EGYSÉGES ÉRETTSÉGI FELADATGYŰJTEMÉNY

GYAKORLÓFELADATOK

FIZIKA

MEGOLDÁSOK I.

Oktatási Minisztérium

Nemzeti Tankönyvkiadó

EGYSÉGES ÉRETTSÉGI FELADATGYŰJTEMÉNY

FIZIKA

I.

MEGOLDÁSOK

NEMZETI TANKÖNYVKIADÓ, BUDAPEST

Az Oktatási Minisztérium fizika feladatgyűjtemény-pályázaton díjnyertes alkotás.
A könyvet az oktatási miniszter a 47.463/2001. számon tankönyvvé nyilvánította.
A tankönyv az Oktatási Minisztérium támogatásával jelent meg.

Szerzők:

Bánkuti Zsuzsa
dr. Berkes József
Holics László
dr. Kopcsa József
dr. Kotek László
Medgyes Sándor
dr. Paál Tamás
dr. Poór István
dr. Schuszter Ferenc
Sebestyén Zoltán
Tóth Endre
dr. Vida József

Alkotószerkesztő:

Medgyes Sándorné
dr. Tasnádi Péter

Fedéltervező:

Biró Mária

Bírálók:

dr. Kedves Ferenc
Székelyné Tömböly Zsuzsa
Urbán János

Anyanyelvi lektor:

dr. Falussy Béláné

ISBN 963 19 2470 X

Minden jog fenntartva. A kiadó írásbeli hozzájárulása nélkül sem a teljes mű, sem annak része, sem a feladatok megoldásai semmiféle formában nem sokszorosíthatók, nem terjeszthetők, és elektronikus formában nem tárolhatók.

Előszó

A Nemzeti Tankönyvkidó Rt. 2003-ban jelentette meg az egységes érettségire felkészítő *Fizika feladatgyűjteményét*. Az azóta második kiadást is megért tankönyvek megoldásait adjuk most közre, szintén két kötetben. A célunk, hogy a természettudományokkal foglalkozó tanulók betekintést nyerjenek az új évezred szemléletváltásába, megismerkedhessenek a feladatmegoldás egy lehetséges, de nem egyetlen módjával.

A megoldások közreadásánál kerültük a megoldási sémák ismételgetését, hiszen a tantervvel összhangban nem számolásközpontúság jellemző az *Egységes érettségi feladatgyűjtemény* példáira, hanem problémamegoldó, képességfejlesztő szemlélet, amit igyekeztünk a megoldások esetében is érvényre juttatni. Ez a módszer talán kevésbé kényelmes, ám mindenképpen eredményesebb, hiszen így a megoldáskötet is gondolkodtat, új információkkal gazdagítja az olvasót.

A tesztjellegű feladatok megoldásait is magyarázattal láttuk el, hogy a példák megoldása és ellenőrzése ne váljon motorikussá, hanem ez az ismeretközlés is az átfogó gondolkodást segítse.

A kötet jelölései pontosan követik a példatár rendszerét. A folyamatos számozás segíti a gyors keresést. A megoldások elolvasása adott esetben a kitűzött példa ismerete nélkül is számos tanulsággal szolgálhat, gondolatmenetének megértése nagy segítségére lehet az érdeklődőnek az egyszerűbb problémát bemutató feladatok gyors átlátásában.

A hatékony felhasználás természetesen mégis a két könyv együttes alkalmazásából adódik. Ezt szem előtt tartva az ábrák közül csak azokat jelenítettük meg a megoldáskötetünkben, amelyek nélkülözhetetlenek, vagy ilyen alakjukban nem jelennek meg a példatárban.

A megoldási lehetőségek közül legtöbbször csak egyet választottak ki a szerzők, lehetőséget adva a továbbgondolásra, illetve teret engedve más gondolkodási eljárás alkalmazásának is.

A feladatgyűjteményben sajnos bent maradt néhány olyan feladat is, amelynek megfogalmazása hibás volt, vagy sajtóhiba került bele. Természetesen ezeket a feladatokat kijavítottuk vagy kicseréltük, és az új kiadásban már az új feladatok szerepelnek; így a megoldáskötetben is a kijavított feladatok megoldásai találhatók meg. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a könyv megjelenése közben megváltozott érettségi vizsgakövetelmények miatt néhány feladat besorolása, a csillaggal való jelölése módosult.

A feladatgyűjteményhez hasonlóan a megoldáskötetekben is a gyakorlatban elterjedt többféle jelölésrendszert egyszerre alkalmaztunk. Nem törekedtünk ezek közül egynek sem a kizárólagos használatára. A megoldáskötetben azok számára kívánunk segítséget nyújtani, akik kevés tanári irányítással, önállóan tanulnak. A feladatgyűjtemény használata abban az esetben lesz eredményes, ha a megoldáskötet megoldásait ellenőrzésképpen csak akkor nézzük meg, ha a feladatot már önállóan megoldottuk, vagy meggyőződtünk arról, hogy nem tudunk önállóan eredményre jutni. Ekkor sem célszerű a megoldást egyszerűen lemásolni, mert sokszor az is elég, ha az elinduláshoz szükséges egy-két gondolatot ragadjuk ki, s ennek alapján már sikerül a feladat önálló megoldása.

A fizikai állandók (sűrűség, fajhő, fajlagos ellenállás stb.) értékét sok feladatnál megadtuk kerekített értékkel, a számolás könnyítése céljából, de találhatók a feladatok között olyanok is, amelyek megoldásához a „Négyjegyű függvénytáblázatok"-ból kell a megfelelő adatokat kikeresni. A számolásos feladat végeredménye természetesen mindig függ a kerekítéstől.

A feladatgyűjtemény és a megoldáskötet nagyszámú kérdése, feladata módot ad a fizika tananyag sokoldalú gyakorlásán keresztül a szerzett tudás elmélyítésére, a komplex képességfejlesztésre. Bízunk benne, hogy a feladatok sikeres megoldásainak öröme, a biztosabb tudás hozzájárul a fizika iránti érdeklődés felkeltésére. Szeretnénk, ha könyvünk segítené a fizikatanár kollégákat az érettségire való felkészítés nehéz és felelősségteljes munkájában, tanítványaikat pedig a jó eredmények elérésében.

A feladatok megoldásának megírása, szerkesztése nagyon gondos munkával készült, mégis előfordulhatnak benne hibák. Kérjük, ha ilyet észlel, jelezze a szerkesztőségnek, hogy minél előbb javíthassuk azokat.

Budapest, 2004. május

A szerkesztő

1. MECHANIKA

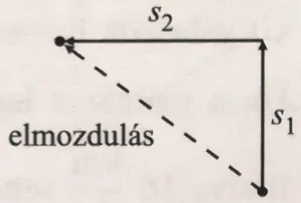
1.1. KINEMATIKA

Az egyenes vonalú egyenletes mozgás

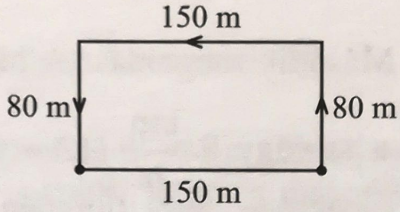
Tesztfeladatok

1. C) A vastag vonal hossza az út, hiszen a hangya mozgása közben leírt vonalnak a deszkára eső részéről van szó a feladatban. A szaggatott vonal hossza az elmozdulás nagysága, mert a pályaszakasz kezdő- és végpontját összekötő szakasz az elmozdulás.

2. C) 7 m utat tett meg, és 5 m az elmozdulása, mert $s = 3\ \text{m} + 4\ \text{m} = 7\ \text{m}$, és az elmozdulása az utak által meghatározott derékszögű háromszög átfogója, amely Pitagorasz tétele alapján $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ (m).

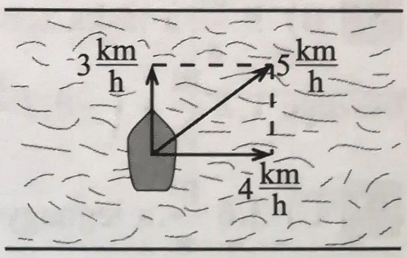


3. A) 150 m az elmozdulásunk, hiszen ez a háztömb hosszabbik oldala két sarkának (a mozgás kezdő- és végpontjának) a távolsága.



4. A) Forgó körhinta nem tekinthető pontszerű testnek, mert mozgása nem értelmezhető, ha a kiterjedésétől eltekintünk.

5. C) 5 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ a csónak parthoz viszonyított sebessége, mert a két mozgás egymásra merőleges, így sebességvektoruk összege a vektorháromszög átfogója.



$$v_f = 3\ \frac{\text{km}}{\text{h}}, \qquad v_{cs} = 4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}, \qquad v = \sqrt{v_f^2 + v_{cs}^2} = 5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

6. D) A folyóvízhez képest a hajó 7 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességű. Ha a kapitány 5 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel siet a hajóhoz képest hátrafelé, akkor $7\ \frac{\text{km}}{\text{h}} + (-5)\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 2\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a vízhez viszonyított sebessége.

I.

7. A helytelen válasz: D) $4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel mozog a hajóhoz képest a matróz.

Ha a folyó sebessége $4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, akkor a hajónak a hídhoz viszonyított sebessége lefelé mozogva $4\ \left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right) + 12\ \left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right) = 16\ \left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$, felfelé mozogva $4\ \left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right) + (-12)\ \left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right) = -10\ \left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$ lehet. E sebességhez vagy hozzáadódik a matróz sebessége, vagy kivonódik. Így akkor lesz a matróz sebességének nagysága $2\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a hídhoz képest, ha a lefelé úszó hajón a matróz a menetiránnyal szembe (hátrafelé), $14\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ vagy $18\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel megy (hiszen $16 - 14 = 2$ vagy $16 - 18 = -2$). Ha a hajó felfelé úszik, akkor a matróz ugyancsak hátrafelé kell menjen ahhoz, hogy a feladat feltételeinek eleget tegyen. Ekkor $10\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ vagy $14\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a sebessége a hajóhoz képest (mert $-12 - (-10) = -2$ vagy $-12 - (-14) = 2$). Így az A), B), C) válaszok helyesek lehetnek.

Ha a matróz a hajón előre megy, akkor a parthoz viszonyított sebessége $8\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, illetve $16\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességnél csak nagyobb lehet, ezért helytelen a D) válasz.

Második megoldás: A hajó sebességének nagysága a parthoz képest $16\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $(12 + 4)$ vagy $8\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $(12 - 4)$ lehet. Ezekhez hozzáadódik vagy levonódik a matróz sebessége, attól függően, hogy a hajóval azonos vagy ellentétes irányban halad. Így a lehetséges megoldások 16 ± 2 vagy 8 ± 2. Tehát $4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ nem lehetséges.

8. B) $1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ a táska sebessége az épülethez képest, mert a két sebesség előjeles összege $1{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + \left(-0{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

9. C) $3{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ a legnagyobb sebesség, hiszen $3{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3{,}6 \cdot 3{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 12{,}96\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

10. D) „8 s alatt 1 m utat tesz meg a futó” a helytelen válasz, mert ekkor $\frac{1}{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ lenne a sebesség. Az A) válasz is helyes, mivel $8 \cdot \frac{1}{8}$ s $= 1$ s alatt $8 \cdot 1$ m $= 8$ m a futó által megtett út, így a sebessége $8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

11. D) $2{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ a helytelen sebesség, ugyanis a lift menetideje $\frac{28}{60}\ \text{min} = 28\ \text{s}$, és ezalatt 28 m a megtett útja. Így 1 s alatt 1 m utat tett meg, azaz $1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ a sebessége.

$$1\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{60\ \text{m}}{60\ \text{s}} = 60\ \frac{\text{m}}{\text{min}} = \frac{3600\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = \frac{3{,}6\ \text{km}}{1\ \text{h}} = 3{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

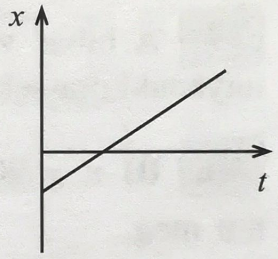
12. D) $t_1 < t_2$ és $s_1 > s_2$, azaz akkor volt lassúbb a második test, amikor több idő alatt tette meg a rövidebb utat. A többi esetben az első test volt a lassúbb.

13. B) A vonat állandó nagyságú sebességgel egyenes pályán halad, így egyenes vonalú egyenletes a mozgása.

14. B) Egyenletes, mert az eltelt idővel egyenesen arányos a megtett út.

s	11 m	33 m	55 m	88 m	121 m
t	1 s	3 s	5 s	8 s	11 s

15. A B) grafikon ábrázol végig egyenletes mozgást, hiszen az egyenletes mozgás kitérés-idő grafikonja az időtengellyel szöget bezáró egyenes.



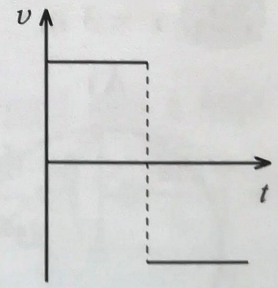
16. A) Az 1. járműnek legnagyobb a sebessége, mert az út-idő grafikonja a legmeredekebb.

17. C) A III. grafikon készült álló testről. A test mindvégig 4 méternél állt.

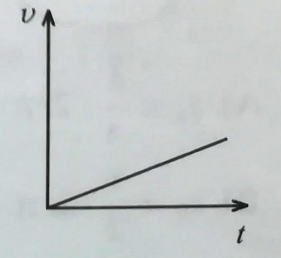
18. A) Az I. test sebességének nagysága a legkisebb, mert az út-idő grafikonja a legkevésbé meredek. Ha a mozgás irányát is figyelembe vesszük, akkor a második test sebessége negatív, így a sebessége kisebb a másik három test sebességénél.

19. C) Hely-idő grafikon, mert az elmozdulásról és a mozgás irányáról is ad felvilágosítást.

20. A C) grafikon, mert az egyenletes mozgás sebesség-idő grafikonja az időtengellyel párhuzamos egyenes.



21. D), a IV. grafikon egyenletesen változó mozgást ábrázol.



22. A) Egyenletes mozgás.

23. B) Egyenes vonalú egyenletes mozgás.

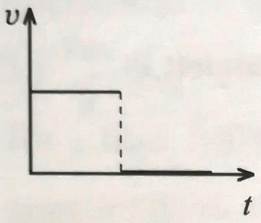
I.

24. C) $s = v \cdot t$.

Megjegyzés. Természetesen az egyenletesen változó mozgás az $a = 0$ esetben egyenletes mozgásba megy át. Ebben az értelemben a B) válasz is helyes lehet.

25. C) $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ volt a motoros sebessége a II. szakaszban, hiszen 3 másodperc alatt 60 m utat tett meg.

26. B) $t > 3$ s, azaz a vonat 3 másodpercnél tovább fütyült, ugyanis a fütty végi hang a közeledő vonat miatt kevesebb idő alatt ért a fülünkhöz, mint a fütty kezdetén elinduló.



27. A D) grafikon készülhetett a megadott út-idő grafikon alapján.

28. A B) válasz a helyes. A grafikon 2. szakasza párhuzamos az időtengellyel, amely az egyenletes mozgásnál áll fenn.

29. A hibás válasz a D), mert az eltelt idő egyenesen arányos a megtett úttal ugyanakkora sebességnél.

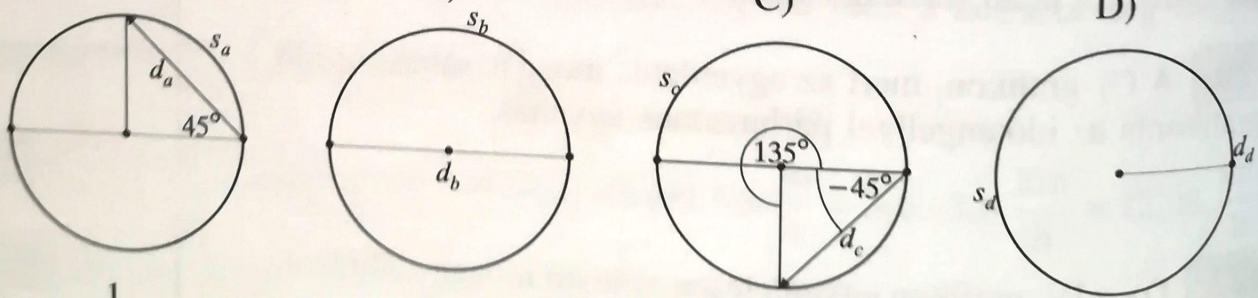
30. B) $v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ volt a test sebessége, mert 4 másodperc alatt 80 méter utat tett meg.

Számításos feladatok

31. 42 km + 8 km = 50 km, így az 50-es kilométerkő közelében, vagy 42 km − − 8 km = 34 km, azaz 34-es kilométerkőhöz közel lehet a telefonfülke.

32. $r = 3$ m

A) B) C) D)



A) $s_a = \frac{1}{4} \cdot 2r\pi = 4{,}7$ m, $\quad d_a = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 4{,}2$ (m).

B) $s_b = \frac{1}{2} \cdot 2r\pi = 9{,}4$ m, $\quad d_b = 2r = 6$ m.

C) $s_c = \frac{3}{4} \cdot 2r\pi = 14{,}1$ m, $\quad d_c = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 4{,}2$ (m).

D) $s_d = 2r\pi = 18{,}55$ m, $\quad d_d = 0$ (m).

33. $t = 56$ s, $s = 28$ m, $v = \frac{s}{t} = 0{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A panel sebessége $0{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ volt.

34. $s = 19 \cdot 50$ m $= 950$ m, $t = 1$ min $= 60$ s, $s_2 = 13{,}5$ km.

$v = \frac{s}{t} = 15{,}83 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 57 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $\quad t_2 = \frac{s_2}{v} = 852{,}63$ s ≈ 853 s $\approx 14{,}2$ min.

A szomszédos község határát 14,2 perc alatt éri el az autó.

35. $s = 30$ km, $t = 178{,}5$ min $= 10\,710$ s,

$v = \frac{s}{t} = 2{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ a futó átlagsebessége.

36. $s_1 = s_2$, $\quad t_2 = \frac{t_1}{3}$, $\quad v_1 = \frac{s_1}{t_1}$, $\quad v_2 = \frac{s_2}{t_2} = s_1 : \frac{t_1}{3} = \frac{3 \cdot s_1}{t_1} = 3v_1 \rightarrow v_1 = \frac{v_2}{3}$.

Így az első kerékpáros sebessége harmadrésze a második kerékpárosénak.

37. *a)* $0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, hiszen nem változik egymáshoz képest a távolságuk;

b) $0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, hiszen a mozgólépcső egyazon helyén állnak;

c) $0{,}4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ az utasok sebessége, mely megegyezik a mozgólépcső sebességével.

38. *a)* $s = r\pi = 31{,}4$ m. A ló 31,4 m úton ügetett.

b) $v = \frac{s}{t} = 6{,}28 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. A ló sebessége $6{,}28 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ volt.

c) $d = 2r = 20$ m. A ló elmozdulása 20 m.

39. A matróznak vagy $6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, vagy $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ nagyságú sebességgel kell a hajó mozgásával ellenkező irányban menni a hajóhoz képest, mert $8 \frac{\text{km}}{\text{h}} + \left(-6 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) = 2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, és $8 \frac{\text{km}}{\text{h}} + \left(-10 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) = -2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

40. $s = 40$ m, $t = 12$ s, $v = \frac{s}{t} = 3{,}3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. A víz áramlási sebessége $3{,}3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

41. $v = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t = 1{,}6$ s, $s = vt = 40$ m.

Az autó az észleléstől a fékezésig 40 m utat tett meg.

I.

42. $t = 1{,}5$ s, $s = 12$ m, $v = \frac{s}{t} = 8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 28{,}8\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 30\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

A robogó sebességmérője $30\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$-t mutatott.

43. $v = 3 \cdot 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1020\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1020 \cdot 3{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 3672\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a repülő sebessége.

44. $s = 20$ cm $= 0{,}2$ m, $t = 0{,}5$ s, $v = \frac{s}{t} = 0{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. A szalag sebessége $0{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

45. $v = 700\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $t = 7$ min $= \frac{7}{60}$ h, $s = vt = 81{,}67$ km. A repülőgép 81,67 km-t tett meg 7 perc alatt.

46. $v_1 = v$, $v_2 = -v$, $\Delta s = s_1 - s_2 = s - (-s) = 2s = 90$ cm $\rightarrow$ $s = \frac{\Delta s}{2} =$
$= 45$ cm $= 0{,}45$ m

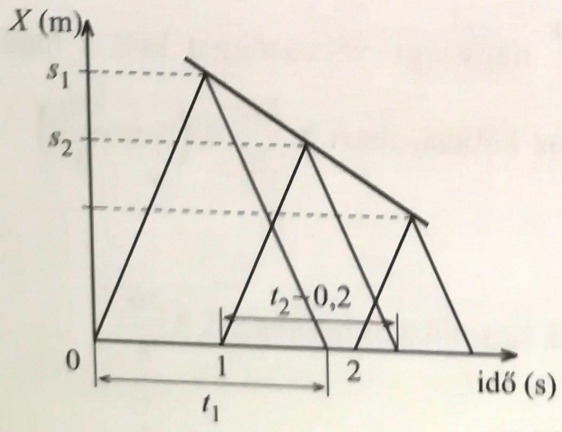
$s_1 = s$, $s_2 = -s$, $t = t_1 = t_2 = 1$ s, $v = \frac{s}{t} = 0{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 0{,}45\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A mozgólépcsők sebessége $0{,}45\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

47. $t = 0{,}4$ s, $v = 1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, mivel a hang kétszer tette meg (oda-vissza) az utat, ezért $2s = vt \rightarrow s = \frac{vt}{2} = 300$ m. A tenger 300 m mély a hajó alatt.

48. A kibocsátott jelek közti idő: $\Delta t = 1$ s, az érzékelt jelek közti idő: $\Delta\tau = 0{,}8$ s, a hang terjedési sebessége: $c = 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A hely-idő grafikon alapján a mozgó test 0,9 s alatt éppen annyi utat (s_0) tesz meg, mint a hang 0,1 s alatt.



Ezért $s_0 = v \cdot 0{,}9$ s és $s_0 = c \cdot 0{,}1$ s, valamint $s_0 = s_1 - s_2$.

A kibocsátott és a visszavert jelek között azért telik el más időtartam, mint a visszaverődések egyre közelebb lévő járművön történnek.

Így $v \cdot 0{,}9$ s $= c \cdot 0{,}1$ s $\rightarrow$ $v = c\frac{0{,}1}{0{,}9} =$

$= \frac{340}{9} = 37{,}\dot{7}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 38\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A test $38\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel közeledik a hangradarhoz.

49. $t = 0{,}12$ s, $s = 3$ m, $v = \frac{s}{t} = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 90\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

a) Az autó sebessége $25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

b) A sebességmérő óra $90\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességet mutatott.

50. *a)* A kerékpáros sebessége $4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

b) $s = vt = 20$ m. A kerékpáros 5 másodperc alatt 20 méter utat tett meg. Ez számértékileg megegyezik a grafikon alatti területtel.

51. *a)* Az első szakaszban és a harmadik szakaszban egyenletes a mozgás, a második szakaszban nincs mozgás, a kutya áll.

b) $\Delta s_3 = 120$ m $- 60$ m $= 60$ m, $\Delta t_3 = 15$ s $- 6$ s $= 9$ s,

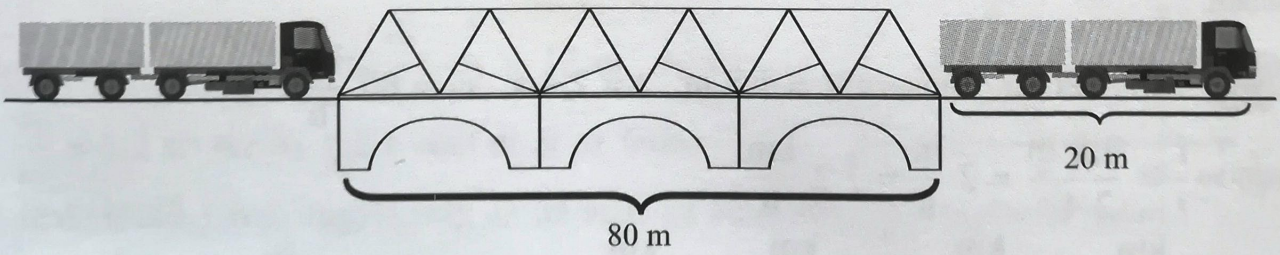
$v_3 = \frac{\Delta s_3}{\Delta t_3} = 6{,}\dot{6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A kutya sebessége 90 m megtétele után $6{,}\dot{6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ volt.

c) A grafikonról leolvasva a harmadik másodperc végéig 45 m utat tett meg a kutya.

52. $t = 3$ s, $v = 1{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $s = vt = 4{,}5$ m. A kapaszkodók 4,5 méterenként vannak.

53. $t = 5$ s, a megtett út, a híd és a teherautó együttes hossza: $s = 80$ m $+ 20$ m $=$ $= 100$ m.

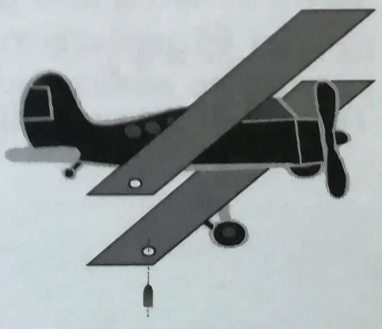


$v = \frac{s}{t} = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 72\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$. A teherautó sebességmérő órája $72\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$-t mutatott.

54. $v_1 = 720\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 200\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $s_1 = 12{,}5$ cm $= 0{,}125$ m utat tett meg a repülő, míg a lövedék $s_2 = 0{,}5$ métert.

Az ehhez szükséges idő $t_2 = t_1 = \frac{s_1}{v_1} = 0{,}000\,625$ s.

Így a lövedék sebessége: $v_2 = \frac{s_2}{t_2} = 800\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



55. A grafikon alapján $s_1 = s_2 = 1500$ m, $t_1 = 6$ min, $t_2 = t_1 - 1 = 5$ min.

A sebességek nagysága: $v_1 = \frac{s_1}{t_1} = \frac{1500\text{ m}}{6\text{ min}} = 250\ \frac{\text{m}}{\text{min}}\ \left(= 15\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$,

$v_2 = \frac{s_2}{t_2} = \frac{1500\text{ m}}{5\text{ min}} = 300\ \frac{\text{m}}{\text{min}}\ \left(= 18\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$,

A találkozásig együtt megtett útjuk: $s = v_1 t + v_2(t-1) = 1500$ m $\rightarrow$ $t = \frac{s - v_2}{v_1 + v_2} =$

$= \frac{36}{11}$ min $= 3{,}27$ min.

Az első komp indulása után 3,27 perccel találkoztak.

56. Ha egyszerre indultak, akkor a menetidejük egyenlő: $t_1 = t_2 = t$.

$v_1 = \frac{3\text{ m}}{t}$, $v_2 = \frac{5\text{ m}}{t}$, $\frac{v_2}{v_1} = \frac{5}{3}$.

A macska sebessége az egér sebességéhez képest legalább $\frac{5}{3}$-szoros kell, hogy legyen.

57. $t = 1{,}2$ s. A hasonló háromszögek megfelelő magasságainak és oldalainak aránya alapján: $\frac{s}{4{,}2} = \frac{16}{4} = 4 \rightarrow s = 16{,}8$ m.

Így az autó sebessége: $v = \frac{s}{t} = 14\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 50{,}4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Az autó $50{,}4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel haladt a szobában végigfutó fény irányával ellentétesen.

58. Mindkét autó hossza: $l = 4{,}8$ m, $t = 2{,}4$ s, $v_1 = 80\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$,

$v_{\text{rel}} = \frac{l}{t} = \frac{4{,}8\text{ m}}{2{,}4\text{ s}} = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 7{,}2\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$,

$v = 80\ \frac{\text{km}}{\text{h}} + 7{,}2\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 87{,}2\ \frac{\text{km}}{\text{h}} < 90\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Az előzésben lévő autó nem lépte túl még a megengedett országúti sebességet.

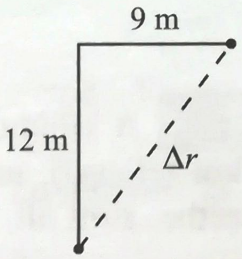
59. $v_1 = 28\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = -22\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $s = 200$ m, $\Delta v = v_1 - v_2 = 50\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $s = \Delta v \cdot t \rightarrow$

$\rightarrow t = \frac{s}{\Delta v} = 4$ s.

Tehát 4 másodperc múlva találkoznak.

60. $\Delta s = 12\ \text{m} + 9\ \text{m} = 21\ \text{m}$. A szerelő 21 m utat tett meg.

$\Delta r^2 = (12\ \text{m})^2 + (9\ \text{m})^2 \rightarrow \Delta r = 15\ \text{m}$. A szerelő elmozdulása 15 méter.



61. $v_1 = 90\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t = 2\ \text{s}$, $t = \frac{s}{(v_1 + v_2)} \rightarrow v_2 = \frac{s}{t} - v_1 = 35\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 126\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$. A vonat sebessége $126\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

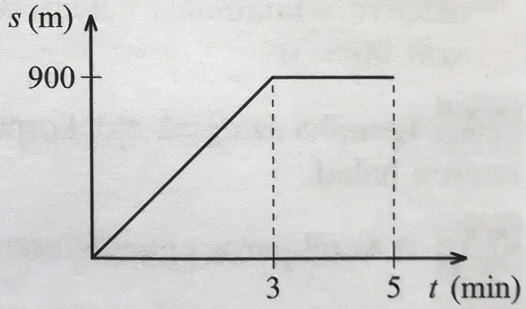
62. Mivel az esőcseppek vízszintes csíkokat húznak az oldalablakon, ezért az esőcseppek sebessége meg kell hogy egyezzen az autó sebességének függőleges összetevőjével ($v_{\text{csepp}} = v_y$).

A speciális, 30 fokos derékszögű vektorháromszögre igaz, hogy az átfogója pont kétszerese a rövidebb befogónak. Így az autó sebessége: $v = 2v_{\text{csepp}} = 2v_y = 12\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A cseppek autóhoz viszonyított sebessége (v_{rel}) azonos nagyságú az autó sebességének vízszintes irányú összetevőjével, csak irányuk ellentétes az autó haladási irányával.

$v_x = \sqrt{v^2 - v_y^2} = 10{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, (vagy v-ből felírva $v_x = v\frac{\sqrt{3}}{2} = 10{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$) $\rightarrow v_{\text{rel}} = -10{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

63. $v_1 = 18\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t_1 = 3\ \text{min} = 180\ \text{s}$, $s_1 = v_1 \cdot t_1 = 900\ \text{m}$, $v_2 = 0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



64. $v_1 = 36\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $s_1 = 12\ \text{m}$, $t_1 = \frac{s_1}{v_1} = 1{,}2\ \text{s}$. Az őz 1,2 s alatt ér át az úton.

A reakcióidő 1,6 s, vagyis míg az őz átér, az autó még egyenletesen halad.

$v_2 = 90\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $s_2 = 30\ \text{m}$, $t_2 = \frac{s_2}{v_2} = 1{,}2\ \text{s}$.

Az autó is 1,2 s alatt teszi meg a 30 métert, így tehát éppen el tudják kerülni az ütközést. A gyakorlatban az autó az út szélétől általában 1 méterrel beljebb szokott közlekedni, ezért ekkora távolságnál még biztosan nem üti el az őzikét. A valóságban a vad sebessége sok esetben kisebb, és igen gyakran 30 méteren belül ugrik az autó elé. Ezért a vadveszélyt jelző táblánál jelentősen csökkenteni kell a sebességet.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

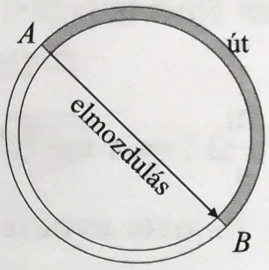
65. A kiindulási helyről egyenletesen eltávolodik, majd áll egy darabig (a kupakot felteszi), ezután kicsit gyorsabb, egyenletes mozgással visszatér az alaphelyzetbe, s ott áll, míg az újabb üveg meg nem érkezik. Ezután az előbbieket ismétli.

66. Igen, mert a sebesség iránya változott.

67. Egyenletesen mozog – sebességének nagyságát ismerjük, de a sebességének irányát nem tudjuk ebből megmondani.

68. Körpályán mozog a gyerek, és pontszerűnek tekinthető.

69. Az egyenes vonalú egyenletes mozgásnál.



70. *a)* A mozgás pályája kör.

b) Az út félkör.

c) Az elmozdulás a kör átmérője.

71. *a)* Egyszer körbe érve $s = 2r\pi$.

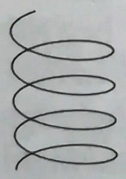
b) Az elmozdulása $\Delta r = 0$.

c) A sebességének nagysága menet közben nem változott, csak az iránya, de áthaladva a kiindulási helyén sebessége biztosan változatlan a kezdetihez képest, azaz $\Delta v = 0$.

72. Igen, ha az egyik egy körpálya közepén áll, a másik pedig a körpályán egyenletesen halad.

73. A kerékpáros egyenletesen mozog.

74. A motoros sebessége $25 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, így attól kezdve, hogy elhaladtak egymás mellett, távolodnak egymástól a két sebesség különbségével, azaz $180 \frac{\text{km}}{\text{h}}$-val.



75. *a)* Csavarvonalban.

b) Körpályán.

c) Nyugalomban van.

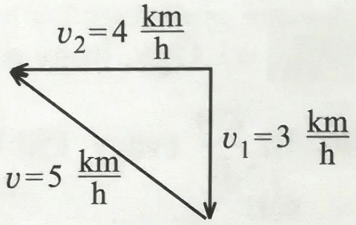
76. A vonatkoztatási rendszert a Naphoz kellene rögzíteni.

