \Omega = 4\ \text{V}.$$

A párhuzamosan kapcsolt R_2 és R_3 ellenállású fogyasztókra jutó feszültség:

$$U_2 = U - U_1 - U_4 = 24\ \text{V} - 10\ \text{V} - 4\ \text{V} = 10\ \text{V}.$$

Az R_2 ellenállású fogyasztón átfolyó áram erőssége:

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{10\ \text{V}}{200\ \Omega} = 0{,}05\ \text{A}.$$

A főágban folyó áram erőssége megegyezik a mellékágakban folyó áramok erősségeinek összegével:

$$I = I_2 + I_3,$$

amiből az ismeretlen R_3 ellenállású fogyasztón átfolyó áram erőssége:

$$I_3 = I - I_2 = 0{,}1\ \text{A} - 0{,}05\ \text{A} = 0{,}05\ \text{A}.$$

Az ismeretlen fogyasztó ellenállása:

$$R_3 = \frac{U_2}{I_3} = \frac{10\ \text{V}}{0{,}05\ \text{A}} = 200\ \Omega.$$

1658. Helyes válasz az A). 9 C.

$U = 4{,}5$ V, $R_1 = 12\ \Omega$, $R_2 = 24\ \Omega$, $t = 2$ min $= 120$ s.

A három azonos ellenállású, párhuzamosan kapcsolt fogyasztó eredő ellenállása:

$$R_{2e} = \frac{R_2}{3} = \frac{24\ \Omega}{3} = 8\ \Omega.$$

A teljes áramkör eredő ellenállása:

$$R_e = R_1 + R_{2e} = 12\ \Omega + 8\ \Omega = 20\ \Omega.$$

Az áramkörben folyó áram erőssége:

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{20\ \Omega} = 0{,}225\ \text{A}.$$

A fogyasztók azonos ellenállása miatt a három mellékágban azonos erősségű áram folyik. A $*$-gal jelölt fogyasztón átfolyó áram erőssége:

$$I_2 = \frac{I}{3} = \frac{0{,}225\ \text{A}}{3} = 0{,}075\ \text{A}.$$

A $*$-gal jelölt fogyasztón áthaladó töltés:

$$Q = I_2 t = 0{,}075\ \text{A} \cdot 120\ \text{s} = 9\ \text{C}.$$

1659. Helyes válasz a B). 120 V.

$Q = 30$ C, $t = 50$ s, $R_1 = 75\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$, $R_3 = 300\ \Omega$.

Az R_2 ellenállású fogyasztón átfolyó áram erőssége:

$$I_2 = \frac{Q}{t} = \frac{30\ \text{C}}{50\ \text{s}} = 0{,}6\ \text{A}.$$

Az R_2 ellenállású fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_2 = I_2 \cdot R_2 = 0{,}6\ \text{A} \cdot 100\ \Omega = 60\ \text{V}.$$

A párhuzamos kapcsolás következtében az R_3 ellenállású fogyasztóra is ugyanekkora feszültség jut:

$$U_3 = U_2 = 60\ \text{V}.$$

Az R_3 ellenállású fogyasztón átfolyó áram erőssége:

$$I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{60\ \text{V}}{300\ \Omega} = 0{,}2\ \text{A}.$$

III.

A főágban folyó áram erőssége:

$$I_1 = I_2 + I_3 = 0{,}6\ \text{A} + 0{,}2\ \text{A} = 0{,}8\ \text{A}.$$

Az R_1 ellenállású fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 0{,}8\ \text{A} \cdot 75\ \Omega = 60\ \text{V}.$$

A feszültségforrás feszültsége:

$$U = U_1 + U_2 = 60\ \text{V} + 60\ \text{V} = 120\ \text{V}.$$

1660. Hamis a B) kijelentés, mert ha a kapcsoló nyitva van, akkor az ampermérő nem mutat áramot.

$$U = 12\ \text{V}, \qquad R_1 = 10\ \Omega, \qquad R_2 = 30\ \Omega.$$

A) A K kapcsoló zárt állása esetén az R_1 ellenállású fogyasztóra jutó feszültség megegyezik a feszültségforrás feszültségével. Az ampermérő az R_1 ellenállású fogyasztón átfolyó áram erősségét méri:

$$I_A = \frac{U}{R_1} = \frac{12\ \text{V}}{10\ \Omega} = 1{,}2\ \text{A}.$$

Az A) kijelentés tehát igaz.
B) A K kapcsoló nyitott állása esetén az R_1 ellenállású fogyasztón a feszültség zérus, az ampermérő nem mutat áramot:

$$I_B = 0\ \text{A} \neq 400\ \text{mA}.$$

A B) kijelentés tehát hamis, és egyben igaz a C).

1661. Helyes állítás a D). 1,6 A.
A főágban folyó áram az első esetben:

$$I_1 = 1{,}2\ \text{A}.$$

Legyen a négyzet egyik oldalát jelentő huzal ellenállása R!
Az első esetben az áramkör eredő ellenállása:

$$R_{e1} = \frac{2R}{2} = R.$$

Ekkor a telep feszültsége:

$$U = I_1 \cdot R_{e1} = I_1 \cdot R.$$

A második esetben, a felső ágban sorosan kapcsolt fogyasztók eredő ellenállása $3R$.

Ekkor az eredő ellenállás:

$$\frac{1}{3R}+\frac{1}{R}=\frac{4}{3R};\qquad R_{e2}=\frac{3R}{4}.$$

A telep feszültsége ebben az esetben:

$$U=I_2\cdot R_{e2}=\frac{3}{4}I_2\cdot R.$$

Mivel ugyanarról a telepről van szó, feszültsége mindkét kapcsolásban azonos:

$$U=I_1\cdot R=\frac{3}{4}I_2\cdot R,$$

amiből a főágban folyó áram erőssége a második esetben:

$$I_2=\frac{4}{3}I_1=\frac{4}{3}1{,}2\text{ A}=1{,}6\text{ A}.$$

1662. Helyes állítás a C). 0,05 Ω

$$I_1=5\text{ A},\qquad R_1=0{,}2\ \Omega,\qquad I_2=25\text{ A}.$$

A söntellenállást az ampermérő ellenállásával párhuzamosan kell bekötni, ezért a rájuk jutó feszültség megegyezik:

$$U=I_1\cdot R_1=(I_2-I_1)R_2,$$

ahonnan a söntellenállás:

$$R_2=\frac{I_1\cdot R_1}{I_2-I_1}=\frac{5\text{ A}\cdot 0{,}2\ \Omega}{25\text{ A}-5\text{ A}}=0{,}05\ \Omega.$$

1663. Helyes a D) állítás.

$$U_1=5\text{ V},\qquad R_1=1200\ \Omega,\qquad U_2=25\text{ V}.$$

Az előtét-ellenállást a voltmérő ellenállásával sorosan kell bekötni, ezért a rajtuk átfolyó áram erőssége megegyezik:

$$I=\frac{U_1}{R_1}=\frac{U_2-U_1}{R_2},$$

ahonnan az előtét-ellenállás:

$$R_2=\frac{U_2-U_1}{U_1}R_1=\frac{25\text{ V}-5\text{ V}}{5\text{ V}}1200\ \Omega=4800\ \Omega.$$

Számításos feladatok

1664. $U_t = 9\ \text{V}$, $R_{bt} = 2{,}4\ \Omega$, $U = 1{,}5\ \text{V}$.

a) A telep feszültsége nagyobb egy elem feszültségénél, ezért az elemeket sorosan kapcsolták. A sorosan kapcsolt elemekből készített telep feszültsége:

$$U_t = N \cdot U,$$

ahonnan:

$$N = \frac{U_t}{U} = \frac{9\ \text{V}}{1{,}5\ \text{V}} = 6\ \text{darab}.$$

b) A sorosan kapcsolt elemekből készített telep belső ellenállása:

$$R_{bt} = N \cdot R_b,$$

ahonnan egy elem belső ellenállása:

$$R_b = \frac{R_{bt}}{N} = \frac{2{,}4\ \Omega}{6} = 0{,}4\ \Omega.$$

1665. $N = 5$, $R_{bt} = 0{,}15\ \Omega$, $U = 1{,}5\ \text{V}$.

a) A telep feszültsége megegyezik egy elem feszültségével, ezért az elemeket párhuzamosan kapcsolták.

b) A párhuzamosan kapcsolt elemekből készített telep belső ellenállása:

$$R_{bt} = \frac{R_b}{N},$$

ahonnan egy elem belső ellenállása:

$$R_b = N \cdot R_{bt} = 5 \cdot 0{,}15\ \Omega = 0{,}75\ \Omega.$$

1666. *a)* $N = 2$, $R_1 = 500\ \Omega$.

Ha párhuzamosan kapcsolunk két, 500 Ω ellenállású fogyasztót, akkor a keresztmetszet az egyik 500 Ω ellenállású fogyasztó keresztmetszetének kétszerese, az eredő ellenállás pedig az 500 Ω ellenállású fogyasztó ellenállásának a fele lesz:

$$R_{ea} = \frac{R_1}{2} = \frac{500\ \Omega}{2} = 250\ \Omega.$$

b) $R_2 = 100\ \Omega$, $R_3 = 300\ \Omega$.

Az előző meggondolás szerint a 100 Ω ellenállású fogyasztó három darab párhuzamosan kapcsolt, 300 Ω ellenállású fogyasztóval helyettesíthető. A négy darab

300 Ω ellenállású, párhuzamosan kapcsolt fogyasztó eredő ellenállása a 300 Ω ellenállású fogyasztó ellenállásának a negyede lesz:

$$R_{eb} = \frac{R_3}{4} = \frac{300\ \Omega}{4} = 75\ \Omega.$$

c) $R_4 = 200\ \Omega$, $R_5 = 300\ \Omega$.
A 200 Ω ellenállású fogyasztó három darab, a 300 Ω ellenállású fogyasztó pedig két darab 600 Ω ellenállású, párhuzamosan kapcsolt fogyasztóval helyettesíthető. Az öt darab 600 Ω ellenállású, párhuzamosan kapcsolt fogyasztó eredő ellenállása a 600 Ω ellenállású fogyasztó ellenállásának az ötöde lesz:

$$R_{ec} = \frac{3R_4}{5} = \frac{3 \cdot 200\ \Omega}{5} = 120\ \Omega.$$

Megjegyzés. Természetesen a feladat a párhuzamosan kapcsolt fogyasztók eredő ellenállásának kiszámítására megismert összefüggés felhasználásával is megoldható.

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R},$$

$$R_e = \frac{R}{2}.$$

1667. Az ellenállások sokfélék lehetnek, legegyszerűbb, ha huzalból készülnek. A feladat megoldásában felhasználjuk, hogy huzalellenállásról van szó! A nyert eredményt ez nem befolyásolja.
a) Ha párhuzamosan kapcsolunk N darab, R ellenállású fogyasztót, akkor a keresztmetszet az R ellenállású fogyasztó keresztmetszetének N-szerese, az eredő ellenállás pedig az R ellenállású fogyasztó ellenállásának N-ed része lesz:

$$R_{ea} = \frac{R}{N}.$$

b) Az R_1 ellenállású fogyasztó N darab párhuzamosan kapcsolt R_2 ellenállású fogyasztóval helyettesíthető. Az $N + 1$ darab R_2 ellenállású, párhuzamosan kapcsolt fogyasztó eredő ellenállása az R_2 ellenállású fogyasztó ellenállásának $(N + 1)$-ed része lesz:

$$R_{eb} = \frac{R_2}{N+1} = \frac{N}{N+1} R_1.$$

c) Az R_1 ellenállású fogyasztó N darab, az R_2 ellenállású fogyasztó M darab R ellenállású, párhuzamosan kapcsolt fogyasztóval helyettesíthető ($R = N \cdot R_1$ és $R = M \cdot R_2$). Az $N + M$ darab, R ellenállású, párhuzamosan kapcsolt fogyasztó eredő ellenállása az R ellenállású fogyasztó ellenállásának $(N + M)$-ed része lesz:

$$R_{ec} = \frac{R}{N+M} = \frac{N}{N+M} R_1 = \frac{M}{N+M} R_2.$$

1668. $R_1 = 50\ \Omega$, $R_2 = 200\ \Omega$, $U = 13{,}5\ \text{V}$.

a) A fogyasztók eredő ellenállása:

$$R_e = R_1 + R_2 = 50\ \Omega + 200\ \Omega = 250\ \Omega.$$

b) A fogyasztókon áthaladó áram erőssége:

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{13{,}5\ \text{V}}{250\ \Omega} = 0{,}054\ \text{A} = 54\ \text{mA}.$$

c) Az 50 Ω ellenállású fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_1 = I \cdot R_1 = 0{,}054\ \text{A} \cdot 50\ \Omega = 2{,}7\ \text{V}.$$

A 200 Ω ellenállású fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_2 = U - U_1 = 13{,}5\ \text{V} - 2{,}7\ \text{V} = 10{,}8\ \text{V}.$$

1669. $R_1 = 50\ \Omega$, $R_2 = 200\ \Omega$, $U = 13{,}5\ \text{V}$.

a) A fogyasztók eredő ellenállása:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2},$$

$$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{50\ \Omega \cdot 200\ \Omega}{50 + 200\ \Omega} = 40\ \Omega.$$

b) Az áram erőssége a főágban:

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{13{,}5\ \text{V}}{40\ \Omega} = 0{,}3375\ \text{A} = 337{,}5\ \text{mA}.$$

c) Az 50 Ω ellenállású fogyasztón áthaladó áram erőssége:

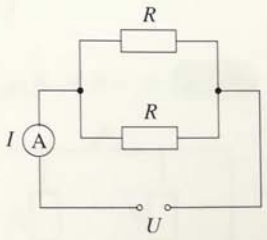
$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{13{,}5\ \text{V}}{50\ \Omega} = 0{,}27\ \text{A} = 270\ \text{mA}.$$

A 200 Ω ellenállású fogyasztón áthaladó áram erőssége:

$$I_2 = I - I_1 = 337{,}5\ \text{mA} - 270\ \text{mA} = 67{,}5\ \text{mA}.$$

1670. $U = 9$ V, $R = 100\ \Omega$.

Átrajzolás után a kapcsolás a következő:



a) Az eredő ellenállás:

$$R_e = \frac{R}{2} = \frac{100\ \Omega}{2} = 50\ \Omega.$$

b) Az ampermérő által mutatott érték:

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{9\ \text{V}}{50\ \Omega} = 0{,}18\ \text{A} = 180\ \text{mA}.$$

III.

1671. *a)* és *c)* Csak a felső izzólámpa van az áramkörbe kapcsolva:

$$R_{ea} = R_{ec} = R.$$

b) Mindhárom izzólámpa párhuzamosan van az áramkörbe kapcsolva:

$$R_{eb} = \frac{R}{3}.$$

d) A felső és a középső izzólámpa van az áramkörbe kapcsolva:

$$R_{ed} = \frac{R}{2}.$$

1672. $R = 48\ \Omega$, $U = 12$ V.

a) Az eredő ellenállás:

$$R_{ea} = R = 48\ \Omega.$$

Az áramerősség:

$$I_a = \frac{U}{R_{ea}} = \frac{12\ \text{V}}{48\ \Omega} = 0{,}25\ \text{A} = 250\ \text{mA}.$$

A két telep párhuzamosan van kapcsolva, az elektromos erő megegyezik egyetlen telep elektromos erejével.

b) és *c)* Az eredő ellenállás:

$$R_{eb} = R_{ec} = \frac{R}{2} = \frac{48\ \Omega}{2} = 24\ \Omega.$$

Az áramerősség:

$$I_b = I_c = \frac{U}{R_{eb}} = \frac{U}{R_{ec}} = \frac{12\ \text{V}}{24\ \Omega} = 0{,}5\ \text{A} = 500\ \text{mA}.$$

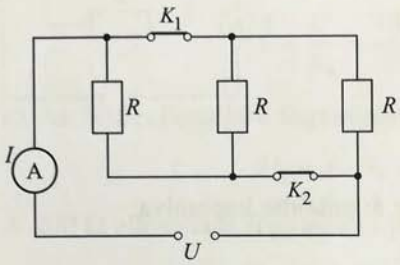
d) Az eredő ellenállás:

$$R_{ed} = \frac{R}{3} = \frac{48\ \Omega}{3} = 16\ \Omega.$$

Az áramerősség:

$$I_d = \frac{U}{R_{ed}} = \frac{12\ \text{V}}{16\ \Omega} = 0{,}75\ \text{A} = 750\ \text{mA}.$$

1673. $U = 9$ V, $R = 120\ \Omega$.

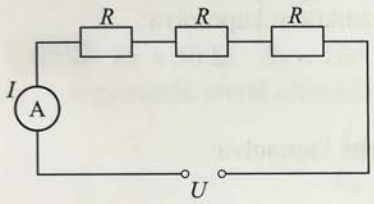


a) Az eredő ellenállás:

$$R_{ea} = \frac{R}{3} = \frac{120\ \Omega}{3} = 40\ \Omega.$$

Az áramerősség:

$$I_a = \frac{U}{R_{ea}} = \frac{9\ \text{V}}{40\ \Omega} = 0{,}225\ \text{A} = 225\ \text{mA}.$$

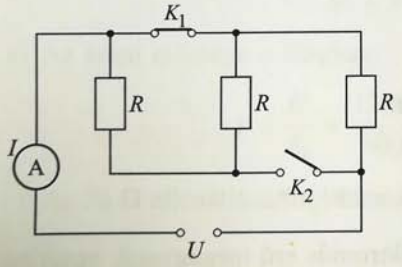


b) Az eredő ellenállás:

$$R_{eb} = 3R = 3 \cdot 120\ \Omega = 360\ \Omega.$$

Az áramerősség:

$$I_b = \frac{U}{R_{eb}} = \frac{9\ \text{V}}{360\ \Omega} = 0{,}025\ \text{A} = 25\ \text{mA}.$$



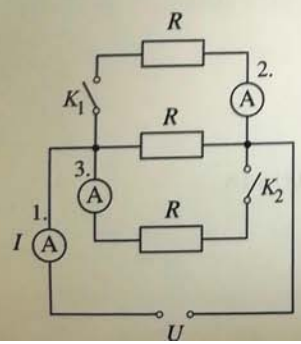
c) és *d)* Az eredő ellenállás:

$$R_{ec} = R_{ed} = R = 120\ \Omega.$$

Az áramerősség:

$$I_c = I_d = \frac{U}{R_{ec}} = \frac{U}{R_{ed}} = \frac{9\ \text{V}}{120\ \Omega} = 0{,}075\ \text{A} = 75\ \text{mA}.$$

1674. $U = 4{,}5$ V, $R = 12\ \Omega$.



a) Az eredő ellenállás:

$$R_{ea} = \frac{R}{3} = \frac{12\ \Omega}{3} = 4\ \Omega.$$

Az áramerősségek:

$$I_{1a} = \frac{U}{R_{ea}} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{4\ \Omega} = 1{,}125\ \text{A},$$

$$I_{2a} = I_{3a} = \frac{I_{1a}}{3} = \frac{1{,}125\ \text{A}}{3} = 0{,}375\ \text{A} = 375\ \text{mA}.$$

b) Az eredő ellenállás:

$$R_{eb} = R = 12\ \Omega.$$

Az áramerősségek:

$$I_{1b} = \frac{U}{R_{eb}} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{12\ \Omega} = 0{,}375\ \text{A} = 375\ \text{mA},$$

$$I_{2b} = I_{3b} = 0\ \text{A}.$$

c) Az eredő ellenállás:

$$R_{ec} = \frac{R}{2} = \frac{12\ \Omega}{2} = 6\ \Omega.$$

Az áramerősségek:

$$I_{1c} = \frac{U}{R_{ec}} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{6\ \Omega} = 0{,}75\ \text{A} = 750\ \text{mA},$$

$$I_{2c} = 0\ \text{A},$$

$$I_{3c} = \frac{I_{1c}}{2} = \frac{0{,}75\ \text{V}}{2\ \Omega} = 0{,}375\ \text{A} = 375\ \text{mA}.$$

d) Az eredő ellenállás:

$$R_{ed} = \frac{R}{2} = \frac{12\ \Omega}{2} = 6\ \Omega.$$

Az áramerősségek:

$$I_{1d} = \frac{U}{R_{ed}} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{6\ \Omega} = 0{,}75\ \text{A} = 750\ \text{mA},$$

$$I_{2d} = \frac{I_{1d}}{2} = \frac{0{,}75\ \text{V}}{2\ \Omega} = 0{,}375\ \text{A} = 375\ \text{mA},$$

$$I_{3d} = 0\ \text{A}.$$

1675. $U = 12\ \text{V}$, $U_3 = 4\ \text{V}$, $R_1 = 6\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$.

a) A sorosan kapcsolt fogyasztókra jutó feszültségre fennáll:

$$U_1 + U_2 + U_3 = U,$$

ahonnan:

$$U_1 + U_2 = U - U_3 = 12\ \text{V} - 4\ \text{V} = 8\ \text{V}.$$

A két fogyasztó ellenállásának ismeretében:

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 10\ \Omega.$$

A körben folyó áram erőssége:

$$I = \frac{U_1 + U_2}{R_{12}} = \frac{8\ \text{V}}{10\ \Omega} = 0{,}8\ \text{A}.$$

III.

b) Az ismeretlen fogyasztó ellenállása:

$$R_3 = \frac{U_3}{I} = \frac{4\ \text{V}}{0{,}8\ \text{A}} = 5\ \Omega.$$

c) A 6 Ω ellenállású fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_1 = I \cdot R_1 = 0{,}8\ \text{A} \cdot 6\ \Omega = 4{,}8\ \text{V}.$$

A 4 Ω ellenállású fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_2 = I \cdot R_2 = 0{,}8\ \text{A} \cdot 4\ \Omega = 3{,}2\ \text{V}.$$

1676. $I = 1{,}8$ A, $I_1 = 0{,}8$ A, $R_2 = 150\ \Omega$, $R_3 = 100\ \Omega$.
A párhuzamosan kapcsolt fogyasztókra jutó feszültségek megegyeznek:

$$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3,$$

ahonnan:

$$I_3 = \frac{R_2}{R_3} \cdot I_2 = \frac{150\ \Omega}{100\ \Omega} \cdot I_2 = 1{,}5 \cdot I_2.$$

A főágban folyó áram erőssége egyenlő a mellékágakban folyó áramok erősségeinek összegével:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = I_1 + I_2 + 1{,}5I_2 = I_1 + 2{,}5I_2,$$

amiből:

$$I_2 = \frac{I - I_1}{2{,}5} = \frac{1{,}8\ \text{A} - 0{,}8\ \text{A}}{2{,}5} = 0{,}4\ \text{A}.$$

A feszültségek egyenlőségéből:

$$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2,$$

ahonnan az ismeretlen fogyasztó ellenállása:

$$R_1 = \frac{I_2 \cdot R_2}{I_1} = \frac{0{,}4\ \text{A} \cdot 150\ \Omega}{0{,}8\ \text{A}} = 75\ \Omega.$$

1677. $I_1 = 750\ \text{mA} = 0{,}75$ A, $R_1 = 48\ \Omega$, $R_2 = 12\ \Omega$, $R_3 = 32\ \Omega$.
a) Az R_1 ellenállású fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 0{,}75\ \text{A} \cdot 48\ \Omega = 36\ \text{V}.$$

Az R_2 ellenállású fogyasztót az R_1 ellenállású fogyasztóval párhuzamosan kapcsolták. A 2. ampermérő a rajta átfolyó áram erősségét méri:

$$I_2 = \frac{U_1}{R_2} = \frac{36\ \text{V}}{12\ \Omega} = 3\ \text{A}.$$

A 3. ampermérő a főágban folyó áram erősségét mutatja:

$$I = I_1 + I_2 = 0{,}75\ \text{A} + 3\ \text{A} = 3{,}75\ \text{A}.$$

b) A 4. voltmérő a főágba sorosan kapcsolt R_3 ellenállású fogyasztóra jutó feszültséget méri:

$$U_3 = I \cdot R_3 = 3{,}75\ \text{A} \cdot 32\ \Omega = 120\ \text{V}.$$

c) Az $R_2 = 12\ \Omega$ ellenállású fogyasztó négy darab $R_1 = 48\ \Omega$ ellenállású fogyasztóval helyettesíthető. Így a teljes áramkörben az eredő ellenállás:

$$R_e = \frac{R_1}{5} + R_3 = \frac{48\ \Omega}{5} + 32\ \Omega = 41{,}6\ \Omega.$$

d) A feszültségforrás feszültsége:

$$U = U_1 + U_3 = 36\ \text{V} + 120\ \text{V} = 156\ \text{V}.$$

1678. $R_1 = 200\ \Omega$, $R_1 = 100\ \Omega$, $\Delta U = 4\ \text{V}$.

Ha a K kapcsoló nyitott, akkor az R_1 és az R_2 ellenállású fogyasztókat sorosan kapcsolták. A voltmérő által mutatott érték ekkor legyen U_1! Az áramkörben az áram erőssége:

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{U_1}{R_2}.$$

Ebből a voltmérő által mutatott érték:

$$U_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U = \frac{100\ \Omega}{200\ \Omega + 100\ \Omega} \cdot U = \frac{U}{3}.$$

Ha a K kapcsoló zárt, akkor a párhuzamosan kapcsolt R_2 ellenállású fogyasztók lesznek sorosan kötve az R_1 ellenállású fogyasztóval. A voltmérő által mutatott érték ekkor legyen U_2! Az áramerősségre felírható:

$$I_2 = \frac{U}{R_1 + \frac{R_2}{2}} = \frac{U_2}{\frac{R_2}{2}}.$$

Ebből a voltmérő által mutatott érték:

$$U_2 = \frac{\frac{R_2}{2}}{R_1 + \frac{R_2}{2}} \cdot U = \frac{\frac{100\ \Omega}{2}}{200\ \Omega + \frac{100\ \Omega}{2}} = \frac{U}{5}.$$

A kapott értékekből kitűnik, hogy $U_1 > U_2$, ezért

$$\frac{U}{3} = \frac{U}{5} + \Delta U,$$

III.

amiből a feszültségforrás feszültsége:

$$U = \frac{15}{2} \cdot \Delta U = 7{,}5 \cdot 4 \text{ V} = 30 \text{ V}.$$

1679. $U = 18$ V, $R_1 = 25\ \Omega$, $R_2 = 75\ \Omega$, $\Delta U = 4{,}5$ V.

a) A K kapcsoló nyitott állásakor az eredő ellenállás:

$$R_e = R_1 + R_2 = 25\ \Omega + 75\ \Omega = 100\ \Omega.$$

Az ampermérő által mért áramerősség:

$$I_1 = \frac{U}{R_e} = \frac{18 \text{ V}}{100\ \Omega} = 0{,}18 \text{ A}.$$

A voltmérő által mutatott érték:

$$U_2 = I_1 \cdot R_2 = 0{,}18 \text{ A} \cdot 75\ \Omega = 13{,}5 \text{ V}.$$

A K kapcsoló zárt állásakor a párhuzamosan kapcsolt R_2 és az R_3 ellenállású fogyasztók eredő ellenállása kisebb lesz R_2 értékénél. Az áramkör többi eleme nem változik, ezért a voltmérő ebben az esetben ΔU-val kisebb feszültséget fog mutatni:

$$U_3 = U_2 - \Delta U = 13{,}5 \text{ V} - 4{,}5 \text{ V} = 9 \text{ V}.$$

Az R_1 ellenállású fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_4 = U - U_3 = 18 \text{ V} - 9 \text{ V} = 9 \text{ V}.$$

A főágban folyó áram erőssége zárt kapcsolóállásban:

$$I_2 = \frac{U_4}{R_1} = \frac{9 \text{ V}}{25\ \Omega} = 0{,}36 \text{ A}.$$

A K kapcsoló zárása következtében az áramerősség megváltozása:

$$\Delta I = I_2 - I_1 = 0{,}36 \text{ A} - 0{,}18 \text{ A} = 0{,}18 \text{ A}.$$

b) A K kapcsoló zárása után az R_2 ellenállású fogyasztón átfolyó áram erőssége:

$$I_3 = \frac{U_3}{R_2} = \frac{9 \text{ V}}{75\ \Omega} = 0{,}12 \text{ A}.$$

Az R_3 ellenállású fogyasztón átfolyó áram erőssége:

$$I_4 = I_2 - I_3 = 0{,}36 \text{ A} - 0{,}12 \text{ A} = 0{,}24 \text{ A}.$$

Az ismeretlen ellenállás értéke:

$$R_3 = \frac{U_3}{I_4} = \frac{9 \text{ V}}{0{,}24 \text{ A}} = 37{,}5\ \Omega.$$

1680. $U = 42$ V, $t = 3$ s, $Q_1 = 1{,}8$ C.

a) Az áramerősség:

$$I_1 = \frac{Q_1}{t} = \frac{1{,}8\ \text{C}}{3\ \text{s}} = 0{,}6\ \text{A}.$$

A sorosan kapcsolt fogyasztók eredő ellenállása:

$$R_e = \frac{U}{I_1} = \frac{42\ \text{V}}{0{,}6\ \text{A}} = 70\ \Omega,$$

mivel:

$$R_e = 2R.$$

Az egyenletek összevetéséből egy fogyasztó ellenállása:

$$R = \frac{R_e}{2} = \frac{70\ \Omega}{2} = 35\ \Omega.$$

b) A párhuzamosan kapcsolt fogyasztókon áthaladó áram erőssége megegyezik:

$$I_2 = \frac{U}{R} = \frac{42\ \text{V}}{35\ \Omega} = 1{,}2\ \text{A}.$$

A fogyasztókon külön-külön átáramló töltés:

$$Q_2 = I_2 \cdot t = 1{,}2\ \text{A} \cdot 3\ \text{s} = 3{,}6\ \text{C}.$$

c) A megadott idő alatt végzett munka soros kapcsolás esetén:

$$W_1 = Q_1 \cdot U = 1{,}8\ \text{C} \cdot 42\ \text{V} = 75{,}6\ \text{J}.$$

A megadott idő alatt végzett munka párhuzamos kapcsolás esetén:

$$W_2 = 2Q_2 \cdot U = 2 \cdot 3{,}6\ \text{C} \cdot 42\ \text{V} = 302{,}4\ \text{J}.$$

1681. $I_2 = 1{,}2$ A, $R_1 = 24\ \Omega$, $R_2 = 16\ \Omega$, $U_1 = \frac{2U}{3}$.

a) Az R_2 ellenállású fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_2 = I_2 \cdot R_2 = 1{,}2\ \text{A} \cdot 16\ \Omega = 19{,}2\ \text{V}.$$

A feltétel és a soros kapcsolás összefüggései szerint:

$$U = U_1 + U_2 = \frac{2U}{3} + U_2,$$

amiből a feszültségforrás feszültsége:

$$U = 3U_2 = 3 \cdot 19{,}2\ \text{V} = 57{,}6\ \text{V}.$$

b) A főágban folyó áram erőssége:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{2U}{3R_1} = \frac{2 \cdot 57{,}6\ \text{V}}{3 \cdot 24\ \Omega} = 1{,}6\ \text{A}.$$

Az R_3 ellenállású fogyasztón átfolyó áram erőssége:

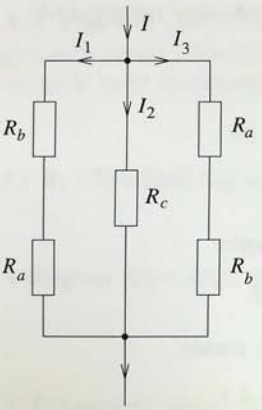
$$I_3 = I_1 - I_2 = 1{,}6\ \text{A} - 1{,}2\ \text{A} = 0{,}4\ \text{A}.$$

Az ismeretlen fogyasztó ellenállása:

$$R_3 = \frac{U_2}{I_3} = \frac{19{,}2\ \text{V}}{0{,}4\ \text{A}} = 48\ \Omega.$$

1682. $I = 4{,}3$ A, $\frac{a}{b} = \frac{5}{12}$.

Legyen $a = 5l$, az l hosszúságú huzal ellenállása pedig R_0. A feltétel szerint ekkor $b = 12l$ és $c = 13l$.



Az egyes huzalok ellenállása:

$$R_a = 5R_0, \qquad R_b = 12R_0, \qquad R_c = 13R_0.$$

A huzalokból álló rendszer a mellékelt kapcsolással helyettesíthető. A mellékágak végpontjai között a feszültség megegyezik:

$$I_1 \cdot (R_b + R_a) = I_2 \cdot R_c,$$
$$I_1 \cdot (12R_0 + 5R_0) = I_2 \cdot 13R_0,$$

amiből:

$$I_1 = \frac{13R_0}{17R_0} \cdot I_2 = \frac{13}{17} \cdot I_2.$$

Továbbá

$$I_1 = I_3.$$

A főágban folyó áram erőssége megegyezik a mellékágakban folyó áramok erősségeinek összegével:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 2I_1 + I_2 = 2 \cdot \frac{13}{17} \cdot I_2 + I_2 = \frac{43}{17} \cdot I_2.$$

Az egyes ágakban folyó áramok erőssége:

$$I_2 = \frac{17}{43} \cdot I = \frac{17}{43} \cdot 4{,}3\ \text{A} = 1{,}7\ \text{A},$$

illetve:

$$I_1 = I_3 = \frac{I - I_2}{2} = \frac{4{,}3\ \text{A} - 1{,}7\ \text{A}}{2} = 1{,}3\ \text{A}.$$

1683. $\frac{I_1}{I_2} = \frac{3}{5}$, $U = 4{,}5$ V, $I = 480$ mA $= 0{,}48$ A.

a) A feltételből:

$$I_1 = \frac{3}{5} I_2 = 0{,}6 I_2.$$

A főágban folyó áram erőssége:

$$I = I_1 + I_2 = 0{,}6 I_2 + I_2 = 1{,}6 I_2.$$

Az egyik fogyasztón áthaladó áram erőssége:

$$I_2 = \frac{I}{1{,}6} = \frac{0{,}48 \text{ A}}{1{,}6} = 0{,}3 \text{ A},$$

illetve a másik fogyasztón áthaladó áram erőssége:

$$I_1 = 0{,}6 I_2 = 0{,}6 \cdot 0{,}3 \text{ A} = 0{,}18 \text{ A}.$$

b) Párhuzamos kapcsolás esetén mindkét fogyasztóra ugyanakkora feszültség jut. Így az egyik fogyasztó ellenállása:

$$R_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{4{,}5 \text{ V}}{0{,}18 \text{ A}} = 25 \ \Omega,$$

illetve a másik fogyasztó ellenállása:

$$R_2 = \frac{U}{I_2} = \frac{4{,}5 \text{ V}}{0{,}3 \text{ A}} = 15 \ \Omega.$$

1684. $I_1 = 0{,}8$ A, $I_2 = 1{,}2$ A, $R_{\text{es}} = 250 \ \Omega$.

A fogyasztók párhuzamos kapcsolásakor a fogyasztókra jutó feszültségek megegyeznek:

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2,$$

ahonnan:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{1{,}2 \text{ A}}{0{,}8 \text{ A}} = 1{,}5,$$

illetve:

$$R_1 = 1{,}5 R_2.$$

A feltétel szerint:

$$R_{\text{es}} = R_1 + R_2 = 250 \ \Omega,$$

beírva az R_1-re kapott értéket:

$$1{,}5 R_2 + R_2 = 250 \ \Omega.$$

III.

Az összevonás és a rendezés után az egyik fogyasztó ellenállása:

$$R_2 = 100\ \Omega,$$

illetve a másik fogyasztó ellenállása:

$$R_1 = 1{,}5R_2 = 1{,}5 \cdot 100\ \Omega = 150\ \Omega.$$

1685. $U_{AB} = 120$ V, $R_1 = 30\ \Omega$, $R_2 = 90\ \Omega$, $R_3 = 26\ \Omega$.
A sorosan kapcsolt fogyasztók eredő ellenállása a felső ágban:

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 30\ \Omega + 90\ \Omega = 120\ \Omega.$$

$\frac{1}{R'_e} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_1}$ a párhuzamosan kapcsolat ellenállások eredője.
Így az eredő ellenállás

$$R_e = \frac{R_{12}}{5} + R_3 = \frac{120\ \Omega}{5} + 26\ \Omega = 50\ \Omega.$$

Az áramkörben folyó áram erőssége:

$$I = \frac{U_{AB}}{R_e} = \frac{120\ \text{V}}{50\ \Omega} = 2{,}4\ \text{A}.$$

A D és a B pontok közötti feszültség:

$$U_{DB} = I \cdot R_3 = 2{,}4\ \text{A} \cdot 26\ \Omega = 62{,}4\ \text{V}.$$

Az A és a D pontok közötti feszültség:

$$U_{AD} = U_{AB} - U_{DB} = 120\ \text{V} - 62{,}4\ \text{V} = 57{,}6\ \text{V}.$$

A sorosan kapcsolt R_1 és R_2 ellenállású fogyasztókon átfolyó áram erőssége:

$$I_1 = \frac{U_{AD}}{R_{12}} = \frac{57{,}6\ \text{V}}{120\ \Omega} = 0{,}48\ \text{A}.$$

A C és a D pontok között mérhető feszültség:

$$U_{CD} = I_1 \cdot R_2 = 0{,}48\ \text{A} \cdot 90\ \Omega = 43{,}2\ \text{V}.$$

1686. $R_e = 132\ \Omega$.

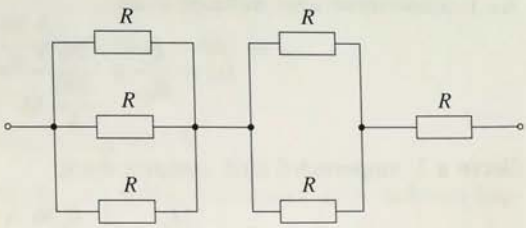
Legyen a huzal darabolása során kapott legrövidebb, $\frac{l}{6}$ hosszúságú darab ellenállása R. Az eredeti huzal ellenállása így $R_h = 6R$.
A darabolás után kapott huzalok egymás mellé forrasztása utáni állapot a mellékelt kapcsolással helyettesíthető.

Ekkor az eredő ellenállás:

$$R_e = \frac{R}{3} + \frac{R}{2} + R = \frac{11}{6}R,$$

amiből a legrövidebb huzal ellenállása:

$$R = \frac{6}{11}R_e = \frac{6}{11} \cdot 132\ \Omega = 72\ \Omega.$$



A feldarabolás előtti huzal ellenállása:

$$R_h = 6R = 6 \cdot 72\ \Omega = 432\ \Omega.$$

III.

1687. $U = 24$ V, $R = 100\ \Omega$.

a) Az eredő ellenállás:

$$\frac{1}{R_{ea}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{2}{2R}.$$

$$R_{ea} = \frac{2R}{2} = R = 100\ \Omega.$$

Az 1. ampermérő által mutatott érték:

$$I_{1a} = \frac{U}{R_{ea}} = \frac{24\ \text{V}}{100\ \Omega} = 0{,}24\ \text{A},$$

illetve a 2. ampermérő által mutatott érték:

$$I_{2a} = \frac{I_{1a}}{2} = \frac{0{,}24\ \text{A}}{2} = 0{,}12\ \text{A}.$$

b) Az eredő ellenállás:

$$R_{eb} = \frac{R}{2} = \frac{100\ \Omega}{2} = 50\ \Omega.$$

Az 1. ampermérő által mutatott érték:

$$I_{1b} = \frac{U}{R_{eb}} = \frac{24\ \text{V}}{50\ \Omega} = 0{,}48\ \text{A},$$

illetve a 2. ampermérő által mutatott érték:

$$I_{2b} = \frac{I_{1a}}{2} = \frac{0{,}48\ \text{A}}{2} = 0{,}24\ \text{A}.$$

c) Az eredő ellenállás:

$$R_{ec} = \frac{2R}{3} = \frac{2 \cdot 100\ \Omega}{3} = \frac{200}{3}\ \Omega.$$

Az 1. ampermérő által mutatott érték:

$$I_{1c} = \frac{U}{R_{ec}} = \frac{24\ \text{V}}{\frac{200}{3}\ \Omega} = 0{,}36\ \text{A},$$

illetve a 2. ampermérő által mutatott érték:

$$I_{2c} = \frac{2I_{1c}}{3} = \frac{2 \cdot 0{,}36\ \text{A}}{3} = 0{,}24\ \text{A}.$$

d) Az eredő ellenállás:

$$R_{ed} = R_{ec} = \frac{200}{3}\ \Omega.$$

Az 1. ampermérő által mutatott érték:

$$I_{1d} = I_{1c} = 0{,}36\ \text{A},$$

illetve a 2. ampermérő által mutatott érték:

$$I_{2d} = \frac{I_{1d}}{3} = \frac{0{,}36\ \text{A}}{3} = 0{,}12\ \text{A}.$$

1688. $U = 12\ \text{V}$, $R = 25\ \Omega$.

a) Ekkor az ellenállások sorosan kapcsolódnak. Az eredő ellenállás:

$$R_{ea} = 3R = 3 \cdot 25\ \Omega = 75\ \Omega.$$

Az ampermérők által mutatott értékek:

$$I_{1a} = I_{2a} = \frac{U}{R_{ea}} = \frac{12\ \text{V}}{75\ \Omega} = 0{,}16\ \text{A} = 160\ \text{mA}.$$

A voltmérők által mutatott értékek:

$$U_{3a} = U_{4a} = U_{5a} = \frac{U}{3} = \frac{12\ \text{V}}{3} = 4\ \text{V}.$$

b) Ekkor az ellenállások párhuzamosan kapcsolódnak. Az eredő ellenállás:

$$R_{eb} = \frac{R}{3} = \frac{25\ \Omega}{3} = \frac{25}{3}\ \Omega.$$

Az ampermérők által mutatott értékek:

$$I_{1b} = \frac{U}{R_{eb}} = \frac{12\ \text{V}}{\frac{25}{3}\ \Omega} = 1{,}44\ \text{A},$$

illetve:

$$I_{2b} = \frac{I_{1b}}{3} = \frac{1{,}44\ \text{A}}{3} = 0{,}48\ \text{A} = 480\ \text{mA}.$$

A voltmérők által mutatott értékek:

$$U_{3b} = U_{4b} = U_{5b} = 12\ \text{V}.$$

c) Áram csak azon a fogyasztón folyik, amelyik kivezetéseire az 5. műszert kapcsolták.

Az ampermérők által mutatott értékek:

$$I_{1c} = \frac{U}{R} = \frac{12\ \text{V}}{25\ \Omega} = 0{,}48\ \text{A} = 480\ \text{mA},$$

illetve:

$$I_{2c} = 0\ \text{A}.$$

A voltmérők által mutatott értékek:

$$U_{3c} = U_{4c} = 0\ \text{V},$$

illetve:

$$U_{5c} = U = 12\ \text{V}.$$

d) Csak azon a fogyasztón folyik áram, amelyik kivezetéseire a 3. műszert kapcsolták.

Az ampermérők által mutatott értékek:

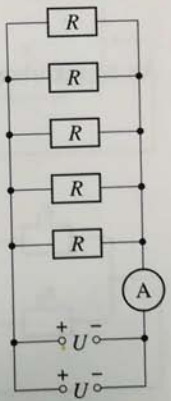
$$I_{1d} = I_{2d} = I_{1c} = 0{,}48\ \text{A} = 480\ \text{mA}.$$

A voltmérők által mutatott értékek:

$$U_{3d} = U = 12\ \text{V}, \qquad \text{illetve:} \qquad U_{4d} = U_{5d} = 0\ \text{V}.$$

1689. $R = 100\ \Omega$, $U = 4{,}5\ \text{V}$, $N = 2$.

Az eredeti kapcsolás az átrajzolás után az ábrán látható.



Az eredő ellenállás:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R},$$

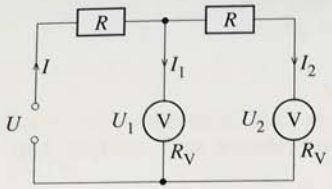
$$R_e = \frac{R}{5} = \frac{100\ \Omega}{5} = 20\ \Omega.$$

A párhuzamosan kapcsolt feszültségforrások feszültsége 4,5 V.

Az ampermérő a főágban folyó áram erősségét méri:

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{20\ \Omega} = 0{,}225\ \text{A} = 225\ \text{mA}.$$

1690. $R_V = 10^4\ \Omega$, $U_1 = 1{,}5\ \text{V}$, $U_2 = 1\ \text{V}$.



a) A voltmérőkön átfolyó áramok erőssége:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_V} = \frac{1{,}5\ \text{V}}{10^4\ \Omega} = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{A},$$

illetve:

$$I_2 = \frac{U_2}{R_V} = \frac{1\ \text{V}}{10^4\ \Omega} = 10^{-4}\ \text{A}.$$

A fogyasztó ellenállása:

$$R = \frac{U_1 - U_2}{I_2} = \frac{1{,}5\ \text{V} - 1\ \text{V}}{10^{-4}\ \text{A}} = 0{,}5 \cdot 10^4\ \Omega = 5\ \text{k}\Omega.$$

b) A fogyasztók párhuzamos kapcsolására vonatkozó törvény szerint:

$$I = I_1 + I_2 = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{A} + 10^{-4}\ \text{A} = 2{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{A}.$$

A feszültségforrás feszültsége:

$$U = I \cdot R + U_1 = 2{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{A} \cdot 0{,}5 \cdot 10^4\ \Omega + 1{,}5\ \text{V} = 2{,}75\ \text{V}.$$

1691. $R = 360\ \Omega$, $\alpha = 30°$, $U = 24\ \text{V}$.

a) A 180°-os középponti szöghöz R ellenállás, az α szöghöz pedig R_1 ellenállás tartozik, ahol

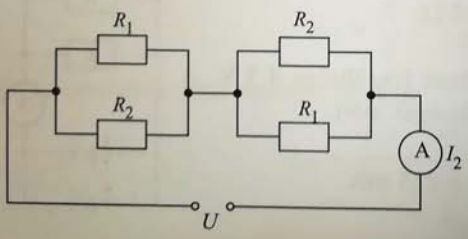
$$R_1 = \frac{R}{6} = \frac{360\ \Omega}{6} = 60\ \Omega.$$

A csúszka segítségével két ilyen ellenállást kapcsoltunk sorosan, amelyek eredője:

$$R_{e1} = 2R_1 = 2 \cdot 60\ \Omega = 120\ \Omega.$$

Az áramkörben folyó áram erőssége:

$$I_1 = \frac{U}{R_{e1}} = \frac{24\ \text{V}}{120\ \Omega} = 0{,}2\ \text{A} = 200\ \text{mA}.$$



b) Zárt körgyűrű esetén a kapcsolás az ábra szerintivel helyettesíthető. $R_1 = 60\ \Omega$, $R_2 = 300\ \Omega$. Így a teljes áramkörre az eredő ellenállás:

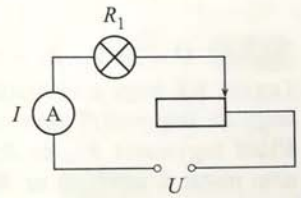
$$R_{e2} = 2\frac{5R_1}{6} = \frac{5 \cdot 60\ \Omega}{3} = 100\ \Omega.$$

Az ampermérő által mutatott érték:

$$I_2 = \frac{U}{R_{e2}} = \frac{24\ \text{V}}{100\ \Omega} = 0{,}24\ \text{A}.$$

1692. $U = 22\ \text{V}$, $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$.

a) Ha a csúszka a jobb oldalon van, akkor az áramkörbe csak az izzólámpa van bekapcsolva. Az eredő ellenállás megegyezik az izzólámpa ellenállásával:

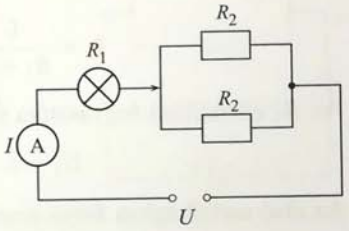


$$R_{e1} = R_1 = 10\ \Omega.$$

Az áramerősség:

$$I_1 = \frac{U}{R_{e1}} = \frac{22\ \text{V}}{10\ \Omega} = 2{,}2\ \text{A}.$$

Ha a csúszka a bal oldalon van, akkor az R_2 ellenállású fogyasztót és a változtatható ellenállású fogyasztó egészét párhuzamosan kapcsolták. Az eredő ellenállás a teljes áramkörre:

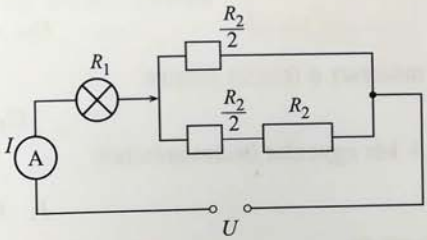


$$R_{e2} = \frac{R_2}{2} + R_1 = \frac{20\ \Omega}{2} + 10\ \Omega = 20\ \Omega.$$

Az áramerősség:

$$I_2 = \frac{U}{R_{e2}} = \frac{22\ \text{V}}{20\ \Omega} = 1{,}1\ \text{A}.$$

Ha a csúszka középen van, akkor a párhuzamosan kapcsolt $\frac{3R_2}{2}$ és $\frac{R_2}{2}$ eredője:



$$R_p = \frac{\frac{3R_2}{2}\,\frac{R_2}{2}}{\frac{3R_2}{2} + \frac{R_2}{2}} = \frac{3R_2}{8}.$$

Így a teljes áramkör eredő ellenállása:

$$R_{e3} = \frac{3R_2}{8} + R_1 = \frac{3 \cdot 20\ \Omega}{8} + 10\ \Omega = 17{,}5\ \Omega.$$

Az áramerősség:

$$I_3 = \frac{U}{R_{e3}} = \frac{22\ \text{V}}{17{,}5\ \Omega} = 1{,}26\ \text{A}.$$

III.

b) A számítások alapján megállapítható, hogy az ampermérő a legnagyobb értéket a csúszka jobb oldali helyzetében mutatja:

$$I_{max} = 2{,}2 \text{ A},$$

illetve a legkisebb értéket a csúszka bal oldali helyzetében:

$$I_{min} = 1{,}1 \text{ A}.$$

1693. $U = 24$ V, $R_1 = 60\ \Omega$, $R_2 = 180\ \Omega$, $R_3 = 320\ \Omega$.
Tegyük fel, hogy a változtatható ellenállású fogyasztó csúszkáját úgy állítottuk be, hogy az ampermérő nem mutat áramot. Ekkor a csúszkával a változtatható ellenállású fogyasztót R_{31} és R_{32} ellenállású részekre osztottuk. Az ampermérő akkor nem mutat áramot, ha az R_1 ellenállású fogyasztóra jutó feszültség megegyezik a változtatható ellenállású fogyasztó R_{31} ellenállású részére jutó feszültséggel.
A felső mellékágban folyó áram erőssége:

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{24 \text{ V}}{60\ \Omega + 180\ \Omega} = 0{,}1 \text{ A}.$$

Az R_1 ellenállású fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 0{,}1 \text{ A} \cdot 60\ \Omega = 6 \text{ V}.$$

Az alsó mellékágban folyó áram erőssége:

$$I_2 = \frac{U}{R_3} = \frac{24 \text{ V}}{320\ \Omega} = 0{,}075 \text{ A}.$$

A változtatható ellenállású fogyasztó R_{31} ellenállású részén jutó feszültség:

$$U_{31} = I_2 \cdot R_{31},$$

másrészt a feltétel szerint:

$$U_{31} = U_1.$$

A két egyenlet összevetéséből:

$$I_2 \cdot R_{31} = U_1,$$

amiből:

$$R_{31} = \frac{U_1}{I_2} = \frac{6 \text{ V}}{0{,}075 \text{ A}} = 80\ \Omega.$$

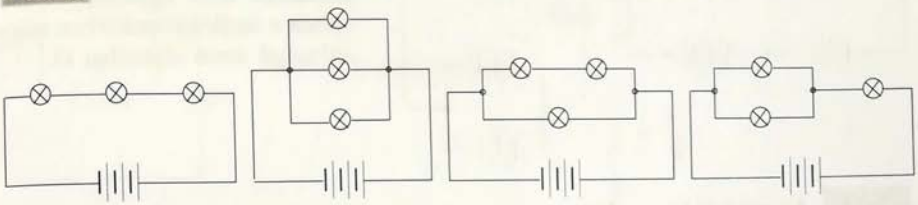
Az R_{32} pedig:

$$R_{32} = R_3 - R_{31} = 320\ \Omega - 80\ \Omega = 240\ \Omega.$$

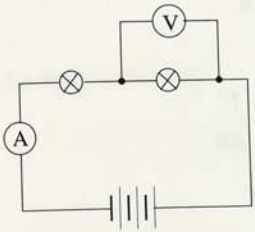
Az ampermérő tehát akkor nem mutat áramot, ha a csúszka a változtatható ellenállású fogyasztót 1 : 3 arányban osztja. Ugyanekkora R_1 és R_2 aránya is.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

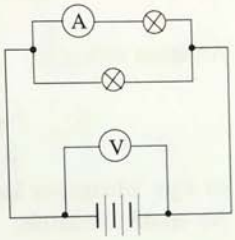
1694.



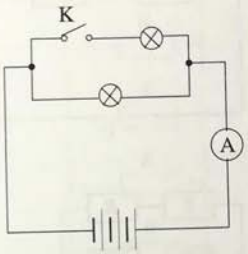
1695.



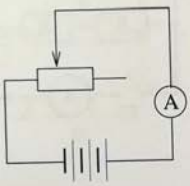
1696.



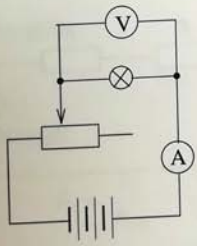
1697.



1698. A csúszka bal oldali állásában az áramkörben nincs ellenállás bekapcsolva, $R = 0$. Így $I = \frac{U}{R} = \infty$. Ezért az áramerősségmérő védelmére a csúszkát soha nem szabad a változtatható ellenállás bal oldaláig kihúzni, emiatt egy ütközőt tesznek oda.

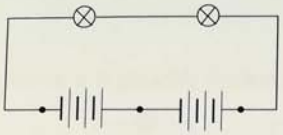


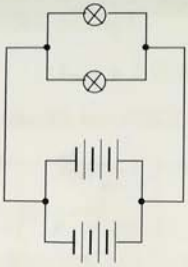
1699.



III.

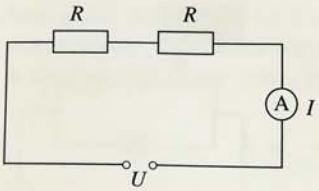
1700.





Megjegyzés. Két telepet nem szokás párhuzamosan kapcsolni, mivel ezek feszültsége a gyakorlatban nem egyenlő. Emiatt ebben a mellékáramkörben nagy erősségű áram alakulhat ki.

1701. Az eredeti kapcsolás:

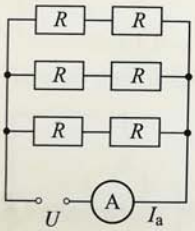


Az eredő ellenállás:

$$R_e = 2R.$$

Az áram erőssége:

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{U}{2R}.$$



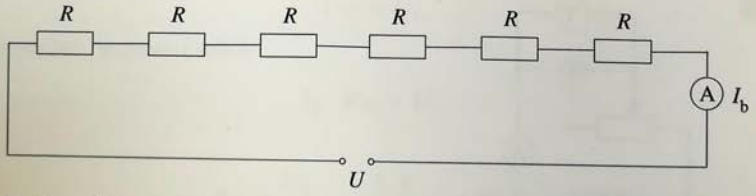
a) Egy lehetséges kapcsolás:
Az eredő ellenállás:

$$R_{ea} = \frac{2R}{3}.$$

Az áram erőssége:

$$I_a = \frac{U}{R_{ea}} = \frac{U}{\frac{2R}{3}} = 3\frac{U}{2R} = 3I.$$

b) Egy lehetséges kapcsolás:



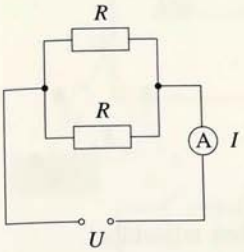
Az eredő ellenállás:

$$R_{eb} = 6R.$$

Az áram erőssége:

$$I_b = \frac{U}{R_{eb}} = \frac{U}{6R} = \frac{1}{3}\frac{U}{2R} = \frac{I}{3}.$$

1702. Az eredeti kapcsolás:



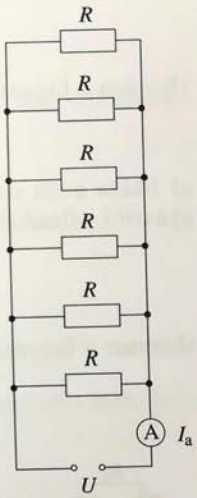
Az eredő ellenállás:

$$R_e = \frac{R}{2}.$$

Az áram erőssége:

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{U}{\frac{R}{2}} = \frac{2U}{R}.$$

a) Egy lehetséges kapcsolás:



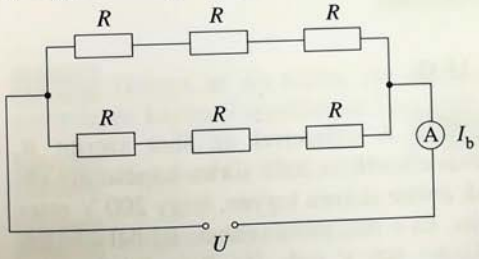
Az eredő ellenállás:

$$R_{ea} = \frac{R}{6}.$$

Az áram erőssége:

$$I_a = \frac{U}{R_{ea}} = \frac{U}{\frac{R}{6}} = 3\frac{2U}{R} = 3I.$$

b) Egy lehetséges kapcsolás:



Az eredő ellenállás:

$$R_{eb} = \frac{3R}{2}.$$

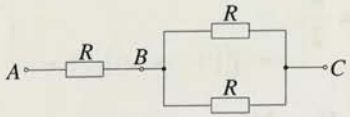
Az áram erőssége:

$$I_b = \frac{U}{R_{eb}} = \frac{U}{\frac{3R}{2}} = \frac{1}{3}\frac{2U}{R} = \frac{I}{3}.$$

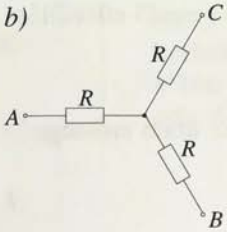
III.

1703. *a)* Három fogyasztót az alábbiak szerint lehet összekapcsolni:

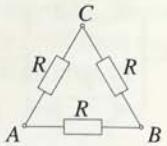
a)



b)



c)



Az $R_{AB} = R_{AC} = R_{BC} = 10\ \Omega$ feltétel, csak a *b)* és a *c)* esetben teljesülhet.
b) Ekkor a két sorosan kapcsolt, azonos ellenállású fogyasztó ellenállása:

$$R_{AB} = R_{AC} = R_{BC} = 2R_b = 10\ \Omega,$$

ahonnan a fogyasztó ellenállása:

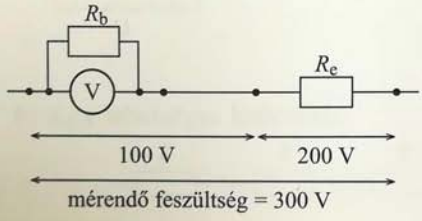
$$R_b = 5\ \Omega.$$

c) Ekkor a két sorosan, majd velük párhuzamosan kapcsolt, azonos ellenállású fogyasztók ellenállása:

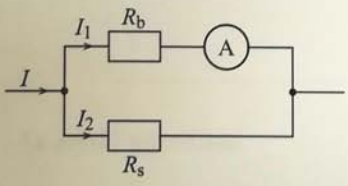
$$R_{AB} = R_{AC} = R_{BC} = \frac{2R_c}{3} = 10\ \Omega,$$

ahonnan a fogyasztó ellenállása:

$$R_c = 15\ \Omega.$$



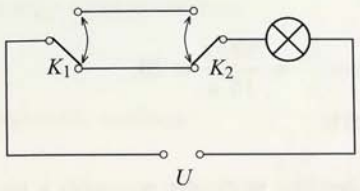
1704. A műszerrel az ábra szerint R_e előtét-ellenállást kell sorba kapcsolni. Ennek értéke akkora legyen, hogy 200 V essen rajta, ha a műszeren (annak R_b belső ellenállásán) 100 V esik. Ha $R_b = 5\ \text{k}\Omega$, akkor $R_e = 10\ \text{k}\Omega$ kell, hogy legyen.



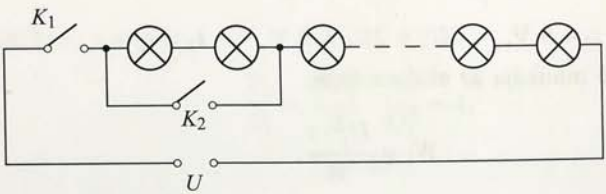
1705. Az ampermérővel párhuzamosan sönt (shunt) ellenállást kell kötni úgy, hogy az R_S ellenálláson $I_2 = 2 \cdot I_1$, az ampermérőn pedig I_1 erősségű áram folyjék. Tehát $R_S = \frac{R_b}{2}$, így $I = I_1 + I_2 = 3 \cdot I_1$.

1706. A voltmérővel sorba kötött ellenállást előtét-ellenállásnak nevezzük. Az ampermérővel párhuzamosan kötött ellenállást sönt (shunt) ellenállásnak nevezzük.

1707.



1708.



Az izzósor ki-be kapcsolása K_1 kapcsolóval történik. A két szélső izzó kiiktatására a K_2 kapcsoló szolgál (rövidzár beiktatása).

Az elektromos munka és teljesítmény

Tesztfeladatok

1709. Helyes az A) állítás. Az elektromos mező munkája nagyobb lesz, ha a zsebtelepre kapcsolt izzólámpát hosszabb ideig működtetik.

1710. Helyes a C) állítás

1711. Helyes a B) állítás.

1712. Helyes a C) állítás.

$$U = 9\ \text{V}, \qquad t_1 = 15\ \text{s}, \qquad t_2 = 5\ \text{min} = 300\ \text{s}.$$

Az elektromos mező munkája az első esetben:

$$W_1 = \frac{U^2 \cdot t_1}{R},$$

illetve a második esetben:

$$W_2 = \frac{U^2 \cdot t_2}{R}.$$

Összehasonlítva:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{U^2 \cdot t_2}{R} \cdot \frac{R}{U^2 \cdot t_1} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{300\ \text{s}}{15\ \text{s}} = 20,$$

$$W_2 = 20W_1.$$

1713. Nem igaz a D), mert a második esetben négyszer nagyobb a mező munkája.

$$U_1 = 4{,}5\ \text{V}, \qquad U_2 = 2U_1 = 9\ \text{V}, \qquad t_1 = t_2 = t.$$

Az elektromos mező munkája az első esetben:

$$W_1 = \frac{U_1^2 \cdot t}{R},$$

illetve a második esetben:

$$W_2 = \frac{U_2^2 \cdot t}{R} = \frac{(2U_1)^2 \cdot t}{R} = \frac{4U_1^2 \cdot t}{R}.$$

Összehasonlítva:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{4U_1^2 \cdot t}{R} \cdot \frac{R}{U_1^2 \cdot t} = 4,$$

$$W_2 = 4W_1 \neq 2W_1.$$

1714. Nem igaz a B) állítás, mert a második esetben kilencszer nagyobb a mező munkája.

$$I_1 = 1{,}2\ \text{A}, \qquad I_2 = 3{,}6\ \text{A} = 3I_1, \qquad t_1 = t_2 = t.$$

Az elektromos mező munkája az első esetben:

$$W_1 = I_1^2 \cdot R \cdot t,$$

illetve a második esetben:

$$W_2 = I_2^2 \cdot R \cdot t = (3I_1)^2 \cdot R \cdot t = 9I_1^2 \cdot R \cdot t.$$

Összehasonlítva:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{9I_1^2 \cdot R \cdot t}{I_1^2 \cdot R \cdot t} = 9,$$

$$W_2 = 9W_1 \neq 3W_1.$$

1715. Helyes a D) állítás.

$$U_1 = 4{,}5\ \text{V}, \qquad U_2 = 2U_1 = 9\ \text{V}.$$

A teljesítmény az első esetben:

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R},$$

illetve a második esetben:

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R} = \frac{(2U_1)^2}{R} = \frac{4U_1^2}{R}.$$

Összehasonlítva:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{4U_1^2}{R} \cdot \frac{R}{U_1^2} = 4,$$

$$P_2 = 4P_1.$$

1716. Helyes az A) állítás.

$$I_1 = 0{,}8\ \text{A}, \qquad I_2 = 2{,}4\ \text{A} = 3I_1.$$

A teljesítmény az első esetben:

$$P_1 = I_1^2 \cdot R,$$

illetve a második esetben:

$$P_2 = I_2^2 \cdot R = (3I_1)^2 \cdot R = 9I_1^2 \cdot R.$$

Összehasonlítva:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{9I_1^2 \cdot R}{I_1^2 \cdot R} = 9,$$

$$P_2 = 9P_1.$$

1717. Helyes a C) kijelentés.

$$R_2 = 3R_1.$$

A teljesítmény az első esetben:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1},$$

illetve a második esetben:

$$P_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{U^2}{3R_1}.$$

Egyetlen izzólámpa teljesítménye:

$$P^* = \frac{P_2}{3} = \frac{U^2}{9R_1} = \frac{P_1}{9}.$$

1718. Helyes az A) kijelentés.

$$R_2 = \frac{R_1}{3}.$$

A teljesítmény az első esetben:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1},$$

illetve a második esetben:

$$P_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{3U^2}{R_1}.$$

Egyetlen izzólámpa teljesítménye:

$$P^* = \frac{P_2}{3} = \frac{U^2}{R_1} = P_1.$$

1719. Nem igaz a B) állítás, mert egy zsebizzó teljesítménye a második esetben éppen akkora, mint az első esetben.

$$U_1 = 3U_2, \qquad R_1 = 3R, \qquad R_2 = \frac{R}{3}.$$

A három sorosan kapcsolt izzón a teljesítmény:

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R_1} = \frac{(3U_2)^2}{3R} = \frac{3U_2^2}{R}.$$

Egyetlen izzólámpa teljesítménye az első esetben:

$$P^* = \frac{U_2^2}{R}.$$

A három párhuzamosan kapcsolt izzón a teljesítmény:

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{3U_2^2}{R}.$$

Egyetlen izzólámpa teljesítménye a második esetben:

$$P^{**} = \frac{U_2^2}{R},$$

$$P^* = P^{**}.$$

1720. Nem igaz az A) állítás, mert az izzólámpa teljesítménye fokozatosan növekedett.
Ha a csúszkát a megadott módon mozgatják, akkor az izzólámpára jutó feszültség fokozatosan növekszik, ezért a teljesítménye is.

1721. Nem igaz a C) állítás, mert az izzólámpa teljesítménye fokozatosan csökkent.
Ha a csúszkát a megadott módon mozgatják, akkor az izzólámpára jutó feszültség fokozatosan csökken, ezért a teljesítménye is.

1722. B) A kantálhuzal melegedett fel jobban.
A feltételeknek megfelelő kantálhuzal ellenállása nagyobb, mint a rézhuzalé, ezért a kantálhuzalra nagyobb feszültség jut. Az elektromos mező munkája is nagyobb lesz, a kantálhuzal jobban felmelegszik.

1723. A) A rézhuzal melegedett fel jobban.
A feltételeknek megfelelő rézhuzal ellenállása kisebb, mint a króm-nikkel huzalé, ezért a rézhuzalon nagyobb erősségű áram folyik. Az elektromos mező munkája is nagyobb lesz, a rézhuzal jobban felmelegszik.

1724. Helyes a D) állítás. Az 1. izzólámpa teljesítménye nem változik, a 2. izzólámpa teljesítménye megegyezik az 1. izzólámpa teljesítményével. (Az áramforrás belső ellenállása elhanyagolható.)

1725. Helyes az A) állítás. Az 1. izzólámpa teljesítménye zérusra csökken, a 2. izzólámpa teljesítménye négyszeresére nő.

1726. Hamis a C) reláció, mert ha az áramerősség és a feszültség is kisebb, akkor a teljesítmény nem maradhat ugyanakkora.

1727. Igaz a C) reláció.

1728. Igaz a B) reláció.

1729. Igaz a B) állítás. Ha fogyasztóra kapcsolt feszültség 6,25 V, és a rajta átfolyó áram erőssége 800 mA.

$$U = 6{,}25\ \text{V}, \qquad I = 800\ \text{mA} = 0{,}8\ \text{A}.$$

A fogyasztó felvett teljesítménye:

$$P = U \cdot I = 6{,}25\ \text{V} \cdot 0{,}8\ \text{A} = 5\ \text{W}.$$

1730. Nem helyes a C) állítás, mert a felvett teljesítmény 300 W.

$$U = 120\ \text{V}, \qquad R = 48\ \Omega.$$

A fogyasztó felvett teljesítménye:

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{(120\ \text{V})^2}{48\ \Omega} = 300\ \text{W} = 0{,}3\ \text{kW}.$$

1731. Nem igaz az A) állítás, mert a felvett teljesítmény 1152 W.

$$R = 50\ \Omega, \qquad I = 4{,}8\ \text{A}.$$

A fogyasztó felvett teljesítménye:

$$P = I^2 \cdot R = (4{,}8\ \text{A})^2 \cdot 50\ \Omega = 1152\ \text{W} = 1{,}152\ \text{kW}.$$

1732. Igaz a C) reláció.

$$R = 75\ \Omega, \qquad P = 1200\ \text{W}.$$

A fogyasztón áthaladó áram erőssége:

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{1200\ \text{W}}{75\ \Omega}} = 4\ \text{A}.$$

1733. Helyes a C) adat.
A grafikonról leolvasható adatok:

$$I = 1{,}5\ \text{A}, \qquad P = 18\ \text{W}.$$

A fogyasztóra jutó feszültség:

$$U = \frac{P}{I} = \frac{18\ \text{W}}{1{,}5\ \text{A}} = 12\ \text{V}.$$

1734. Helyes a C) adat.
A grafikonról leolvasható adatok:

$$U = 12\ \text{V}, \qquad P = 20\ \text{W}.$$

A fogyasztón áthaladó áram erőssége:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{20\ \text{W}}{12\ \text{V}} = 1{,}66\ \text{A}.$$

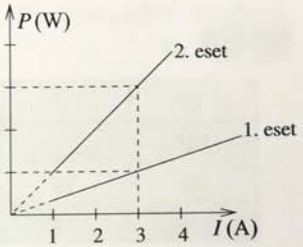
1735. Helyes a D) adat.
A grafikonról leolvasható adatok:

$$R = 20\ \Omega, \qquad P = 7{,}2\ \text{W}.$$

A fogyasztóra jutó feszültség:

$$U = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{7{,}2\ \text{W} \cdot 20\ \Omega} = 12\ \text{V}.$$

1736. Helyes a C) válasz. A második esetben jut a fogyasztóra nagyobb feszültség.
Ha a fogyasztón mindkét esetben 3 A erősségű áram halad át, akkor a 2. esetben nagyobb a teljesítmény. Ez csak úgy lehet, hogy a 2. esetben a fogyasztóra nagyobb feszültség jut.



1737. Helyes a B) adat.

$$U = 12\ \text{V}, \qquad I = 1{,}6\ \text{A}.$$

A féklámpa teljesítménye:

$$P = U \cdot I = 12\ \text{V} \cdot 1{,}6\ \text{A} = 19{,}2\ \text{W}.$$

1738. Helyes az A) adat.

$$U = 12\ \text{V}, \qquad P = 50\ \text{W}.$$

Az izzólámpa ellenállása:

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{(12\ \text{V})^2}{50\ \text{W}} = 2{,}88\ \Omega.$$

Számításos feladatok

1739. $U_1 = 12\ \text{V}$, $P_1 = 4{,}8\ \text{W}$, $U_2 = 36\ \text{V}$.
Az elektromos melegítő ellenállása:

$$R = \frac{U_1^2}{P_1} = \frac{(12\ \text{V})^2}{4{,}8\ \text{W}} = 30\ \Omega.$$

A keresett teljesítmény:

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R} = \frac{(36\ \text{V})^2}{30\ \Omega} = 43{,}2\ \text{W}.$$

1740. $I_1 = 1{,}2$ A, $P_1 = 25{,}2$ W, $I_1 = 2{,}2$ A.
Az izzólámpa ellenállása:

$$R = \frac{P_1}{I_1^2} = \frac{25{,}2\ \text{W}}{(1{,}2\ \text{A})^2} = 17{,}5\ \Omega.$$

A keresett teljesítmény:

$$P_2 = I_2^2 \cdot R = (2{,}2\ \text{A})^2 \cdot 17{,}5\ \Omega = 84{,}7\ \text{W}.$$

1741. *a)*

P (W)	U (V)	I (A)
345	230	1,5
90	**75**	1,2
156	24	**6,5**

b)

P	U	I
1,15 kW	230 V	**5** A
0,46 kW	**1150** V	400 mA
900 W	1,5 kV	600 mA

1742. $R_1 = 50\ \Omega$, $P_1 = 8$ W, $R_2 = 10\ \Omega$.
Az R_1 ellenállású fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_1 = \sqrt{P_1 \cdot R_1} = \sqrt{8\ \text{W} \cdot 50\ \Omega} = 20\ \text{V}.$$

A fogyasztókon áthaladó áram erőssége megegyezik:

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}.$$

Az R_2 ellenállású fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_2 = \frac{U_1 \cdot R_2}{R_1} = \frac{20\ \text{V} \cdot 10\ \Omega}{50\ \Omega} = 4\ \text{V}.$$

Sorosan kapcsolt fogyasztók esetén a feszültségforrás feszültsége:

$$U = U_1 + U_2 = 20\ \text{V} + 4\ \text{V} = 24\ \text{V}.$$

1743. $R_1 = 20\ \Omega$, $P_1 = 12{,}8$ W, $R_2 = 50\ \Omega$, $R_2 = 30\ \Omega$.
Az R_1 ellenállású fogyasztón átfolyó áram erőssége:

$$I_1 = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} = \sqrt{\frac{12{,}8\ \text{W}}{20\ \Omega}} = 0{,}8\ \text{A}.$$

A felső mellékágban a sorosan kapcsolt fogyasztók eredő ellenállása:

$$R_e = R_2 + R_3 = 50\ \Omega + 30\ \Omega = 80\ \Omega.$$

A párhuzamosan kapcsolt fogyasztókra jutó feszültségek egyenlőségének felhasználásával:

$$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_e, \qquad \text{ahonnan:} \qquad I_2 = \frac{R_1}{R_e} \cdot I_1 = \frac{20\ \Omega}{80\ \Omega} \cdot 0{,}8\ \text{A} = 0{,}2\ \text{A}.$$

A főágban lévő ampermérő által mutatott érték: $I = I_1 + I_2 = 0{,}8\ \text{A} + 0{,}2\ \text{A} = 1\ \text{A}$.

1744. A grafikon egy változtatható ellenállású fogyasztó felvett teljesítményét adja meg az áramerősség függvényében. A grafikon egyenes, tehát $P = U \cdot I$ miatt U állandó. A feszültség ekkor bármely összetartozó (I, P) értékpárból meghatározható. A grfikonról leolvasható értékpár:

$$I_1 = 1{,}5\ \text{A}, \qquad P_1 = 75\ \text{W}.$$

III.

a) A leolvasott adatok alapján a feszültség:

$$U = \frac{P_1}{I_1} = \frac{75\ \text{W}}{1{,}5\ \text{A}} = 50\ \text{V}.$$

b) A felvett teljesítmény $I_2 = 0{,}5$ A mellett:

$$P_2 = U \cdot I_2 = 50\ \text{V} \cdot 0{,}5\ \text{A} = 25\ \text{W}.$$

Megjegyzés. Ha nincsen semmi egyéb megadva, csak a grafikon, akkor a grfikon értelemszerűen adott áramköri elemre vonatkozik. Mivel $P = U \cdot I$ és a $P(I)$ grafikon egyenes, az áramköri elemre állandó feszültséget kapcsoltunk. Ez azt jelenti, hogy az áramköri elem ellenállása változtatható.

1745. A grafikon változtatható ellenállású fogyasztó felvett teljesítményét adja meg a feszültség függvényében. Mivel a grafikon egyenes, a $P = U \cdot I$ összefüggés alapján megállapítható, hogy az átfolyó áram erőssége állandó. Ekkor az áramerősség bármely összetartozó (P, I) értékpárból meghatározható. A grafikonról leolvasható értékpár:

$$U_1 = 8\ \text{V}, \qquad P_1 = 24\ \text{W}.$$

a) A leolvasott adatok alapján az áramerősség:

$$I = \frac{P_1}{U_1} = \frac{24\ \text{W}}{8\ \text{V}} = 3\ \text{A}.$$

b) 16 V feszültség mellett a felvett teljesítmény:

$$P_2 = U_2 \cdot I = 16\ \text{V} \cdot 3\ \text{A} = 48\ \text{W}.$$

Megjegyzés. Ha nincsen semmi egyéb megadva, csak a grafikon, akkor a grafikon értelemszerűen adott áramköri elemre vonatkozik. Mivel $P = U \cdot I$, leolvasható, hogy az áramköri elemen átfolyó áramerősség állandó.

1746. Csak sejthető, de biztosan nem állapítható meg a grafikonról, hogy a teljesítmény, azaz az $U \cdot I$ szorzat állandó. A görbe menete viszont erre utal, éljünk tehát azzal a feltevéssel, hogy a grafikon a feszültség függvényében adott teljesítményhez szükséges áramerősséget adja meg. A grafikonról leolvasható adatokkal:

$$U_1 = 6\ \text{V}, \qquad I_1 = 1{,}2\ \text{A}.$$

a) A leolvasott adatok alapján a felvett teljesítmény:

$$P = U_1 I_1 = 6\ \text{V} \cdot 1{,}2\ \text{A} = 7{,}2\ \text{W}.$$

b) Az áramerősség $U_2 = 12$ V feszültség mellett:

$$I_2 = \frac{P}{U_2} = \frac{7{,}2\ \text{W}}{12\ \text{V}} = 0{,}6\ \text{A}.$$

1747. $U_1 = 115$ V, $P_1 = 500$ W, $P_1 = 1{,}25$ kW $= 1250$ W, $U_2 = 230$ V.
Párhuzamos kapcsolás esetén a vasaló ellenállása:

$$R_1 = \frac{U_1^2}{P_1} = \frac{(115\ \text{V})^2}{500\ \text{W}} = 26{,}45\ \Omega,$$

illetve a fűtőtest ellenállása:

$$R_2 = \frac{U_1^2}{P_2} = \frac{(115\ \text{V})^2}{1250\ \text{W}} = 10{,}58\ \Omega.$$

Soros kapcsolás esetén az eredő ellenállás:

$$R_e = R_1 + R_2 = 26{,}45\ \Omega + 10{,}58\ \Omega = 37\ \Omega.$$

Ekkor az áram erőssége:

$$I = \frac{U_2}{R_e} = \frac{230\ \text{V}}{37\ \Omega} = 6{,}2\ \text{A}.$$

Ekkor a vasaló teljesítménye:

$$P_1^* = I^2 \cdot R_1 = (6{,}2\ \text{A})^2 \cdot 26{,}45\ \Omega = 1017\ \text{W},$$

a fűtőtesté pedig:

$$P_2^* = I^2 \cdot R_2 = (6{,}2\ \text{A})^2 \cdot 10{,}58\ \Omega = 407\ \text{W}.$$

1748. $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 150\ \Omega$.
a) A teljesítmény az egyik esetben:

$$P_1 = \frac{U^2}{R + R_1},$$

illetve a másik esetben:

$$P_2 = \frac{U^2}{R + R_2}.$$

A feltétel szerint:

$$P_2 = 0{,}75 P_1,$$

vagyis

$$\frac{U^2}{R + R_2} = 0{,}75 \frac{U^2}{R + R_1}.$$

Az egyenlet rendezése és a behelyettesítés után a fogyasztó ellenállása:

$$R = \frac{0{,}75 R_2 - R_1}{0{,}25} = \frac{0{,}75 \cdot 150\ \Omega - 100\ \Omega}{0{,}25} = 50\ \Omega.$$

b) Az R ellenállású fogyasztó teljesítménye az egyik esetben:

$$P_1^* = I_1^2 \cdot R = \left(\frac{U}{R + R_1}\right)^2 \cdot R,$$

illetve a másik esetben:

$$P_2^* = I_2^2 \cdot R = \left(\frac{U}{R + R_2}\right)^2 \cdot R.$$

A teljesítmény százalékban kifejezett megváltozása:

$$\frac{P_1^* - P_2^*}{P_1^*} = 1 - \left(\frac{R + R_1}{R + R_2}\right)^2 = 1 - \left(\frac{50\ \Omega + 100\ \Omega}{50\ \Omega + 150\ \Omega}\right)^2 = 0{,}4375 = 43{,}75\%.$$

1749. $U = 230$ V, $2l = 46$ m, $\eta = 0{,}8$, $P_1 = 4{,}37$ kW $= 4370$ W, $\varrho = 0{,}017 \dfrac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$, $U_1 = 0{,}05U = 11{,}5$ V.

A szalagfűrész elektromotorjára jutó feszültség:

$$U_2 = U - U_1 = 230\ \text{V} - 11{,}5\ \text{V} = 218{,}5\ \text{V}.$$

A motor összes teljesítménye:

$$P_2 = \frac{P_1}{\eta} = \frac{4370\ \text{W}}{0{,}8} = 5462{,}5\ \text{W}.$$

Az áramkörben folyó áram erőssége:

$$I = \frac{P_2}{U_2} = \frac{5462{,}5\ \text{W}}{218{,}5\ \text{V}} = 25\ \text{A}.$$

A vezeték ellenállása egyrészt:

$$R = \frac{U_1}{I} = \frac{11{,}5\ \text{V}}{25\ \text{A}} = 0{,}46\ \Omega.$$

másrészt:

$$R = \varrho \frac{2l}{A}.$$

Az összekötő vezeték keresztmetszete:

$$A = \frac{2l\varrho}{R} = \frac{46\ \text{m} \cdot 0{,}017\ \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}}{0{,}46\ \Omega} = 1{,}7\ \text{mm}^2.$$

1750. $R = 100\ \Omega$, $t = 30\ \text{s}$, $m = 30\ \text{g} = 0{,}03\ \text{kg}$, $T_1 = 0\ ^\circ\text{C}$, $T_2 = 100\ ^\circ\text{C}$,

$$L_0 = 334\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad c = 4{,}2\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}, \quad L_\text{f} = 2260\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}.$$

Mindhárom esetre alkalmazható az energia megmaradásának törvénye:

$$\Delta E_\text{b} = W.$$

a) A 0 °C hőmérsékletű jég belső energiájának megváltozása megegyezik az elektromos áram munkájával:

$$L_0 \cdot m = I_1^2 \cdot R \cdot t,$$

ahonnan az áram erőssége:

$$I_1 = \sqrt{\frac{L_0 \cdot m}{R \cdot t}} = \sqrt{\frac{334\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 0{,}03\ \text{kg}}{100\ \Omega \cdot 30\ \text{s}}} = 1{,}83\ \text{A}.$$

b) A 0 °C hőmérsékletű víz belső energiájának megváltozása megegyezik az elektromos áram munkájával:

$$cm(T_2 - T_1) = I_2^2 \cdot R \cdot t,$$

ahonnan az áram erőssége:

$$I_2 = \sqrt{\frac{cm(T_2 - T_1)}{R \cdot t}} = \sqrt{\frac{4{,}2\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}} \cdot 0{,}03\ \text{kg} \cdot 100\ ^\circ\text{C}}{100\ \Omega \cdot 30\ \text{s}}} = 2{,}05\ \text{A}.$$

c) A 100 °C hőmérsékletű víz belső energiájának megváltozása megegyezik az elektromos áram munkájával:

$$L_f \cdot m = I_3^2 \cdot R \cdot t,$$

ahonnan az áram erőssége:

$$I_3 = \sqrt{\frac{L_f \cdot m}{R \cdot t}} = \sqrt{\frac{2260 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 0{,}03 \text{ kg}}{100 \ \Omega \cdot 30 \text{ s}}} = 4{,}75 \text{ A}.$$

1751. $R = 100 \ \Omega$, $U = 230$ V.

a) A melegítő felvett teljesítménye egy fűtőszál bekapcsolása esetén:

$$P_1 = \frac{U^2}{R} = \frac{(230 \text{ V})^2}{100 \ \Omega} = 529 \text{ W}.$$

b) Sorosan kapcsolt fűtőszálak esetén az eredő ellenállás:

$$R_{es} = 2R = 2 \cdot 100 \ \Omega = 200 \ \Omega.$$

A melegítő felvett teljesítménye:

$$P_2 = \frac{U^2}{R_{es}} = \frac{(230 \text{ V})^2}{200 \ \Omega} = 264{,}5 \text{ W}.$$

c) Párhuzamosan kapcsolt fűtőszálak esetén az eredő ellenállás:

$$R_{ep} = \frac{R}{2} = \frac{100 \ \Omega}{2} = 50 \ \Omega.$$

A melegítő felvett teljesítménye:

$$P_3 = \frac{U^2}{R_{ep}} = \frac{(230 \text{ V})^2}{50 \ \Omega} = 1058 \text{ W}.$$

1752. $P_1 = 60$ W, $P_2 = 100$ W, $U = 230$ V.

Az egyik (60 W teljesítményű) izzólámpa ellenállása:

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1} = \frac{(230 \text{ V})^2}{60 \text{ W}} = 881{,}7 \ \Omega.$$

A másik (100 W teljesítményű) izzólámpa ellenállása:

$$R_2 = \frac{U^2}{P_2} = \frac{(230 \text{ V})^2}{100 \text{ W}} = 529 \ \Omega.$$

A sorosan kapcsolt izzólámpák eredő ellenállása:

$$R_e = R_1 + R_2 = 881{,}7\ \Omega + 529\ \Omega = 1410{,}7\ \Omega.$$

Az áram erőssége:

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{230\ \text{V}}{1410{,}7\ \Omega} = 0{,}163\ \text{A}.$$

Az egyik izzólámpa felvett teljesítménye:

$$P_1^* = I^2 \cdot R_1 = (0{,}163\ \text{A})^2 \cdot 881{,}7\ \Omega = 23{,}4\ \text{W}.$$

A másik izzólámpa felvett teljesítménye:

$$P_2^* = I^2 \cdot R_2 = (0{,}163\ \text{A})^2 \cdot 529\ \Omega = 14\ \text{W}.$$

A kapott teljesítmények hányadosa:

$$\frac{P_1^*}{P_2^*} = \frac{23{,}4\ \text{W}}{14\ \text{W}} = 1{,}67,$$

ahonnan:

$$P_1^* = 1{,}67 P_2^*.$$

1753. $I_1 = 3$ A, $P_1 = 18$ W, $I_2 = 1$ A, $P_2 = 10$ W.
a) Az egyik fogyasztó felvett teljesítménye:

$$P_1 = U_1 I_1,$$

ahonnan a fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_1 = \frac{P_1}{I_1} = \frac{18\ \text{W}}{3\ \text{A}} = 6\ \text{V}.$$

Az egyik fogyasztó ellenállása:

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{6\ \text{V}}{3\ \text{A}} = 2\ \Omega.$$

A másik fogyasztó felvett teljesítménye:

$$P_2 = U_2 \cdot I_2,$$

ahonnan a fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_2 = \frac{P_2}{I_2} = \frac{10\ \text{W}}{1\ \text{A}} = 10\ \text{V}.$$

A másik fogyasztó ellenállása:

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{10\ \text{V}}{1\ \text{A}} = 10\ \Omega.$$

A teljes áramkörre:

$$U_e = I_1\,(R_b + R_1) = I_2\,(R_b + R_2),$$

amiből a feszültségforrás belső ellenállása:

$$R_b = \frac{I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1}{I_1 - I_2} = \frac{1\ \text{A} \cdot 10\ \Omega - 3\ \text{A} \cdot 2\ \Omega}{3\ \text{A} - 1\ \text{A}} = 2\ \Omega.$$

III.

b) Az elektromotoros feszültség:

$$U_e = I_1(R_b + R_1) = 3\ \text{A} \cdot (2\ \Omega + 2\ \Omega) = 12\ \text{V}.$$

1754. $N = 50$, $R = 270\ \Omega$, $U_k = 115\ \text{V}$, $R_b = 0{,}1\ \Omega$, $R_v = 0{,}35\ \Omega$.
A párhuzamosan kapcsolt izzólámpák eredő ellenállása:

$$R_{ei} = \frac{R}{N} = \frac{270\ \Omega}{50} = 5{,}4\ \Omega.$$

Az izzólámpák és a tápvezeték együttes ellenállása:

$$R_e = R_{ei} + R_v = 5{,}4\ \Omega + 0{,}35\ \Omega = 5{,}75\ \Omega.$$

Az áramerősség:

$$I = \frac{U_k}{R_e} = \frac{115\ \text{V}}{5{,}75\ \Omega} = 20\ \text{A}.$$

a) A generátor elektromotoros feszültsége:

$$U_e = U_k + I \cdot R_b = 115\text{V} + 20\ \text{A} \cdot 0{,}1\ \Omega = 117\ \text{V}.$$

b) Az izzólámpákra jutó feszültség:

$$U_i = I \cdot R_{ei} = 20\ \text{A} \cdot 5{,}4\ \Omega = 108\ \text{V}.$$

c) A hasznos teljesítmény:

$$P_h = U_i \cdot I = 108\ \text{V} \cdot 20\ \text{A} = 2160\ \text{W} = 2{,}16\ \text{kW}.$$

d) A generátor belső ellenállásán jelentkező teljesítményveszteség:

$$P_b = I^2 \cdot R_b = (20\ \text{A})^2 \cdot 0{,}1\ \Omega = 40\ \text{W}.$$

e) A tápvezetéken fellépő teljesítményveszteség:

$$P_v = I^2 \cdot R_v = (20\ \text{A})^2 \cdot 0{,}35\ \text{A} = 140\ \text{W}.$$

1755. $U_e = 253\ \text{V}$, $l = 200\ \text{m}$, $P = 21{,}16\ \text{kW} = 2{,}116 \cdot 10^4\ \text{W}$, $R_b = 0{,}1\ \Omega$, $U_k = 230\ \text{V}$, $\varrho_{Al} = 2{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$, $\varrho = 2{,}7 \cdot 10^3\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

A fogyasztó ellenállása:

$$R = \frac{U_k^2}{P} = \frac{(230\ \text{V})^2}{2{,}116 \cdot 10^4\ \text{W}} = 2{,}5\ \Omega.$$

A fogyasztón áthaladó áram erőssége:

$$I = \frac{P}{U_k} = \frac{2{,}116 \cdot 10^4\ \text{W}}{230\ \text{V}} = 92\ \text{A}.$$

A generátor belső ellenállására jutó feszültség:

$$U_b = I R_b = 92\ \text{A} \cdot 0{,}1\ \text{A} = 9{,}2\ \text{V}.$$

A tápvezetékre jutó feszültség:

$$U_v = U_e - U_k - U_b = 253\ \text{V} - 230\ \text{V} - 9{,}2\ \text{V} = 13{,}8\ \text{V}.$$

A tápvezeték ellenállása:

$$R_v = \frac{U_v}{I} = \frac{13{,}8\ \text{V}}{92\ \text{A}} = 0{,}15\ \Omega.$$

A tápvezeték keresztmetszete:

$$A = \frac{V}{l} = \frac{\frac{m}{\varrho}}{l} = \frac{m}{\varrho l}.$$

A tápvezeték ellenállása:

$$R_v = \varrho_{Al} \cdot \frac{l}{A} = \varrho_{Al} \cdot \frac{l}{\frac{m}{\varrho l}} = \frac{\varrho_{Al} \cdot \varrho \cdot l^2}{m},$$

ahonnan a tápvezeték tömege:

$$m = \frac{\varrho_{Al} \cdot \varrho \cdot l^2}{R_v} = \frac{2{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m} \cdot 2{,}7 \cdot 10^3\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (200\ \text{m})^2}{0{,}15\ \Omega} = 19{,}44\ \text{kg}.$$

1756. $R_b = 120\ \Omega$, $P_b = 75\ \text{mW} = 7{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{W}$, $I_2 = 5\ \text{A}$.

a) A belső ellenálláson áthaladó áram erősségének legnagyobb értéke:

$$I_1 = \sqrt{\frac{P_b}{R_b}} = \sqrt{\frac{7{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{W}}{120\ \Omega}} = 0{,}025\ \text{A} = 25\ \text{mA}.$$

b) A belső ellenállásra jutó feszültség:

$$U = I_1 \cdot R_b = 0{,}025\ \text{A} \cdot 120\ \Omega = 3\ \text{V}.$$

A söntön áthaladó áram erőssége:

$$I_3 = I_2 - I_1 = 5\ \text{A} - 0{,}025\ \text{A} = 4{,}975\ \text{A}.$$

A sönt ellenállása:

$$R = \frac{U}{I_3} = \frac{3\ \text{V}}{4{,}975\ \text{A}} = 0{,}6\ \Omega.$$

1757. $R_b = 5\ \text{k}\Omega = 5 \cdot 10^3\ \Omega$, $P_b = 0{,}8\ \text{mW} = 8 \cdot 10^{-4}\ \text{W}$, $U_2 = 5\ \text{V}$.

a) A belső ellenállásra jutó legnagyobb feszültség:

$$U_1 = \sqrt{P_b \cdot R_b} = \sqrt{8 \cdot 10^{-4}\ \text{W} \cdot 5 \cdot 10^3\ \Omega} = 2\ \text{V}.$$

b) A belső ellenálláson áthaladó áram erőssége:

$$I = \frac{U_1}{R_b} = \frac{2\ \text{V}}{5 \cdot 10^3\ \Omega} = 4 \cdot 10^{-4}\ \text{A}.$$

Az előtét-ellenállásra jutó feszültség:

$$U_3 = U_2 - U_1 = 5\ \text{V} - 2\ \text{V} = 3\ \text{V}.$$

Az előtét-ellenállás:

$$R = \frac{U_3}{I} = \frac{3\ \text{V}}{4 \cdot 10^{-4}\ \text{A}} = 7500\ \Omega = 7{,}5\ \text{k}\Omega.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

1758. Az izzólámpák izzószála használat közben folyamatosan párolog, emiatt elvékonyodik. A kisebb keresztmetszetű izzószál ellenállása nagyobb lesz, így csökken az izzószálon áthaladó áram erőssége. Ez azt jelenti, hogy csökken az elektromos áram munkája, amit éppen a fogyasztásmérő jelez.

1759. A melegítőeszköz fűtőszálának ellenállása sokkal nagyobb a hozzá sorosan csatlakozó vezeték ellenállásánál. Soros kapcsolás esetén a nagyobb ellenállású fogyasztóra nagyobb feszültség jut. Az elektromos mező a fűtőszálon sokkal nagyobb munkát végez, vagyis izzásig csak a szál melegszik fel.

1760. Az olvadóbiztosíték kiégésének oka lehet: valamelyik fogyasztó bekapcsoláskor fellépő, illetve a hálózatból érkező áramlökés, rövidzár (meghibásodás) valamelyik bekapcsolt fogyasztónál, illetve több, párhuzamosan kapcsolt fogyasztó egy időben történő üzemeltetése. Mindegyik esetben a megengedett értéknél nagyobb erősségű áram jön létre.

1761. Az izzószál a magas üzemi hőmérsékleten párolog, idővel elvékonyodik és megolvad. Természetesen gyártási hibák (a huzalvastagság és a fűtőspirál egyenetlensége) is közrejátszhatnak az izzólámpa idő előtti kiégésénél.

1762. Bekapcsolás előtt az izzószál szobahőmérsékletű, ellenállása kisebb, mint a bekapcsolás után, üzemi állapotban. A bekapcsoláskor emiatt nagyobb erősségű áram folyik át rajta, mint működése során. A régóta használt, valamelyik részén elvékonyodott izzószál a nagyobb erősségű áram hatására a hibás helyen magasabb hőmérsékletűre izzik fel, ezért megolvad vagy elszakad.

1763. Páros N számú izzólámpa esetén két, $\frac{N}{2}$ számú sorosan kapcsolt izzólámpából álló sort állítunk össze és zsebtelepre vagy ellenállásmérőre kötjük. Amelyik sorban a hibás izzólámpa található, ott az izzók nem világítanak, illetve az ellenállásmérő végtelen értéket jelez. Ezt a sort addig felezzük, amíg a hibás izzólámpát megtaláljuk. Páratlan N számú izzólámpa esetén az egyik sorban $\frac{N+1}{2}$, a másik sorban $\frac{N-1}{2}$ számú izzólámpát vizsgálunk az előzőek szerint.

1764. Rövidebb fűtőspirál esetén csökken az ellenállás, nő az áram erőssége. Megnő a fűtőspirál teljesítménye is, ami a szál megolvadásához vezethet.

1765. A fák törzsének külső része sok vizet és tápsót tartalmaz, ezért jól vezeti az elektromos áramot. Villámcsapáskor a javarészt a kéregben haladó töltések nagy erősségű áramot képviselnek. Ennek hatására az ott található víz igen rövid idő alatt elforr, és a nagy nyomású vízgőz leszakíthatja a fa kérgét.

1766. A csapvíz jól vezeti az elektromos áramot. A vízzel oltó személyt áramütés érheti, ha az oltás megkezdése előtt a hálózatot nem áramtalanították.

1767. Az elektromos melegítőkészülékek fűtőspirálját olyan anyagokból célszerű készíteni, melyeknek nagy a fajlagos ellenállása, és magas az olvadáspontja.

III.

1768. Az első esetben (a bekapcsolás pillanatában) mindkét izzólámpa ellenállása kisebb az üzemi értéknél, így nagyobb erősségű áram halad át rajtuk, aminek következtében a zsebizzó kiég. A második esetben (a rövidzár megszüntetése után) a működő 60 W-os izzólámpa ellenállása nagyobb lesz, mint az első esetben, így a sorba kapcsolt zsebizzó a kisebb erősségű áramot elbírja, nem ég ki.

1769. A jobb megvilágításon tulajdonképpen nagyobb teljesítmény elérését kell érteni. A két sorosan kapcsolt, ugyanakkora ellenállású fogyasztó eredője négyszer akkora, mint párhuzamos kapcsolás esetén. Ha ugyanarra a feszültségforrásra kapcsolják őket, akkor párhuzamos kapcsolás esetén négyszer nagyobb lesz az áram erőssége és a teljesítménye is, mint soros kapcsolás esetén. Ezért a fogyasztókat párhuzamosan célszerű az áramkörbe iktatni.

1770. A cél az, hogy minél kisebb veszteség árán, a leggazdaságosabban jusson el az elektromos áram az erőművektől a fogyasztókhoz. A távvezeték a rajta áthaladó elektromos áram hatására felmelegszik, ami energiaveszteséget jelent. A veszteség csökkenthető, ha a távvezeték ellenállását vagy az áram erősségét csökkentik. Az ellenállás csökkentése a vezeték keresztmetszetének növelésével lehetséges, ami jelentősen drágítaná a rendszer kiépítésének költségeit. A generátorról kapott feszültség feltranszformálásával viszont az áram erőssége csökkenthető. A melegedés miatti energiaveszteség jóval kisebb lesz, mint a kisfeszültségű távvezetékeken. Így anyagilag előnyösebb, olcsóbb (a transzformátorok árát is beleszámítva), ha az erőművektől távol eső helyekre a villamos energiát a magasfeszültségű távvezetéken szállítják. A nemzetközi kooperációs hálózaton 750 kV, 400 kV és 220 kV, a nagyfeszültségű országos hálózaton 220 kV, 120 kV és a középfeszültségű elosztóhálózaton 20 kV feszültségen szállítják az energiát.

1771. A termisztor olyan félvezető eszköz, amelynek ellenállása a hőmérséklet függvényében jelentősen változik. Így a termisztor ellenállásából nagy pontossággal lehet következtetni a hőmérsékletre.

3.3. AZ IDŐBEN ÁLLANDÓ MÁGNESES MEZŐ

A mágneses mező

Tesztfeladatok

1772. A víz nem szünteti meg az acéltű mágnességét, az üvegkád nem árnyékolja a Föld mágnességét. A Föld mágnessége az acéltűre – amely mágneses dipólus – forgatónyomatékot fejt ki, ezért az acéltű tömegközéppontja nem gyorsul, a forgatónyomaték az acéltűt megközelítően Észak–Dél irányba fordítja.
A helyes válasz: A)

1773. A mágnesség alapvető anyagi tulajdonság, amelyet nem különválasztható kétféle (északi és déli) mágneses töltés idéz elő, hanem mágneses dipólusok tere. Az állandó mágnesek azért viselkednek kétpólusú mágnesként, mert kristályaikban az atomi szintű mágneses dipólusok egy irányba rendeződöttek. Tehát a mágneses pólusok elvileg sem választhatók külön, így a keresett hibás válasz a B).

1774. Az árammal átjárt vezetőt vonzza vagy taszítja a szintén árammal átjárt vezető, a rúdmágnes és az árammal átjárt tekercs, de nem viselkedik iránytűként. A keresett hibás válasz B).

1775. Két, elektromos árammal átjárt hosszú, egyenes vezető között vonzóerő lép fel, ha az áramok párhuzamosak és egyirányúak, taszítóerő lép fel, ha az áramok párhuzamosak és egymással ellentétes irányúak, nem lép fel erőhatás, ha az áramok egymásra merőlegesek. Képletben: $F = \mu_0 \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l \cdot \cos\alpha}{2r \cdot \pi}$, tehát a keresett helyes válasz A).

1776. A meginduló áram miatt a rugó meneteiben folyó közel párhuzamos áramok kölcsönös vonzóerőt fejtenek ki egymásra. Emiatt a rugó megrövidül, és a vége kiemelkedik a higanyból. Emiatt megszakad az áramkör, a rugó újra felveszi az eredeti hosszát. Emiatt újra záródik az áramkör, és a folyamat periodikusan ismétlődik. A keresett helyes válasz: B).

1777. A mágneses indukció a mágneses mező adott helyének jellemzője. Fluxussűrűségként is értelmezhető. Meghatározható egy alkalmasan szerkesztett mérőtekercsre ható maximális forgatónyomaték mérése útján is, ha ismert a mérőtekercsben folyó áramerősség, a mérőtekercs menetszáma és a mérőtekercs keresztmetszetének területe. A mágneses indukció nem azonos a mágneses térerősséggel, viszonyukat a $B = \mu H$ összefüggés írja le. Tehát a keresett hibás válasz D).

1778. A homogén mágneses mezőben a mágneses indukció vektora bármely helyen irány és nagyság szerint állandó. Ezért az ilyen mező mágneses indukcióvonalai egyenletes sűrűségű egyenesek. A keresett helyes válasz: B).

1779. Ha a mágneses mezőt több egymástól független objektum (pl. tekercsek, állandó mágnesek, vagy ezek vegyesen) alakítja ki, a közös mágneses mező bármely adott helyének mágneses indukciójára érvényes, hogy $\sum \mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \ldots + \mathbf{B}_n$, amely összefüggés a szuperpozíció elve. A keresett helyes válasz: B).

1780. A mágneses fluxus nyitott és zárt felületekre egyaránt értelmezhető. (A zárt felületek mágneses fluxusa mindig egyenlő zérussal, ez a tulajdonság fejezi ki a mágneses mezők forrásmentességét.) A keresett helyes válasz: C).

III.

1781. A mágneses fluxus a mágneses indukció és a vizsgált felület indukcióvonalakra merőleges vetületének szorzata. Skalármennyiség, SI-egysége Wb, Wb = $= V \cdot s$. A keresett hibás válasz: C).

1782. Hosszú, egyenes tekercs belsejében a mágneses térerősség: $H = \frac{N \cdot I}{l}$, a mágneses indukció: $\mathbf{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N \cdot I}{l}$. Tehát a mágneses térerősség a menetsűrűség $\left(\frac{N}{l}\right)$ és az áramerősség (I) szorzatával egyenlő, a tekercs teljes térfogatának minden helyén. A keresett helyes válasz: B).

1783. A mágneses térerősség vektormennyiség. A mágneses térerősség vektora és a mágneses indukció vektora egyirányú. A keresett helyes válasz: C).

1784. A ferromágneses anyagokból általában állandó mágneseket készítenek. Ez csak azért lehetséges, mert ezen anyagok mágneses tulajdonsága külső mágneses mező jelenléte nélkül is fennállhat. A ferromágneses anyagok relatív permeabilitása egynél jóval nagyobb, elérheti az 50 000 értéket is. A relatív permeabilitás értéket az anyag kémiai összetétele mellett a szövetszerkezet módosításával is jelentősen befolyásolni lehet. A keresett hibás válasz: D).

1785. A Curie-pont küszöbhőmérséklet, amely felett az illető anyag ferromágnessége megszűnik és paramágnesessé válik. A Curie-pont hőmérséklete anyagi jellemző. A keresett helyes válasz: C).

1786. A mágneses mező forrásmentessége abban is megnyilvánul, hogy a mágneses mezőt jellemző mágneses indukcióvonalak önmagukban záródnak. Ennek megfelelően, a rúdmágnes indukcióvonalai a mágnesrúdban záródó, önmagukba visszatérő vonalak.
A keresett helyes válasz: D).

1787. A mágneses mezők forrásmentesek, a mágneses pólusok nem választhatók szét. Ezt a tényt szemléltetik a mágneses indukcióvonalak, amelyek mindig önmagukban záródó görbék. Egy alkalmasan szerkesztett mágneses mezőnek azonban lehet olyan tartománya, amely homogén, azaz ahol a mágneses mező mágneses indukcióvonalai egyenletes sűrűségű párhuzamos egyenesek. Ilyen például a patkómágnes, amelynek szárai között van olyan térrész, ahol a mágneses mező homogén. A keresett hibás válasz: C).

1788. Az egymással párhuzamos és árammal átjárt egyenes vezetők közötti erőhatás – ha a vezetőkben folyó áramok egyirányúak – kölcsönös vonzásban nyilvánul meg. Az árammal átjárt vezetők közötti erőhatás nagyságára érvényes összefüggés: $F = \mu \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2r \cdot \pi} \cos\alpha$. ($I_1$ hosszú egyenes vezetőben folyó áram erőssége, I_2 annak az l hosszúságú vezetőnek az áramerőssége, amely a hosszú egyenes vezetőtől r távolságban van, α a két áramvezető huzal egymással bezárt hajlásszöge.) A keresett helyes válasz: C).

1789. A mágneses indukció vektormennyiség, amely helyről helyre jellemzi a mágneses mezőt. Lényegében ugyanazt a szerepet tölti be a mágnesség leírásában, mint az elektrosztatikában az elektromos térerősség. A mágneses indukció meghatározható a mágneses térerősség ismeretében is, a $B = \mu H$ összefüggés alapján. A keresett hibás válasz: C).

1790. A mágneses indukció vektora meghatározható egy alkalmasan szerkesztett és ismert mérőárammal átjárt huzalkeretre (lapos tekercsre) ható maximális forgatónyomaték alapján. $\mathbf{B} = \frac{\mathbf{M}}{N \cdot I_m \cdot A}$, ahol $\mathbf{B}$ a mágneses indukció vektora, $\mathbf{M}$ a mérőkeretre ható maximális forgatónyomaték vektora, N a mérőtekercs menetszáma, I_m a mérőtekercsben folyó mérőáram erőssége, A pedig a mérőtekercs által határolt és megfelelően irányított felület nagysága. A keresett hibás válasz: C).

1791. Az egyes állításokhoz tartozó képletek önmagukban tekintve helyesek, de az áramerősség SI alapmennyiség, az áramerősség SI-egységének nagyságát nemzetközi megállapodásban úgy határozták meg, hogy a vákuum permeabilitásának értéke $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\mathrm{V \cdot s}}{\mathrm{A \cdot m}}$ legyen. A keresett helyes válasz: C).

1792. Ha a mágneses indukciót a mérőárammal átjárt huzalkeretre ható maximális forgatónyomaték alapján határozzuk meg, gondoskodnunk kell arról, hogy a huzalkeret a rá ható erők hatására két egymásra merőleges tengely körül szabadon elfordulhasson. A mágneses indukcióvektor irányát a keret forgatónyomatéktól mentes helyzetében, a mérőáram körüljárási irányának figyelembevételével, a jobbkéz-szabály segítségével állapíthatjuk meg. A keresett hibás válasz: A)

1793. A mágneses indukció és a mágneses térerősség között lényeges a különbség, mert a mágneses térerősség csak az áram által keltett és az adott helyhez tartozó fajlagos gerjesztést jelenti, míg az adott hely mágneses állapotát a mágneses indukció határozza meg. A keresett helyes válasz: B)

1794. A mágneses indukció értelmezhető mágneses fluxussűrűségként is, a $B = \frac{\Delta\Phi}{\Delta A}$ összefüggés szerint. Kiszámítható a fajlagos gerjesztés ismeretében is: $B = \mu H$. Megmérhető a magnetométer segítségével. A keresett hibás válasz: C).

1795. Az anyagok mágneses viselkedése megérthető az Ampère-féle köráram-modell alapján. A ferromágneses anyagok csak a Curie-pont alatti hőmérsékleten mutatnak mágneses tulajdonságot. A földmágnesség nem csak a Föld felszínének közelében mutatható ki. A hidrogén diamágneses tulajdonságú, mert a hidrogénmolekulában két elektron található. A helyes válasz: A)

1796. A mágneses mezőbe vitt rézhuzalon csak akkor észlelhető a Lorentz-erő hatása, ha a huzalban áram folyik, és a huzal nem párhuzamos a mágneses mező indukcióvonalaival. A keresett helyes válasz: D).

1797. Az adott áramerősséggel átjárt és adott indukciójú mágneses mezőbe vitt egyenes rézhuzalon akkor észlelhető a maximális nagyságú Lorentz-erő, ha a huzal merőleges a mágneses mező indukcióvonalaira. A keresett helyes válasz: D).

1798. A mágneses mezőbe vitt egyenes huzalon nem csak akkor nem észlelhető a Lorentz-erő hatása, ha a huzalban nem folyik elektromos áram. Akkor sem lép fel a jelenség, ha a huzal (és a benne folyó áram) párhuzamos az indukcióvonalakkal. A keresett hibás válasz: B).

1799. Ha az adott áramerősségű árammal átjárt egyenes huzalt mágneses mezőbe visszük, majd a huzalban folyó áram irányát megfordítjuk, nem változik meg a huzalra ható Lorentz-erő nagysága, de a huzalra ható Lorentz-erő iránya az eredeti iránnyal ellentétesre változik. A huzalra ható Lorentz-erő nagysága a huzalban folyó áram erősségével egyenes arányban van, a $F = B \cdot I \cdot l$ összefüggésnek megfelelően. A keresett hibás válasz: B).