77. A Földhöz rögzített vontakozási rendszert kell választani.

78. A Földet kell választani vonatkoztatási rendszernek.

79. Egyenletesen mozog a fej előtt a szalag, különben „nyávogna” a magnetofon.

80. $v_1 = 3\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $v_2 = 4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, és Pitagorasz tétele segítségével számítható ki a sebesség: $v^2 = v_1^2 + v_2^2 \rightarrow v = 5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Az emberek egymáshoz viszonyított sebessége $5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.



Az ábrán a dél felé haladó emberhez viszonyított sebesség iránya van berajzolva.

81. Igen, ha az úton haladó autóból vagy mozgó villamosból nézzük.

82. Igen, ha például a mellette lévő sávban ugyanakkora sebességgel haladunk vele megegyező irányban.

83. Haladó mozgást az úttesthez képest, körmozgást a hajtókar tengelyéhez képest, és forgómozgást pedig a pedál tengelyéhez viszonyítva végez a kerékpár pedálja.

84. A haladó és a körmozgásnál.

85. Vízszintes irányban jó közelítéssel egyenletesen mozog, függőleges irányban egyenletesen gyorsul. E mozgásoknál pontszerűnek tekinthető a mobiltelefon.

86. A tekegolyó a pályához képest haladó, és forgástengelyéhez képest forgómozgást végez, miközben gurul.

87. A haladó mozgásánál tekinthető pontszerűnek a guruló tekegolyó.

88. A Föld a világ közepe, a Földhöz viszonyítja a világot, a Föld körül kering a Nap és a többi égitest.

89. A Nap a világ közepe, a Nap körül kering a Föld és a többi bolygó.

90. A Földhöz viszonyítjuk általában a testek mozgását.

91. Távolodik a hangradartól, mivel a nagyobb időközök alatt több utat tett meg a hang, így a hal is távolabbra került.

92. Egyenletes a kerékpár mozgása, mert egyenlő időközönként egyenlő utakat tesz meg.

93. *a)* A kerékhez képest nyugalomban van a kavics.

b) Egyenletes körmozgást végez a kavics a kerék tengelyéhez képest.

c) A kavics változó mozgást végez az úttesthez viszonyítva.

94. Igen, amikor a gumi kavicsos része a talajjal érintkezik.

95. *a)* Úgy, hogy a Trabant a Toyota előtt halad.

b) $30\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ (vagy $150\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, ha szembe vagy ellentétes irányba haladnának egymással).

c) $30\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ (vagy $150\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, ha szembe haladnának egymással).

96. A prizmák egyre sűrűbben követik egymást. Ilyet alkalmaznak némely vasúti átjáró előtt, amellyel óvatosabb vezetésre késztetik az autósokat, akik önkéntelenül is lassítanak, hogy nagyjából egyenletesek legyenek a zökkenések.

97. Egyenlő időközök alatt egyenlő utakat tesz meg, tehát a mozgása egyenletes egy adott hajlásszögnél.

98. Igen, ha olyan kicsi a lejtő hajlásszöge, hogy a rátett golyó, illetve kiskocsi a súrlódás miatt nem gyorsul, nem lassul, azaz nem változik a mozgásállapota. Ekkor a golyó egyenes vonalú egyenletes mozgást végez.

99. *a)* A lánctalp kerekek feletti részének sebessége $2v$ a talajhoz képest.

b) A talajjal érintkező rész sebessége $-v$ a hójáróhoz képest.

100. Egyenlő időközönként az üvegcsőre – például 1 s-ra állítva a metronómot – bejelöli az üvegcsőben felfelé haladó buborék elejének a helyzetét a metronóm kattanásaikor. Kikeresi azt az 5–6 jelzésnyi részt, ahol a legpontosabban tudta a hanggal szinkronban bejelölni a buborék helyét. Egy konkrét mérésnél például mindegyikre 5 cm adódott. Más időközökkel is megismételve a mérést, ugyancsak egyenlő távolságok adódnak. Így egyenlő időközönként egyenlő utakat tett meg a buborék, tehát egyenletes a mozgása.

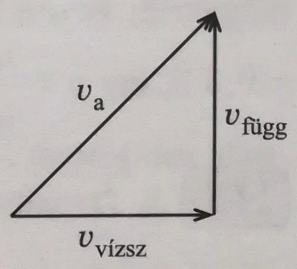
101. A mérést végző személy a következőképpen járhat el. A Mikola-cső egyik végétől kb. 10–15 cm-re tesz egy jelet, indítja a buborékot, és mikor az eléri a jelzést, akkor indítja a stoppert. Mikor a buborék a cső végéhez ért, akkor leállítja a stoppert. Lemérve a megtett utat és leolvasva az eltelt időt, a hányadosból kiszámítható a sebesség. A mérést illik megismételni!

$$v = \frac{s}{t} = \frac{0{,}9\ \text{m}}{18\ \text{s}} = 0{,}05\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

102. A csövet a buborék mozgásával ellentétes irányban, a buborék sebességével egyenlő nagyságú sebességgel mozgatjuk egyenletesen, így mire felér a buborék az 1 méter hosszú cső tetejére, addigra a csövet éppen 1 méterrel húztuk hátra.

103. A buborék mozgási irányában úgy emeljük egyenletesen a csövet, hogy mire felér a buborék a cső végébe, addigra éppen 1 méterrel kerüljön előrébb a Mikola-cső. Azaz ugyanakkora sebességgel emeljük a csövet az asztalhoz képest, mint amekkora sebességgel mozog a buborék a csőhöz képest.

104. A buborék is 1 méter utat tett meg, mialatt 1 méterrel vízszintesen elmozdítottuk, így sebessége azonos nagyságú volt a vízszintes mozgatás sebességével: $v_{\text{függ}} = v_{\text{vízsz}} = v$. A vízszintessel 45 fokos szöget bezárva a buborék egyenes vonalú egyenletes mozgást végez.



$v_a = \sqrt{v^2 + v^2} = \sqrt{2v^2} = \sqrt{2} \cdot v.$

A buborék sebessége az asztalhoz képest $\sqrt{2}$-szerese a buborék Mikola-csőhöz viszonyított sebességének.

Az egyenes vonalú változó mozgás

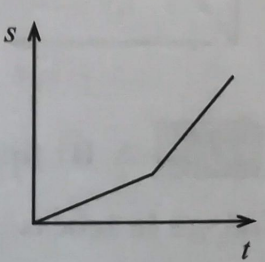
Tesztfeladatok

105. C) A grafikon szerint 30 másodpercig figyeljük a gyerek mozgását. A gyerek átlagsebessége 2 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, mert a megtett összes út 60 méter és az idő 30 másodperc volt.

106. D) A cölöp mozgása változó, mert két ütés között – amíg a cölöpverő emelkedik – nyugalomban van a cölöp.

107. D) A dugattyú változó mozgást végez, hiszen fel-le mozog.

108. A C) grafikon, mert az út-idő grafikon második részének itt nagyobb a meredeksége.



109. A D) grafikon, ugyanis az ábra szerint az idővel arányosan nő a sebesség.

110. A C) grafikonnál lassul a test.

111. A B) válasz a helyes, vagyis a mozgás változó.

112. C) A nagypapa átlagsebessége 1,5 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, ugyanis 25 $\frac{\text{m}}{\text{min}} = \frac{25}{60}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1{,}5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

113. D) $\Delta v = v_2 - v_1 = -4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

114. C) a helyes válasz, azaz 15 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ a küldönc átlagsebessége, mert az összes megtett út $s_{ö} = 6\text{ km} + 6\text{ km} = 12\text{ km}$, és az összes menetidő $t_{ö} = 0{,}3\text{ h} + 0{,}5\text{ h} = 0{,}8\text{ h}$, így $v = \frac{s_{ö}}{t_{ö}} = 15\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

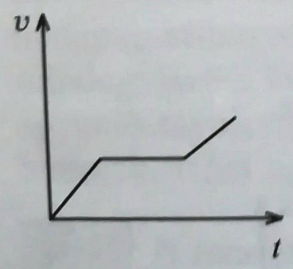
115. A D) válasz a helyes, azaz 72 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ a motoros átlagsebessége az alábbiak alapján: $s_{ö} = 2\text{ s}$, $v_1 = 90\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $v_2 = 60\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $t_{ö} = \frac{s}{90} + \frac{s}{60} = \frac{5s}{180}$ (h)

$$v = \frac{s_{ö}}{t_{ö}} = 72\ \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Vagy általánosan felírva: $$v = \frac{s_{ö}}{t_{ö}} = \frac{2\text{ s}}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2}{\frac{v_2 + v_1}{v_1 \cdot v_2}} = \frac{2v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} = 72\ \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

116. A C) számítási mód a helyes:

$$v = \frac{s_{ö}}{t_{ö}} = \frac{2\text{ s}}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2}{\frac{v_2 + v_1}{v_1 \cdot v_2}} = \frac{2v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2}.$$



117. Csak az A) grafikonnál jellemzett mozgás esetében nem áll meg a test. A kezdő pillanat után végig nullánál nagyobb a sebessége.

118. A B) tipp a helyes, vagyis az átlagsebesség nagyobb, mint a sebességek átlaga (a sebességek számtani közepe), a 20 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, mert a test a nagyobb sebességgel mozgott hosszabb ideig.

119. A C) válasz a helyes, mert: $v_1 = 10\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $t_1 = 1$ h, $v_2 = 30\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $t_2 = 3$ h,

$$v = \frac{s_{ö}}{t_{ö}} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{10 + 90}{1 + 3} = 25\ \frac{\text{km}}{\text{h}},$$

tehát a mozgás átlagsebessége $25\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

120. A B) válasz a jó, azaz $v = 20\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ az átlagsebesség, mert a test összesen 4 órán át mozgott, és eközben 80 km utat tett meg.

121. A C) válasz a helyes, vagyis a test átlagsebessége $15\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, mert 4 óra alatt 60 km utat tett meg.

122. A) $v = 4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a test átlagsebessége a helyes válasz, hiszen 24 km utat 6 óra alatt tett meg.

123. A C) a helyes válasz, mert 15 óra alatt 60 km utat tett meg a test, így az átlagsebessége $4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

124. C) $15\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ volt a teherautó sebessége, mert a 3. óra végétől a 7. óra végéig egyenletesen mozgott, és így eközben 4 óra alatt 60 km utat tett meg.

Számításos feladatok

125. $v_{sz} = 54\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $t_{sz} = 2$ h, $s_{sz} = 108$ km.

$v_{gy} = 75\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $t_{gy} = 1$ h, $s_{gy} = 75$ km.

33 km távolságra vannak egymástól.

126. $v_a = 120\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 432\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $t_r = 0{,}7$ s.

$s = v \cdot t = 423\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0{,}7\ \text{s} = 302{,}4\ \text{m}.$

127. *a)*

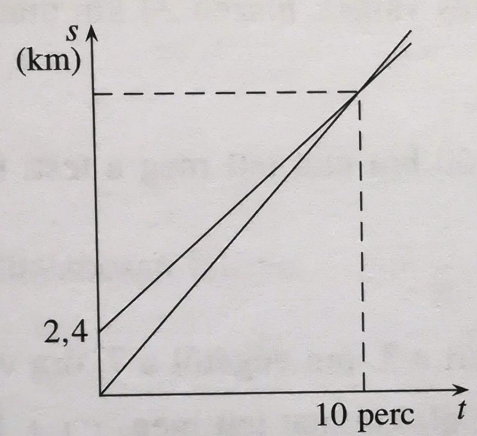
	v	s	t
autó	$68{,}4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$	$s + 2{,}4$ km	$\frac{s + 2{,}4\ \text{km}}{68{,}4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}$
vonat	$54\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$	s	$\frac{s}{54\ \text{km}}$

Az eltelt idő azonos a két jármű esetében.

$$\frac{s + 2{,}4\ \text{km}}{68{,}4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{s}{54\ \text{km}} \quad \Rightarrow \quad s = 9\ \text{km}.$$

$t = \frac{1}{6}$ óra. 10 perc múlva éri utol az autó a vonatot. Ennyi idő alatt az autó 11,4 km utat tett meg.

b)



128. $l = 3$ mm $= 0{,}003$ m, $t_ö = 9$ s, $s_ö = 150l = 0{,}45$ m.

A ruha átlagsebessége: $v = \frac{s_ö}{t_ö} = 0{,}05\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

129. $l = 35$ mm, öltésenként a tű egyszer fel-lemegy, így $s_ö = 2l \cdot 30 = 2100$ mm $= 2{,}1$ m, $t_ö = 6$ s.

$$v = \frac{s_ö}{t_ö} = 0{,}35\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A tű átlagsebessége $0{,}35\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

130. *a)* 70 km utat tett meg összesen. *b)* 2 órát (1 h-tól 3 h-ig) állt.

c) Az első órában ment a leggyorsabban. *d)* $40\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ volt a legnagyobb sebessége.

e) $v = \frac{s_ö}{t_ö} = \frac{70\ \text{km}}{7\ \text{h}} = 10\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ volt az átlagsebessége.

131. $s_ö = 175$ km, $t_ö = 0{,}5$ nap $= 12$ h.

$$v = \frac{s_ö}{t_ö} = 14{,}6 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

A teve átlagsebessége $14{,}6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ volt.

132. *a)* 6 m + 4,5 m = 10,5 m utat tett meg.
b) Az elmozdulás, mivel a gerendák egymásra merőlegesek, a megadott szögek alapján így Pitagorasz-tétellel kiszámítható az alsó végeik távolsága, azaz a macska elmozdulásának nagysága: $\Delta r^2 = l_1^2 + l_2^2 \rightarrow \Delta r = 7{,}5$ m.
c) Felfelé ment nagyobb sebességgel, mert ugyanannyi idő alatt több utat tett meg.

133. Valaki 2 másodperccel ezelőtt indult innen, az úton most 6 méterre van tőlünk. 1 másodpercig ott áll, újabb 4 métert távolodik 1 másodperc alatt, majd 2 másodperc alatt fog ide visszaérni.
Az elmozdulása 0 méter, mert a kiindulás helyére tért vissza.

$$v = \frac{s_ö}{t_ö} = \frac{20 \text{ m}}{6 \text{ s}} = 3{,}\dot{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Az átlagsebesség $3{,}\dot{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

134. $t = 5 \text{ min} = \frac{5}{60}$ h, $s = 8$ km, $v = \frac{s}{t} = 96 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Az éjszakai szender sebessége $96 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

135. $v = 7{,}4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $t = 6$ h.

$$v = \frac{s}{t} \rightarrow s = v \cdot t = 7{,}4 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 6 \text{ h} = 44{,}4 \text{ km}.$$

A cet 44,4 km-t tesz meg.

136. *a)* A cölöp mozgása változó.
b) $l = 5$ cm $= 0{,}05$ m, $v = 0{,}05 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t = 1$ min $= 60$ s.

$$s_ö = v \cdot t_ö = 0{,}05 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 60 \text{ s} = 3 \text{ m}.$$

A cölöp 1 perc alatt 3 méterrel kerül mélyebbre.

137. $v = 48\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $s_{\text{ö}} = 120$ km.

$$v = \frac{s_{\text{ö}}}{t_{\text{ö}}} \rightarrow t_{\text{ö}} = \frac{s_{\text{ö}}}{v} = 2{,}5 \text{ h}.$$

A farkas 2,5 óra alatt érne Pécsről Fonyódra.

138. $v = 26\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $s_{\text{ö}} = 3600$ km, $v = \frac{s_{\text{ö}}}{t_{\text{ö}}} \rightarrow t_{\text{ö}} = \frac{s_{\text{ö}}}{v} = 138{,}5$ h $= 5{,}77$ nap $\approx$ ≈ 6 nap. A pettyes lile vándormadár 6 nap alatt tette meg az utat.

139. $v_1 = 20\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $v_2 = 40\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $s_{\text{ö}} = 2$ s, $t_1 = \frac{s}{v_1}$ és $t_2 = \frac{s}{v_2}$, ezekkel az átlagsebesség:

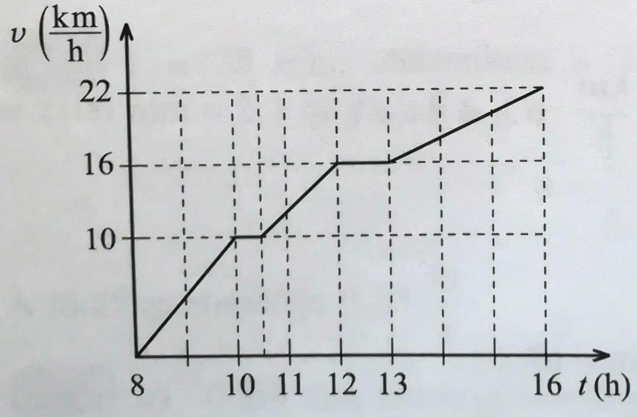
$$v = \frac{s_{\text{ö}}}{t_{\text{ö}}} = 2\frac{s}{(t_1 + t_2)} = 2\frac{v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} = 26{,}7\ \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

A traktoros vontató átlagsebessége az oda-vissza útra $26{,}7\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ volt.

140. Jelöljük a sebességeket rendre $v_{\text{hle}} = 30\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $v_{\text{hfel}} = 15\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $v_{\text{rle}} = 50\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $v_{\text{rfel}} = 5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

$$t_{AB} = \frac{3l}{v_{\text{hle}}} + \frac{l}{v_{\text{rfel}}} = \frac{45l}{150}\ \frac{\text{h}}{\text{km}} \quad \text{és} \quad t_{BA} = \frac{l}{v_{\text{rle}}} + 3\frac{l}{v_{\text{hfel}}} = \frac{33l}{150}\ \frac{\text{h}}{\text{km}},$$

így: $t_{BA} < t_{AB}$. Tehát a B-ből A-ba menő kerékpáros ér előbb a másik kiinduló-pontjához.



141. *a)* $t_1 = 2$ h, $s_1 = 10$ km, $t_2 = 0{,}5$ h, $s_2 = 0$ km, $t_3 = 1{,}5$ h, $s_3 = 6$ km, $t_4 = 1$ h, $s_4 = 0$ km, $t_5 = 3$ h, $s_5 = 6$ km.

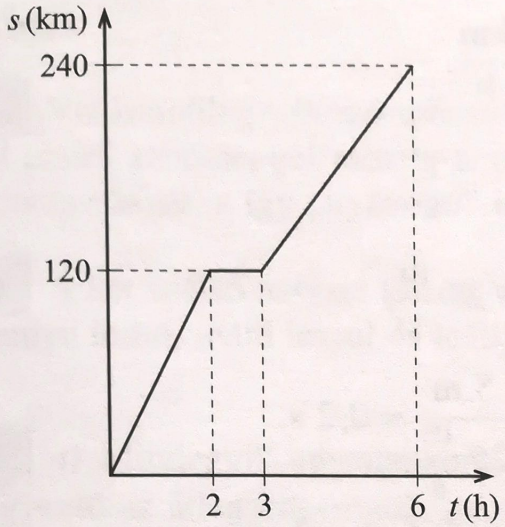
$$v = \frac{s_{\text{ö}}}{t_{\text{ö}}} = \frac{22 \text{ km}}{8 \text{ h}} = 2{,}75\ \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

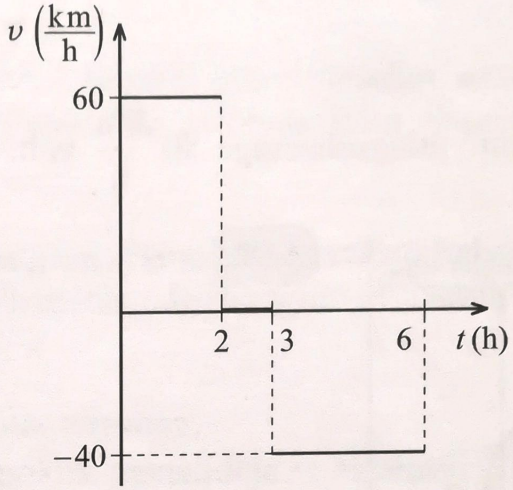
A csoport átlagsebessége $2{,}75\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

b) 8–10 óra között volt a legnagyobb a csoport sebessége.

$v_1 = \frac{s_1}{t_1} = 5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$. A csoport legnagyobb sebessége $5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ volt.

142. $v = \frac{s_ö}{t_ö} = \frac{240\text{ km}}{6\text{ h}} = 40\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a teljes útra vett átlagsebesség.





143. $s_1 = 560$ km, $t_1 = 6$ h, $t_2 = 3$ h, $s_2 = v_2 \cdot t_2 = 210$ km, $s_ö = s_1 + s_2 = 770$ km, $t_ö = t_1 + t_2 = 9$ h, $v = \frac{s_ö}{t_ö} = 85{,}\dot{5}\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 85{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Tehát a busznak indulástól hazáig az átlagsebessége $85{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ volt.

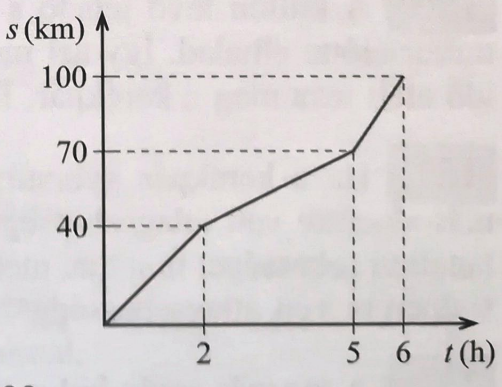
144. *a)* $\Delta s = 110$ cm $= 1{,}1$ m, $\Delta t = 0{,}2$ s,

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1{,}1\text{ m}}{0{,}2\text{ s}} = 5{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5{,}5 \cdot 3{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 19{,}8\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 20\ \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

A robogó pillanatnyi sebessége $5{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ volt.

b) A sebességmérő órája $20\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$-t mutathatott.

145. Az ábra alapján az első 2 órában 40 km, a következő 3 órában 30 km, végül az utolsó órában 30 km utat tett meg a test. Így a helyes út-idő grafikon a mozgásról a következő:



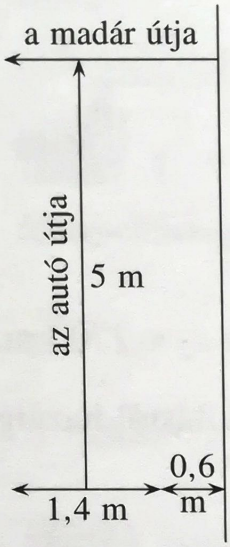
146. *a)* A térképen a Szigetvár–Szentlőrinc út nagyjából egyenes, és 10 mm hosszú, valamint 15 km van hozzá írva. Pécs–Kaposvár távolsága légvonalban 33 mm-nek adódik.

Ezek alapján $\frac{\Delta r}{15\text{ km}} = \frac{33\text{ mm}}{10\text{ mm}} \rightarrow \Delta r = 15\text{ km} \cdot \frac{33}{10} = 49{,}5\text{ km} \approx 50\text{ km}$ volt az autó elmozdulása.

b) $s_ö = 72$ km, $t_ö = 54$ min $= \frac{54}{60}$ h $= 0{,}9$ h,

$$v = \frac{s_ö}{t_ö} = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Az autó átlagsebessége $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ volt.



147. $s = 5$ m, $v = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$$t = \frac{s}{v} = \frac{5 \text{ m}}{25 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0{,}2 \text{ s},$$

$$s_2 = 1{,}4 \text{ m} + 0{,}6 \text{ m} = 2 \text{ m},$$

$$v_2 = \frac{s_2}{t} = \frac{2 \text{ m}}{0{,}2 \text{ s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A madár sebessége $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ lehetett.

148. $s_ö = 1687$ km, $v = 6{,}34 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $t_ö = \frac{s_ö}{v} = 266{,}088$ h $= 11$ nap 2 h 5,3 min $\approx$ ≈ 11 nap 2 h 5 min.
Tehát a rekord menetidő 11 nap 2 óra 5 perc volt.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

149. Az autó sebességmérő órája a pillanatnyi sebességet mutatja.

150. A küllőn lévő jeladó a villára szerelt érzékelőnek ad jelet fordulatonként, mikor előtte elhalad. Így azt méri, hogy a kerék kerületével egyező utakat mennyi idő alatt tesz meg a kerékpár. Ebből számítja ki a sebességet.

151. Ha a kerékpár gyorsulva vagy lassulva halad, akkor a komputer néhány másodpercre vett átlagsebességet, ha a kerékpár egyenletesen mozog, akkor a pillanatnyi sebességet mutatja, mely ilyenkor természetesen megegyezik a néhány másodpercre vett átlagsebességgel.

152. A mozgás során hol a sebesség nagysága változik, hol az iránya, hol mindkettő.

153. A ruha nem mozog egyenletesen, mert amikor a tű a ruhába beleszúr, akkor minden alkalommal megáll.

154. Változó mozgást végez a fej, mert a sorok elején és a végén leáll egy pillanatra. Ezen túl a sorok írása közben is változó a fej sebessége az írandó szövegtől függően.

155. Valószínűleg változó sebességgel, illetve a felvétel közvetítésekor alkalmazottól eltérő sebességgel mozog a szalag a fej előtt. Ez befolyásolja a visszaadott hang magasságát, s így „nyávogó" lesz.

156. A két szélső helyzet között változó mozgást végez, hiszen szélső helyzettől gyorsulva indul, majd lassul és leáll, ezután ellentétes irányba gyorsul, lassul, leáll stb.

157. *a)* Mindegyik ugyanakkora, 150 km utat tett meg.
b) Egyenlő az átlagsebességük, mivel mindegyikük menetideje is egyenlő, 2 óra.
c) A IV. jármű mozgott végig egyenletesen.
d) Az I. jármű állt le a mozgása során (kétszer is).

158. Akkor lesz 3 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ a traktor átlagsebessége, ha fele ideig 2 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ és fele ideig 4 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel megy, mert: $v = \frac{s_{ö}}{t_{ö}} = \frac{v_1 t + v_2 t}{2t} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{2+4}{2} = 3 \left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$.

159. *a)* Bizonyára az átlagsebesség alapján készültek a grafikonok.
b) A robogó 1 óra, a traktor 2 óra alatt tett meg 30 km utat.
c) A robogó átlagsebessége 30 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ volt, hiszen a grafikon alapján 1 óra alatt 30 km utat tett meg.
d) A traktor tette meg fél óra alatt a legrövidebb utat az ábra alapján.

160. Igen, a kerekeinek legfelső pontja.

161. Igen, a kerekeinek az úttesttel érintkező része.

162. Eltérnek mozgásukban:
– a második diák mozgása változó, az elsőé egyenletes,
sebességükben:
– az első sebessége végig nagyobb a második diákénál,
– az első diák átlagsebessége is nagyobb a másodikénál,
mozgásidejükben:
– az első diák rövidebb ideig mozgott.
Egyezik a mozgásukban, hogy mindketten ugyanakkora utat tettek meg, és ugyanakkora volt az elmozdulásuk is.

163. Egyezik a mozgásukban:
– hogy mindketten ugyanakkora utat tettek meg,
– hogy mindketten ugyanannyi ideig mozogtak,
– hogy mindkettőjük átlagsebessége ugyanakkora,
– hogy mindkét diák mozgása változó.
Eltér a mozgásukban:
– hogy a második diák mozgásiránya megváltozott az útja során,
– hogy a diákok elmozdulása nem egyenlő, a 2. elmozdulása nulla,
– hogy a sebességük végig egymástól különböző.

Egyenletesen változó mozgás

Tesztfeladatok

164. A helytelen válasz: B) Másodpercenként egyenlő mértékben nő az általa megtett út.

165. A) I. grafikonnál áll a test, mert a mozgás grafikonja az időtengelyen van, így végig nulla a sebesség.
B) III. grafikonnál mozog egyenletesen a test, mert a mozgás grafikonja az időtengellyel párhuzamos egyenes, és így végig 4 $\frac{m}{s}$ a sebesség.
C) IV. grafikon készült egyenletesen gyorsulva elinduló testről, hiszen e mozgás sebesség-idő grafikonjánál az eltelt idővel arányosan nő a sebesség.
D) II. grafikon készült egyenletesen lassuló testről, hiszen e mozgás sebesség-idő grafikonjánál az eltelt idővel arányosan csökken a sebesség, míg végül nulla lesz.

166. Jó IV. út-idő grafikon a helyes, amely a sebesség-idő grafikonnak megfelelő.

167. A C) válasz a helyes, tehát az autónak 1 másodperc alatt 3 $\frac{m}{s}$-mal nő a sebessége.

168. Csak a B) válasz helytelen.

169. A C) válasz a hibás.

170. A C) válasz a helyes, 1 másodperc múlva 12 $\frac{m}{s}$ a gokart sebessége.

171. Az A) a helyes válasz, mely szerint az egyenletesen gyorsuló mozgás sebesség-idő grafikonja az időtengellyel szöget bezáró egyenes, mert a sebesség lineárisan változik az idővel.

172. A D) a helyes válasz, így az egyenletesen gyorsuló mozgás út-idő grafikonja paraboladarab, mert a megtett út az idő négyzetével arányos.

173. D) $s = \frac{at^2}{2}$, mert az út az idő négyzetével arányos.

174. D) $a = \frac{v}{t}$ a gyorsulás definíciója szerint.

175. C) 0,25 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ a gyorsulás, mert másodpercenként $\frac{15}{60}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$-mal nő a sebessége.

176. A D) esetben nagyobb a 2. test gyorsulása, azaz ha $\Delta v_1 = \Delta v_2$ és $t_1 > t_2$. Ugyanis a 2. testnél rövidebb idő alatt következik be ugyanakkora sebességváltozás.

177. A C) esetben. Az $s = vt$ képlet nem használható gyorsuló mozgásnál, mert ezzel a képlettel az egyenletes mozgásnál számíthatjuk ki az utat.

178. A D) esetben, az egyenletesen gyorsuló mozgásnál, ha nulla a kezdősebesség.

179. D) A nyílvessző kilövése íjjal nem egyenletesen változó mozgás, hiszen a kilövés kezdetén, az erősebben meghajlított íj jobban gyorsítja a nyílvesszőt.

180. A B), azaz a II. esetben, amikor a kezdőértékek nullák, ekkor áll fenn, hogy a $\Delta v = v - v_0 = v - 0 = v$ és a $\Delta t = t - t_0 = t - 0 = t$. Így az $a = \frac{v}{t}$ képlet használható.

181. Helyes a B) válasz, amely szerint a II. és a IV. grafikon készült szakaszonként egyenletesen változó mozgásról.

182. D) Egyenletesen kanyarodó villamosnál csak a sebesség iránya változik.

183. B) Az első szakaszban mozog egyenletesen gyorsulva a kerékpáros, mert ott nő a sebesség az idővel egyenes arányban.

184. D) A 2. golyónak nagyobb az átlagsebessége, de a pillanatnyi sebességük egyenlő a célnál. A 2. golyónak a lejtőn végig nagyobb a sebessége az 1-nél, hiszen a 2. lefelé felgyorsul, míg az 1. felfelé lelassul ugyanarról a sebességről. A lejtő

aljától a 2. golyó a nagyobb sebességről lelassul, míg a felső golyó felgyorsul a kezdeti sebességre, de ez alatt is az alsó golyó sebessége mindig nagyobb. Így az alsó golyó ér előbb a célba a felső golyóval azonos sebességgel (mivel veszteség nincs a mozgás során), ezért a második golyó átlagsebessége a nagyobb.

185. A) A piros autónak volt rövidebb a fékútja, mert mozgása során rövidebb ideig ment nagyobb sebességgel, mint a kék autó.

186. Helytelen válasz: C) Mindegyik egyenletesen lassuló mozgás. A 2. grafikonon kívül a többi grafikon két különböző lassulást mutat, bár a lassulások különkülön egyenletesek.

187. B) A 2. autó mozgott végig egyenletesen lassulva, hiszen az idővel egyenes arányban csökkent a sebessége a leállásig.

188. D) A 4. autónak volt a leghosszabb fékútja, mivel a fékút számértékileg egyenlő a sebesség-idő grafikonja alatti területtel, így jól látható, hogy a 4. grafikon alatti terület a legnagyobb, itt leghosszabb a fékút. Jó megjegyezni, hogy biztonságosabb a fékezés, ha előbb erősebben, majd gyengébben fékezünk, mint fordítva.

189. D) Ahányszor nagyobb a gyorsulás, annyiszor rövidebb a menetidő a $v = at$ képlet szerint.

190. C) A sebesség négyzetével egyenesen arányos a fékút. Tehát, ha a kerékpárral 10 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ helyett 30 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel száguldunk, akkor a fékút 9-szeres lesz!

($s = \frac{vt}{2}$; $t = \frac{v}{a} \rightarrow s = \frac{v^2}{2a}$)

191. A) A sebességgel egyenesen arányos a fékezési idő a $t = \frac{v}{a}$ képlet szerint.

192. A) Egyenes arányosság van a gyorsulás és a végsebesség között azonos gyorsítási időnél. Ez az $a = \frac{v}{t}$ képlet alapján is belátható.

193. B) A lejtő tetejétől 2,25 m-re volt a labda sebessége feleakkora, mint a 9 m hosszú lejtő alján. ($s = \frac{vt}{2}$; $t = \frac{v}{a} \rightarrow s = \frac{v^2}{2a} \rightarrow v = \sqrt{2as} \rightarrow \frac{v}{2} = \frac{\sqrt{2as}}{2}$, $\frac{v}{2} = \sqrt{2a\frac{s}{4}}$)

Másképp: fele sebesség eléréséhez fele idő kell, hiszen az idővel egyenesen arányos a pillanatnyi sebesség az egyenletes gyorsulásnál. Fele idő alatt negyedannyi utat

tesz meg az egyenletesen gyorsuló test a négyzetes úttörvény alapján. Így tehát fele sebességre negyedakkora úton gyorsul fel a labda.

194. $\alpha = 30°$, $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $t = 3$ s.

C) $15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ lett a golyó sebessége 3 s alatt, mert $a = g \sin\alpha = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, és $v = at = 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Számításos feladatok

195. $\Delta t = 6$ s, $\Delta v = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. A roller gyorsulása $0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ volt.