1800. A szabadon mozgó elektromosan töltött pontszerű testre homogén mágneses mezőben ható Lorentz-erő nagyságára az $F_L = B \cdot q \cdot v \cdot \sin\alpha$ összefüggés érvényes. A Lorentz-erő iránya merőleges a sebességvektor és a mágneses indukcióvektor által meghatározott sík irányára, a jobbkéz-szabálynak megfelelő irányítással. Ezért a Lorentz-erő nem változtatja meg a sebesség nagyságát, a töltött pontszerű test kör vagy csavarvonal alakú pályára tér. A keresett helyes válasz: B).

1801. A szabadon mozgó pontszerű elektromosan töltött testekre nem csak a homogén mágneses mezőben lép fel a sebesség irányára merőleges Lorentz-erő. A keresett hibás válasz: A).

Számításos feladatok

1802. Az adatok: $I_1 = 20$ A, $I_2 = 12$ A, $r = 3$ cm $= 0{,}03$ m, $l = 25$ cm $= 0{,}25$ m, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

A párhuzamos áramok közötti erőhatásra érvényes összefüggés:

$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{r}$, amelyben

I_1 a végtelen hosszú vezetőben folyó áram áramerőssége, I_2 az $l = 25$ cm $= 0{,}25$ m hosszú vezetőben folyó áram áramerőssége.

Az adatokat a képletbe helyettesítve $F = 4 \cdot 10^{-4}$ N.

1803. Az adatok: $I_1 = 12$ A, $I_2 = 9$ A, $r = 2{,}5$ cm $= 0{,}025$ m, $l = 40$ cm $= 0{,}40$ m, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

A párhuzamos áramok közötti erőhatásra érvényes összefüggés:

$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{r}$, amelyben

I_1 a végtelen hosszú vezetőben folyó áram áramerőssége, I_2 az l hosszúságú vezetőben folyó áram áramerőssége.

Az adatokat a képletbe helyettesítve, $F = 3{,}456 \cdot 10^{-4}$ N.

1804. Az adatok: $I = 20$ A, $r = 2$ cm $= 0{,}02$ m, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

A hosszú egyenes vezetőben folyó áram mágneses terének egyenlő mágneses indukciójú helyei a vezetőt hengerszimmetrikusan veszik körül, az indukcióvonalak a vezetőtől mért r távolságban húzott és a jobbkéz-szabálynak megfelelő irányítású körök.

A mágneses indukció nagyságát a

$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$ összefüggés

felhasználásával számíthatjuk ki, a mágneses indukció vektorának iránya az indukcióvonalakhoz az irányítási szabálynak megfelelően húzott érintő irányába esik.

A feladatban szereplő adatok helyettesítésével a mágneses indukció nagysága: $B = 2 \cdot 10^{-4}$ T.

1805. Az adatok: $I = 12$ A, $r = 5$ cm $= 0{,}05$ m, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

A mágneses indukció nagyságát a $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$ összefüggés felhasználásával számíthatjuk ki.

A feladatban szereplő adatok helyettesítésével a mágneses indukció nagysága: $B = 4{,}8 \cdot 10^{-5}$ T.

1806. Az adatok: $I = 20$ A, $r = 2$ cm $= 0{,}02$ m.

A hosszú egyenes vezető környezetében a mágneses térerősség (másik neve fajlagos gerjesztés) a vezetőtől r távolságban a $H = \frac{I}{2r\pi}$ összefüggés alapján számítható.

A feladat adatainak helyettesítésével a mágneses térerősség nagysága: $H = 159{,}15 \frac{\text{A}}{\text{m}}$.

1807. Az adatok: $I = 12$ A, $r = 5$ cm $= 0{,}05$ m.

A hosszú egyenes vezető környezetében a mágneses térerősség a $H = \frac{I}{2r\pi}$ összefüggés alapján számítható.

A feladat adatainak helyettesítésével a mágneses térerősség nagysága: $H = 38{,}2 \frac{\text{A}}{\text{m}}$.

1808. Az adatok: $I = 20$ A, $B = 2 \cdot 10^{-4}$ T, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

A mágneses indukció nagyságára a

$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$ összefüggés

érvényes. Ebből a keresett távolságra – átrendezéssel – az $r = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{B}$ egyenlet adódik.

A feladat adatainak helyettesítésével $r = 2$ cm.

1809. Az adatok: $I = 12$ A, $B = 2 \cdot 10^{-4}$ T, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

A mágneses indukció nagyságára a $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$ összefüggés érvényes. Ebből a keresett távolságra – átrendezéssel – az $r = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{B}$ egyenlet adódik.

A feladat adatainak helyettesítésével $r = 2{,}4$ cm.

A mágneses térerősség és a mágneses indukció kapcsolata:

$$B = \mu_0 \cdot H.$$

(Példánkban alkalmazható még a $H = \dfrac{I}{2r\pi}$ összefüggés is!)

A feladat adatainak helyettesítésével $H = 80 \dfrac{\text{A}}{\text{m}}$.

1810. Az adatok: $N = 2000$, $M = 0{,}0628$ Nm, $I = 1{,}2$ A, $r = 5$ cm $= 0{,}05$ m.
A mágneses indukció (átlagos) nagyságát a mágneses térben alkalmasan elhelyezett és árammal átjárt lapos mérőtekercsre ható maximális forgatónyomaték meghatározása útján állapíthatjuk meg. A mágneses indukció nagyságára érvényes összefüggés:

$$B = \frac{M}{N \cdot I_m \cdot A},$$

a képletben $A = r^2\pi$.
A keresett mágneses indukció az adatok helyettesítésével: $B = 0{,}0133$ T.

1811. Az adatok: $N = 50$, $B = 0{,}05$ T, $I = 0{,}25$ A, $a = 4$ cm $= 0{,}04$ m.
A mágneses indukció nagysága és a mágneses térben alkalmasan elhelyezett és árammal átjárt lapos mérőtekercsre ható maximális forgatónyomaték közötti kapcsolat:

$$B = \frac{M}{N \cdot I_m \cdot A},$$

amelyből a keresett maximális forgatónyomaték: $M = N \cdot I \cdot A \cdot B$. (A képletben $A = a^2$.)
A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $M = 0{,}001$ Nm.

1812. Az adatok: $N = 75$, $B = 0{,}06$ T, $M = 0{,}25$ Nm, $a = 5$ cm $= 0{,}05$ m.
A mágneses indukció nagysága és a mágneses térben alkalmasan elhelyezett és árammal átjárt lapos mérőtekercsre ható maximális forgatónyomaték közötti kapcsolat:

$$B = \frac{M}{N \cdot I_m \cdot A},$$

amelyből a keresett áramerősség: $I_m = \dfrac{M}{N \cdot B \cdot A}$. (A képletben $A = r^2\pi$.)
A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $I_m = 2{,}22$ A.

1813. Az adatok: $N = 100$, $I_m = 0{,}125$ A, $M = 0{,}4$ Nm, $d = 3$ cm $= 0{,}03$ m.
A mágneses indukció nagysága és a mágneses térben alkalmasan elhelyezett és árammal átjárt lapos mérőtekercsre ható maximális forgatónyomaték közötti kapcsolat:

$$B = \frac{M}{N \cdot I_m \cdot A},$$

a képletben $A = \frac{d^2}{4}\pi$.

A számítás eredménye az adatok helyettesítésével $B = 4{,}5 \cdot 10^{-2}$ T.

1814. Az adatok: $N = 120$, $I_m = 0{,}25$ A, $M = 0{,}125$ Nm, $d = 2{,}5$ cm $= 0{,}025$ m.
A mágneses indukció nagysága és a mágneses térben alkalmasan elhelyezett és árammal átjárt lapos mérőtekercsre ható maximális forgatónyomaték közötti kapcsolat:

$$B = \frac{M}{N \cdot I_m \cdot A},$$

a képletben $A = \frac{d^2}{4}\pi$.

A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $B = 8{,}49 \cdot 10^{-2}$ T.

1815. Az adatok: $N = 1600$, $B = 4 \cdot 10^{-5}$ T, $l = 25$ cm $= 0{,}25$ m, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.
Az egyenárammal átjárt hengeres tekercs belsejében homogén mágneses tér van. A mágneses indukció nagysága és a tekercs meneteiben folyó áram áramerőssége közötti kapcsolat:

$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}$, amelyből $I = \frac{B \cdot l}{\mu_0 \cdot N}$.

A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $I = 4{,}97 \cdot 10^{-3}$ A.

1816. Az adatok: $N = 2400$, $I = 0{,}4$ A, $l = 12{,}5$ cm $= 0{,}125$ m, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.
Az egyenárammal átjárt hengeres tekercs belsejében homogén mágneses tér van. A mágneses indukció nagysága és a tekercs meneteiben folyó áram áramerőssége közötti kapcsolat:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}.$$

A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $B = 9{,}65 \cdot 10^{-3}$ T.

1817. Az adatok: $N = 2000$, $I = 0{,}5$ A, $l = 15$ cm $= 0{,}15$ m, $d = 5$ cm $= 0{,}05$ m, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

Az egyenárammal átjárt hengeres tekercs belsejében homogén mágneses tér van. A mágneses indukció nagysága és a tekercs meneteiben folyó áram áramerőssége közötti kapcsolat:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}.$$

A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $B = 8{,}38 \cdot 10^{-3}$ T.

A mágneses fluxusra a $\Phi = B \cdot A$ összefüggés érvényes, a képletben $A = \frac{d^2}{4}\pi$, a tekercs keresztmetszetének területe.

A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $\Phi = 1{,}645 \cdot 10^{-5}$ Wb.

1818. Az adatok: $I = 3{,}5$ A, $d = 8$ cm $= 0{,}08$ m, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

Az egyenárammal átjárt körvezető középpontjában a mágneses indukció nagyságára a

$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{r}$ összefüggés érvényes.

A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $B = 5{,}5 \cdot 10^{-5}$ T.

1819. Az adatok: $I = 5{,}2$ A, $d = 9$ cm $= 0{,}09$ m, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

Az egyenárammal átjárt körvezető középpontjában a mágneses indukció nagyságára a

$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{r}$ összefüggés érvényes.

A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $B = 7{,}26 \cdot 10^{-5}$ T.

1820. Az adatok: $\Phi = 2{,}8 \cdot 10^{-5}$ Wb, $d = 6$ cm $= 0{,}06$ m.

A mágneses fluxus és a mágneses indukció kapcsolatára a $\Phi = B \cdot A$ összefüggés érvényes, a képletben $A = \frac{d^2}{4}\pi$, a tekercs keresztmetszetének területe. A mágneses indukció $B = \frac{\Phi}{A}$. A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $B = 9{,}9 \cdot 10^{-3}$ T.

1821. Az adatok: $\Phi = 3{,}2 \cdot 10^{-6}$ Wb, $d = 4{,}5$ cm $= 0{,}045$ m, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

A mágneses fluxus és a mágneses indukció kapcsolatára a $\Phi = B \cdot A$ összefüggés érvényes, a képletben $A = \frac{d^2}{4}\pi$, a tekercs keresztmetszetének területe. A mágneses indukció $B = \frac{\Phi}{A}$. A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $B = 2 \cdot 10^{-3}$ T. A mágneses indukció és a mágneses térerősség kapcsolata: $B = \mu_0 \cdot H$, amelyből $H = \frac{B}{\mu_0}$. A mágneses térerősség az adatok helyettesítésével: $H = 1600 \frac{\text{A}}{\text{m}}$.

1822. Az adatok: $N = 6000$, $l = 32$ cm $= 0{,}32$ m, $d = 5{,}2$ cm $= 0{,}052$ m, $\Phi = 4{,}5 \cdot 10^{-6}$ Wb, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

Az egyenárammal átjárt hengeres tekercs belsejében homogén mágneses tér van. A mágneses indukció nagysága és a tekercs keresztmetszetének fluxusa közötti kapcsolat: $\Phi = B \cdot A$, a képletben $A = \frac{d^2}{4}\pi$, a tekercs keresztmetszetének területe. A keresett mágneses indukció $B = \frac{\Phi}{A}$, a számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $B = 2{,}1 \cdot 10^{-3}$ T. A mágneses indukció és a tekercs meneteiben folyó áram áramerőssége közötti kapcsolat: $B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}$, amelyből $I = \frac{B \cdot l}{\mu_0 \cdot N}$.

A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $I = 0{,}09$ A.

A mágneses térerősség és a mágneses indukció közötti összefüggés $H = \frac{B}{\mu_0}$, a számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $H = 1671 \frac{\text{A}}{\text{m}}$.

A vonal menti áramsűrűség $\frac{N \cdot I}{l}$, a számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $1671 \frac{\text{A}}{\text{m}}$.

1823. Az adatok: $N = 900$, $l = 27$ cm $= 0{,}27$ m, $d = 6$ cm $= 0{,}06$ m, $I = 1{,}5$ A, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

Az egyenárammal átjárt hengeres tekercs belsejében homogén mágneses tér van. A tekercs keresztmetszetének fluxusa: $\Phi = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} \cdot A$, a képletben $A = \frac{d^2}{4}\pi$, a tekercs keresztmetszetének területe. A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $\Phi = 1{,}78 \cdot 10^{-5}$ Wb.

1824. Az adatok: $N = 900$, $l = 27\ \text{cm} = 0{,}27\ \text{m}$, $d = 6\ \text{cm} = 0{,}06\ \text{m}$, $I = 1{,}5\ \text{A}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

Az egyenárammal átjárt hengeres tekercs belsejében homogén mágneses tér van. A tekercs keresztmetszetének fluxusa: $\Phi = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} \cdot A$, a képletben $A = \frac{d^2}{4}\pi$, a tekercs keresztmetszetének területe. A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $\Phi = 6{,}475 \cdot 10^{-6}\ \text{Wb}$.

1825. Az adatok: $\frac{N}{l} = 3200\ \frac{1}{\text{m}}$, $d = 7{,}2\ \text{cm} = 0{,}072\ \text{m}$, $I = 1{,}2\ \text{A}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

Az egyenárammal átjárt hengeres tekercs belsejében homogén mágneses tér van. A tekercs keresztmetszetének fluxusa: $B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}$. A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $B = 4{,}825 \cdot 10^{-3}\ \text{T}$.

A mágneses fluxus $\Phi = B \cdot A$, a képletben $A = \frac{d^2}{4}\pi$, a tekercs keresztmetszetének területe.

A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $\Phi = 1{,}96 \cdot 10^{-5}\ \text{Wb}$.

1826. Az adatok: $\frac{N}{l} = 4800\ \frac{1}{\text{m}}$, $d = 4{,}8\ \text{cm} = 0{,}048\ \text{m}$, $I = 0{,}8\ \text{A}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

Az egyenárammal átjárt hengeres tekercs belsejében homogén mágneses tér van. A tekercs keresztmetszetének fluxusa: $B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}$. A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $B = 4{,}825 \cdot 10^{-3}\ \text{T}$.

A mágneses fluxus $\Phi = B \cdot A$, a képletben $A = \frac{d^2}{4}\pi$, a tekercs keresztmetszetének területe.

A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $\Phi = 8{,}7 \cdot 10^{-6}\ \text{Wb}$.

A mágneses térerősség $B = \frac{N \cdot I}{l}$. A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $H = 3840\ \frac{\text{A}}{\text{m}}$.

Máshonnan:

$d = 4{,}8\ \text{cm} = 0{,}048$; $\frac{N}{l} = \frac{4800}{\text{m}}$; $I = 0{,}8\ \text{A}$;

$B = \mu_0 \cdot I \cdot \frac{N}{l} = 4{,}83 \cdot 10^{-3}\ \text{T}$; $\Phi = B \cdot A = 8{,}74 \cdot 10^{-6}\ \text{Wb}$; $H = \frac{B}{\mu_0} = 3840\ \frac{\text{A}}{\text{m}}$.

1827. Az adatok: $N = 1200$, $I = 0{,}75$ A, $l = 15$ cm $= 0{,}15$ m, $\Phi = 3{,}6 \cdot 10^{-5}$ Wb, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

Az egyenárammal átjárt hengeres tekercs belsejében homogén mágneses tér van.

A tekercs keresztmetszetének mágneses indukciója: $B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}$.

A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $B = 7{,}54 \cdot 10^{-3}$ T.

A mágneses fluxus $\Phi = B \cdot A$, a képletben $A = \frac{d^2}{4}\pi$, a tekercs keresztmetszetének területe.

A keresztmetszet területe az adatok helyettesítésével: $A = 4{,}77 \cdot 10^{-3}$ m^2.

$A = \frac{d^2}{4}\pi$, amelyből $d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}}$.

A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $d = 7{,}8$ cm.

Máshonnan:

$\Phi = 3{,}6 \cdot 10^{-5}$ Wb; $N = 1200$; $l = 15$ cm $= 0{,}15$ m; $I = 0{,}75$ A.

$$B = \mu_0 \cdot I \cdot \frac{N}{l} = 1{,}7 \cdot 10^{-4} \text{ T};$$

$$A = \frac{\Phi}{B} = 0{,}21 \text{ m}^2; \qquad d = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}} = 0{,}52 \text{ m} = 52 \text{ cm}.$$

1828. Az adatok: $N = 2000$, $I = 1{,}25$ A, $l = 16$ cm $= 0{,}16$ m, $\Phi = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ Wb, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

Az egyenárammal átjárt hengeres tekercs belsejében homogén mágneses tér van.

A tekercs keresztmetszetének mágneses indukciója: $B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}$.

A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $B = 1{,}96 \cdot 10^{-2}$ T.

A mágneses fluxus $\Phi = B \cdot A$, a képletben $A = \frac{d^2}{4}\pi$, a tekercs keresztmetszetének területe.

A keresztmetszet területe az adatok helyettesítésével: $A = 1{,}27 \cdot 10^{-2}$ m^2.

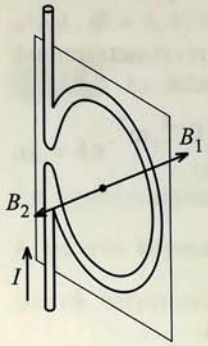
$A = \frac{d^2}{4}\pi$, amelyből $d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}}$.

A számítás eredménye az adatok helyettesítésével: $d = 12{,}7$ cm.

Máshonnan:
$I = 1{,}25$ A; $\Phi = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ Wb; $N = 2000$; $l = 16$ cm $= 0{,}16$ m.

$$B = \mu_0 I \frac{N}{l} = 1{,}96 \cdot 10^{-2} \text{ T}; \quad A = \frac{\Phi}{B} = 0{,}013 \text{ m}^2; \quad d = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}} = 0{,}13 \text{ m} = 13 \text{ cm}.$$

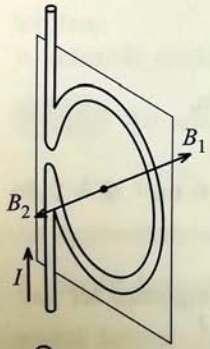
1829. $I = 25$ A; $R = 12$ cm $= 0{,}12$ m.



$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0}{R} I - \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{R} = 0{,}88 \cdot 10^{-4} \text{ T}.$$

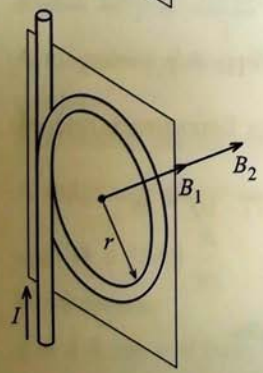
Az indukcióvektor a körvezető és az egyenes-vezető által keltettek szuperpozíciója.

1830. $I = 40$ A; $R = 5$ cm $= 0{,}05$ m;



$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R} - \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{R} = 3{,}43 \cdot 10^{-4} \text{ T}.$$

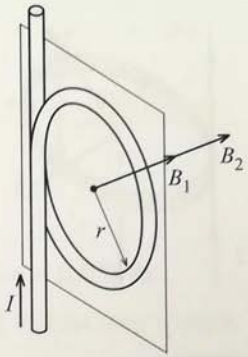
1831. $I = 20$ A; $R = 10$ cm $= 0{,}1$ m;



$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R} + \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{R} = 8{,}57 \cdot 10^{-5} \text{ T}.$$

1832. $I = 32$ A; $R = 9$ cm $= 0{,}09$ m.

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R} + \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{R} = 1{,}52 \cdot 10^{-4} \text{ T}.$$

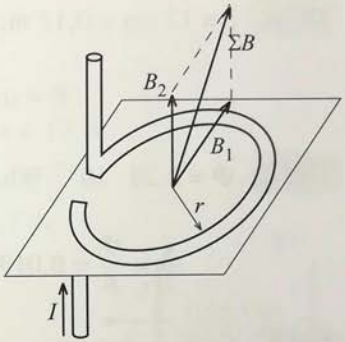


1833. $I = 18$ A; $R = 9$ cm $= 0{,}09$ m.

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{R}\right)^2} =$$

$$= 1{,}32 \cdot 10^{-4} \text{ T}.$$

A körvezető által keltett és az egyenes-vezető által keltett indukció vektora merőleges egymásra.

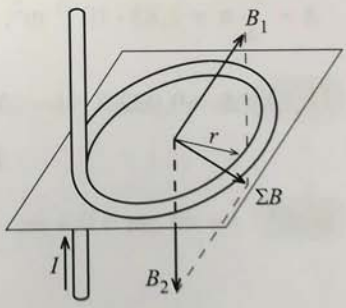


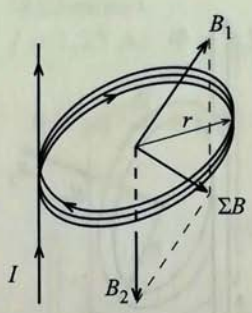
1834. $I = 36$ A; $R = 3$ cm $= 0{,}03$ m.

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{R}\right)^2} =$$

$$= 2{,}4 \cdot 10^{-4} \text{ T}.$$

A körvezető által keltett és az egyenes-vezető által keltett indukció vektora merőleges egymásra.





1835. $N = 5$; $I = 22$ A; $d = 12{,}5$ cm $= 0{,}125$ m.

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{\left[5\left(\frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{2I}{d}\right)\right]^2 + \left(\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{2I}{d}\right)^2} =$$

$$= 1{,}23 \cdot 10^{-6} \text{ T}.$$

A tekercs és az egyenes-vezető által keltett indukció vektora merőleges egymásra.

1836. $l = 12$ cm $= 0{,}12$ m; $N = 500$; $I = 0{,}125$ A; $\mu_r = 960$.

$$B = \mu_r B_0 = \mu_r \mu_0 \cdot I \cdot \frac{N}{l} = 0{,}63 \text{ T}.$$

1837. $\Phi = 2{,}28 \cdot 10^{-5}$ Wb; $B = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ T.

$$A = \frac{\Phi}{B} = 0{,}019 \text{ m}^2; \qquad d = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}} = 0{,}49 \text{ m} = 49 \text{ cm}.$$

1838. $l = 8$ cm $= 0{,}08$ m; $I = 0{,}45$ A; $\Phi = 2{,}75 \cdot 10^{-5}$ Wb; $d = 6$ cm $= 0{,}06$ m.

$$A = \frac{d^2}{4}\pi = 2{,}83 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2; \qquad B = \frac{\Phi}{A} = 9{,}73 \cdot 10^{-3} \text{ T}; \qquad N = \frac{lB}{\mu_0 I} = 1376.$$

1839. $B = 0{,}032$ T; $l = 25$ cm $= 0{,}25$ m; $I = 21$ A.

$$F = B \cdot I \cdot l = 0{,}168 \text{ N}.$$

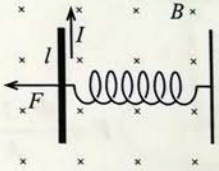
1840. $l = 40$ cm $= 0{,}4$ m; $I = 30$ A; $F = 0{,}125$ N.

$$B = \frac{F}{I \cdot l} = 0{,}01 \text{ T}.$$

1841. $B = 3 \cdot 10^{-2}$ T; $l = 25$ cm $= 0{,}25$ m; $D = 12 \dfrac{\text{N}}{\text{m}}$; $I = 16$ A.

$$F = B \cdot I \cdot l = 0{,}12 \text{ N}; \qquad s = \frac{F}{D} = 0{,}01 \text{ m} = 1 \text{ cm}.$$

1842. $B = 7 \cdot 10^{-2}$ T; $l = 18$ cm $= 0{,}18$ m; $D = 1{,}5 \dfrac{\text{N}}{\text{m}}$; $s = 3{,}5$ cm $= 0{,}035$ m.



$$F = D \cdot s = 0{,}0525 \text{ N}; \qquad I = \frac{F}{B \cdot l} = 4{,}17 \text{ A}.$$

Másik megoldás:

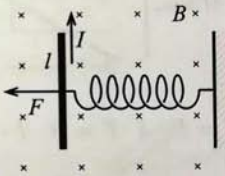
$B = 7 \cdot 10^{-2}$ T; $l = 18$ cm $= 0{,}18$ m; $D = 1{,}5 \dfrac{\text{N}}{\text{m}}$; $x = 3{,}5$ cm $= 0{,}035$ m.

A mágneses mező a vezetőre $F = B \cdot I \cdot l$ erőt fejt ki, ez az erő nyújtja meg a rugót: $F = Dx$.

$$B \cdot I \cdot l = D \cdot x,$$

$$I = \frac{D \cdot x}{B \cdot l} = \frac{1{,}5 \dfrac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0{,}035 \text{ m}}{7 \cdot 10^{-2} \text{ T} \cdot 0{,}18 \text{ m}} = 4{,}17 \text{ A}.$$

1843. $l = 20$ cm $= 0{,}2$ m; $D = 1{,}5 \dfrac{\text{N}}{\text{m}}$; $I = 12{,}5$ A; $x = 42$ mm $= 0{,}042$ m.



Lásd az előző feladatot!

$$B \cdot I \cdot l = D \cdot x,$$

$$I = \frac{Dx}{I \cdot l} = \frac{1{,}5 \dfrac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0{,}042 \text{ m}}{12{,}5 \text{ A} \cdot 0{,}2 \text{ m}} = 2{,}52 \cdot 10^{-2} \text{ T}.$$

1844. $A = 0{,}0025$ m^2; $\Phi = 4{,}5 \cdot 10^{-4}$ Wb; $l = 8$ cm $= 0{,}08$ m; $F = 0{,}32$ N.

A mező mágneses indukciója:

$$B = \frac{\Phi}{A}.$$

A mező által a vezetőre kifejtett erő:

$$F = B \cdot I \cdot l = \frac{\Phi \cdot I \cdot l}{A}.$$

Ebből az áram erőssége:

$$I = \frac{F \cdot A}{\Phi \cdot l} = \frac{0{,}32 \text{ N} \cdot 0{,}0025 \text{ m}^2}{4{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \cdot 0{,}08 \text{ m}} = 22{,}22 \text{ A}.$$

1845. $A = 0{,}04\ \text{m}^2$; $\Phi = 7{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}$; $l = 15\ \text{cm} = 0{,}15\ \text{m}$; $I = 22{,}5\ \text{A}$.

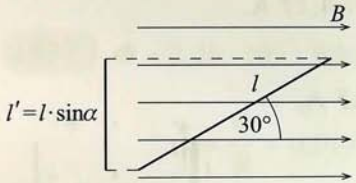
$$B = \frac{\Phi}{A}; \qquad F = B \cdot I \cdot l,$$

$$F = \frac{\Phi \cdot I \cdot l}{A} = \frac{7{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb} \cdot 22{,}5\ \text{A} \cdot 0{,}15\ \text{m}}{0{,}04\ \text{m}^2} = 607{,}5\ \text{N}.$$

1846. $A = 0{,}036\ \text{m}^2$; $\Phi = 5{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{Vs}$; $\frac{F}{l} = 0{,}045\ \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 4{,}5\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

$$F = \frac{\Phi}{A} \cdot I \cdot l,$$

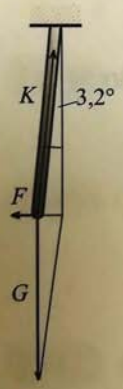
$$I = \frac{F}{l} \cdot \frac{A}{\Phi} = 4{,}5\ \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \frac{0{,}036\ \text{m}^2}{5{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{Vs}} = 31{,}15\ \text{A}.$$



1847. $I = 21\ \text{A}$; $l = 50\ \text{cm} = 0{,}5\ \text{m}$; $B = 2{,}25 \cdot 10^{-2}\ \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$; $\alpha = 30°$.

A vezetőnk az indukcióvonalakra merőleges lenne: $l' = l \cdot \sin\alpha$ (vagy az indukció vezetőre merőleges összetevője $B' = B \cdot \sin\alpha$).

$$F = B \cdot I \cdot l' = B \cdot I \cdot l \cdot \sin\alpha = 2{,}25 \cdot 10^{-2}\ \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot 21\ \text{A} \cdot 0{,}5\ \text{m} \cdot \sin 30° = 24{,}125\ \text{N}.$$



1848. $l = 12\ \text{cm} = 0{,}12\ \text{m}$; $A = 6\ \text{mm}^2 = 6 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2$; $d = 4\ \text{cm} = 0{,}04\ \text{m}$; $I = 0{,}45\ \text{A}$; $\alpha = 3{,}2°$; $\varrho_{\text{réz}} = 8960\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

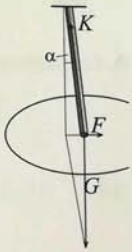
A rézrúdra hat a mágneses merő által kifejtett erő (F), a nehézségi erő (G) és a két felfüggesztő huzal által kifejtett erő (összesen K). A rézrúd egyensúlyban van, ezért $F_e = 0$, azaz K és G eredője azonos nagyságú, de ellentétes irányú az F erővel. Így $\frac{F}{G} = \text{tg}\,\alpha$.

$$G = m \cdot g = V \varrho_{\text{réz}} \cdot g = A \cdot l \cdot \varrho_{\text{réz}} \cdot g =$$

$$= 6 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2 \cdot 0{,}12\ \text{m} \cdot 8960\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0{,}065\ \text{N}.$$

$$F = G \cdot \text{tg}\,\alpha = 0{,}065\ \text{N} \cdot \text{tg}\,3{,}2° = 0{,}0036\ \text{N}.$$

A mágneses mező a vezetőnek a patkómágnes részei között levő darabjára fejt ki erőt

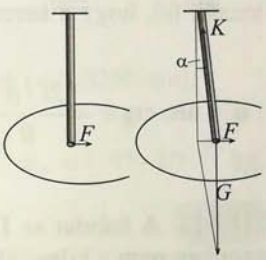


$$F = B \cdot I \cdot d,$$

$$B = \frac{F}{I \cdot d} = \frac{0{,}0036\ \text{N}}{0{,}45\ \text{A} \cdot 0{,}04\ \text{m}} = 0{,}2\ \text{T}.$$

1849. $l = 9\ \text{cm} = 0{,}09\ \text{m}$; $A = 20\ \text{mm}^2 = 2 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^2$; $d = 3{,}2\ \text{cm} = 0{,}032\ \text{m}$; $I = 0{,}6\ \text{A}$; $\alpha = 5°$.

A vezetőre vízszintes irányban a mágneses mező által kifejtett erő hat, a kilendülés pillanatában ez a gyorsítóerő. A mágneses mező az egyensúlyi helyzetben is ugyanakkora erőt fejt ki a rúdra, hiszen a nagyságát befolyásoló tényezők közül egyik sem változik.

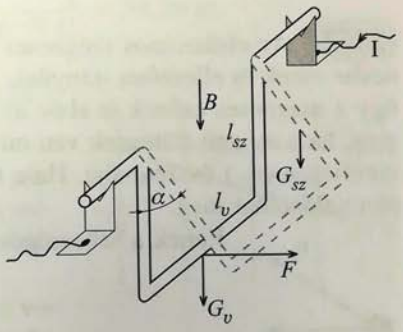


$$F = m \cdot g \cdot \operatorname{tg}\alpha,$$

$$ma = m \cdot g \cdot \operatorname{tg}\alpha = a = g \cdot \operatorname{tg}\alpha = 0{,}87\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

1850. $A = 3{,}5\ \text{mm}^2 = 3{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2$; $B = 9{,}2 \cdot 10^{-2}\ \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$; $I = 12\ \text{A}$.

Mivel az ábra szerint a kengyel felfüggeszthető szárai is, a vízszintes darabjai is ugyanabból az anyagból készültek, nem tekinthetünk el a szárak súlyától. Jelöljük l_{sz}-szel a szárak, l_v-vel a vízszintes szakaszok hosszát.



A mágneses mező kezdetben csak a kengyel vízszintes szakaszára fejt ki erőt. (Ez a szakasz merőleges az indukcióvonalakra.) Az erő iránya merőleges az indukcióvonalakra és az áram irányára is, tehát vízszintes. Ez az erő a kengyelt az alátámasztás által meghatározott tengely körül elforgatja. A felső vízszintes darabokra ható erőt a tartósínek ellensúlyozzák. Az egyensúlyi helyzetben az eredetileg függőleges darabokra is hat erő, mivel az indukciónak van rájuk merőleges összetevője. Ezek az erők azonban a kengyelt nem képesek elforgatni, mivel a szárak helyzete a homogén mágneses mezőhöz képest azonos, azonban a bennük folyó áram iránya ellentétes. Úgy a szárakra ható erők nagysága is azonos, azonban irányuk ellentétes. A keret egyensúlyát most a kengyelre ható forgatónyomatékok egyensúlya szabja meg. Legyen G_{sz} a kengyel egyik szárának, G_v pedig a kengyel vízszintes szakaszának a súlya. A vízszintes szakaszra a rajta

átfolyó áram miatt ható erő:

$$F = B \cdot I \cdot l.$$

A forgatónyomatékok eredője zérus, tehát

$$2G_{sz} \cdot \frac{l_{sz}}{2} \cdot \sin\alpha + G_v \cdot l_{sz} \cdot \sin\alpha - F \cdot l_{sz} \cdot \cos\alpha = 0,$$

$$(G_{sz} + G_v) \cdot \sin\alpha = B \cdot I \cdot l_v \cdot \cos\alpha,$$

$$\frac{l_{sz} + l_v \cdot \varrho \cdot A \cdot g}{B \cdot I \cdot l_v} = \operatorname{ctg}\alpha.$$

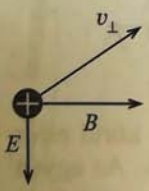
A feladatot számszerűen csak a keret súlyának ismeretében lehet megoldani. Tételezzük fel, hogy a keret mindegyik oldala l hosszúságú és rézből készült. Ekkor

$$\alpha = \operatorname{arc\,ctg}\alpha = \frac{2l \cdot \varrho \cdot A \cdot g}{B \cdot I \cdot l} = \frac{2 \cdot 3{,}5 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^2 \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 8{,}9 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{12\ \mathrm{A} \cdot 9{,}2 \cdot 10^{-2}\ \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2}} \approx 60{,}5°.$$

1851. A feladat az **1850**-es feladattal teljesen azonos módon oldható meg. Most azonban nem a kilendülés szögét, hanem a mágneses indukcióvektort kell kifejezni:

$$B = \frac{(l_{sz} + l_v) \cdot \varrho \cdot A \cdot g}{I \cdot l_v \cdot \operatorname{ctg}\alpha}.$$

1852. Az elektromos mágneses erő csak akkor tarthat egyensúlyt, ha egy egyenesbe esnek és ellentétes irányúak. Az elektromos erő a térerősség egyenesébe esik, úgy a mágneses erőnek is ebbe az egyenesbe kell esnie. Ez csak akkor valósulhat meg, ha a mozgó töltésnek van mind az elektromos, mind a mágneses tér irányára merőleges ($v_\perp$) összetevője. Ha a töltés pozitív, akkor ez például a következőképpen valósulhat meg.



Ennek a sebességösszetevőnek a nagyságára teljesülnie kell az

$$E_q = B_q \cdot v_\perp$$

egyenletből következően a $v_\perp = \frac{E}{B}$ összefüggésnek. A töltés sebessége pontosan nem adható meg, mert az egyesúlyi feltétel változatlanul teljesül, ha a töltésnek tetszőleges nagyságú, a mágneses térrel párhuzamos összetevője van.

1853. $r = 9\ \mathrm{cm} = 0{,}09\ \mathrm{m}$; $v = 12\,000\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $q = 2e = 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} =$ $= 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$; $m = 6{,}645 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$.

A centripetális erőt a mágneses mező által kifejtett erő (Lorentz-erő) biztosítja, amely merőleges a részecske sebességére.

$F_{cp} = B \cdot q \cdot v$, $m\dfrac{v^2}{r} = B \cdot q \cdot v$, ebből

$$B = \frac{m \cdot v}{q \cdot v} = \frac{6{,}645 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 1{,}2 \cdot 10^4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}2 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 0{,}09\ \text{m}} = 2{,}769 \cdot 10^{-3}\ \text{T}.$$

1854. $B = 4{,}8 \cdot 10^{-4}$ T; $v = 2{,}5 \cdot 10^6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

A centripetális erőt a Lorentz-erő biztosítja:

$$\frac{mv^2}{r} = Bqv,$$

$$r = \frac{mv}{Bq} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 2{,}5 \cdot 10^6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4{,}8 \cdot 10^{-4}\ \text{T} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 2{,}96 \cdot 10^{-2}\ \text{m}\ (= 0{,}0296\ \text{cm}).$$

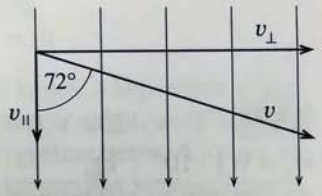
1855. $B = 4{,}8 \cdot 10^{-4}$ T; $v = 2{,}5 \cdot 10^6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $p^+ = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.

A cetripetális erőt a Lorentz-erő biztosítja:

$$\frac{mv^2}{r} = Bqv,$$

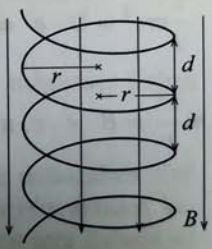
$$r = \frac{mv}{Bp^+} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 2{,}5 \cdot 10^6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4{,}8 \cdot 10^{-4}\ \text{T} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 54{,}36\ \text{m}.$$

1856. $B = 3{,}2 \cdot 10^{-2}$ T; $v = 4{,}2 \cdot 10^5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $\alpha = 72°$;
$p^+ = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.



A mágneses mező a sebességnek az indukcióval párhuzamos komponensét nem változtatja meg, a rá merőleges komponens változik a Lorentz-erő hatására (nagysága állandó marad, iránya változik).

A proton az indukcióvonalak irányában egyenes vonalú egyenletes, a rájuk merőleges síkban pedig egyenletes körmozgást végez, mozgása e két mozgásból tevődik össze, így spirális pályán fog mozogni.



A körmozgás kerületi sebessége a proton sebességének az indukcióvonalakra merőleges összetevője, az egyenes vonalú mozgás eredménye pedig az indukcióvektorokkal párhuzamos összetevője.

$$r = \frac{mv_\perp}{Bp^+}.$$

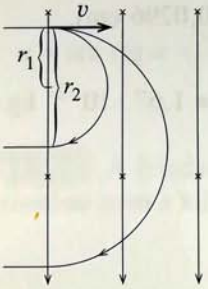
(Lásd előző feladat!)

$$r = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 4{,}2 \cdot 10^5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 72^\circ}{3{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{T} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 13{,}1\ \text{m}.$$

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v_\perp}.$$

$$d = v_\parallel \cdot T = 4{,}2 \cdot 10^5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos 72^\circ \cdot \frac{2\pi \cdot 13{,}1\ \text{m}}{4{,}2 \cdot 10^5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos 72^\circ} =$$

$$= \cos 72^\circ \cdot 2\pi \cdot 13{,}1\ \text{m} \cdot \sin 72^\circ = 26{,}7\ \text{m}.$$



1857. $B = 6{,}4 \cdot 10^{-4}$ T; $r_1 = 5$ cm $= 0{,}05$ m; $r_2 = 12$ cm $= 0{,}12$ m; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Az elektronok a Lorentz-erő hatására végeznek körmozgást. Ennek alapján az indukcióvektorra merőleges sebességkomponenst lehet megállapítani.

$F_{cp} = F_L$; $m\frac{v^2}{e} = B \cdot e \cdot v$, $v = \frac{B \cdot e \cdot r}{m}$, azaz a legnagyobb sebességű elektron mozog a legnagyobb sugarú pályán.

$$v_1 = \frac{6{,}4 \cdot 10^{-4}\ \text{T} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 0{,}05\ \text{m}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}} = 5{,}6 \cdot 10^6\ \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

ez a legkisebb sebesség.

$$v_2 = \frac{6{,}4 \cdot 10^{-4}\ \text{T} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 0{,}12\ \text{m}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}} = 13{,}5 \cdot 10^6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

1858. $U = 1200$ V; $U_0 = 0$; $r = 2{,}4$ cm $= 0{,}024$ m; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-13}$ kg.

Az elektron az elektromos mező által végzett munka árán tesz szert mozgási energiára.

$$\frac{1}{2}mv^2 = U \cdot e \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2U \cdot e}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1200\ \text{V} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = 20{,}54 \cdot 10^6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$m\frac{v^2}{r} = B \cdot e \cdot v$, mert F_{cp} a Lorentz-erő.

$$B = \frac{mv}{e \cdot r},$$

$$B = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 20{,}54 \cdot 10^{6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 0{,}024\ \text{m}} = 4{,}87 \cdot 10^{-3}\ \text{T}.$$

1859. $U = 150$ V; $B = 3{,}8 \cdot 10^{-3}$ T; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

$v = \sqrt{\frac{2U \cdot e}{m}}$ (Lásd előző feladat!).

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 150\ \text{V} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}} = 7{,}26 \cdot 10^{6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$r = \frac{mv}{Be} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 7{,}26 \cdot 10^{6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{T} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 1{,}1 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = 1{,}1\ \text{cm}.$$

1860. $B = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ T; $p^+ = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.

$$\frac{m_p \cdot v^2}{r} = B \cdot p^+ \cdot v; \qquad v = \frac{2r \cdot \pi}{T}; \qquad m_p \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T} = Bp^+; \qquad \frac{v}{r} = \frac{2 \cdot \pi}{T}.$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{B \cdot p^+}, \qquad T = \frac{6{,}28 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{2{,}7 \cdot 10^{-4}\ \text{T} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 2{,}26 \cdot 10^{-4}\ \text{s}.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

1861. A monitorokban és a televíziók képcsöveiben a képet, a képernyőt végigsöprő elektronnyalábok hozzák létre. A mozgó elektronokat a mágneses tér eltéríti pályájukról, ezért a kép az erős mágnes hatására torzul. Figyelmeztetés: A színes televíziók képcsövei az erős mágnes hatására maradandó károsodást szenvedhetnek.

1862. Az iránytű mágneses terének hatására a vasból készült fejsze mágneses dipólusai rendeződnek. A balta és a mágnes vonzani kezdi egymást, így az iránytű már nem az északi irányt mutatja.

1863. A gombostűk akkor nem dőlnek el súlyuk hatására, ha a mágneses térben rájuk ható erő éppen függőleges.

1864. Az ábrán látható pohárban kis fémpálca van. A készülék dobozában lévő tekercscsel forgó mágneses teret hoznak létre. A pálcában emiatt örvényáramok keletkeznek. A Lenz-törvény értelmében az indukált áram mágneses tere gátolja az

őt keltő hatást, ezért a pálca követi a tér forgását, hogy ily módon csökkenjen a pálcába behatoló mágneses tér változása.

1865. Sokféle lehetőség kínálkozik, például a víz leeresztése és az érmék összesöprése. Amennyiben a pénzérmék mágnesezhető ötvözetből készültek, akkor mágnessel is összegyűjthetők.

1866. Valószínűleg nem, mert az elnevezés ellentmondásos.

1867. Mágneses monopólus nem létezik, így a darabolás akármeddig folytatható. Ha az anyagot elemi részek szintjéig daraboljuk szét, akkor elektronhoz, neutronhoz és a protonhoz juthatunk. Ezek a részecskék mágneses szempontból dipólusok, azaz tovább nem osztható kis mágnesek.



1868. Mágneses indukció fluxus.

1869. Ampère-féle erők.

1870. Az áramjárta vezetékek, tekercsek mágneses tere kirajzolódik, ha a vezeték köré finom vasreszeléket szórunk.
A kirajzolódó kép jól érzékelhető, ha a vasreszeléket az ábrán látható módon plexilapra szórjuk és kivetítjük. A képek tanúsága szerint a vasreszelék zárt görbék mentén helyezkedik el.

1871. Nem, a mágneses indukcióvonalak mindig önmagukban záródnak.

1872. A mágneses erővonalak iránya megállapodás szerint az É-i mágneses pólusra ható erő irányával egyezik meg. Így a mágneses térben elhelyezett kicsiny iránytűk úgy helyezkednek el, hogy a déli pólusuktól az északi felé mutató irány adja az adott helyen a mágneses tér irányát.

1873. A kötőtű darabjai külön-külön is mágnesrúdként viselkednek, hiszen mágneses egypólus nem létezik.

1874. Az áramjárta tekercs mágnesrúdként viselkedik, ezért ha a tekercset tartó parafa korong könnyen mozog a vízen, akkor a tekercs iránytűként beáll az É–D-i irányba.

1875. Az egyirányú áramok vonzzák egymást.

1876. Ebből következik, hogy mágneses egypólus nem létezik.

1877. A csavarhúzók anyagát a Föld mágneses tere és a környezetben folyó áramok tere felmágnesezheti, azaz állandó mágnessé teheti.

1878. A kötőtű elveszíti mágnesességét, mert az erős hőmozgás szétzilálja a kötőtű elemi mágneseinek rendezett szerkezetét.

1879. A mágneses tér eltéríti a televíziós képet kirajzoló elektronnyalábot. (Lásd **1861.** feladat!)

1880. A mozgó elektronokat a mágneses Lorentz-erő térítené el pályájukról. A Lorentz-erő azonban zérus, ha a mágneses tér iránya és a töltés sebessége párhuzamos.

III.

1881. A Lorentz-erő hatására a vezetők meggörbülhetnek.

1882. A külső tér mágneses indukcióját vagy a keret felületét kell megnövelni. Legegyszerűbb, ha a vezetőkeret helyett sokmenetű tekercset használunk.

1883. A részecske sebességének mágneses térrel párhuzamos összetevője állandó marad, a térre merőleges összetevőjének pedig folyamatosan változik az iránya. Így a részecske mozgása körmozgás és a kör síkjára merőleges egyenesvonalú egyenletes mozgás szuperpozíciója. Emiatt a részecske spirális pályán mozog.

1884. Mindkét töltés spirális pályára kerül, forgásirányuk azonban ellentétes.

1885. A mágneses Lorentz-erő nagysága $F = q \cdot B \cdot v$. Ez az erő kényszeríti a töltést körpályára, azaz

$$q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{R}.$$

Innen a körpálya sugara

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}.$$

Látható tehát, hogy a térerősség növekedésével a részecske egyre kisebb sugarú pályára kerül.

1886. A részecskék különböző sugarú spirális pályákra kerülnek.

1887. Igen, mert a részecskék sebességének iránya állandóan változik.

1888. Minden olyan eszköz ide tartozik, amelyben mágneses tér befolyásolja a töltött részecskék mozgását. Ilyen készülék: tv-képcső, számítógép monitorának képcsöve, elektronmikroszkóp, betatron, a villanyóra stb.

1889. Időben állandó térben a tér nem végezhet munkát a töltésen. Időben változó mágneses mező által keltett elektromos tér közvetítésével az energiaátadás lehetségessé válik.

1890. Például mágneses térbe merőlegesen belőtt részecskék esetén a pozitív α- és a negatív β-részecskék eredeti irányukhoz képest ellentétes irányban térülnek el. A mágnesesen és elektromosan is semleges γ-sugárzás iránya nem változik.

3.4. AZ IDŐBEN VÁLTOZÓ MÁGNESES MEZŐ

Nyugalmi indukció

Tesztfeladatok

1891. A D) válasz a helyes, mert homogén mezőben a fluxus egyenesen arányos a körvezető területével. A körök területe viszont egyenesen arányos a kör sugarának négyzetével. A fluxusok aránya 4 : 1, ezért a sugarak aránya 2 : 1.

1892. A C)-vel jelölt tevékenység felesleges, mert vasrúd nélkül is indukálódik áram a tekercsben.

1893. A B) válasz a helyes, mert az indukált áram nagysága a fluxusváltozás sebességével egyenesen arányos.

1894. A C) állítás a hibás, mert az indukált elektromotoros erő nem a mágneses mező nagyságától, hanem annak változási sebességétől függ.

1895. A C) válasz a helyes megállapítás, mert két menetben kétszer akkora a fluxusváltozás és az indukált elektromotoros erő nem függ az ellenállástól.

1896. A C) válasz a helyes, mert a ha tekercs mágneses mezőjének erővonalai nem metszik a keret síkját, akkor hiába változik a mágneses mező, nem indukálódik áram a keretben.

1897. Az A) válasz a helyes, mert a mágneses mező gyakorlatilag csak a tekercs belsejében jelentős, így mindkét fémkarikában ugyanakkora a fluxusváltozás.

1898. A B) válasz a helyes, a két szabad vég között nincs feszültség.

1899. A B) válasz a helyes, mert a vasrúd valóban megnöveli a szolenoidban a mágneses fluxust, és ez ebben az esetben fluxusváltozást okoz a vezetőgyűrűben.

1900. A D) válasz a helyes, mert a vezető hurok fluxusváltozása, ezzel együtt az indukált elektromotoros erő egyenesen arányos $r^2\pi$-vel, ellenállása egyenesen arányos $2r\pi$-vel Az indukál áram tehát egyenesen arányos r-rel.

1901. A C) válasz a helyes, mert a kábel két erében ellentétes irányban folyik az áram, körülöttük gyakorlatilag nulla a mező térerőssége. Ha arra gondolunk, hogy valamekkora mező mégis van, mert van köztük némi távolság, akkor ennek a mezőnek az erővonalai olyan zárt görbék, amelyek nem metszik a fémgyűrű síkját.

III.

1902. A B) megállapítás a helyes, mert a második esetben a fluxusváltozás feleakkora, ez felére csökkenti, viszont az idő a duplájára nő, ez tovább felezi az indukált elektromotoros erőt.

1903. Az A) állítás az egyetlen hamis állítás, ugyanis az indukált elektromotoros erő nem függ a mágneses mező indukciójának a nagyságától, csak annak változási gyorsaságától.

1904. A C) válasz a helyes az adott megfogalmazás szerint.

1905. A D) válasz a helyes, mert Lenz törvénye szerint az indukált áram iránya olyan, hogy mágneses mezőjével akadályozza azt a változást, ami az áramot létrehozza. Ez akkor teljesül, ha a karikában a D)-ben jelzett áramirány lép fel.

1906. Az A) válasz a helyes, mert a tekercsben akár a mágneses mező csökkenését, akár az ellenkező irányú növekedését ugyanolyan irányú indukált áram gátolja Lenz törvénye értelmében.

1907. A C) válasz a helyes. Mindkét hurokban az óramutatóval azonos irányban folyó áram tudná a hurkok fluxusának növekedését akadályozni. Azonban ez nem jöhet létre, mert akkor a két összekötött hurokban szembe folyna az áram. Így a hurokban áram nem folyik.

1908. Az A) állítás a hamis, mert a tekercs laposssága nem befolyásolja az indukált feszültség nagyságát.

1909. Az A) válasz a helyes a mellékelt indoklás szerint.

1910. A D) válasz a helyes, mert az áram kikapcsolásakor a bal oldali körvezetőben az ábra síkjából felénk irányuló indukció vektor nagysága csökken. Az indikált áram mágneses mezője ezt a csökkenést akadályozza, tehát az óramutató járásával ellentétesen fog folyni. A jobb oldali körvezetőben a helyzet fordított.

1911. Az A) válasz a helyes, mert a vezetőkeretben az $ABCD$ irányban folyó indukált áram akadályozza az indukció csökkenését.

1912. A C) válasz a helyes, mert a keretben nő a mágneses fluxus.

1913. A C) válasz a helyes, mert a keret síkjára merőlegesen befelé mutató mágneses indukció csökkenését az indukált áram befelé mutató mágneses indukciója gátolja. Ehhez az $ADCB$ áramirány szolgáltatta mágneses mező felel meg. A D) válasz is ezt állítja, de helytelen indoklással.

1914. A B) válasz a helyes, mert az indukált elektromotoros erő egyforma a két vezetőben, de a nagyobb ellenállású vezetőben kisebb áram folyik.

1915. Az A) válasz a helyes, mert a tekercset körülvevő hurokban erőteljes elektromotoros erő indukálódik, a tekercs melletti hurokban viszont alig, mert a tekercsen kívül nagyon kicsi a mágneses fluxus, és ezzel együtt a változás is. Egyébként a két hurokban indukált elektromotoros erők összegződnek.

1916. A B) válasz a helyes, mert a keret ugyanolyan távol van mindkét áramvezetőtől. Ezektől az áramvezetőktől külön-külön származó fluxus nagysága egyenlő, csak előjelben különböző, így az eredő fluxus 0.

1917. Az A) válasz a helyes, mert az egyik áram kikapcsolásakor a keret kezdeti eredő fluxusa a másik vezető által létrehozott fluxus értékére nő meg.

1918. A B) válasz a helyes. Ha a két hurok független lenne, mindkét hurokban indukálódna az óramutató járásával megegyező irányban folyó áram, de a két hurok 8-as alakban való összekapcsolása miatt ezek az áramok kioltják egymást, helyesebben a 8-as alakú áramkör teljes elektromotoros ereje 0 lesz.

1919. A C) válasz a helyes, mert mindkét tekercsben azonos a mágneses indukció iránya, tehát a karikában jelentős változó fluxus alakul ki. (Megjegyzés: a helyes válaszhoz fontos, hogy az ábrát alaposan figyeljük meg, ugyanis fel kell ismerni, hogy a tekercsek mindegyikében felülről nézve az óramutató járásával azonos irányban folyik az áram. Ha ez nem így lenne, akkor 0 lenne a karika fluxusa.)

1920. Mivel csak a tekercs belsejében kialakuló mágneses mezőt érdemes figyelembe venni, ezért mindkét gyűrűnek azonos a fluxusváltozása, így a B) válasz a helyes.

1921. A B) válasz a helyes. Ha a fémekben nem 0 a változó mágneses mező, akkor a tömör fémek belsejében is indukálódik elektromos mező. (A fémek belsejében csak sztatikus elektromos mező nem létezhet.) Ennek hatására a fémekben a szabadon elmozdulni képes töltéshordozók, az elektronok, áramlani fognak.