196. $\Delta t = 5$ s, mert $t_0 = 0$, $v_0 = 0$, $v = 90\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$\Delta v = v - v_0 = v - 0 = v = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{t} = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. A sportautó gyorsulása $5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

197. $s = 4{,}5$ m, $t = 3$ s, $s = \frac{at^2}{2} \rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. A lecsúszó hó gyorsulása $1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ volt.

198. *a)* $s = v_1 t_1 + (v_1 + v_2)\frac{\Delta t}{2} = 14$ m. A kerékpáros 4 s alatt 14 métert tett meg.

b) A grafikonról leolvasva a kerékpáros sebessége a 3. másodperc végén $4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ volt.

c) $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\left(5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{2\text{ s}} = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. A kerékpáros gyorsulása $1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ volt a 3. és 4. másodpercben. Természetesen az első 2 másodpercben a gyorsulása zérus volt.

199. *a)* Egyenletesen gyorsulva gurult le a labda.

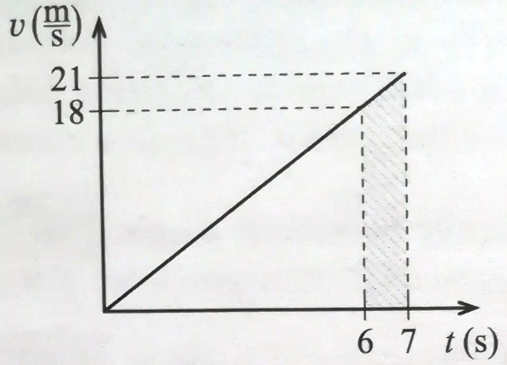
b) A lejtő hossza megegyezik a megtett úttal, ez a grafikonról leolvasva 2,5 méter.

c) $t = 5$ s, $s = 2{,}5$ m. $s = \frac{at^2}{2} \rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = 0{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ a labda gyorsulása.

200. A hetedik másodpercben megtett utat megkapjuk, ha a 7 másodperc alatt megtett útból kivonjuk a 6 másodperc alatt megtett utat:

$s_7 = \frac{at^2}{2} = 73{,}5$ m, $s_6 = 54$ m, $s_7 - s_6 = 73{,}5$ m $- 54$ m $= 19{,}5$ m.

A szikla a hetedik másodpercben 19,5 métert tett meg.

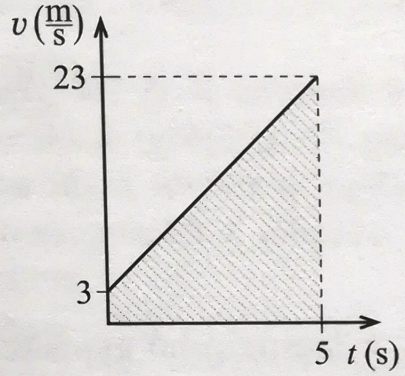


Grafikus megoldás:
A grafikon alatti bevonalkázott terület – amely egy trapéz – számértékileg egyenlő a megtett úttal: $\Delta t = 1$ s, $v_6 = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_7 = 21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$s = (v_6 + v_7) \cdot \frac{\Delta t}{2} = 19{,}5$ m a szikla által megtett út.

201. $s = 30$ m, $t = 10$ s.

$s = \frac{at^2}{2} \rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = 0{,}6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. A szánkó gyorsulása $0{,}6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ volt.

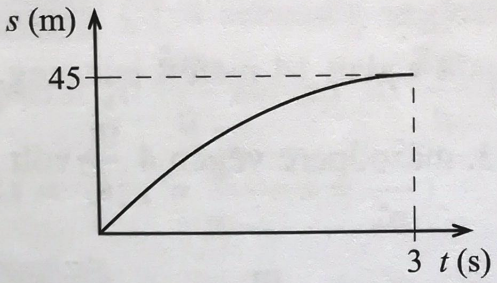


202. $v_0 = 10{,}8 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t = 5$ s, $a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

$v = v_0 + a \cdot t = 23 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ lett a robogó sebessége,

és $s = v_0 t + \frac{at^2}{2} = 65$ m utat tett meg gyorsítás közben.

A robogó sebesség-idő grafikonja az ábrán látható.



203. $v_0 = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 0$, $t = 3$ s,

$\Delta v = 0 - 30 = -30 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$.

$a = \frac{\Delta v}{t} = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, a lassulásunk így $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ volt.

A tesztautó fékútja: $s = v_0 t + \frac{at^2}{2} = 45$ m. A fékezés út-idő grafikonja az ábrán látható.

204. *a)* $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 0$, $s = 50$ m.

$s = v_0 \frac{t}{2} \rightarrow t = \frac{2s}{v_0} = 5$ s alatt állt le a motoros.

b) $\Delta v = v - v_0 = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $a = \frac{\Delta v}{t} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, így a motoros lassulása $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ volt.

c) Úgy lehetséges leállni rövidebb fékúttal, ha előbb erősebben fékezünk, azaz jobban lassulunk, majd gyengébben fékezünk, azaz kevésbé lassulunk. Így biztonságosabb is a fékezésünk!

205. A feladat megoldásához szükséges grafikonról leolvasható adatok:

$v_0 = 0$, $v_1 = 18\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

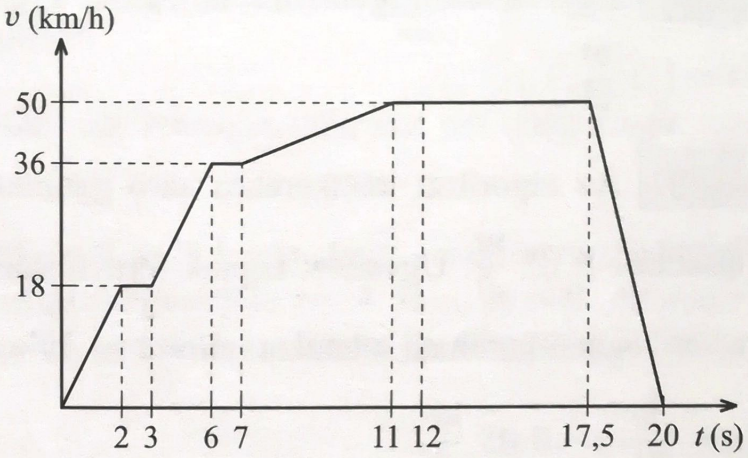
$v_2 = 36\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$v_{3,4} = 50\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 13{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_5 = 0$,

$\Delta v_1 = v_1 = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\Delta v_2 = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$\Delta v_3 = 3{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\Delta v_4 = 0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$\Delta v_5 = -13{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$,



$\Delta t_1 = t_1 = 2$ s, $\Delta t_2 = 3$ s,

$\Delta t_3 = 4$ s, $\Delta t_4 = 6{,}5$ s, $\Delta t_5 = 2{,}5$ s.

a) Első sebességfokozatban $a_1 = \frac{v_1}{t_1} = 2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, a második fokozatban $a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} =$ $= 1{,}\dot{6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 1{,}7\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, a harmadikban $a_3 = \frac{\Delta v_3}{\Delta t_3} = 0{,}975\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, a negyedikben $a_4 = 0\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ volt a gyorsulása.

b) Fékezéskor $a_5 = \frac{\Delta v_5}{\Delta t_5} = -5{,}56\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, így az autó lassulása $5{,}56\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ volt.

c) $t_\text{e} = 1\text{ s} + 1\text{ s} + 6{,}5\text{ s} = 8{,}5$ s. Egyenletesen 8,5 másodpercig ment az autó.

d) Egyenletes mozgással megtett út: $s_\text{e} = s_{\text{e}1} + s_{\text{e}2} + s_{\text{e}3} = 5\text{ m} + 10\text{ m} + 90{,}3\text{ m} =$ $= 105{,}3$ m. Gyorsítás és fékezés közben megtett út: $s_\text{a} = s_{\text{a}1} + s_{\text{a}2} + s_{\text{a}3} + s_{\text{a}5} = \frac{v_1 t_1}{2} +$ $+ \frac{(v_1 + v_2)\,\Delta t_2}{2} + \frac{(v_2 + v_3)\,\Delta t_3}{2} + \frac{(v_4 + v_5)\,\Delta t_5}{2} = 5\text{ m} + 22{,}5\text{ m} + 47{,}8\text{ m} + 17{,}4\text{ m} =$ $= 92{,}7$ m. A két villanyrendőr közötti távolság: $s_\text{ö} = s_\text{e} + s_\text{a} = 198$ m.

e) $v = \frac{s_\text{ö}}{t_\text{ö}} = \frac{198\text{ m}}{20\text{ s}} = 9{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 35{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ az autó átlagsebessége a két közlekedési lámpa között.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

206. Sebességének iránya változatlan, nagysága csökken az eltelt idővel egyenes arányban.

207. A vonatban hátrafelé, egyenletesen gyorsulva – a vonat gyorsulásával megegyező nagyságú, de ellentétes irányú gyorsulással – kell mozognia az utasnak, hogy az állomás épületéhez képest nyugalomban maradjon.

208. Egyenes vonalú egyenletesen lassuló mozgást végez a kiskocsi.

209. Egyenletesen gyorsuló mozgású a golyó. A golyó gyorsulása $1{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $a = 1{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

210. Az elgurított lendkerekes autó gyorsulása $a = -0{,}05\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, illetve az autó lassulása $0{,}05\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Ugyanezt kapjuk formálisan is, ha a gyorsulás képletébe beírjuk a szövegben található adatokat: $\Delta t = 1$ s, $\Delta v = -0{,}05\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -0{,}05\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

211. A kugligolyó $7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ kezdősebességgel rendelkezett, és másodpercenként $1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$-mal csökkent a sebessége, így $1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$-tel egyenletesen lassult. A sebessége a $v = v_0 + at$ szerint számolható ki, ahol $v_0 = 7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ és $a = -1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

212. Egyenletesen gyorsult, mert a négyzetes úttörvénynek megfelelő, azaz az idő négyzetével arányos utakat tett meg a kiskocsi. Tehát 2-szer, 3-szor, 4-szer annyi idő alatt 4-szer, 9-szer, 16-szor akkora utat tett meg a kiskocsi, mint az első másodpercben.

213. A labda 1 s alatt 10 cm utat; 2 s alatt 40 cm, azaz 4-szer annyi utat; 3 s alatt 90 cm, azaz 9-szeres utat; 4 s alatt 16-szor akkora, azaz 160 cm utat tesz meg. Így a megtett út az idő négyzetével arányos, ezért a labda egyenletesen gyorsuló mozgást végez.

214. Egyenletesen gyorsuló a trolibusz mozgása, mert 1, 2, 3, 4, 5 másodperc alatt 2, 8, 18, 32, 50 méter utat tett meg, azaz, 2-szer, 3-szor, 4-szer, 5-ször több idő alatt 4, 9, 16, 25-ször nagyobb utat tett meg, mint az első másodperc alatt.

215. Egyenletesen gyorsuló az autó mozgása, mert az idővel egyenes arányban nőtt a pillanatnyi sebesség nagysága.

216. Gyorsulásuk különböző volt. Amelyik több utat tett meg, annak volt nagyobb a gyorsulása.

217. A test mozgása a négyzetes úttörvénynek megfelelően az út első felében egyenletesen gyorsuló, a második felében pedig egyenletesen lassuló volt.

218. *a)* Az út első felében egyenletesen lassuló, majd egyenletesen gyorsuló mozgást végzett.
b) Ilyen mozgást végezhet, pl. egy lejtőre fel-, majd visszaguruló golyó, ha a súrlódásból adódó veszteség elhanyagolható.

219. A kezdősebességük különböző volt. Amelyik több utat tett meg, annak volt nagyobb a kezdősebessége.

220. Például egy mérés adatai: 80 cm hosszú lejtős sínről kezdősebesség nélkül legurított golyó mozgásidejét stopperrel megmérjük, $t = 4{,}31$ s, $v_0 = 0$. Az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló golyó gyorsulása a mért l és t-ből kiszámítható:
$l = \frac{a}{2}t^2 \rightarrow a = \frac{2l}{t^2} = 0{,}086 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

221. Egy konkrét mérésnél 42 cm hosszan gurult fel a golyó, és 3,4 s múlva ért vissza a lejtő aljára. A súrlódás elhanyagolható volt, ezért $2t = 3{,}4$ s $\rightarrow t = 1{,}7$ s, $l = 42$ cm $= 0{,}42$ m. A mért adatok alapján a golyó: $l = \frac{at^2}{2} \rightarrow a = \frac{2l}{t^2} = 0{,}29 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással gurult le, ezért felfelé $a = -0{,}29 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ volt a gyorsulása.
Amekkora sebességgel elgurítottuk, ugyanakkora sebességgel fog megérkezni a golyó.
Így $v_0 = at = 0{,}49 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, vagyis a golyót $0{,}49 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel gurítottuk neki a lejtőnek.

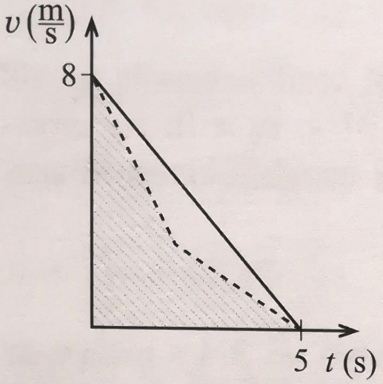
222. Például egy mérés: $t = 3$ s, $s = 50$ cm $= 0{,}5$ m,
$s = \frac{at^2}{2} \rightarrow a = \frac{2s}{t^2} \approx 0{,}1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.
Ebben az esetben a ceruza gyorsulása $0{,}1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

223. Megmértük, hogy meddig jut fel a golyó, valamint a mozgás idejét: $s = 0{,}8$ m, $t = 3{,}38$ s, $v = 0$, $s = \frac{(v_0 + v)t}{2} = \frac{v_0 t}{2} \rightarrow v_0 = \frac{2s}{t} = 0{,}47 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. A kezdősebesség $0{,}47 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. A sebességváltozás $\Delta v = v - v_0 = -0{,}47 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, így a golyó gyorsulása $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{(v - v_0)}{t} = -0{,}14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. A golyó lassulása $0{,}14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

224. A $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ kezdősebességgel elgurított kiskocsi, egyenletesen gyorsuló mozgást végzett, melynél a gyorsulás értéke $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ volt.

225. A sebesség négyzetével arányosan nő a fékút. Így kétszeres, háromszoros sebességnél a fékút négyszeres, kilencszeres lesz.

Képletekkel: $s_1 = \frac{v^2}{2a}$ és $s_2 = \frac{(2v)^2}{2a} = 4\frac{v^2}{2a} = 4s_1$. Tehát kétszeres sebességnél négyszeres lett (azaz négyzetesen nőtt) a fékút.



226. A sebesség-idő grafikonon a „görbe" alatti terület számértékileg egyenlő a megtett úttal. A szaggatott vonallal ábrázolt fékezésnél e terület, azaz a fékút kisebb. A rajzból jól látható, hogy akkor kevesebb a fékút, ha először nagyobb, aztán kisebb a lassulás az $1{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ lassulásnál.

227. A golyók egyenlő nagyságú v sebességgel egyszerre érnek a lejtős részekig. A lejtős részeken a második golyónak végig nagyobb a sebessége – mivel v-ről előbb felgyorsul, utána lelassul az eredeti sebességre, míg az első előbb lelassul, utána gyorsul fel a kezdeti sebességre. A lejtős részek végétől ismét azonos sebességgel gurulnak golyók, de a dombon átguruló lemaradva a völgyön átguruló második golyóhoz képest. Így a második golyó ér be előbb a pálya végére.

Szabadesés, hajítások

Tesztfeladatok

228. C) Bernoulli svájci fizikustól származik a nehézségi gyorsulás g-vel való jelölése.

229. D) Az elejtett kulcs végez szabadesést, mert kezdősebesség nélkül esik. (A közegellenállás természetesen elhanyagolható.)

230. Az A) válasz hamis, amely szerint a szabadon eső test mozgása egyenes vonalú egyenletes mozgás. A többi válaszba tartalmilag belefér a szabadon eső test mozgása.

231. C) A tollpihe g gyorsulással esik, mert a vákuumcsőben nincs levegő, és így nincs közegellenállás sem. Így minden belehelyezett test szabadon esik benne g gyorsulással.

232. B) $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ a g kerekített értéke, mert g számértéke 9,79 és 9,83 közötti érték lehet a Földön, és ez egészekre kerekítve 10.

233. B) A szabadon eső test 5 métert tesz meg az első másodpercben, mert ha $t = 1$ s és $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, akkor $h = \frac{g}{2}t^2 = 5$ m.

234. B) $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel ér földet a kavics 20 méter magasból leejtve, mert $v = gt$, és $h = \frac{gt^2}{2}$-ből $v = \sqrt{2gh} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

235. $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ és $h = 15$ m.

A B) válasz a helyes, amely szerint $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ a pillanatnyi sebesség földet éréskor, mert

$h = \frac{v_0 + v}{2} \Delta t$ és $v = v_0 + g \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{v - v_0}{g}$, így $h = \frac{v_0 + v}{2} \cdot \frac{v - v_0}{g} \rightarrow 2gh =$

$= v^2 - v_0^2 \rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

236. A D). Ahányszor nagyobb a magasság, annak gyökével arányos a végsebesség, amely a $v = \sqrt{2gh}$ képletből jól látható. Pl.: Ha a h magasság négyszeres, akkor annak gyöke kétszeres, és így a v sebesség is kétszeres.

237. C) 31,25 m magasra repül a labda.

A labda kezdősebessége függőlegesen felfelé $v = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, és addig emelkedik, amíg a sebessége zérus nem lesz. E mozgásnál használható a $v = \sqrt{2gh}$ képlet $\rightarrow v^2 =$

$= 2gh \rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = 31{,}5$ m a labda repülési magassága.

238. B) 0,8 másodpercig volt a levegőben a kutya. A kutya mozgásideje ugyanannyi volt felfelé, mint lefelé. A mozgást leíró $h = \frac{g}{2}t^2$ képletből $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0{,}4$ s.

A teljes levegőben tartózkodás ideje így ennek kétszerese: 0,8 s.

239. B) $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel pattant fel a bogár, amely eredményt a mozgást leíró képletbe való behelyettesítéssel kaphatjuk meg: $v = \sqrt{2gh} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

240. B) 1,8 m magasra ugrott a magasugró. Az emelkedés és a leesés ideje is a teljes levegőben tartózkodási időnek a fele $t = \frac{1{,}2\ \text{s}}{2} = 0{,}6\ \text{s}$. Ennyi idő alatt a $h = \frac{g}{2}t^2$ képlet szerint 1,8 méter magasból esik le egy test.

241. D) Ugyanannyi idő alatt esik le a kulcs mindegyik esetben, mert a kulcs mozgásához hozzáadódik a lift sebessége is. Így a lefelé mozgó liftben $h = \frac{g}{2}t^2 + vt$, azaz vt-vel több utat tesz meg a táska, de a lift is éppen vt úttal került lejjebb, míg a felfelé mozgó liftben $h = \frac{g}{2}t^2 - vt$, azaz vt-vel kevesebb utat tesz meg a táska, viszont a lift éppen vt-vel került feljebb, így az esési idő ugyanaz maradt mindkét esetben.

242. B) A lift lefelé indulásakor nő meg az elejtett táska esési ideje, mert a táska mozgásához nem adódik hozzá a lefelé gyorsuló lift sebessége. Így a táska esése alatt lejjebb került lift padlóját később éri el a leeső táska.

243. C) Az elejtett ceruza gyorsulása $0\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, sőt a sebessége is $0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ a szabadon zuhanó repülőgéphez képest, azaz a repülőgépben ott marad a ceruza, ahol elejtettük, hiszen a ceruzával együtt szabadon zuhan a repülő is, g gyorsulással.

244. A B) válasz a helyes. Ha az űrhajós véletlenül ellöki magát az űrhajótól, akkor eltávolodik tőle, és nem tud visszajutni.
Az űrhajós addig együtt mozog az űrhajóval rögzítés nélkül is, amíg el nem rugaszkodik tőle, majd ettől kezdve egyenes vonalú egyenletes mozgással távolodni fog az űrhajótól. Ezért kell az űrhajósokat biztosítókötéllel rögzíteni az űrhajóhoz.

245. C) a helyes válasz. A függőleges mozgást nem befolyásolja a kocsi vízszintes mozgása.
A C) megoldás nem alkalmas a vonat mozgásának eldöntésére, azaz ha leejtünk egy labdát, és mérjük a visszapattanás magasságát, mert a visszapattanás magasságát nem befolyásolja a vonat vízszintes mozgása. Adott magasságból való visszapattanás magassága csak a rugalmasságtól függ.

246. A B) válasz a helyes, amely szerint az egyenletesen haladó vonatban függőlegesen feldobott labda éppen a kezünkbe esik, ugyanis a labda vízszintes irányban velünk együtt mozog.

247. C) a helyes válasz, azaz a labda mögénk fog esni, mert a vonat sebessége nő, amíg a labda a levegőben van, így a vonat nagyobb utat tesz meg, mint a labda.

Számításos feladatok

248. Az esés ideje a teljes repülési idő fele, vagyis $t = 3{,}5$ s.

$v = gt = 35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Kitöréskor a láva 35 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ kezdősebességgel repült föl.

$h = \frac{gt^2}{2} = 61{,}25$ m. A kilövellés 61,25 méter magas volt.

249. $v = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Az emelkedés ideje: $t = \frac{v}{g} = 3$ s. Ugyanennyi idő alatt esik vissza a labda, azaz

$h = \frac{gt^2}{2} = 45$ m, vagy a két képletből egy lépésben számolva: $h = \frac{v^2}{2g} = 45$ m.

A teniszlabda 45 méter magasra repült.

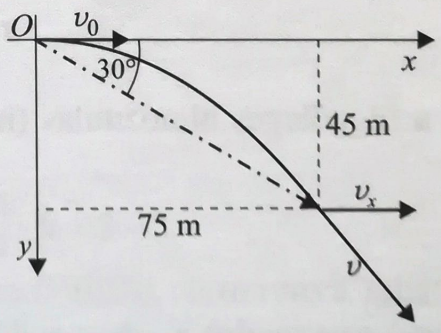
250. $v_0 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t = 1{,}5$ s.

$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2} = 33{,}75$ m. A kavicsot 33,75 méter magasról dobták le.

251. $v_0 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t = 1{,}2$ s.

$v = v_0 + gt = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. A labda 24 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel ért földet.

252. **Adatok:** $v_{0x} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_{0y} = 0$, $t = 3$ s. $x = ?$ $y = ?$



A vízszintesen elhajított test mozgásának vízszintes és függőleges mozgásokra való bontása megkönnyíti a feladat megoldását. A test helyét megadhatjuk egy ügyesen felvett koordináta-rendszerben elfoglalt helyének megadásával, vagyis x és y koordinátájának meghatározásával.

A test sebességének vízszintes komponense állandó, függőleges komponense pedig szabadesésnek megfelelő, egyenletesen gyorsuló. Ezért a test két koordinátája olyan koordináta-rendszerben, amelynek egyik tengelye a kezdősebesség irányába esik, másik tengelye pedig függőleges:

$$x = v_x t = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3 \text{ s} = 75 \text{ m},$$

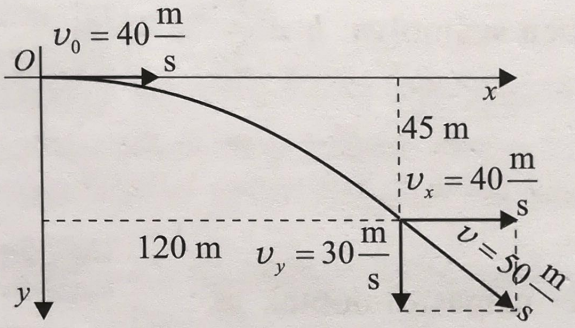
$$y = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 9 \text{ s}^2 = 45 \text{ m}.$$

A választ még a következőképpen is megadhatjuk: megmondjuk, hogy milyen távolra került a test az eldobás helyétől, vagyis mekkora az elmozdulásvektor nagysága:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{75^2\ \text{m}^2 + 45^2\ \text{m}^2} = 87{,}46\ \text{m}.$$

Ha az x és y koordinátákat felmérjük (alkalmasan választott hosszúságegységekben), lemérhetjük azt az irányszöget, amelyet az elmozdulásvektor pl. a vízszintessel bezár. Ezt szögmérő használatával könnyen megtehetjük. A vízszintessel bezárt irányszögre kb. $\varphi = 30°$-os szöget kapunk. Ekkor azt is megadtuk, hogy milyen irányban, milyen messzire kell lennie a testnek az eldobás helyétől 3 s múlva.

253. Adatok: $t = 3$ s, $v = 50\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. $x = ?$ $y = ?$ $v_0 = ?$



Először meghatározzuk a kezdősebességet. A függőleges vetület mozgása szabadesés, tehát a 3 s múlva felvett pillanatnyi sebessége:

$$v_y = gt = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3\ \text{s} = 30\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A megadott sebesség a keresett vízszintes és a most kiszámított függőleges összetevőből adódik, tehát Pitagorasz tételét „visszafelé” alkalmazva a kezdősebességre a következőt kapjuk:

$$v_0 = \sqrt{v^2 - v_y^2} = \sqrt{2500 - 900}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 40\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Ezzel a vízszintes elmozdulás (helykoordináta):

$$x = v_0 t = 40\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3\ \text{s} = 120\ \text{m},$$

a függőleges elmozdulás (helykoordináta):

$$y = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 9\ \text{s}^2 = 45\ \text{m}$$

vagy

$$y = \frac{v_y}{2} \cdot t = \frac{30}{2}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3\ \text{s} = 45\ \text{m}.$$

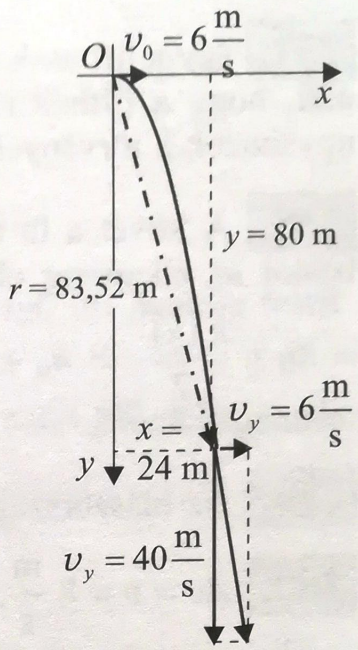
254. Adatok: $v_0 = v_x = 6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t = 4\ \text{s}$, $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. $r = ?$

Az elmozdulásvektor nagysága két koordinátájának négyzetösszegéből vont négyzetgyökkel egyenlő. Az egyik koordináta az egyenletes mozgás úttörvénye szerint, a másik a szabadesés úttörvénye szerint változik, tehát

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(v_0 t)^2 + \left(\frac{1}{2} g t^2\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(6\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4\ \text{s}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 16\ \text{s}^2\right)^2} =$$

$$= \sqrt{24^2 + 80^2}\ \text{m} = 83{,}52\ \text{m}.$$

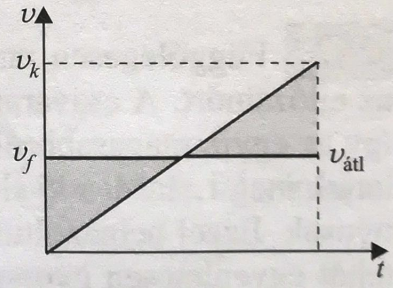


A sebesség- és elmozdulásviszonyokat az ábra mutatja.

255. Adatok: $v_f = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_{0k} = 0$, $v_k = ?$ $h = ?$

Amint az ábrából látszik, az átlagsebesség értelmezése alapján kimondhatjuk, hogy a felvonó sebessége a kő átlagsebességével egyenlő, vagyis – egyenletesen gyorsuló mozgás esetén – a kezdő- és végsebességének számtani közepe:

$$\frac{0 + v_k}{2} = v_f \rightarrow v_k = 2v_f = 2 \cdot 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



Ezután az esés magassága:

$$h = \frac{v_k^2}{2g} = \frac{36\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1{,}8\ \text{m}.$$

256. Adatok: $v_{\text{lift}} = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $h = 1\ \text{m}$, $a = g = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. $t = ?$

A lift egyenes vonalú egyenletes haladó mozgást végez a Földhöz viszonyítva, tehát a Galilei-féle relativitási elv szerint inerciarendszer. Ekkor pedig a folyamatot úgy írhatjuk le, mintha a Földön ejtenénk le a kulcsot! A kulcs tehát

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1\ \text{m}}{9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} \approx 0{,}45\ \text{s}$$

idő alatt esik a lift padlójára.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

257. Így a lift csak egyenes vonalú egyenletes mozgást végezhet. A kísérlet arra utal, hogy a lifthez rögzített rendszer is inerciarendszer, vagyis a mozgására is ugyanazok a törvények, összefüggések érvényesek, mint a nyugvó rendszerre.

258. A követ a fa tetejével azonos magasságig dobjuk fel, és mérjük az eldobástól az elkapásig eltelt időt. Fel-le ugyanannyi ideig repül a kavics, így $h = h_0 + \frac{g\left(\frac{t}{2}\right)^2}{2} = h_0 + \frac{gt^2}{8}$ a fa magassága, ahol h_0 a dobási magasság, ez kb. a testmagasságunk.

259. Az olaszországi Pisa városában.

260. $\Delta v = v = 8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

$t = \frac{v}{g} = 0{,}8$ s. A labda 0,8 másodpercig esett.

261. $t = 1{,}1$ s, $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

$h = \frac{gt^2}{2} = 6{,}05$ m. Az erkély 6,05 méter magasan van.

262. Függőlegesen tartva úgy, hogy az alja épp leérjen a padlóra, engedjük el az ejtőzsinórt. A csavaranyák padlóra koppanásait egyenlő időközönként észleljük, így az egyre magasabbról eső csavaranyák egyre nagyobb, 20, 80, 180 cm-es utakat tettek meg t, $2t$, $3t$ idő alatt. A megtett utak (s, $4s$, $9s$) az eltelt idő négyzetével arányosak. Ezzel beigazoltuk, hogy a szabadesés eleget tesz a négyzetes úttörvénynek, tehát egyenletesen gyorsuló mozgás.

263. *a)* Az első másodpercben egyenletesen lassult, majd a következőben egyenletesen gyorsult a négyzetes úttörvénynek megfelelően.
b) Például ilyen egy függőlegesen 5 méter magasra feldobott és a kiindulási helyére visszahulló labda mozgása.

264. Függőlegesen tartott, a padlóra épp leérő végű ejtőzsinórt elengedve egyre rövidebb időközökben halljuk a koppanásokat. A jelenség magyarázata az, hogy a csavaranyák az egyenlő távolságokat egyre nagyobb sebességgel teszik meg, így egyre rövidebb idő alatt érnek le a padlóra. Ezért nem lehetett egyenletes mozgás a szabadesés.

265. Ugyanannyi ideig repült fölfelé, mint lefelé. Így fölfelé a teljes idő feléig, azaz 2 másodpercig repült a labda.

266. A repülési idő $t = 0{,}8$ s. Az emelkedési idő és az esési idő egyenlő, ezért $t_{em} = \frac{t}{2} = 0{,}4$ s.

Így $h = \frac{g \cdot t_{em}^2}{2} = 0{,}8$ m. A játékbéka 0,8 m magasra repült.

267. $t = 0{,}5$ s, $v_0 = 1{,}2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$h = \frac{g \cdot t^2}{2} - v_0 \cdot t + v_0 \cdot t = \frac{g \cdot t^2}{2} = 1{,}25$ m. A kulcs a mozgó lift padlója felett 125 cm magasról esett le.

Másképpen: Az egyenletesen mozgó liftben ugyanakkora az esési idő, mint az állóban, ezért a $h = \frac{g \cdot t^2}{2}$ képlettel számolhatunk. Az ejtési magasságra 1,25 métert kapunk.

268. $g_H = 1{,}6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $g = 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $h_F = 1{,}8$ m.

$h = \frac{gt^2}{2}$ és $t = \frac{v}{g}$ összefüggésekből $v = \sqrt{2g \cdot h} = \sqrt{2g_H \cdot h_H}$, és innen $h_H = \frac{g \cdot h}{g_H} = 11{,}025$ m.

A Holdon 11,025 m magasról ugorhatnánk le, ami megfelel egy 10 emeletes ház 4. emelete magasságának.

269. $t_M = 2{,}7t$ és $v_M = v_F = v$.

$v = g \cdot t = g_M \cdot t_M$, $g_M = \frac{g \cdot t}{t_M} = \frac{g \cdot t}{2{,}7t} = \frac{g}{2{,}7} = 3{,}7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Így a Mars felszínén a szabadesés gyorsulása $3{,}7 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$.

270. Az erősebben koppanó dió nagyobb magasságból eshetett, és így nagyobb sebességgel ütődött a tetőhöz, mert a diók gyorsulva estek le. A lehulló dióknak nincs kezdősebességük, ezért zuhanásuk szabadesés, amely egyenletesen gyorsuló mozgás.

271. $g = 9{,}83 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$.

A Föld pólusain lehetséges, mert ott nagyobb a nehézségi gyorsulás értéke.

I.

1.2. NEWTON-TÖRVÉNYEK

Mozgásállapot-változás, erő

Tesztfeladatok

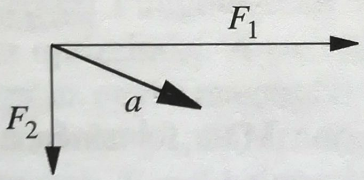
272. C) Magyarázat: Például a függőlegesen felhajított test sebességének iránya felfelé mutat, míg a rá ható erő (a nehézségi erő) iránya lefelé mutat.

273. B) Magyarázat: Amikor az ember ellöki a golyót, a hatás-ellenhatás törvénye értelmében az is meglöki őt.

274. B) Magyarázat: Az m_2 tömegű test nagyobb idő alatt gyorsul fel a másik testtel azonos sebességre, tehát kisebb a gyorsulása. Newton II. törvénye értelmében ugyanakkora erő nagyobb tömegű testet gyorsít kisebb mértékben.

275. B) Magyarázat: A test lassul, vagyis sebessége és gyorsulása ellentétes irányú.

276. B) Magyarázat: A testre ható erők eredőjének iránya megegyezik a gyorsulás irányával (Newton II. törvénye).



277. A) Magyarázat: A testre ható erők eredőjének iránya megegyezik a gyorsulás irányával (Newton II. törvénye).

278. C) Magyarázat: A test akkor is gyorsulhat, ha az A) és B) feltétel nem teljesül.

279. C) Magyarázat: A test gyorsulása csakis akkor lehet állandó, ha a rá ható erők eredője is az, vagyis nagysága is, iránya is állandó.

280. C) Magyarázat: Newton II. törvénye értelmében $F = ma$.

281. B) Magyarázat: Newton II. törvénye értelmében $F = ma$.

282. B) Magyarázat: Newton II. törvénye értelmében $F = ma$.

283. B) Magyarázat: A vasúti szerelvény minden kocsija ugyanakkora gyorsulással mozog. A kocsikat a kapcsok által kifejtett erő gyorsítja. Minden kapocs által kifejtett erőnek az összes, mögötte lévő kocsit gyorsítania kell. Ezért minél

nagyobb a mögötte lévő tömeg, annál nagyobb a gyorsítóerő (ugyanakkora gyorsulás esetén). Amekkora erőt fejt ki a kapocs a kocsira, ugyanakkora erővel hat a kocsi is a kapocsra.

284. A) Magyarázat: Mindegyik test ugyanakkora gyorsulással mozog. A testeket a fonalak által kifejtett erő gyorsítja. Minden fonál által kifejtett erőnek az összes, mögötte lévő testet gyorsítania kell. Ezért minél nagyobb a mögötte lévő tömeg, annál nagyobb a gyorsítóerő (ugyanakkora gyorsulás esetén). Így a legelső fonálban hat a legnagyobb erő, ezért ez szakad el először.

285. A) Magyarázat: A léggömb mozgása ugyanazon a jelenségen alapul, mint a rakétameghajtás. A léggömb nyitott szája azonban nem határozza meg a kiáramló levegő irányát és sebességét. A levegő kiáramlásának iránya és sebessége is változhat. Az impulzusmegmaradás minden pillanatban érvényes, a kiáramlás irányának és sebességének ingadozása azonban „csapongóvá" teszi a léggömb mozgását.

286. A) Magyarázat: A csónak-ember rendszer zárt, lendülete 0. Míg az ember mozog, a csónak sebessége akkora, hogy a rendszer lendülete továbbra is 0 marad a lendületmegmaradás törvénye értelmében. Ez akkor teljesül, ha $80\ \text{kg} \cdot 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 240\ \text{kg} \cdot v$.

287. B) Magyarázat: Az uszály a rajta lévőkkel együtt zárt rendszert alkot, amelynek lendülete 0. A gyereknek akkora sebességgel kell mozognia, hogy lendületének nagysága megegyezzen a felnőttével, mert így marad a rendszer lendülete továbbra is 0 (az uszály állva marad). Ez akkor teljesül, ha $80\ \text{kg} \cdot 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 40\ \text{kg} \cdot v$.

288. A) A vasúti kocsikból álló rendszer zártnak tekinthető, így lendülete állandó. Ütközés előtt a két mozgó vagon hordozza a rendszer összes lendületét, ütközés után ez oszlik meg a három vagon között. Mivel a rendszer tömege 1,5-szeresére nőtt (két vagon tömege helyett három vagon tömege mozog), az ütközés utáni sebesség kétharmada az ütközés előttinek.

Másképpen felírva: $2m \cdot v = 3m \cdot 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$v = 1{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

289. A) Magyarázat: A versenycsónak evezőlapátjaira, illetve a vontató hajócsavarjára ható, a víz által kifejtett külső erőt nem ellensúlyozzák más külső erők. Az álló hajóra csak a felhajtóerő és a nehézségi erő hat, amelyek eredője 0.

290. B) Magyarázat: Csak a B) esetben teljesül biztosan a lendületmegmaradás törvénye.

291. C) Magyarázat: A két test lendületváltozásának egyenlő nagyságúnak és ellentétes irányúnak kell lennie, hogy a rendszer lendülete az ütközés következtében ne változzon.

292. C) Magyarázat: A rakétát a belőle kiáramló hajtóanyag tartja mozgásban.

293. A) Magyarázat: A rendszer zárt, ha a tagjaira ható külső erők eredője 0. A fékező autó és a felszálló helikopter nem ilyen, hiszen külső erők nélkül nem tudna megállni, illetve felszállni.

294. B) Magyarázat: A lendületmegmaradás törvénye zárt rendszerekre igaz. Külső erők nélkül a motorcsónak nem tudna kanyarodni, a teniszjátékos sem tudna egy helyben maradni az ütés következtében.

295. Helyes válasz: B) Magyarázat: A lendületmegmaradás törvénye zárt rendszerekre igaz. Az ágyúra és a lövedékre hat a nehézségi erő és a talaj nyomóereje, eredőjük azonban 0. Az ágyúlövés pillanatszerű folyamat, s bár az ágyúcsőből és ágyúból álló rendszerre külső erők is hatnak, hatásuk a lövés időtartama alatt fellépő erőkhöz képest elhanyagolható.
Az A)-t azért nem választhatjuk, mert a felfüggesztett rugó és a rajta függő test nem alkot zárt rendszert. Hat rá a nehézségi erő és a rugó felfüggesztésénél ébredő erő.
A C)-t pedig azért nem választhatjuk, mert a Föld körül keringő űrhajó impulzusa a Föld vonzóereje hatására folyamatosan változik.

296. C) Magyarázat: A lendületmegmaradás törvénye zárt rendszerekre igaz. Az ütközés egyébként is pillanatszerű, így a külső erők hatása a folyamat során elhanyagolható, akkor is ha eredőjük nem nulla.
Az A) esetet nem választhatjuk, mert a kötél és a rajta felfelé mászó gyerek nem alkot zárt rendszert, és a mozgás sem pillanatszerű.
A B) esetet sem választhatjuk, mert az induló teherautó és a platóján elmozduló láda nem zárt rendszer, és a mozgás sem pillanatszerű.

297. A) Magyarázat: A két vagon zárt rendszernek tekinthető, ezért érvényes rájuk a lendületmegmaradás törvénye, vagyis a rendszer lendülete nem változik (a kocsiké külön-külön igen!). Ezért csak az A) ábra lehet helyes.

298. B) Magyarázat: Ha az eredő erő nem 0, de merőleges a sebességre, akkor csak a sebesség iránya változik, nagysága nem (egyenletes körmozgás), ezért az A) állítás nem igaz. A mozgás akkor sem egyenes vonalú, ha az eredő erő valamilyen 90°-tól különböző szöget zár be a sebességgel (pl. ferde hajítás), ezért a C) állítás sem igaz.

299. C) Magyarázat: Az ember a lifttel együtt gyorsul felfelé, ez $F = 70\ \text{kg} \cdot 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 140\ \text{N}$ felfelé mutató eredő erő hatására történik. Ez akkor jön létre, ha a padló a 700 N nehézségi erő ellensúlyozásán kívül még ekkora erővel, azaz összesen 840 N erővel nyomja az embert felfelé.

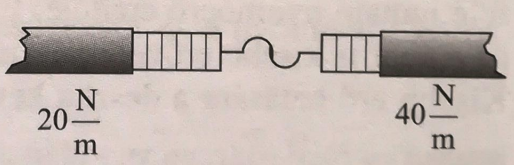
300. A) Magyarázat: A felfelé haladó lift sebessége csökken, azaz gyorsulása lefelé mutat. Vele együtt gyorsul lefelé az ember, ami $F = 70\ \text{kg} \cdot 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 140\ \text{N}$ lefelé mutató eredő erő hatására történik. Ez akkor jön létre, ha a 700 N nehézségi erő mellett a padló csak 560 N felfelé irányuló erőt fejt ki az emberre.

301. A) Magyarázat: Az ember a lifttel együtt gyorsul lefelé, ehhez $F = 70\ \text{kg} \cdot 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 140\ \text{N}$ lefelé mutató eredő erő szükséges. Ez akkor jön létre, ha a 700 N nehézségi erő mellett a padló csak 560 N felfelé irányuló erőt fejt ki az emberre.

302. C) Magyarázat: A lefelé haladó lift sebessége csökken, azaz gyorsulása felfelé mutat. Vele együtt gyorsul felfelé az ember, ami $F = 70\ \text{kg} \cdot 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 140\ \text{N}$ felfelé mutató eredő erő hatására történik. Ez akkor jön létre, ha a 700 N nehézségi erő mellett a padló 840 N felfelé irányuló erőt fejt ki az emberre.

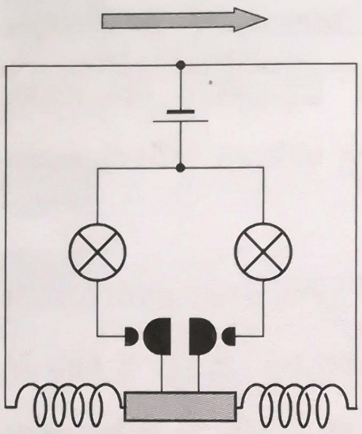
303. C) Magyarázat: Ugyanaz a rugó mindkét végén ugyanakkora erőt képes kifejteni, tehát mindegyik rugó 3 N erővel húzza a szomszédját, illetve a rögzítési pontot.

304. B) Magyarázat: Az egyik rugó ugyanakkora erővel húzza a másikat, mint a másik az egyiket (hatás-ellenhatás törvénye). Ezért, ha az erőmérők jól vannak kalibrálva, ugyanakkora erőt mutatnak.



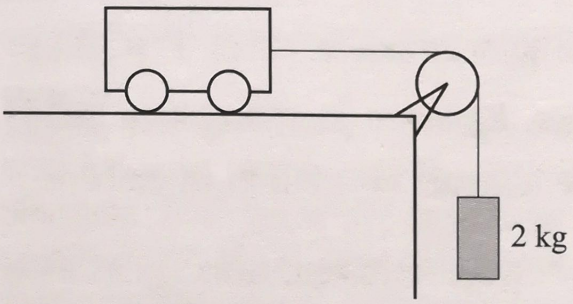
305. B) Magyarázat: A nehézségi erő függőleges, ezért nem okozhat vízszintes irányú sebességváltozást. A láda a Földön kívül csak a platóval van kölcsönhatásban, a nyomóerő szintén függőleges, ezért csak a vízszintes irányú súrlódási erő gyorsíthatja.

306. B) Magyarázat: Newton II. törvénye értelmében $F = 0{,}7\ \text{kg} \cdot 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1{,}4\ \text{N}$.



307. B) Magyarázat: Amikor a jármű fékez, sebessége csökken, míg a rugók közé kapcsolt érzékelő tehetetlensége folytán továbbra is az eredeti sebességgel mozog előre, így a jobb oldali érintkezőpár záródik, ezért a jobb oldali lámpa gyullad ki.

308. A) Magyarázat: Amikor a jármű gyorsít, sebessége nő, míg a rugók közé kapcsolt érzékelő tehetetlensége folytán lemarad, így a bal oldali érintkezőpár záródik, ezért a bal oldali lámpa gyullad ki.



309. A) Magyarázat: A jobb oldalon látható esetben a kötelet a ráakasztott test súlya feszíti. Mivel a test lefelé gyorsul, a kötélerő kisebb, mint a test nyugalmi súlya (20 N). Emiatt az asztalon lévő testet 20 N-nál kisebb erő gyorsítja, azaz gyorsulása kisebb, mint a bal oldali ábrán látható esetben.

310. B) Mindkét rendszerben a külső erők eredője a 2 kg-os testre ható nehézségi erő, tehát mindkét rendszert ez az erő gyorsítja. Így a nagyobb tömegűnek kisebb a gyorsulása, vagyis ez mozog lassabban.

311. C) Magyarázat: A kocsit a rugós erőmérő által jelzett erő gyorsítja, $a = \frac{F}{m}$.

312. A) Magyarázat: A hirtelen leguggoló ember tömegének nagy része lefelé gyorsul. A gyorsítóerő a lefelé mutató nehézségi erő és a deszka által kifejtett, felfelé mutató nyomóerő eredője. Ezért a nyomóerő kisebb, mint a nehézségi erő, így az ember is kisebb erővel nyomja a deszkát leguggolás közben, mint nyugalomban. Kisebb erő hatására a deszka kevésbé hajlik be.

313. A) Magyarázat: A lefelé gyorsuló liftben a rugóra függesztett test tehetetlensége folytán lemarad a lifthez képest, így a rugó kevésbé nyúlik meg.

314. C) Magyarázat: A lift lefelé fékez, vagyis fölfelé gyorsul. A rugóra függesztett test tehetetlensége folytán az eredeti sebességgel halad tovább lefelé a csökkenő sebességű liftben, ezért a rugó jobban megnyúlik.

315. C) Magyarázat: A felfelé gyorsuló liftben a rugóra függesztett test „igyekszik" eredeti mozgásállapotában, vagyis nyugalomban maradni, ezért lemarad a lifthez képest, így a rugó jobban megnyúlik.

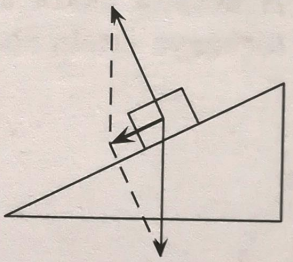
316. A) Magyarázat: A felfelé haladó, csökkenő sebességű liftben a rugóra függesztett test tehetetlensége folytán megőrzi eredeti sebességét, ezért nagyobb sebességgel megy fölfelé, mint a lift, így a rugó kevésbé nyúlik meg.

317. C) Magyarázat: A kidobott zsákot belső erő gyorsítja a sínekre merőlegesen. Így a sínautóra is a sínekre merőleges erő hat. Ezt a sínpálya minden pillanatban kiegyensúlyozza, tehát sem a sínekre merőlegesen, sem a sínek irányában semmilyen változás nem történik.

318. A) Magyarázat: A labda, amíg a kezünkben tartjuk, együtt mozog a vonattal. Amikor feldobjuk, megtartja ezt a vízszintes irányú sebességet, hiszen nincs olyan hatás, ami ezt megváltoztatná. A vonat viszont fékezés közben csökkenti a sebességét, ezért „lemarad" a labdához képest, ezért az előttünk fog leesni. Ha a vonat gyorsítana, a labda maradna le, ezért mögénk esne. Ha a vonat egyenletesen mozog, akkor a labda és a vonat vízszintes irányú sebessége ugyanakkora marad, ezért a labda épp a kezünkbe esik vissza.

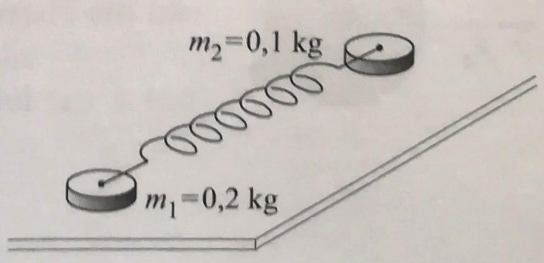
319. A) Magyarázat: Fékezés előtt a dinnye és az autóbusz azonos sebességgel mozog. Amikor a busz fékez, a dinnye továbbra is megtartja eredeti sebességét, ezért a buszhoz képest előre mozdul el.

320. C) Magyarázat: A testre a nehézségi erő és a lejtőre merőleges nyomóerő hat úgy, hogy a két erő eredője párhuzamos a lejtővel. Az *A* és *B* ábrán az utóbbi feltétel nem teljesül, a *D* ábrán pedig már az eredő erő is be van rajzolva, holott vagy csak az eredő erőt, vagy csak a másik két erőt kell berajzolni (hacsak nem jelezzük valamilyen módon, hogy a lejtővel párhuzamos erő a másik két erő eredője). Figyeljünk arra, hogy az eredő erő meghatározásához a nehézségi erőt és a nyomóerőt közös kezdőpontba kell eltolni!



321. A) Magyarázat: Ha a hasábok gyorsulnának, akkor az egyikre ható erők eredője felfelé, a másikra ható erők eredője lefelé mutatna. Mivel mindkettőre ugyanakkora nehézségi erő és ugyanakkora kötélerő hat, ez nem lehetséges. A két test nyugalomban van, vagy ha elindítjuk őket, akkor állandó sebességgel mozognak.

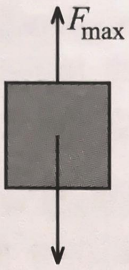
322. A) Magyarázat: A rugó a két testre ugyanakkora erőt fejt ki. Newton II. törvénye értelmében ugyanakkora erő kisebb tömegű testet mozgat nagyobb gyorsulással.



I.

Számításos feladatok

323. $m = 1000$ kg, $F_{max} = 1{,}3 \cdot 10^4$ N, $v = 2{,}6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_0 = 0$



$F_{max} - m \cdot g = m \cdot a_{max}$

Newton II. törvénye értelmében:

$$a_{max} = \frac{F_{max} - G}{m} = \frac{1{,}3 \cdot 10^4 \text{ N} - 10^4 \text{ N}}{1000 \text{ kg}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

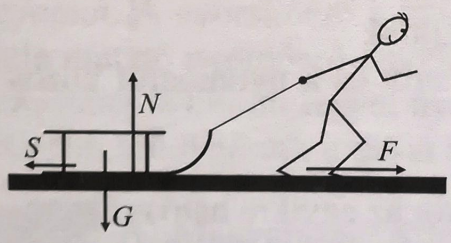
Ekkora gyorsulással 0 kezdősebességről (feltételezve, hogy a teher egyenletesen gyorsul) $2{,}6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebesség eléréséhez szükséges idő:

$$t = \frac{v}{a} = \frac{2{,}6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}866 \text{ s}.$$

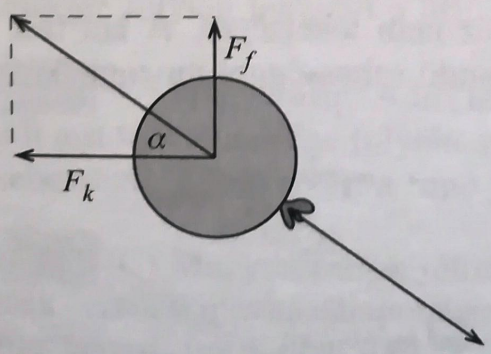
324. $F = 20$ N, $m = 5$ kg

A kiskocsi akkor mozog együtt a deszkával, ha a rugós erőmérő rugója eléggé megnyúlt ahhoz, hogy a kiskocsi ugyanakkora gyorsulással mozogjon, mint a deszka. A kocsira ekkor a rugó által kifejtett 20 N nagyságú gyorsítóerő hat. Newton II. törvénye értelmében:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{20 \text{ N}}{5 \text{ kg}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$



325. G: A Föld gravitációs mezője által kifejtett erő
N: A talaj által kifejtett nyomóerő
S: A talaj által kifejtett súrlódási erő
F: A szánkót húzó ember által kifejtett erő

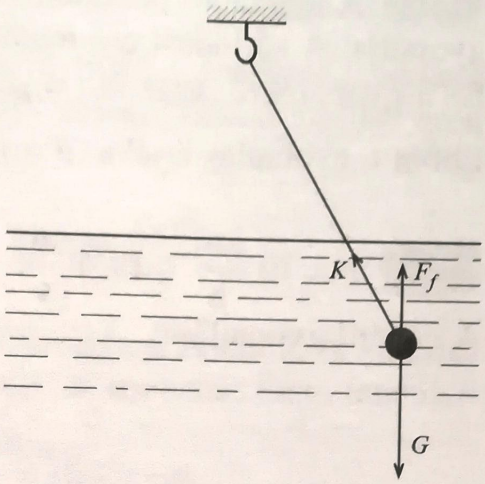


326. A léggömbre az ábrán látható erők hatnak (a gravitációs erő elhanyagolható):
Az F_k közeg-ellenállási erő és az F_f felhajtóerő eredője a fonál által kifejtett erővel egyenlő nagyságú és ellentétes irányú, mivel a léggömb egyenletesen mozog. A keresett α szög:

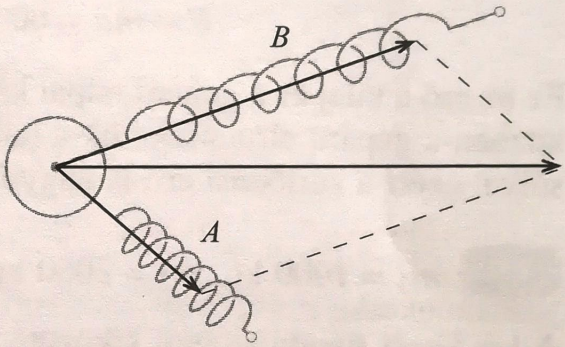
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_f}{F_k} = \frac{0{,}07 \text{ N}}{0{,}1 \text{ N}} = 0{,}7.$$

Ebből $\alpha = 38{,}88°$.

327. K: a fonál által kifejtett erő,
F_f: a víz által kifejtett felhajtóerő,
G: a Föld által kifejtett gravitációs erő.
A golyóra ható erők eredője nem 0, hiszen az inga a szélső helyzetben van.
Szélső helyzetben a golyó sebessége zérus, ezért a közeg-ellenállási erő nem játszik szerepet.



328. Mivel a rugók egyformák, és a B rugó megnyúlása kétszerese az A rugóénak, a B rugó kétszer akkora erőt fejt ki a korongra, mint az A rugó. A korong a két erő eredőjének irányában fog gyorsulni, ezért a két erő eredőjét kell megszerkeszteni.



329. $D = 50\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $m = 0{,}2$ kg, $x = 0{,}2$ m, $\alpha = 30°$

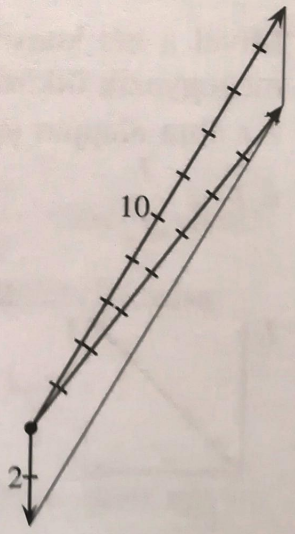
A test a rá ható erők eredőjének irányában gyorsul.
A rugó által kifejtett erő:

$$F_r = D \cdot x = 50\ \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0{,}2\ \text{m} = 10\ \text{N}.$$

A testre ható nehézségi erő:

$$G = m \cdot g = 0{,}2\ \text{kg} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2\ \text{N}.$$

Készítsünk az erőkről méretarányos rajzot. A rugóerő a rugó irányában hat, a nehézségi erő függőleges. Az eredő erő iránya:
Az eredő erő nagysága a rajz alapján kb. 8 N, így a test gyorsulása:



$$a \approx \frac{F_e}{m} = \frac{8\ \text{N}}{0{,}2\ \text{kg}} = 40\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

I.

330. A teherautó platóján lévő ládát a közte és a plató között ható súrlódási erő gyorsítja. A súrlódási erő maximális értéke: $F_s = \mu mg$.
Ez a gyorsítóerő, azaz $ma = \mu mg$.

Ebből a gyorsulás értéke: $a = \mu g = 0{,}1 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

331. $v = 70 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 19{,}4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t = 3$ s.
A gepárd gyorsulása:

$$a = \frac{v}{t} = \frac{19{,}4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \text{ s}} = 6{,}48 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

A gyorsítóerő:

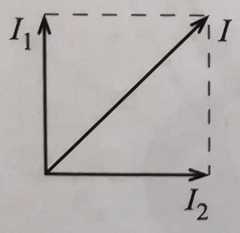
$$F = ma = 60 \text{ kg} \cdot 6{,}48 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 388{,}2 \text{ N}.$$

Ez az erő a talaj és a gepárd talpai között ható súrlódás következtében lép fel. Futás közben a gepárd elrugaszkodik a talajtól, így nagyobb nyomóerőt fejt ki rá, mint a súlya, ezért a súrlódási erő is nagyobb, mint amikor csak „sétál".

332. $m_1 = 1000$ kg, $m_2 = 2000$ kg, $v = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 13{,}9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
A két kocsi rugalmatlanul ütközött. Ütközés utáni lendületük:

$$I = (m_1 + m_2)v = 3000 \text{ kg} \cdot 13{,}9 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 41\,700 \frac{\text{kgm}}{\text{s}}.$$

Mivel a két kocsiból álló rendszer az ütközés pillanatában zártnak tekinthető, ez megegyezik ütközés előtti lendületeik eredőjével.
Az ábra alapján (egy négyzet átlójából kell meghatározni oldalának hosszát): $I_1 = I_2 = \frac{I}{\sqrt{2}}$.



Ebből $I_1 = I_2 = 29\,486{,}4 \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$. A sebességek:

$$v_1 = \frac{I_1}{m_1} = 29{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 106{,}2 \frac{\text{km}}{\text{h}},$$

$$v_2 \left(= \frac{v_1}{2} \right) = \frac{I_2}{m_2} = 14{,}75 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 53{,}1 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Tehát a nyugatról érkező autó túllépte a sebességhatárt. (Várható volt, hogy ha valamelyik túllépte a sebességhatárt, az csakis a kisebb tömegű lehetett. Ha ugyanis egyenlő a lendületük, akkor a kisebb tömegűnek nagyobb sebességgel kellett haladnia.)

333. $m_1 = 30\ \text{kg}$, $m_2 = 10\ \text{kg}$, $v = 900\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_1 = 1800\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A robbanás pillanatában a rendszer zártnak tekinthető. Ezért a rendszer lendülete változatlan marad. Mivel a robbanáskor fellépő belső erőkhöz képest a külső erők elhanyagolhatók, a robbanás előtti lendület:

$$I = (m_1 + m_2)v = 40\ \text{kg} \cdot 900\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 36\,000\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}}.$$

Mivel a lövedék nagyobb darabja vízszintesen repül tovább, a kisebbik is vízszintesen mozog, nincs függőleges irányú impulzusváltozás. A robbanás utáni lendület:

$$I = m_1 v_1 + m_2 v_2 = 30\ \text{kg} \cdot 1800\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 10\ \text{kg} \cdot v_2.$$

A lendületek egyenlőségéből:

$$36\,000\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}} = 48\,000\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}} + 10\ \text{kg} \cdot v_2.$$

Ebből $v_2 = -1200\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

334. A lövedékből és a homokzsákból álló rendszer lendülete a becsapódáskor nem változik, a lövedék lendületét együtt viszik tovább. Ezért

$$m v_l = (M + m)v.$$

Ebből a lövedék sebessége:

$$v_l = \frac{M + m}{m} v = \frac{10{,}01\ \text{kg}}{0{,}01\ \text{kg}} 0{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 600{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

335. Az oxigénmolekula sebességváltozása $2 \cdot 300\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 600\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, mivel a visszapattanáskor sebessége $300\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$-ról $-300\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$-ra változik. Ezért lendületváltozása:

$$\Delta I = m \cdot \Delta v = 5{,}3 \cdot 10^{-23}\ \text{kg} \cdot 600\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3{,}18 \cdot 10^{-20}\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}}.$$

A falat alkotó test lendületváltozása a lendületmegmaradás törvénye miatt ugyanekkora, de ellenkező irányú.

A test sebességváltozása ekkor a lendületváltozás hatására:

$$\Delta v_t = \frac{\Delta I}{m_t} = \frac{3{,}18 \cdot 10^{-20}\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}}}{1\ \text{kg}} = 3{,}18 \cdot 10^{-20}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

I.

Az 1 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességváltozás ennél $\frac{1}{3{,}18 \cdot 10^{-20}} = 3{,}1 \cdot 10^{21}$-szor nagyobb, ezért erről az oldalról ennyivel több oxigénmolekulának kellene ütköznie a testbe, mint a másik oldalról. Mivel a gázmolekulák rendezetlen mozgásuk közben minden irányban egyforma valószínűséggel haladnak, nagyon kicsi az esélye annak (gyakorlatilag lehetetlen), hogy egy irányból ennyivel több molekula érkezzen, mint egy másik irányból.

336. A két kiskocsiból álló rendszer lendülete kezdetben 0. Mivel a rendszer zárt, ennyi marad a szétlökődés után is. Ez azt jelenti, hogy a két kocsi lendülete ellentétes irányú és azonos nagyságú:

$$m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2.$$

Sebességük, feltételezve, hogy közel egyenletesen mozogtak:

$v_1 = \frac{s_1}{t}$, illetve $v_2 = \frac{s_2}{t}$.

Ezt behelyettesítve, t kiesik, hiszen ugyanakkora idő alatt tették meg az utat, így $m_1 \cdot s_1 = m_2 \cdot s_2$. Ebből

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{s_2}{s_1} = \frac{21\ \text{cm}}{14\ \text{cm}} = 1{,}5.$$

A rövidebb utat megtett kocsi tömege másfélszer nagyobb, mint a másiké.

337. $v_1 = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A három kocsiból álló rendszer lendülete az összekapcsolódás előtt:

$$I = m \cdot 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 2m \cdot 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Ugyanekkora marad összekapcsolódás után is, hiszen a rendszer zárt: $I = 3mu$.

A két mennyiség egyenlőségéből (a tömegek kiesnek, mivel egyenlők):

$3u = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$u = \frac{5}{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A három kocsi $\frac{5}{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel gurul tovább.

338. $m = 5\ \text{g} = 0{,}005\ \text{kg}$, $M = 170\ \text{kg}$, $v_1 = 400\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A lövés előtt a csónak, a vadász és a lövedék lendülete 0. A rendszer együttes lendülete ugyanekkora a lövés után is, ezért a lövedék, illetve a rendszer „maradék" része azonos nagyságú, de ellentétes irányú lendülettel mozog (a lövedék távozása miatti tömegcsökkenés elhanyagolható):

$m \cdot v_l = M \cdot v_{cs}$. $\quad 0{,}005\ \text{kg} \cdot 400\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 170\ \text{kg} \cdot v_{cs}$.

Ebből a csónak (és vele a vadász) sebessége: $v_{cs} = 0{,}01\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

339. $M = 20\ \text{t} = 20\,000\ \text{kg}$, $v_1 = 9\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $m = 25\ \text{kg}$, $v_2 = 700\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A lövés előtt a vonat lendülete:

$$I = Mv_1 = 20\,000\ \text{kg} \cdot 2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 50\,000\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}}.$$

Ugyanennyi marad a lövés után is, de a rendszer most két részből áll, a lövedékéből és a lövedékkel csökkent tömegű vonatéból:

a) A lövedék sebességének iránya megegyezik a vonatéval:

$$I = mv_2 + (M - m)u = 25\ \text{kg} \cdot 700\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 19\,975\ \text{kg} \cdot u.$$

A lövés előtti és utáni lendület egyenlőségéből:

$$50\,000\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}} = 17\,500\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}} + 19\,975\ \text{kg} \cdot u.$$

Ebből: $u = 1{,}63\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, vagyis a páncélvonat kisebb sebességgel megy tovább ugyanabba az irányba.

b) A lövedék sebességének iránya ellentétes a vonatéval:

$$I = (M - m)u - mv_2 = 19\,975\ \text{kg} \cdot u - 17\,500\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}}.$$

A lövés előtti és utáni lendület egyenlőségéből:

$$50\,000\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}} = 19\,975\ \text{kg} \cdot u - 17\,500\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}}.$$

Ebből: $u = 3{,}38\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, vagyis a vonat nagyobb sebességgel halad tovább ugyanabba az irányba.

340. $v = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_1 = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A robbanás rövid ideje alatt a külső erők hatása elhanyagolható, ezért a gránát lendülete megegyezik a robbanás után keletkezett két darab együttes lendületével. Mivel a nagyobb darab lendületének iránya változatlan maradt, de nagysága nagyobb lett, ez csak úgy teljesülhet, ha a másik darab éppen ellentétes irányba repül tovább.

Ha a gránát eredeti tömege m, akkor a nagyobb darabé $0{,}6m$, a kisebbé $0{,}4m$.

I.

A robbanás előtti és utáni lendületek egyenlőségéből:

$$mv = 0{,}6mv_1 - 0{,}4mv_2.$$

A tömeg kiesik, így

$$10\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}6 \cdot 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0{,}4 \cdot v_2.$$

Ebből $v_2 = 12{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A másik rész az eredetivel ellentétes irányban, $12{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel repül tovább a robbanás után.

341. $m_1 = 120$ kg, $m_2 = 80$ kg, $u = 6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v' = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\alpha = 30°$.

A sínautó és az ember együttes lendülete a leugrás előtt:

$$I = (m_1 + m_2)u = 200\ \text{kg} \cdot 6\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1200\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}}.$$

A menetiránnyal párhuzamos irányban ugyanekkora marad közvetlenül a leugrás után is. (A sínekre merőleges irányban a rendszer nem zárt.) Ekkor a rendszer menetiránnyal párhuzamos lendülete:

$$I = m_1 v' + m_2 v_x = 120\ \text{kg} \cdot 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 80\ \text{kg} \cdot v_x,$$

ahol v_x az ember ugrási sebességének a menetiránnyal párhuzamos összetevője.
A két lendület egyenlőségéből:

$$v_x = 7{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Ebből az ember teljes sebessége:

$$v = \frac{v_x}{\cos 30°} = \frac{7{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}866} = 8{,}7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

342. $M = 120$ t $= 120\,000$ kg, $m = 50$ kg, $u = 0{,}37\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A lövedék és az uszály a becsapódás idejére zárt rendszernek tekinthető. A becsapódás előtt a rendszer teljes lendületét a lövedék hordozza, a becsapódás után pedig a közös sebességgel mozgó uszály és a lövedék együttesen. A két lendület egyenlő. Ennek alapján: $mv = (M + m)u$.
Ebből a lövedék eredeti v sebessége:

$$v = \frac{M + m}{m}u = \frac{120\,050\ \text{kg}}{50\ \text{kg}} 0{,}37\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 888{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

vagyis a lövedék sebessége kissé alatta marad a kívánt értéknek.