1922. A D) válasz a hamis, mert a fémek mágneses mező hatására nem válnak szigetelővé.

1923. A D) válasz a helyes. Az önindukciós feszültséget megadó összefüggésből

$$L = \frac{U \cdot \Delta t}{\Delta I} = \frac{0{,}12\ \text{V} \cdot 0{,}15\ \text{s}}{6\ \text{A}} = 0{,}003\ \text{H}.$$

1924. A C) válasz a helyes az adott indoklás szerint.

1925. A C) válasz a helyes.

$$L_1 = \frac{U \cdot \Delta t_1}{\Delta I_1}, \qquad L_2 = \frac{U \cdot \Delta t_2}{\Delta I_2}.$$

A két egyenlet hányadosa:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{\Delta t_1 \cdot \Delta I_2}{\Delta t_2 \cdot \Delta I_1} = \frac{0{,}3\ \text{s} \cdot 5\ \text{A}}{0{,}1\ \text{s} \cdot 10\ \text{A}} = 1{,}5.$$

1926. Jelöljük a helyettesítő tekercs önindukciós együtthatóját L-lel! A párhuzamosan kapcsolt tekercseken eső feszültség legyen U! A tekercsek áramát jelöljük I_1-gyel és I_2-vel. Ekkor

$$\frac{U}{L_1} = \frac{\Delta I_1}{\Delta t}, \qquad \frac{U}{L_2} = \frac{\Delta I_2}{\Delta t}.$$

A helyettesítő tekercsre

$$\frac{U}{L} = \frac{\Delta(I_1 + I_2)}{\Delta t} = \frac{\Delta I_1}{\Delta t} + \frac{\Delta I_2}{\Delta t} = \frac{U}{L_1} + \frac{U}{L_2}.$$

U-val egyszerűsítve

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}.$$

Tehát a D) válasz a helyes.

1927. A B) grafikon a helyes. Átkapcsolás előtt az áramerősség állandó, átkapcsolás után fokozatosan (exponenciálisan) csökken 0-ra, mert a csökkenés közben a tekercsen olyan indukált feszültség lép fel, ami a hirtelen 0-ra esést gátolja.

1928. A C) grafikon a helyes, mert az áram 0,2 s-ig 0,1 A-re nő, ezalatt a tekercsben indukált feszültség az

$$U = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

képlet szerint $U = 0{,}01$ V. Az áram csökkenő szakaszában az indukált feszültség ugyanekkora, csak ellenkező polaritású.

1929. Az A) válasz a helyes, mert hosszabb idő múlva, amikor az áram beáll az $I = \frac{U}{R}$ értékre, a tekercsben már nem indukálódik feszültség.

1930. A B) válasz a helyes, mert az $R_L = 2\pi \cdot f \cdot L$ összefüggés alapján

$$f = \frac{R_L}{2 \cdot \pi \cdot L} = \frac{400\ \Omega}{6{,}28 \cdot 0{,}4\ \text{H}} = 159\ \text{Hz}.$$

1931. A D) válasz a helyes, mert

$$R_L = 2\pi \cdot f \cdot L = 6{,}26 \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 2\ \text{H} = 628\ \Omega.$$

1932. A B) válasz a helyes, mert

$$U = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = 10^{-2}\ \text{H} \cdot \frac{6 \cdot 10^{-2}\ \text{A}}{2 \cdot 10^{-2}\ \text{s}} = 3 \cdot 10^{-2}\ \text{V}.$$

1933. A C) válasz a helyes. Az indukciós tekercsben egyenletesen növekvő áram állandó indukált feszültséget idéz elő, amely ellentétes a növekvő áramot keltő feszültséggel.

1934. A C) válasz a helyes, mert az induktív ellenálláson folyik áram.

1935. A B) válasz a helyes, a megadott magyarázat alapján.

1936. A B) válasz az egyetlen helyes állítás. Egyrészt a vasmagban örvényáramok keletkeznek, másrészt a tekercsek vezetékeinek is van ohmos ellenállása.

1937. Az A) válasz a helyes. A legkisebb menetszámú tekercs legyen a primer tekercs.

1938. Az A) válasz a helyes, mert a transzformátor primer és szekunder körének közel ugyanakkora a teljesítménye.

1939. A B) a helyes eredmény, mert az azonos teljesítmény miatt a szekunder körben a feszültség a háromszorosára növekszik, akkor a terhelő áram harmadrésze a primer kör áramának.

1940. Az A) válasz a helyes. Az adatokból és a menetszámok arányaiból csak ez az eset valósítja meg a feladat feltételeit.

1941. A C) válasz a helyes. Valójában az indukció jelenség létrejöttéhez nem kell vezeték. Ha valahol változik a mágneses mező, akkor annak környezetében mindig megjelenik az elektromos mező is.

1942. A B) válasz a helyes. Időben változó mágneses mező esetén olyan elektromos mező indukálódik, amelynek erővonalai olyan zárt görbék, amelyek körülölelik a mágneses erővonalakat. Az elektromos térerősség és a mágneses indukció vektorok merőlegesek egymásra.

1943. A D) válasz a helyes, mert az indukált elektromos mező térerőssége a golyó helyén az ábra síkjára merőleges.

1944. A B) válaszban leírt megállapítás a helyes, az indukciós tekercs csak addig fogyaszt, amíg az áramerősség változik.

1945. A C) a helyes megállapítás. A tekercsben felépülő mágneses mező mindaddig tárolja az energiát, míg benne áram folyik.

1946. A C) a helyes válasz, mert az indukciós tekercsben tárolt energia az áramerősség négyzetével egyenesen arányos.

1947. A B) válasz a helyes, az ott leírt megállapításhoz nincs mit hozzátenni.

Számításos feladatok

1948. $\Phi = B \cdot A = B \cdot r^2 \cdot \pi$. Az adatokat behelyettesítve

$$\Phi = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{Vs}.$$

1949. *a)* $B = \dfrac{\Phi}{A} = \dfrac{\Phi}{\left(\dfrac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi}$.

Az adatokkal: $B = 0{,}08\ \dfrac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$.

b) Az erővonalakkal párhuzamos felületnek 0 a fluxusa.

1950. A homogén mező indukciója

$$B = \frac{\Phi_1}{A_1},$$

az A_2 felület fluxusa

$$\Phi_2 = \frac{\Phi_1}{A_2} \cdot A_2.$$

Adatokkal $\Phi_2 = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ Vs.

1951. *a)* Az erővonalakkal szöget bezáró felület fluxusa

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos\alpha,$$

ahol az α szög az indukcióvektor irányának és a felületre merőleges egyenesnek a szöge. A feladat ennek a pótszögét, az indukcióvektor és a felület síkjának a szögét adja meg. Az adatok alapján

$$\Phi = 5{,}43 \cdot 10^{-3}\ \text{Vs}.$$

b) A fluxus nem változik, mert a forgatás által sem a felület nagysága, sem a sík és az indukcióvektor szöge nem változik.

1952. Adott B, Φ és a felület kiszámítható:

$$A = a^2 = 4 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2.$$

Az indukcióvektor irányára nem merőleges síkú keret fluxusát a

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos\alpha$$

összefüggés adja meg, ahol az α szög az indukcióvektor és a keret síkjára merőleges egyenes szögét jelenti. Ebből

$$\cos\alpha = \frac{\Phi}{B \cdot A},$$

az adatokból $\cos\alpha = 0{,}75$, $\alpha = 41{,}4°$.
A feladat a keret síkjának és az erővonalaknak a szögét kérdezi. Ez a szög a kiszámított szög pótszögét jelenti, ami a jelen esetben

$$\beta = 90° - \alpha = 48{,}6°$$

1953. Az erővonalakra merőleges keret esetén

$$\Phi = B \cdot A.$$

a) Ebből és az adatokból

$$A = \frac{\Phi}{B} = 0{,}03\ \text{m}^2.$$

b) A keret elforgatása után

$$\Phi \cdot \cos\alpha = \frac{\Phi}{2},$$

amiből egyszerűsítés után $\alpha = 60°$ adódik.

1954. Adott Φ és a felület: $A = r^2\pi$.
Az indukció nagysága

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Phi}{r^2 \cdot \pi} = 3{,}54 \cdot 10^{-3} \ \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}.$$

1955.

$$\Phi = B \cdot A = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot N}{l} \cdot r^2\pi = 9{,}81 \cdot 10^{-5} \ \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2},$$

ahol $\mu_0 = 1{,}25 \cdot 10^{-6} \ \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

III.

1956. A kezdeti fluxus

$$\Phi_1 = B \cdot A = B \cdot a^2 = 8 \cdot 10^{-7} \text{ Vs},$$

mivel a négyzet területe

$$A = a^2 = 1{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2.$$

Az elforgatás utáni fluxus

$$\Phi_2 = B \cdot A \cdot \cos 45° = 5{,}66 \cdot 10^{-7} \text{ Vs}.$$

A fluxusváltozás

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = B \cdot a^2(1 - \cos 45°) = 2{,}34 \cdot 10^{-7} \text{ Vs}.$$

1957.

$$\Phi_1 = B \cdot A$$

$$\Phi_2 = 1{,}8B \cdot \frac{A}{2{,}6} = 0{,}69, \qquad \Phi_1 = 4{,}15 \cdot 10^{-6} \text{ Vs}.$$

1958. Az a oldalú négyzet kerülete és a $b - 2b$ oldalú téglalap kerülete egyenlő: $4a = 6b$, ebből $b = \frac{2}{3}a$.
A két idom területének aránya

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{a^2}{\frac{8}{9}a^2} = \frac{9}{8}.$$

A négyzet fluxusa $\frac{9}{8}$-szor nagyobb a téglalap fluxusánál.

1959. $U = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 7{,}2 \cdot 10^{-3}$ V.

1960. $U = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = A\frac{B - \frac{B}{2}}{\Delta t} = 6 \cdot 10^{-3}$ V.

1961. A kör alakú hurok sugara a kerület ismeretében

$$r = \frac{K}{2\pi},$$

amiből a hurok területe

$$A = \left(\frac{K}{2\pi}\right)^2 \cdot \pi = \frac{K^2}{4\pi}.$$

Az indukció csökkentésének ideje

$$\Delta t = \frac{\Delta\Phi}{U} = \frac{\Delta B \cdot A}{U} = \frac{B \cdot A}{U} = 0{,}38 \text{ s}.$$

1962. Ohm törvénye szerint $U = R \cdot I = 0{,}75$ V.

1963. Az indukált elektromotoros erő az áramerősség és az ellenállás ismeretében

$$U = R \cdot I = 1{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ V}.$$

A folyamat időtartama

$$\Delta t = \frac{\Delta B \cdot A}{U} = \frac{B \cdot a \cdot b}{U} = 2{,}7 \text{ s}.$$

1964. A körvezetőre akkor hat maximális forgatónyomaték, amikor a körvezető síkja párhuzamos az erővonalakkal. Ekkor a maximális forgatónyomaték

$$M_{\max} = B \cdot I \cdot A,$$

ahol I körvezető áramerőssége, B a mágneses mező indukcióvektora, A pedig a körvezető területe. A körvezető ilyen helyzetében viszont nem indukálódik elektromotoros erő. Ahhoz, hogy indukált áram folyjék a vezetőben, ahhoz a körvezetőt az erővonalakra merőleges helyzetbe kell fordítani. Miután ez az elfordítás megtörtént, és a mágneses mezőt 0-ra csökkentjük, az indukált elektromotoros erő

$$U = \frac{\Delta B \cdot A}{\Delta t}.$$

Mivel $\Delta B = B$,

$$U = \frac{B \cdot A}{\Delta t}.$$

A $B \cdot A$ szorzat a forgatónyomatékból kiszámítható:

$$B \cdot A = \frac{M_{max}}{I}.$$

Ezekből

$$U = \frac{M_{max}}{I \cdot \Delta t} = 3 \cdot 10^{-3}\ \text{V} = 3\ \text{mV}.$$

1965. Az indukált elektromotoros erő attól a fluxusváltozástól keletkezik, ami a vezető keret területének változásából adódik. A keret területének változása

$$\Delta A = a^2 - b \cdot 3b.$$

Az adatok behelyettesítésével

$$\Delta A = 9 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2.$$

$$U = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{B \cdot \Delta A}{\Delta t} = 4{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{V}.$$

1966. A szolenoid belsejében az indukció és a fluxus:

$$B = \mu_0 \frac{I_1 N_1}{l} = 6.25 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2},$$

$$\Phi = B \cdot 2r \cdot \pi = 1{,}76 \cdot 10^{-5}\ \text{Vs}.$$

Ekkora lesz a fluxusváltozás is, mert az áramot kikapcsoljuk. A kikapcsolás közben a 20 menetes tekercsben indukált feszültség és az áramerősség:

$$U = \frac{N_2 \cdot \Delta \Phi}{\Delta t} = 8{,}83 \cdot 10^{-3}\ \text{V}$$

$$I = \frac{U}{R} = 0{,}044\ \text{A} = 44\ \text{mA}.$$

1967. Az indukált feszültség:

$$U = \frac{B \cdot A}{\Delta t}.$$

Ebből az áramerősség és a töltés:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{B \cdot A}{R \cdot \Delta t},$$

$$Q = I \cdot \Delta t = \frac{B \cdot A}{R} = 1{,}44 \cdot 10^{-3}\ \text{C}.$$

1968. A feladat szerint a mágneses indukció kezdeti iránya az ellenkezőjére változik. Mi történik ilyenkor az indukált áram irányával? Azt gondolnánk, hogy az is irányt vált. De nem ez történik. Az indukálódó áram a csökkenő indukció miatt az indukció vektorával egyirányú mágneses mezőt kelt, hogy akadályozza a csökkenést. Amikor az irányt vált, az indukció nagysága az ellentétes irányban növekedni kezd, akkor viszont az indukált áram mágneses mezője akadályozni igyekszik a növekedést, ezt viszont a növekvő indukcióvektorral ellenkező, tehát az eredeti mágneses mező irányával azonos irányú mágneses mező teszi meg. Az indukált áram iránya tehát nem változik.
Az elmondottak alapján az **1967.** feladat eredményét felhasználva

$$Q = \frac{\Delta B \cdot A}{R},$$

ahol az indukció teljes megváltozása az eredeti indukció kétszerese. A hurok területe:

$$A = \frac{Q \cdot R}{\Delta B} = 5 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2.$$

1969. Az ideális indukciós tekercs ohmos ellenállása elhanyagolhatóan kicsi. Elvileg, ha ilyen tekercsre állandó feszültséget kapcsolunk, akkor az áramerősség a végtelenségig nő, és ezt a növekedést csak az önindukciós feszültség korlátozza:

$$U = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = 1{,}2\ \mathrm{V}.$$

1970. Kiindulhatunk ismét az

$$U = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

összefüggésből, amiből

$$\Delta I = \frac{U}{L} \cdot \Delta t = 2{,}25\ \mathrm{A}.$$

A zseblámpaelemnek olyan nagy a belső ellenállása, amely az adott feladatban nem hanyagolható el.

1971. A sorba kapcsolt induktív tekercseken ugyanakkora áram folyik, tehát az egyes tekercsek feszültsége egyenesen arányos az önindukciós együtthatójukkal. $0{,}2 : 0{,}5 = U_1 : U_2$ és $U_1 + U_2 = 24$ V.
Tehát az önindukciós tekercseken a feszültségek:

$$U_1 = \frac{24\ \mathrm{V}}{7} \cdot 2 = 6{,}86\ \mathrm{V}, \qquad U_2 = \frac{24\ \mathrm{V}}{7} \cdot 5 = 17{,}14\ \mathrm{V}.$$

A helyettesítő tekercs önindukciós együtthatója akkora, hogy a sorba kapcsolt tekercseken átfolyó áramerősség ugyanakkora feszültséget adjon, mint a két tekercs feszültségeinek az összege.

$$L_1\frac{\Delta I}{\Delta t} + L_2\frac{\Delta I}{\Delta t} = L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Egyszerűsítve $L = L_1 + L_2$.

1972.

$$I = \frac{U}{L\omega} = 2{,}44 \text{ A}.$$

(Az 50 Hz frekvenciájú hálózat körfrekvenciája $\omega = 2\pi \cdot f = 314 \text{ s}^{-1}$)

1973.

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} = 2{,}1 \text{ A}.$$

1974. $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$, amiből $U_1 = \frac{N_1}{N_2}U_2 = 60$ V.

1975. $U_2 = \frac{N_2}{N_1}U_1 = 9{,}2$ V.

1976. $N_2 = \frac{U_2}{U_1}N_1 \approx 19$.

1977. $\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = 2{,}5$, $I_1 = \frac{5}{2{,}5} = 2$ A.

1978. A primer és a szekunder körben folyó áramok

$$I_1 = \frac{60 \text{ W}}{230 \text{ V}} = 0{,}26 \text{ A}, \qquad I_2 = 2{,}5 \text{ A}.$$

A menetszámok aránya

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{2{,}5 \text{ A}}{0{,}26 \text{ A}} \approx 10.$$

1979. A váltóáram teljesítménye

$$P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos\varphi,$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z},$$

$$P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} = I_{\text{eff}}^2 \cdot R,$$

ebből $I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{P}{R}} = 5{,}77$ A.

A tekercs teljes ellenállása $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = 39{,}9\ \Omega$.

Ebből L-et kifejezve és az adatokat behelyettesítve kapjuk: $L = 0{,}12$ H.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

1980. A Föld mágneses mezőjének indukciója állandó. A nyugvó fémkarikában a mágneses fluxus nem változik, tehát nem indukálódik benne áram.

1981. A vezetőre húzott karika síkja párhuzamos a vezetőben folyó áram mágneses erővonalainak síkjával, így a karika fluxusa állandóan 0, még akkor is, ha a vezető áramának mágneses mezője változik.

1982. A szolenoidra húzott fémkarikában a kikapcsolás közben változik a mágneses fluxus, akár egyenletesen, akár pillanatszerűen következik be a változás, tehát a karikában indukálódik elektromotoros erő.

1983. Az elhanyagolható ellenállású tekercset váltakozó áramú feszültségforrásra kapcsoljuk, és megmérjük a rajta átfolyó váltakozó áramot. A feszültségnek, a feszültség frekvenciájának és az áramerősségnek az ismeretében az önindukciós együttható:

$$L = \frac{U_{\text{eff}}}{\omega \cdot I_{\text{eff}}}.$$

Ha rendelkezünk változtatható frekvenciájú szinuszos feszültséget előállító, úgynevezett jelgenerátorral, akkor a tekercset és egy ismert kapacitású kondenzátort sorba kötünk, és megkeressük azt a frekvenciát, ahol az áramkör a legnagyobb áramot veszi fel a generátorból. Ilyenkor fennáll, hogy

$$L \cdot \omega = \frac{1}{C \cdot \omega}.$$

Ebből a tekercs önindukciós együtthatója meghatározható.

1984. Egyenfeszültségű telepre kötve a tekercset meghatározható az ohmos ellenállás: $R = \frac{U}{I}$.

Váltakozó feszültségforrásra kapcsolva megmérhető a tekercs impedanciája:

$$\sqrt{R^2 + (L\omega)^2} = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}.$$

A két eredményből a tekercs önindukciós együtthatója meghatározható.

1985. Lenz törvénye szerint a változó mágneses mező olyan irányú elektromos mezőt indukál, amely egy zárt vezetőben olyan áramot kelt, aminek saját mágneses mezője akadályozza az őt létrehozó fluxusváltozást. Tehát az indukált áram saját mágneses mezője nem az indukciót létrehozó mágneses mezővel ellentétes, hanem a változó mágneses mező változásának az irányával.

1986. A gépkocsik hengerében az üzemanyag és a levegő keverékét elektromos szikra robbantja fel. A szikrát a gyújtógyertyában egymáshoz közel, egymástól néhány tized milliméterre lévő fémcsúcsok között hozzák létre. Ekkora távolságra lévő elektródák között a gépkocsik 12 V-os akkumulátorának feszültsége nem elegendő a szikra keltéséhez. Ezért az akkumulátor áramát indukciós tekercsen vezetik át, és az áramot alkalmas pillanatban megszakítják. A gyors megszakítás nagy feszültséget kelt az indukciós tekercsen, ami már elég a szikra létrehozásához.

1987. Természetesen lehet. Gondoljunk például arra, hogy a vasúti sínek a Föld mágneses terében futnak. Rajtuk számtalan fémtengelyű szerelvény mozog. A fémtengelyek két vége között feszültség indukálódik, miközben metszik a Föld mágneses erővonalait, ami áramot indíthat. Ha a vonat sebessége állandó, akkor az indukált feszültség is állandó. A vasúti sínekben folyó gyenge áramok természetesen nem fogják megoldani energiagondjainkat. Tartósan erős egyenáramot indukcióval valószínűleg soha nem fognak előállítani. (Az egyenáramú dinamók csak különleges technikai megoldásokkal képesek tartós egyenfeszültséget szolgáltatni.)

1988. Tudjuk, hogy a vasmagos tekercs önindukciós együtthatója sokszorosa – lehet több 100-szorosa is – a vasmag nélkülinek. A transzformátor esetén a primer tekercs önindukciós tekercs. A vasmagot zárt alakúra készítik, így a mágneses erővonalak nem szóródnak szét, benne maradnak a vasban, emiatt a primer tekercs teljes fluxusa átmegy a szekunder tekercsen is, ami csökkenti a veszteségeket.

1989. A vas belsejében is indukálódik zárt görbéket adó elektromos mező. Ez az elektromos mező zárt görbék mentén áramló töltéseket mozgat, amit örvényáramoknak nevezünk. Az örvényáramok energiája melegíti a vasmagot, hőveszteséget okoz. További energiaveszteséget okoz a vasban az úgynevezett mágneses hiszterézis jelensége, amit a vasatomok saját mágneses momentumainak az átrendeződése okoz.

1990. Igen, az indukált elektromos mező létezik. Az indukált feszültség, a zárt vezetőben folyó indukált áram mindig azért lép fel, mert a zárt vezető helyén elektromos mező indukálódik. Úgy kell ezt elképzelni, hogy a változó mágneses mező elektromos mezőt indukál, akár van ott vezeték, akár nincs. Az indukált áram csak jelzi az elektromos mező jelenlétét.

1991. A váltakozó árammal átjárt szolenoid belseje tipikusan az hely, ahol a változó mágneses mezőt elektromos mező veszi körül. Ez az elektromos mező nem csak a tekercs belsejében, hanem a tekercsen kívül is létezik.

1992. A leírt kísérletben valójában olyan transzformátort készítünk, amelyben a szekunder tekercs menetszámát folyamatosan növeljük. Amikor a menetszám akkorára növekszik, hogy a két kivezetésén már elegendően nagy a feszültség, akkor a izzó világítani kezd. Ha tovább folytatjuk a tekercselést, az izzó ki fog égni!

1993. A tekercsre kapcsolt váltakozó feszültség hatására a vasmagban változó mágneses mező gerjesztődik. Ez a karikában olyan áramot indukál, amelynek az erőssége a karika kis ellenállása miatt néhányszor 10 A is lehet. Lenz törvénye értelmében a karikában indukált áram mágneses mezője ellentétes az indukciót kiváltó mező változásával, ezért a tekercs és a karika taszítani fogja egymást, és a karika felrepül. A kísérleti eszközt szokás Thompson-ágyúnak is nevezni.

1994. Ha a Thompson-ágyú karikáját megfogjuk – nem kell félni, nem ráz –, a karikában tartósan nagy áram folyik, és ettől a karika néhány másodperc alatt olyan erősen felmelegszik, hogy égetni kezdi a kezünket.

1995. Az erőművekben a generátorok viszonylag kis feszültség mellett nagy áramerősséget szolgáltatnak nagy teljesítmény esetén. A több száz kilométeres távvezetéken a $P = I^2 \cdot R$ összefüggés alapján ez nagy veszteséget jelentene. Ezért a három magyar mérnök, Déry, Bláthy és Zipernovsky által kidolgozott rendszerben először feltranszformálják az energia továbbításhoz a feszültséget, aminek következtében az átvitt áramerősség, annak négyzetével arányosan pedig a veszteség csökken. A transzformátor szerepe e rendszerben másodszor az, hogy a fogyasztóhely előtt a feszültséget letranszformálják, ezzel biztonságossá téve az elektromos energia felhasználását.

1996. A szekunder tekercsen különböző menetszámmal több kivezetést készítünk.

1997. Nyilván a második mondatban megfogalmazott gondolatmenet a hibás, hiszen az **1995.** feladatban már olvashattuk a szokásos megoldást. Azt kell tehát megválaszolnunk, hogy miért hibás az az érvelés, amit a második mondatban olvashatunk. A képlet tökéletes, de a benne szereplő mennyiségek jelentése nem az, mint amit az érvelés említ. A $P = \frac{U^2}{R}$ képletben az U feszültség nem a feltranszformált nagy feszültséget jelenti, hanem az energiát szállító vezeték huzaljának a két vége közti feszültségesést, ami a kis áramerősség miatt – a vezeték ellenállásától függően – csak néhányszor 10 vagy 100 V. Így már látható, hogy a veszteség bármely képlettel számolva ugyanolyan kicsi lesz.

1998. Ez a fogalom is előkerült már a transzformátor veszteségeinél. Örvényáramok akkor keletkeznek, ha tömör fémet helyezünk változó mágneses mezőbe, például a váltakozó árammal átjárt szolenoid tekercs belsejébe. A szolenoidban zárt elektromos erővonalakkal jellemezhető elektromos mező indukálódik a fém belsejében, aminek hatására a fémben köráramok folynak.

1999. A fémben kialakuló örvényáramok miatt.

2000. A vasalózsinórban két vezeték fut egymás mellett, amelyekben ellenkező irányú áram folyik. Ez a két áram egymás mágneses hatását közömbösíti, tehát a kábelen kívül alig észlelhető, gyakorlatilag 0 a mágneses mező.

III.

2001. Mindkét fémkarikában azonos irányú áram indukálódik, az azonos irányú áramok pedig vonzzák egymást.

2002. Mindkét karikában ugyanolyan körüljárású áramok indukálódnak. A két karika egymáshoz legközelebb fekvő íveiben tehát ellenkező irányú áramok folynak, tehát taszítják egymást.

2003. Az indukciós tekercs energiája a következőt jelenti: Ha feszültséget kapcsolunk a tekercsre, akkor benne a növekvő áramerősség miatt mágneses mező épül fel. A mező energiát tárol. Ezt az energiát a tekercs energiájának nevezzük. Az energia a tekercs önidukciós együtthatójától és a rajta folyó áram erősségétől függ: $E_m = \frac{1}{2} L \cdot I^2$.

2004. A tekercsben folyó áram által gerjesztett mágneses mezőben. Ha egy tekercs csak a tér meghatározott részében gerjeszt mágneses mezőt, akkor a mágneses energia is ebbe a térbe koncentrálódik. A toroid alakú tekercs esetén a mágneses energia a toroid belsejében van. Ez jó közelítéssel teljesül a hosszú szolenoidra is.

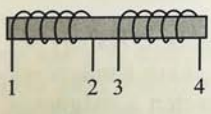
2005. Adott tekercs esetén az energia legegyszerűbben úgy duplázható meg, hogy az áramerősséget $\sqrt{2}$-szörösére növeljük.
Megduplázható a tekercs energiája az áramerősség állandó értéken tartása mellett is, ha az önindukciós együtthatót megduplázzuk. Ez például a mágneses permeabilitás kétszerezésével vagy a menetszám $\sqrt{2}$-szörösére növelésével tehető meg.

2006. A tekercs áramának megszakításakor igen magas feszültség lép fel a tekercs kivezetésein, rövid időre igen nagy lesz az indukált elektromos mező. Ilyenkor lökésszerű elektromágneses hullám képződik, ami elviszi a tekercs energiáját. Az energia szétsugárzódik. Az ilyen megszakítás, különösen, ha gyakran ismétlődik, komoly rádióvételi zavarokat is okozhat.

2007. Az állandó áramerősségű indukciós tekercs, amit kis ellenállású drótból készítenek, gyakorlatilag nem fogyaszt energiát, észrevehetően nem melegszik. Mivel az indukciós tekercset eleve más célra készítik, mint mondjuk a villanyvasalót, az ohmos vesztesége nagyon kicsi. Valamennyi veszteség természetesen van, mert szobahőmérsékleten nincs ellenállás nélküli vezeték.

2008. A változó mágneses mezőben a mágneses indukció változása miatt elektromos mező is indukálódik. Ennek a mezőnek a hatása nemcsak áramkeltésben nyilvánulhat meg. Bármely anyag, gáz, folyadék vagy szilárd test valamilyen módon reagál az elektromos mezőre. A leggyakrabban érzékelhető hatás az anyagok felmelegedése. Az elektromosan semleges anyagok is atomokból állnak, amelyek töltött részecskéi a tér hatására rezgésbe jönnek, és emiatt az anyag felmelegedhet. Vákuumban a mágneses és elektromos mező váltakozása elektromágneses hullámok terjedésében nyilvánul meg.

2009. A bekapcsolt transzformátor primer tekercsén akkor is folyik áram, ha a szekunder tekercsre nincs fogyasztó kapcsolva. A primer tekercs indukciós tekercsként viselkedik. Folyik rajta áram, de nem okoz észrevehető fogyasztást, mert az áramerősség és a feszültség között 90°-os a fáziskülönbség. És itt most érdemes visszatérni az **1988.** feladatra. Üresjárásban vasmag nélkül nagy áram folyik a transzformátor primer tekercsén, mert kicsi az induktív ellenállása. Ezért a vezeték ohmos ellenállásán nagy lesz a Joule-féle hő miatti veszteség. A transzformátor vasmagja a primer tekercs induktív ellenállását növeli, ezáltal csökken a primer tekercs árama, és ez csökkenti a hőveszteséget.



2010. A h hosszúságú vasmagra tekercselt N menetű tekercs úgy viselkedik, mint az N menetszámú, h hosszúságú szolenoid, függetlenül attól, hogy a menetek valójában milyen hosszan helyezkednek el a vasmagon.

A tekercsek kapcsolásánál azt is figyelembe kell venni, hogy az egyes tekercsekben milyen az áramok iránya.

Kezdjük a soros kapcsolással!

A két tekercset sorba kapcsolhatjuk úgy, hogy mindkét tekercsben az óramutató járásához viszonyítva ugyanolyan körüljárású áram folyik. Ez akkor valósul meg, ha a **2**-vel jelölt kivezetést összekapcsoljuk a **3**-as kivezetéssel. Ilyen kapcsolással az eredő önindukciós együttható 4-szer akkora lesz, mint egyetlen tekercs önindukciós együtthatója, mert ebben a kapcsolásban a két tekercs azonos egy kétszer annyi menetszámú szolenoiddal helyettesíthető. A szolenoid önindukciós együtthatója pedig egyenesen arányos a menetszám négyzetével.

Összekapcsolhatjuk a két tekercset párhuzamosan is úgy, hogy azonos irányban folyik a két tekercsben az áram. Ezt úgy érhetjük el, hogy az **1**-es kivezetést a **3**-mal, a **2**-t pedig a **4**-gyel csatlakoztatjuk, a szabad kivezetések pedig az **1** és a **4** lesz. Ez a kapcsolás egyetlen kétszer olyan keresztmetszetű huzalból készült

tekerccsel helyettesíthető. Mivel a szolenoid tekercs önindukciós együtthatója nem függ a huzal keresztmetszetétől, ezért az eredő tekercs önindukciós együtthatója ugyanakkora, mint egyetlen tekercs önindukciós együtthatója.
Végül összeköthetjük mind sorba (**2**-t a **4**-gyel), mind párhuzamosan (**1**-et a **4**-gyel és **2**-t a **3**-mal) a két tekercset úgy, hogy bennük az áram ellentétes irányban folyjék. Ekkor az eredő mágneses indukció a vasrúdban 0, tehát az eredő önindukciós együttható is 0.

2011. A transzformátor egyenárammal nem működik, ugyanis a primer körben az egyenfeszültség állandó áramot eredményez, ami a vasmagban állandó indukciót gerjeszt, tehát a szekunder tekercsben nem változik a fluxus, nem indukálódik benne feszültség. Az előfordulhat, hogy mivel a primer körnek kicsi az ohmos ellenállása, egyenfeszültség rákapcsolása esetén nagy áram folyik benne, ezért leég a tekercs.

2012. A szikrainduktor kis egyenfeszültségből állít elő nagyfeszültséget. A kimeneti nagyfeszültség nem egyenfeszültség, és nem is szinuszos váltófeszültség. A szikrainduktor működése azon alapul, hogy a kis menetszámú primer tekercs áramát mechanikus szaggatóval sűrűn, másodpercenként akár 20-szor is, megszakítjuk. A szekunder tekercs menetszáma sokkal nagyobb, mint a primer tekercsé, ezért a szaggatás miatti fluxusváltozás igen nagy feszültséget indukál. Az eszközzel akár 100 kV is előállítható. (Tesla-transzformátor.)

2013. A szupravezetést már 1912-ben felfedezte Kamerlingh-Onnes. Azt figyelte meg, hogy bizonyos fémek néhány K hőmérsékleten teljesen elveszítik elektromos ellenállásukat. Néhány évtizede a kutatók előállítottak olyan kerámiákat, amelyek szobahőmérsékleten szigetelők, de a folyékony levegő hőmérsékletén szupravezetővé válnak. A leírt kísérlet ezt igazolja. A kerámialapka, ha folyékony nitrogénbe helyezzük, és a nitrogén csak 1-2 mm-es rétegben lepi el, képes a felette elhelyezett kicsiny mágnest lebegve tartani.
Mi is történik tulajdonképpen? – A szupravezetőhöz közeledő mágnes áramot indukál a szupravezetővé vált kerámialapkában. Lenz törvénye szerint olyan áram indukálódik, aminek a mágneses mezője akadályozza a mágnes közeledését, ami az indukált feszültséget kelti. A szupravezető lapkának tökéletesen 0 az ellenállása, tehát a benne indukálódott áram nem szűnik meg, ezért lebeg a mágnes mindaddig, amíg a folyékony nitrogén el nem párolog.

Mozgási indukció

Tesztfeladatok

2014. Az A) állítás az igaz, mert csak akkor indukálódik feszültség a huzal két vége között, ha a vezetőhuzal metszi az erővonalakat.

2015. Feltételezve, hogy a vezetőt úgy mozgatjuk, hogy az metszi a mágneses mező erővonalait, a B) állítás a helyes, mert az indukált feszültség egyenesen arányos a mozgatás sebességével.

2016. A D) állítás az igaz, feltételezve az ábra alapján, hogy a mágneses mező összes erővonalát körülfogja a huzalkeret. Ugyanis a keretnek az erővonalakra merőleges bármilyen mozgatása csökkenti a keret fluxusát, tehát a galvanométer áramot jelez.

2017. Az A) állítás az igaz, mert a forgó rúd metszi az erővonalakat.

2018. Az A) állítás az igaz, mert a mozgási indukció valóban a Lorentz-erő következménye.

2019. A D) állítás a hamis, mert ha így lenne, akkor az izzólámpa nem világítana.

2020. A D) állítás a hamis, mert éppen a kengyel száraiban nem indukálódik feszültség.

2021. Az A) állítás a hamis, mert az indukált feszültség nemcsak a keret szárainak sebességétől, hanem ennek a sebességnek az irányától is függ.

2022. A B) állítás a hibás, mert az alkalmas irányban mozgatott vezetőben kialakul a leírt elektromos mező.

2023. A D) állítás a helyes. A külső gerjesztésű generátoroknál a forgórész vasmagjára szerelt tekercsbe vezetjük a gerjesztő áramot, aminek növelésével a forgórész vasmagja teljesen felmágneseződik. Azt mondjuk ilyenkor, hogy a vasmag telítődésig mágneseződik. A gerjesztő áram további növelése már alig növeli az indukált feszültséget.

2024. A C) állítás a helyes, mert a generátor tekercseineknek is van ohmos ellenállása, amin átfolyik a fogyasztók árama. Ha ez az áram a sok fogyasztó miatt nagy, jelentős feszültségesést hoz létre a generátor tekercsein.

2025. A C) állítás a helyes a kijelentésben leírtak szerint.

2026. Az A) állítás a helyes, mert ugyanakkora teljesítményt nagy feszültségen kis áramerősséggel lehet szállítani, a kis áramerősség esetén pedig kisebb a távvezetéken a veszteség, mert a veszteség az áramerősség négyzetével egyenesen arányos. Részben a C) állítás is helyes, de a letranszformálást több, egyéb szempont is indokolja.

2027. Az B) állítás a hibás, mert mind a váltakozó áram, mind az egyenáram egyformán életveszélyes. A váltófeszültség kisebb áramerősség mellett is életveszélyes idegi-élettani hatása miatt.

Számításos feladatok

2028. Az adatok: $l = 0{,}75$ m, $U = 45 \cdot 10^{-6}$ V, $v = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $U = Blv$,

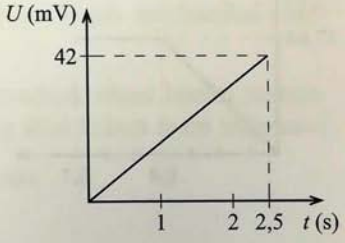
$$B = \frac{U}{lv} = 2 \cdot 10^{-5}\ \frac{\text{Vs}}{\text{s}^2}.$$

2029. Az adatok: $l = 0{,}45$ m, $v = 1{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $B = 4{,}5 \cdot 10^{-3}$ T, $U = Blv = 2{,}43$ mV.

2030. Az adatok: $l = 0{,}25$ m, $a = 1{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $B = 5{,}6 \cdot 10^{-2}$ T.

A vezető sebessége az idő függvénye: $v = at = 1{,}2 \cdot t\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, ezért az indukált feszültség is függ az időtől:

$$U = Blv = 5{,}6 \cdot 10^{-2}\ \text{T} \cdot 0{,}25\ \text{m} \cdot 1{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t = 0{,}0168 \cdot t\ \text{(V)}.$$

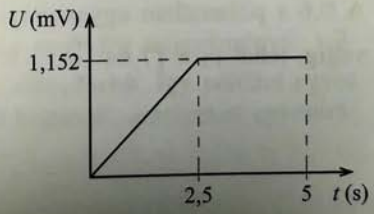


Az indukált feszültség tehát egyenesen arányos az idővel. Grafikonon:

2031. Az adatok: $B = 3{,}2 \cdot 10^{-2}\ \frac{\text{Vs}}{\text{s}^2}$, $l = 0{,}12$ m, $\beta = 0{,}24\ \frac{1}{\text{s}^2}$.

t idő alatt a vezető szögsebessége

$$\omega = \beta \cdot t = 0{,}24\ \frac{1}{\text{s}^2} \cdot t.$$



t és a $t + \Delta t$ időintervallumban a vezető

$$\Delta A = \frac{l \cdot \omega}{2} \cdot \Delta t$$

területet súrol, az elmetszett erővonalak száma

$$\Delta \Phi = B \cdot \Delta A = B \cdot \frac{l \cdot \omega}{2} \cdot \Delta t.$$

Az indukált feszültség

$$U = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = B \cdot \frac{l \cdot \omega}{2}.$$

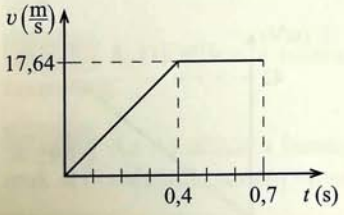
Ha a szögsebesség változik, akkor

$$U = B \cdot \frac{l}{2} \cdot \beta \cdot t$$

lesz az indukált feszültség. 2,5 s idő elteltével a feszültség

$$U_{2,5} = B \cdot \frac{l}{2} \cdot \beta \cdot 2{,}5 \text{ s} = 1{,}152 \text{ mV}$$

lesz. A 2,5 s $< t <$ 5 s időintervallumban a szögsebesség már állandó, a feszültség is állandó marad. A feszültséget az idő függvényében az ábra szemlélteti:



2032. Az indukált feszültség a vezetőhuzal sebességével egyenesen arányos, tehát a sebesség-idő függvény hasonlít a feszültség-idő függvényre.

Az adatok : $B = 8{,}1 \cdot 10^{-2}$ T, $l = 0{,}42$ m. Az $U = B \cdot l \cdot v$ összefüggésből

$$v = \frac{U}{B \cdot l} = \frac{U}{8{,}1 \cdot 10^{-2} \text{ T} \cdot 0{,}42 \text{ m}} = 29{,}4 \cdot U.$$

A 0,3 s időpillanatban a feszültség az ábra alapján $U = 0{,}45$ V. Tehát

$$v_1 = 13{,}23 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A 0,6 s pillanatban ugyanannyi a feszültség, mint a 0,4–0,7 s időintervallumban végig, tehát $v_2 = 17{,}64 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

2033. Fizikai szempontból a mágneses mezőben történő mozgás a mozgási indukció jellemzője, így a mágneses mező térbeli változása nem okoz a jelenségekben különbséget.

2034. Az elektromágnes vasmagjának mindig van maradék mágnesezettsége, ami induláskor a forgó keret számára mágneses mezőt jelent. Ez indítja el a dinamó működését.

2035. Az első dinamót Jedlik Ányos magyar fizikus készítette 1853-ban.

2036. Igen, lehetne. Egyszerű esetben a patkómágnes sarkai közti inhomogén mágneses mezőben egy lapos tekercset, aminek a síkja merőleges az erővonalakra, úgy rezgetnénk, hogy egy periódus alatt kétszer áthaladna a legerősebb térrészen. Ezalatt hol nőne, hol csökkenne a tekercs fluxusa, tehát feszültség indukálódna a tekercsben.

2037. A rézcsőben eső mágnes a cső falában olyan köráramot indukál, ami Lenz törvénye értelmében fékezi a mágnes mozgását.

2038. A mozgási indukció miatt az alumíniumkorongban örvényáramok indukálódnak, amelyek fékezik a korong forgását.

2039. A korongot sugárirányban kell résekkel ellátni, mert ezzel csökkenthető az örvényáramok erőssége és a forgás kevéssé lassul.

2040. Az örvényáramok felmelegítik a korongot, tehát a forgás mechanikai energiája átalakul a korong belső energiájává.

2041. A motor forgórésze tovább forog, tehát tekercsének végei között feszültség indukálódik. Rövidzárás után az indukált feszültség által keltett áram mágneses mezője fékezi a forgást.

A váltakozó áram

Tesztfeladatok

2042. A C) állítás nem fogadható el, mert főleg nagyobb teljesítményű, változtatható sebességű gépek hajtására az egyenáram előnyösebb. Így például egyes villanymozdonyokat olyan egyenáramú motorokkal hajtanak, amelyeket egyenirányított váltóáram táplál.

2043. A C) a hibás állítás, mert sem Európában, sem máshol a világon nem ingadozik az áram frekvenciája 50 Hz-cel. Éppen ellenkezőleg! Nagyon stabilan tartják a váltakozó áramnak ezt az adatát az áramtermelő erőművek együttműködésének érdekében.

2044. A B) állítás az igaz, mert minden pillanatban az egymás melletti vezeték párban ellentétes az áram iránya váltakozó áramok esetében is.

2045. A B) válasz a helyes, mert ez következik az indukció törvényéből.

2046. A C) válasz a helyes, mert a nagyobb menetszámú tekercsben a feszültség nagyobb, ezért az áramerősség kisebb, tehát vékonyabb huzalt lehet használni anélkül, hogy a tekercs károsodna a melegedés miatt.

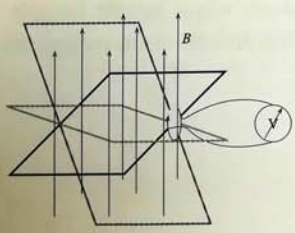
2047. A B) válasz a helyes.

2048. C). Hiszen a villamos energia előállítása egyes esetekben a legkevésbé környezetszennyező tevékenység.

Számításos feladatok

2049. A keretnek 50 fordulatot kellene megtennie másodpercenként, tehát

$$\omega = 2\pi \cdot n = 314 \frac{1}{\text{s}}.$$



2050. A forgó keretben indukált feszültség időfüggése

$$U = A \cdot B \cdot \omega \cdot \sin(\omega t),$$

ahol $A = a^2 = 2{,}25 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2$, $\omega = 2\pi \cdot n = 31{,}4 \frac{1}{\text{s}}$.

A feszültség maximális értéke

$$U_{\max} = A \cdot B \cdot \omega = 5{,}3 \cdot 10^{-2}\ \text{V} = 53\ \text{mV}.$$

2051. A feszültség időfüggését leíró összefüggésbe helyettesítve. (Vigyázat! A szögfüggvénybe nem fokot, hanem radiánt helyettesítünk.)

$$24\ \text{V} = 120\ \text{V} \cdot \sin(31{,}4 \cdot t),$$

$$\sin(31{,}4 \cdot t) = 0{,}2,$$

$$31{,}4 \cdot t = \text{arc}\sin 0{,}2 = 0{,}2,$$

$$t = 6{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{s} = 6{,}4\ \text{ms}.$$

2052. A hajszárítóban lévő motor induktív ellenállásától eltekinthetünk, így a $P = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R}$ összefüggésből

$$R = \frac{U_{\text{eff}}^2}{P} = 44\ \Omega.$$

2053. A háztartási váltakozó feszültség csúcsértéke

$$U_{\max} = \sqrt{2}U_{\text{eff}} = 325{,}3\ \text{V}.$$

2054. A periódusidő

$$T = \frac{1}{f} = 0{,}02\ \text{s}.$$

2055. Az áram effektív értéke

$$I_{\text{eff}} = \frac{P}{U_{\text{eff}}},$$

a csúcsértéke

$$I_{\max} = \frac{P}{U_{\text{eff}}}\sqrt{2} = 0{,}61\ \text{A}.$$

2056. Üzemi feszültségen és hőmérsékleten az izzólámpa ellenállása

$$R = \frac{U_{\text{eff}}^2}{P} = 529\ \Omega.$$

20 °C hőmérsékleten az

$$R_{2500} = R_{20}(1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

összefüggésből

$$R_{20} = \frac{R_{2500}}{1 + \alpha\,\Delta T} = 44{,}4\ \Omega,$$

ahol $\alpha = 4{,}4 \cdot 10^{-3}\frac{1}{°\text{C}}$, $\Delta T = 2480\ °\text{C}$.

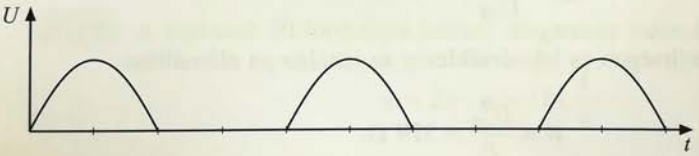
Jelenségek, kísérletek, kérdések

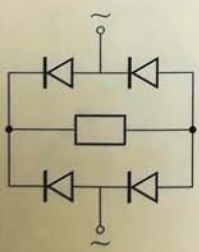
2057. Az olyan készülékek, amelyek transzformátorral vagy fojtótekerccsel vannak ellátva, egyenfeszültség vagy nem 50 Hz frekvenciájú váltakozó áram hatására tönkremennek. Ilyenek például a 230 V-os, 50 Hz-es hálózatra tervezett rádiók, televíziók vagy fénycsövek.

2058. A 230 V-os effektív feszültségű, 50 Hz-es váltakozó áramú hálózatnak megfelelő egyenáramú hálózaton a 230 V egyenfeszültségű hálózatot érthetjük. Az áram hőhatását hasznosító készülékek, például az izzólámpák, a tűzhelyek, hősugárzók, vasalók stb. és a főáramkörű, univerzális motorral működő berendezések, például a porszívók, egyes ventilátorok, kávédarálók stb. egyaránt táplálhatók váltakozó vagy egyenárammal.

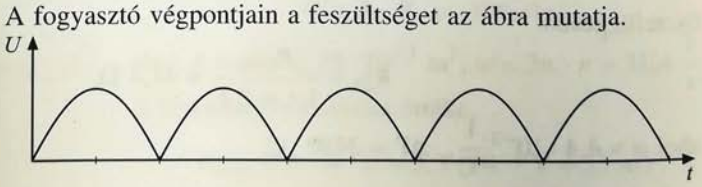
2059. Az olyan készülékek, amelyek az áram kémiai vagy mágneses hatását hasznosítják, csak egyenárammal működnek. Ezek azonban nem közvetlenül a hálózatról működnek, és gyakran nem is háztartási eszközök. Így például váltakozó árammal nem lehet galvanizálni és akkumulátort tölteni. A félvezetőket tartalmazó készülékek is egyenáramot igényelnek. Ezek egy része telepes készülék, más részük a hálózatról kapja a feszültséget, de ezekben az eszközökben a hálózati váltakozó feszültséget egyenfeszültséggé alakítja az egyenirányító. Az elektromágnesek is csak egyenárammal működtethetők.

2060. Egyoldalas egyenirányítás érhető el úgy, hogy a fogyasztóval sorba kapcsolunk egy diódát. A dióda a ráeső váltakozó feszültségnek csak egyik fél periódusában vezeti az áramot, a másik fél periódusban olyan nagy az ellenállása, hogy gyakorlatilag nem folyik át áram a fogyasztón. A fogyasztóra eső feszültség ilyenformán az ábrán látható időfüggést mutatja.





2061. Kétoldalas egyenirányítást négy diódával, az úgynevezett Grätz-kapcsolással lehet megvalósítani:
A fogyasztó végpontjain a feszültséget az ábra mutatja.



2062. Ha a vízbontó készülékre egyenfeszültséget kapcsolunk, akkor a katódon hidrogén, az anódon oxigén válik ki. Ezeket a gázokat összekeverve durranógázhoz jutunk, ami robbanásveszélyes. Ha váltakozó árammal végezzük a vízbontást, ugyanazon az elektródán váltakozva hol hidrogén, hol oxigén válik ki. Ha az így keletkezett gázt egyetlen edényben fogjuk fel, akkor abban rögtön létrejön a durranógáz.

2063. Olyan esetekben használják az önindukciós tekercset áramkorlátozásra, amikor veszteség nélkül (a megfelelő ohmos ellenálláson fellépő hőfejlődés nélkül) akarják a korlátozást megoldani. Ezt teszik például a fénycsövek használatakor.

2064. Meddő áramról akkor beszélünk, amikor váltakozó áram folyik egy kapcsolási elemen, de a teljesítménye 0, mert az áram és a kapcsolási elemen eső feszültség között 90° a fáziskülönbség.

2065. A vasmagok lemezes szerkezete, különösen, ha a lemezek szigeteltek is egymástól, az örvényáramok csökkentését szolgálja. A transzformátoroknál ezzel csökkentik a vasveszteséget.

3.5. AZ ELEKTROMÁGNESES REZGÉSEK ÉS HULLÁMOK

Tesztfeladatok

2066. A B) megállapítás a hamis, mert a rezgőkör frekvenciája akkor növekszik, ha csökken az induktivitás.

2067. A D)-ben leírt állítás helyes, mert a kondenzátor lemezeinek távolításával a kondenzátor kapacitása csökken, ezzel a rezgésidő is csökken. Az A) állítás is a rezgésidő csökkenését állítja, de értelmetlen az indoklás.

2068. A B) válasz a helyes, mert a szeg bedugásával az induktivitás nő, tehát a frekvencia csökken.

2069. A C) válasz a helyes, mert ha változik a kapacitás, akkor megváltozik a rezgőkör sajátfrekvenciája.

2070. A rezgőkör kondenzátorával párhuzamosan kapcsolt újabb kondenzátor megnöveli a rezgőkör kapacitását, tehát csökkenni fog a sajátfrekvencia. Tehát a C) válasz a helyes.

2071. Az A) válasz a helyes az ott leírtak szerint.

2072. A C) válasz az alkalmatlan megoldás, mert a rezgőkör rezgésideje nem függ a rezgőkörben rezgő töltéstől.

2073. Ebben a feladatban két helyes válasz is van, mert akár az induktivitást negyedeljük, akár az induktivitást is, meg a kapacitást is felezzük, mindkét esetben a rezgőkör saját frekvenciája a duplájára nő. Tehát az A) válasz is, meg a C) válasz is helyes.

2074. A C) válasz a helyes. Az 1,5 m hullámhosszú hullám frekvenciája $f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = 2 \cdot 10^8$ Hz, az 1 m-esé pedig $f_2 = 3 \cdot 10^8$ Hz.
A frekvenciák arány tehát 2 : 3. A kapacitások aránya ezen arány négyzetének a reciproka lesz.

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{9}{4} = 2{,}25.$$

2075. A C) válasz a helyes, mert a rezgőkörben az elektromos, illetve a mágneses mező formájában jelen lévő energia az áramló töltéstől függ egyedül.

2076. A B) válasz a helyes, mert ha

$$L\omega = \frac{1}{C\omega},$$

azaz a rezgőkör sajátfrekvenciájával egyező frekvenciájú váltakozó feszültséget kapcsolunk a tekercsre, akkor ugyan maximális áram folyik mind a tekercsen, mind a kondenzátoron, de ezek fázisa éppen ellentétes, tehát a tápegységből folyó áramnak csak a rezgőkörben fellépő veszteségeket kell pótolnia.

2077. Az A) válasz a helyes. A kondenzátor a tekercsen keresztül kisülni igyekszik, de a tekercs ezt gátolni fogja, tehát a rezgőkörben kialakul a rezgés.

2078. Az A) válasz a helyes a leírt magyarázat szerint. Emellett a kondenzátor tökéletlen szigetelése is okozhat veszteséget.

2079. Az A) és B) válasz is elfogadható. Amíg a kondenzátorok feszültsége kiegyenlítődik, addig az összekötő vezetékeken és a kondenzátor fegyverzetein Joule-hő fejlődik. A vezetékeknek van önindukciós együtthatója, és a feszültség kiegyenlítődése során elektromágneses rezgések keletkeznek, a rezgő rendszer pedig kisugározza az energia egy részét.

2080. A B) válasz a helyes, a leírt megállapítás természeti törvény.

2081. A C) válasz a helyes, a megfogalmazás pontosan írja le a gerjesztett mágneses mező szerkezetét.

2082. A B) válasz a helyes, hanghullámok közeg nélkül nem terjednek.

2083. Az A) válasz a helyes.

2084. Az A) válasz a helyes, minden hullám képes visszaverődni.

2085. A C) válasz közelíti meg legjobban az igazságot, mert az alacsony frekvenciájú hullámok az anyagok ionjait is rezgésbe hozzák. Nagy frekvencián (pl. a röntgenhullámok) csak az elektronok képesek rezegni.

2086. A D) válasz a helyes, mert 1000 m és 100 m közötti hullámok mindegyikét rádióhullámnak nevezzük.

2087. A B) válasz a helyes, mert fénynek azokat az elektromágneses hullámokat nevezzük, ami ingert vált ki a szemünk ideghártyáján, ezek pedig a B) válaszban megadott hullámhossztartományba esnek.

III.

2088. A D) válasz a helytelen, mert a mikrohullámok éppenhogy nem szóródnak szét a levegőben.

2089. A B) állítás nem helyes, mert a röntgensugarak nem gátolják a vér alvadását.

Számításos feladatok

2090. A rezgőkör adatainak és a sajátfrekvenciának az összefüggését az $f = \dfrac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$ képlet fejezi ki. Ebből az adatok behelyettesítése után kapjuk

$$f = \frac{1}{6{,}28 \cdot \sqrt{3 \cdot 10^{-3} \cdot 30 \cdot 10^{-6}}} = 530{,}8 \text{ Hz}.$$

2091. Az előző feladat képlete alapján

$$L = \frac{1}{(2\pi \cdot f)^2 \cdot C} = 3{,}17 \cdot 10^{-5} \text{ H}.$$

2092. A hullámhossz és a rezgésszám között fennáll a következő összefüggés: $f \cdot \lambda = c$, ahol c jelöli a fénysebességet. Ebből

$$f = \frac{c}{\lambda} = 5{,}5 \cdot 10^5 \text{ Hz}.$$

A frekvencia ismeretében

$$C = \frac{1}{(2\pi \cdot f)^2 \cdot L} = 4{,}2 \text{ pF}.$$

2093. A rezgőkör sajátfrekvenciája fordítva arányos a kapacitás négyzetgyökével. Képletben

$$f_1 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}},$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot 2C}}.$$

A két egyenletből

$$f_2 = \frac{f_1}{\sqrt{2}} = 99 \text{ kHz}.$$

2094. A frekvencia kiszámítását a szokásos módon elvégezzük a legkisebb kapacitással:

$$f_{max} = 5{,}81 \cdot 10^4 \text{ Hz} = 58 \text{ kHz},$$

majd a legnagyobbal

$$f_{min} = 3{,}36 \cdot 10^4 \text{ Hz} = 33{,}6 \text{ kHz}.$$

A rezgőkör tehát ezen két frekvencia között hangolható.