343. $m_e = 80$ kg, $m_{cs} = 120$ kg, $v = 2\ \frac{m}{s}$.

A kiugrás idejére a csónakból és az emberből álló rendszer zártnak tekinthető, így a kiugrás előtti és a közvetlenül kiugrás utáni lendület megegyezik.
Ennek alapján:

$$(m_e + m_{cs})v = m_e v_e,$$

mivel az ugrás után a csónaknak már nincs lendülete. Ebből az ember sebessége:

$$v_e = \frac{m_e + m_{cs}}{m_e} v = \frac{200\text{ kg}}{80\text{ kg}} \cdot 2\ \frac{m}{s} = 5\ \frac{m}{s}.$$

344. $m_1 = 30$ kg, $m_2 = 45$ kg, $s_1 = 1{,}8$ m.

A két gyerekből álló rendszer zártnak tekinthető, ezért érvényes rá a lendületmegmaradás törvénye. A rendszer lendülete az ellökés előtt: $I = 0$.
Az ellökés után, mivel együttes lendületük továbbra is 0, a két gyerek azonos nagyságú, de ellentétes irányú lendülettel távolodik egymástól.

$$m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2.$$

A sebességek aránya:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{45\text{ kg}}{30\text{ kg}} = 1{,}5.$$

Mivel a kisebb gyerek 1,5-ször nagyobb sebességgel mozog, mint a nagyobb, ezért ugyanannyi idő alatt 1,5-ször nagyobb utat tesz meg, mert feltételezhetjük, hogy egyenletesen mozognak. Így a nagyobb gyerek által megtett út:

$$s_2 = \frac{s_1}{1{,}5} = \frac{1{,}8\text{ m}}{1{,}5} = 1{,}2\text{ m}.$$

345. $M = 100$ kg, $m = 10$ g $= 0{,}01$ kg, $v = 900\ \frac{m}{s}$.

Az űrhajós és a lövedék a lövés pillanatában zárt rendszernek tekinthető, ezért a rendszer lövés előtti és utáni lendülete megegyezik. Lövés előtt a rendszer sebessége az űrhajóhoz képest 0, ezért $I = 0$.
Lövés után: $I = Mu + mv$.
A két lendület egyenlőségéből: $Mu + mv = 0$,

$$100\text{ kg} \cdot u = -0{,}01\text{ kg} \cdot 900\ \frac{m}{s},$$

$$u = -0{,}09\ \frac{m}{s}.$$

Az űrhajós a lövedék sebességével ellentétes irányban, $0{,}09\ \frac{m}{s}$ sebességgel indul el az űrhajóhoz képest.

346. $M = 200\ \text{kg},\ m = 50\ \text{kg},\ v = 12\ \frac{\text{m}}{\text{s}},\ v_{1k} = 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Az egyenletes sebességgel haladó kocsi a zsákkal a kidobás pillanatában zárt rendszert alkot, ezért érvényes a lendületmegmaradás törvénye. A rendszer kidobás előtti lendülete:

$$I = Mv = 200\ \text{kg} \cdot 12\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2400\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}}.$$

A zsák a kidobáskor a talajhoz képest $v_1 = 12\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel mozog.

Így a rendszer kidobás utáni lendülete:

$$I = mv_1 + (M - m)v_2 = 400\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}} + 150\ \text{kg} \cdot v_2.$$

A két mennyiség egyenlőségéből:

$$2400\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}} = 400\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}} + 150\ \text{kg} \cdot v_2,$$

$$v_2 = 13{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

347. $M = 1000\ \text{kg},\ v = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}},\ m = 20\ \text{kg}.$

Ha talpfa függőlegesen ért talajt, akkor a talajhoz képest $v_1 = 0$ vízszintes irányú sebességgel dobták ki. (A függőleges irányú kezdősebességből adódó lendületváltozás nem befolyásolja a kocsi vízszintes irányú sebességét.) A kidobás pillanatában a pályakocsi a rakománnyal zárt rendszer, ezért érvényes a lendületmegmaradás törvénye. A rendszer lendülete a kidobás előtt:

$$I = Mv = 1000\ \text{kg} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10^4\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}}.$$

A rendszer lendülete a kidobás után:

$$I = (M - m)v_2 + mv_1 = 980\ \text{kg} \cdot v_2.$$

A két mennyiség egyenlőségéből:

$$10^4\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}} = 980\ \text{kg} \cdot v_2,$$

$$v_2 = 10{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

348. $M = 150\ \text{kg}$, $m = 30\ \text{kg}$, $v = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_1 = 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Az egyenletes sebességgel haladó kocsi a ládával a kidobás pillanatában zárt rendszert alkot, ezért érvényes a lendületmegmaradás törvénye. A rendszer kidobás előtti lendülete:

$$I = Mv = 150\ \text{kg} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1500\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}}.$$

A kidobás utáni lendület:

$$I = mv_1 + (M - m)v_2 = 30\ \text{kg} \cdot 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 120\ \text{kg} \cdot v_2.$$

A két mennyiség egyenlőségéből:

$$1500\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}} = 450\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}} + 120\ \text{kg} \cdot v_2,$$

$$v_2 = 8{,}75\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

349. A mérés menete: Állítsuk be a lejtőt valamilyen hajlásszögben. A hajlásszög elég nagy legyen ahhoz, hogy a lejtőre téve a golyót, lökés nélkül elinduljon, de ne legyen túl meredek, hogy ne nagyon rövid időtartamot kelljen mérni. Jelöljünk be a lejtőn két helyet, minél távolabb egymástól. Tegyük a golyót a felső jelhez, engedjük el, és egyidejűleg indítsuk el a stoppert. Amikor a golyó az alsó jelhez ért, a stoppert állítsuk meg. Többször végezzük el a mérést (legalább háromszor), a mért értékek átlagát használjuk fel a számításhoz. Mérjük meg a két jel közötti távolságot. A mért adatokból a négyzetes úttörvény alapján határozhatjuk meg a golyó gyorsulását:

$s = \frac{a}{2}t^2$, ebből a golyó gyorsulása: $a = \frac{2s}{t^2}$.

Ismételjük meg a mérést más hajlásszöggel is. Nagyobb hajlásszög esetén a golyó gyorsulására nagyobb értéket kapunk.

350. A golyó.

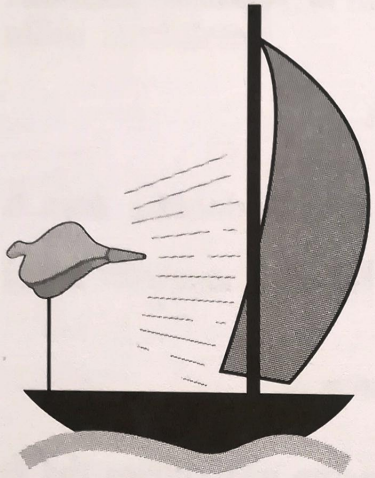
351. A kisebbik test sebességének változása háromszorosa a nagyobbikének, mert impulzusuk változása ugyanakkora.

352. Elrúgjuk a kajakot, nem tudunk elegendő erőt kifejteni, és a vízbe esünk.

353. Nem. Hatás: Egy test erőt fejt ki a másikra. Ellenhatás: A másik test erőt fejt ki az egyikre.

I.

354. Tárgyakat dobálnánk megfelelő irányba. Ekkor az impulzusmegmaradás törvénye értelmében mozogni kezdenénk a dobással ellentétes irányba.



355. Amikor szabadon esik, mert ekkor nem nyomja a vízszintes alátámasztást (illetve nem húzza a függőleges felfüggesztést). A súlytalanság állapotában lévő testre csak a gravitációs erő hat.

356. A vízszintes alátámasztásra vagy a függőleges felfüggesztésre ható erőt.

357. Igen. A rendszer nem zárt, mert a külső levegő hat a hajóra és a benne elhelyezett fújtatóra.

Pontrendszerek

Tesztfeladatok

358. C) **359.** D) **360.** C) **361.** B)

362. A) **363.** A) **364.** B)

365. A), mert két egyenlő tömegű test tömegközéppontja mindkét testtől egyenlő távol van.

366. D), mert a tömegközépponttól való távolság a tömegekkel fordítva arányos, azaz $0{,}2 \cdot x = 0{,}4 \cdot (60 - x)$, az egyenletből $x = 40$ cm.

367. B), mert a 30 cm sugarú körlap területe: 900π, az 50 cm sugarú körlap területe 2500π. A tömegközéppont az egyes tömegektől, a tömegekkel fordított arányú távolságban fekszik. Jelöljük az S tömegközéppont távolságát a 30 cm sugarú körlap középpontjától s-sel, ekkor $s \cdot 900\pi = (80 - s) \cdot 2500\pi$, az egyenletet megoldva $s = 58{,}8$ cm.

368. C), mert a T felső részének S_1 tömegközéppontja az álló rész tetején van. A szár S_2 tömegközéppontja az alsó résztől 3 cm-re van. A szárak tömegét az S_1, illetve S_2 pontban egyesítve az egymástól 3 cm távolságban levő 3 egységnyi és 6 egységnyi tömeg tömegközéppontját kell meghatározni. Az S tömegközéppont a nagyobbhoz, a 6 egységnyihez van közelebb, 1 cm-re. Ez a T alsó pontjától 4 cm-re van.

369. Legyen T a kör területe. Akkor az ábra szerint a keresett S pontban van a $\frac{3}{4}T$ területű lyukas kör tömegközéppontja. Az $OS = s$ távolságot keressük. Ha a kivágott, $\frac{3}{4}T$ területű körhöz hozzáadjuk az $\frac{1}{4}T$ területű kis kört, akkor az O pontban lenne a T területű teljes kör tömegközéppontja, így ez a pont a tömegekkel fordított arányban osztja a kivágott kör középpontja és a lyukas kör tömegközéppontja közötti távolságot:

$$s \cdot \frac{3}{4}T = \frac{R}{2} \cdot \frac{1}{4}T.$$

T-vel való egyszerűsítés és rendezés után kapjuk, hogy $s = \frac{R}{6}$.

370. A) **371.** B) **372.** C) **373.** B)

374. Az A), B) és C) válasz hibás. A D) is pontatlan, csak annyiban helytálló, hogy a tökéletesen rugalmas ütközés során a lendület és a kinetikus energia is megmarad. Az ütközés utáni sebesség azonban csak akkor határozható meg a megmaradási tételekből, ha az ütközés centrális és egyenes.

375. B) **376.** C) **377.** D) **378.** C)

379. C)

380. A), mert Newton második törvénye alapján, $F = ma$, az egyenletből a keresett erő, $F = (10\ \text{kg}) \cdot \left(2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 20\ \text{N}$.

381. C)

382. A), mert az ábra szerint 16 N erő hat a 10 kg tömegű testre, így a keresett gyorsulás $a = \frac{16\ \text{N}}{10\ \text{kg}} = 1{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

383. C), mert a hátsó kerék és a talaj közötti súrlódási erő gyorsítja az autót, és az erő nagysága, az $F = ma$ összefüggés alapján $F = (500\ \text{kg}) \cdot \left(2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 1000\ \text{N}$.

384. C), mert a fékező súrlódási erő a 4 keréken hat, nagysága az $F = ma$ összefüggés szerint, $F = (1000\ \text{kg}) \cdot \left(3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 3000\ \text{N}$, így minden kerékre ennek

I.

a negyede, 750 N erő hat. Feltéve, hogy a kerekektől egyenlő távolságra van a súlypont.

385. B), mert a rugalmatlan ütközés miatt a fahasáb sebessége a golyó sebességének századrésze lesz, $0{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (a tömege 400 g, százszorosa a 4 g tömeg lövedéknek), ebből a mozgási energiából lesz helyzeti energia: $\frac{mv^2}{2} = mgh$, és az egyenletből $h = 0{,}002$ m = 2 mm.

386. C), mert a lendületmegmaradás miatt, az ember lendülete egyenlő lesz a kocsi lendületével. Tehát: $I_1 = 80\ \text{kg} \cdot v$, ahol v a keresett sebesség. A kocsi lendülete $I_2 = 20\ \text{kg} \cdot 0{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 16\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$, $80\ \text{kg} \cdot v = 16\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$, amiből $v = 0{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Számításos feladatok

387. A lendület $I = mv$, így az adott adatokkal: $I = (800\ \text{kg}) \cdot \left(10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 8000\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$, mivel $36\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

388. A lendület megmarad, így $0{,}2\ \text{kg} \cdot 0{,}3\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}06\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$ lendülete lesz az összekapcsolt kocsiknak. Így az összekapcsolt, 0,6 kg tömegű kocsik sebessége az összes lendületből számolható: $0{,}06\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}} = v \cdot (0{,}6\ \text{kg})$, az egyenletből: $v = 0{,}1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

389. Az ütközés előtti és ütközés utáni impulzusok összege nem változik meg.

Ütközés előtt: $m_{\text{gk}} \cdot 72\ \frac{\text{km}}{\text{h}} + 2400\ \text{kg} \cdot 0\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = m_{\text{gk}} \cdot 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Ütközés után: $(m_{\text{gk}} + 2400\ \text{kg}) \cdot 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$$m_{\text{gk}} \cdot 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = (m_{\text{gk}} + 2400\ \text{kg}) \cdot 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$m_{\text{gk}} \cdot 4 = m_{\text{gk}} + 2400\ \text{kg},$$

$$m_{\text{gk}} = 800\ \text{kg}.$$

390. A mozgási energia ismeretéhez először ki kell számítani a személygépkocsi tömegét. Ez a lendület megmaradásából számolható. A kocsi $72\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebessége

$20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$-nak felel meg. Így ha m az autó tömege, akkor:

$$m \cdot 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = (m + 2000\ \text{kg}) \cdot 8\ \frac{\text{m}}{\text{s}},$$
$$12m = 16\,000\ \text{kg},$$
$$m = 1333\ \text{kg}.$$

Ennek ismeretében a személygépkocsi ütközés előtti mozgási energiája:

$$E_e = \frac{1}{2}m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1333\ \text{kg} \cdot 400\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 266\,600\ \text{J}.$$

Az ütközés utáni mozgási energia:

$$E_u = \frac{1}{2}m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2333\ \text{kg} \cdot 64\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 106\,656\ \text{J}.$$

A mozgási energiák különbségét nevezzük elveszett energiának: $E = 159\,944$ J.

391. A 0,2 kg tömegű test helyzeti energiája:

$$mgh = (0{,}2\ \text{kg}) \cdot \left(9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot (1\ \text{m}) = 1{,}96\ \text{J}.$$

Ha csak 0,8 méterre emelkedett fel, akkor a helyzeti energia $0{,}2\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}8\ \text{m} = 1{,}57$ J, így az elveszett mechanikai energia a kettő különbsége: 0,39 J.

392. Az ütközésből kiszámítjuk, hogy milyen sebességgel ért a test a lejtő aljára:

$$(1\ \text{kg}) \cdot v = (2\ \text{kg}) \cdot \left(1{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right),$$

amiből: $v = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Az 1 m magas lejtőn a test helyzeti energiája 9,81 J. A lejtő alján sebessége $3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ lett, így mozgási energiája:

$$\frac{(1\ \text{kg}) \cdot \left(9\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}\right)}{2} = 4{,}5\ \text{J}.$$

A súrlódás a két energia különbségét emésztette fel, azaz 4,31 J-t.

I.

393. Először kiszámítjuk, hogy mekkora lett az ütközés utáni sebesség. Ha a kocsi 0,5 m úton állt meg, és gyorsulása (lassulás) $a = \mu g = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, ha g-t kereken $10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$-nek vesszük, és a súrlódási erő $F = ma$, így $F = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} m$. A súrlódási erő munkája $W = 0{,}5\ \text{m} \cdot 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot m$. Ezt a munkát a mozgási energia fedezte, azaz $m\frac{v^2}{2} = 1{,}5\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot m$. m-mel egyszerűsítve, $v^2 = 3$, amiből $v = 1{,}73\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ha $1{,}73\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ az ütközés utáni sebesség, akkor az ütközés előtti sebesség ennek a kétszerese, azaz a keresett sebesség $3{,}46\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

394. A rugalmas ütközés során a lendület és az energia is megmarad, azaz:

(1) $$m_1 \cdot v = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$$

és

(2) $$m_1 \frac{v^2}{2} = m_1 \frac{u_1^2}{2} + m_2 \frac{u_2^2}{2}.$$

Az adott adatokkal:

(1) $$0{,}3\ \text{kg} \cdot 0{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}3\ \text{kg} \cdot u_1 + 0{,}1\ \text{kg} \cdot u_2$$

és

(2) $$\frac{0{,}012}{2}\ \text{J} = 0{,}3\ \text{kg} \frac{u_1^2}{2} + 0{,}1\ \text{kg} \frac{u_2^2}{2}.$$

Az (1) egyenletet 10-zel beszorozva $0{,}6\ \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3\ \text{kg} \cdot u_1 + u_2$, ebből $u_2 = 0{,}6\ \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} - 3\ \text{kg} \cdot u_1$, négyzetre emelve:

$$u_2^2 = \left(0{,}6\ \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} - 3\ \text{kg} \cdot u_1\right)^2 = 0{,}36\ \left(\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 3{,}6\ \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{kg} \cdot u_1 + 9(\text{kg})^2 \cdot u_1^2.$$

Ezt az értéket behelyettesítve a (2) egyenlet kétszeresébe:

$$0{,}012\ \text{J} = 0{,}3\ \text{kg} \cdot u_1^2 + 0{,}036\ \left(\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 0{,}36\ \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{kg} \cdot u_1 + 0{,}9\ (\text{kg})^2 \cdot u_1^2.$$

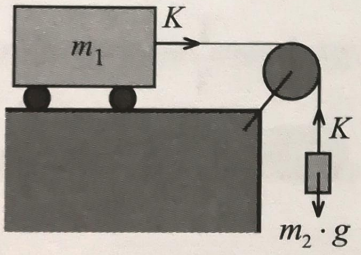
Az egyenletet 100-zal beszorozva és rendezve:

$$120 \cdot u_1^2 - 36 \cdot u_1 + 2{,}4 = 0.$$

A másodfokú egyenlet megoldása: $u_1 = 0{,}1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ és az első egyenletből: $u_2 = 0{,}3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. A másodfokú egyenlet másik gyöke ($u_1^* = 0{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $u_2^* = 0$) visszaadja a testek eredeti sebességét.

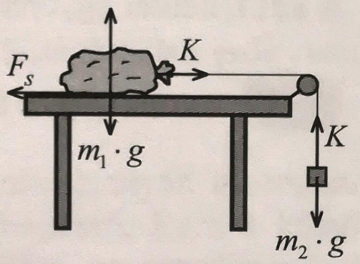
395. A 2 kg-os kocsira, és az 1 kg-os testre az ábra alapján felírjuk Newton második törvényét, figyelembe véve, hogy a két test gyorsulása azonos és a kötélerő, (K) is egyenlő nagyságú mindkét testre. A g értéke kereken $10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, így az 1 kg tömegű testre ható nehézségi erő 10 N. A két egyenlet:

$$\begin{aligned} K &= m_1 \cdot a, \\ m_2 \cdot g - K &= m_2 \cdot a, \\ \hline m_2 \cdot g &= (m_1 + m_2) \cdot a, \\ 3{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} &= a. \end{aligned}$$



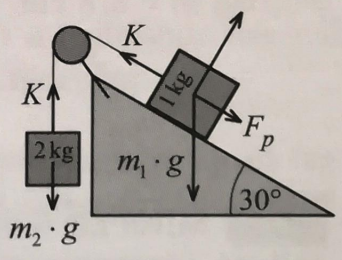
396. Az ábra alapján felírjuk a 2 kg-os zsákra és az 1 kg-os testre Newton második törvényét, figyelembe véve, hogy a súrlódási erő, $\mu mg = 6$ N.

$$\begin{aligned} K - F_s &= m_1 \cdot a, \\ m_2 \cdot g - K &= m_2 \cdot a, \\ \hline m_2 \cdot g - F_s &= (m_1 + m_2) \cdot a, \\ 1{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} &= a. \end{aligned}$$

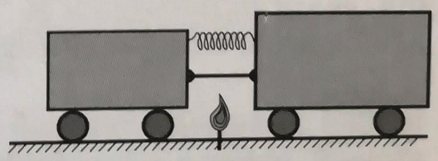


397. Az ábra alapján a két testre fel kell írni a mozgásegyenleteket. Ha g-t kereken $10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$-nek vesszük, akkor az 1 kg-os tömegű testre a lejtővel párhuzamosan $F_p = m \cdot g \cdot \sin\alpha = 5$ N erő hat.

$$\begin{aligned} K - F_p &= m_1 \cdot a, \\ m_2 \cdot g - K &= m_2 \cdot a, \\ \hline m_2 \cdot g - F_p &= (m_1 + m_2) \cdot a, \\ 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} &= a. \end{aligned}$$



398. A lendület megmaradásából kiszámítható a 0,3 kg tömegű kocsi sebessége: $0{,}2\ \text{kg} \cdot 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}3\ \text{kg} \cdot v$, amiből $v = 0{,}67\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. A kocsik mozgási



energiáját a rugó biztosította, így

$$E_{\text{rugó}} = 0{,}2 \cdot \frac{1}{2}\ \text{J} + 0{,}3 \cdot \frac{(0{,}67)^2}{2}\ \text{J} = (0{,}1 + 0{,}067)\ \text{J} = 0{,}167\ \text{J}.$$

399. A lendületmegmaradás felhasználásával oldható meg a feladat.

$$m \cdot 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{2}{3}m \cdot 40\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{1}{3}m \cdot v,$$

$$-20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = v,$$

tehát az $\frac{1}{3}$ rész hátrafelé fog mozogni.

400. A lendület megmaradása miatt, a táska lendülete:

$$(4\ \text{kg}) \cdot \left(2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 8\ \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$$

lesz a kocsi és a táska közös v sebességgel haladó rendszer lendülete: $(14\ \text{kg}) \cdot v$. A két lendület egyenlő, így $v = \frac{8}{14}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}57\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

401. Az ütközésre érvényes a lendület megmaradása, ezért:

$$(2\ \text{kg}) \cdot \left(2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = (3\ \text{kg}) \cdot v.$$

Az egyenletből $v = \frac{4}{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. A kocsik mozgási energiája alakul át helyzeti energiává: $m\frac{v^2}{2} = mgh$. m-mel egyszerűsítve és h-t kifejezve: $h = \frac{v^2}{2g} = \frac{1{,}77}{20}\ \text{m} = 0{,}088\ \text{m} = 8{,}8\ \text{cm}$.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

402. Mivel kis sebességek esetén a csónakra ható közeg-ellenállási erő elhanyagolható, vízszintes irányban nem hat külső erő. Amikor az ember kiugrik a csónakból, akkor impulzusra tesz szert. Mivel az összes impulzus továbbra is 0, a csónak az ellenkező irányba mozdul el.

403. A kocsik ellenkező irányú sebességgel indulnak el. Ha a két kocsi azonos tömegű, akkor a sebességek is egyenlő nagyságúak lesznek.

404. Nem, mert a ló és a talaj, valamint a kocsi és a talaj között is súrlódási erő lép fel. Ezek az erők külső erők.

405. Az autót a kerék és a talaj közötti súrlódási erő gyorsítja. Jeges úton nagyon kicsi a súrlódás. Az autó kormányzásához azonban szükséges, hogy a kerekek tapadjanak. Emiatt csak igen kicsi gázzal, lassan forgó kerekekkel, azaz kis gyorsulással indíthatjuk a gépkocsit.

406. Mivel az ütközés teljesen rugalmasnak tekinthető, a lendület és az energia csak úgy maradhat meg egyszerre, ha sebességcsere történik. Tehát az álló golyó átveszi a másik sebességét, a mozgó golyó pedig megáll.

407. A kocsi sebessége csökkenni fog, mert csak így kaphat a zsák vízszintes ledületet.

408. A lendület megmaradása miatt $m \cdot v + m \cdot 0 = 2m \cdot u$, az egyenletből a közös u sebesség, $u = \frac{v}{2}$.

409. A tömegközéppont sebessége 0 lesz, mert az ütközés előtt is az volt, és nem volt külső erő, ami megváltoztatta volna.

410. A közös tömegközéppont mozgását az ütközéskor fellépő belső erők nem befolyásolják, így marad az ütközés előtt $\frac{v}{2}$ sebesség.

411. A tömegközéppont, mint egy eldobott kis test, parabolapályán mozogna. Hat azonban a levegő ellenállása és az aerodinamikai felhajtóerő. Ezek a külső erők jelentősen megváltoztathatják az ideális pályát. Általában az aerodinamikai emelőerő dominál, és a pálya megnyúlik.

412. A csónak és az ember közös tömegközéppontja az ugrás után is nyugalomban marad.

413. A tömegközéppont továbbra is szabadon esik, mert a hajításhoz használt erő belső erő, és ez nem változtatja meg a tömegközéppont mozgását.

414. Az ember növelheti sebességét, mert a belső erő a pontrendszer egyes tagjainak sebességét megváltoztathatja, csak a tömegközéppont sebességét nem.

415. Igen tudja. Az ejtőernyősnek kezdetben csak függőleges lendülete van. Ha vízszintesen eldob egy testet, akkor a testnek lesz vízszintes lendülete, így az ejtőernyősnek is lesz ellenkező irányú vízszintes lendülete.

I.

1.3. PONTSZERŰ ÉS MEREV TESTEK EGYENSÚLYA

Tesztfeladatok

416. D) **417.** A) **418.** B) **419.** C)

420. C) **421.** A) **422.** B) **423.** D)

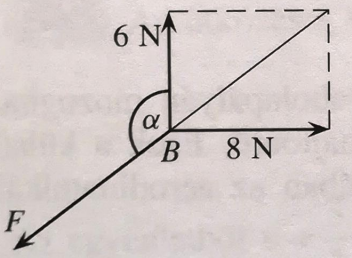
424. C) **425.** C) **426.** B) **427.** C)

428. C) **429.** A) **430.** C) **431.** B)

432. C) **433.** B) **434.** D) **435.** C)

436. B) **437.** C) **438.** C) **439.** B)

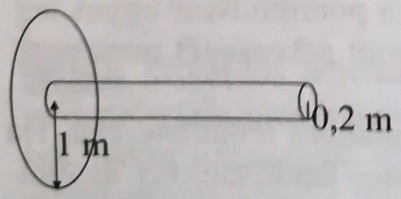
440. C) **441.** B) **442.** C) **443.** B)



444. A) válasz a jó, mert az eredő erő ellentettjét kerestük.

445. B) **446.** C) **447.** A) **448.** B)

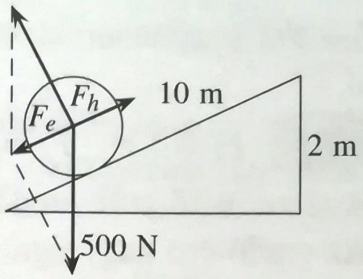
449. B) **450.** B) **451.** C) **452.** D)



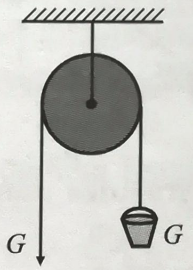
453. D), mert az ötszörös sugarú hengerrel a súly (100 N) ötödrészével, tehát 20 N erővel tudunk egyensúlyt tartani.

454. A)

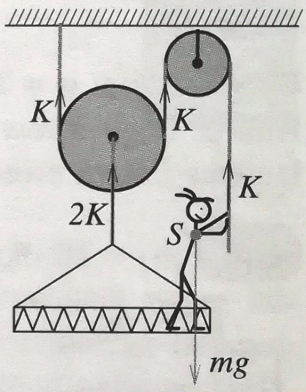
455. B)



456. C) Az állócsiga lényegében tömör korong, amelynek peremén vájat van a kötél számára. A csigán átvetett kötél egyik végére akasztjuk az emelendő terhet, a kötél másik végét lefelé húzva emeljük azt. A teher súlyával azonos nagyságú erőt kell alkalmaznunk annak emelésére.



457. C) Mozgócsiga használatakor a teher súlyának felével tudjuk a terhet tartani, illetve egyenletesen emelni. A teher súlya a párhuzamos erők összeadási szabálya szerint, a két kötélszáron fele-fele arányban oszlik meg, s ebből az egyik felet a födém, a másikat mi tartjuk. Az általunk kifejetett erő előnytelen irányát egy állócsiga beiktatásával meg is változtathatjuk.
Ennél a feladatnál az ember a kosárban áll, ezért C) a helyes válasz.



458. D) **459.** A) **460.** B) **461.** C)

462. A)

463. A jó válasz A) 125 N, mert a 800 N súly és a 4 mozgócsiga 200 N súlya 1000 N, ennek nyolcadrésze 125 N.

464. D)

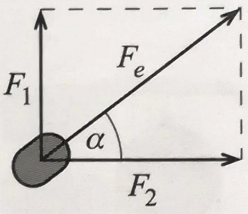
I.

Számításos feladatok

465. $F_1 = 3$ N, $F_2 = 4$ N, $m = 4$ kg.

A testre ható erők eredője: $F_e^2 = F_1^2 + F_2^2 = (3\text{ N})^2 + (4\text{ N})^2 = 25\text{ N}^2$.

Az eredő erő nagysága: $F_e = 5$ N.



A test gyorsulásának iránya megegyezik az eredő erő irányával, nagysága Newton II. törvénye alapján:

$$a = \frac{F_e}{m} = \frac{5\text{ N}}{4\text{ kg}} = 1{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

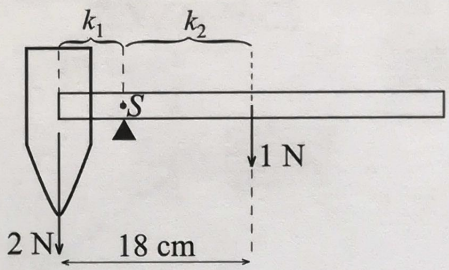
A gyorsulás irányának az F_2 erővel bezárt szögére:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_1}{F_2} = 0{,}75.$$

Ebből a szög: $\alpha = 36{,}9°$.

Ahhoz, hogy a test egyensúlyban legyen, az eredő erővel azonos nagyságú és ellentétes irányú erőnek kell rá hatnia.

466. $m_1 = 20$ dkg $= 0{,}2$ kg, $m_2 = 10$ dkg $= 0{,}1$ kg, $l = 36$ cm.



A kalapács fejére, illetve nyelére ható nehézségi erő támadáspontja a fej, illetve a nyél tömegközéppontjában van. Ez utóbbi a nyél hosszának felénél található.

$G_1 = 2$ N, $G_2 = 1$ N.

A kalapács akkor lesz egyensúlyban, ha a rá ható erők eredője 0, és az erők forgatónyomatékainak összege is 0. Ezért az alátámasztási pontot (a rajzon kis fekete háromszög jelöli) úgy kell megválasztani, hogy ez teljesüljön. Ha a forgatónyomatékokat erre a pontra írjuk fel, akkor az alátámasztó erő forgatónyomatéka 0, hiszen hatásvonala átmegy ezen a ponton, a két nehézségi erőé pedig ellentétes értelmű és azonos nagyságú. Így $G_1 \cdot k_1 = G_2 \cdot k_2$.

$$2\text{ N} \cdot k_1 = 1\text{ N} \cdot k_2,$$

$$\frac{k_2}{k_1} = 2,$$

$$k_1 + k_2 = 18\text{ cm}.$$

Ebből $k_1 = 6$ cm, vagyis a kalapácsot a fejétől 6 cm-re kell alátámasztani.

A keresett távolság egyszerűbben is meghatározható. Mivel G_1 kétszer akkora, mint G_2, erőkarjának feleakkorának kell lennie, mint G_2-ének, hogy forgatónyomatékaik

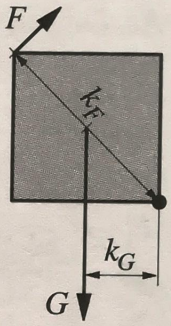
egyenlő nagyságúak legyenek. Ezért az alátámasztási pont harmadolja a két erő hatásvonala közötti távolságot.

Ugyanígy határozhatjuk meg az alátámasztási pont helyét akkor is, ha a kalapácsot úgy helyezzük el, hogy a feje nem függőlegesen, hanem vízszintesen helyezkedik el.

467. $m = 50$ kg, $G = 500$ N, $l = 1$ m.

Akkor kell a legkisebb erőt kifejtenünk, ha az erő erőkarja a lehető legnagyobb, azaz a hatásvonala a lehető legtávolabb van a forgástengelytől. Ezért a legtávolabbi élre kell az erőt kifejtenünk, úgy, hogy hatásvonala merőleges legyen a forgástengelyre.

A láda akkor mozdul meg, ha az általunk kifejtett erő forgatónyomatéka legalább akkora, mint a ládára ható nehézségi erőé. Az F erő erőkarja a két szemközti él távolsága, vagyis a rajzon látható négyzet átlója, a G erőé pedig a láda élhosszúságának fele. Így



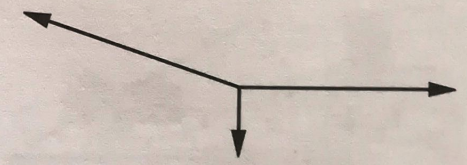
$$Fl\sqrt{2} \geq G\frac{l}{2}.$$

Ebből

$$F \geq 176{,}8 \text{ N}.$$

(Ezután már könnyebb tovább billenteni a ládát, mert G hatásvonala egyre közelebb kerül a forgástengelyhez, így erőkarja és ezzel forgatónyomatéka is egyre kisebb lesz, míg F erőkarja változatlan marad. Amikor az átló függőleges lesz, G forgatónyomatéka 0, és ezután a láda „magától" átfordul.)

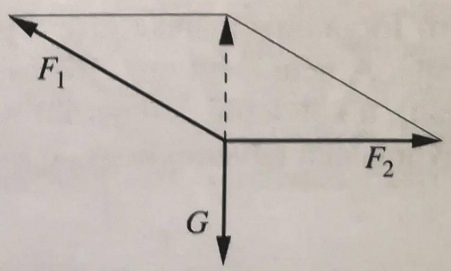
468. A) Magyarázat: A felfüggesztési pontra a lámpa (a zsinóron keresztül), és a két rúd fejt ki erőt. Mivel a lámpa egyensúlyban van, a három erő eredője 0. Ez az A) és B) rajzon szereplő erőkre teljesül. Mivel a lámpa súlya lefelé hat, az A rajz a helyes.



469. $m = 3$ kg, $\alpha = 30°$.

A lámpa súlya: $G = 30$ N.

A felfüggesztési pontra a két rúd által kifejtett erő és a lámpa súlya hat. A három erő hatására a felfüggesztési pont egyensúlyban van, ezért eredőjük 0. A két rúdban „rúdirányú" erők hatnak. Az alsó rúd kifelé és fölfelé tolja a felfüggesztési pontot.



I.

F_1 és F_2 eredője G-vel megegyező nagyságú és ellentétes irányú. Az ábra alapján:

$$\sin 30^\circ = \frac{G}{F_1},$$

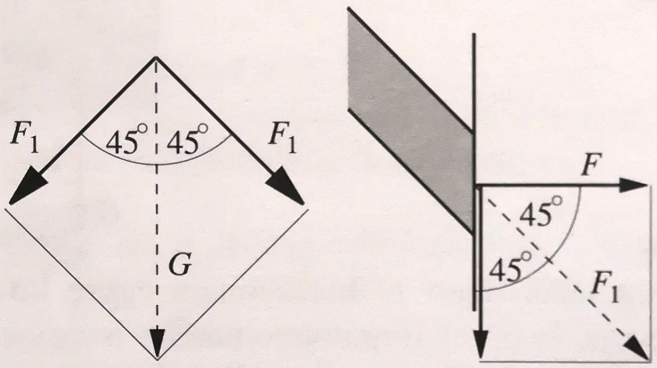
$$F_1 = \frac{30\ \text{N}}{0{,}5} = 60\ \text{N}.$$

Hasonló meggondolásból: $F_2 = \dfrac{G}{\operatorname{tg} 30^\circ} = 51{,}96\ \text{N}.$

470. $m = 2$ kg, $G = 20$ N, $\alpha = 90^\circ$.

A lámpa súlya a két gerenda között oszlik meg.

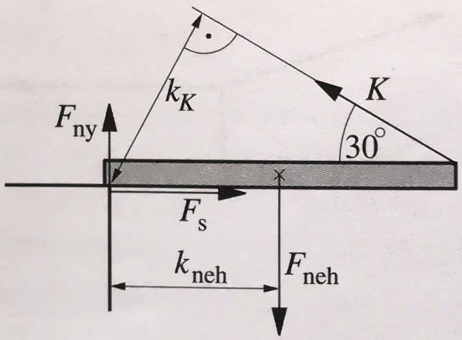
Az összetevők nagysága: $F_1 = \dfrac{G}{\sqrt{2}} = 14{,}14\ \text{N}.$



A gerendák ezzel az erővel hatnak a falakra. Ennek az erőnek a vízszintes irányú összetevője kifelé nyomja a falat, függőleges irányú összetevője pedig lefelé.

A vízszintes irányú összetevő nagysága: $F = \dfrac{F_1}{\sqrt{2}} = \dfrac{G}{2} = 10\ \text{N}$. (Ugyanekkora a függőleges összetevő is.)

471. $l = 2$ m, $m = 30$ kg, $\alpha = 30^\circ$.



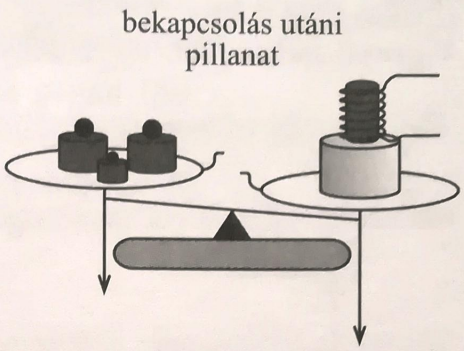
A gerenda egyensúlyban van. Ez azt jelenti, hogy a rá ható erők eredője 0, és a rá ható forgatónyomatékok összege is 0. A gerendára négy erő hat: a nehézségi erő, az alátámasztó felület által kifejtett nyomóerő, a kötél által kifejtett húzóerő, továbbá a felület és a gerenda között ható súrlódási erő (különben a gerenda elcsúszna a munkás felé).

Írjuk fel a forgatónyomatékok összegét a gerenda alátámasztott végére! A nyomóerő és a súrlódási erő forgatónyomatéka erre a pontra 0, hiszen hatásvonaluk jó közelítéssel átmegy rajta. A nehézségi erő erőkarja $k = 1$ m (támadáspontja a gerenda középpontjában van), a kötélerőé geometriai meggondolásból szintén $k_K = 1$ m. A két erő forgatónyomatéka egyenlő nagyságú és ellentétes irányú. Így

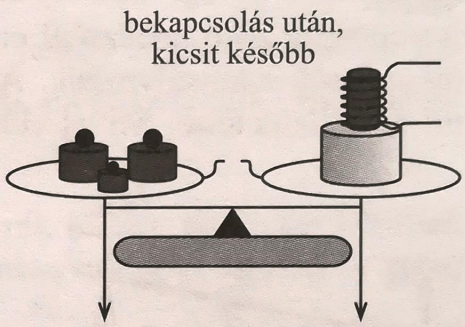
$$F_{\text{neh}} \cdot k = K \cdot k_K.$$

Mivel az erőkarok egyenlőek, az erőknek is egyenlő nagyságúnak kell lenniük, ezért $K = F_{\text{neh}} = 300$ N.

472. Kezdetben a mérlegre a vasdarab és az elektromágnes súlya hat, ezt a két erőt egyensúlyoztuk ki.

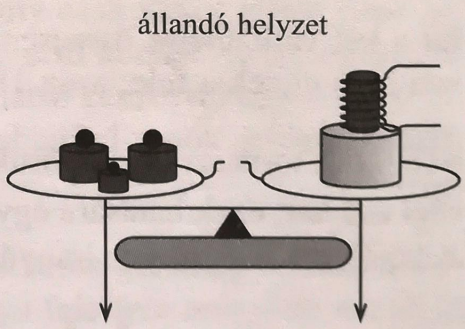


Amikor a mágnes megemeli a vasat, a vas súlya már nem hat a mérlegre. A vas és a mágnes közötti kölcsönhatásban fellépő erők közül a mágnes által a vasra kifejtett erőnek nincs hatása a mérlegre, a vas által a mágnesre kifejtett erőnek viszont – a rögzítésen keresztül – igen. Ez a két erő egyenlő nagyságú, és nagyobb, mint a vas súlya, hiszen különben a vasdarab nem indulna el fölfelé. Így a mérlegre a vas súlya helyett egy annál nagyobb, lefelé mutató erő fog hatni, ezért a mérlegnek ez a tányérja lefelé fog billenni.



Amikor a vasdarab hozzátapad a mágneshez, a mérlegre újra hat a súlya, de – mivel most már a vas is újra a mérleghez van rögzítve – a mérleg „érzékeli" a rá ható, felfelé mutató vonzóerőt is. Mivel a két vonzóerő hatása a mérlegre kiegyenlíti egymást, a mérleg eredeti egyensúlya helyreáll. (Ugyanaz a helyzet, mintha kikapcsolnánk az elektromágnest, és összeragasztanánk vele a vasat.)

473. Kezdetben a mérlegre a vasdarab és az elektromágnes súlya hat, ezt a két erőt egyensúlyoztuk ki.



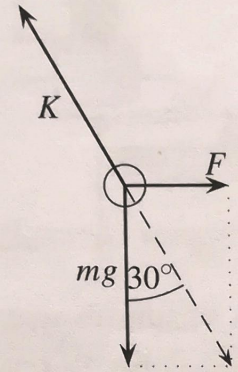
Amikor bekapcsoljuk az elektromágnest, a mágneses vonzóerő következtében a vasra egy felfelé mutató, a mágnesre egy ezzel egyenlő nagyságú, lefelé mutató erő hat. Ennek az erőnek a nagysága kisebb, mint a vas súlya, hiszen különben a vasdarab felemelkedne. Így a vas a mérlegre a súlyánál kisebb erővel hat, az elektromágnes viszont a súlyánál ugyanennyivel nagyobb erővel hat. Ezért a mérleg egyensúlya nem változik.

474. C) Magyarázat: Egy test akkor végezhet egyenes vonalú egyenletes mozgást, ha a rá ható erők eredője 0. Ezért a harmadik erőnek a C) állításban megfogalmazott feltételt kell teljesítenie, csak így ellensúlyozhatja a másik két erőt. (A két erő eredője csak akkor lesz északkeleti irányú, vagyis az ellentétes irány délnyugati, ha a két erő nagysága egyenlő, de erről nem szól a feladat. Ezért a D) következtetés nem *biztosan* igaz.)

I.

475. $m = 1$ kg, $\alpha = 30°$.

A golyó akkor van egyensúlyban, ha a rá ható erők eredője 0. A golyóra három erő hat: a kötél által kifejtett erő, a vízszintes kitérítő erő és a nehézségi erő.



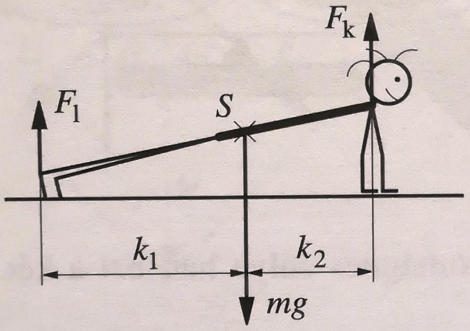
A nehézségi erő és az F erő eredője azonos nagyságú és ellentétes irányú a K erővel. Az ábra alapján:

$$\cos 30° = \frac{mg}{K},$$

$$K = \frac{10\text{ N}}{\cos 30°} = 11{,}5\text{ N}.$$

476. $m = 60$ kg, $k_1 = 80$ cm $= 0{,}8$ m, $k_2 = 50$ cm $= 0{,}5$ m.

Az emberre ható nehézségi erőt a talaj által a tenyereire, illetve lábujjaira kifejtett nyomóerők ellensúlyozzák. A tenyereire ható nyomóerők hatnak a karján keresztül a vállízületeire. Mivel ebben a helyzetben az ember egyensúlyban van, ezeknek az erőknek az eredője 0, és forgatónyomatékaik összege is 0.



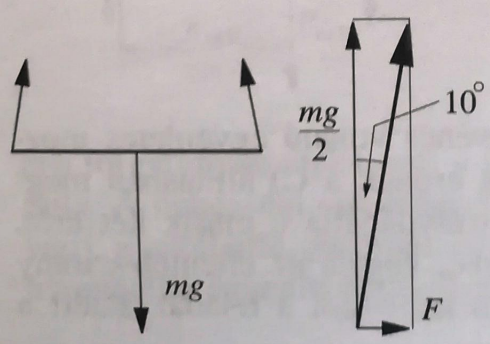
Írjuk fel a forgatónyomatékok összegét arra a pontra, ahol a lábára ható erő hat (így ennek forgatónyomatéka 0 lesz): $mgk_1 - F_k(k_1 + k_2) = 0$.

$$600\text{ N} \cdot 0{,}8\text{ m} = F_k \cdot 1{,}3\text{ m}.$$

$$F_k = 369{,}2\text{ N}.$$

Ez a két vállízületre összesen ható erő, egy-egy vállra (mivel párhuzamos erőkről van szó) ennek a fele, azaz 184,6 N erő hat.

477. A tornászra – a gyűrűkön keresztül – a kötelek által kifejtett erő és a nehézségi erő hat, ezek hatására egyensúlyban van. Így ezeknek az erőknek az eredője 0. A kötélerők függőleges irányú összetevői ellensúlyozzák a tornászra ható nehézségi erőt, így ezek nagysága $\frac{mg}{2} = 300$ N, a vízszintes irányú összetevők „nyomják össze” a tornász karjait (ezek eredője 0).

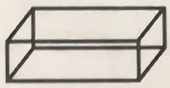


Az ábra alapján:

$$\operatorname{tg} 10° = \frac{F}{\frac{mg}{2}} = \frac{F}{300\text{ N}},$$

$$F = 52{,}9\text{ N}.$$

478. A legnagyobb területű oldalára, mert így a legnehezebb egyensúlyi helyzetéből kimozdítani, súlypontja a legmélyebben van.



479. Valamelyik élére, mert így szinte magától kibillen egyensúlyi helyzetéből.

480. Közömbös egyensúlyi helyzetben van, mert ha elmozdítjuk a testet, akkor az új helyzetében is egyensúlyban marad.

481. Alacsonyabb helyzetbe kerül, ezért nem tud magától visszaállni az egyensúlyi helyzetébe.

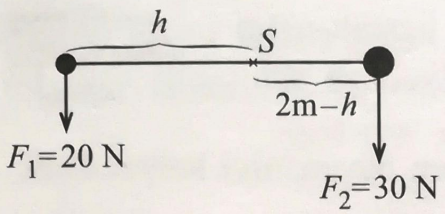
482. Nem, az erőpár csak forgatja a testet tömegközéppontján átmenő tengely körül.

483. A keljfeljancsi súlypontja álló helyzetében a lehető legalacsonyabban helyezkedik el. Így ha kimozdítjuk, akkor a súlypont megemelkedik, és magára hagyva magától visszatér az eredeti helyzetébe.

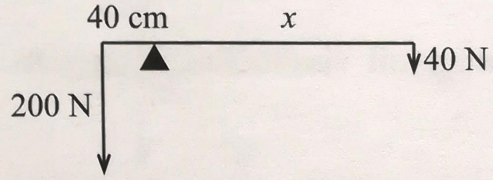
484. Tegyük fel, hogy az autó súlypontja a két kerék között, pontosan középen van. Ekkor az autó G súlya álló helyzetben egyenletesen oszlik el az első és hátsó kerekeken, $\frac{G}{2}$ terheli mindkét kereket, azt mondjuk, $\frac{G}{2}$ a tengelyterhelés. Ha az autó gyorsít, akkor a meghajtott kerekeken a súrlódásból származó előre mutató F_s erő hat. Ha a súlypontra felírjuk a forgatónyomatékot, akkor ennek az F_s erőnek a tömegközéppontra vonatkozó forgatónyomatéka azonos irányú az első kerékre ható F_1 nyomóerő forgatónyomatékával. Így egyensúly csak akkor állhat fenn, ha a hátsó kerék tengelyterhelése nagyobb lesz, mint az első keréké. A súrlódási erő arányos a nyomóerővel, így ahogy gyorsít az autó, a hátsó kerekével egyre nagyobb súrlódási erőt tud kifejteni. Tehát a hátsókerék-meghajtású autók jobban tudnak gyorsítani.

485. Ha a motoros súlypontja álló helyzetben a két kerék között, pontosan középen van, akkor a motor és a motoros együttes G súlya fele-fele arányban oszlik el a két keréken. Ha gyorsul a motoros, akkor a hátsó keréken előre mutató súrlódási erő ébred. (Ez gyorsítja a motorkerékpárt.) Ha ez elég nagy, akkor ennek az erőnek a súlypontra vonatkoztatott forgatónyomatéka lehet akkora, mint a hátsó keréken lévő teljes súly forgatónyomatéka, így az első kerék szerepe már nem szükséges, fel is emelkedhet.

I.



486. Az ábra alapján a keresett S pontra a két erő forgatónyomatéka megegyezik, $F_1 h = F_2(2\text{ m} - h)$, amiből $h = \dfrac{2\text{ m} \cdot F_2}{(F_1 + F_2)} = \dfrac{60\text{ m}}{50} = 1{,}2\text{ m}$. Tehát a rúd azon végétől, amelyen a 20 N súlyú gömb van 1,2 m-re.

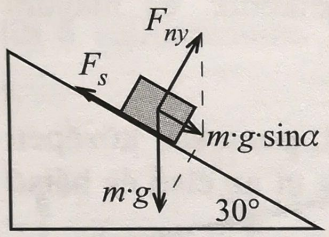


487. A forgáspontra vonatkoztatott ellentétes irányú forgatónyomtatékok egyenlőek.

$$200\text{ N} \cdot 0{,}4\text{ m} = 40\text{ N} \cdot x,$$

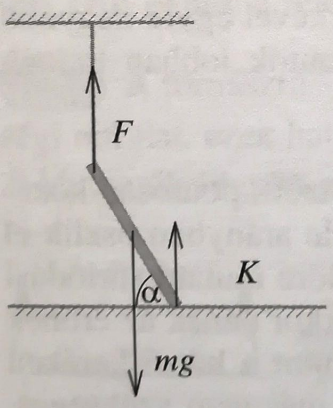
$$2\text{ m} = x.$$

Az emelő hossza 2,4 m.



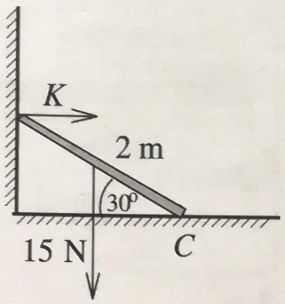
488. Ha a test nyugalomban van a lejtőn, akkor a $\mu mg\cos\alpha$ súrlódási erő megegyezik, az $mg\sin\alpha$ nagyságú, a lejtővel párhuzamos erővel, mg-vel egyszerűsítve, $\mu = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$, az adott 30° esetén $\mu = 0{,}58$.

489. A lejtőn lévő testre $mg\sin\alpha = mg \cdot 0{,}5$ N ($\sin 30° = 0{,}5$), mivel $m = 3$ kg, így 15 N erő hat. A fonálra tehát 1,5 kg tömegű testet kell kötni, mert ennek a súlya 15 N.



490. Az ábrán berajzoltuk a rúdra ható erőket: mg nehézségi erő, F fonálerő és K a talaj kényszerereje. Az ábráról leolvasható, hogy $F = K = \dfrac{mg}{2}$, behelyettesítve: $F = 10$ N. Így az S súrlódási erő 0, mert a három függőleges erő hatására már egyensúly van, így nem kell a súrlódási erő, tehát a μ súrlódási együttható bármekkora lehet.

491. Az ábra alapján felírjuk a C csuklóra az erők forgatónyomatékát. A C csuklón átmenő erőt nem rajzoltuk be, mert ennek a forgatónyomatéka 0. A keresett K, a fal kényszerereje, $h = 2\ \text{m} \cdot \sin 30°$ magasan van. A 15 N súlyerő hatásvonalának távolsága: $b = 1\ \text{m} \cdot \cos 30°$, így a forgatónyomatékok összege:

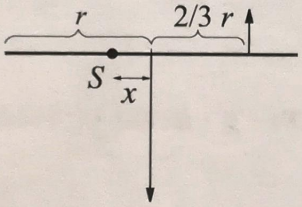


$$K \cdot 2\ \text{m} \cdot \sin 30° = 15\ \text{N} \cdot 1\ \text{m} \cdot \cos 30°,$$

és az egyenletből:

$$K = 15\ \text{N} \cdot \frac{\operatorname{ctg} 30°}{2} = 13\ \text{N}.$$

492. Az ábra szerint a kör középpontjától x távolságra lévő S súlypontra a teljes kör területével, $r^2\pi$-vel arányos függőlegesen lefelé irányuló erő (a körlap súlya) hat, az S-től $x + \left(\frac{2}{3}\right) r$ távolságban a hiányzó $\frac{r}{3}$ sugarú területtel $(r^2\frac{\pi}{9})$ arányos függőleges felfelé irányuló erő hat. A kis kör hiánya olyan, mintha ekkora erővel emelnénk a körlapot. A forgatónyomatékok összege 0, tehát:



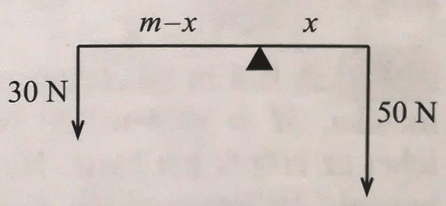
$$x(r^2\pi) = \left(x + \frac{2r}{3}\right)\left(r^2\frac{\pi}{9}\right),$$

$(r^2\pi)$-vel egyszerűsítve és rendezve:

$$x - \frac{x}{9} = 2\frac{r}{27},$$

amiből $8x = 2\frac{r}{3}$ és $x = \frac{r}{12}$.

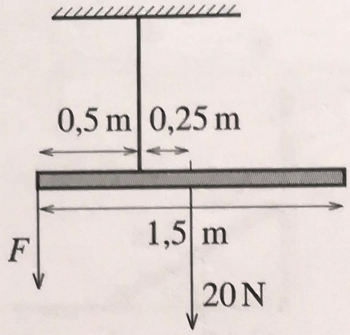
493. A két párhuzamos, egyirányú erő eredőjének a nagysága 80 N. Ez az erő az 50 N-os erőhöz van közelebb olyan x távolságra, amelyre a forgatónyomatékok egyenlők, tehát:



$$(30\ \text{N})(1\ \text{m} - x) = (50\ \text{N}) \cdot x,$$

amiből: $x = \frac{(30\ \text{Nm})}{(80\ \text{N})} = 0{,}375\ \text{m}$. Tehát az egyensúly tartásához 80 N nagyságú, az adott erőkkel párhuzamos, de ellenkező irányú erőre van szükség, amelynek hatásvonala az 50 N nagyságú erőtől 0,375 m-re van.

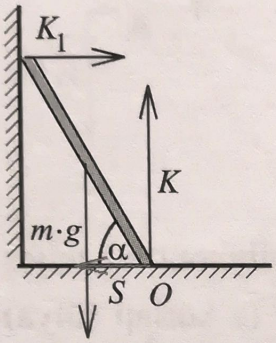
I.



494. Az ábrának megfelelően a fonáltól 0,25 m-re hat a rúdra a 20 N nehézségi erő. Az egyensúlyhoz a 0,5 m távolságra lévő végére kell hatni az F erővel. A fonál O pontjára a két forgatónyomatéknak egyenlőnek kell lennie, így:

$$0{,}5\ \text{m} \cdot F = 0{,}25\ \text{m} \cdot 20\ \text{N},$$

amiből $F = 10$ N.



495. Az ábrán berajzoltuk a létrára ható erőket. Az egyensúly egyik feltétele, hogy az erők forgatónyomatéka bármely pontra 0 legyen, ha O ez a pont, és h a rúd hossza, akkor:

$$m \cdot g \cdot \frac{h}{2} \cdot \cos\alpha - K_1 \cdot h \cdot \sin\alpha = 0.$$

Az egyensúly másik feltétele, hogy az erők összege 0, ezért: $K = mg$, és az S súrlódási erő egyenlő a falnak a rúdra ható K_1 erejével. Az $S = K_1$. Az S K-val és μ-vel kifejezhető: $S = \mu K = 0{,}3mg$. Írjuk be a forgatónyomaték egyenletébe K_1 S-sel kifejezett értékét, akkor:

$$\frac{m \cdot g \cdot h \cdot \cos\alpha}{2} - 0{,}3 \cdot m \cdot g \cdot h \cdot \sin\alpha = 0.$$

$m \cdot g \cdot h$-val egyszerűsítve, és rendezve:

$$\frac{\cos\alpha}{2} = 0{,}3 \sin\alpha,$$

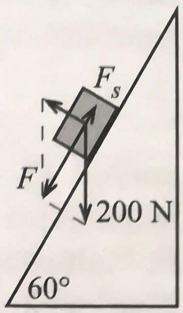
amiből $\cos\alpha = 0{,}6 \sin\alpha$, amiből $\operatorname{tg}\alpha = 1{,}67$, és $\alpha = 59°$.

Megjegyzés. Belátható, hogy az egyensúly minden $\alpha \geq 59°$ szögre fennmarad, hiszen a tapadási súrlódási erőnek a maximális értékével számolva adódott az 59°-os szög.

496. A 0,5 m távolságban lévő 20 N nagyságú erőkből álló erőpár forgatónyomatéka, $M = (0{,}5\ \text{m})(20\ \text{N}) = 10$ Nm. A 2 m sugarú körlapra legfeljebb 4 m lehet az erőpár két karja. Ha F ez az erő, akkor a forgatónyomaték: $4\ \text{m} \cdot F$, és ez egyenlő 10 Nm, amiből: $F = 2{,}5$ N. Az erők bármilyen állásúak legyenek, csak az irányuk legyen olyan, hogy forgatónyomatékuk ellenkező irányú legyen, mint az eredeti erőpár forgatónyomatéka.

497. A 60°-os lejtőn a testre ható nehézségi erő és a lejtő kényszererejének az eredője:

$$F = m \cdot g \cdot \sin 60° = (20\ \text{N}) \cdot 0{,}86 = 17{,}2\ \text{N}.$$

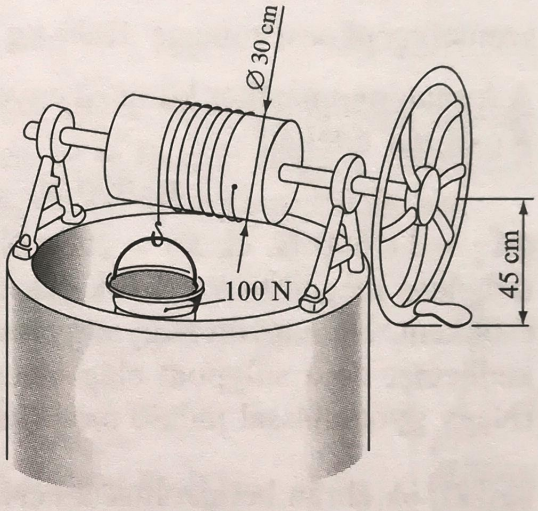


Ebből az erőből ki kell vonni a tapadási súrlódási erőt, mert az is segíti az egyensúlyt (az elmozdulás ellen hat),

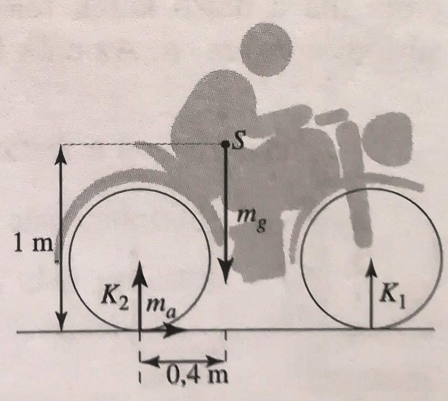
$$F_s = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 60° = 2\ \text{N}.$$

Az egyensúlyhoz a két erő különbsége, tehát a lejtőn felfelé mutató 15,2 N erő kell.

498. A henger átmérője 30 cm, így sugara 15 cm, ez a kerék sugarának (45 cm) a harmada, így a kerékkel $\frac{(100\ \text{N})}{3} = 33{,}3\ \text{N}$ erővel húzható a vödör. A munkavégzés szempontjából 10 m mélyről kell a 100 N súlyú vödröt felhúzni, így a munka, $W = 1000$ J, független attól, hogy a hengerrel vagy a kerékkel húzzuk fel.

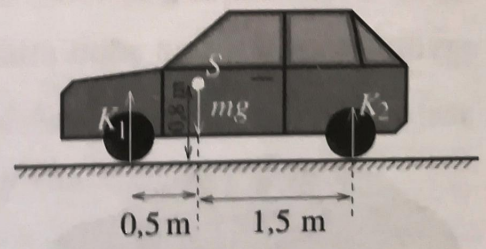


499. Mivel a motoros haladó mozgást végez, így a tömegközéppontra vonatkoztatott forgatónyomatéknak 0-nak kell lennie. Az ábrán berajzoltuk a motorosra ható erőket. Ha az első kerék felemelkedik, ez azt jelenti, hogy $K_1 = 0$, de ekkor $K_2 = mg$, és a forgatónyomatékok összege az S pontra: $m \cdot a \cdot (1\ \text{m}) - m \cdot g \cdot (0{,}4\ \text{m}) = 0$, amiből $a = 0{,}4 \cdot g = 3{,}92\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, mert $g = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



500. Ha az autó nyugalomban van, akkor az ábrának megfelelően a kerekekre ható K_1 és K_2 erők hatnak. Összegük: $K_1 + K_2 = 10\ 000$ N. A két erő forgatónyomatéka az S tömegközéppontra 0:

$$0{,}5\ \text{m} \cdot K_1 - 1{,}5\ \text{m} \cdot K_2 = 0.$$



I.

Mivel $K_1 + K_2 = 10\ 000$ N, így $K_1 = 10\ 000$ N $- K_2$. K_1-et az előző egyenlet kétszeresébe ($K_1 - 3K_2 = 0$) behelyettesítve azt kapjuk, hogy

$$10\ 000 \text{ N} - K_2 - 3K_2 = 0,$$

amiből $K_2 = 2\ 500$ N és $K_1 = 7500$ N. Ha az autó gyorsul, az ábrán hátsókerék-meghajtású kocsit rajzoltunk, akkor a vízszintes irányban ható erők eredője $m \cdot a$. Ez változtatja meg a tengelyterhelést. Ahhoz, hogy az autó a tömegközéppontja körül ne kezdjen forgómozgásba, a három erőnek az S tömegközéppontra vett forgatónyomatékának most is 0-nak kell lennie.

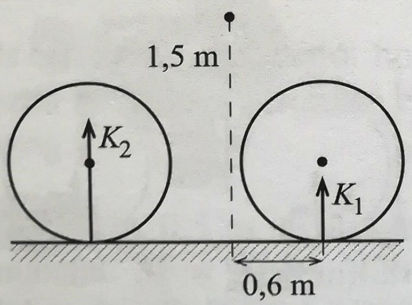
$$K_1 \cdot (0{,}5 \text{ m}) + m \cdot a \cdot (0{,}8 \text{ m}) - K_2 \cdot (1{,}5 \text{ m}) = 0.$$

A függőleges erők összege most is 0, így $K_1 = 10\ 000$ N $- K_2$. A 10 000 N súlyú személygépkocsi tömege 1000 kg ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) így az $m \cdot a$ gyorsítóerő: 1000 N. A forgatónyomatékot kifejező egyenlet kétszeresébe ($K_1 + 1{,}6ma - 3K_2 = 0$) beírva K_1 és ma értékét:

$$10\ 000 \text{ N} - K_2 + 1600 \text{ N} - 3K_2 = 0,$$

$4K_2 = 11\ 600$ N, és $K_2 = 2900$ N. Látszik, hogy K_2, azaz a hátsó kerék tengelyterhelése megnőtt. Az első kerék terhelése, $K_1 = 10\ 000$ N $- K_2 = 7100$ N pedig csökkent. Ha nagyon nagy a gyorsulás, akkor az autó első kereke akár fel is emelkedhetne, de a súlypont elég alacsonyan van ahhoz, hogy ez ne következzen be. (Nagy gyorsulással induló motorkerékpár esetén azonban könnyen bekövetkezhet.)

501. A ábrán berajzoltuk a kerékpárosra ható erőket. A kerékpáros akkor bukik előre, ha a hátsó kerék felemelkedik, azaz $K_2 = 0$, így $K_1 = mg$, és a fékező súrlódási erő $m \cdot a$. Az erők forgatónyomatékának összege az S súlypontra a bukás pillanatában 0. Egyenletben:

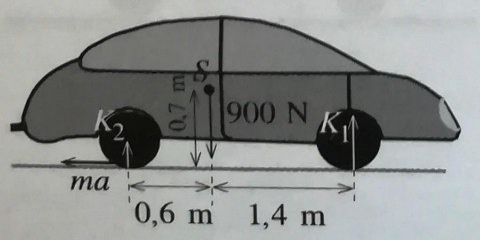


$$m \cdot g \cdot (0{,}6 \text{ m}) - m \cdot a \cdot (1{,}5 \text{ m}) = 0.$$

Az egyenletet m-mel egyszerűsítve, és rendezve:

$$a = \frac{0{,}6g}{1{,}5} = 0{,}4g = 3{,}92 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Az $m \cdot a$ fékezőerőt a súrlódás biztosítja, $m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g$, amiből a keresett súrlódási együttható $\mu = \frac{a}{g}$, az adott értékekkel $\mu = 0{,}4$.



502. Az ábrára berajzoltuk az autóra ható erőket. Az autó fékezéskor is haladómozgást végez, így a súlypontra vonatkoztatott forgatónyomatékok összegének 0-nak kell lenni.

$$M = K_1 \cdot (1{,}4 \text{ m}) - K_2 \cdot (0{,}6 \text{ m}) - m \cdot a \cdot (0{,}7 \text{ m}) = 0.$$

Az egyenletből K_1 és K_2 értéke kiszámítható. Az adott értékekkel: $K_1 + K_2 = 9000$ N, amiből $K_1 = 9000\ \text{N} - K_2$ és $ma = 2700$ N, az autó tömege 900 kg, ha $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Az adatokat az egyenletbe beírva:

$$(9000\ \text{N} - K_2) \cdot 1{,}4\ \text{m} - 0{,}6\ \text{m} \cdot K_2 - 2700\ \text{N} \cdot 0{,}7\ \text{m} = 0.$$

Az egyenletet rendezve: $12\,600\ \text{N} - 1890\ \text{N} = 2K_2$ és $K_2 = 5355$ N, és a másik kerék terhelése $K_1 = 3645$ N. Ha nem fékezett volna az autó, akkor a tengelyterhelések, K_1 és K_2, így számolható:

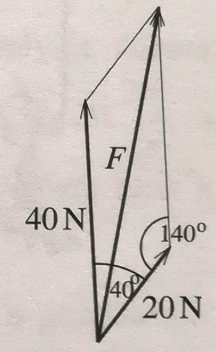
$$K_1 \cdot 1{,}4\ \text{m} - K_2 \cdot 0{,}6\ \text{m} = 0,$$

K_1 helyébe $(9000\ \text{N} - K_2)$-t helyettesítve:

$$1{,}4\ \text{m} \cdot (9000\ \text{N} - K_2) - 0{,}6\ \text{m} \cdot K_2 = 0,$$

amiből: $2K_2 = 12\,600$ N és $K_2 = 6300$ N és $K_1 = 2700$ N. Fékezésnél tehát az első kerék tengelyterhelése növekedett. A számításból az is látszik, hogy a fékezőerő forgatónyomatéka független attól, hogy melyik keréken, illetve kerekeken hat.