2095. Két rezgőkör akkor rezonál egymással, ha a sajátfrekvenciájuk ugyanakkora. Ez azt követeli, hogy fennáljon az $L_1 \cdot C_1 = L_2 \cdot C_2$ összefüggés. Ebből

$$L_2 = \frac{L_1 \cdot C_1}{C_2} = 4{,}8 \text{ mH}.$$

2096. Az adott hullámhosszúságú hullám frekvenciáját az $f = \frac{c}{\lambda}$ képletből számolhatjuk

$$f = 8{,}8 \cdot 10^6 \text{ Hz}.$$

Ez a rezgőkör sajátfrekvenciája. Ebből a keresett kapacitás

$$C = \frac{1}{(2\pi \cdot f)^2 \cdot L} = 3{,}27 \text{ pF}.$$

2097. Az L induktivitású tekercs váltóáramú ellenállása

$$R_L = L\omega = 2\pi \cdot f \cdot L = 10^3 \Omega.$$

Ebből az összefüggésből megkapjuk a rezgőkör saját körfrekvenciáját.

$$\omega = \frac{R_L}{L} = 10^5 \text{ s}^{-1}.$$

A keresett kapacitás

$$C = \frac{1}{\omega^2 \cdot L} = 0{,}1 \text{ nF}.$$

2098. A soros és a párhuzamos kapcsolásokkal előállított kapacitások aránya 1 : 4, tehát a frekvenciák aránya 2 : 1.

2099. A már többször alkalmazott összefüggés alapján

$$\lambda = \frac{c}{f} = 3 \text{ m}.$$

2100. A rezgőkört tápláló főágban akkor nem folyik áram, ha teljesül, hogy

$$L\omega = \frac{1}{C \cdot \omega}.$$

Az adott frekvenciánál

$$\omega = 2\pi \cdot f = 1000 \text{ s}^{-1}.$$

A két egyenletből

$$L = \frac{1}{\omega^2 \cdot C} = 6{,}6 \cdot 10^{-2} \text{ H} = 66 \text{ mH}.$$

2101. A feladat az elektromos mező változása által gerjesztett mágneses mező kiszámítása. Azt az összefüggést, amiből a mágneses indukciót kiszámíthatjuk, a mágneses mező örvényerősségét és az elektromos fluxus változásának sebességét összekapcsoló törvényből ismerjük. Eszerint a mágneses indukcióvektornak egy zárt görbére vonatkozó örvényerőssége az elektromos térerősségnek a zárt görbe által körülfogott felületre vonatkozó fluxusának időegységre eső változásával egyenlő.

A feladatban megadott fluxusváltozási sebességből kiszámítjuk először az elektromos térerősség változásának a sebességét:

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}}{R^2 \cdot \pi} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{V}}{\text{s}^2}.$$

Az összefüggésben R-rel a kondenzátor lemezeinek sugarát jelöltük, ami a feladat szerint 8 cm. A szimmetria miatt a tengelytől 6 cm-re mindenütt ugyanakkora az indukció nagysága, tehát a 6 cm-es körre az indukció örvényerőssége, ha r jelöli a kör sugarát, amiből

$$B \cdot 2r \cdot \pi = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\Delta E}{\Delta t} \cdot r^2 \pi,$$

amiből

$$B = \frac{r}{2c^2} \cdot \frac{\Delta E}{\Delta t} = 1 \cdot 10^{-10} \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}.$$

2102. Ha a műszer nem jelez áramot, akkor a párhuzamos ágakban éppen egyenlő nagyságú és ellentétes fázisú áram folyik. Ez pedig akkor következik be, ha

$$L \cdot \omega = \frac{1}{C \cdot \omega}.$$

Ebből az ω és L ismeretében $C = 470$ nF adódik. Ilyenkor azt mondjuk, hogy az áramkörben áramrezonancia van, hiszen a párhuzamosan kapcsolt tekercsből és kondenzátorból álló rezgőkör a feszültségforrás frekvenciáján rezeg.

II.

2103. A képlet alapján $E = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = 4$ J.

2104. Az

$$U = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

összefüggésből kiszámolható, hogy fél másodperc alatt mekkora lesz az áramerősség.

$$I = \Delta I = \frac{U \cdot \Delta t}{L} = 1{,}5 \text{ A}.$$

Ennek ismeretében

$$E = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = 2{,}25 \text{ J}.$$

2105. Mikor a rezgőkör saját frekvenciáján rezeg, az energia a rezgés negyed periódusa alatt megy át a kondenzátorról a tekercsre. Ki kell tehát számolni a periódusidőt!

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C} = 4{,}21 \cdot 10^{-3} \text{ s}.$$

A keresett idő ennek a negyedrésze.

$$t = \frac{T}{4} = 1{,}05 \cdot 10^{-3} \text{ s}.$$

2106. Az áram akkor maximális, amikor a rezgőkör összes energiája a tekercsben van. Az összes energiát pedig a feltöltött kondenzátor energiája adja.

$$E = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

$$I = \frac{Q}{\sqrt{L \cdot C}} = 20 \text{ A}.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

2107. A rezgőkör két lényeges eleme a kondenzátor és az indukciós tekercs. A nagy kapacitású kondenzátorokkal és a nagy menetszámú vasmagos tekercsekkel létrehozott néhány Hz-es rezgésektől az antennavégződések közötti csekély kapacitásokkal és az egyenes vezeték körüli indukcióval keltett mikrohullámú rezgésekig a rezgőkör a mindennapi élet alapvető technikai eszközévé vált.

2108. A magára hagyott, de a kényszerített rezgést végző rezgőkörben is elsősorban az elektromos töltés, tehát az áram rezeg. Ezzel együtt szinuszosan változik, tehát rezeg a kondenzátorban az elektromos térerősség és a tekercsben a mágneses indukció vektora is. Mindezekkel a rezgésekkel együtt a töltött kondenzátorban fellépő elektromos mezőben tárolt energia és az indukciós tekercsen átfolyó áram által keltett mágneses mező energiája is cserélődik, rezeg. Ha nem lenne veszteség részben a vezetékek ohmos ellenállása, részben a keletkező elektromágneses hullámok kisugárzása miatt, akkor ezek a rezgések csillapítatlan szinuszos rezgések lennének.

2109. A rezgőkör frekvenciája, az úgynevezett sajátfrekvencia a kondenzátor kapacitásának és a tekercs induktivitásának a függvénye. Ezeknek és a sajátfrekvenciának az összefüggését az

$$f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

képlet, a Thomson-formula írja le.

2110. A forgókondenzátor változtatható kapacitású kondenzátor. Legegyszerűbb esetben egy rögzített fémlemez és egy tengely körül forgatható másik, az előzőtől elszigetelt fémlemezből áll. A forgatható fémlemez egyik szélső esetben a rögzített lemezzel szemben, azzal teljesen fedésben áll. Elforgatással eljuthatunk a másik szélső helyzethez, amikor a két lemez nem fedi egymást. A közbülső helyzetekben a két lemez részben fedi egymást. Mivel a síkkondenzátor kapacitása arányosan növekszik a szemben álló lemezek területével, a forgatással változtatható a kondenzátor kapacitása. A lemezek területét azzal lehet növelni, hogy nem egy lemezpárt alkalmaznak, hanem 6-ot vagy akár 8-at, ez megfelel ennyi kondenzátor párhuzamos kapcsolásának.

2111. Láttuk az előző kérdésre adott válaszban, hogy a forgókondenzátor változtatható kapacitású kondenzátor. A rezgőkörben ezzel a kapcsolási elemmel változtatható a rezgőkör sajátfrekvenciája, azaz hangolható a rezgőkör.

2112. A rádió kereső gombjával általában egy forgókondenzátort forgatunk, azaz változtatjuk a rádió bemenő rezgőkörének a sajátfrekvenciáját. Ezzel azt érjük

el, hogy a légtérben terjedő rádióhullámok valamelyikével – a hallgatni kívánt adó hullámaival – rezonáltatjuk a rádió rezgőkörét. Ekkor a rezgőkörben felerősödik az olyan frekvenciájú rezgés, amit a kiválasztott adóállomás sugároz, a többi adó viszont nem gerjeszti a rezgőkört. Innentől a rádió csak a kiválasztott a rezgéseket erősíti, és teszi hallhatóvá az adást.

2113. Természetesen mód van arra is, hogy az induktivitás változtatásával hangoljunk egy rezgőkört. Ez úgy történhet, hogy az indukciós tekercsbe beljebb vagy kijjebb csavarunk egy vastartalmú rudacskát, ún. ferritrudat. Ha a tekercs belseje teljesen ki van töltve a ferritrúddal, akkor nagyobb a tekercs induktivitása, ha kifelé csavarjuk, akkor az induktivitás csökken.

II.

2114. A porszívóban elektromotor működik. A forgó tekercsbe csak csúszó érintkezőkön, rendszerint szénrudakon keresztül lehet bevezetni az áramot. Hosszabb használat után ez a szénrúd megkopik, és működés közben szikrák keletkeznek a szénrúd és a fémhenger között. Ezek a szikrák változó elektromos mezőt keltenek, amit mágneses mező fellépése követ, majd ettől újra elektromos mező indukálódik stb., szóval elektromágneses hullámok sugárzódnak szét, amelyek zavarhatják a tv-adást.

2115. Valójában ugyanaz történik, mint a porszívónál, csak a gépkocsiban a feszültségszaggatónál fellépő szikrák okozzák a hullámok keletkezését. Korszerű gépkocsikban a szaggatót árnyékolják, így nem okoz zavart a rádióvételben.

2116. Ezt a jelenséget jól lehet az iskolai demonstrációnál alkalmazni. Azt lehet bemutatni, hogy miképpen működött a valamikori szikratávíró. A szikra mindig elektromos mező megszűnésekor lép fel. Ugyanez történik villámláskor is, akkor is megreccsen a rádió. A megszűnő elektromos mező mágneses mezőt gerjeszt, mivel ez a mező nem állandó, ennek a változása újra elektromos mezőt indukál, és a folyamat így terjed szét, mint elektromágneses rádióhullám. A szikrakisülés nem egyetlen töltésáramlási folyamat, hanem nagy szaporasággal ismétlődő kisülések egymásutánja.

2117. A mikrohullámú melegítő terében – egy speciális rezgőkörrel – álló mikrohullámokat keltenek. Ebben a térben tehát rezgő elektromos mező is jelen van. Ha ebbe térbe valamilyen anyagot teszünk, akkor annak az atomjai, molekulái rezgésbe jönnek, periódikusan átpolarizálódnak, egymással ütköznek, tehát növekszik a betett anyag belső energiája. Persze ehhez az kell, hogy a hullámok behatoljanak az anyagba. A fémekbe nem tudnak behatolni a hullámok, ezért a fémeknek csak a felületükön lévő atomi részecskék rezegnek. Ezért a mikrohullámú melegítőben csak szigetelő anyagok melegíthetők jó hatásfokkal. Tekintve, hogy az élelmiszerek sok vizet tartalmaznak, igyekeztek a mikrohullám frekvenciáját úgy megválasztani, hogy a vízmolekulák – amelyek szintén rendelkeznek egy sajátfrekvenciával, meghozzá egy forgási frekvenciával az állandó polarizáltságuk miatt – forgási rezgései

rezonáljanak a hullám frekvenciájára. Ettől a víz gyorsan és hatásosan melegíthető a mikrohullámú melegítőben.

2118. Az elektromágneses hullámok transzverzális hullámok, ami azt jelenti, hogy az elektromos térerősség és a mágneses indukció vektora a terjedési irányra merőlegesen állva rezeg, és az elektromos térerősség vektora mindig merőleges a mágneses indukció vektor irányára.

2119. Ezt már az előzőekben érintettük néhány kérdés kapcsán. Foglaljuk össze az elektromágneses hullám kialakulásának mechanizmusát! Láttuk már, hogy a hullám kialakulását mindig egy mező változása indítja el. Tegyük fel, hogy felállítunk egy fémrudat, amiben a szabad elektronokat a rúd mentén rezgésre késztetjük. Így működik egy rúdantenna. Az áramló elektronok változó mágneses mezőt gerjesztenek a rúd körül. Ennek a mezőnek a zárt erővonalai körbeveszik a rudat és szétterjednek a környező térben. Ezzel egyidőben a rezgő elektronok miatt a rúd végein negatív és pozitív töltés ingadozás is létrejön. Ez a rúddal párhuzamos irányú változó elektromos mezőt kelt.

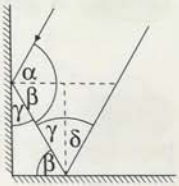
III.

A változó mágneses mező elektromos mezőt indukál, a változó elektromos mező pedig mágneses mezőt gerjeszt, és a két mező erővonalai átölelik egymást. Az elektromos térerősség és a mágneses indukció egymásra merőlegesen alakul ki, és a folyamat megállás nélkül folytatódik, az egymáshoz láncszerűen kapcsolódó mezők tovaterjednek. Az elektromos térerősségvektor mindig függőleges lesz, a mágneses indukcióvektor pedig vízszintes. Mindkettőre merőleges lesz a terjedés iránya.

2120. A radar – amit a II. világháború alatt fejlesztettek ki – elektromágneses mikrohullámokat előállító készülék. A mikrohullámokat keskeny nyalábban bocsátja ki. Ez a nyaláb jól irányítható és az útjába eső tárgyakról visszaverődve alkalmas arra, hogy a légtérben vagy a tenger alatt lévő tárgyakat letapogassa. A készülék rögzíti a kibocsátás időpontját és a visszaverődő hullámok visszaérkezésének időpontját. Ezekből az adatokból meg lehet állapítani a tárgy irányát és távolságát. Érdemes megjegyezni, hogy a háború alatt Bay Zoltán és munkatársai Magyarországon is kifejlesztettek légvédelmi célokra radar készüléket, de használni már nem tudták, mert vége lett a háborúnak. A kutatók, hogy munkájuk eredményességét igazolják, megcélozták a Holdat, és sikerült is a visszavert hullámokat regisztrálniuk elsőként a világon.

2121. A rádióhullámok a rádiózásban a „postás" szerepét játsszák. Arra használják a hullámokat, hogy vigyék az infomációt szerte a világon. Az előállított hullámokra úgy viszik rá az információt, a zenét vagy a beszédet, hogy a hangfrekvenciás rezgéseket elektromos rezgésekké alakítják, és modulálják velük a rádióhullám amplitúdóját vagy frekvenciáját. A rádióhullámok a vivőhullámok. A vétel helyén a vevőkészülék bemenő rezgőkörét ráhangolják a venni kívánt hullámokra a rezgőkör rezgéseit felerősítik, majd leválasztják a moduláló hangfrekvenciát, és

2165. Bármilyen szögben érkezik is a fénysugár az első tükörre, a második visszaverődés után az eredeti fénysugárral párhuzamosan, irányát tekintve ahhoz képest 180°-kal hagyja el a tükröt. Az ábra jelölései szerint:



$$\beta + \gamma = 90°,$$

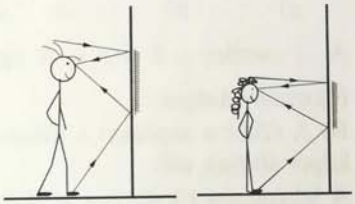
mivel $\beta = \alpha$, és $\gamma = \delta$, ezért

$$\alpha + \delta = 90°,$$

tehát

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 180°.$$

2166. A tükröt külön kell méretezni a család legnagyobb és legkisebb tagjához. A Pistának és a húgának szükséges tükörméretet az *a)* és *b)* ábrán szerkesztettük meg. Ahhoz, hogy Pista a fejbúbját még lássa a tükörben, legalább a szeme és fejbúbja közötti felezőpont magasságáig kell érni a tükörnek. Ez a földtől számítva 175 cm. A húgának 125 cm magas tükör is elég lenne. Ahhoz, hogy Pista a cipőjét lássa, a földtől 85 cm magasan, a húgának viszont ettől lejjebb, 60 cm magasan kell kezdődnie a tükörnek.



a) *b)*

Ezek alapján 115 cm magas tükröt kell felszerelni a falra úgy, hogy a padlótól 60 cm magasságban legyen az alsó széle.
Bármekkora távol állnak a tükörtől mindig ugyanannyit látnak magukból.

2167. Akkor juthat el a fénysugár a műholdon elhelyezett szögtükörről való visszaverődés után a detektorba, ha a forgó tükör az alatt az idő alatt fordul éppen egy negyed fordulatot, amíg a fény az $ABCD$ távolságot befutja. A fény az $ABCD$ távolságot

$$\Delta t = \frac{s}{c} \approx 0{,}239 \text{ s}$$

alatt teszi meg. A tükör egy teljes fordulatához (periódus) négyszer ennyi idő szükséges:

$$T = 0{,}956 \text{ s}.$$

A tükör fordulatszáma:

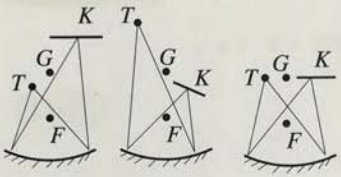
$$f = \frac{1}{T} \approx 1{,}046 \frac{1}{\text{s}}.$$

(A mérés a vákuumbeli fénysebesség meghatározásához kissé pontatlan, hiszen a fény útjának egy kis hányada a földi légkörben vezet.)

2168. A görbületi sugár és a fókusztávolság közötti összefüggés alapján:

$$R = 2 \cdot f = 3352 \text{ cm} = 33{,}52 \text{ m}.$$

2169. Szükséges segédeszközök: mérőszalag, égő gyertya, felfogó ernyő (fehér papírlap). Az alábbiakban néhány megoldást ismertetünk.



A) Valódi képet állítunk elő az alábbi módokon:
Az *a)* esetben nagyított, a *b)*-ben kicsinyített, a *c)*-ben pedig a gyertyalánggal megegyező méretű lángkép keletkezik.
Az *a)* és *b)* esetben mérjük a tárgy- és a képtávolságot, és a leképezési törvényt alkalmazzuk a fókusztávolság kiszámítására.
A *c)* esetben a $k = t = R$ egyenlőség ismeretében az $f = \frac{R}{2}$ alapján kapjuk a fókusztávolságot.
B) A tükör a napfényt a fókuszpontjába gyűjti össze. Valójában a Nap kicsinyített képét állítjuk elő.
A leképezési törvényt a végtelen távoli Nap esetére alkalmazva:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{k} + \frac{1}{\infty} \Rightarrow f = k.$$

C) Távolítom az arcomtól a tükröt, s amikor a tükörképem kezd elmosódni, akkor a tükör és az arcom közelítőleg fókusztávolságnyira van egymástól.

2170. A domború tükör fókusztávolsága a görbületi sugár felével egyenlő, tehát:

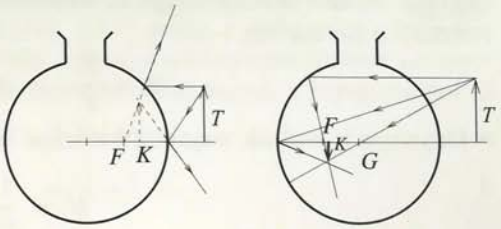
$$f = -1{,}25 \text{ cm}.$$

A leképezési törvényből kifejezhető a képtávolság, aminek értéke:

$$k = \frac{f \cdot t}{t - f} \approx -1{,}19 \text{ cm}.$$

Az $N = \left|\frac{k}{t}\right|$ összefüggésből a nagyítás értéke: $N = 0{,}0476$. A fejünkről vett méretet ezzel a számmal kell szorozni! A tükörben tehát kicsinyített képet látunk.

2171. A lombik közelebbi, domború felületében látszólagos, kicsinyített, a gyertyalánggal megegyező állású, a hátsó homorú felületében valódi, kicsinyített, fordított állású kép keletkezik.



2172. A leképezési törvényből kifejezett képtávolság:

$$k = \frac{t \cdot f}{t - f} = -26{,}25 \text{ cm}.$$

Ennek ismeretében a nagyítás:

$$N = \frac{K}{T} = \frac{k}{t} = -1{,}75.$$

2173. A borotválkozótükörben akkor látunk nagyított képet, ha a kép a tükör mögött keletkezik. Így $N = \frac{K}{T} = \left|\frac{k}{t}\right|$-ből $k = -2t$ következik. Ezt és a fókusztávolságot behelyettesítve a leképzési törvénybe a nagyítást leíró: $N = \frac{K}{T} = \frac{k}{t} = -2$ összefüggésből kapott ($k = -2t$)-t, valamint a fókusztávolság értékét helyettesítsük be a leképezési törvényből kifejezett tárgytávolság képletébe!

$$t = \frac{f \cdot k}{k - f} = \frac{-f \cdot 2t}{-2t - f} \Rightarrow t = 20 \text{ cm}.$$

Tehát legalább 20 cm távolság legyen arcunk és a tükör között.

2174. A nagyításból kiindulva, meghatározható a képtávolság:

$$N = \frac{K}{T} = \left|\frac{k}{t}\right|.$$

Mivel a kép látszólagos, $k = N \cdot t = -3$ cm.
A leképezési törvényből a fókusztávolság:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{k} + \frac{1}{t} \Rightarrow f = \frac{k \cdot t}{k + t} = 3 \text{ cm}.$$

2175. Az első esetben nagyítás, a másodikban kicsinyítés történt. Felírható a két esetre:

$$N_1 = \frac{20}{T}, \qquad N_2 = \frac{0{,}5}{T}.$$

A fénysugár irányának megfordíthatósága következtében:

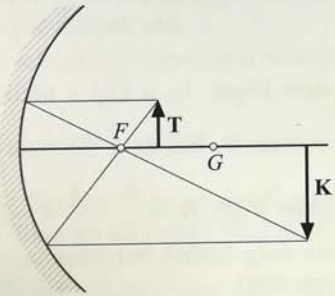
$$N_1 = \frac{1}{N_2},$$

amelybe behelyettesítve a fenti két kifejezést, kapjuk az alábbi összefüggést:

$$\frac{20}{T} = \frac{T}{0{,}5}.$$

Innen a láng mérete: $T \approx 3{,}2$ cm.

2176. A feladat szövege alapján az alábbiakat tudjuk:



A kép valódi, valamint

I. $\qquad k - t = 20$ cm,

II. $\qquad \frac{k}{t} = 2.$

A kapott kétismeretlenes egyenletrendszert megoldva a tárgy- és képtávolságra:

$$t = 20 \text{ cm},$$
$$k = 40 \text{ cm} \qquad \text{adódik.}$$

Ha a fókusztávolságra rendezett leképezési törvénybe behelyettesítjük a kapott tárgy- és képtávolságok értékét, akkor a fókusztávolság:

$$f = \frac{k \cdot t}{k + t} = 13\frac{1}{3} \text{ cm}.$$

2177. Az első esetben látszólagos képet kapunk, ilyenkor a képtávolság negatív. A nagyításból kiindulva meghatározható a képtávolság:

$$N = \frac{K}{T} = \left|\frac{k}{t}\right| \Rightarrow k = -37{,}5 \text{ cm}.$$

A fenti adatok ismeretében a továbbiakhoz szükséges fókusztávolságot határozzuk meg:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{k} + \frac{1}{t} \Rightarrow f = \frac{kt}{k + t} = 75 \text{ cm}.$$

A második esetben valódi kép jön létre, mégpedig úgy, hogy a gyertya a fókusztávolság és a görbületi középpont között lesz, a kép pedig a görbületi középponton kívül. A nagyításból kifejezett képtávolság, valamint a leképezési törvény kétismeretlenes egyenletrendszert ad, amelynek megoldásaként kapjuk a képtávolságot és a tárgytávolságot:

$$N = \frac{K}{T} = \frac{k}{t} \Rightarrow k = 1{,}5t, \qquad \text{I.}$$

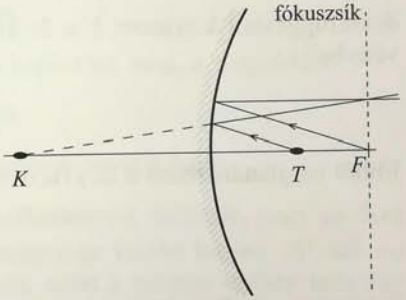
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{k} + \frac{1}{t}. \qquad \text{II.}$$

A megoldás:

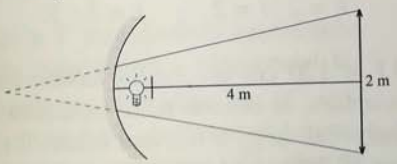
$$t = 125 \text{ cm},$$
$$k = 187{,}5 \text{ cm}.$$

Tehát a gyertya a második esetben 125 cm-re lesz a tükörtől.

2178. A tükörre érkező párhuzamos fénysugarak a fókuszsíkban metszik egymást. Ezt kihasználva, olyan két párhuzamos fénysugarat veszünk fel, amelyek egyike a fókuszponton, a másik a szentjánosbogáron át vezet a tükör felé. Az előbbi sugár kimetszi a fókuszsíknak azt a pontját, ahova a szentjánosbogárról érkező és a tükörről visszaverődő fénysugárnak is érkeznie kell. Ez utóbbinak a tükör mögötti meghosszabbítása az optikai tengelyen kimetszi a szentjánosbogár képének helyét.



2179. Az izzólámpa fényének a tükörről reflektált nyalábját tekinthetjük úgy is, mintha az izzólámpa tükörképéből indult volna ki.



Az ábrán bejelölt háromszögek hasonlóságát felhasználva számítsuk ki a képtávolságot!

$$\frac{4 \text{ m} + k}{2 \text{ m}} = \frac{k}{0{,}3 \text{ m}} \Rightarrow k \approx 0{,}71 \text{ m}.$$

A leképezési törvényből fejezzük ki a tárgytávolságot, és az így kapott képletbe helyettesítsük be a képtávolság értékét!

$$t = \frac{f \cdot k}{k - f} \approx 0{,}185 \text{ m}.$$

(Pontszerű izzó esetén a takarólemez a tükör középső részéről érkező fény egy részét teljesen kitakarná, s így a tárgy nem lenne teljes terjedelmében megvilágítva. Vegyük azonban figyelembe, hogy az izzó kiterjedt fényforrás, a lemez kicsiny méretű és a fény szóródik, ezért a tárgy gyakorlatilag teljes terjedelmében megvilágított lesz.)

2180. A feladat szövege megtévesztő. Az egyenes állású képet természetesen a szögtükör állítja elő, a gömbtükör által létrehozott fordított állású képből. Foglalakozzunk először a gömbtükör képalkotásával! Ha kétszeres nagyítást szeretnénk elérni, akkor a

$$\frac{K}{T} = \frac{k}{t} = 2$$

összefüggésből kifejezett $k = 2t$ képtávolságot helyettesítsük be a leképezési törvénybe!

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{2t}.$$

Ebből meghatározható a tárgytávolság:

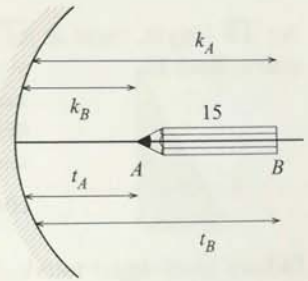
$$t = \frac{3}{2} \cdot f.$$

Tehát a gyertyát a fókuszpont és geometriai középpont közötti felezési pontba, a gömbtükörtől 60 cm távolságra kell elhelyezni. A képtávolságot visszahelyettesítéssel (vagy a leképezési törvényből) kaphatjuk meg a fenti tárgytávolságra kapott összefüggés behelyettesítésével:

$$k = 2 \cdot t = 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot f = 3 \cdot f.$$

A gömbtükörtől tehát $3f = 120$ cm távolságra keletkezne a kép. A szögtükör a képalkotáshoz szükséges optikai út hosszát nem, csak irányát változtatja meg, ezért a szögtükröt úgy kell elhelyezni, hogy a homorú tükörtől mért teljes fényútra a $k = 3f$ teljesüljön. Ez akkor áll fenn, ha a szögtükör a geometriai középponton kívül, attól $\frac{f}{2}$ távolságra van. Ez a pont a tükörtől $2\frac{1}{2}$ fókusztávolságra található.

2181. Jelöljük a ceruza tükörhöz közelebbi végét A-val, a távolabbit B-vel! A kép létrejötte úgy képzelhető el, hogy az A pontnak a képe a B pontba, a B pontnak a képe az A pontba esik. A tükör görbületi középpontja a ceruza két vége között van valahol. A tárgytávolságokra felírható (ha a távolságokat centiméterekben mérjük):



$$t_A = k_A - 15,$$
$$t_B = k_B + 15.$$

Ezeket az összefüggéseket és a tükör fókusztávolságát behelyettesítve a leképezési törvényből kifejezett képtávolságba (az A pont esetében):

$$k_A = \frac{t_A \cdot f}{t_A - f} = \frac{(k_A - 15)f}{k_A - 15 - f} \Rightarrow k_A^2 - 95k_A + 600 = 0.$$

A kapott másodfokú egyenlet fizikailag értelmezhető gyöke:

$$k_A \approx 88{,}2 \text{ cm}.$$

A ceruza másik végének képét hasonló módon kaphatjuk meg, a megoldás:

$$k_A \approx 73{,}2 \text{ cm}.$$

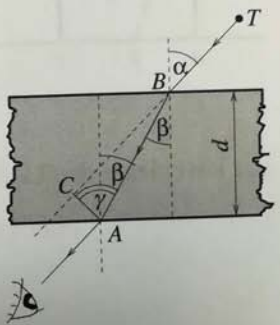
A két képpont közötti távolság pedig éppen a ceruza hosszát adja.

2182. Az eltérítő prizma ábrán bemutatott működésének feltétele, hogy az üveg levegőre vonatkoztatott teljes visszaverődési határszöge kisebb legyen 45°-nál. Az üveg-víz határfelületre ez a szög 60° körül van, ezért a prizma vízben nem úgy viselkedik, mint levegőben, a fény kis töréssel áthalad a prizma-víz határfelületen.

2183.

$$n = \frac{c_{\text{levegő}}}{c_{\text{glicerin}}} \approx 1{,}47.$$

2184. Az ábra mutatja a T tárgypontról szemünkbe érkező fénysugár kétszeri megtörését a plánparalel lemezen. A tárgypont látszólagos eltolódása az $\overline{AC}$ szakasz hossza, amely egyben az ABC derékszögű háromszög egyik befogója. A háromszög kétíves (γ) szöge az α pótszögének, és a β-nak az összege.



A β a Snellius–Descartes-törvény segítségével határozható meg:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n \Rightarrow \beta \approx 28{,}1°.$$

IV.

A γ (kétíves) szög nagysága (az α szög 45°, így a pótszöge is ugyanannyi):

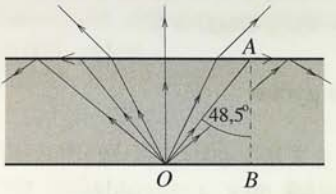
$$\gamma = 45° + \beta = 73{,}1°.$$

Az $\overline{AB}$ fényút, majd az $\overline{AC}$ szakasz hossza is koszinusz szögfüggvény segítségével számolható ki:

$$\cos\beta = \frac{d}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{AB} \approx 2{,}04 \text{ cm}.$$

$$\cos\gamma = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{AC} \approx 0{,}59 \text{ cm}.$$

Ekkora távolsággal tolódnak el a tárgyak az adott esetben.

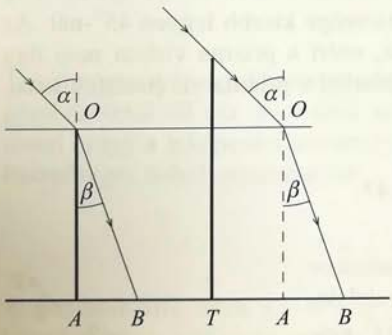


2185. Az ábrán láthatjuk néhány fénysugárnak az útját.

A vízből a fénysugarak a teljes visszaverődés miatt csak egy körlapon tudnak kijönni, amely körnek a sugara az $\overline{OB}$ távolság. Ez meghatározható az alábbiak szerint:

$$\operatorname{tg} 48{,}5° = \frac{\overline{OB}}{5 \text{ m}} \Rightarrow \overline{OB} \approx 5{,}67 \text{ m}.$$

A körlap átmérője ennek a kétszerese: $D = 11{,}34$ m.



2186. Az ábra az árnyék kialakulását szemlélteti a két esetben. Az ábráról leolvasható, hogy a magasabb karó árnyéka $\overline{TA}$ távolsággal lesz nagyobb, mint a kisebbiké. Ez a távolság a 45°-os beesési szög következtében éppen a nagyobb karó víz feletti részével, azaz 0,5 m-rel egyenlő. Az $\overline{AB}$ távolság mindkét esetben ugyanakkora. Ebben előbb a Snellius–Descartes-törvény segítségével meg kell határoznunk a β szöget:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{4}{3} \Rightarrow \beta = 32°.$$

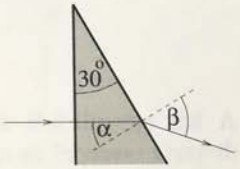
Ezt követően a derékszögű háromszögre felírható:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} \Rightarrow \overline{AB} \approx 0{,}625 \text{ m}.$$

A feltett kérdésre a válasz:

$$\frac{\overline{TB}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{TA} + \overline{AB}}{\overline{AB}} = 1{,}8.$$

2187. A merőleges beesés következtében a fénysugár a vonalzóba való behatolásakor nem törik meg. Kilépéskor β nagyobb, mint α, mivel a fény optikailag sűrűbb közegből lép optikailag ritkább közegbe. Az α szög és a 30°-os törőszög merőleges szárú szögpár, azaz



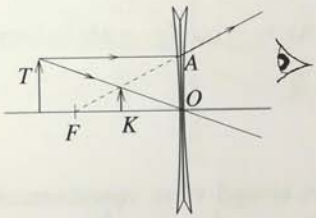
$$\alpha = 30°.$$

A Snellius–Descartes-törvényből:

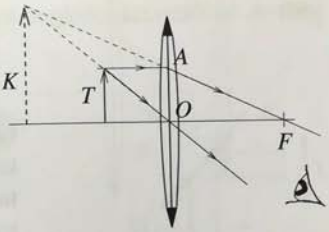
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{1}{n} \Rightarrow \beta = 49{,}5°.$$

A fénysugár eredeti irányához képest $\delta = \beta - \alpha = 19{,}5°$-kal térül el.

2188. A szerkesztésből kitűnik, hogy a kép mindig a fókuszpont és a lencse között helyezkedik el. Minél távolabb van a tárgy a lencsétől, annál alacsonyabban metszi a $\overline{FA}$ szakaszt a tárgyról az optikai középpontba tartó nevezetes sugármenet, így annál kisebb méretű lesz a kép.



2189. A tárgy felső pontjáról az optikai tengellyel párhuzamos sugármenet a lencse túloldalán átmegy a fókuszponton. Visszavetítésének iránya független a tárgytávolságtól, mindig ugyanazon az egyenesen történik. Az optikai középponton áthaladó sugármenet visszavetítése viszont annál laposabb (annál kisebb szöget zár be az optikai tengellyel), minél távolabb van a tárgy a fókuszponttól, ezáltal a két visszavetített egyenes metszéspontja is távolabb kerül.



2190.
A tárgyméret (spirálátmérő) a nagyításból határozható meg:

$$N = \frac{K}{T} = \frac{k}{t} \Rightarrow T = K\frac{t}{k} \approx 0{,}07 \text{ cm} = 0{,}7 \text{ mm}.$$

2191. Megmérjük a lencse és az osztályterem falának távolságát, ez a képtávolság, és a kivetített képen a ház homlokzatának magasságát, ez a képnagyság. Két egyenletet írhatunk fel, a leképezési törvényt és a nagyítást kifejezőt:

$$D = \frac{1}{k} + \frac{1}{t},$$
$$\frac{K}{T} = \frac{k}{t}.$$

A két egyenletből álló kétismeretlenes egyenletrendszer megoldható. (Mivel a dioptria szerepel az egyenletben, a távolságokat méterben kell megadni!)
A megoldás:

$$T = \frac{K}{D \cdot k - 1} = 16 \text{ m}.$$

V.

2192. A lencse fókusztávolságát meghatározhatjuk az alábbi összefüggésből:

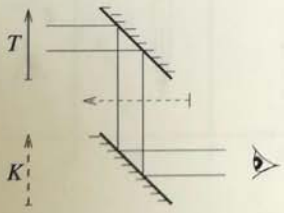
$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right).$$

Az $r_2 = \infty$, így a zárójelben lévő második tört értéke 0 lesz:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1}\right).$$

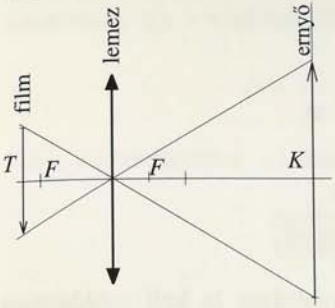
A levegő vízre vonatkoztatott törésmutatója $\frac{3}{4}$, amit a fenti összefüggésbe helyettesítve, a fókusztávolságra adódik:

$$f = -4 \text{ m}.$$

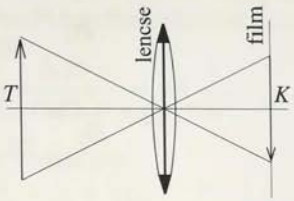


2193. A felső tükör 90°-kal elforgatott képet ad a tárgyról, de az alsó tükör ezt a képet visszaforgatja a tárgy állásának megfelelően. A kép a tárgyhoz viszonyítva a két tükör távolságával lejjebb tolódik.
Felhasználása: pl. a katonai felderítésnél lövészárokból történő kitekintésre vagy víz alá lemerült tengeralattjáróból a víz felszínén mozgó hajók megfigyelésére.

2194.

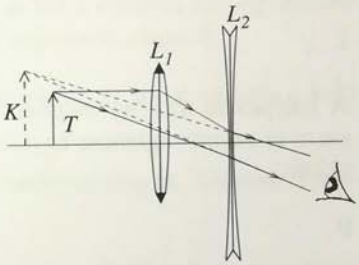


2195.

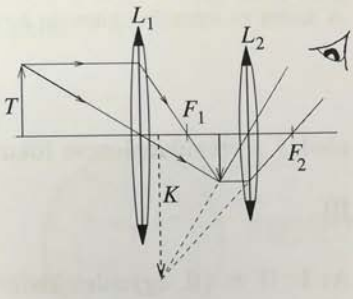


2196. *a)* Látszólagos, nagyított képet. *b)* A lupe fókusztávolságán belül.

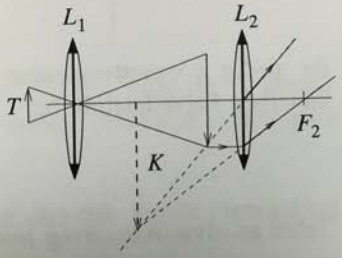
2197. Az L_1 lencse fókuszpontja az L_2 lencse szem felé eső oldalára esik. A távoli tárgyakról érkező sugarak az L_1 lencsén összetartókká válnak. Mielőtt találkoznának, ráesnek a szórólencsére, amelyen széttartók lesznek. Ezeknek a széttartó sugaraknak a visszafele történő meghosszabbítása metszéspontjában látjuk a látszólagos, egyenes állású, nagyított képet.



2198. A tárgylencse a távoli tárgyról valódi, fordított állású, kicsinyített képet ad, amit a szemlencse, mint egyszerű nagyító (lupe) felnagyít. A két lencse egymás felé eső fókuszpontja egybeesik. Hátránya, hogy fordított képet ad, így földi megfigyelésekre nem igen alkalmas. (Nagyon távoli tárgyak megfigyelésekor, a rajzon ábrázoltakkal ellentétben, a végső képet a végtelenre állított lupéval, tehát végtelenre akkomodált szemmel nézünk. Ilyenkor a két lencse fókuszpontjai egybeesnek.)



2199. A mikroszkóp tárgylencséje (L_1) nagyított, valódi, fordított állású képet alkot a lencse fókuszpontja és kétszeres fókusztávolsága között elhelyezett tárgyról. Ezt az ún. közbenső képet az okuláron (L_2), mint egyszerű nagyítón át nézi a megfigyelő személy.



IV.

2200. A fókusztávolságok a két szélső esetre:

$$f_1 = \frac{1}{D_1} = \frac{1}{50\ \frac{1}{\text{m}}} = 0{,}02\ \text{m},$$

$$f_2 = \frac{1}{D_2} = \frac{1}{70\ \frac{1}{\text{m}}} \approx 0{,}014\ \text{m},$$

$$\Delta f = f_1 - f_2 = 0{,}006\ \text{m}.$$

A fókusztávolság tehát 1,4 cm és 2 cm között változik.

2201. A távollátó szem 40 cm-es tisztánlátás távolságát le kell csökkenteni 25 cm-re. Ehhez gyűjtőlencsét kell alkalmazni. A leképezési törvény szemüveg nélküli nézés esetére, amikor a szem fókusztávolsága f_1, a tárgytávolság t_1 (= 40 cm), a képtávolság k (a szemben ez adott):

I. $$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{k}.$$

A leképezési törvény megfelelő szemüveggel, ha a tárgytávolság t_2 (= 25 cm), a szem és szemüveglencse együttes fókusztávolsága f_2, a képtávolság k (változatlan), akkor:

II. $$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{t_2} + \frac{1}{k}.$$

A szem és szemüveglencse együttes fókusztávolságára fennáll:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f},$$

ahol f a szemüveglencse fókusztávolsága. Ez utóbbi egyenletet rendezve, kapjuk:

III. $$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1}.$$

Az I., II. és III. egyenletekből:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} = \frac{t_1 - t_2}{t_1 \cdot t_2},$$

Ez pedig a szemüveglencse dioptriáját adja meg, amennyiben a tárgytávolságot méterben helyettesítjük be.

$$D = \frac{t_1 - t_2}{t_1 \cdot t_2} = 1{,}5\ \frac{1}{\text{m}}.$$

Tehát az olvasószemüveg lencséinek +1,5 dioptriájúaknak kell lenniük.

2202. A rövidlátó szemnél a 20 cm-es tiszta látási távolságot 25 cm-re kell növelni. Ez szórólencsével oldható meg. A számítás menete megegyezik az előző feladatéval, így a végképletbe az itt szereplő tárgytávolságokat kell helyettesíteni:

$$D = \frac{t_1 - t_2}{t_1 \cdot t_2} = \frac{0{,}2\ \text{m} - 0{,}25\ \text{m}}{0{,}2\ \text{m} \cdot 0{,}25\ \text{m}} = -1\ \frac{1}{\text{m}}.$$

Tehát a korrekcióhoz -1 dioptriás lencse szükséges.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

2203. 45°-ban.

2204. Ha az egymást követő cölöpöket úgy helyezik el, hogy a cölöpsorra ránézhetünk úgy, hogy az elsőtől nem látszik a többi, akkor a cölöpök egy egyenesen helyezkednek el. Az eljárás a fény egyenes vonalú terjedésén alapszik.

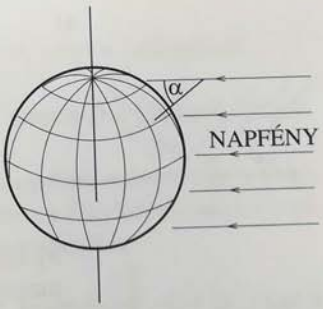
IV.

2205. A fény egyenes vonalú terjedése és a Föld görbülete miatt először a hajó felső részei bukkannak elő a látóhatáron.

2206. Minél kisebb méretű a fényforrás, annál élesebb az árnyék. Kiterjedt fényforrás esetén a félárnyék rontja a hatást.

2207. Holdfogyatkozás akkor következik be, amikor a Föld a Nap és a Hold között tartózkodik, és a Hold a Föld árnyékkúpjába kerül.

2208. Amikor a rúd árnyéka a legrövidebb, akkor a Nap fényének a függőlegessel bezárt szöge éppen a földrajzi szélességet adja.



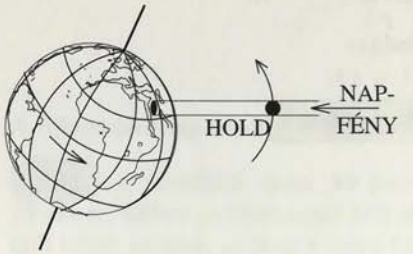
2209. A gyertya lángja függőleges irányban nagyobb kiterjedésű, mint vízszintesen, így a vízszintesen tartott gyufaszál árnyékképe elmosódott, a függőleges állásúé élesebb lesz.

2210. Az utcai lámpától távolodva árnyékunk egyre jobban megnyúlik. A fejünk árnyéka mozog a leggyorsabban, a cipőnk árnyéka pedig ugyanolyan gyorsan, mint mi. A lámpával szembe haladva fejünk árnyéka utoléri lábunk árnyékát. (Próbálja vázlatrajzon értelmezni a jelenséget!)

2211. A jelenség a fény egyenes vonalú terjedésén alapszik. Egyik szemünkkel az egyik, másikkal a másik foltot látjuk.

2212. A csillagok gyenge fénye elvész a napfénynek az atmoszféra részecskéin szóródott fényével szemben. (Napfogyatkozáskor láthatóvá válnak a csillagok.)

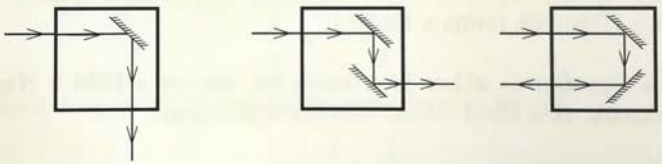
2213. A fény elnyelődik a vastag vízrétegben.



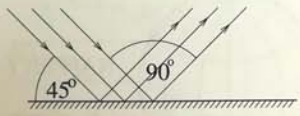
2214. Ha a Föld nem forogna, a Hold Föld körüli keringése miatt az árnyék nyugatról keletre haladna a földfelszínen. Ha a Hold nem keringene a Föld körül, akkor a Föld forgása miatt az árnyék keletről nyugatra haladna. Az árnyéknak a Hold keringésével kapcsolatos sebessége közel háromszorosa a Föld forgásából adódó sebességnek.

2215. A lámpát az asztal bal oldalára kell helyezni, hogy a szemünk ne legyen benne az irányított lámpafény beeső és visszaverődő fénysugarainak síkjában. Ilyenkor kezünk sem vet árnyékot az írásra. (Feltéve, ha jobbkezesek vagyunk. Balkezeseknél fordított a megoldás: a lámpát az asztal jobb oldalára kell tenni.)

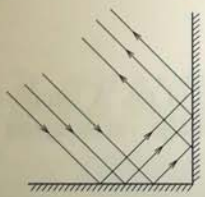
2216.



a) *b)* *c)*

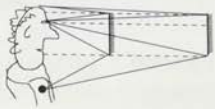


2217. *a)* Egyetlen tükörrel megoldható. A tükör síkjának és a beeső fény irányának 45°-os szöget kell bezárnia.

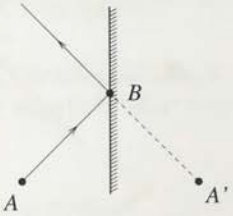


b) Legegyszerűbben két síktükörrel (90°-os szögtükörrel) megoldható. A két tükör síkja 90°-ot zár be.

2218. Nem látok többet magamból! Ez egyszerű szerkesztéssel igazolható!

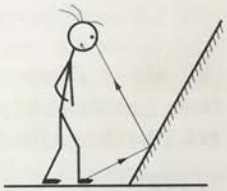


2219. A B pontról visszaverődő fénysugár úgy halad, mintha a fényforrás A' tükörképétől indult volna. A B pontról visszaverődő fénysugár ennek megfelelően az A' és B pontokra fektetett egyenesen lesz.



2220. A tükörképünk is ugyanakkora sebességgel halad, mint mi, így a köztünk és tükörképünk közötti relatív sebesség kétszerese a köztünk és a tükör között mért sebességnek.

2221. A tükröt a függőlegeshez képest meg kell dönteni, hogy a cipőről visszaverődő fény a szemünkbe jusson!



2222. A pontos leolvasást teszi lehetővé. Ha ugyanis úgy olvassuk le a skálaértékeket, hogy a mutató fedi saját tükörképét, akkor biztos, hogy merőlegesen néztünk a műszer skálájára.

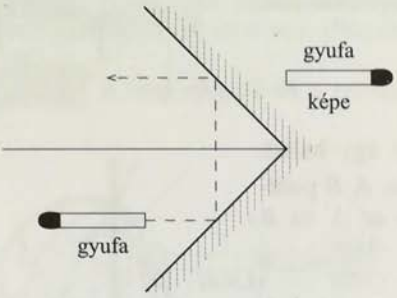
2223. Az ablak mindkét üveglapjának felületéről visszaverődik a fény, így keletkezik két tükörkép a lámpáról. (Nagyobb szögben vizsgált visszaverődésnél minden egyes üveglapnak a hátsó felületéről is megfigyelhetünk visszaverődést, ekkor négy tükörkép keletkezik.)

2224. A fehér felhők jobban visszaverik a Nap fényét, mint a kék égbolt.

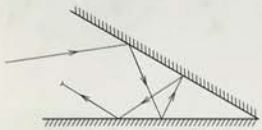
2225. Az ablakról visszatükröződő fény egyre jobban elnyomja a kívülről érkezőt.

2226. Ködös, párás időben a páraszemcséken visszaverődik a fény, így a fénykéve útja jól kirajzolódik a párás közegben. Száraz időben a fénykéve alakjára csak a megvilágított felületen keletkező fényfoltból következtethetünk.

2227. A világos színű fal a kintről bejövő fényből kevesebbet nyel el, mint a sötét. A fal szemcsézetének sok apró, a fényt különböző irányokba visszaverő felületelemén a beszűrődő fény „szétszóródik" a szobában.



2228. Állítsunk be az asztalon két, egymásra merőleges zsebtükröt úgy, hogy képzeletbeli szögfelezőjük felénk mutasson, és helyezzünk el egy gyufaszálat a szögfelező egyik oldalán! A másik oldalon levő tükörben a gyufaszál képe az eredetihez képest 180°-kal elfordulva látszik.



2229. Nincs igaza, mivel a fénysugár néhány visszaverődés után már nem befelé, hanem kifelé tart.

2230. A domború tükörben látott kép kicsinyített. A közeledő jármű tükörben látott kisméretű képe azt a hatást kelti, mintha a jármű távolabb lenne a valóságosnál. (A tükör nélkül viszont az útkereszteződés kifejezetten balesetveszélyes.)

2231. A homorú tükör a fókuszpontja közelében elhelyezett izzólámpa fényének a hátrafele irányuló részét is hasznosítja. A tükör a visszavert fényt kicsit széttartó fénykéveként vetíti előre.

2232. $R = t = k$.

2233. A kétszer domború üvegtest közelebbi domború felületében megegyező állású, kicsinyített, látszólagos, a távolabbi, felőlünk nézve homorú felületében fordított állású, kicsinyített, valódi kép keletkezik. (Ez utóbbi kisebb és fényszegényebb a másiknál.)

2234. A pozitív dioptriájú szemüveglencse, ha domború felülete felől nézünk rá, két domború tükörből áll. A közelebbi kisebb görbületi sugarú, a távolabbi nagyobb görbületi sugarú. Mindkettőben kicsinyített, a tárggyal megegyező állású, látszólagos kép keletkezik. A közelebbi felületben jön létre ugyanarról a tárgyról a kisebb kép.

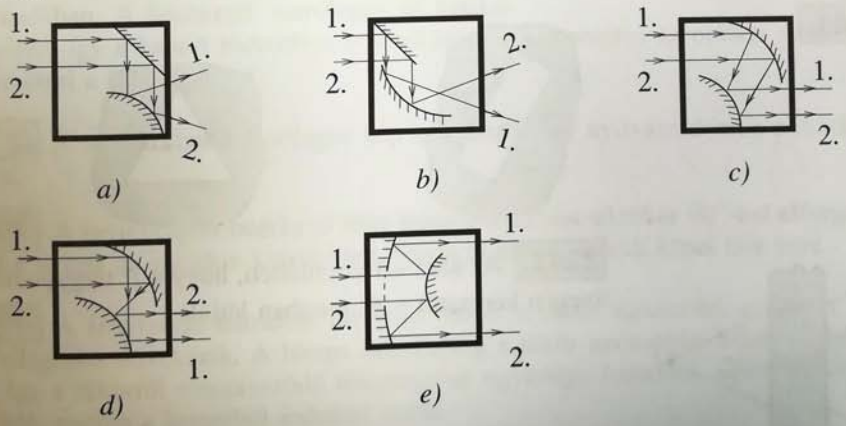
Ha a lencsére a homorú felülete felől nézünk, akkor tükrözési szempontból két homorú tükörként viselkedik. Ugyanarról a tárgyról a közelebbi felületben látjuk a nagyobb, a távolabbiban a kisebb képet. Mindkettő fordított állású, tehát valódi.

2235. *a)* Megegyező állású, megegyező nagyságú, látszólagos.
b) Megegyező állású, kicsinyített, látszólagos.
c) A domború felületében: megegyező állású, kicsinyített, látszólagos; a homorú felületében a nem túlságosan közeli tárgyakról ($t > R$) fordított állású, kicsinyített, valódi, a közeli tárgyakról ($f < t < R$) fordított állású, nagyított, valódi, az egészen közeli tárgyakról ($t < f$) megegyező állású, nagyított, látszólagos.
d) Megegyező állású, kicsinyített, látszólagos.
e) Közelről belenézve, arcunkról megegyező állású, nagyított, látszólagos; mögöttünk levő tárgyakról fordított állású, valódi, kicsinyített vagy nagyított [lásd a *c)* pontban leírtakat!].
f) Megegyező állású, kicsinyített, látszólagos.
g) Attól függően, hogy domború vagy homorú felülettel rendelkeznek.

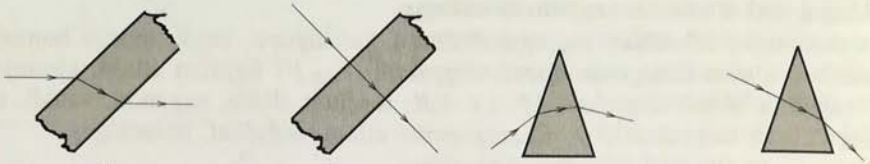
2236. Emlékezzünk arra, hogy ha a Nap fényét (hősugarait) szeretnénk felhasználni erre a célra, akkor a gyufafejet a tükör fókuszába kellene tenni. Ebben az esetben a végtelen távoli Nap képe jelenik meg a tükör fókuszpontjában. Az izzólámpa fényét is minél jobban egy pontba kell koncentrálni. Ehhez a homorú tükör görbületi középpontján kívül kell lenni, hogy a tükör a lámpa képét lehetőleg minél kisebb méretűre képezze le (minél kisebb felületre koncentrálja a hősugarakat), de nem túlságosan messze, mert akkor nagy a veszteség (fontos, hogy a lámpából kiinduló hősugarakból minél többet hasznosítson a tükör). Ekkor a lámpa képe a fókuszpont és a görbületi középpont között, a fókuszponthoz egészen közel lesz. Ide kell elhelyezni a gyufafejet. Mozgassuk a gyufát az optikai tengelyen, s ahol a gyufafej tükör felőli oldala a legerősebb megvilágítást kapja, azon a helyen rögzítsük a gyufát! 20–30 másodperc elteltével a gyufa lángra lobban.