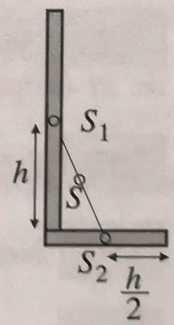
503. Az ábra alapján paralelogrammatétel segítségével szerkeszthetjük meg az eredő F erőt. Koszinusztétel segítségével számolhatjuk:



$$F^2 = 20^2 + 40^2 - 2 \cdot 20 \cdot 40 \cdot \cos 140^\circ = 3225,$$

és négyzetgyökvonással $F = 56{,}8$ N, tehát a táska súlya 56,8 N.

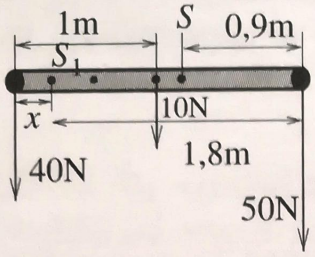
504. Az ábra szerint, ha h az L betű vízszintes részének a hossza, akkor ennek az S_2 súlypontja $\frac{h}{2}$ távolságban van az L alsó csúcsától. A $2h$ hosszúságú rész S_1 súlypontja h távolságra az alsó csúcstól. S_1 és S_2 x távolsága Pithagorasz tétele alapján:



$$x^2 = h^2 + \frac{h^2}{4},$$

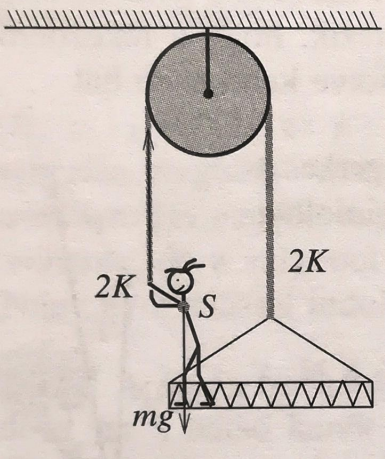
amiből $x^2 = 5\frac{h^2}{4}$ és $x = 1{,}12h$. E távolság harmadrésze $\frac{x}{3} = 0{,}37h$ távolságra lesz az S_1 ponttól, mivel az S_1-ben kétszer akkora tömeg van, mint az S_2-ben.

I.



505. Az ábra alapján a 2 méteres rúd súlypontja a rúd felében van. A 10 N erő és a 40 N erő távolsága tehát 1 m. Közös súlypontjuk, S_1 a 40 N súlyú kis golyótól az az x távolság, amelyre $40\ \text{N} \cdot x = (1\ \text{m} - x)10\ \text{N}$. Az egyenletből $x = 0{,}2$ m. Ebbe a pontba most már 50 N erőt kell képzelni. Ennek távolsága az 50 N súlyú golyótól 1,8 m. A három test közös súlypontja tehát az 50 N súlyú golyótól 0,9 m-re van, ebben a pontban függeszthető fel a rúd.

506. Az ábra szerint a vízszintes rész S_1 súlypontja 3 cm-re van a függőleges rész S_2 súlypontjától. Ezt a 3 cm-t kell 4 : 6 arányban felosztani, x legyen az S súlypontnak az S_1-től való távolsága, akkor: $4x = 6(3 - x)$, amiből $x = 1{,}8$ cm a T betű tetejétől lefelé.



507. Az ábra szerint az emberre hat az mg nehézségi erő, ezt ellensúlyozza a két kötél $2K$ ereje, tehát $2K = mg$, amiből $K = \frac{mg}{2}$, tehát az ember súlyának a felével tudja magát álló csigán felhúzni.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

508. Nem biztos, mert ha a két erő erőpárt alkot, akkor ugyan az erők összege 0, de az erőpárnak van forgató hatása.

509. Erőpár hatására a merev test, forgó mozgást végez.

510. Nem lehet nyugalomban, mert a tömegközéppontja gyorsuló mozgást végez.

511. A három erő hatásvonalainak egy ponton kell átmenni, mert így teljesülhet, hogy bármely két erő eredőjét a harmadik egyensúlyozza.

512. Nem, mert ez egyensúlyhoz a forgatónyomatékok összegének bármely pontra zérusnak kell lennie.

513. A két távolságnak a két személy súlyával fordított arányban kell állnia.

514. A vödör súlyán kívül szükséges még a henger és a kerék sugara is.

515. Akkor könnyebb (kisebb erővel lehetséges), ha a lejtő szöge kisebb.

516. A munkavégzés szempontjából csak a lejtő magassága számít.

517. Ha kisebb a menetemelkedés, akkor könnyebb a szőlőprést meghúzni.

1.4. MOZGÁSOK VIZSGÁLATA

Egyenletes körmozgás

Tesztfeladatok

518. Ha két test körmozgásának azonos a szögsebessége (ω), a pályáik sugara (r) különböző is lehet. A kerületi sebesség $v = r\omega$, a periódusidő $T = \frac{2\pi}{\omega}$, a cenrtripetális gyorsulás $a_{cp} = r\omega^2$. Látható, hogy a válaszlehetőségek közül csak a periódusidő nem függ a pálya sugarától, a helyes válasz: C).

519. Ha két test körmozgásának azonos a kerületi sebessége (v), a pályáik sugara (r) különböző is lehet. A kerületi sebesség, a pályasugár és a szögsebesség kapcsolata: $v = r\omega$. A képlet alapján belátható, hogy ha két körmozgás kerületi sebessége ugyanakkora, a pályasugár és a szögsebesség szorzata szükségképpen egyenlő. Tehát a helyes válasz: C).

520. Ha két test körmozgásának azonos a periódusideje (T), a pályáik sugara (r) különböző is lehet. A periódusidő $T = \frac{2\pi}{\omega}$, a kerületi sebesség $v = \frac{2r\pi}{T}$, a centripetális gyorsulás $a_{cp} = r\frac{4\pi^2}{T^2}$. Látható, hogy a válaszlehetőségek közül csak a szögsebesség nem függ a pálya sugarától, így a helyes válasz: A).

521. Az egyenletes körmozgást végző testek kerületi sebessége (v) és szögsebessége (ω) állandó, amelyből következik, hogy a centripetális gyorsulásuk – amelyre az $a_{cp} = \omega \cdot v$ összefüggés érvényes – szintén állandó. A pályamenti (érintő irányú) gyorsulás és a szöggyorsulás zérus. A helyes válasz: C).

I.

522. Ha két test körmozgásának azonos a szögsebessége (ω), a pályáik sugara (r) különböző is lehet. A szögsebesség $\omega = 2\pi \cdot f$, a kerületi sebesség $v = r\omega$, a cenrtripetális gyorsulás $a_{cp} = r\omega^2$. A megadott válaszlehetőségek közül csak a frekvencia nem függ a pálya sugarától, emiatt a helyes válasz: A).

523. Az egyenletesen változó kifejezés az egyenletes körmozgásra legfeljebb abban az értelemben használható, hogy a sebesség iránya egyenletesen változik. Így a B) állítás elfogadható.

524. A feladatra az **523.** feladat megoldásában megfogalmazottak érvényesek. Így az A) válasz fogadható el.

525. A centripetális gyorsulás nagyságára érvényes $a_{cp} = \frac{v^2}{r}$ összefüggés értelmében a centripetális gyorsulás a kerületi sebesség négyzetével egyenes arányban van, míg a pályasugárral fordítottan arányos. A példában szereplő két különböző sebességű gépkocsi centripetális gyorsulása csak akkor lehet egyenlő, ha érvényes rájuk, hogy $\frac{v_1^2}{r_1} = \frac{v_2^2}{r_2}$. Ha végignézzük a példában szereplő állításokat, észrevehető, hogy ha $v_1 < v_2$, $v_1^2 \ll v_2^2$. Emiatt a fenti két törtkifejezés egyenlőségének az a feltétele, hogy $r_1 \ll r_2$ legyen. A helyes válasz: B).

526. A nagyobb sebességű kerékpározáshoz a kerekek nagyobb fordulatszáma és kisebb periódusideje tartozik. A helyes válasz: D).

527. A centripetális gyorsulásra érvényes összefüggés: $a_{cp} = \omega \cdot v$. A szögsebesség és a periódusidő, valamint a kerületi sebesség és a periódusidő kapcsolata: $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $v = \frac{2r\pi}{T}$. Ha ezt a két összefüggést a centripetális gyorsulásra alkalmazzuk, az $a_{cp} = \frac{4r\pi^2}{T^2}$ eredményt kapjuk, amelyből kiolvasható, hogy a centripetális gyorsulás a periódusidő négyzetével fordítottan arányos. A helyes válasz: D).

528. A centripetális gyorsulásra érvényes összefüggés: $a_{cp} = \omega \cdot v$. A szögsebesség és a fordulatszám, valamint a kerületi sebesség és a fordulatszám kapcsolata: $\omega = 2\pi \cdot f$, $v = 2r\pi \cdot f$. Ha ezt a két összefüggést a centripetális gyorsulásra alkalmazzuk, az $a_{cp} = 4r\pi^2 \cdot f^2$ eredményt kapjuk, Ebből kiolvasható, hogy a centripetális gyorsulás a fordulatszám négyzetével egyenesen arányos. A helyes válasz: C).

529. A centripetális gyorsulásra érvényes összefüggés: $a_{cp} = \omega \cdot v$. A helyes válasz: A).

530. A centripetális gyorsulásra különböző feltételek mellett érvényes összefüggések: $a_{cp} = \omega \cdot v$, $a_{cp} = \frac{v^2}{r}$, $a_{cp} = \omega^2 r$, $a_{cp} = \frac{4r\pi^2}{T^2}$, $a_{cp} = 4r\pi^2 \cdot f^2$. A hibás állítás: A).

531. A nagyobb sebességű kerékpározáskor a kerekek fordulatszáma is nagyobb lesz. A hibás állítás: A).

532. Tekintsük át az egyes állításokhoz tartozó összefüggéseket! Az A) állításhoz $a_{cp} = \frac{v^2}{r}$, a B) állításhoz $a_{cp} = \omega \cdot v$, a C) állításhoz $a_{cp} = \omega^2 \cdot r$, a D) állításhoz $v = \omega \cdot r$ képletek tartoznak. Látható, hogy ezek közül a hibás állítás: C).

533. Az egyenletes körmozgás gyorsulása a kerületi sebesség irányváltozását jellemzi (A) állítás), merőleges a sebességre (B) állítás), az $a_{cp} = 4r\pi^2 \cdot f^2$ összefüggés szerint egyenesen arányos a fordulatszám négyzetével (C) állítás). Ezek az állítások tehát helyesek. A hibás állítás D), mert $a_{cp} = \frac{4r\pi^2}{T^2}$, azaz a centripetális gyorsulás a periódusidő négyzetével nem egyenesen, hanem fordítottan arányos.

534. Tekintsük át az egyes állításokhoz tartozó összefüggéseket! Az A) állításhoz $\omega = 2\pi \cdot f$, a B) állításhoz $v = \omega \cdot r$, a C) állításhoz $\omega =$ állandó, a D) állításhoz $a_{cp} = \omega^2 \cdot r$ képletek tartoznak. Látható, hogy ezek közül a hibás állítás D), mert az egyenlő szögsebességű körmozgásokhoz csak akkor tartozhatnak biztosan egyenlő centripetális gyorsulások, ha a pályasugarak is egyenlők.

535. A kerületi sebesség, a szögsebesség és a pályasugár kapcsolatát jellemző összefüggés: $v = \omega \cdot r$. Látható, hogy a feladatban megjelölt feltételek mellett A), B) és D) igaz, míg C) biztosan hibás.

536. A periódusidő, valamint a szögsebesség (A)), a kerületi sebesség (B)), a pályasugár (C)) és a centripetális gyorsulás (D)) viszonyára jellemző összefüggések: $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $v = \frac{2r\pi}{T}$, $a_{cp} = \frac{4r\pi^2}{T^2}$. Látható, hogy a hibás állítás: B), mert különböző sugarú körpályákon mozgó, azonos periódusidejű testek kerületi sebessége a feladat állításával szemben, biztosan különböző.

537. A szögsebesség, valamint a pályasugár (A)), a kerületi sebesség (B)), a periódusidő (C)) és a centripetális gyorsulás (D)) viszonyára jellemző összefüggések: $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $v = \frac{2r\pi}{T}$, $a_{cp} = \frac{4r\pi^2}{T^2}$. Látható, hogy a hibás állítás: A), mert a feladat állításával szemben, lehet azonos a különböző sugarú körpályákon mozgó testek szögsebessége.

I.

538. A helyes állítás: C), mert az egyenletes körmozgás pillanatnyi sebessége és centripetális gyorsulása egymásra merőleges. (Ha csak azt tudjuk, hogy a pálya alakja kör (A)), nem lehetünk biztosak abban, hogy a mozgás egyenletes is. Ha csak azt tudjuk, hogy a sebesség állandó nagyságú (B)), nem biztos, hogy a pálya alakja kör. Ha a mozgás körpályán zajlik, a gyorsulás biztosan nem lehet zérus (D)).

539. A helyes állítás: D).

540. A frekvencia jele lehet f is, lehet n is. A frekvencia SI-egysége *herz* (H. Herz német fizikus emlékére), $\text{Hz} = \frac{1}{\text{s}}$. Ezért a hibás állítás: B).

541. A frekvencia és a periódusidő egymás reciproka, $f = \frac{1}{T}$. A helyes állítás: C).

542. A kerületi sebesség iránya a mozgás minden pillanatában merőleges a középpontból a testhez húzható sugár irányára, és ez az irány azonos az ugyanehhez a ponthoz húzható érintő irányával. Ezért a hibás állítás: A).

543. A kétféle szögegység kapcsolata: $\frac{\alpha_{\text{fok}}}{\alpha_{\text{rad}}} = \frac{360^\circ}{2\pi}$. A szögelfordulás, a szögsebesség és az idő kapcsolata (ha a mozgás egyenletes): $\alpha_{rad} = \omega \cdot t$. Ezért a hibás állítás: B).

544. A feladatban szereplő meghatározás az egyenletes körmozgásra vonatkozik. Ezért a test mozgását valóban állandó periódusidő jellemzi („A), a mozgás szögsebessége állandó (B)), és a frekvencia is állandó (D)). A kerületi sebesség vektorának iránya viszont egyenletesen változó, így a hibás állítás: A).

545. Az állításokra jellemző összefüggések: $v = \omega \cdot r$, $a_{cp} = \omega \cdot v$. Így a hibás állítás: D).

Számításos feladatok

546. A kerületi sebesség és a szögsebesség kapcsolata $v_k = \omega \cdot r$, amelyből a pályasugár $\frac{v}{\omega} = r$. Az adatok: $v_k = 2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\omega = 1{,}5625\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. A számítás eredménye: $r = 1{,}6$ m.

A szögsebesség és a frekvencia kapcsolata $\omega = 2\pi \cdot f$, amelyből $f = \frac{\omega}{2\pi}$. A számítás eredménye: $f = 0{,}2487\ \frac{1}{\text{s}}$.

547. A kerületi sebesség, a pályasugár és a centripetális gyorsulás kapcsolata: $a_{cp} = \frac{v^2}{r}$. Az összefüggésből a keresett centripetális gyorsulás kiszámítható, ha az adatokat SI-egységben alkalmazzuk. Az adatok: $v_k = 54\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. A számítás eredménye: $a_{cp} = 4{,}17\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

548. A fordulatok száma (N), a frekvencia és az idő kapcsolata $N = f \cdot t$, amelyből $f = \frac{N}{t}$. A periódusidő és a frekvencia közötti összefüggés $T = \frac{1}{f}$. Az adatok: $t = 3$ perc $= 180$ s, $N = 120$. A számítás eredménye: $f = 0{,}667\ \frac{1}{\text{s}}$, $T = 1{,}5$ s.

549. A szögelfordulás, a szögelfordulás időtartama és a szögsebesség közötti kapcsolat: $\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$, amelyből a szögsebesség kiszámítható. Az adatokat SI-egységben alkalmazzuk, $\Delta\alpha = 90° = \frac{\pi}{2}$, $\Delta t = 0{,}6$ s. A számítás eredménye: $\omega = 2{,}618\ \frac{1}{\text{s}}$.

550. Belátható, hogy a test Δt idő alatt bekövetkező szögelfordulása egyenlő a test sebességvektorának szögelfordulásával. (Merőleges szárú szögek egyenlősége.) Így az $\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$ összefüggés alapján számolhatunk, $\Delta t = \frac{\Delta\alpha}{\omega}$. Az adatok: $\omega = 0{,}12\ \frac{1}{\text{s}}$, $\Delta\alpha = 120° = \frac{2\pi}{3}$. A számítás eredménye: $\Delta t = 0{,}1745$ s.

551. A szögelfordulás, a szögelfordulás időtartama és a szögsebesség közötti kapcsolat: $\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$. A szögelfordulás időtartama: $\Delta t = \frac{\Delta\alpha}{\omega}$. Az adatok: $\Delta\alpha = 36\pi$, $\omega = 3\pi\ \frac{1}{\text{s}}$. A számítás eredménye: $\Delta t = 12$ s.

552. A szögelfordulás, a szögelfordulás időtartama és a szögsebesség közötti kapcsolat: $\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$. A szögelfordulás időtartama: $\Delta t = \frac{\Delta\alpha}{\omega}$. Az adatok: $\Delta\alpha = 540° = 3\pi$, $\omega = 3\pi\ \frac{1}{\text{s}}$. A számítás eredménye: $\Delta t = 1$ s.

I.

553. A kerületi sebesség, a szögsebesség és a pályasugár közötti kapcsolat: $v = \omega \cdot r$, amelyből $r = \frac{v}{\omega}$. Az adatok: $\omega = 0{,}5\pi \ \frac{1}{\text{s}}$, $v = 2 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. A számítás eredménye: $r = 1{,}273$ m.

554. A centripetális gyorsulás, a pályasugár és a körmozgás periódusideje közötti kapcsolat: $a_{cp} = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r$, amelyből a keresett centripetális gyorsulás kiszámítható. Az adatok: $T = 2{,}4$ s, $d = 2r = 1{,}2$ m. A számítás eredménye: $a_{cp} = 4{,}11 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

555. A centripetális gyorsulás, a pályasugár és a körmozgás kerületi sebessége közötti kapcsolat: $a_{cp} = \frac{v^2}{r}$. Ebből az összefüggésből a kerületi sebesség: $v = \sqrt{a_{cp} \cdot r}$. Az adatok: $a_{cp} = 2 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $r = 0{,}3$ m. A számítás eredménye: $v = 0{,}7746 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A kerületi sebesség és a szögsebesség kapcsolata: $v = \omega \cdot r$, amelyből $\omega = \frac{v}{r}$. A számítás eredménye: $\omega = 2{,}582 \ \frac{1}{\text{s}}$.

556. A centripetális gyorsulás, a pályasugár és a körmozgás kerületi sebessége közötti kapcsolat: $a_{cp} = \frac{v^2}{r}$. Ebből az összefüggésből – ha az adatokat SI-egységben alkalmazzuk – a repülőgép centripetális gyorsulása közvetlenül kiszámítható. Az adatok: $v = 486 \ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 135 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $d = 2r = 24$ km $= 24\,000$ m. A számítás eredménye: $a_{cp} = 1{,}52 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

A berepült körök száma a várakozási idő (t) és a periódusidő (T) hányadosával egyenlő. A periódusidőt a kerületi sebesség, a pályasugár és a periódusidő kapcsolatát kifejező $v = \frac{2r\pi}{T}$ összefüggés alapján számíthatjuk, amelyből $T = \frac{2r\pi}{v}$. A számítás eredménye: $T = 558{,}5$ s.

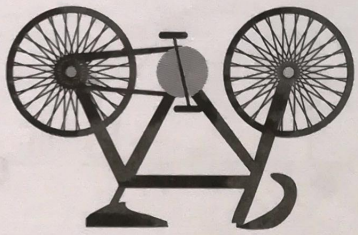
A berepült körök száma: $n = \frac{t}{T}$, amelyben $t = 37$ perc $= 2220$ s. A számítás eredménye: $n \approx 4$.

557. A nedves ruha sebessége a centrifugában a $v = 2r\pi \cdot f$ összefüggés alapján számítható. Az adatok: $f = 1200 \frac{1}{\text{perc}} = 20\frac{1}{s}$, $r = 25$ cm $= 0{,}25$ m. A számítás eredménye: $v = 31{,}42 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A centripetális gyorsulás, a pályasugár és a fordulatszám közötti kapcsolat: $a_{cp} = 4\pi^2 f^2 r$, amelyből a centripetális gyorsulás közvetlenül kiszámítható. A számítás eredménye: $a_{cp} = 3947{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Ha $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, akkor ez a gyorsulás $a_{cp} \approx 395g$-nek felel meg.

558. A kerék peremének kerületi sebességét a $v = 2r\pi \cdot f$ összefüggés alapján számíthatjuk. Az adatok: $2r\pi = 2{,}1$ m, $f = \frac{N}{\Delta t} = 2\frac{1}{\text{s}}$. A számítás eredménye: $v = 1{,}05 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



559. Adatok: $R = 8$ m, $T = 2$ min $= 120$ s. *a)* $v = ?$ *b)* $n = ?$

a) A sebesség az út és idő hányadosa. Itt a gondola útja a körpálya kerülete, az eltelt idő a periódusidő, tehát a gondola sebessége:

$$v = \frac{s}{T} = \frac{2R\pi}{T} = \frac{2 \cdot 8 \text{ m} \cdot \pi}{120 \text{ s}} = 0{,}42 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1{,}5 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

b) A fordulatszám a periódusidő reciproka:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{1}{120 \text{ s}} = 0{,}00833 \frac{1}{\text{s}} = 0{,}00833 \frac{1}{\text{s}} \cdot 60 = 0{,}5 \frac{1}{\text{min}}.$$

560. Adatok: $t = 5$ min, $z = 75$. $n = ?$ $\omega = ?$

A fordulatszám fogalma szerint:

$$n = \frac{z}{t} = \frac{75}{5 \text{ min}} = 15 \frac{1}{\text{min}} = \frac{15}{60} \frac{1}{\text{s}} = 0{,}25 \frac{1}{\text{s}}.$$

A szögsebesség:

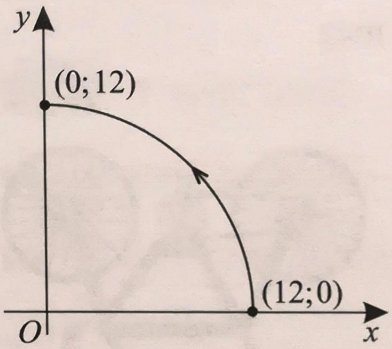
$$\omega = 2\pi n = 2\pi \cdot 0{,}25 \frac{1}{\text{s}} = 1{,}57 \frac{1}{\text{s}}.$$

I.

561. Adatok: $v = 108\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t = T = 4$ s, $z = 1$, azaz $s = 2R\pi$, $R = ?$

A repülőgépmodell sebessége: $v = \frac{s}{t} = \frac{2R\pi}{T}$, innen a pályasugár:

$$R = \frac{vT}{2\pi} = \frac{30\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4\ \text{s}}{2\pi} = 19{,}1\ \text{m}.$$



562. A helykoordináta-adatokból kiolvasható, hogy a megadott időtartam alatt (0,6 s) a test épp egy negyedkört futott be. Ezért a periódusidő: $T = 2{,}4$ s. A szögsebesség az $\omega = \frac{2\pi}{T}$ összefüggés alapján számítható.

A számítás eredménye: $\omega = 2{,}618\ \frac{1}{\text{s}}$. A kerületi sebességre érvényes $v = \omega \cdot r$ összefüggés alkalmazható. A számítás eredménye: $v = 0{,}314\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

563. A kerületi sebesség a $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ összefüggés alapján számítható. Az adatok: $\Delta s = 4$ m, $\Delta t = 2{,}5$ s. A számítás eredménye: $v = 1{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A szögsebesség kiszámítására az $\omega = \frac{v}{r}$ képletet alkalmazzuk. A számítás eredménye: $\omega = 2{,}13\ \frac{1}{\text{s}}$.

A fordulatszám – az $n = \frac{\omega}{2\pi}$ összefüggés alapján – szintén egyszerűen adódik. A számítás eredménye: $n = 0{,}34\ \frac{1}{\text{s}}$.

A centripetális gyorsulásra az $a_{cp} = \omega^2 \cdot r$ képletet alkalmazzuk. A számítás eredménye: $a_{cp} = 3{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

564. A centripetális gyorsulásra érvényes összefüggés: $a_{cp} = \frac{v^2}{r}$, amelyből látható, hogy adott állandó kerületi sebesség mellett a centripetális gyorsulás a pályasugárral fordítottan arányos. A legnagyobb megengedett centripetális gyorsuláshoz tartozó legkisebb pályasugarat a fenti összefüggés átrendezésével kapjuk: $r_{\text{min}} = \frac{v^2}{a_{cp}}$. Az adatok: $v = 1{,}265\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $a_{cp} = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. A számítás eredménye: $r_{\text{min}} = 0{,}8$ m.

565. A befutott út $2 \cdot r \cdot \pi = 2 \cdot 1{,}25\ \text{m} \cdot 3{,}14 = 7{,}85\ \text{m}$.

A kerületi sebesség a $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ összefüggés alapján számítható.

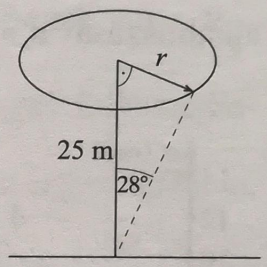
A számítás eredménye: $v = 1{,}09\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A mozdony mozgásának szögsebessége $\omega = \frac{v}{r} = 0{,}872\ \frac{1}{\text{s}}$.

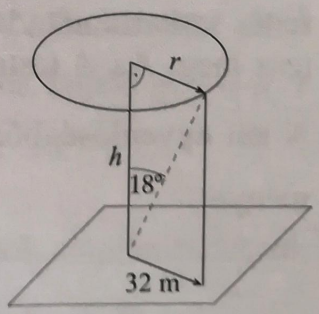
A mozdony mozgásának fordulatszáma $n = \frac{\omega}{2\pi} = 0{,}138\ \frac{1}{\text{s}}$.

A mozdony mozgásának centripetális gyorsulása $a_{cp} = \omega^2 \cdot r = 0{,}95\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

566. Az ábrán látható, hogy a héja vízszintes síkú pályán repül és a megfigyelő 25 m magasságban, a függőleges irányhoz viszonyítva, 28°-os szög alatt látja. A mozgása egyenletes, a pálya alakja kör. A körmozgás periódusideje: $T = 6$ s. A körpálya sugarát az ábra alapján számíthatjuk, $\text{tg}\,28° = \frac{r}{25\ \text{m}}$, amelyből $r = 25\ \text{m} \cdot \text{tg}\,28°$. A számítás eredménye: $r = 13{,}29$ m. A repülési sebességre a $v = \frac{2r\pi}{T}$ összefüggés érvényes, amelyből $v = 13{,}92\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



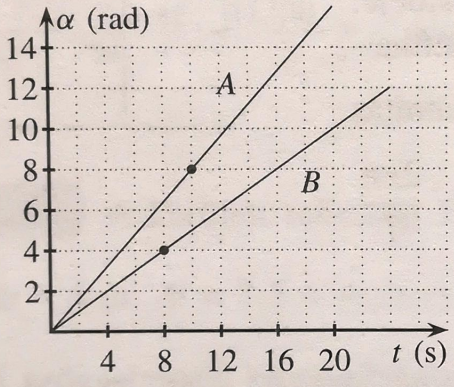
567. A héja vízszintes síkú pályán repül és az egyik megfigyelő a függőlegeshez képest állandó 18°-os szög alatt látja. Ez csak úgy lehetséges, ha ez a megfigyelő épp a körpálya középpontjában áll, mint ahogyan az ábrán látható. Az ettől a megfigyelőtől 32 m távolságban álló társa feje felett 9 másodpercenként repül el a madár, amelyből következik, hogy a körpálya sugara $r = 32$ m és a körmozgás periódusideje $T = 9$ s. Az ábrán látható derékszögű háromszögben $\text{tg}\,18° = 32\ \frac{\text{m}}{\text{h}}$, ezért a madár repülési magasságára a $h = \frac{32}{\text{tg}\,18°}$ összefüggés érvényes. A számítás eredménye: $h = 98{,}5$ m. A madár repülési sebességét a $v = \frac{2r\pi}{T}$ képlet segítségével számíthatjuk. A számítás eredménye: $v = 22{,}34\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\left(80{,}4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$.



I.

568. A Föld tengely körüli forgása miatt az Egyenlítőn álló ember (és minden egyéb a talajhoz képest nyugvó egyéb dolog) $T \approx 86\,400$ s periódusidejű egyenletes körmozgást végez, a pálya sugara a Föld egyenlítői átmérőjének fele, $R_{\text{Föld}} \approx$ $\approx 6{,}378 \cdot 10^6$ m. A centripetális gyorsulásra érvényes összefüggés: $a_{cp} = \dfrac{4r\pi^2}{T^2}$. A számítás eredménye: $a_{cp} \approx 0{,}0337 \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

569. A Föld Nap körüli keringési pályáját körpályának tekinthetjük, a mozgást pedig megközelítően egyenletesnek. Az adatok: $r_{\text{Föld}} = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m, $T = 365{,}25$ nap $= 31\,557\,600$ s. A pályamenti sebességet a $v = \dfrac{2r\pi}{T}$ összefüggés alkalmazásával számíthatjuk. A számítás eredménye: $v \approx 29\,865 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

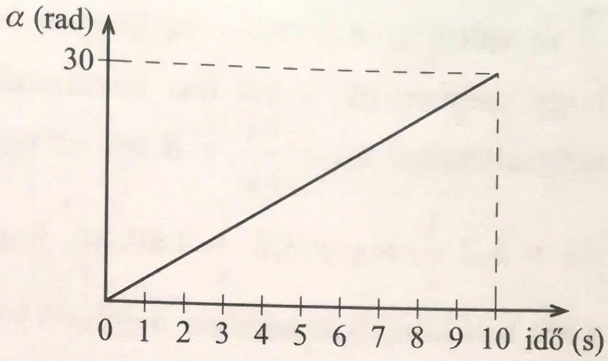


570. Az ábráról leolvashatók a szögsebességek: $\omega_A = 0{,}8 \dfrac{1}{\text{s}}$, $\omega_B = 0{,}5 \dfrac{1}{\text{s}}$. A pályasugarak: $r_A =$ $= 25$ cm $= 0{,}25$ m, $r_B = 40$ cm $= 0{,}4$ m. A kerületi sebességek a $v = \omega \cdot r$ összefüggés alkalmazásával: $v_A = 0{,}2 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_B = 0{,}2 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$. A testek a közös középpontból nézve akkora időközönként kerülnek fedésbe, amennyi idő ahhoz szükséges, hogy a kisebb periódusidejű (nagyobb fordulatszámú) A test egy teljes fordulattal többet tegyen meg, mint a nagyobb periódusidejű (kisebb fordulatszámú) B test. A periódusidők: $T_A = \dfrac{2\pi}{0{,}8}$ s $= 2{,}5\pi$ s, $T_B = \dfrac{2\pi}{0{,}5}$ s $= 4\pi$ s. Jelöljük a két egymást követő fedés időtartamát Δt-vel. Ezen Δt idő alatt az A test $n+1$, a B test n fordulatot tesz meg. Az A testre $\Delta t = (n+1)T$, a B testre $\Delta t = nT$.

A két egyenlőségből: $nT_B = (n+1)T_A$, amelyből $n = \dfrac{T_A}{T_B - T_A}$. A számítás eredménye:

$$n = \frac{5}{3}, \quad \Delta t = n \cdot T_B, \quad \Delta t = 20{,}94 \text{ s}.$$

571. Számítsuk ki a mozgás szögsebességét! Az $a_{cp} = \omega^2 \cdot r$ összefüggésből $\omega = \sqrt{\frac{a_{cp}}{r}}$. A számítás eredménye: $\omega = 3\ \frac{1}{s}$. Szerkesszük meg a szögelfordulás-idő grafikont! Készítsünk értéktáblázatot!



Δt (s)	0	2	5	10
α (rad)	0	6	15	30

572. A szögelfordulás-idő grafikonról leolvashatók a szögsebességek: $\omega_1 = 9\frac{1}{s}$, $\omega_2 = 12\ \frac{1}{s}$, $\omega_3 = 18\ \frac{1}{s}$. A pályák sugarait a $v = \omega \cdot r$ összefüggés felhasználásával kiszámíthatjuk: $r = \frac{v}{\omega}$. A számítás eredménye: $r_1 = 0{,}5$ m, $r_2 = 0375$ m, $r_3 = 0{,}25$ m.

573. Azt a szögelfordulást, amely a B jelű test mozgásához tartozik, jelöljük δ-val! Az A jelű test szögelfordulása ennél $\frac{7\pi}{4}$-gyel nagyobb. Mindkét test mozgására érvényes, hogy $\alpha = \omega \cdot t$. Ezt alkalmazva $\delta = \omega_B \cdot t$, $\delta + \frac{7\pi}{4} = \omega_A \cdot t$. A két egyenlet felhasználásával $\frac{7\pi}{4} = (\omega_A - \omega_B) \cdot t$, amelyből $t = 9{,}16$ s.