IV.

2237.

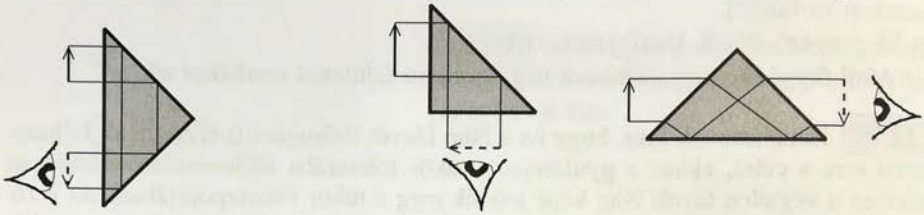


2238. (Berajzoltuk az üvegen áthaladó fénysugarak további útját is.)



a) *b)* *c)* *d)*

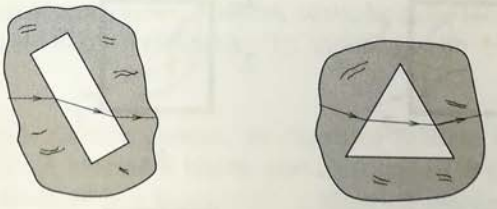
2239. *a)* 180°-kal elforgatva. *b)* 90°-kal elforgatva. *c)* 180°-kal elforgatva.



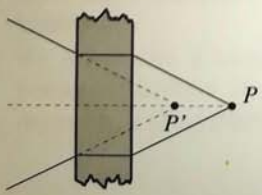


2240. Felülről, a teán keresztül nézve megrövidülnek a távolságok, így a kanál teában levő pontjai az ábrán láthatóan feljebb kerülnek. Ennek megfelelően a kanál úgy néz ki, mintha a szemlélő irányába megtört volna. (Az ábra oldalról nézve mutatja, hogy felülről nézve mennyivel rövidült meg a kanál.)

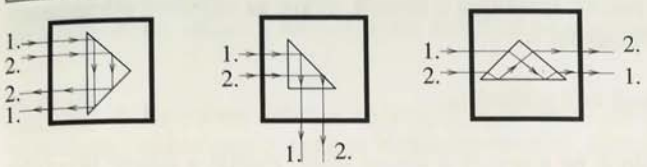
2241.



2242. Az ábra azt szemlélteti, hogy a P tárgypontot az üvegen keresztül a P' pontban látjuk.

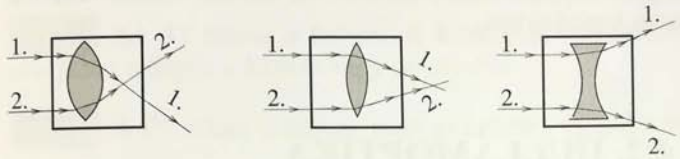


2243.



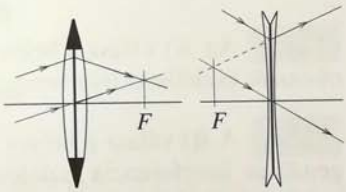
2244. A buborékokra érkező fény egy része a víz-levegő határfelületen teljes visszaverődést szenved, ez okozza az említett jelenséget.

2245.



2246. A vízzel telt pohár különös nagyítóként működik, csak vízszintes irányban nagyít.

2247. Mindkét esetben nevezetes segédsugarat veszünk fel, amely párhuzamos a lencse felé haladó sugárral és átmegy a lencse optikai középpontján. Azt tudjuk, hogy a gyűjtőlencse a párhuzamos fénysugarakat a lencse a fókuszsíkjában gyűjti össze, a szórólencséknél pedig a széttartó sugarak visszavetítésének metszéspontja lesz a fókuszsíkban. A fókuszsík merőleges az optikai tengelyre, így a kapott metszéspontokból merőlegest emelve az optikai tengelyre, az kimetszi a fókuszpontot.



2248. A síktükörben látszólagos kép keletkezik, így nyilvánvalóan a periszkópban is.

2249. A periszkópba beérkező fény irányát a 45°-os síktükör 90°-kal elforgatja, majd a lencse az asztalon kicsinyített, fordított állású, valódi képet hoz létre.

2250. A fényforrás hátrafelé irányuló fényét a tükör visszaveri, ezáltal a film megvilágítása növekszik. A lámpa közelítőleg a tükör geometriai középpontjában van, így a tükörről visszaverődő fénysugarak ugyanúgy haladnak a kondenzorlencse felé, mintha a lámpából indultak volna.

2251. Ha a lencsét közelítjük a filmhez, akkor a tiszta, éles kép távolabb keletkezik, és nagyobb lesz. Ha a lencsét távolítjuk a filmtől, akkor az előzővel ellentétesen változik a kép távolsága és mérete is.

2252. A lencsét közelíteni kell a filmhez.

2253. Közgyűrűket iktatnak be a gép és a lencse közé, ezáltal a lencse távolabb kerül a filmtől, s a fényképezőgép most úgy működik, mint egy vetítőgép: a filmen nagyított kép jön létre.

2254. A lencsék távolságának változtatásával oldható meg a más-más távolságokban elhelyezkedő tárgyak képének élesre állítása. Az emberi szemek eltérése miatt is szükség van kisebb korrekciókra.

4.2. HULLÁMOPTIKA

Tesztfeladatok

2255. Az A) válasz a helyes, mert különböző hullámhosszúságú hullámok nem okoznak észlelhető interferenciajelenséget.

2256. A B) válasz a helyes. Ez azonban nem jelenti azt, hogy a fény esetén elegendő az interferencia észleléséhez a koherencia teljesülése. A fény transzverzális hullám, tehát két koherens hullám csak akkor okoz észlelhető interferenciát, ha a polarizációs síkjuk is azonos.

2257. A B) válasz a helyes, egymástól független fényforrások hullámai nem állandó fáziskülönbséggel találkoznak, esetleg nem is azonos hullámhosszúak. Ha a fényforrások poláros fényt bocsátanak ki (pl. a lézerek), akkor még az is fennállhat, hogy különböző a polarizációs síkjuk.

2258. A C) válasz a helyes, a válaszban megfogalmazott a kijelentés a koherenciahossz definíciója. (Kivételek a lézerek, mert ezekben a fényforrásokban az egyes atomok nem egymástól függetlenül sugároznak.)

2259. A D) válasz a helyes, csak azonos hullámhosszú fények lehetnek koherensek.

2260. A D) válasz a helyes, a válasz megfogalmazása mindent megmagyaráz.

2261. A D) állítás hibás, mert színszűrővel nem keletkeznek fénynyalábok.

2262. A B) válasz a helyes, mert középen minden szín 0 útkülönbséggel találkozik.

2263. A B) válasz lehet a helyes, mert a találkozó hullámok között nincs útkülönbség, akkor pedig csak a hullámforrások π fáziskülönbsége lehet a kioltás oka.

2264. A C) válasz a helyes.

2265. Az A) válasz a helyes, valóban a k egész szám az elhajlás rendszáma.

2266. Az A) válasz a helyes. A kioltásnak megfelelő irányban a tér minden pontjában létrejön a kioltás vagy az erősítés.

2267. A C) válasz a helyes, mert az erősítés irányai nem változnak.

2268. A D) válasz a helyes, mert a kék fény hullámhossza kisebb, mint a piros fényé, tehát a kék fény erősítésének irányai kisebb szög alatt jelentkeznek.

Számításos feladatok

2269. A hullámokra vonatkozó összefüggés szerint

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5{,}9 \cdot 10^{-7} \ \text{m}} = 5{,}08 \cdot 10^{14} \ \text{Hz}.$$

2270. Nem, mert az adott hullámhossz az infravörös tartományba esik.

2271. Nem, mert bármely látható fény frekvenciájának a duplájával rendelkező elektromágneses hullám már nem a látható fény tartományába esik.

2272. Számoljuk ki, hogy az adott útkülönbség hányszorosa a hullámhossznak! Amiből

$$\Delta s = k \cdot \lambda,$$

$$k = \frac{\Delta s}{\lambda} = 1{,}5.$$

Az interferencia eredménye kioltás lesz, ha a két nyaláb fázisa kiinduláskor azonos volt. Ez a feltétel az optikai kísérletekben többyire teljesül.

IV.

2273. Mivel a P pontban a két fényforrás hullámai erősítik egymást, a köztük lévő útkülönbség a hullámhossz egész számú többszöröse. Amikor az egyik fényforrást közelítjük a másikhoz, akkor csökken az útkülönbség. Ha az útkülönbség éppen a hullámhossz felével csökken, akkor a két hullám útkülönbsége a hullámhossz felének páratlan számú többszöröse lesz, tehát a két hullám kioltja egymást. A feladat adata szerint az egyik fényforrást $0{,}25\mu$ m-rel közelítettük a másikhoz, amikor kioltást észleltünk, tehát a hullámhossz fele $0{,}25\mu$ m, így a fényforrások hullámhossza

$$\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}.$$

2274. Az elhajlási kép maximumai közti távolság az elhajlási szögek kicsiny volta miatt megegyezik az 1. elhajlási maximumnak a kép közepétől való távolságával. Az első elhajlási maximum abban az irányban jelenik meg, amely a

$$d \cdot \sin\alpha = \lambda$$

egyenletnek eleget tevő α szöget zárja be a beeső hullámok irányával. Az α szög szinusza kifejezhető az ernyőn mérhető és a keresett x távolság és az ernyő és a rések megadott távolságával

$$\sin\alpha = \frac{x}{L},$$

ahol $L = 1$ m, $d = 10^{-4}$ m, $\lambda = 4{,}358 \cdot 10^{-7}$ m, x pedig a keresett távolság. A két egyenletből x kiszámítható.

$$x = \frac{L}{d} \cdot \lambda = 4{,}36 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 4{,}36 \text{ mm}.$$

2275. A maximumhelyek olyan távol vannak egymástól, mint amekkora az első maximumhely távolsága az elhajlási kép közepétől. Az első elhajlási maximum pedig abban az irányban jelenik meg, amelyre fennáll, hogy

$$d \cdot \sin\alpha = \lambda, \qquad \text{és} \qquad \sin\alpha = \frac{x}{L}.$$

A két egyenletből $L = \dfrac{d \cdot x}{\lambda} = 0{,}314$ m.

2276. Számoljunk csak az egyik oldali elhajlásból adódó minimummal! A másodrendű minimum távolsága az elhajlási kép közepétől feleakkora, mint a kétoldali rendek távolsága, tehát 4 mm. A másodrendű kioltás feltételét megadó egyenlet $d \cdot \sin\alpha = 2\lambda$.
$\sin\alpha$ most is helyettesíthető α-val, ami viszont megegyezik az ernyőn a második kioltás középtől mért távolságának és a rés–ernyő távolság hányadosával.

$$d \cdot \frac{x}{L} = 2\lambda,$$

amiből a rés szélessége kiszámítható: $d = 0{,}65$ mm.

2277. A kioltás feltétele

$$d \cdot \sin\alpha = 3\,\lambda\,.$$

Behelyettesítés után $\sin\alpha = \dfrac{3\lambda}{6\lambda} = 0{,}5$, amiből $\alpha = 30°$.

2278. Az elsőrendű erősítés feltétele $d \sin\alpha = \lambda$, amiből

$$d = \frac{\lambda}{\sin\alpha} = 3\mu\text{ m}.$$

2279. Ha a jobb és bal oldali harmadrendű csíkok 90 cm-re vannak egymástól, akkor a harmadrendű maximumvonala 45 cm-re van az elhajlási kép közepétől, az elhajlás szöge a $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}45$ összefüggésből $\alpha = 24{,}2°$.
A rácsállandó

$$d = \frac{3\lambda}{\sin\alpha} = \frac{3 \cdot 5{,}89 \cdot 10^{-7}\text{ m}}{0{,}41} = 4{,}3\mu\text{ m}.$$

A rács 1 cm-én

$$N = \frac{1}{d} = \frac{1}{4{,}3 \cdot 10^{-4}} = 2326\text{ rés van.}$$

2280. Az elhajlási képen 14 minimumvonal figyelhető meg. A 14. rend éppen 14λ útkülönbségnél lép fel, ekkora útkülönbségnél még van kioltás, tehát ez felel meg a koherenciahossznak:

$$h = 14 \cdot \lambda = 6{,}72\ \mu\text{m}.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

2281. A fényforrások lehetnek valódi vagy *elsődleges fényforrások*, amelyek önállóan világítanak, mint a Nap, az izzólámpa, a fénycső, és lehetnek olyan testek, amelyek csak azért láthatók, mert a rájuk eső fényt visszaverik. Ezeket az utóbbiakat *másodlagos fényforrásoknak* nevezzük.
Az önállóan világító testek további kért csoportra oszthatók aszerint, hogy a kibocsátott fény összetétele milyen. Ilyen szempontból beszélünk *hőmérsékleti sugárzókról*, amelyek fényében minden hullámhosszú fény előfordul, ilyen a Nap, az izzólámpa. Az elsődleges fényforrások másik fajtáját *lumineszcencia sugárzóknak* hívjuk. Ezek a fényforrások nem feltétlenül magas hőmérsékletűek. Ezeknek a fényforrásoknak a fénynyalábjában csak a fényforrások anyagára jellemző néhány hullámhossz található.

2282. A Nap elsődleges fényforrás, magas hőmérséklete miatt a kibocsátott fény minden frekvenciát tartalmaz. A Hold másodlagos sugárzó, a Nap fényét veri vissza.

2283. A monokromatikus fénynyaláb egyszínű, azaz egyetlen hullámhosszúságú fényből áll.

2284. Két olyan alapvető jelenség létezik az optikában, amivel egy fényforrás fényét elemezni lehet.
Az egyik jelenség a fénytörésnél figyelhető meg, és diszperziónak hívjuk. Egyes anyagok törésmutatója a fény frekvenciájától is függ, ezért a rajtuk megtörő fényben a különböző színű fénysugarak törési szöge más és más.
A másik jelenség pedig a fényinterferencia, és a fényelhajlás kísérő jelensége: az eltérő hullámhosszú fényhullámok más-más irányban erősítik egymást.

2285. A színképelemző készülékek arra szolgálnak, hogy a fénynyalábok színeit elkülönítsék egymástól. Az egyik fajta készülékben az üvegprizmán áthaladó fénysugarak a diszperzió miatt más-más irányban haladnak tovább, a másik fajta készülékben az optikai rácson áthaladó különböző színű sugarak más-más irányban erősítik egymást.

2286. A prizma működésének alapja az a jelenség, hogy a fénysugár törési szöge nemcsak a beesési szögtől függ, hanem a fény színének is függvénye. A piros színű, tehát a hosszabb hullámhosszú fény törési szöge adott beesési szög esetén kisebb, mint a kék, azaz a rövidebb hullámhosszú fény törési szöge. Az üvegprizmán áthaladó fény a prizma két felületén is megtörik, tehát a törési szögek különbözősége miatt az eltérő hullámhosszú színek eltérő irányban haladnak tovább.

2287. Az optikai rács esetén az egymást erősítő hullámok a beeső fénynyaláb irányához képest a hullámhossztól függően eltérő irányokban találkoznak és terjednek. A rács esetén a nagyobb hullámhosszú, tehát a piros színű fénynyalábok a beeső fénynyalábhoz képest nagyobb szögű eltérülésnél erősítik egymást, mint a rövidebb hullámhosszú, tehát a kék színű fénynyalábok. Az optikai rács esetén a felbontás javítható azáltal, hogy növeljük a rések számát, és magasabb elhajlási rendet használunk.

2288. A fény hullámtermészetét interferencia- és elhajlási jelenségek előidézésével igazolták.

2289. Az izzólámpával végzett interferenciakísérletek esetén, mint minden észlelhető interferencia esetén, elsősorban a találkozó hullámok *koherenciáját* kell biztosítani. Ez izzólámpa esetén csak úgy biztosítható, ha ugyanazon fényforrás fényét két részre bontjuk, és a két nyalábot más-más úton vezetve újra találkoztatjuk. Mivel a fény keletkezése olyan atomi folyamat, ahol sok egymástól független atom

rendszertelenül bocsát ki igen rövid ideig tartó, tehát viszonylag rövid hullámvonulatot, a két különböző úton vezetett fénynyaláb útkülönbsége legfeljebb akkora lehet, mint az elemi hullámvonulatok hossza. Ezt a hosszúságot *koherenciahossznak* hívjuk. Ha az útkülönbség nagyobb, mint a koherenciahossz, akkor a találkozó hullámok már nem koherensek, az interferencia nem lesz megfigyelhető. Végül az alkalmazott *fényforrás mérete* sem lehet túl nagy. Az alkalmazott interferenciakísérletekben csak a fényforrás egy-egy atomjából induló hullámok koherensek. Külön-külön minden atomból induló hullámok interferálnak az ernyő egy-egy pontján, de ezek eredménye kioltás is és erősítés is lehet. Emiatt az interferencia jellegzetes sötét és világos vonalai átfedhetik egymást, vagyis eltűnnek.

2290. Két izzólámpa fénynyalábja, bármennyire is egyformák az izzólámpák, soha nem lesz koherens, mert az egyes atomok egymástól függetlenül sugároznak.

2291. Többféle módszerrel sikerült ezt megoldani:
– a Fresnel-féle kettős tükörrel végzett interferenciakísérletben két, egymással szöget bezáró tükörrel előállították az egyetlen fényforrás két virtuális képét, és a virtuális fényforrás fényét találkoztatták.
– a Young-féle kísérletben monokromatikus fénnyel két egymáshoz közeli rést világítottak meg egy fényforrással. A két koherens fénynyalábot ebben az esetben a két résen áthaladó fénynyalábok szolgáltatták.
– a kettős prizmával (biprizmával) létrehozott interferencia esetén a prizmára eső párhuzamos fénynyaláb két része találkozik.

IV.

2292. Ha az interferenciát monokromatikus fénnyel állítjuk elő, és a fényforrás nem pontszerű, hanem egy keskeny megvilágított rés, akkor az ernyőn sötét és az alkalmazott fény színével azonos színű világos vonalak egymással váltakozó párhuzamos serege figyelhető meg. Fehér fénnyel is elvégezhető a kísérlet, ilyenkor a sötét vonalakat színes vonalak váltják fel. Az interferenciakép színes lesz, csak a kép közepe fehér.

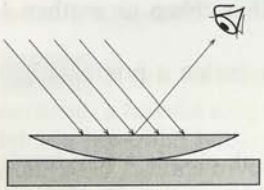
2293. Az interferenciakép eltolódik, mert az üveglemezen átmenő fénynyaláb késik a másikhoz képest, hiszen ennek a nyalábnak az üvegben kisebb a sebessége. Ez megváltoztatja a találkozó hullámok fáziskülönbségét, az interferenciakép megváltozik, olyasmit érzékelünk, mintha az interferenciakép oldalirányban eltolódott volna.

2294. A vékony plánparalel lemezen a hullámok úgy oszlanak két részre, hogy a lemez első és a lemez hátsó felületéről is visszaverődnek. A ábra szemlélteti, hogy miképpen jön létre ilyenkor a két koherens hullám és köztük az útkülönbség.

2295. A vizes aszfalton szétfolyó olajréteg igen vékony. Ez a réteg optikailag, azaz a fényhullámok méretében nem tekinthető plánparalel rétegnek. A réteg középen vastagabb, szélein vékonyabb. Arra viszont így is kiválóan alkalmas, hogy a ráeső fényt az első és a második felületről visszaverődve két koherens részre bontsa,

amelyek szemünkbe jutva az ideghártyán interferenciajelenséget hoznak létre. Az olajréteg azért színes, mert a körülményektől függően a réteg egyes helyein csak meghatározott színre teljesül a kioltás feltétele. Ezekről a helyekről csak a többi szín jut a szemünkbe, és egyesítésük színhatást eredményez.

2296. A szappanhártya akkor is tartós képződmény, ha vastagsága a fény hullámhosszának tartományába esik. A gyerekek játszva fújnak nagyméretű és tartós szappanbuborékokat. A szappanbuborékok napsütéses időben gyönyörű színekben pompáznak. Ez a színes jelenség is a vékony rétegeken létrejövő interferenciának köszönhető. A buborékok méretétől függően különböző falvastagságú hártyák jönnek létre. A hártyák külső felületén a fény egy része visszaverődik, másik része megtörve behatol a hártyába és a hártya belső felületéről verődik vissza. A két felületről visszavert fénynyaláb között a hártya vastagságától függő útkülönbség keletkezik. A szemünkbe jutó fénynyalábok interferálnak. Lesz olyan hullámhosszú fény, ami kioltódik az útkülönbség miatt. A többi hullámhosszúságú hullám összegződve a kioltott fény kiegészítő színét adja. Emiatt látjuk a hártyát színesnek. A hártyán látható szín nemcsak a hártya vastagságától függ, hanem a ráeső fény beesési szögétől is.





2297. A Newton-gyűrűk sík üveglapra szorított nagy görbületi sugarú sík-domború lencsén keletkeznek. Ilyenkor a lencse alsó és az üveglap felső felületén visszavert hullámok interferálnak. Különösen szép színes gyűrűk láthatók visszavert fényben, ha a lencse görbületi sugara néhány méteres. A jelenség a vékony légrétegen létrejövő interferenciának egy szép példája. A közel merőleges beesés esetén az egyenlő vastagságú helyek kör alakja miatt látunk gyűrűket.

2298. A szűk részre vagy kisméretű akadályra eső fénynyaláb behatol az árnyéktérbe, és ott váltakozva erősödő és gyengülő sávokba rendezett hullámképet ad.

2299. Ha a keskeny, néhány tized milliméter széles résre monokromatikus párhuzamos fénynyalábot bocsátunk, akkor a réstől néhány méter távolságra elhelyezett ernyőn úgynevezett elhajlási képet figyelhetünk meg. Ennek a látványnak lényeges tulajdonsága, hogy van egy igen fényerős középső sávja, amit két oldalról sötét sáv követ, majd váltakozva világos és sötét sávok sorakoznak egymás után. Az interferencia jelenségétől eltérően itt a világos sávok fényerőssége fokozatosan csökken. Ha fehér fényt használunk, akkor nincs sötét sáv, az elhajlási kép színes lesz.

2300. Az elhajlási kép a rés szélesítésekor összehúzódik, azaz a sötét sávok közelednek egymáshoz, a rés szűkítésekor viszont az elhajlási kép sötét és világos sávjai szétterülnek, a kép szélesedik. A jelenség magyarázatát az elhajlás szöge és a rés szélessége közti összefüggés adja, ami szerint a d szélességű résen a λ hullámhosszú fényhullám azokban az α irányokban ad kioltást, amelyekre fennáll a $d \sin\alpha = k\lambda$ összefüggés. Amelyik irányra ez teljesül, abban az irányban sötét sávot látunk.

2301. Az iskolai gyakorlatban a néhány mW teljesítményű hélium-neon gázlézerek terjedtek el, mert kellő figyelem mellett nem okozhat sérülést. Ezen fényforrások fénynyalábjának az átmérője alig nagyobb 1 mm-nél. Ha ezzel a fényforrással a fehér falra vagy ernyőre világítunk, éles piros fényfoltot látunk. Ha lézer fényével egy optikai rácsot világítunk meg, elhajlási kép keletkezik. Most azonban nem vonalakat látunk, mint a megvilágított rés kivetítésénél, hanem egymás mellett sorakozó piros pontokat. Még szebb a látvány, ha két egyforma keresztezett rácsot teszünk egymásra. Ekkor a piros pontokból szabályos négyzetrács alakul ki.

IV.

2302. Lézer nélkül is előállíthatunk monokromatikus fénynyalábot színszűrők segítségével. A színes üvegek nagy része csak szűk hullámhossztartományban engedi át a fényt. Az ilyen fény azonban sohasem annyira monokromatikus, mint a lézerek fénye.
Monokromatikus fényhez juthatunk úgy is, hogy prizma színképéből réssel kiválasztunk egy színt.

2303. A táblázat adataiból kiszámolhatók az adott hullámhosszhoz tartozó elhajlási szögek a $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{x}{L}$ összefüggés alapján, ahol L a rács és az ernyő távolságát jelöli. Ezek a szögek rendre

$$\alpha_1 = 26{,}5^\circ, \qquad \alpha_2 = 14^\circ, \qquad \alpha_3 = 12{,}5^\circ, \qquad \alpha_4 = 11^\circ.$$

Bármelyik adatból kiszámolható a rácsállandó a

$$d \cdot \sin\alpha_n = n\lambda$$

összefüggésből, ahol n értéke 1, 2, 3 és 4 lehet.
A kapott eredmények rendre

$$d_1 = 1470 \text{ nm}; \qquad d_2 = 2005 \text{ nm}; \qquad d_3 = 1999 \text{ nm}; \qquad d_4 = 1997{,}5 \text{ nm}.$$

Az eredményekből látszik, hogy a rácsállandó a mérések alapján jó közelítéssel $d = 2000 \text{ nm} = 2\ \mu\text{m}$ nagyságúnak adódik. Az első adat nagyon eltér ettől, tehát az volt a hibás mérési eredmény.

5. ATOMFIZIKA

Ebben a fejezetben az alábbi állandókkal, illetve gyakran előforduló mennyiségekkel számolunk:

fénysebesség légüres térben	$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
elemi elektromos töltés	$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$
nyugalmi tömegek:	
elektron	$m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}$
proton	$m = 1{,}673 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$
neutron	$m = 1{,}675 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$
α-részecske	$m = 6{,}645 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$
atomi tömegegység (ATE vagy u)	$m_\text{u} = 1{,}660 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$
Avogadro-szám	$N_\text{A} = 6{,}022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$
Boltzmann-állandó	$k = 1{,}381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$
egyetemes gázállandó	$R = 8{,}314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
Faraday-állandó	$F = 9{,}65 \cdot 10^4 \frac{\text{As}}{\text{mol}}$
Planck-állandó	$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}$
Rydberg-állandó:	
frekvenciára	$R = 3{,}289 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{s}}$
hullámhosszra	$R = 1{,}1 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}$
gravitációs állandó	$\gamma = 6{,}672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$
a légüres tér permittivitása	$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$
Coulomb-törvény arányossági tényezője	$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$
Az atommagok sugara	$R = 1{,}2 \ldots 1{,}41 \cdot 10^{-15} \sqrt[3]{A}\ \text{m}.$

5.1. ANYAGSZERKEZET, ATOMFIZIKA

Tesztfeladatok

2304. Válasz: C) 1932-ben fizikai Nobel-díjat kapott érte.

2305. Válasz: E) 1933-ban fizikai Nobel-díjat kapott érte.

2306. Válasz: B) 1954-ben fizikai Nobel-díjat kapott érte.

2307. Válasz: D) 1945-ben fizikai Nobel-díjat kapott érte.

2308. Válasz: B) Például az ón esetében az atomsugár $r_1 = 1{,}62 \cdot 10^{-10}$ m és az atommagsugár $r_2 = 1{,}2 \cdot 10^{-15} \cdot \sqrt[3]{120}$ m $= 5{,}92 \cdot 10^{-15}$ m.

$$\frac{r_2}{r_1} = 3{,}65 \cdot 10^{-5}.$$

2309. Válasz: C) Az ionizációs energiák összege:

$$E_1 + E_2 + E_3 = (520 + 7296 + 11812)\ \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}.$$

Ez atomonként $3{,}271 \cdot 10^{-17}$ J, illetve 203,5 eV energiaértéknek felel meg.

2310. Válasz: C) A foton impulzusa: $p = mc = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$.

2311. Mindhárom válasz helyes.

A) $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$.

B) $[\tilde{\nu}] = \frac{1}{\text{hosszúság}}$, szokásos mértékegysége $\frac{1}{\text{m}}$, de lehet $\frac{1}{\text{mm}}$ is.

C) $p = \frac{h}{\lambda} = h\tilde{\nu}$.

2312. Válasz: C) A fénynyomás mindkét esetben arányos a felületre eső fotonok impulzusának megváltozásával. A fekete testben a fotonok elnyelődnek, így impulzusuk változása $\frac{h\nu}{c}$.

Ezzel szemben a fehér testről visszaverődnek a fotonok, így impulzusuk $2\frac{h\nu}{c}$ értékkel változik meg.

V.

2313. Válasz: B) A fényelektromos egyenlet alapján a frekvencia növelésekor a sebesség növekszik.

2314. Válasz: C) $h\nu = W + E_{\text{kin}}$, $h\nu' = W + E'_{\text{kin}}$, $\nu' = \frac{\nu}{4}$, $\frac{E'_{\text{kin}}}{E_{\text{kin}}} < 1 \Rightarrow \frac{v'}{v} < 1$.

2315. Válasz: B) A feszültséggel növeljük a katódról kilépő elektronok mozgási energiáját, ezért azok az anódba ütközve nagyobb energiájú és nagyobb frekvenciájú fotonokat léptetnek ki.

2316. Válasz: D) Az ekvipartíciótétel szerint $\frac{hc}{\lambda} = \frac{3}{2}kT$ összefüggésből $7{,}5 \cdot 10^{-7}$ méter hullámhosszértékkel:

$$T = \frac{2hc}{3\lambda k} = 12\,800 \text{ K}.$$

2317. Válasz: A) $\lambda = 3 \cdot 10^{-2}$ m, $E = \frac{hc}{\lambda} = h\nu = 4{,}14 \cdot 10^{-5}$ eV $\approx 4{,}1 \cdot 10^{-5}$ eV.

2318. Válasz: B) $\lambda = 7{,}5 \cdot 10^{-7}$ m, $E = \frac{hc}{\lambda} = h\nu = 1{,}66$ eV $\approx 1{,}7$ eV.

2319. Válasz: C) $\lambda = 3 \cdot 10^{-7}$ m, $E = \frac{hc}{\lambda} = h\nu = 4{,}14$ eV $\approx 4{,}1$ eV.

2320. Válasz: C) $\lambda = 3 \cdot 10^{-10}$ m, $E = \frac{hc}{\lambda} = h\nu = 4{,}14 \cdot 10^{+3}$ eV $\approx 4{,}1 \cdot 10^{+3}$ eV.

2321. Válasz: B) $\lambda = 3 \cdot 10^{-10}$ m, $t = 1$ s, $P = 1 \cdot 10^{-12}$ W, $N = 1510$.

$$P = \frac{NE}{t} = \frac{Nhc}{\lambda t}, \quad N = \frac{\lambda t P}{hc} = 1510.$$

2322. Válasz: D) A foton hullámhossza 10^8-szorosa a **2321.** feladatban szereplő foton hullámhosszának, ezért $N = 1{,}5 \cdot 10^{11}$.

2323. Válasz: D) $t = 1$ s, $N = 1 \cdot 10^{12}$, $E = 1$ J, $\lambda = 199$ fm ≈ 200 fm

$$E = N \cdot \frac{h \cdot c}{\lambda}, \qquad \lambda = \frac{h \cdot c \cdot N}{E} 199 \text{ fm} \approx 200 \text{ fm}.$$

2324. Helyes válasz: A) Gammasugárzás.

2325. Megfelelő feltételek teljesülése mellett bármelyik állítás igaz, illetve hamis lehet.

Írjuk fel a sebesség függvényében a hulllámhosszat és a frekvenciát:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{7{,}27 \cdot 10^{-4}\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}}{v}.$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{m \cdot c}{h} \cdot v = 4{,}13 \cdot 10^{11}\ \frac{1}{\mathrm{m}} \cdot v.$$

A) A látható fény hullámhossza $7{,}6 \cdot 10^{-7}$ m és $3{,}8 \cdot 10^{-7}$ m közé esik. Így ha az elektron sebessége $1000\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ alatt marad, akkor az állítás teljesülhet.

B) A γ-sugarak és a röntgensugarak frekvenciatartománya átfedő. A röntgensugarak frekvenciája a 10^{16}–10^{21} Hz nagyságrendbe esik. Az elektronhullám frekvenciájára vonatkozó egyenlet mutatja, hogy $10^5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ sebessége felett a frekvencia már a röntgenhullámok frekvenciájának nagyságrendjébe esik.

C) A γ-sugarak minimális frekvenciája 10^{18} Hz. A frekvenciára vonatkozó egyenlet szerint ez a tartomány is elérhető, ha az elektron sebessége nagyobb a fénysebesség 90%-ánál.

2326. Válasz: C) $v = 2 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $\lambda = \frac{h}{mv}$, $\lambda = 364\ \mathrm{pm} = 3{,}64 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}$.

2327. Válasz: A) $m = 1{,}673 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$, $\lambda = \frac{h}{mv}$, $\lambda = 0{,}2\ \mathrm{pm} = 2 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{m}$.

2328. Válasz: B) $v = 2 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $\frac{h}{\lambda} = mv$, $\lambda = 0{,}2\ \mathrm{pm} = 2 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{m}$.

2329. Válasz: B) $W = 2{,}5 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$, $\frac{hc}{\lambda} = W$, $\lambda = 497\ \mathrm{nm}$.
A 497 nm hullámhossz inkább a zöldeskék fényhez tartozik.

2330. Válasz: A) $\lambda = 4{,}5 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}$, $W = 2{,}5\ \mathrm{eV}$.

$$E_{\mathrm{kin}} = \frac{hc}{\lambda} - W = 0{,}26\ \mathrm{eV}.$$

2331. Válasz: A) A fénynyaláb intenzitása a fotoelektronok intenzitását határozza meg. A fotoelektron energiáját (sebességét) a gerjesztő foton frekvenciája (hullámhossza) határozza meg.

2332. Válasz: A) A fénynyaláb intenzitása a fotoelektronok intenzitását határozza meg. A fotoelektron energiáját (sebességét) a gerjesztő foton frekvenciája (hullámhossza) határozza meg.

2333. Válasz: B) A fotoelektron energiáját (sebességét) a gerjesztő foton frekvenciája (hullámhossza) határozza meg. Mivel a gerjesztő fotonok energiája nő, a kilépő foton energiája is növekszik.

2334. Válasz: B) A fényelektromos egyenlet értelmében, ha a kilépési munka csökken és a gerjesztő fotonok frekvenciája nem változik, akkor a kilépő elektronok kinetikus energiája nő.

2335. Válasz: A) Az s alhéjon legfeljebb két elektron lehet.

2336. Válasz: D) A magnézium elektronkonfigurációja: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2$.

2337. Válasz: B) A p alhéjakon legfeljebb 6 elektron lehet.

2338. Válasz: D) A d alhéjakon legfeljebb 10 elektron lehet.

2339. Válasz: B) Nem a főkvantumszám (n), hanem a mellékkvantumszám értéke döntő. $l = 2$ esetén a mágeses kvantumszám -2, -1, 0, 1, 2 értékeket vehet fel. Minden értékhez kétféle spinkvatumszám tartozhat. Az elektronok száma tehát ebben az esetben $5 \cdot 2 = 10$.

2340. Válasz: C) Ha a 3p alhéj telítetlen, nem épülhet a 4s alhéj. Alapállapotban nem, legfeljebb gerjesztett állapotú ez az elektron.
Az A) válaszban írt elektronszerkezet nem fordulhat elő, mert 2d elektronhéj nem létezik.

2341. Válasz: C) Egy elektron a 3p alhéjról a 4s alhéjra ment át energiabefektetéssel.

2342. Válasz: E) Az l mellékkvantumszámhoz összesen $2l + 1$ mágneses kvantumszám tartozik, értékei:

$$-l,\ -l+1,\ \ldots,\ 0,\ \ldots,\ l-1,\ l.$$

Mivel az $n = 3$ állapothoz a 0, 1 és 2 mellékkvantumszámok tartoznak. A mágneses kvatumszám $l = 3$ esetén $m = \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0$ lehet.

2343. Válasz: B) A Balmer-sorozatot akkor kapjuk, ha a Rydberg-formulában az $n = 2$ helyettesítést alkalmazzuk. Ekkor

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right), \quad \lambda = \frac{c}{R \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right)}.$$

λ akkor a legkisebb, ha a nevező a legnagyobb, vagyis $m \to \infty$.

$$\lambda = \frac{4c}{R} = 3{,}65 \cdot 10^{-7}\ \text{m} \approx 0{,}36\ \text{nm}.$$

2344. Válasz: D) A **2343.** feladat gondolatmenetével most a nevező legkisebb értékét kell használnunk.
Így a Rydberg-formulába most $m = 3$ értéket kell behelyettesíteni.

$$\lambda = \frac{36c}{5R} = 6{,}567 \cdot 10^{-7}\ \text{m} \approx 0{,}66\ \mu\text{m}.$$

2345. Válasz: D) A hidrogénatomban az n-edik pályán mozgó elektron potenciális és kinetikus energiájának összege:

$$E_n = -\frac{2\pi^2 \cdot k^2 \cdot e^4 \cdot m}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \qquad k = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}.$$

Mivel n tetszőlegesen nagy pozitív egész szám lehet, ezért $E_n = 0$.

2346. Válasz: C) $n = 1$, $m = 2$,

$$\Delta E = h \cdot \nu = h \cdot R \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = 1{,}637 \cdot 10^{-18}\ \text{J} \approx 1{,}64 \cdot 10^{-18}\ \text{J}.$$

2347. Válasz: D) $\Delta E = h\nu = \frac{3}{2}kT$, $T = \frac{2h\nu}{3k} = 79\,000$ K.

2348. Válasz: C) $\Delta E = \frac{13{,}6\ \text{eV}}{4} - \frac{13{,}6\ \text{eV}}{9} = 1{,}89\ \text{eV} \approx 1{,}9\ \text{eV}$.

2349. Válasz: A) $\Delta E = -\frac{13{,}6\ \text{eV}}{9} + \frac{13{,}6\ \text{eV}}{1} = 12{,}1\ \text{eV}$.

2350. Válasz: F) $\Delta E = -\frac{13{,}6\ \text{eV}}{4} + \frac{13{,}6\ \text{eV}}{9} = -1{,}89\ \text{eV} \approx 1{,}92\ \text{eV}$.
Az atom energiája tehát 1,9 eV-tal csökken, ezért 1,9 eV energiájú fotont bocsát ki.

2351. Válasz: C) $L = 4\hbar - \hbar = 3\hbar$.

2352. Válasz: F) $L = 2\hbar - 4\hbar = -2\hbar$.

2353. Válasz: A) $h\nu = hR\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty}\right) = 13{,}6$ eV.

2354. Válasz: E) A Rydberg-formula: $\nu = \frac{c}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$. A zárójelben lévő mennyiség legkisebb értékét kell megkeresni. Például a Pfund-sorozatban

$n = 5$, ezért ehhez az $m = 6$ értéket kell behelyettesíteni.

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}289 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{s}} \cdot \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{36}\right)} = 7{,}463 \cdot 10^{-6} \text{ m}.$$

Ha a gáz atomjai alapállapotúak, akkor a legkisebb energia az $n = 1 \rightarrow n = 2$ átmenethez szükséges, azaz a **2340.** eredményének felhasználásával: $\lambda = \frac{h \cdot c}{\Delta E} = 1{,}2 \cdot 10^{-7}$ m.

2355. Válasz: B) $\Delta E = -0{,}9 \text{ eV} + 3{,}6 \text{ eV} = 2{,}7 \text{ eV}$.

2356. Válasz: C) $E_n = -\frac{E_0}{n^2} = -\frac{13{,}6 \text{ eV}}{3^2} = -1{,}54 \text{ eV} \approx -1{,}5 \text{ eV}$.

2357. Válasz: D) $Z = 3$, $E_n = -\frac{13{,}6 \text{ eV}}{1^2} \cdot Z^2 = -122{,}4 \text{ eV}$.

2358. Válasz: B) Hasonló a **2357.** feladathoz, de itt $Z = 82$.

$$E_n = -\frac{13{,}6 \text{ eV}}{1^2} \cdot 82^2 = -91\,450 \text{ eV} \approx -91 \text{ keV}.$$

2359. Válasz: B) A centripetális erőt az elektrosztatikus erő létesíti, ezért

$$\frac{mv^2}{r} = k\frac{e^2}{r^2} \Rightarrow mv^2 = \frac{ke^2}{r}.$$

Ez pedig a helyzeti (potenciális) energia, aminek nagysága kétszerese a mozgási energiának.

Számításos feladatok

2360. Az összekevert anyagok aránya megfelel a sztöchiometrikus aránynak.

$$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2H_3.$$

A kezdeti molszám 8. Ebből átalakul $0{,}4 \cdot 8 = 3{,}2$ mol, marad 4,8 mol N_2 és H_2 keverék, és keletkezik $4 \cdot 0{,}4 = 1{,}6$ mol NH_3.
A keresett molszámok: N_2: 1,2 mol, H_2: 3,6 mol, NH_3: 1,6 mol.
Gázokban az anyagmennyiség százalékos aránya és a térfogatszázalék megegyezik, azaz az elegy összetétele:
Nitrogén: $\frac{1{,}2}{6{,}4} \cdot 100 = 18{,}75$, Hidrogén: $\frac{3{,}6}{6{,}4} \cdot 100 = 56{,}25$,

Ammónia: $\frac{1,6}{6,4} \cdot 100 = 25.$

A tömegszázalékok az $\frac{n_i \cdot M_i}{\sum n_i \cdot M_i}$ összefüggés alapján határozhatók meg, ahol n_i és M_i rendre az i-edik összetevő mólszáma és móltömege.

A nitrogén $\frac{1,2 \cdot 2,8}{2 \cdot 28 + 6 \cdot 2} \cdot 100 = 49,41$, a hidrogén $\frac{3,6 \cdot 2}{68} \cdot 100 = 10,59$, az ammónia $\frac{1,6 \cdot 17}{68} \cdot 100 = 40,0$ tömegszázalékban van jelen az elegyben.

Gáz			
%	N_2	H_2	NH_3
n	1,2	3,6	1,6
V	18,75	56,25	25,00
m	49,41	10,59	40,00

2361. Az Avogadro-törvény szerint 18 g vízgőz 0 °C-on, 10^5 Pa nyomáson 22,41 dm^3 térfogatú. Ennek a gőznek a térfogata 25 °C hőmérsékleten és 3,168 kPa nyomáson a gáztörvény szerint

$$\frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 22,41 \text{ dm}^3}{273 \text{ K}} = \frac{3,168 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot V}{298 \text{ K}},$$

$$V_{\text{gőz}} = 772,16 \text{ dm}^3.$$

Folyadékállapotban az 1 mol víz térfogata $V_{\text{víz}} = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{0,997}$ dm^3. Mivel 1 mólnyi anyagban akár gőz, akár folyadékállapotban $6 \cdot 10^{23}$ molekula található, a keresett arány megegyezik a $\frac{V_{\text{gáz}}}{V_{\text{víz}}}$ aránnyal.

$$\frac{V_{\text{gőz}}}{V_{\text{víz}}} \approx 42\,770 \text{ dm}^3.$$

2362. $t = 2,4 \cdot 10^3$ s, $I = 2,5$ A, $\eta = 0,8$, $V = 5 \cdot 10^{-3}$ m^3, $T = 280$ K. Egy hidrogénatom kiválásához egy elektron szükséges. Ezért 1 mol H_2-gáz kiválasztásához $2 \cdot 6 \cdot 10^{23} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ C töltés szükséges. Az elektrolízis során a $Q = 40 \cdot 60 \cdot 2,5$ C töltésnek csak 80%-a hasznosul, azaz a kiváló H_2-gáz mólszáma:

$$n = \frac{0,8 \cdot 60 \cdot 2,5 \cdot 40 \text{ mól}}{2 \cdot 6 \cdot 10^{23} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mól}.$$

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 8{,}31 \cdot 280}{5 \cdot 10^{-3}}\ \text{Pa} = 11\,634\ \text{Pa}.$$

$$p = \frac{m_H}{M_H} \cdot \frac{R \cdot T}{V} = 11\,634\ \text{Pa}.$$

2363. $A = 6 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2$, $\varrho = 2{,}7 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $I = 2\ \text{A}$, $n = 1{,}8 \cdot \frac{m}{M}$, $M = 2{,}7 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$.

A vezető adott keresztmetszetén 1 másodperc alatt $Q = I \cdot t = 2\ \text{C}$ elektromos töltésmennyiség halad át. Ennyi töltéssel rendelkeznek a vezető l hosszúságú szakaszában található szabad elektronok:

$$Q = e \cdot N = 1{,}8 \cdot e \cdot \frac{\varrho \cdot l \cdot A}{M} \cdot N_A \Rightarrow l = 1{,}920 \cdot 10^{-3}\ \text{m}, \quad v = \frac{l}{t}. \qquad v = 1{,}920\ \frac{\text{mm}}{\text{s}}.$$

2364. A fajlagos töltések fordítottan arányosak a nyugalmi tömegekkel.

$$\frac{e}{m_e} : \frac{e}{m_p} = 1836.$$

2365. A Faraday-törvények szerint egyenértékű anyagból az M móltömeg kiválasztásához $F = e \cdot N_A$ töltés szükséges. Így a kivált anyagmennyiség

$$m = \frac{I \cdot t \cdot M}{e \cdot N_A}.$$

$M = 0{,}1078\ \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ és a mért értékekkel az elektron töltésére $e = 0{,}1608\ \text{aC} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-9}\ \text{C}$ adódik.

2366. A katódsugarak feltöltik az olajcseppeket. A Q töltésű m tömegű olajcsepp akkor lebeg, ha $EQ = mg$. Mivel $E = \frac{U}{d}$ és $m = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3} \cdot \varrho$, adódik, hogy az olajcsepp töltése

$$Q\frac{U}{d} = \frac{4r^3\pi}{3U}\varrho g \Rightarrow Q = \frac{4r^3\pi}{3U}\varrho dg, \quad Q = \frac{9{,}032 \cdot 10^{-18}\ \text{J}}{U}.$$

U különféle értékeivel:

$$Q_1 = 17{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \Rightarrow 11e,$$
$$Q_2 = 12{,}87 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \Rightarrow 8e,$$
$$Q_3 = 7{,}84 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \Rightarrow 5e,$$
$$Q_4 = 4{,}77 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \Rightarrow 3e.$$

A kapott töltések számértéke minden esetben jó közelítéssel az $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ érték egész számú többszöröse. Ebből arra következtethetünk, hogy az elemi töltés $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

2367. $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$, $\dfrac{m}{m_0} = 3536$.

2368. $m = 1{,}4m_0$, $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$, $1{,}4\sqrt{c^2 - v^2} = c$, $v = 0{,}7 \cdot c$.

2369. $E_{\text{kin}} = 5m_0 \cdot c^2$.

Definíció szerint:

$$E_{\text{kin}} = E - E_0 = mc^2 - m_0 \cdot c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) m_0 \cdot c^2,$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}, \qquad \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{6}.$$

$$v = 0{,}9860\ c.$$

2370. $m = 1{,}25 \cdot m_0$.

A mozgási energia $E_{\text{kin}} = E - E_0$ definíciója szerint:

$$E_{\text{kin}} = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot m_0 \cdot c^2, \qquad \frac{m_0}{m} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \qquad \frac{E_{\text{kin}}}{m_0 \cdot c^2} = \frac{5}{4} - 1.$$

$$\frac{E_{\text{kin}}}{m_0 \cdot c^2} = \frac{1}{4}.$$

2371. $E = 1{,}423 \cdot 10^3 \dfrac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$, $2R = 1{,}39 \cdot 10^9$ m, $\dfrac{\Delta m}{\Delta t} = 95{,}97 \dfrac{\text{Mg}}{\text{s}}$.

A teljes kisugárzott energia $4R^2 \cdot \pi \cdot E$. A tömeg-energia ekvivalencia alapján:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{4\pi R^2 \cdot E}{c^2}, \qquad \Delta m = 959{,}7 \text{ Mg}$$

a 10 s alatt kisugárzott tömeg.

2372. $m_0 = 1\ \text{kg}$, $H_f = 2{,}596 \cdot 10^7 \dfrac{\text{J}}{\text{kg}}$.

$$E_0 = 1\ \text{kg} \cdot 9 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 9 \cdot 10^{16}\ \text{J}$$

energiát képvisel 1 kg etil-alkohol.

$$\frac{E_0}{H_f} = 3{,}467 \cdot 10^9.$$

2373. $m = 1{,}673 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$, $E = mc^2$, $E = 0{,}1506\ \text{nJ}$.

2374. $m = 4{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}$, $P = 1{,}76 \cdot 10^9\ \text{W}$,

$$E = 432\ \text{TJ}, \qquad t = 68{,}19\ \text{h}.$$

2375. $10 \cdot \dfrac{1}{2} m_0 \cdot v^2 = m_0 \cdot c^2$, $v \leq 0{,}447\ c$.

Ha az elektron sebessége kisebb, mint $134\,100\ \dfrac{\text{km}}{\text{s}}$.

2376. $E_{\text{kin}} = 1 \cdot 10^{10}\ \text{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-9}\ \text{J}$.

$$E_{\text{kin}} = m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2, \quad m = \frac{E_{\text{kin}}}{c^2} + m_0.$$

$$m = 1{,}947 \cdot 10^{-26}\ \text{kg}.$$

2377. $m_0 = 1{,}673 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$, $v = 0{,}9\ c$.

$$E = 2157\ \text{MeV}, \quad E = mc^2 = \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}.$$

$$E_{\text{kin}} = 1217\ \text{MeV}, \quad m_0 \cdot c^2 = 940{,}0\ \text{MeV}, \quad E_{\text{kin}} = E - m_0 \cdot c^2.$$

$$I = 1{,}036 \cdot 10^{-18}\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}, \quad \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0{,}4359, \quad I = mv = \frac{m_0 \cdot c \cdot v}{\sqrt{c^2 - v^2}},$$

$$E = \frac{940}{0{,}4359}\ \text{MeV}.$$

2378. $a = 200\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $t = 10\ \text{nap} = 8{,}64 \cdot 10^5\ \text{s}$.

$$s = \frac{a}{2} t^2, \qquad s = 7{,}465 \cdot 10^{13}\ \text{m}.$$

A fény által ugyanezen idő alatt megtett s' út: $s' = ct$. $s' = 2{,}592 \cdot 10^{13}$ m.
Mivel $s > s'$, ezért a klasszikus számítás helytelen eredményre vezet.

2379. $\lambda = 3 \cdot 10^{-9}$ m, $E = \dfrac{hc}{\lambda}$, $h\nu = 0{,}4136$ keV.

2380. $E = 14 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J, $I = mc = \dfrac{E}{c}$, $I = 7{,}476 \cdot 10^{-27} \dfrac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$.

2381. $E = 5 \cdot 10^5 \dfrac{\text{J}}{\text{mol}}$, $h\nu = \dfrac{E}{N_A}$, $\nu = 1{,}253$ PHz.
Ultraibolya fény hatására az oxigénmolekula atomjaira bomlik.

2382. $\lambda = 5{,}55 \cdot 10^{-7}$ m.
A foton impulzusa könnyen kiszámítható:

$$I = m \cdot c = \frac{h}{\lambda} = 1{,}194 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}.$$

Az impulzus ismeretében már a foton tömege is meghatározható:

$$m = \frac{I}{c} = 3{,}980 \cdot 10^{-36} \text{ kg}.$$

2383. $\lambda_1 = 3{,}8 \cdot 10^{-7}$ m, $\lambda_2 = 7{,}6 \cdot 10^{-7}$ m, $E = \dfrac{hc}{\lambda}$.
A legrövidebb hulllámhossznak megfelelő foton energiája:

$$E_1 = 0{,}5231 \text{ aJ}.$$

A leghosszabb hullámhossznak megfelelő foton energiája:

$$E_2 = 0{,}2615 \text{ aJ}.$$

2384. $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ m, $m = 1 \cdot 10^{-3}$ kg,

$$m = N\frac{E}{c^2} = N\frac{h}{\lambda \cdot c} \quad \Rightarrow \quad N = \frac{\lambda \cdot c \cdot m}{h},$$

$N = 2{,}717 \cdot 10^{32}$ darab foton található.

2385. Nem növekszik a Föld tömege, mert a Föld termikus egyensúlyban van, ezért az elnyelttel megegyező energiájú sugárzást bocsát ki.

$$W = P \cdot t = 35 \text{ J}, \qquad W' = 140 \text{ J}.$$

A feltételeknek megfelelő napelem területe:

$$A = \frac{140 \text{ J}}{1{,}4 \cdot 10^3 \dfrac{\text{J}}{\text{m}^2}} = 0{,}1 \text{ m}^2.$$

2386. $P = 2{,}25 \cdot 10^{-18}$ W, $\lambda = 7{,}5 \cdot 10^{-7}$ m, $t = 1$ s.

$$P = \frac{E}{t}, \quad E = N\frac{hc}{\lambda}, \quad P = N\frac{hc}{\lambda t} \Rightarrow N = \frac{\lambda t}{hc} \cdot P = 8{,}48.$$

$N \approx 9$ darab foton érkezik a szembe másodpercenként.

2387. $\nu = 5 \cdot 10^{19}$ Hz.
Az U feszültséggel gyorsított elektronok energiája jelenik meg fotonenergiaként:

$$eU = h\nu \Rightarrow U = \frac{h\nu}{e}, \qquad U = 206{,}8 \text{ kV}.$$

2388. A fényelektromos egyenlet alapján $\frac{hc}{\lambda} = W + \frac{1}{2}mv^2$. Mivel $\frac{1}{2}mv^2 = eU$, ezért a két esetben:

$$\frac{hc}{\lambda_1} = W + eU_1 \qquad \text{és} \qquad \frac{hc}{\lambda_2} = W + eU_2.$$

Az első egyenletet kivonva a másodikból és átrendezve a kapott összefüggést:

$$h = \frac{e(U_1 - U_2)}{c} \cdot \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

Az ismert adatokkal $h = 6{,}61 \cdot 10^{-34}$ J · s értéket kapunk.

2389. A fényelektromos egyenletből:

$$\frac{hc}{\lambda} = W + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = W + eU \Rightarrow \mathrm{W} = \frac{hc}{\lambda} - eU.$$

A mérési adatokkal $W = 2{,}69$ eV.

2390. $Q = N \cdot e$, $N = 3{,}121 \cdot 10^{24}$.

2391.

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}, \qquad m \cdot c^2 = \frac{k \cdot e^2}{r} \Rightarrow r = \frac{k \cdot e^2}{mc^2} = \frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot m \cdot c^2},$$

$r = 2{,}813$ fm a gömb sugara.

2392. $E = mc^2$, $E = 81{,}99 \cdot 10^{-15}$ J, 1 eV $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J, ezért $E = 0{,}512$ MeV.

2393. Mivel $E_m < 0{,}1 \cdot m_0 \cdot c^2$, alkalmazható a nemrelativisztikus közelítés.

$W = 1 \cdot 10^3$ J, $v = 3 \cdot 10^7 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

$$W = N \cdot \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow N = \frac{2W}{m v^2}, \qquad N = 2{,}439 \cdot 10^{21}.$$

2394. $m_0 \cdot c^2 = 511{,}8 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-16}$ J, $v = 0{,}6c$.
Klasszikus közelítésben:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2 = \frac{0{,}6^2}{2} m_0 \cdot c^2, \qquad E_{\text{kin}} = 921{,}2 \text{ keV}.$$

Relativisztikus közelítésben:

$$E_{\text{mozgási}} = E - E_0 = m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2 = m_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) c^2 \approx 128 \text{ keV}.$$

2395. $v_0 = 2{,}5 \cdot 10^7 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $U = 1{,}75 \cdot 10^3$ V.

$$eU + \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m} + v_0^2}, \qquad v = 35{,}22 \frac{\text{Mm}}{\text{s}}.$$

2396. A feltevés szerint:

$$\begin{aligned} m_0 \cdot c^2 &= m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2, \\ 2m_0 \cdot c^2 &= m \cdot c^2, \\ 2m_0 &= m, \\ 2m_0 &= \frac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}, \\ 4 - \frac{4v^2}{c^2} &= 1, \\ \frac{4v^2}{c^2} &= 3. \end{aligned}$$

Az elektron sebessége:

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2} c.$$

V.

Az impulzus: $I = m \cdot v = 2m_0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}c = \sqrt{3} \cdot m_0 \cdot c.$

$$I = 4{,}734 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}.$$

2397. $U = 1{,}2 \cdot 10^5$ V.
Az elektron kinetikus energiája:

$$m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2 = eU.$$

$$\frac{eU}{m_0 \cdot c^2} + 1 = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}}.$$

$$v = c\sqrt{1 - \left(\frac{m_0 \cdot c^2}{eU + m_0 \cdot c^2}\right)^2}, \qquad v = 1{,}759 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{m_0 \cdot v} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v^2}}{c}, \qquad \lambda = 3{,}350 \text{ pm}.$$

2398. $U = 2 \cdot 10^6$ V.
Klasszikus közelítésben:

$$e \cdot U = \frac{1}{2}m_0 \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m_0}}, \qquad v = 8{,}387 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

ez a fénysebesség többszöröse lenne. Tehát a klasszikus mechanikai összefüggésekkel ebben a sebességtartományban már nem lehet számolni.
Relativisztikus közelítésben:

$$e \cdot U = (m - m_0) \cdot c^2,$$

ebből

$$\frac{m}{m_0} = \frac{e \cdot U}{m_0 \cdot c^2} + 1 = 4{,}9.$$

A relativisztikus tömeg megadható $m = \frac{m_0 \cdot c}{\sqrt{c^2 - v^2}}$ alakban. Ebből

$$\left(\frac{m}{m_0}\right) = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} = 4{,}9.$$

$$v = 0{,}9789 \cdot c = 2{,}936 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2399. $U = 1 \cdot 10^4$ V.

$$\lambda = \frac{h}{m_0 \cdot v}, \quad \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2 = e \cdot U, \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2e \cdot m_0 \cdot U}}. \qquad \lambda = 12{,}26 \text{ pm}.$$

Ekkor $m \approx m_0$, és $E_{\text{kin}} < 0{,}1 m_0 \cdot c^2$, azaz a klasszikus közelítés jogos.

2400. $\lambda = 1{,}5 \cdot 10^{-10}$ m, $\lambda = \dfrac{h}{m_0 \cdot v} \Rightarrow v = \dfrac{h}{\lambda m_0}$, $v = 4{,}849 \dfrac{\text{Mm}}{\text{s}}$.

2401. $v = 0{,}95c$.

Ha a relativisztikus tömegnövekedést figyelembe vesszük:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0 \cdot c}{\sqrt{c^2 - v^2}}.$$

Eszerint a hullámhossz:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h \cdot \sqrt{c^2 - v^2}}{m_0 \cdot v \cdot c} = 796{,}8 \text{ fm}.$$

V.

2402. $E_{\text{f}} = E_{\text{e}} = 1 \cdot 10^{-18}$ J

$$\lambda_{\text{f}} = \frac{hc}{E_{\text{f}}}, \quad \lambda_{\text{e}} = \frac{h}{m_0 \cdot v}, \quad E_{\text{e}} = \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2, \quad m_0 \cdot v = \sqrt{2 m_0 \cdot E_{\text{e}}}.$$

$$\frac{h}{\lambda_e} = \sqrt{2 m_0 \cdot E_e},$$

$$\lambda_e = \frac{h}{\sqrt{2 m_0 \cdot E_e}},$$

$$\lambda_{\text{f}} = 198{,}8 \text{ nm}, \qquad \lambda_{\text{e}} = 0{,}4909 \text{ nm}.$$

A foton hullámhossza sokszorosa az elektron hullámhosszának.

2403. $m = \dfrac{E}{c^2}$, $m \cdot c^2 = 1$ GeV, $m_0 \cdot c^2 = 512{,}4$ keV. $E_{\ddot{\text{o}}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{nyug}}$, $E_{\text{kin}} = E_{\ddot{\text{o}}} - E_{\text{nyug}}$.

$$\frac{E_{\text{kin}}}{E_{\text{nyug}}} = \frac{m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2}{m_0 \cdot c^2} = \frac{m \cdot c^2}{m_0 \cdot c^2} - 1.$$

A keresett arány: $\dfrac{E_{\text{kin}}}{m_0 \cdot c^2} = 1951$.

2404. $\lambda = \dfrac{h}{m \cdot v}$, $m = \dfrac{E}{c^2}$, $\dfrac{m_0}{m} = \sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}$.

$$v = c\sqrt{1 - \frac{m_0^2}{m^2}}, \quad \lambda = \frac{h \cdot c \cdot m}{E \cdot \sqrt{m^2 - m_0^2}} = \frac{h \cdot c}{\sqrt{E^2 - m_0^2 \cdot c^4}}.$$

Mivel $E^2 \gg m_0^2 \cdot c^4$, ezért $\lambda = \dfrac{h \cdot c}{E} = 1{,}241 \cdot 10^{-15}$ m. $\lambda = 1{,}241$ fm.

2405. $U = 6 \cdot 10^4$ V,

A proton kinetikus energiája: $E_{\text{kin}} = e \cdot U = 9{,}612 \cdot 10^{-15}$ J = 9,61 fJ.

A proton nyugalmi energiája: $m_0 \cdot c^2 = 1{,}51 \cdot 10^{-10}$ J.

Mivel teljesül a $E_{\text{kin}} < 0{,}1 m_0 \cdot c^2$ egyenlőtlenség, ezért nem kell relativisztikus korrekcióval számolni.

$$\lambda = \frac{h}{m_0 \cdot v}, \quad \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2 = e \cdot U, \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2e \cdot m_0 \cdot U}} = 1{,}168 \cdot 10^{-13} \text{ m}.$$

$\lambda = 0{,}1168$ pm.

2406. A **2405.** feladatban már kiszámoltuk a hullámhosszat.

$$\lambda = 116{,}8 \text{ fm}.$$

2407. $E_{\text{kin}} = 8 \cdot 10^4 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J $= 1{,}282 \cdot 10^{-14}$ J, $U = 150$ V.

$$E = E_{\text{kin}} + m_0 \cdot c^2, \quad E = 1{,}282 \cdot 10^{-14} \text{ J} + 8{,}200 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 9{,}482 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$$

Az U feszültségű szakaszon $eU = 2{,}403 \cdot 10^{-17}$ J energiát biztosít az elektromos mező, így

$$x = \frac{9{,}482 \cdot 10^{-14} \text{ J}}{2{,}403 \cdot 10^{-17} \text{ J}} = 3946.$$

2408. $v = 2{,}8 \cdot 10^8 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

Relativisztikus korrekció miatt: $\lambda = \dfrac{h}{m \cdot v} = \dfrac{h}{m_0 \cdot v}\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}} = 9{,}326 \cdot 10^{-13}$ m =

= 0,9326 pm.

2409. $\nu = 5 \cdot 10^{18}$ Hz. $\lambda_{\text{foton}} = \lambda_{e^-}$. Az interferenciakép akkor egyezik meg, ha a hullámhossz azonos.

$$\lambda_f = \frac{c}{\nu}, \quad \lambda_e = \frac{h}{m_0 \cdot v},$$

$$U = \frac{m_E \cdot v^2}{2e}, \quad \frac{c}{v} = \frac{h}{\sqrt{2e \cdot m_0 \cdot U}} \Rightarrow U = \frac{v^2 \cdot h^2}{2c^2 \cdot e \cdot m_0}, \qquad U = 417{,}8 \text{ V}.$$

2410. $U = 8 \cdot 10^5$ V.

Mivel $E_{kin} = eU = 8 \cdot 10^5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J $= 12{,}8 \cdot 10^{-14}$ J $\gg 0{,}1 \cdot m_0 \cdot c^2 = 8{,}2 \cdot 10^{-15}$ J, a relativisztikus közelítést kell alkalmazni:

Eszerint: $e \cdot U + m_0 \cdot c^2 = \dfrac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$.

Ebből $v = c \cdot \left[1 - \dfrac{1}{\left(\dfrac{eU}{m_0 \cdot c^2} + 1\right)^2}\right]$. Adatokkal a sebesség $v = 0{,}85 \cdot c$.

A tömeg: $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1 - 0{,}85^2}} \approx 1{,}9 \cdot m_0$.

A hullámhossz: $\lambda = \dfrac{h}{m \cdot v} = \dfrac{h}{0{,}85 \cdot c \cdot 1{,}9 \cdot m_0} = \dfrac{h}{m_0 \cdot c \cdot 1{,}615} = 1{,}5 \cdot 10^{-12}$ m.

2411. A látható fény hullámhosszát vegyük pl. 550 nm-nek.

$$U = 8 \cdot 10^5 \text{ V}, \quad \lambda_f = 5{,}5 \cdot 10^{-7} \text{ m}.$$

A **2410.** feladat megoldásakor kapott hullámhossz: $\lambda_e = 1{,}011 \cdot 10^{-12}$ m

$$\frac{\lambda_f}{\lambda_e} = 5{,}44 \cdot 10^5.$$

2412. $U = 300$ V, $\lambda_2 = 5 \cdot 10^{-7}$ m.

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\lambda_2}{\dfrac{h}{m \cdot v}} = \frac{m \cdot v}{h}\lambda_2 = \frac{\sqrt{2e \cdot m \cdot U}}{h}\lambda_2. \qquad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 7061.$$

Nem kell relativisztikus tömegkorrekcióval számolni, mert

$$E_{kin} = 300 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 4{,}8 \cdot 10^{-17} \text{ J} \ll 0{,}1 \cdot m_0 \cdot c^2.$$

2413. $U = 5 \cdot 10^4$ V, $\lambda_1 = 5 \cdot 10^{-7}$ m.

$$E_{kin} = 50 \text{ keV}, \quad 5 \cdot 10^4 \text{ eV} < \frac{m_0 \cdot c^2}{10} = 5{,}118 \cdot 10^4 \text{ eV}.$$

Még éppen nem kell relativisztikus korrekciós alkalmazni!

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_1}{h} \cdot m \cdot v = \frac{\lambda_1}{h}\sqrt{2e \cdot m_0 \cdot U}. \qquad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 91\,000.$$

2414. $P = 5 \cdot 10^{-3}$ W, $d = 3 \cdot 10^{-3}$ m, $\lambda = 6{,}8 \cdot 10^{-7}$ m, $t = 1$ s.
A becsapódó fotonok energiájából következtetünk:

$$N \cdot E_f = E, \quad N \cdot h \cdot \nu = P \cdot t, \quad N = \frac{P \cdot t}{h \cdot \nu} = \frac{\lambda \cdot P \cdot t}{h \cdot c}.$$

$N = 1{,}71 \cdot 10^{16}$ darab.

2415. $\lambda = 6{,}943 \cdot 10^{-7}$ m, $\frac{P}{A} = 8{,}2 \cdot 10^{11} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$, $A = 2{,}5 \cdot 10^{-20}$ m^2, $t = 6 \cdot 10^{-4}$ s.
A fényenergia nagyságát megkapjuk az energiasűrűség, a felület és az időtartam szorzatából.

$$E = \frac{P}{A} \cdot A \cdot t = 123 \cdot 10^{-13} \text{ J}. \qquad E = 12{,}3 \text{ aJ}$$

2416. $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ m, $m = 0{,}1$ kg, $v = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$$\frac{E_{sz}}{E_p} = \frac{\frac{h \cdot c}{\lambda}}{\frac{1}{2} m \cdot v^2} = \frac{2h \cdot c}{\lambda \cdot m \cdot v^2} = 6{,}878 \cdot 10^{-23}.$$

Tehát kb. 22 nagyságrenddel kisebb.

2417. $\lambda = 6{,}7 \cdot 10^{-7}$ m.
A foton energiája:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 2{,}967 \cdot 10^{-19} \text{ J}. \qquad E = 1{,}852 \text{ eV}.$$

2418. $\frac{P}{A} = 1{,}4 \cdot 10^3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$, $A = 1$ m^2, $t = 1$ s, $\lambda = 6{,}7 \cdot 10^{-7}$ m.
Ha a fényintenzitást megszorozzuk a felülettel és az időtartammal, akkor megkapjuk a fotonok által átadott energiát.

$$\frac{P}{A} \cdot t \cdot A = N \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda}, \quad N = \frac{P}{A} \cdot \frac{\lambda \cdot t \cdot A}{h \cdot c}. \qquad N = 4{,}72 \cdot 10^{21}.$$

2419. $m_0 \cdot c^2 = 6{,}2 \cdot 10^8$ eV $= 6{,}2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-11}$ J, $N = 2$. A részecske és antirészecske csak töltésében különbözik.

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = N \cdot m_0 \cdot c^2, \quad \lambda = \frac{h \cdot c}{N \cdot m_0 \cdot c^2} = 1{,}001 \cdot 10^{-15} \text{ m}. \qquad \lambda \leq 1{,}001 \text{ fm}.$$

2420. $E_m = 1{,}602 \cdot 10^{-13}$ J. Az $E_m < 0{,}1 m_0 \cdot c^2$ feltétel teljesül ($m_0 \cdot c^2 = 1{,}506 \cdot 10^{-10}$ J), ezért nem kell relativisztikus tömegkorrekcióval számolni.

$$\lambda = \frac{h}{m_0 \cdot v}, \quad E_m = \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2, \quad v = \sqrt{\frac{2E_m}{m_0}}.$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 \cdot E_m}} = 2{,}862 \cdot 10^{-14} \text{ m}. \qquad \lambda = 28{,}62 \text{ fm}.$$

2421. Ebben az esetben nem teljesül a $E_m < 0{,}1 m_0 \cdot c^2$ egyenlőtlenség, mert $E_m = 1{,}602 \cdot 10^{-13}$ J és $m_0 \cdot c^2 = 8{,}20 \cdot 10^{-14}$ J. Emiatt relativisztikus tömegkorrekcióval kell számolni, hiszen $\lambda = \frac{h}{p}$.

Induljunk ki az $E = me^2$ összefüggésből:

$$E = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2,$$

$$E^2 = \frac{m_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot c^4,$$

$$E^2 - E^2 \frac{v^2}{c^2} = m_0^2 \cdot c^4.$$

Legyen $E_0 = m_0 \cdot c^2$, akkor a bal oldal második tagjában $E^2 = m^2 c^4$ visszahelyettesítése után

$$E^2 - m^2 v^2 c^2 = E_0^2!$$

Mivel $I = m \cdot v$, azt kapjuk, hogy

$$E^2 = E_0^2 + I^2 c^2.$$

Innen

$$I = \sqrt{\frac{E^2 - E_0^2}{c^2}} = \sqrt{\frac{(E + E_0)(E - E_0)}{c^2}}.$$

Felhasználva, hogy $E - E_0 = E_{kin}$

$$I = \sqrt{\frac{E_{kin}(2E_0 + E_{kin})}{c^2}}.$$

V.

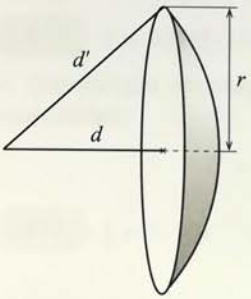
A hullámhossz

$$\lambda = \frac{h}{I} = \frac{hc}{\sqrt{E_{\text{kin}}(2m_0 \cdot c^2 + E_{\text{kin}})}} = 8{,}723 \cdot 10^{-13}\ \text{m} = 0{,}8723\ \text{pm}.$$

2422. $P = 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ W, $\lambda = 4{,}2 \cdot 10^{-7}$ m, $d = 1$ m, $r = 5 \cdot 10^{-2}$ m.

$$t = 1\ \text{s}, \quad W = 2{,}16 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}, \quad v \le 528{,}6 \frac{\text{km}}{\text{s}}.$$

Előbb ki kell számítani, hogy milyen térszög alatt látszik a körlap a fényforrás helyéről.



Mivel a körlap átmérője kicsi a fényforrás és a lap távolságához képest, a kitakart gömbfelületrész területe jó közelítéssel megegyezik a körlap területével. $A = r^2 \cdot \pi = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot \pi = 7{,}85 \cdot 10^{-3}$ m^2. Ez a fényforrás helyéről $\Omega = \frac{A}{(d')^2} \approx 7{,}85 \cdot 10^{-3}$ sr térszög alatt látszik ($d' \approx 1$ m). Ebbe a térszögbe a fényforrás kisugárzott teljesítményéből

$$P' = \frac{\Omega}{4\pi} \cdot P = 1{,}561 \cdot 10^{-9}\ \text{W} \quad \text{jut.}$$

Ez másodpercenként $E = 1{,}561 \cdot 10^{-9}$ J energia. Mivel egy foton energiája $\frac{hc}{\lambda}$, ezért

$$N = \frac{\lambda E}{hc} = 3{,}298 \cdot 10^9, \qquad N = 3{,}298 \cdot 10^9.$$

$$v = \sqrt{\frac{\left(\frac{hc}{\lambda} - W\right) \cdot 2}{m}}, \quad \nu = \frac{W}{h}, \qquad \nu \ge 522{,}2\ \text{THz}.$$

Megjegyzés. A közelítés a következőképpen bizonyítható.

A gömbsüveg területe $A = 2d'\pi(d' - d)$. Mivel $d'^2 - d^2 = r^2$, így $d' - d = \frac{r^2}{d' + d}$ és $d' + d \approx 2d'$, azaz $A = 2\pi \cdot d' \cdot \frac{r^2}{2d'} = r^2 \cdot \pi$.

2423. $W = 4{,}5 \cdot 10^{-19}$ J, $\lambda = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$ m.

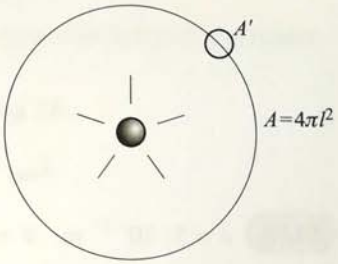
$$eU = \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2 = h\frac{c}{\lambda} - W \Rightarrow U = \frac{1}{e}\left(\frac{hc}{\lambda} - W\right).$$

A lefékezéshez szükséges ellenfeszültség $U = 5{,}463$ V.

2424. $W = 2{,}26 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J.

$\frac{1}{2}m \cdot v^2 = 0$ miatt $\frac{hc}{\lambda} = W \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{W}$. $\lambda_{max} = 549{,}0$ nm.

2425. $W = 4{,}29 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J, $l = 2$ m, $d = 1{,}2 \cdot 10^{-10}$ m, $P_{60} = 60$ W.



P_{60} az egész felületre jutó teljesítmény.

Egy cinkatomra $P = \frac{\pi \cdot d^2}{4\pi \cdot l^2} P_{60}$ teljesítmény jut.

Mivel $W = P \cdot t$, ezért $t = W \frac{4l^2}{d^2} \cdot \frac{1}{P_{60}} = 12{,}73$ s.

2426. $\lambda_{max} = 2{,}75 \cdot 10^{-7}$ m, $\frac{hc}{\lambda_{max}} = W$, $W = 0{,}7228$ aJ.

2427. $W = 5{,}5 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J, $\lambda \leq \frac{hc}{W}$, $\lambda \leq 225{,}6$ nm.

2428. $\nu = 4 \cdot 10^{16}$ Hz, $W = 4{,}29 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J,

$$\frac{1}{2}m \cdot v^2 = h\nu - W \Rightarrow v = \sqrt{2\frac{h\nu - W}{m}}. \qquad v \leq 7{,}528 \frac{\text{Mm}}{\text{s}}.$$

2429. $\lambda = 4{,}2 \cdot 10^{-7}$ m, $U = 1{,}02$ V. $\frac{h \cdot c}{\lambda} = W + \frac{1}{2}m \cdot v_e^2$, $eU = \frac{1}{2}m \cdot v_e^2$.

$$\frac{hc}{\lambda} = W + eU.$$

A kilépési munka $W = \frac{hc}{\lambda} - eU = 3{,}1 \cdot 10^{-19} f = 1{,}93$ eV.

Határhullámhossz kiszámítása esetén $\frac{1}{2}m \cdot v^2 = 0$ miatt

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{W} = 6{,}416 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 641{,}6 \text{ nm}.$$

V.

A kilépő fotoelektronok sebességének kiszámítása:

$$eU = \frac{1}{2} m \cdot v_e^2,$$

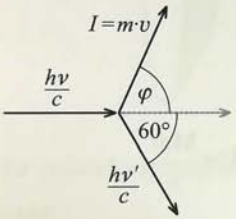
$$v_e = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 0{,}602 \cdot 10^6 \ \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_e \approx 0{,}6 \cdot 10^6 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$\lambda_{\max} = 641{,}6 \text{ nm}.$$

2430. $\lambda = 5 \cdot 10^{-11}$ m, $\vartheta = 60°$.

Érdemes a hulllámhossz helyett a $\nu = \frac{c}{\lambda}$ frekvenciával számolni. Az ütközés lazán kötött, és gyakorlatilag szabad elektronnal történik, ezért az impulzus és az energiamegmaradás törvényének felírásakor a mag mozgását nem kell figyelembe venni.



Az ábra alapján az impulzus két összetevőjére érvényesek a

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cdot \cos 60° + I \cdot \cos\varphi,$$

$$\frac{h\nu'}{c} \cdot \sin 60° = I \cdot \sin\varphi \qquad \text{egyenletek.}$$

Az energiamegmaradás törvénye pedig a $h\nu - h\nu' = E - E_0$ alakban írható fel, ahol $E = m \cdot c^2$, $E_0 = m_0 \cdot c^2$ az elektron ütközés utáni és ütközés előtti energiájának különbsége. Használjuk fel, hogy $\cos 60° = \frac{1}{2}$ és $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, és rendezzük át az első két egyenletet:

$$\frac{h}{c}\left(\nu - \frac{\nu'}{2}\right) = I \cdot \cos\varphi,$$

$$\frac{h\nu'}{c} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = I \cdot \sin\varphi.$$

A két egyenletet négyzetre emelve és összeadva azt kapjuk, hogy

$$\frac{h^2}{c^2}(\nu^2 - \nu\nu' + \nu'^2) = I^2.$$

Alkalmazva $E^2 - E_0^2 = I^2 \cdot c^2$ helyettesítést

$$h^2(\nu^2 - \nu \cdot \nu' + \nu'^2) = E^2 - E_0^2.$$

Elosztva ezt az egyenletet a $h(\nu - \nu') = E - E_0$ egyenlettel, a

$$\frac{h(\nu^2 - \nu \cdot \nu' + \nu'^2)}{\nu - \nu'} = E + E_0$$

összefüggéshez jutunk. Kivonva ebből az energiamegmaradást kifejező egyenletet:

$$\frac{h(\nu^2 - \nu \cdot \nu' + \nu'^2)}{\nu - \nu'} - h(\nu - \nu') = 2E_0.$$

Rendezés után:

$$h\nu\nu' = 2E_0 \cdot (\nu - \nu'),$$

ahonnan

$$\nu' = \frac{2E_0 \cdot \nu}{h\nu + 2E_0}.$$

Az elektron kinetikus energiája:

$$E_{\text{kin}} = E - E_0 = h(\nu - \nu') = h\nu \cdot \left(1 - \frac{2E_0}{h\nu + 2E_0}\right) = \frac{h^2\nu^2}{h\nu + 2E_0}.$$

Az elektron impulzusa:

$$\frac{h^2}{c^2}(\nu^2 - \nu\nu' + \nu'^2) = I^2.$$

$$I = \frac{h\nu}{(h\nu + 2E_0)c} \cdot \sqrt{h^2\nu^2 + 2E_0 h\nu + 4E_0^2}.$$

Az elektron kilökésének iránya pedig

$$\sin\varphi = \frac{h\nu'}{pc} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{6E_0^2}{4(h^2\nu^2 + h\nu 2E_0 + 4E_0^2)}}.$$

Adatokkal kiszámítva: $E_{\text{kin}} = 940{,}9$ aJ, $\varphi = 58{,}80°$.

2431. $n = 1$ mol, $E_{\text{kötési}} = 4{,}36 \cdot 10^5 \dfrac{\text{J}}{\text{mol}}$.

A kovalens kötés megbontásához a kötési energia szükséges. A hidrogénatom ionizálásához

$$h\nu = hR\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

ahol $m \to \infty$ ($R = 3{,}289 \cdot 10^{15} \dfrac{1}{\text{s}}$ Rydberg-állandó) energia kell. Mivel m értéke végtelen, ezért a 2 mól hidrogénatom ionizációs energiaszükséglete:

$$E_{\text{ionizációs}} = 2hN_{\text{A}} \cdot R = 2{,}625 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

V.

2432. $n = 1,\ m = \infty$.
Az ionizációs energia megegyezik a hidrogénatom elektronjának alapállapotbeli energiájával.

$$E = h\nu = hR\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right), \quad E = 2{,}179 \cdot 10^{-18}\ \text{J} = 2{,}179\ \text{aJ}.$$

A sebesség kiszámítása:

$$E = \frac{1}{2}m_0 \cdot v^2, \quad v = \sqrt{\frac{2E}{m_0}} = 2{,}187 \cdot 10^6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v = 2{,}187\ \frac{\text{Mm}}{\text{s}}.$$

2433. $n = 37$,

$$N = n\hbar = \frac{nh}{2\pi} \qquad N = 3{,}90 \cdot 10^{-33}\ \text{J} \cdot \text{s}.$$

2434. $n = 1,\ Z = 1$.
A Bohr-modell szerint a hidrogénatom elektronjának kinetikus energiája alapállapotban

$$\frac{1}{2}m_0 \cdot v^2 = \frac{m_0 \cdot e^4}{16\pi^2 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot \hbar^2}.$$

Innen

$$v = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 \cdot h} = 2{,}187 \cdot 10^6\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2{,}187\ \frac{\text{Mm}}{\text{s}}.$$

2435. $n = 3$,

$$E = -\frac{ke^2}{2r}, \quad r = n^2\frac{h^2}{4\pi^2 ke^2 m_0}, \quad E = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{2\pi^2 k^2 e^4 m_0}{h^2}, \quad E = -1{,}516\ \text{eV}.$$

2436. A két legkisebb frekvencia:

$$\nu_1 = R \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right), \quad \nu_1 = 456{,}8\ \text{THz} \qquad \nu_2 = R \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right), \quad \nu_2 = 616{,}7\ \text{THz}.$$

A Balmer-sorozat a második ($n = 2$) pályára visszaugró elektronok által kisugárzott fény színképvonalaiak felel meg.
A legnagyobb frekvencia (csak egy lehetséges!):

$$\nu_{\max} = \lim_{m \to \infty} R \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right) = \frac{R}{4}.$$

$$\nu_3 = 3{,}289 \cdot 10^{15}\frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{1}{2^2} = 8{,}223 \cdot 10^{14}\frac{1}{\text{s}}, \quad \nu_3 = 822{,}3\ \text{THz}.$$

2437. $\frac{c}{\lambda_1} = R\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right)$, $n = 3$, $\lambda_1 = \frac{36c}{5R}$, $\lambda_1 = 656{,}7$ nm (látható fény).

$\lambda_2 = \frac{c}{4R}$, $\lambda_2 = 22{,}8$ nm (ultraibolya fény).

2438. $n = 1$, $m = \infty$, $E = h\nu = hR \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$, $E = 2{,}179$ aJ.

2439. $n = 4$, $N = 2n^2$, $N = 32$.

2440. A pályasugarak megadhatók az

$$r = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 k e^2 m_0}$$

összefüggés segítségével. Ebből $r = 5{,}285 \cdot 10^{-11}$ m^2.

$$\Delta r = [(n+1)^2 - n^2] \cdot 5{,}285 \cdot 10^{-11} \text{ m} \Rightarrow n = 3.$$

Vagyis a 3. és 4. elektronpályáról van szó.
A kisugárzott foton frekvenciája másképpen is meghatározható:

$$\nu = R \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}\right).$$

V.

2441. $r = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m. A mozgásegyenlet:

$$F_{\text{coulomb}} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$k \cdot \frac{e^2}{r^2} = m\frac{v^2}{r}, \qquad k = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0}.$$

$$\frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot m \cdot r}}, \qquad v = 2{,}186 \frac{\text{Mm}}{\text{s}}.$$

2442. $n = 4$.
Az elektron energiáját a főkvantumszám határozza meg. Az energiája a főkvantumszám négyzetével fordítottan arányos.

$$E_n = \frac{E_0}{(n)^2}, \qquad E_4 = \frac{2{,}179 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{16}.$$

2443. De Broglie feltevése szerint az elektron állóhullámot alkot az atomban. Ez azt jelenti, hogy az adott pályán éppen egész számú hullámhossz fér el.

$$2\pi r = n \cdot \lambda, \quad \lambda = \frac{2\pi}{n} r = \frac{2\pi}{n} \cdot \frac{h^2}{4\pi^2 k e^2 m_0} n^2, \quad \lambda = 332{,}1n \text{ [pm]}.$$

2444. $n = 2$, $\lambda = 664{,}2$ pm.

A **2443.** feladatnál felírt összefüggést lehet alkalmazni.

2445. $E = 4{,}9 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J, $h\nu = E$, $\lambda = \frac{hc}{E}$, $\lambda = 253{,}2$ nm.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

2446. Az atomos szerkezetet mindazok a kísérletek igazolják, amelyek valamilyen nem folytonos adagokban történő folyamatra utalnak. Ilyenek a kémiában:
Az állandó súlyviszonyok törvénye (J. L. Proust, 1801).
A többszörös súlyviszonyok törvénye (J. Dalton, 1808).
Gay-Lussac-nak a gázfázisú kémiai átalakulások térfogati viszonyaira vonatkozó megállapításai (1804–1808).
Az Avogadro-törvény (1811).
Természetesen ezek a törvények csak közvetve utalnak az atomok létezésére.

2447. Az atomos szerkezethez hasonlóan a bizonyítékok itt is közvetettek.
Faraday I. törvénye (1833).
Faraday II. törvénye (1833).
A katódsugarat alkotó részecskék fajlagos elektromos töltésének meghatározása J. J. Thomson módszerével (1897).
Az elemi töltés nagyságának meghatározása Millikan módszerével (1911).

2448. Érzékelésre fotocellákat, fotoáram mérésére fénymérőket alkalmazunk. A szcintillációs érzékelők (detektorok) és a napelemek működésének is a fényelektromos jelenség az alapja.

2449. Az n-edik pályán az elektron összes energiája:

$$E_n = -E_0 \cdot \frac{1}{n^2}.$$

Amikor az elektron pl. az $(n-1)$-edik (az atommaghoz közelebbi) pályára ugrik át, akkor az energiaváltozás:

$$E_n = -E_0 \cdot \frac{1}{(n-1)^2} + E_0 \cdot \frac{1}{n^2} = -E_0 \cdot \frac{2n-1}{n^2(n-1)^2}.$$

Ennyivel csökken az elektron összes energiája, ennyi lesz az elektronburokból távozó foton energiája. Az összenergia – annak ellenére, hogy a mozgási energia

nő – azért csökken, mert a potenciális energia csökkenése abszolút értékben éppen kétszer akkora, mint a mozgási energia növekedése.

2450. Igen! A héliumnál a K-héj, a neonnál a K- és L-héjak be vannak töltve.

2451. Amikor az atomban alapállapotban betöltetlen elektronhéj található, akkor ezen a héjon az elektronok úgy helyezkednek el, hogy a Pauli-féle tilalmi elv által megengedett spinösszeg maximális legyen.

2452. Mivel az elektronok energiája adott pályán állandó, ezért két pálya közötti energiakülönbség is állandó. A pályák közötti átmenethez (mind a fényabszopciónál, mind a fényemissziónál) meghatározott energiaérték tartozik. A *Bohr-féle frekvenciafeltétel* alapján ez az energiakülönbség adja meg az elnyelt vagy a kibocsátott (emittált) foton energiáját. Minthogy az energiaátmenetek nem folytonosak, a színkép sem lehet folytonos. Ez az oka annak, hogy gázok esetében egymástól frekvenciában jól elkülönülő színképvonalakból álló *vonalas színkép* keletkezik.

2453. Az energiakvantum az energiának az az adagja, amellyel például az atomi méretű rezgő dipólusok (oszcillátorok) energiája megváltozhat. Úgyszintén energiakvantumokban változhat az elektronburokban található elektronok energiája is.
Ha a mikrorészecskét (pl. elektront) egydimenziós végtelen magas falú „potenciáldobozba" zárjuk, akkor a részecske lehetséges állapotfüggvényei állóhullámok. Az adott szakaszon a részecske energiája kinetikus energia. Ennek az energiának a lehetséges értékeit $n = 1, 2, 3, \ldots$ értékekkel számíthatjuk. Ezt az n számot *energiakvantumszámnak* nevezzük.

2454. Az elemek kémiai tulajdonságait az elektronburokhoz tartozó legnagyobb kvantumszámú héj s és p állapotú elektronjainak száma határozza meg.
A nemesgázok a periódusos rendszer VIII. oszlopának elemei, így a legkülső elektronhéjukon 8 elektron található. Ezek gömbszimmetrikusan oszlanak el az atommag körül. Ennek következtében az ilyen atomok kémiailag közömbösek, és tulajdonságaikban egymáshoz nagyon hasonlítanak.

2455. Fény hatására a katódból kilépő elektronokat a pozitív potenciálú anód összegyűjti. A kialakult U feszültség függ a fény erősségétől és a fény frekvenciájától.

5.2. AZ ATOM SZERKEZETE

Tesztfeladatok

2456. Válasz: C)

2457. Válasz: A)

2458. Válasz: B)

2459. Válasz: B)

2460. Válasz: A) $m = 236{,}045562 \cdot 1{,}66054 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} = 3{,}91863 \cdot 10^{-25}\ \text{kg}$.

2461. Válasz: C) Csak a tömeghiány ismeretében adható meg az atommag (és így az atom) tömege.

2462. Válasz: A) A részecskék energiája különböző lehet, csak az átlagos energia adható meg pontosan.

2463. Válasz: B)

2464. Válasz: A) Az elemek periódusos rendszerének 20. eleme a kalcium.

2465. Válasz: A) és B). A C) állítás helytelen, mert a felszabaduló energiának nagyobbnak kell lennie az elektron kötési energiájánál.

2466. Válasz: B) ${}^{A}_{Z}\text{X} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}\text{X}' + {}^{0}_{+1}\text{e}$.
${}^{A}_{Z}\text{X} + {}^{0}_{-1}\text{e} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}\text{X}'$.

2467. Válasz: C) A ${}^{12}_{6}\text{C}$ atom tömege $12m_u$. A mag tömege jó közelítéssel $12m_u - 6m_e$. A kötési energia

$$E_k = (12m_u - 6m_e - 6m_p - 6m_n) \cdot c^2 = -9{,}381 \cdot 10^7\ \text{eV},$$
$$E = -93{,}81\ \text{MeV}.$$

2468. Válasz: B) és C) ${}^{90}_{38}\text{Sr} \rightarrow {}^{90}_{39}\text{Y} + {}^{0}_{-1}\text{e}$.
A stroncium legnagyobb tömegszámú izotópja a 88-as. A neutronfelesleg miatt β^--bomló. Ezt a sugárzást azonban kísérheti γ-sugárzás is.

2469. Válasz: B) A **2468.** feladat alapján.

2470. Válasz: A) Az eredeti felének a fele, tehát negyede.

2471. $m_e = 5{,}486 \cdot 10^{-4}$ u.

$$E = [m(^{90}\mathrm{Sr}) - m(^{90}\mathrm{Y}) - m_e] \cdot c^2 = 3{,}489 \cdot 10^4 \text{ eV}, \qquad E = 0{,}0349 \text{ MeV}.$$

2472. Válasz: B) $m = 1 \cdot 10^{-3}$ kg, $M = 9 \cdot 10^{-2} \dfrac{\text{kg}}{\text{mol}}$.

$$N = \frac{m}{M} N_A, \quad N = 6{,}69 \cdot 10^{21}.$$

2473. Válasz: C) ${}^{22}_{11}\mathrm{Na} \rightarrow {}^{22}_{10}\mathrm{Ne} + {}^{0}_{+1}\mathrm{e}$.
(A proton neutronná képes alakulni, pozitron kisugárzása közben.)

2474. Válasz: A) A γ-sugárzás kibocsátásakor a rendszám és a tömegszám nem változik. Az atommag stabilabb állapotba kerül.

2475. Válasz: D) ${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A}_{Z+1}\mathrm{X}' + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} + \tilde{\nu}$.

2476. Válasz: C) ${}^{253}_{100}\mathrm{Fm} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} \rightarrow {}^{253}_{99}\mathrm{Es}$.

2477. Válasz: D) ${}^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}^{2+}$.

2478. Válasz: C) $m({}^{210}_{84}\mathrm{Po}) = 209{,}982848\ m_u$, $m({}^{206}_{82}\mathrm{Pb}) = 205{,}974440\ m_u$.

$$m({}^{4}_{2}\mathrm{He}) = 4{,}002603\ m_u,$$

$$E = (209{,}982\,848 - 205{,}974\,440 - 4{,}002\,603) \cdot 1{,}660\,565\,5 \cdot 10^{-27} \cdot \frac{9 \cdot 10^{16}}{1{,}602 \cdot 10^{-13}} \text{ MeV} \approx$$

$$\approx 5{,}42 \text{ MeV}.$$

2479. Válasz: A) A hasadó mag tömege sokszorosa a neutron tömegének, ezért ütközéskor a neutron gyakorlatilag változatlan nagyságú sebességgel visszapattan. (Éppen ezért jó lassító közeg a hidrogéntartalmú anyag, pl. a víz.)

2480. Válasz: C) Ha Fermi megtalálta volna a helyes választ, akkor most őt tekintenénk a maghasadás felfedezőjének.

2481. Válasz: A) és C). A B) nem felel meg a valóságnak, mert a hasadási energia $\dfrac{Z^2}{A}$ növelésével csökken (és nem növekszik!).

2482. Válasz: B)

V.

2483. Válasz: A) és C). A B) nem helyes, mert ideális esetben az aktív zóna minden helyén azonos a hőmérséklet.

2484. $E = 1{,}602 \cdot 10^{-10}$ J,

A **2421.** feladat megoldásában megmutattuk, hogy: $E = \sqrt{m_0^2 \cdot c^4 + p^2 \cdot c^2}$. Ebből

$$p = \frac{\sqrt{E^2 - m_0^2 \cdot c^4}}{c}, \qquad p = 5{,}34 \cdot 10^{-19} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}.$$

Mivel $E^2 = 2{,}566 \cdot 10^{-20}$ J^2 és $m_0^2 \cdot c^4 = 6{,}722 \cdot 10^{-27}$ J^2, látható, hogy az utóbbi 7 nagyságrenddel kisebb; emiatt elhanyagolható a másik érték mellett.

$$p = \frac{E}{c} = 5{,}34 \cdot 10^{-19} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}.$$

Fizikailag ez azt jelenti, hogy az ilyen energiájú elektron a fénysebességhez közeli sebességgel mozog.

2485. Válasz: C). Az atommagon szóródó részecske hullámhosszának a magátmérő tartományába kell esnie.

2486. Válasz: A). A **2485.** feladatban megadott hullámhosszhoz kb. 100 MeV energia tartozik. Az atom elektronburkán (az atom relatíve nagy mérete miatt) a kis energiájú elektronok is áthatolhatnak. Ezeknek azonban elég nagy a hullámhossza. A legkisebb energiát fogadtuk el válaszként!

2487. Válasz: B)

2488. Válasz: C)

2489. Válasz: D)

2490. Válasz: B) A 235 tömegszámú izotópban dúsított urán is hasad.

2491. Válasz: D)

2492. Válasz: C) Nem érvényesül a leptonszám-megmaradás.

2493. Válasz: A). Nem érvényesül a barionszám-megmaradás.

2494. Válasz: D). Az elektromosan töltött részecskék ionizálnak, a semleges γ-fotonok pedig csak nagyon kis mértékben. A mikrohullámok fotonjainak ferekvenciája 10 nagyságrenddel kisebb a γ-fotonok frekvenciájánál; nem valószínű tehát, hogy ionizáló tulajdonsággal bírjanak.

2495. Válasz: C). A γ-sugárzásban fotonok terjednek tova.

2496. Válasz: D). ${}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{1}\mathrm{p}$.

2497. Válasz: B). ${}^{16}_{8}\mathrm{O} + {}^{1}_{1}\mathrm{p} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{13}_{7}\mathrm{N}$.

2498. Válasz: C). ${}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{56}_{26}\mathrm{Fe} \rightarrow {}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{58}_{27}\mathrm{Co}$.

2499. Válasz: A). ${}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + \gamma$.

2500. Válasz: B). ${}^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{3}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$.

2501. Válasz: D). ${}^{1}_{0}\mathrm{n} + {}^{235}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{1}_{0}\mathrm{n} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} + {}^{142}_{57}\mathrm{La} + {}^{92}_{35}\mathrm{Br}$.

2502. Válasz: B). ${}^{1}_{0}\mathrm{n} + {}^{239}_{94}\mathrm{Pu} \rightarrow {}^{1}_{0}\mathrm{n} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} + {}^{142}_{57}\mathrm{La} + {}^{96}_{37}\mathrm{Rb}$.

Számításos feladatok

2503. $r = 1 \cdot 10^{-15}$ m, $F = k_0 \dfrac{e^2}{r^2} = \dfrac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2}$, $F = 230{,}7$ N.

2504. $e_1 = e_2 = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ A · s, $r = 1 \cdot 10^{-14}$ m.

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{e_1 \cdot e_2}{r} = 144{,}0 \text{ keV}.$$

2505. $E_{\text{kin}} = 1{,}44 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-14}$ J.

$$E_{\text{kin}} = \frac{3}{2}kT, \qquad T = \frac{2E_{\text{kin}}}{3k}, \qquad T = 1{,}114 \cdot 10^{9} \text{ K}.$$

2506. $A_1 = 4\pi \cdot r_1^2$, $A_2 = 4\pi \cdot r_2^2$, $A_3 = 4\pi \cdot r_3^2$, $r_1 = 1$ m, $r_2 = 2$ m.

$$r_3 = 4 \text{ m}, \quad I_1 = 800 \frac{\text{MeV}}{\text{m}^2\text{s}}, \quad I_2 = 160 \frac{\text{MeV}}{\text{m}^2\text{s}}.$$

r_2 távolságban elvileg

$$I_1 \frac{4\pi \cdot r_1^2}{4\pi \cdot r_2^2} = 200 \frac{\text{MeV}}{\text{m}^2\text{s}}$$

a sugárzás intenzitása. Azért kaptunk kisebb értéket, mert feltételezhetően a levegő 20 százalékkal csökkenti az intenzitást. r_3 távolságban elvileg

$$I_1 \frac{4\pi \cdot r_1^2}{4\pi \cdot r_3^2} = 800 \frac{\text{MeV}}{\text{m}^2\text{s}} \cdot \frac{1}{16} = 50 \frac{\text{MeV}}{\text{m}^2\text{s}}$$

lenne az intenzitás. A tényleges intenzitás ennél kisebb, mivel a levegő gyengítő hatása miatt a kétszeres úton további gyengülés következik be:

$$I_3 = 50\ \frac{\text{MeV}}{\text{m}^2\text{s}} \cdot 0{,}8^2 = 32\ \frac{\text{MeV}}{\text{m}^2\text{s}}, \qquad I_3 = 32\ \frac{\text{MeV}}{\text{m}^2\text{s}}.$$

2507. $\text{N}(28)\% = 92{,}19\%$, $\text{N}(29)\% = 4{,}72\%$, $\text{N}(30)\% = 3{,}09\%$.

Jelöljük x-szel a 30-as tömegszámú izotóp előfordulási arányát. A megadott arány miatt ekkor az egyes izotópok előfordulási aránya:

28: $29{,}84x\%$, 29: $(100 - 30{,}84x)\%$, 30: $x\%$.

Az átlagos tömegszámra érvényes, hogy:

$28{,}109 = 28 \cdot 0{,}2984x + 29 \cdot (1 - 0{,}3084x) + 30 \cdot 0{,}01x, \quad x = 3{,}089.$

2508. A **2507.** feladathoz hasonló megoldással:
$\text{N}(20)\% = 90{,}2\%$, $\text{N}(21)\% = 0{,}6\%$, $\text{N}(22)\% = 9{,}2\%$.

2509. $\bar{A} = 55{,}91$ A **2507.** feladathoz hasonló.

2510. $Z = 12$, $\bar{N} = 12{,}325$, $\bar{A} = 24{,}325$.

$$\bar{N} = 0{,}787 \cdot 12 + 0{,}1013 \cdot 13 + 0{,}1117 \cdot 14 = 12{,}325,$$
$$\bar{A} = 0{,}787 \cdot 24 + 0{,}1013 \cdot 25 + 0{,}1117 \cdot 26 = 24{,}325.$$

2511. Mivel az α-részecske elektromos töltése $2e$, ezért

$$\frac{Q}{m} = \frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{A} \cdot \text{s}}{6{,}645 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}} = 4{,}822 \cdot 10^7\ \frac{\text{C}}{\text{kg}}.$$

2512. $A = 107$.

$$\pi \cdot R^2 = 1{,}2^2 \cdot 10^{-30} \cdot 107^{\frac{2}{3}}\ \text{m}^2 = 1{,}002 \cdot 10^{-28}\ \text{m}^2.$$

2513. $A = 209$, $R = R_0 \cdot \sqrt[3]{A}$. A **2512.** feladat segítségével $R = 7{,}121$ fm,

2514. Legyen a tömegszám A. Egy mag sugara: $R = 1{,}42 \cdot 10^{-15} \cdot \sqrt[3]{A}$ m, térfogata pedig:

$$V = \frac{4\pi \cdot R^3}{3}.$$

A nukleonsűrűség ezért:

$$\frac{A}{V} = \frac{3A}{4\pi \cdot 1{,}42^3 \cdot 10^{-45}\ \text{m}^3 \cdot A} = 8{,}338 \cdot 10^{43}\ \frac{1}{\text{m}^3} = 8{,}338 \cdot 10^{37}\ \frac{1}{\text{cm}^3}.$$

2515. $\varrho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{3 \cdot A \cdot 1{,}660 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{4\pi \cdot 1{,}42^3 \cdot 10^{-45}\ \text{m}^3 \cdot A} = 1{,}384 \cdot 10^{17} \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$

2516. $d_1 = 1{,}392 \cdot 10^9$ m, $\varrho_1 = 1410 \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $d_2 = 25{,}50$ km.

A maganyag sűrűsége:

$$\varrho_2 = \frac{\text{A} \cdot m_\text{u}}{V}, \quad V = \frac{4\pi \cdot R^3}{3}, \quad R = 1{,}42 \cdot 10^{-15} \cdot \sqrt[3]{A}.$$

$$\varrho_2 = \frac{3 \cdot 1{,}660 \cdot 10^{-27}}{4\pi \cdot 1{,}42^3 \cdot 10^{-45}} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2{,}293 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

$$M_\text{Nap} = \varrho_1 \cdot V_1 = \varrho_2 \cdot V_2, \quad \varrho_1 \cdot d_1^3 = \varrho_2 \cdot d_2^3.$$

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{1{,}384 \cdot 10^{17}\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}}{1{,}41 \cdot 10^3 \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} \cdot 1{,}392 \cdot 10^9\ \text{m} = 1{,}379 \cdot 10^4\ \text{m}.$$

A Nap átmérője 100 000-szerese ennek.

2517. $\dfrac{E}{A}(^{35}_{17}\text{Cl}) = 8{,}608$ MeV, $\dfrac{E}{A}(^{56}_{26}\text{Fe}) = 8{,}755$ MeV, $\dfrac{E}{A}(^{60}_{27}\text{Co}) = 8{,}717$ MeV.

2518.

$$\frac{E}{A} =$$

$$= \frac{47 \cdot 1{,}673 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} + 62 \cdot 1{,}675 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} - 108{,}904\,75 \cdot 1{,}660 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{109} \cdot$$

$$\cdot 9 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 1{,}403 \cdot 10^{-12}\ \text{J} = 8{,}757\ \text{MeV}.$$

2519. $E = [m(^{20}_{10}\text{Ne}) + m(^4_2\alpha) - m(^{24}_{12}\text{Mg})] \cdot c^2$, $E = 9{,}71$ MeV.

2520. $^{19}_{9}\text{F} \rightarrow {}^{19}_{10}\text{Ne}$, $^{23}_{11}\text{Na} \rightarrow {}^{23}_{12}\text{Mg}$, $^{28}_{13}\text{Al} \rightarrow {}^{28}_{15}\text{P}$.

Csak a β^+-bomló $^{23}_{12}$Mg-izotóp állítható elő. A másik kettőben nagyon kedvezőtlen a neutronok és a protonok aránya.

2521. A természetes radioaktív elemek bomlási sorai mágikus atommagokon végződnek. Mindhárom még „élő" bomláscsalád utolsó tagja a 82 protonszámú ólom. Emellett a ^{232}Th-család inaktív végtermékének, a $^{208}_{82}$Pb-izotópnak a magjában 126 neutron található, ami szintén mágikus szám. A már nem élő $^{237}_{93}$Np bomlási sor utolsó eleme a $^{209}_{83}\text{B}_\text{i}$ szintén 126 neutronnal rendelkezik.

V.

2522. A Radon (222) felezési ideje 3,825 nap. $T_{1/2} = 3{,}825 \cdot 8{,}64 \cdot 10^4$ s.
A térfogatra vonatkoztatott koncentráció

$$\frac{A}{V} = 12 \frac{\text{Bq}}{\text{m}^3}.$$

A levegőben levő radonatomok száma:

$$\frac{N}{V} = \frac{A}{V} \cdot \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = 5{,}721 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{m}^3}.$$

2523. A háztartás energiaszükséglete: $E_1 = 12 \cdot 650 \cdot 3{,}6 \cdot 10^6$ J.
Az egy mag bomlásakor felszabaduló energia: $E_2 = 9 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-14}$ J. A hatásfok: $\eta = 0{,}3$.
Egy uránatom tömege: $m(^{235}_{92}\text{U}) = 235{,}04393\ m_\text{u}$. Az energiaszükséglet előállításához N számú maghasadásra van szükség: $E_1 = \eta E_2 N$.
A felhasználandó urán mennyisége:

$$m = N \cdot m(^{235}_{92}\text{U}) = \frac{E_1}{\eta E_2} m(^{235}_{92}\text{U}) = 0{,}2534 \text{ kg} = 2{,}534 \cdot 10^5 \text{ mg}.$$

2524. A háztartás energiaszükséglete: $E_1 = 12 \cdot 650 \cdot 3{,}6 \cdot 10^6$ J.
Egy elemi magfúzió során felszabaduló energia: $E_2 = 3{,}27 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-13}$ J. A hatásfok: $\eta = 0{,}3$.
A deutérium tömege: $m_\text{d} = 3{,}3435 \cdot 10^{-27}$ kg.
A megoldásban felhasználjuk azt, hogy a fúziós folyamatban két deuteron egyesül.
A felhasználandó deuteron mennyisége:

$$m = 2N \cdot m_\text{d} = 2\frac{E_1}{\eta E_2} \cdot m_\text{d} = 1{,}2 \text{ g}.$$

2525. Az ^{235}U tömege: $m_1 = 2{,}2 \cdot 10^9 \cdot 7{,}205 \cdot 10^{-3}$ kg.
Az ^{235}U móltömege: $M_1 = 0{,}235 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$.
Egyetlen atom hasadásakor felszabaduló energia: $E_1 = 2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-11}$ J. A fűtőérték: $L_2 = 4{,}2 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$.
Az energiák egyenlőségéből kiszámítható a keresett tömeg:

$$\frac{m_1}{M_1} \cdot N_\text{A} \cdot E_1 = m_2 \cdot L_2, \qquad m_2 = 3{,}1 \cdot 10^{10} \text{ t}.$$

2526. $E = 0{,}5 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-13}$ J, $I = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ A.

A becsapódásból keletkező energiát – hőt – folyamatosan, másodpercenként el kell vezetni.
A keletkező hőmennyiség kiszámítása: $Q = N \cdot E$,

$$N = \frac{I \cdot t}{e}, \qquad Q = \frac{I \cdot t}{e} E \quad \Rightarrow \quad \frac{Q}{t} = 125 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}.$$

2527. Az 1 indexű mennyiségek a neutronra, a 2 indexű mennyiségek a hidrogénmagra, a 3 indexű mennyiségek a nitrogénmagra vonatkoznak.
Az impulzusmegmaradás alapján a neutron és a hidrogén, illetve a neutron és a nitrogén ütközésére az:

$$m_1 v_1 = m_2 u_2 - m_1 u_1, \quad m_1 v_1 = m_3 u_3 - m_1 u_1',$$

egyenletet, az energiamegmaradás alapján pedig ugyanezekre a folyamatokra az

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 u_2^2 + \frac{1}{2} m_1 u_1^2, \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_3 u_3^2 + \frac{1}{2} m_1 (u_1')^2$$

egyenleteket írjuk fel. Az impulzusra vonatkozó összefüggésekből a neutron ütközés utáni sebességét kifejezve:

$$u_1 = \frac{m_2 u_2 - m_1 v_1}{m_1}, \quad u_1' = \frac{m_3 u_3 - m_1 v_1}{m_1}.$$

Beírva ezeket a megfelelő energiaegyenletekbe:

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1, \quad u_3 = \frac{2m_1}{m_1 + m_3} v_1.$$

A két egyenletből:

$$\frac{u_2}{u_3} = \frac{m_1 + m_3}{m_1 + m_2}, \quad m_1 = \frac{m_3 u_3 - m_2 u_2}{u_2 - u_3} = 1{,}7833 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

2528. $m(^1_0\mathrm{n}) = m_1 = 1{,}087 m_\mathrm{u}$, $m(^{A-3}_{Z}\mathrm{X}) = m_2 = 21{,}858 m_\mathrm{u}$, $m(^4_2\mathrm{He}) = m_3 = 40\,026 m_\mathrm{u}$.

Az α részecske sebessége: $v_3 = 1{,}37 \cdot 10^7 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

A nyugalmi állapotú és A tömegszámú mag, valamint a lassú neutron impulzusa elhanyagolható. Így az impulzusmegmaradás törvénye alapján:

$$m_3 v_3 - m_2 v_2 = 0.$$

A keresett kinetikus energia: $\frac{1}{2} m_2 v_2^2$. A két összefüggésből:

$$E_\mathrm{kin} = \frac{1}{2} \frac{m_3^2 v_3^2}{m_2} = 1{,}142 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 0{,}7130 \text{ MeV}.$$

V.

2529. $Z_1 = 54$, $Z_2 = 38$, $Z_1' : Z_2' = 29 : 20$.

A 6 β^--bomlás során a rendszámok összege 6-tal növekszik:

$$Z_1 + Z_2 + 6 = Z_1' + Z_2' \rightarrow Z_1' = 58.$$

$$^{94}_{38}\mathrm{Sr} \xrightarrow{\beta^-} {}^{94}_{39}\mathrm{Y} \xrightarrow{\beta^-} {}^{94}_{40}\mathrm{Zr}.$$

$$^{140}_{54}\mathrm{Xe} \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}_{55}\mathrm{Cs} \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}_{56}\mathrm{Ba} \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}_{57}\mathrm{La} \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}_{58}\mathrm{Ce}.$$

2530. A termonukleáris hasadásnak nevezett magfúzió mesterséges megvalósításának az az akadálya, hogy a folyamat megindításához, a Coulomb-gát legyőzéséhez közel 780 keV hőmérsékletű részecskére van szükség. (Ez kb. 9 milliárd kelvinnek felel meg!)

2531. A) β^+; B) β^-; C) α; D) β^-; E) α.

2532. Az 1 indexű mennyiségek a neutrínóra, a 2 indexű mennyiségek a lítiummagra vonatkoznak.

A felszabaduló ΔE energia: $\Delta E = (m_{\mathrm{Be}} - m_{\mathrm{Li}})c^2 = 1{,}377 \cdot 10^{-13}$ J.

Az impulzusmegmaradás törvénye értelmében a neutrínó és a visszalökött mag impulzusa megegyezik: $I_1 = I_2$.

Mivel a visszalökött mag mozgási energiája

$$E_2^{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2,$$

ezért

$$E_2^{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2m_2} m_2^2 \cdot v_2^2 = \frac{I_2^2}{2m_2} \Rightarrow I_2 = \sqrt{2m_2 \cdot E_2^{\mathrm{kin}}}.$$

Ha feltételezzük, hogy a neutrínó nyugalmi tömege $m_1^{(0)} \approx 0$, akkor a neutrínó $E_1 = \Delta E$ energiája tiszta kinetikus energia. A neutrínó impulzusa ekkor:

$$I_1 = m_1 \cdot c = \frac{E_1}{c} = \frac{\Delta E}{c}.$$

Ezekkel

$$\frac{\Delta E}{c} = \sqrt{2m_2 \cdot E_2^{\mathrm{kin}}} \Rightarrow E_2^{\mathrm{kin}} = \frac{(\Delta E)^2}{2c^2 \cdot m_2}.$$

Az ismert adatokkal: $E_2^{\mathrm{kin}} = 9{,}044 \cdot 10^{-18}$ J = 56,45 eV.

2533. A maximális β^+-energiát akkor kapjuk, ha a neutrínó energiáját zérusnak vesszük.

$$E = [m(^{15}\mathrm{O}) - m(^{15}\mathrm{N}) - m(^0_{+1}\mathrm{e})] \cdot c^2 = 2{,}248 \text{ MeV}.$$

2534. ${}^{27}_{13}\mathrm{Al} + {}^{4}_{2}\alpha = {}^{30}_{15}\mathrm{P} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$. ${}^{30}_{15}\mathrm{P} = {}^{30}_{14}\mathrm{Si} + {}^{0}_{+1}\mathrm{e}$.

Ez volt az első olyan magátalakulás, amelyben radioaktív izotóp keletkezett (mesterséges radioaktivitás).

2535. $v = 1{,}85 \cdot 10^7 \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $M = 4{,}003 \cdot 10^{-3} \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}$, $E = 32 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J.

$$N = \frac{E_\mathrm{m}}{E} = \frac{mv^2}{2E} = \frac{Mv^2}{2EN_\mathrm{A}}, \qquad N = 2{,}219 \cdot 10^5.$$

2536. $E' = 5{,}48 \cdot 10^6$ eV, $E'' = 32$ eV, $N = \dfrac{N'}{N''}$, $N = 171\,300$.

2537. $p^+ + e^- \rightarrow n + \bar{\nu}$.

2538. $(7{,}01601 \cdot 1{,}66 + 6{,}645) \cdot 10^{-27}$ kg $+ \dfrac{E}{c^2} = (10{,}01294 \cdot 1{,}66 + 1{,}675) \cdot 10^{-27}$ kg,

$E = 2{,}782$ MeV.

2539. ${}^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}n = {}^{140}_{55}\mathrm{Cs} + {}^{94}_{37}\mathrm{Rb} + 2{}^{1}_{0}n$.

2540. $\Delta E = 9{,}232 \cdot 10^{14} \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$, $\Delta m = \dfrac{\Delta E}{c^2}$, $\Delta m = 10{,}26$ g.

2541. ${}^{10}_{5}\mathrm{B} + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$.

2542. $E_0 = (226 \cdot 940 - 226 \cdot 7{,}7)$ MeV $= 210\,700$ MeV.

2543. A szabad proton és neutron nyugalmi energiája átlagban 940 MeV. A rádiummag nyugalmi energiája 210 700 MeV.

$$E_0' = 4(940 - 8{,}5)\ \mathrm{MeV} + 222(940 - 7{,}8)\ \mathrm{MeV} = 210\,674\ \mathrm{MeV}.$$

$$E_\mathrm{m} = E_0 - E_0' = 26\ \mathrm{MeV}.$$

2544. $m({}^2d) = 2{,}01355 \cdot 1{,}660 \cdot 10^{-27}$ kg, $m({}^1p) = 1{,}007\,28 \cdot 1{,}660 \cdot 10^{-27}$ kg,

$m({}^1n) = 1{,}008\,67 \cdot 1{,}660 \cdot 10^{-27}$ kg.

A kötési energia: $E = [m({}^2d) - m({}^1p) - m({}^1n)] \cdot c^2$.

$$E = -0{,}3586\ \mathrm{pJ}.$$

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{3{,}586 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{J}}{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}}.$$

$$\nu = 541{,}1\ \mathrm{EHz}.$$

V.

2545.

$$\begin{aligned}
{}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{1}p, &\rightarrow {}^{13}_{7}\mathrm{N} + \gamma.\\
{}^{13}_{7}\mathrm{N}, &\rightarrow {}^{13}_{6}\mathrm{C} + {}^{0}_{1}\mathrm{e} + \nu.\\
{}^{13}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{1}p, &\rightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + \gamma.\\
{}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{1}p, &\rightarrow {}^{15}_{8}\mathrm{O} + \gamma.\\
{}^{15}_{8}\mathrm{O}, &\rightarrow {}^{15}_{7}\mathrm{N} + {}^{0}_{1}\mathrm{e} + \nu.\\
{}^{15}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{1}p, &\rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}.
\end{aligned}$$

A részreakciók összege:

$$4\,{}^{1}_{1}p, \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 3\gamma + 2\nu.$$

Közben 28,2 MeV energia válik szabaddá.

2546. A feltételezett

$${}^{210}_{84}\mathrm{Po} = {}^{210}_{85}\mathrm{At} + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu}$$

bomlás nem mehet végbe, mert a termékmag tömege nagyobb a kiindulási mag tömegénél. (Az elektron tömegét és az antineutrínó energiáját még nem is számoltuk!)

2547. ${}^{228}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow 2\,{}^{0}_{-1}\mathrm{e} + 3\,{}^{4}_{2}\alpha + {}^{216}_{84}\mathrm{Po}$.

2548. 1. ${}^{26}_{12}\mathrm{Mg}$; 2. ${}^{26}_{12}\mathrm{Mg}$; 3. ${}^{32}_{16}\mathrm{S}$; 4. ${}^{38}_{17}\mathrm{Cl}$; 5. ${}^{210}_{82}\mathrm{Pb}$.

2549. $E = 2{,}34 \cdot 10^{14}$ J, $\Delta m = \dfrac{E}{c^2}$, $m = 2{,}6$ g.

2550. A naponként felhasznált energia

$$E_{\text{össz}} = \frac{11}{45} \cdot 100\ \text{GWh} = \frac{11}{45} \cdot 100 \cdot 3600 \cdot 10^9\ \text{J} = 8{,}8 \cdot 10^{13}\ \text{J}.$$

Egy maghasadáskor

$$\Delta E = 200 \cdot 10^6 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 3{,}204 \cdot 10^{-11}\ \text{J}$$

energia keletkezik. Az erőmű energiatermelését $N = \dfrac{E_{\text{össz}}}{\Delta E} = 2{,}74 \cdot 10^{24}$ bomlás fedezi. Ez $n = \dfrac{N}{N_{\text{A}}}$ mól urániumnak felel meg, azaz $n = \dfrac{2{,}74 \cdot 10^{24}}{6 \cdot 10^{23}} =$ $= 4{,}566$ mol. 1 mól uránium tömege 235 g, azaz a naponta felhasznált uránium 1073 g = 1,073 kg.

2551. Az $m = 350$ g uránium elbomlása $N = \frac{m}{M} \cdot N_A$ maghasadást jelent:

$$N = \frac{350 \cdot 6 \cdot 10^{23}}{235} = 8{,}9 \cdot 10^{23}.$$

Ekkor $E = 200 \cdot 10^6 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 8{,}9 \cdot 10^{23}$ J $= 2{,}85 \cdot 10^{13}$ J energia keletkezik. Ennek az energiának a 28%-a hasznosul, azaz $7{,}98 \cdot 10^{12}$ J energia hasznosul elektromos energiaként.

Az erőmű teljesítménye tehát: $P = \frac{7{,}98 \cdot 10^{12} \text{ J}}{24 \cdot 3600 \text{ s}} = 92{,}3$ MW.

2552. $v_0 = 2 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 1 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A nehézvíz-molekulák két deutériumatomból (^2_1D) és egy oxigénatomból ($^{16}_8\text{O}$) állnak. A kicsiny neutronnak a nehézvíz-molekulával való ütközését azonban úgy tekinthetjük, mintha a neutron a nehézvíz-molekula valamelyik atommagjával ütközne. Megmutatjuk, hogy hatákonyan a deutériummaggal való ütközés lassítja a neutront. Ha az m_1 tömegű v_0 sebességű neutron rugalmasan ütközik a nyugvó M tömegű magba, akkor mind az impulzus, mind a mechanikai megmaradás törvénye érvényes, azaz

$$m_1 \cdot v_0 = m_1 \cdot u_1 + M \cdot u_1 \quad \Rightarrow \quad m_1 \cdot (v_0 - u_1) = M \cdot u_2.$$

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot u_1^2 + \frac{1}{2} M \cdot u_2^2 \quad \Rightarrow \quad m_1 \cdot (v_0^2 - u_1^2) = M \cdot u_2^2.$$

Innen $v_0 + u_1 = u_2$. Beírva ezt az impulzusmegmaradás-tételbe:

$$m_1 \cdot v_0 = M \cdot (v_0 + u_1) + m_1 \cdot u_1 \quad \Rightarrow \quad u_1 = \frac{m_1 - M}{m_1 + M} \cdot v_0.$$

A neutron energiája: $\frac{1}{2} m_1 \left(\frac{m_1 - M}{m_1 + M}\right)^2 \cdot v_0^2$. Ez az eredeti energiának $\left(\frac{m_1 - M}{m_1 + M}\right)^2$-szerese. Ha a neutron deutérummaggal ütközik, akkor $M = 2m$, az ütközés utáni energia pedig $\frac{1}{9}$ része az eredetinek. Az oxigénmaggal való ütközés esetén $M = 16m_1$, az ütközés utáni energia pedig $\frac{225}{289} = 0{,}78$-szorosa az ütközés előttinek. Hatákony lassulás tehát a deutériummagokkal való ütközés esetén következik be. Sorozatos ilyen ütközések után az energiák $\frac{1}{9}$ hányadosú mértani sort alkotnak. Az n-edik ütközés után $v_n = v_0 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{n-1}$.

Innen

$$\frac{\lg v_n - \lg v_0}{\lg \frac{1}{9}} = n - 1.$$

Adatokkal számolva $n \approx 5{,}5$, azaz hat ütközés után csökken a sebesség a keresett értékre.

Megjegyzés. A fenti számítás alapján a leghatékonyabb lassító anyag a víz lenne, hiszen annál hatékonyabb a lassítás, minél közelebb van egymáshoz az üktöző magok tömege. A víz azonban nagy valószínűséggel elnyeli a neutronokat, ezért nem használható lassító anyagként.

2553. A – β); B – δ) (nyomottvizes és vízforralótípus); C – α); D – γ).

2554. $m = 3 \cdot 10^8$ kg, $\Delta E = 3 \cdot 4{,}2 \cdot 10^{14}$ J. Az energia változása a tömeg megváltozását vonja maga után. $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = 1{,}4 \cdot 10^{-2}$ kg = 14 g.

2555. $t = 554{,}1$ d, $4m_p = m(\mathrm{He})$.

A tömeghiány: $\Delta m = (6{,}6443 - 4 \cdot 1{,}673) \cdot 10^{-27}$ kg $= -4{,}77 \cdot 10^{-29}$ kg.

A felszabaduló energia:

$$\Delta E = 4{,}77 \cdot 10^{-29}\ \mathrm{kg} \cdot 9 \cdot 10^{16}\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 4{,}293 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{J}.$$

1 gramm vízben

$$2 \cdot \frac{1}{18}\mathrm{mol} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\mathrm{mol}} = 6{,}691 \cdot 10^{22}$$

hidrogénatom van. Ebből $1{,}673 \cdot 10^{22}$ héliumatom keletkezik. Az összes energia:

$$E = 1{,}673 \cdot 10^{22} \cdot 4{,}293 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{J} = 7{,}181 \cdot 10^{10}\ \mathrm{J}.$$

A keresett idő:

$$t = \frac{E}{P} = 1{,}33 \cdot 10^4\ \mathrm{h}.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

2556. A radioaktív sugárzások fajtái:
– α-sugárzás (a mag héliummag kibocsátásával alakul át);
– β-sugárzás (a mag elektronokat vagy pozitronokat sugároz ki);
– γ-sugárzás (foton kibocsátásával az atommag alacsonyabb energiaszintű állapotba jut).

2557. Az atommagot összetartó kölcsönhatás vonzó jellegű, és az elektromos taszításnál erősebb. Ezt a kölcsönhatást *nukleáris* vagy *erős kölcsönhatásnak*, általában *magerőnek* nevezzük. Jellemzője:
– kb. 10^{-15} méter hatótávolságú (csak a szomszédos nukleonok között hat);
– töltésfüggetlen;
– a hatótávolságon belül vonzó jellegű;
– intenzív (amit az egy nukleonra eső kötési energia bizonyít).

2558. A Föld – feltételezések szerint – kisebb szilárd részekből keletkezett. Az urán és a tórium, valamint leányelemeik, illetve a kálium bomlásakor felszabaduló hatalmas hőmennyiség hatására egybeolvadt. Ez egyben biztosította (biztosítja napjainkban is) azt a hatalmas energiát, amely a kontinensek vándorlásához, a vulkánkitörésekhez és a földrengésekhez szükséges. A vulkáni tevékenység révén kerülhetett a felszínre a víz a Föld belsejéből. Ennek eredményeként alakult ki a magasabb rendű élő szervezet.

2559. Adott hullámhosszú részecskével a térnek csak azon részletéről kaphatunk képet, amelynek mérete a hullámhossz tartományába esik. Ha az atommag szerkezetét kívánjuk vizsgálni, akkor nagy energiájú részecskéket kell alkalmaznunk, mert csak az ilyen részecskéknek kicsi a hullámhossza. Mivel a tömeg általában adott, ezért mind nagyobb energiájú részecskéket kell előállítani lineáris vagy ciklikus gyorsítók segítségével.
Fontos szerepet töltenek be a nagyenergiájú részecskék a részecskefizikában és a transzurán elemek felfedezése során is.

2560. A közvetítő részecskéket W-bozonoknak nevezzük. Ezek tömege a proton tömegének 85-szöröse, emiatt csak igen nagy energiájú gyorsítóval lehet előállítani őket.
Elektromosan töltöttek, van W^+ és W^- is. Nagyon nagy tömege, valamint a nagyon rövid (10^{-26} s), ún. virtuális létezési ideje az oka annak, hogy a gyenge kölcsönhatással végbemenő folyamatok nagyon hosszú ideig (több milliárd évig) is eltarthatnak (pl. proton-proton fúzió a Napban).
A W-bozon (szemben az elektromosan töltött részecskék közötti elektromágneses kölcsönhatást közvetítő fotonnal) csaknem minden elemi részecskével kölcsönhatásba léphet, és átalakíthatja más típusú részecskévé.

2561. A szénizotópok természetbeli arányából ki lehet számítani, hogy a kb. 60 kg tömegű emberi szervezetben a szén-14-izotóp bomlása miatt másodpercenként kb. 3500 β-részecske válik szabaddá. Emellett a szervezetünk felépítésében részt vevő kálium-40-izotóp β-bomlása újabb kb. 7000 sugárrészecskét jelent másodpercenként.
Ezek a sugárzások belső sugárterhelést jelentenek, és értékük hosszú ideje közel állandónak tekinthető. Nem mondható el ugyanez a külső sugárterhelésről, amely ellen az emberi szervezet védekező mechanizmusa nem alakulhat ki. Elsősorban azért, mert ez a terhelés sem időben, sem nagyságban, sem fajtában nem tekinthető állandónak.

2562. A vízbe kerülő CO_2 egy része a

$$CO_2 + H_2O \rightleftarrows H_2CO_3$$

átalakulásban szénsavat ad. Ez a mészkővel reakcióba lép:

$$CaCO_3 + H_2CO_3 \rightleftarrows Ca(HCO_3)_2.$$

A cseppkövek képződésekor a folyamat az alsó nyíl irányába tolódik el.

2563. Ha a részecske antirészecskéjével lép kölcsönhatásba, akkor mindkettő „megsemmisül", és fotonokká vagy mezonokká alakul át.

2564. A mag alsó energianívói alapállapotban be vannak töltve. Ahhoz, hogy a

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}$$

átalakulás megvalósuljon, a protonnak magasabb energiaszintre kellene átlépnie. Ehhez azonban a legtöbb protonnak nem lenne elegendő energiája. Vagyis a Pauli-elv miatt a magban található neutronok stabil részecskék.

2565. A gravitációs erő: vonzóerő, nagy hatótávolságú és töltésfüggetlen.
Az elektrosztatikus erő: vonzó- vagy taszítóerő, nagy hatótávolságú, elektromosan töltött testek között hat.

2566. Az elnyelt dózis csökkenthető, ha
– különféle eszközök (pl. manipulátorok) segítségével növeljük a sugárforrás és a test közötti távolságot;
– minél rövidebb ideig tartózkodunk a sugárforrás közelében;
– a sugárforrást sugárzást elnyelő anyaggal vesszük körül.

2567. Két elképzelés tűnik megvalósíthatónak:
1. Mágneses összetartás

Az elektromosan töltött részecskéket toroid alakban kialakított „mágneses palackba" zárják. Ezt a berendezést TOKAMAK-nak nevezik. A fúziós hőmérsékletre történő felfűtést pl. igen nagy erősségű elektromos árammal valósítják meg.

2. Tehetetlenségi összetartás

A fűtőanyagból kb. 1 mm átmérőjű gömböket alakítanak ki, majd ezeket minden irányból érkező nagy energiájú lézernyalábbal sugározzák be. A gömbök felrobbannak, miközben a befelé terjedő lökéshullámok ezerszeresére növelik az anyag sűrűségét, és egyben a fúzió szükséges hőmérsékletére fűtik fel a gömb magját. A fúzió feltétele maximálisan ps nagyságú időtartamig áll fenn. Ezt követően a nagy nyomás a kis gömböt szétfújja.

2568. A fúziós reakció azért nem valósítható meg, mert esetében egy időben nem teljesülhet az impulzusmegmaradás és az energiamegmaradás törvénye.

2569. Szabad állapotban a proton nem alakulhat át neutronná, mert a keletkezett neutron és pozitron tömegének összege nagyobb a proton tömegénél. Az átalakulás ennek ellenére kétféleképpen is végbemehet:

1. Az atommagok belsejében, kötött állapotban a proton átalakulhat, ha a keletkezett új mag és a pozitron tömegének összege kisebb a kiindulási atommag tömegénél.

2. Megvalósulhat a proton → neutron átalakulás akkor is, ha két proton elég közel tud kerülni egymáshoz. Ekkor a pozitronbomlás során keletkező neutron az erős kölcsönhatás miatt hozzátapadhat a protonhoz, és deuteron részecske keletkezik. Energetikailag lehetséges az átalakulás, mert két proton nyugalmi energiája nagyobb a keletkező deuteron és pozitron nyugalmi energiájának összegénél.

Ez az átalakulás a Földön természetes feltételek mellett nem valósulhat meg. Végbemehet azonban a Napban, ahol a sok millió kelvin hőmérséklethez tartozó hőmozgás energiája elegendő az elektrosztatikus taszítóerők legyőzéséhez. – A deuteronokból azután igen nagy energia felszabadulása közben keletkezhet hélium-4-izotóp.

2570. A plazmát
– elegendően nagy sűrűséggel,
– igen magas hőmérsékleten és
– megfelelő hosszú ideig
össze kell tartani.

A hőmérsékletnek $10^7 \ldots 10^8$ kelvinnek kell lennie, a részecskesűrűség (N) és az időtartam (t) szorzatának pedig egy kritikus értéket meg kell haladnia:

$$N \cdot t > 10^{14} \frac{\text{s}}{\text{cm}^3}.$$

Ezt az utóbbi feltételt *Lawson-kritériumnak* nevezzük.

V.

2571. A maghasadásban keletkező neutronok egy része ún. *„késő neutron"*: a hasadás során keletkező magok β-bomlása után viszonylag hosszú (néhány 10 másodperc) felezési idővel kilépő neutron. Ez az idő elegendő a szabályozáshoz! A reaktorok csak késő neutronokkal működnek!

2572. A ^{232}Th- és a ^{238}U-izotópok eseteiben a termikus neutron befogásakor felszabaduló energia kisebb, mint az aktiválási energia.

2573. Az atomreaktorban keletkezett hőmennyiséget a kérdésben szereplő rendszerek valamelyikével hasznosítják.
Az egykörös rendszerben a fejlesztett gőz vagy magas hőmérsékletű alkalmazott gáz közvetlenül hajtja a gőz- vagy gázturbinákat. A rendszer további részei megegyeznek egy hagyományos hőerőmű berendezéseivel.
A kétkörös rendszerben a könnyűvizet, nehézvizet, szén-dioxid-gázt, héliumgázt vagy nátriumolvadékot tartalmazó hűtőközeg juttatja el a keletkezett hőmennyiséget a hőcserélőbe. Ez az ún. primer kör. A gőzkazánszerepet betöltő hőcserélő szekunder körében gőz fejlődik, és ez hajtja meg a turbinákat.

2574. Az uránmagban a neutronok és protonok aránya 1,55. A hasadási termékeknek „magukkal kell vinniük" az uránmag rend- és tömegszámát. Ugyanakkor a periódusos rendszer közepe táján stabil elemek magjaiban az előbbi arány jóval kisebb (például a cérium 140 tömegszámú izotópjában 1,41), így a termékmagokban nagy a neutronfelesleg. Ez pedig csakis β^--bomlással csökkenhet.

2575. **Maghasadás:**
– Az urán dúsítása költséges és eszközigényes; vele atomfegyverek készítésére alkalmas anyagok is előállíthatók.
– A természetben kevés urán található.
– A kiégett fűtőelemek tárolása gondot jelent.
– A kiégett fűtőelemek újrahasznosítása költséges.
– Az erőművek élettartama kb. 30 év. Mi lesz velük ezután?
Magfúzió:
– Kimeríthetetlen mennyiségű az alapanyag (a tengervizek deutériumtartalma).
– Nem keletkeznek hosszú felezési idejű szennyező elemek.
– A reaktor nem „szaladhat" meg.
– Nincs hasadási termék, de jelentős mennyiségű radioaktív trícium keletkezik.
– A műszaki-technikai problémákat még nem oldották meg.
– A magas hőmérsékletű plazma tárolása nehéz.
– A felszabaduló neutronok a szerkezeti anyagokat aktiválják.

2576. A fúziós reaktorok előnye, hogy
– nem termelődik olyan melléktermék, amelyből atomfegyver készíthető;
– nem „szaladhat meg", így nem kell nukleáris balesettel számolni;
– nem termelődik olyan hulladék, amelynek elhelyezése problémát jelentene;
– olcsó, hiszen a természeti vizekben megtalálható deutérium használható fel.

2577. A radioaktív indikációs módszer mind a tudományos, mind a technikai életben elterjedt vizsgálati módszer. Segítségével tanulmányozhatjuk az emberi-állati-növényi szervezetekben végbemenő élettani folyamatokat, tisztázhatunk a kémiában elméleti és gyakorlati problémákat, és ellenőrizhetjük az ipar technológiai folyamatait. Felhasználható a gyógyszeriparban is, hiszen ezzel a módszerrel lehetőség van a gyógyszerek hatásmechanizmusának tisztázására.
A **2576.** feladatban szerepel néhány gyakorlati alkalmazás. Ezek mellett – a teljesség igénye nélkül – megemlítünk még néhányat:
– ^{14}C-izotóppal jelzett széntartalmú vegyületek, elemek és nyomelemek útja nyomon követhető az élő szervezetben;
– vizsgálható a fehérjék megújulásának folyamata;
– radiokarbon kormeghatározás végezhető;
– radiojód-, radioarany-, radiofoszfor- stb. diagnosztika alkalmazható;
– katalitikus kémiai átalakulások mechanizmusa vizsgálható;
– kémiai reakciók egyensúlya is nyomon követhető.

2578. A–3; B–5; C–4; D–2; E–1

6. TÖMEGVONZÁS, CSILLAGÁSZAT

6.1. TÖMEGVONZÁS

Tesztfeladatok

2579. C) Magyarázat: A testre ható nehézségi erő (a test tömegén kívül) nem csak a bolygó tömegétől függ, hanem attól is, milyen távol helyezkedik el a test a bolygó középpontjától, vagyis a bolygó sugarától is függ. Előfordulhat bizonyos speciális esetben, hogy a két bolygón a rugó azonos megnyúlása azonos gravitációs erőt, és így azonos tömeget jelent, akkor is, ha a bolygók tömege és mérete különbözik, de biztosak csak a C) esetben lehetünk benne.

2580. B) Magyarázat: A gravitációs erő a Föld, illetve a test tömegétől és a köztük lévő távolságtól függ, így a C) válasz helytelen. Az A) válasz azért nem feltétlenül igaz, mert lehet, hogy a távolabbi test nagyobb tömegű, mint a közelebbi. A gravitációs erő által létrehozott *gyorsulás* (a szabadon eső test gyorsulása) az, ami független a test tömegétől, így az csak a távolságtól függ.

2581. B) Magyarázat: A Newton-féle általános tömegvonzási törvény szerint a gravitációs erő a kölcsönhatásban részt vevő testek tömegével egyenesen arányos.

2582. C)

2583. B) és C)

2584. A) Magyarázat: A bolygókat a tömegvonzási erő tartja Nap körüli pályájukon. A műholdakat ugyanez az erő tartja Föld körüli pályán. Ezért mind a bolygók, mind a műholdak mozgására ugyanazok a „szabályok" érvényesek. A törvényeket ebben az esetben természetesen a Nap helyett a Földre vonatkoztatva kell megfogalmazni.

2585. C) Magyarázat: Kepler II. törvénye értelmében a bolygót a Nappal összekötő (képzeletbeli) sugár *egyenlő* idők alatt egyenlő területeket súrol. Az ábrán éppen ilyenek láthatók.

2586. A) Magyarázat: A gravitációs gyorsulás, azaz a szabadon eső test gyorsulása független a test tömegétől, ugyanazon a helyen bármekkora tömegű test esetében ugyanakkora. Ez a tömegvonzási törvény és Newton II. törvényének következménye, ezért mindenhol igaz. (Természetesen egy másik égitesten, például a Holdon más az értéke, mint a Földön, de a különböző tömegű testek ott is ugyanakkora, csak az ottani gyorsulással esnek.)

2587. B) Magyarázat: Az űrhajót (és benne az űrhajósokat) a gravitációs erő tartja Föld körüli pályán, más erő (amíg hozzá nem érnek valamihez) nem hat rájuk. Éppen azt az állapotot nevezzük súlytalanságnak, amelyben a testre csak a gravitációs erő hat. Ha a szabadon eső liftben ráállunk egy mérlegre, az sem mutat semmit, pedig gravitációs erő akkor is hat ránk.

2588. A) Magyarázat: A rezgésidő a test tömegétől és a rugóállandótól függ, az úszó bemerülése pedig attól, hogy hányadrésze a sűrűsége a vízének, tehát egyik sem függ a nehézségi gyorsulás nagyságától. Vagyis például a Holdon ugyanazokat a rezgésidőket és bemerüléseket mérnénk, mint itt a Földön. Az inga lengésidejét meghatározó összefüggés viszont tartalmazza a g értékét.

2589. B) Magyarázat: Az A) csoportból az ingaóra nem működne, mivel az inga mozgásához szükséges a nehézségi erő, a C) csoportból pedig a folyadékos barométer, mivel a folyadékoszlop súlyából adódó hidrosztatikai nyomás tart egyensúlyt a külső, mérendő nyomással.

2590. C) Magyarázat: A műhold akkor lehetne mindig Budapest fölött, ha pályájának síkja párhuzamos lenne az Egyenlítő síkjával, és Budapest ebben a síkban lenne. Azonban a pálya középpontjának és a Föld középpontjának egybe kell esnie, mert a műholdat pályán tartó gravitációs erő hatásvonala a műholdat a Föld középpontjával összekötő egyenesbe esik.

2591. A) Magyarázat: A Föld forgástengelye merőleges az Egyenlítő síkjára. Ezért a B és C pályán keringő műhold más irányban keringene, mint ahogy a Föld forog, ezért nem lehetnének mindig a Föld ugyanazon pontja fölött.

2592. B) Magyarázat: A gravitációs gyorsulás értéke az inga lengésidejét megadó összefüggésben a nevezőben szerepel, ezért ha nagyobb az értéke, a lengésidő kisebb lesz (az inga szaporábban leng).

2593. A) Magyarázat: Az inga lengésidejét megadó összefüggés alapján a lengésidő akkor marad változatlan, ha az $\frac{l}{g}$ hányados nem változik. Ezért ha g kétszeres, akkor az inga hosszának (l) is kétszeresnek kell lennie.

2594. A) Magyarázat: A Newton-féle általános tömegvonzási törvényben ez a három mennyiség szerepel.

2595. A) Magyarázat: Bármelyik két test között minden körülmények között hat a tömegvonzás, ez ki is mutatható. Például az az eszköz, amellyel Cavendish megmérte a gravitációs állandót, működne a súlytalanság körülményei között is. Egyébként éppen a tömegvonzási erő tartja pályán a Föld körül az űrhajót és az űrhajósokat, pedig súlytalanok. Éppen azt az állapotot nevezzük súlytalanságnak, amelyben a testre *csak* a tömegvonzási (gravitációs) erő hat.

2596. C) Magyarázat: A Kepler-törvények a Föld körül keringő holdakra is érvényesek. Kepler III. törvénye szerint nagyobb sugarú pályához nagyobb keringési idő tartozik.

2597. B) Magyarázat: A Föld forgása miatt az Északi-sarkon nagyobb a nehézségi gyorsulás, mint az Egyenlítőn. Ezért az inga lengésideje kisebb lesz (L. **2593.** feladat).

2598. B) Magyarázat: A műholdak esetében a gravitációs erő szolgáltatja a centripetális erőt, így hatásvonala a pálya síkjában van.

2599. A) Magyarázat: Tartós súlytalanság akkor lép fel, ha a testre csak a gravitációs erő hat, vagyis „szabadon" mozog.

2600. B) Magyarázat: Pascal törvénye értelmében a folyadékokban a nyomás minden irányban gyengítetlenül tovaterjed. Ha a folyadékra nyomást fejtünk ki, ennek hatása független attól, hogy a folyadék a súlytalanság körülményei között van-e vagy sem. Például injekciót egy űrhajóban is be lehet adni.

2601. D) Magyarázat: A hidrosztatikai nyomás és vele együtt a felhajtóerő a folyadék súlyának következtében lép fel.

2602. A) Magyarázat: Az inga a súlytalanság állapotában nem működik, a rugós karóra rugója viszont felhúzható (rugót összenyomni és megnyújtani az űrhajóban ugyanúgy lehet).

2603. B) Magyarázat: Az űrhajó leszálláskor halad nagyobb sebességgel éppen a légkör alsóbb, sűrűbb rétegeiben.

2604. A) Magyarázat: Igaz, hogy a súlytalanságban a rugó a „ráakasztott" test hatására nem nyúlik meg, de az A) válaszban leírt módon megnyújtható, és a rezgés előállítható. A B) válaszban leírt módszer csak úgy alkalmazható, ha a testet ismert erővel a felülethez szorítjuk, és úgy húzzuk, ekkor viszont a mért erő független lesz a test tömegétől.

2605. A) Magyarázat: A nehézségi gyorsulás arányos a test és a bolygó között ható gravitációs erővel. A gravitációs erő arányos a bolygó tömegével és a felszínén fordítottan arányos a bolygó sugarának négyzetével. A kétszeres tömeg kétszer akkora, a kétszeres sugár negyedakkora gravitációs erőt jelent, így összességében a gravitációs erő a földinek a fele. Ezért a gravitációs gyorsulás is a fele a földiének.

2606. A) Magyarázat: A két vektor egyirányú.

2607. C) Magyarázat: A két vektor ellentétes irányú.

2608. B)

2609. C) Magyarázat: A Nap belsejében H → He fúzió zajlik.

2610. B)

Számításos feladatok

2611. $m_1 = 45$ kg, $m_2 = 60$ kg, $r = 1$ m, $f = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$.

Az általános tömegvonzás törvénye alapján:

$$F = f\frac{m_1 m}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{45 \text{ kg} \cdot 65 \text{ kg}}{1 \text{ m}^2} = 1{,}95 \cdot 10^{-7} \text{ N}.$$

Ez az erő rendkívül kicsi (kb. két tízmilliomod N!), összehasonlíthatatlanul kisebb, mint más, ránk ható erő.
A környezetünkben lévő tárgyak közötti gravitációs erők redkívül kicsinyek, a súrlódási erők könnyen kigyenlítik őket.

2612. $l = 0{,}5$ m, $10T = 14{,}2$ s.

A fonálinga lengésideje: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

Ebből a nehézségi gyorsulás értéke, figyelembe véve, hogy egy lengés ideje 1,42 s:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{39{,}44 \cdot 0{,}5 \text{ m}}{2{,}02 \text{ s}^2} = 9{,}78 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Mérési hibát okozhat a hosszúságmérő eszköz leolvasásásnak pontatlansága, a reakcióidő, a fonál súrlódása, a stopper leolvasási hibája, szubjektív hibák (pl. nem pontosan indítjuk vagy állítjuk meg a stoppert).

2613. A nehézségi gyorsulást a test és a bolygó között fellépő tömegvonzás hozza létre. A tömegvonzási erő a bolygó tömegével egyenesen, a testek közötti távolság – azaz a bolygó sugara – négyzetével pedig fordítottan arányos. Ha a sugár fele a földiének, akkor ez négyszer akkora nehézségi gyorsulást jelent. A bolygó tömege is kisebb, hiszen a feleakkora sugár nyolcadakkora térfogatot (a térfogat a sugár köbével arányos), ez pedig azonos sűrűség mellett nyolcadakkora tömeget jelent. Ebből pedig a nehézségi gyorsulás nyolcadrészre csökkenése következik. Így összességében a bolygó felszínén a nehézségi gyorsulás fele a földiének, azaz kb. 5 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Másik megoldás:

$$M' = \frac{4\left(\frac{R}{2}\right)^3 \pi}{3} \cdot \frac{M_F}{\frac{4R^3\pi}{3}} = \frac{M_F}{8},$$

$$g = \gamma \cdot \frac{M_F}{8\frac{R^2}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot \frac{M_F}{R^2} = \frac{1}{2}g.$$

2614. $T = 16$ nap 16 óra 32 perc $= 1{,}441 \cdot 10^6$ s, $R = 1{,}887 \cdot 10^9$ m
A körmozgáshoz szükséges centripetális erőt a Hold és a Jupiter között ható gravitációs erő biztosítja, ezért $F_{cp} = F_{gr}$

$$mr\omega^2 = f\frac{mM}{r^2} \qquad \text{és} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

A Hold tömegével egyszerűsíthetünk, ω-t behelyettesítve:

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r = f\frac{M}{r^2}.$$

Ebből a Jupiter tömege:

$$M = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \frac{r^3}{f} = \left(\frac{6{,}28}{1{,}441 \cdot 10^6 \text{ s}}\right)^2 \cdot \frac{(1{,}887 \cdot 10^9 \text{ m})^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}} = 19{,}128 \cdot 10^{26} \text{ kg}.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

2615. A mérés menete: Függesszük fel a fonálingát, kb. 5°-os szögben térítsük ki, és mérjük meg 10 lengés idejét. Az időmérést legalább háromszor ismételjük meg, a mért értékek átlagát használjuk fel a számításhoz. Mérjük meg az inga fonalának hosszát (l). A mért értékekből g értékét a fonálinga lengésidejére vonatkozó összefüggésből határozhatjuk meg (T *egy* lengés ideje!):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

ebből a g értéke: $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$.

6.2. CSILLAGÁSZAT

Tesztfeladatok

2616. Helyes: A) válasz, mai tudásunk szerint az LGCS huszonnégy galaxisból áll, tagjai a Tejútrendszeren kívül a Nagy és a Kis Magellán felhő, a hattagú Androméda csoport és további ködfelhők. A csoport átmérője kb. 7 millió fényév, hozzánk legközelebb, 2 millió fényévre az Androméda galaxis van.

2617. Helyes a C) válasz, a felbocsátás az előre megtervezett és kiszámított pályán történik. Ha a rakétát keleti irányban lövik ki, akkor B) is helyes.

2618. Helyes a C) válasz. A műholdakat a gravitációs erő tartja körpályán, ezért valóban csak olyan pályák lehetségesek, amelyek síkja átmegy a Föld középpontján, hiszen a gravitációs erő hatásvonala a műholdat a Föld középpontjával összekötő egyenesben van.

2619. Helyes a B) válasz, elsőnek Jurij Alexejevics Gagarin szovjet űrhajós repülte körül a Földet, 89 perc alatt, 1961. április 12-én a Vosztok-1 űrhajón.
Az első amerikai űrhajós (1962) J. Glenn volt, N. Armstrong és E. E. Aldrin (USA) voltak az első emberek, akik a Holdra léptek (1969).

2620. Kivétel Arkhimédész. A görög matematikus és fizikus a geometria és a mechanika területén végzett munkásságával érdemelte ki az utókor figyelmét.
Másik verzió: A) Arkhimédész az ókorban élt. Ekkor is voltak már olyan elképzelések, amelyek szerint nem a Föld a középpont, Arkhimédész munkássága azonban nem kapcsolódott ezekhez a témákhoz.

Számításos feladatok

2621. A fény sebessége $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, ezzel a sebességgel megtett út: $s = c \cdot t$, ahol $t = 1$ év $= 365$ nap $= 365 \cdot 24 \cdot 3600$ s $= 3{,}15 \cdot 10^7$ s, tehát 1 fényév $= 9{,}46 \cdot \cdot 10^{15}$ m.

2622. $D_N = 1{,}4 \cdot 10^6$ km; $AE = 150 \cdot 10^6$ km; $D_e = 12\,740$ km.
A modellben: 14 cm : $(1{,}4 \cdot 10^6$ km$) = x : (150 \cdot 10^6$ km), amiből a modell szerinti Nap–Föld távolság: $x = 15$ m és

$$14 \text{ cm} : (1{,}4 \cdot 10^6 \text{ km}) = x : (150 \cdot 10^6 \text{ km}),$$

amiből a Föld modellbeli átmérője: $y = 1{,}274$ mm.

2623. $E_k = 2{,}3\ \text{keV} = 3{,}68 \cdot 10^{-16}\ \text{J}$.
A Nap belsejében a magas hőmérséklet miatt plazmaállapot uralkodik, többatomos gáz nem létezhet.

Egyatomos gázra: $E_k = \frac{3}{2}kT$, amiből:

$$T = \frac{2E_k}{3k} = 1{,}77 \cdot 10^7\ \text{K}.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

2624. A CSE, a csillagászati egység, ami a Nap–Föld távolság, megközelítőleg 150 millió kilométer. Így a Naptól a Föld 1 CSE, a Plútó mintegy 40 CSE távolságban kering. A Naprendszer ma ismert mérete (a gömb alakú, ún. külső Oort felhő átmérője) 20 ezer CSE.

2625. A módszerek helyes sorrendje: c, f, b, a, e, d.

2626. Az ókorban a csillagászat a következők miatt volt fontos:
⇒ tájékozódás a Nap járása és a csillagok szerint,
⇒ éves naptár készítése a munkák elvégzéséhez,
⇒ időszámítás céljából,
⇒ vallási okokból,
⇒ előjelzések (fogyatkozások), jóslás, tehát az asztrológia érdekében.

2627. A Naprendszer tartományai:
⇒ belső bolygók tartománya, kb. 3 CSE-ig,
⇒ kisbolygók tartománya (3 CSE körül),
⇒ külső bolygók tartománya, kb. 40 CSE-ig,
⇒ Kupier öv (üstökösök tartománya) néhány ezer CSE-ig,
⇒ belső Oort felhő 30–50 ezer CSE-ig,
⇒ külső Oort felhő 200 ezer CSE-ig.

2628. A belső bolygók: Merkúr, Vénusz, Föld és Mars.

2629. A külső bolygók: Jupiter, Szaturnusz, Uránusz, Neptunusz és a Plútó.

2630. Az évszakok változásának oka az, hogy a Föld egyenlítői síkja 23,44°-kal hajlik a pályasíkhoz képest, és ezért nyáron az északi, télen a déli félteke meredekebb szög alatt több energiát kap a Nap sugárzásából.

2631. A hosszabb a Nap két delelése között eltelő, 24 órára osztott Nap-nap. A tengelye körül naponta körbeforduló Föld egyben a Nap körül is 365,2 nap alatt körbejár. Ezért, amíg valamely csillaghoz képest 23 óra 54 perc alatt, azaz 1 csillagnap alatt körbefordul, még 6 perc kell, hogy a Nappal is ismét szembe forduljon.

2632. Ha a napfogyatkozás akkor következik be, amikor a Hold ellipszispályáján keringve a pálya Földtől távolabbi szakaszán kering, akkor a látszólagos mérete kisebb a Napénál, és így nem képes a teljes napkorongot eltakarni.

2633. Amikor az ősködből a Naprendszer kialakult, és a Nap sugározni kezdett, a sugárzás a könnyű elemeket kifelé sodorta. Így a belső bolygók anyagául kevesebb és nehezebb elem maradt vissza. A külső bolygók viszont – a Plútó kivételével, amely valószínűleg csak egy keringésre kényszerült üstökösmag – viszonylag nagy tömegűek és méretűek, kis sűrűségűek és nehéz elemekben szegények.

2634. A meteoritok anyaga kő vagy fémtartalmú anyag, amely a belső bolygók anyagához hasonló. Az üstökösök, amelyek az ún. Kupier övből kerülnek a Naphoz közelebbi pályára, a naprendszer távolabbi tartományára jellemző könnyű gázokból és porból összefagyott jégdarabok, és földi körülmények között elpárologva gázneműek lennének.

2635. Az ősködből született Nap anyaga főleg hidrogénből, kevés héliumból és egy előző csillag felrobbanása után szétszóródott, nyomokban előforduló nehéz elemekből tevődött össze. A Napban 4,6 milliárd éve megindult termonukleáris fúzió során a hidrogén folyamatosan héliummá alakul át, ma még 55%-a hidrogén és csak 11%-a hélium. Így még mintegy 5 milliárd évig elegendő a fúzióhoz a hidrogén.

2636. A csillagok a bennük lezajló termonukleáris fúzió következtében elsődleges fényforrások. A bolygók mint másodlagos fényforrások a Naprendszer központi csillagának, a Napnak a fényét verik vissza. Ezért, a Földről nézve, mint a Holdnak, különböző fázisaik vannak.

2637. Bár sok városban élő ember nem látta még, az éjszakai égbolt legcsodálatosabb látványa a csillagok között végignyúló halvány fénysáv. A Tejútrendszer a mi galaxisunk. Diszkosz alakú, kb. 10^{12} db csillagot tartalmazó képződmény, amelynek egyik jelentéktelen tagja a Nap. A diszkoszkorong szélei felé tekintve a távoli csillagmilliárdok fénye látszik halvány fényködként.

2638. A Tejútrendszer, amelynek kidomborodó központi részét spirális karok veszik körül, összességében diszkosz alakú. A Nap, az egyik kar tagjaként a középponttól mintegy 30 000 fényév távolságban, a kar többi csillagával 250 $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ sebességgel kering a középpont körül. Az egész galaxist éles határ nélküli, egyre ritkuló gömb alakú fényudvar (halo) veszi körül.

2639. Részecskegyorsítókban, napjainkban olyan állapotokat tudunk előállítani, ami a világegyetem keletkezése után a 10^{-12} s-ban volt. Ezt a pillanatot igen nagy sűrűség és hőmérséklet jellemzi. A világegyetem mérete akkor 10^{-35} m átmérőjű lehetett. Elméletileg a kozmikus fizikai állandókból kiszámítható ún. Planck-idő 10^{-42} s, ekkor a pingponglabdányi világegyetem sűrűsége és hőmérséklete minden határt meghaladt.

2640. A Jupiter típusú bolygókat nagy tömeg, kis sűrűség és a nagy naptávolság miatt alacsony felszíni hőmérséklet jellemzi. Példaként, a Jupiter tömege 318-szorosa a Földének, de sűrűsége csak 1,3 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, külső hőmérséklete -100 °C alatt van. A legkisebb a Szaturnusz sűrűsége, csak 0,7 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, tehát „a vízen úszna".

2641. A nagy tömegű csillagokban a termonukleáris reakció során termelt energia következtében a csillag mérete stabilizálódik. Amikor elfogy a nukleáris fűtőanyag, a gravitáció összeroppantja a csillagot, ami Föld méretű fehér törpévé válik. Ha a csillag kezdetben 10–15 naptömegű volt, a gravitáció olyan erős, hogy a csillag belsejében létrejött plazmagáz elektronjai belepréselődnek a protonokba, és így neutronokból álló neutroncsillag keletkezik. Ha a kezdeti tömeg még nagyobb volt, akkor a gravitációnak semmi sem állhat ellen, még az $E = h \cdot \nu = m \cdot c^2$ egyenlet értelmében az energiának megfelelő tömeggel rendelkező fotonok sem. Az összeroskadó csillagmag eltűnik, fekete lyuk lesz belőle, mert a tőle induló fény is, visszafordulva a gravitáció rabja marad.

2642. Számos összhangban lévő megfigyelés szerint a világegyetem olyan kezdeti állapotból keletkezett, amelyben sűrűsége, nyomása és hőmérséklete is minden határértéket meghaladt. Ebből az állapotból robbanásszerűen jöttek létre a ma ismert, anyagot alkotó elemi részek és a jelen lévő sugárzás fotonjai.

2643. Az ősrobbanásban keletkezett hidrogént, héliumot és kevés lítiumot tartalmazó felhők a gravitáció hatására úgy összetömörödnek és egyben felhevülnek, hogy bennük termonukleáris reakció indul meg: a hidrogénből hélium keletkezik. Ekkor a sűrűsödő köd csillaggá válik, azaz a felszabaduló energiát környezetében szétsugározza.

2644. A világűrből a légkörbe folytonosan érkező elemi részeket kozmikus sugárzásnak nevezzük. Egyaránt ide tartoznak a napfényben és a csillagfényben érkező fotonok, a tengerben még 4000 m mélységben is érzékelhető γ fotonok, a töltött részecskék (elektronok, müonok, protonok) és különböző atommagok. A fekvő ember testén éjszakánként több mint 1 millió kozmikus részecske halad keresztül.

2645. A Napban és a hozzá hasonló tömegű csillagokban mintegy 10 milliárd év alatt ég el a hidrogén héliummá. Ezután a hélium kb. 1 milliárd év alatt szénné ($3\text{He} \rightarrow {}^{12}_{6}\text{C}$), majd viszonylag rövid idő alatt a szén oxigénné, neonná, szilíciummá, kénné, nikkellé és végül vassá válik a fúzió során. Közben egyre több energia szabadul fel, ami a jelenlegi napot vörös óriáscsillaggá fújja fel. A fúziós energia elfogyván, az óriáscsillag a gravitáció hatására ún. fehér törpecsillaggá zsugorodva, lassan kihűlve jelentéktelenül tűnik el a csillagok sorából.

2646. A világűrben jelen levő rendkívül ritka gázfelhők sűrűsödése viszonylagos melegedéssel jár, ami a gáz kiterjedését, a sűrűsödés megszűnését okozza. Ha viszont a keletkező hő szét tud sugárzódni, akkor a gáz lehűl, együtt marad, és a gravitáció jut érvényre. Ez a folyamat az oka annak, hogy a csillagok csak 0,8–25 naptömeggel születhetnek.

2647. Ha adottak a feltételek a gázfelhők sűrűsödéséhez, akkor többnyire nem egy-egy csillag, hanem csillagok halmaza keletkezik. Ha közülük kettő egymás közelébe kerül, és közös tömegközéppontjuk körül kezd keringeni, akkor kettős csillagról beszélünk. A csillagpár tagjainak tömege lehet hasonló, de lehet nagyon különböző is, sőt egyikük fekete lyuk is lehet. Szép példája a kettős csillagoknak a Göncölszekér rúdjának második csillaga, amit kis távcsővel is jól meg lehet figyelni.

2648. A bolygórendszerek kialakulásának magyarázatára számos eltérő elmélet született. Ezek evolúciós vagy katasztrófaszerű folyamatot, forró vagy hideg ködből való keletkezést írnak le. Mai ismereteink szerint a Naprendszer forgó, ellapuló ködből állt össze, a bolygók pedig hideg rögök összetapadásával keletkeztek. Amikor a Nap sugározni kezdett, szétfújta az ősködöt, a bolygók növekedése megállt. A gravitáció és a radioaktivitás hatására a bolygók belseje megolvadt.

2649. Amikor egy csillag belsejében a hidrogén lassan héliummá ég el, akkor a gravitáció hatására a nyomás és a hőmérséklet oly mértékben nő, hogy három héliumatom képessé válik egy szénatommá egyesülni ($3^{4}_{2}\text{C} \rightarrow {}^{12}_{6}\text{C}$). Ez olyan heves energiafelszabadulással jár, hogy a csillag felfúvódik, és vörös óriáscsillaggá válik.

2650. A csillag öregedése a hidrogénkészlet elfogyását jelenti. Egyre kevesebb energiafelszabadulás mellett sorra képződnek az egyre nagyobb rendszámú elemek egészen a vasig. Amikor belülről kifelé mindenütt elfogynak a könnyebb elemek, a termonukleáris reakció leáll, a gravitáció hatására a felfújódott óriáscsillag összeomlik és kezdeti tömegétől függően fehér törpecsillag, neutroncsillag vagy fekete lyuk marad vissza.

2651. Az atommagot összetartó magerők hatótávolsága kicsi. A vasénál nagyobb atommagokban a protonok elektromos taszítóerejét csak a tömegszámmal növekvő neutronfelesleg képes kiegyenlíteni. A legtöbb energiafelszabadulással a vas atommag felépülése jár, a nagyobb atommagok létrehozása pedig már energiabefektetést igényelne.

2652. Hidrogénből a hélium szintézise kétféle folyamatban történhet. Az egyik esetben két proton deutériummá, ez újabb protonnal $^{3}_{2}$He izotóppá, majd újabb proton felvételével $^{4}_{2}$He atommá alakul nagy energiafelszabadulás mellett. A másik esetben egy proton és egy szénatom egyesül $^{13}_{7}$N atommá, ez újabb protonnal $^{13}_{6}$C izotóppá, amiből újabb protonnal ismét neon, majd oxigén és végül a negyedik protont beépítve újból $^{13}_{7}$N atom épül fel. A folyamat végén ez stabilabb $^{4}_{2}$He-ra és $^{12}_{6}$C-re bomlik, és így újra kezdődhet a ciklus. A fenti folyamatok nagy nyomáson és 3–30 millió fokon azért nem változtatják az 5 milliárd éve sugárzó Napot egy pillanat alatt fellobbanó hidrogénbombává, mert a nagy sűrűség ellenére is kicsi a valószínűsége a megfelelő atomok egyidejű találkozásának.

2653. Amikor a 10–15 naptömegnyi vörös óriáscsillag belsejében elfogy a nukleáris fűtőanyag, a gravitáció hatására a 100 millió fok belső hőmérsékletű csillag összeomlik és a külső, még hidrogént is tartalmazó anyag, mint a tűzhelybe vetett dinamit, felrobban. A robbanás olyan heves, hogy néhány hónap alatt a csillag több energiát sugároz, mint eddig egész életében, és környezetében szétszórja azokat a vason túli elemeket, amelyek csak az ilyen különleges körülmények között épülnek fel. Ilyen szupernóvarobbanást figyelhettek meg, mint addig nem látott fényes új csillagot 1054-ben a kínai csillagászok a robbanás maradékaként ma látható Rák-köd helyén, majd 1572-ben Tycho Brache, 1604-ben Kepler, utóbb pedig 1987-ben számos obszervatórium.

Fővárosi Szabó Ervin Könyvtár X/4. Budapest
FSO0669351

Tartalom

3. ELEKTROMOSSÁGTAN 5
3.1. AZ ELEKTROMOS MEZŐ 5
Elektromos alapjelenségek 5
Az elektromos mező jellemzése 13
3.2. AZ EGYENÁRAM 32
Az áramerősség 32
Ellenállás, Ohm törvénye 38
Fogyasztók kapcsolása 53
Az elektromos munka és teljesítmény 87
3.3. AZ IDŐBEN ÁLLANDÓ MÁGNESES MEZŐ 106
A mágneses mező 106
3.4. AZ IDŐBEN VÁLTOZÓ MÁGNESES MEZŐ 130
Nyugalmi indukció 130
Mozgási indukció 148
A váltakozó áram 151
3.5. AZ ELEKTROMÁGNESES REZGÉSEK ÉS HULLÁMOK 155

4. FÉNYTAN 165
4.1. GEOMETRIAI OPTIKA 165
4.2. HULLÁMOPTIKA 188

5. ATOMFIZIKA 196
5.1. ANYAGSZERKEZET, ATOMFIZIKA 197
5.2. AZ ATOM SZERKEZETE 224

6.TÖMEGVONZÁS, CSILLAGÁSZAT 242
6.1. TÖMEGVONZÁS 242
6.2. CSILLAGÁSZAT 247

Nemzeti Tankönyvkiadó Rt.
A kiadásért felel: Pálfi József vezérigazgató
Raktári szám: 81468
Felelős szerkesztő: Medgyes Sándorné
Műszaki igazgató: Babicsné Vasvári Etelka
Műszaki szerkesztő: Orlai Márton
Számítógépes tipográfia: Fried Katalin
Terjedelem: 22,88 (A/5) ív
1. kiadás, 2004

Nyomtatta és kötötte a Reálszisztéma Dabasi Nyomda Rt.
Felelős vezető: Mádi Lajos vezérigazgató
Munkaszám: 04-0279