574. Azt a szögelfordulást, amely a B jelű test mozgásához tartozik, jelöljük δ-val! Az A jelű test szögelfordulása ennél $\frac{7\pi}{4}$-gyel nagyobb. Mindkét test mozgására érvényes, hogy a befutott ívhosszak és a szögelfordulások között az $i = \alpha \cdot r$ összefüggés érvényes. Ezt alkalmazva $\frac{7\pi}{4} \cdot r = (v_A - v_B) \cdot t$, $t = 22{,}9$ s.

575. Az **573.** és **574.** feladatokban alkalmazott megfontolások alapján felírható, hogy $\frac{7\pi}{4} = (\omega_A - \omega_B) \cdot t$. A számítás eredménye: $\omega_A = 4{,}5\ \frac{1}{s}$, $t = 4{,}23$ s.

576. A két test között a lehetséges legnagyobb távolság: $d = r_A + r_B$, az adatokból $d = 2{,}3$ m. Mindkét test mozgására érvényes, hogy $\alpha = \omega \cdot t$, és $\omega = \frac{v}{r}$. A két test akkor lesz egymástól először a legnagyobb távolságra, ha a fázisaik különbsége

I.

$\frac{\pi}{2}$-re változik. Azt, hogy ez hogyan következhet be, abból tudjuk megállapítani, hogy megnézzük, a két test közül melyik szögsebessége a nagyobb? Az A test szögsebessége $\omega_A = \frac{v_A}{r_A}$, a B test szögsebessége $\omega_B = \frac{v_B}{r_B}$. A számítás eredménye: $\omega_A = 3{,}2\ \frac{1}{\text{s}}$, $\omega_B = 3{,}8\ \frac{1}{\text{s}}$. Látható, hogy a B test szögsebessége a nagyobb, ezért a két test közötti kezdetben meglevő $-\frac{\pi}{4}$ fáziskülönbség először eltűnik, majd $\frac{\pi}{2}$-re nő. Jelöljük az A test mozgásához tartozó szögelfordulást δ-val! A B jelű test szögelfordulása ennél $\frac{3\pi}{2}$-vel nagyobb. Ezt alkalmazva $\delta + \frac{3\pi}{2} = \frac{v_B}{r_B} \cdot t$, $\delta = \frac{v_A}{r_A} \cdot t$. A két egyenlet felhasználásával

$$\frac{3\pi}{2} = \left(\frac{v_B}{r_B} - \frac{v_A}{r_A}\right) \cdot t, \quad t = 7{,}854\ \text{s}.$$

Mechanikai rezgések

Tesztfeladatok

577. Hamis a D), mert csak az a rezgőmozgás egyúttal harmonikus rezgőmozgás is, amelyik kitérése az idő függvényében szinuszfüggvénnyel írható le.

578. Hamis a B), mert az egyenletes körmozgást végző test pályasugarának a körmozgásból származtatott harmonikus rezgőmozgást végző test legnagyobb kitérése, vagyis az amplitúdója felel meg.

579. Hamis a C), mert a rezgőmozgást végző test körfrekvenciája a frekvencia 2π-szerese.

580. Kivétel a D) A rezgő test sebessége.

581. Igaz: B) A harmonikus rezgőmozgást végző test gyorsulása ott a legnagyobb, ahol a kitérése a legnagyobb.

582. Hamis a B), mert a harmonikus rezgőmozgást végző test sebessége ott a legnagyobb, ahol a kitérése zérus.

583. C) A periódusidő nyolcada.

$$y = \frac{A}{\sqrt{2}} = A\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

A rezgőmozgást végző test kitérése:

$$y = A \cdot \sin \omega t,$$

$$A\frac{\sqrt{2}}{2} = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right),$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right).$$

A szög szinusza a feltétel szerint 45°-nál, azaz $\frac{\pi}{4}$-nél lesz először egyenlő $\frac{\sqrt{2}}{2}$-vel:

$$\frac{2\pi}{T} \cdot t = \frac{\pi}{4},$$

amiből:

$$t = \frac{T}{8}.$$

584. A) Az amplitúdó fele.

$$t = \frac{5T}{12}.$$

A rezgőmozgást végző test kitérése:

$$y = A \sin \omega t = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{5T}{12}\right) = A \sin\frac{5\pi}{6} = A \sin\frac{\pi}{6} = \frac{A}{2}.$$

585. B) 5 cm.

$$t = \frac{T}{3}\ \text{s}, \quad y = 4{,}33\ \text{cm}.$$

A rezgőmozgást végző test kitérése:

$$y = A \sin \omega t = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right),$$

$$4{,}33\ \text{cm} = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{3}\right) = A \sin\frac{2\pi}{3},$$

amiből:

$$A = \frac{4{,}33\ \text{cm}}{0{,}866} = 5\ \text{cm}.$$

586. C) $1{,}66\ \frac{1}{\text{s}}$.

$$t = 0{,}35\ \text{s}, \quad y = -7{,}5\ \text{cm}, \quad A = 15\ \text{cm}.$$

I.

A rezgőmozgást végző test kitérése:

$$y = A \sin \omega t = A \sin(2\pi \cdot f \cdot t).$$

Az ismert adatok behelyettesítésével:

$$\frac{-7{,}5 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} = \sin(2\pi \cdot f \cdot t),$$

$$-0{,}5 = \sin(2\pi \cdot f \cdot t).$$

A szög szinusza a feltétel szerint 210°-nál, azaz $\frac{7\pi}{6}$-nál lesz először egyenlő $-0{,}5$-del:

$$2\pi \cdot f \cdot t = \frac{7\pi}{6},$$

ahonnan a frekvencia:

$$f = \frac{7}{12 \cdot 0{,}35 \text{ s}} = 1{,}66 \frac{1}{\text{s}}.$$

587. C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$-szerese.

$$y = \frac{A}{2}.$$

A rezgőmozgást végző test kitérése:

$$y = A \sin \omega t = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right).$$

A feltétel szerint:

$$\frac{A}{2} = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right),$$

$$0{,}5 = \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right).$$

A szög szinusza a feltétel szerint 30°-nál, azaz $\frac{\pi}{6}$-nál lesz először egyenlő 0,5-del:

$$\frac{2\pi}{T} \cdot t = \frac{\pi}{6},$$

ahonnan:

$$t = \frac{T}{12}.$$

A rezgő test sebessége t idő elteltével:

$$v = A\omega \cos \omega t = A\omega \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{12}\right) = A\omega \cos\frac{\pi}{6} = A\omega \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = v_{max} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2},$$

ahol:

$$v_{max} = A\omega.$$

588. D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$-szerese.

$$y = \frac{A\sqrt{2}}{2}.$$

A rezgőmozgást végző test kitérése:

$$y = A \sin \omega t = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right).$$

A feltétel szerint:

$$\frac{A\sqrt{2}}{2} = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right),$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right).$$

A szög szinusza a feltétel szerint 45°-nál, azaz $\frac{\pi}{4}$-nél lesz először egyenlő $\frac{\sqrt{2}}{2}$-vel:

$$\frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{4},$$

ahonnan:

$$t = \frac{T}{8}.$$

A rezgő test gyorsulása t idő elteltével:

$$a = -A\omega^2 \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{8}\right) = -A\omega^2 \sin\frac{\pi}{4} = -A\omega^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a_{max} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2},$$

ahol:

$$a_{max} = -A\omega^2.$$

589. D) Az amplitúdó fele.

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \quad \rightarrow \quad \frac{2\pi}{T} = \sqrt{3}.$$

I.

A feltétel szerint:

$$v = A\omega \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \qquad \text{és} \qquad a = A\omega^2 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right),$$

$$A\omega \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = A\omega^2 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right),$$

$$\frac{\sin\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t\right)}{\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t\right)} = \frac{1}{\omega}.$$

Az adatokkal:

$$\operatorname{tg}(\sqrt{3}\cdot t) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

A szög tangense 30°-nál, azaz $\frac{\pi}{6}$-nál lesz egyenlő $\frac{\sqrt{3}}{3}$-mal:

$$\sqrt{3}\cdot t = \frac{\pi}{6},$$

ahonnan:

$$t = \frac{\pi}{6\cdot\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}\cdot\pi}{18}.$$

Ekkor a rezgő test kitérése:

$$y = A\sin\omega t = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = A\sin\left(\frac{2\pi}{\frac{2\pi}{\sqrt{3}}}\cdot\frac{\sqrt{3}\cdot\pi}{18}\right) = A\sin\frac{\pi}{6} = \frac{A}{2}.$$

590. C) 4 cm.

$$T = 0{,}4\ \text{s}$$

A rugóra függesztett test rezgésideje:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \quad \rightarrow \quad \frac{m}{D} = \frac{T^2}{4\pi^2}.$$

Egyensúlyi állapotban a rugóra függesztett testre ható erők eredője nulla, tehát:

$$m\cdot g = D\cdot y \quad \rightarrow \quad \frac{m}{D} = \frac{y}{g}.$$

A két egyenlet összevetéséből:

$$\frac{y}{g} = \frac{T^2}{4\pi^2},$$

amiből a rugó megnyúlása:

$$y = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2} = \frac{(0{,}4\ \text{s})^2 \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{4\pi^2} = 0{,}04\ \text{m} = 4\ \text{cm}.$$

591. A) háromszor akkora lesz.

$$m_1 = 9m.$$

A D direkciós erejű rugóra függesztett m tömegű test rezgésideje:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}.$$

A rugóra függesztett m_1 tömegű test rezgésideje:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{9m}{D}} = 3 \cdot 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 3T.$$

592. A) kétszer akkora lesz.

$$D_1 = \frac{D}{4}.$$

A D direkciós erejű rugóra függesztett m tömegű test rezgésideje:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}.$$

A D_1 direkciós erejű rugóra függesztett m tömegű test rezgésideje:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{D}{4}}} = 2\pi\sqrt{\frac{4m}{D}} = 2 \cdot 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2T.$$

593. B)

$m_1 = 3m$, T = állandó.

A D direkciós erejű rugóra függesztett m tömegű test rezgésideje:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}},$$

I.

ahonnan a rugóállandó:

$$D = \frac{4\pi^2 m}{T^2},$$

illetve:

$$D_1 = \frac{4\pi^2 m_1}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 3m}{T^2} = 3 \cdot \frac{4\pi^2 m}{T^2} = 3D.$$

594. C) ötszöröse.
$D_1 = 5D$, T = állandó.
A D direkciós erejű rugóra függesztett m tömegű test rezgésideje:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}},$$

ahonnan a rezgő test tömege:

$$m = \frac{T^2 \cdot D}{4\pi^2},$$

illetve:

$$m_1 = \frac{T^2 \cdot D_1}{4\pi^2} = \frac{T^2 \cdot 5D}{4\pi^2} = 5 \cdot \frac{T^2 \cdot D}{4\pi^2} = 5m.$$

595. Hamis a D), mert ha a rezgőmozgást végző test körfrekvenciája negyedére csökken, akkor a legnagyobb sebessége is a negyedére csökken.
A) $\omega_1 = 3\omega$
A legnagyobb gyorsulásra:

$$a_{max} = -A\omega^2 \quad \text{és} \quad a_{max_1} = -A\omega_1^2 = -A \cdot 9\omega^2 = 9a_{max}.$$

B) $\omega_1 = 3\omega$
A legnagyobb sebességre:

$$v_{max} = A\omega \quad \text{és} \quad v_{max_1} = A\omega_1 = A \cdot 3\omega = 3v_{max}.$$

C) $\omega_1 = \frac{\omega}{4}$.
A legnagyobb gyorsulásra:

$$a_{max} = -A\omega^2 \quad \text{és} \quad a_{max_1} = -A\omega_1^2 = -A\frac{\omega^2}{16} = \frac{a_{max}}{16}.$$

D) $\omega_1 = \frac{\omega}{4}$.
A legnagyobb sebességre:

$$v_{max} = A\omega \quad \text{és} \quad v_{max_1} = A\omega_1 = A\frac{\omega}{4} = \frac{v_{max}}{4} \neq \frac{v_{max}}{2}.$$

596. Nem igaz a B), mert a rugó megnyújtásához szükséges erő a megnyúlás irányába mutat.

597. Nem igaz a D), mert ha a rezgő test amplitúdója kétszeresére nő, akkor az összenergiája a négyszeresére nő.

A) $D_1 = \frac{D}{4}$, $A_1 = 2A$.

A rezgőmozgást végző test összenergiája:

$$E = \frac{1}{2}DA^2,$$

$$E_1 = \frac{1}{2}D_1A_1^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{D}{4}\cdot(2A)^2 = \frac{1}{2}DA^2 = E.$$

B) $D_1 = \frac{D}{3}$.

A rezgőmozgást végző test összenergiája:

$$E_1 = \frac{1}{2}D_1A^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{D}{3}\cdot A^2 = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}DA^2 = \frac{E}{3}.$$

C) $A_1 = \frac{A}{5}$.

A rezgőmozgást végző test összenergiája:

$$E_1 = \frac{1}{2}DA_1^2 = \frac{1}{2}\cdot D\cdot\left(\frac{A}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}\cdot\frac{1}{2}DA^2 = \frac{E}{25}.$$

D) $A_1 = 2A$.

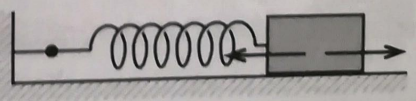
A rezgőmozgást végző test összenergiája:

$$E_1 = \frac{1}{2}DA_1^2 = \frac{1}{2}\cdot D\cdot(2A)^2 = 4\cdot\frac{1}{2}DA^2 = 4E \neq 2E.$$

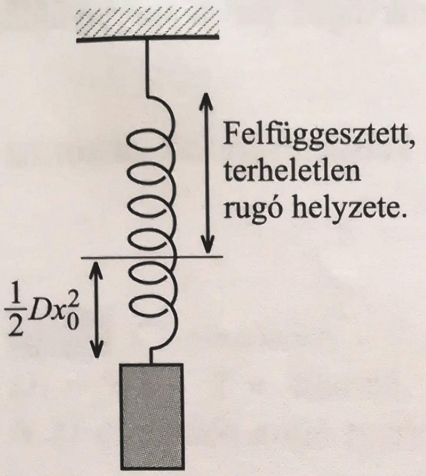
598. Nem igaz a B), mert a rugó energiája a megnyúlás négyzetével egyenesen arányos.

599. Hamis az A), mert a test mozgási energiája az egyensúlyi helyzeten való áthaladáskor a legnagyobb.

600. C) A rugó rugalmas energiája akkor zérus, amikor a test az egyensúlyi helyzeten halad át. Ez csak akkor valósul meg, ha a rugó vízszintes és alátámasztása van.



I.



Ha a rugó függőlegesen lóg, akkor a C) állítás abban az esetben igaz, ha nyugalmi helyzeten a rugó terheletlen állapotú megnyúlását értjük.

601. B) A testre ható erők eredője a kitéréssel egyenesen arányos, de azzal ellentétes irányú.

602. D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$-szeresére nő.

$$m_1 = 2m.$$

A rezgőmozgást végző test frekvenciája:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}},$$

illetve:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m_1}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{2m}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}} = \frac{1}{\sqrt{2}} f = \frac{\sqrt{2}}{2} f.$$

603. A) Ha az inga hossza kétszeresére nő, akkor a lengésideje $\sqrt{2}$-ször lesz nagyobb.

$$l_1 = 2l.$$

A matematikai inga lengésideje:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

illetve:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{g}} = \sqrt{2} \cdot 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \sqrt{2} \cdot T.$$

Számításos feladatok

604. *a)* A rezgés amplitúdója a megadott $y = 0{,}12 \sin 5\pi \cdot t$ összefüggésből:

$$A = 0{,}12 \text{ m} = 12 \text{ cm}.$$

b) A rezgés körfrekvenciája:

$$\omega = 5\pi \frac{1}{\text{s}} = 15{,}7 \frac{1}{\text{s}}.$$

c) A rezgés frekvenciája:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{5\pi \frac{1}{\text{s}}}{2\pi} = 2{,}5 \frac{1}{\text{s}}.$$

d) A rezgésidő:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2{,}5 \frac{1}{\text{s}}} = 0{,}4 \text{ s}.$$

605. $A = 8 \text{ cm} = 0{,}08 \text{ m}$, $f = 2 \frac{1}{\text{s}}$, $t = \frac{1}{24}$ s.

a) A rezgő test kitérése az idő függvényében:

$$y = A \sin 2\pi \cdot f \cdot t = 0{,}08 \cdot \sin 4\pi t.$$

b) A kitérés az egyensúlyi helyzeten való áthaladás után $\frac{1}{24}$ s elteltével:

$$y = 0{,}08 \text{ m} \cdot \sin\left(4\pi \frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{1}{24} \text{ s}\right) = 0{,}08 \text{ m} \cdot \sin \frac{\pi}{6} = 0{,}04 \text{ m} = 4 \text{ cm}.$$

606. $A = 5{,}5 \text{ cm} = 0{,}055 \text{ m}$, $T = 3$ s, $t = 6$ s.

a) A rezgő test kitérése az idő függvényében:

$$y = A \sin \frac{2\pi}{T} = 0{,}055 \cdot \sin \frac{2\pi}{3} t.$$

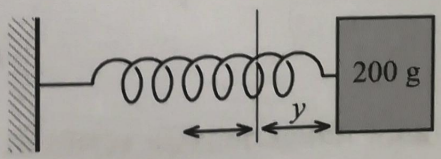
b) A kitérés az egyensúlyi helyzeten való áthaladás után 6 s elteltével:

$$y = 0{,}055 \text{ m} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3} \frac{1}{\text{s}} \cdot 6 \text{ s}\right) = 0{,}055 \text{ m} \cdot \sin 4\pi = 0.$$

607. Az adott $y = 12 \sin \frac{2\pi}{3} t$ összefüggésből kiolvasható, illetve megadott adatok:

$$A = 12 \text{ cm}, \quad \omega = \frac{2\pi}{3} \frac{1}{\text{s}}, \quad m = 200 \text{ g} = 0{,}2 \text{ kg}, \quad y_1 = 6 \text{ cm} = 0{,}06 \text{ m}.$$

A feladat vonatkozzék vízszintesen mozgó rugóra, ez esetben a rugó súlyából származó megnyúlástól eltekinthetünk.



a) A test legnagyobb sebessége:

$$v_{\max} = A\omega = 12 \text{ cm} \cdot \frac{2\pi}{3} \frac{1}{\text{s}} = 25 \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

I.

b) A test legnagyobb gyorsulása:

$$a_{\max} = -A\omega^2 = -12\ \text{cm} \cdot \frac{4\pi^2}{9}\ \frac{1}{\text{s}^2} = -53\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}.$$

A negatív előjel azt jelzi, hogy a gyorsulás ellentétes irányú a kitéréssel. Tehát a számértéke $a_{\max} = 53\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$.

c) Ha a kitérés $y_1 = 6$ cm, akkor:

$$6 = 12 \cdot \sin\frac{2\pi}{3}t,$$

$$0{,}5 = \sin\frac{2\pi}{3}t,$$

amiből:

$$\frac{2\pi}{3}t = \frac{\pi}{6},$$

$$t = \frac{1}{4}\ \text{s}.$$

A test sebessége $t = \frac{1}{4}$ s elteltével:

$$v = A\omega\cos\omega t,$$

$$v = 12\ \text{cm} \cdot \frac{2\pi}{3}\ \frac{1}{\text{s}} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\ \frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{1}{4}\ \text{s}\right) = 22\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

A test gyorsulása:

$$a = -A\omega^2\sin\omega t,$$

$$a = -12\ \text{cm} \cdot \left(\frac{4\pi^2}{9}\ \frac{1}{\text{s}^2}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\ \frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{1}{4}\ \text{s}\right) = -26{,}5\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}.$$

A test energiája az energiamegmaradás törvénye értelmében megegyezik a legnagyobb kitérés esetére számított rugalmas helyzeti energiával:

$$E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}2\ \text{kg} \cdot \left(\frac{2\pi}{3}\ \frac{1}{\text{s}}\right)^2 \cdot (0{,}12\ \text{m})^2,$$

$$E = 6{,}3 \cdot 10^{-3}\ \text{J} = 6{,}3\ \text{mJ},$$

ahol felhasználásra került az $\omega^2 = \frac{D}{m}$ összefüggés.

608. Az adott $y = 8\cos\frac{\pi}{4}t$ összefüggésből kiolvasható, illetve megadott adatok:

$$A = 8\ \text{cm}, \quad \omega = \frac{\pi}{4}\,\frac{1}{\text{s}}, \quad D = 2{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad t = \frac{2}{3}\ \text{s}.$$

a) A rugóra függesztett test tömege:

$$m = \frac{D}{\omega^2} = \frac{2{,}5\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}}}{\dfrac{\pi^2}{16}\,\dfrac{1}{\text{s}^2}} = 4\ \text{kg}.$$

b) A rugóra függesztett test frekvenciája:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2{,}5\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}}}{4\ \text{kg}}} = 0{,}125\,\frac{1}{\text{s}}.$$

c) A rugóra függesztett test sebessége a legnagyobb sebességének elérése után kétharmad másodperccel:

$$v = -A\omega\sin\omega t = -8\ \text{cm}\cdot\frac{\pi}{4}\,\frac{1}{\text{s}}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{4}\,\frac{1}{\text{s}}\cdot\frac{2}{3}\ \text{s}\right) = -6{,}3\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}\cdot\sin\frac{\pi}{6},$$

$$v = -3{,}15\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

A rugóra függesztett test gyorsulása a legnagyobb sebességének elérése után kétharmad másodperccel:

$$a = -A\omega^2\cos\omega t = -8\ \text{cm}\cdot\left(\frac{\pi}{4}\,\frac{1}{\text{s}}\right)^2\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4}\,\frac{1}{\text{s}}\cdot\frac{2}{3}\ \text{s}\right) = -4{,}9\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}\cdot\cos\frac{\pi}{6},$$

$$a = -4{,}2\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}.$$

609. $A = 5\ \text{cm}$, $t = 1\ \text{s}$.

a) A harmonikus rezgőmozgást végző test rezgésideje:

$$T = 4t = 4\cdot 1\ \text{s} = 4\ \text{s}.$$

b) A test legnagyobb sebessége:

$$v_{\max} = A\omega = A\frac{2\pi}{T} = 5\ \text{cm}\cdot\frac{2\pi}{4\ \text{s}} = 7{,}9\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

I.

c) A test legnagyobb gyorsulása:

$$a_{\max} = -A\omega^2 = -A\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = -5\text{ cm}\cdot\frac{4\pi^2}{16\text{ s}^2} = -12{,}3\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}.$$

610. $m = 500\text{ g} = 0{,}5\text{ kg}$, $T = 3{,}6\text{ s}$, $t = 0{,}3\text{ s}$, $y = 3{,}5\text{ cm}$.

a) A rugó direkciós ereje:

$$D = m\omega^2 = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 0{,}5\text{ kg}\cdot\frac{4\pi^2}{12{,}96\text{ s}^2} = 1{,}52\ \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

b) A rezgés amplitúdója:

$$y = A\sin\omega t = A\sin\frac{2\pi}{T}t = A\sin\left(\frac{2\pi}{3{,}6\text{ s}}\cdot 0{,}3\text{ s}\right) = A\sin\frac{\pi}{6},$$

ahonnan:

$$A = \frac{y}{\sin\frac{\pi}{6}} = \frac{3{,}5\text{ cm}}{0{,}5} = 7\text{ cm}.$$

c) A test sebessége:

$$v = A\omega\cos\omega t = 7\text{ cm}\cdot\frac{2\pi}{3{,}6}\ \frac{1}{\text{s}}\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{3{,}6}\ \frac{1}{\text{s}}\cdot 0{,}3\text{ s}\right) = 12{,}2\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}\cdot\cos\frac{\pi}{6},$$

$$v = 10{,}6\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

A test gyorsulása:

$$a = -A\omega^2\sin\omega t = -7\text{ cm}\cdot\left(\frac{2\pi}{3{,}6}\ \frac{1}{\text{s}}\right)^2\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{3{,}6}\ \frac{1}{\text{s}}\cdot 0{,}3\text{ s}\right) = -21{,}32\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}\cdot\sin\frac{\pi}{6},$$

$$a = -10{,}66\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}.$$

611. $D = 120\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $y_1 = 6\text{ cm} = 0{,}06\text{ m}$, $y_2 = 4\text{ cm} = 0{,}04\text{ m}$.

a) A rugó megnyújtásakor végzett munka:

$$W_1 = \frac{1}{2}Dy_1^2 = \frac{1}{2}\cdot 120\ \frac{\text{N}}{\text{m}}\cdot(0{,}06\text{ m})^2 = 0{,}216\text{ J} = 216\text{ mJ}.$$

b) A rugó további 4 cm-rel történő megnyújtásakor végzett munka:

$$W_2 = \frac{1}{2}D(y_1+y_2)^2 - \frac{1}{2}Dy_1^2 = \frac{1}{2}D[(y_1+y_2)^2 - y_1^2] =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 120\ \frac{\text{N}}{\text{m}}\cdot[(0{,}1\text{ m})^2 - (0{,}04\text{ m})^2] = 0{,}504\text{ J} = 504\text{ mJ}.$$

c) A rugóra függesztendő test tömege:

$$m = \frac{D(y_1 + y_2)}{g} = \frac{120\ \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0{,}1\ \text{m}}{10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1{,}2\ \text{kg}.$$

612. A grafikonról leolvasható, illetve megadott adatok:

$$A = 10\ \text{cm}, \quad T = 4\ \text{s}, \quad t = 1{,}5\ \text{s}.$$

a) A periódusidő ismeretében a rezgés körfrekvenciája:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4\ \text{s}} = \frac{\pi}{2}\ \frac{1}{\text{s}}.$$

A rezgőmozgás kitérés-idő függvénye:

$$y = A \sin \omega t = 10\ \text{cm} \cdot \sin \frac{\pi}{2} t.$$

A rezgőmozgás sebesség-idő függvénye:

$$v = A\omega \cos \omega t = 10\ \text{cm} \cdot \frac{\pi}{2}\ \frac{1}{\text{s}} \cdot \cos \frac{\pi}{2} t = 15{,}7\ \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \cos \frac{\pi}{2} t.$$

A rezgőmozgás gyorsulás-idő függvénye:

$$a = -A\omega^2 \sin \omega t = -10\ \text{cm} \cdot \left(\frac{\pi}{2}\ \frac{1}{\text{s}}\right)^2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} t = -24{,}7\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot \sin \frac{\pi}{2} t.$$

b) A rezgő test kitérése 1,5 s elteltével:

$$y = 10\ \text{cm} \cdot \sin \frac{\pi}{2} t = 10\ \text{cm} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2}\ \frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{3}{2}\ \text{s}\right) = 10\ \text{cm} \cdot \sin \frac{3\pi}{4} = 7{,}1\ \text{cm}.$$

A rezgő test sebessége 1,5 s elteltével:

$$v = 15{,}7\ \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \cos \frac{\pi}{2} t = 15{,}7\ \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2}\ \frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{3}{2}\ \text{s}\right) = 15{,}7\ \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \cos \frac{3\pi}{4},$$

$$v = -11{,}1\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

A rezgő test gyorsulása 1,5 s elteltével:

$$a = -24{,}7\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot \sin \frac{\pi}{2} t = -24{,}7\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2}\ \frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{3}{2}\ \text{s}\right) = -24{,}7\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot \sin \frac{3\pi}{4},$$

$$a = -17{,}46\ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}.$$

I.

613. $m = 1{,}2$ kg, $A = 15$ cm $= 0{,}15$ m, $T = 3$ s.

a) A rezgésidő ismeretében a rugó direkciós ereje:

$$D = m\omega^2 = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 1{,}2\ \text{kg} \cdot \left(\frac{2\pi}{3\ \text{s}}\right)^2 = 5{,}26\ \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

A rezgőmozgást végző test mechanikai energiája:

$$E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2} \cdot 5{,}26\ \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0{,}15\ \text{m})^2 = 0{,}059\ \text{J} = 59\ \text{mJ}.$$

b) A rezgőmozgást végző test sebessége:

$$v = A\omega \cdot \cos \omega t.$$

A rezgőmozgást végző test gyorsulása:

$$a = -A\omega^2 \cdot \sin \omega t.$$

A feltétel szerint a sebesség és a gyorsulás számértéke megegyezik:

$$A\omega \cdot \cos \omega t = A\omega^2 \cdot \sin \omega t,$$

amiből:

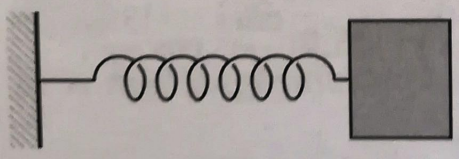
$$\frac{\sin \omega t}{\cos \omega t} = \operatorname{tg} \omega t = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{3}{2\pi},$$

$$\omega t = 0{,}445.$$

A feltételnek eleget tevő kitérés:

$$y = A \sin \omega t = 15\ \text{cm} \cdot \sin 0{,}445 = 6{,}46\ \text{cm}.$$

614. $y = 0{,}5A$.



A feladat vonatkozzék vízszintesen mozgó rugóra, ez esetben a rugó súlyából származó megnyúlástól eltekinthetünk.

a) A rezgő test kitérése:

$$y = A \sin \omega t.$$

A feltétel szerint:

$$0{,}5A = A \sin \omega t,$$

$$0{,}5 = \sin \omega t,$$

ahonnan:

$$\omega t = \frac{\pi}{6} \quad \rightarrow \quad t = \frac{\pi}{6\omega}.$$

A rezgő test sebessége:

$$v = A\omega \cos \omega t = A\omega \cos\left(\omega \cdot \frac{\pi}{6\omega}\right) = A\omega \cos \frac{\pi}{6} = \frac{A\omega \cdot \sqrt{3}}{2}.$$

A rezgő test összes energiája:

$$E = \frac{1}{2} D A^2.$$

A rezgő test helyzeti energiája az adott pillanatban:

$$E_\mathrm{h} = \frac{1}{2} D y^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} D A^2 = \frac{1}{8} D A^2.$$

A rezgő test mozgási energiája:

$$E_\mathrm{m} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \frac{3A^2\omega^2}{4} = \frac{3}{8} D A^2,$$

ahol felhasználásra került:

$$\omega^2 = \frac{D}{m} \quad \rightarrow \quad m = \frac{D}{\omega^2}.$$

A kérdéses arányok:

$$\frac{E_\mathrm{h}}{E} = \frac{\frac{1}{8} \cdot D A^2}{\frac{1}{2} \cdot D A^2} = \frac{1}{4} \quad \rightarrow \quad E_\mathrm{h} = \frac{1}{4} E,$$

$$\frac{E_\mathrm{m}}{E} = \frac{\frac{3}{8} \cdot D A^2}{\frac{1}{2} \cdot D A^2} = \frac{3}{4} \quad \rightarrow \quad E_\mathrm{m} = \frac{3}{4} E.$$

615. $m_1 = 900\ \mathrm{g} = 0{,}9\ \mathrm{kg}$, $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $l_1 = 15\ \mathrm{cm} = 0{,}15\ \mathrm{m}$, $m_2 = 1{,}5\ \mathrm{kg}$, $l_2 = 17\ \mathrm{cm} = 0{,}17\ \mathrm{m}$, $l_3 = 20\ \mathrm{cm} = 0{,}2\ \mathrm{m}$.

a) A testre ható nehézségi erő mindkét esetben megegyezik a rugóerővel:

$$m_1 \cdot g = D(l_1 - l_0), \qquad \text{illetve:} \qquad m_2 \cdot g = D(l_2 - l_0),$$

ahol l_0 a terheletlen rugó hossza.

I.

A második egyenletet osztva az elsővel:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{l_2 - l_0}{l_1 - l_0},$$

amelyből a rendezés után a terheletlen rugó hossza:

$$l_0 = \frac{m_2 \cdot l_1 - m_1 \cdot l_2}{m_2 - m_1} = \frac{1{,}5\ \text{kg} \cdot 0{,}15\ \text{m} - 0{,}9\ \text{kg} \cdot 0{,}17\ \text{m}}{1{,}5\ \text{kg} - 0{,}9\ \text{kg}} = 0{,}12\ \text{m} = 12\ \text{cm}.$$

b) Az első esetre felírt egyenlet:

$$m_1 \cdot g = D \cdot (l_1 - l_0),$$

ahonnan a rugó direkciós ereje:

$$D = \frac{m_1 \cdot g}{l_1 - l_0} = \frac{0{,}9\ \text{kg} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}15\ \text{m} - 0{,}12\ \text{m}} = 300\ \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

c) A keresett munkát megkapjuk, ha a 20 cm hosszúra nyújtott rugó helyzeti energiájából kivonjuk a 15 cm-re nyújtott rugó helyzeti energiáját:

$$W = E_3 - E_1 = \frac{1}{2}D(l_3 - l_0)^2 - \frac{1}{2}D(l_1 - l_0)^2 = \frac{1}{2}D[(l_3 - l_0)^2 - (l_1 - l_0)^2] =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 300\ \frac{\text{N}}{\text{m}}[(0{,}08\ \text{m})^2 - (0{,}03\ \text{m})^2] = 0{,}825\ \text{J} = 825\ \text{mJ}.$$

d) A rezgések frekvenciája:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m_1}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{300\ \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0{,}9\ \text{kg}}} = 2{,}9\ \frac{1}{\text{s}},$$

illetve:

$$f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m_2}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{300\ \frac{\text{N}}{\text{m}}}{1{,}5\ \text{kg}}} = 2{,}25\ \frac{1}{\text{s}}.$$

616. A felhasznált két rugó direkciós ereje és egyéb paraméterei megegyeznek.
a) Az első ábra szerint a direkciós erő:

$$D_1 = 2D,$$

illetve a második esetben:

$$D_2 = \frac{D}{2}.$$

b) A frekvenciák egyezése esetén a körfrekvenciák is megegyeznek:

$$\omega^2 = \frac{D_1}{m_1} = \frac{D_2}{m_2}.$$

Beírva a direkciós erőket:

$$\frac{2D}{m_1} = \frac{\frac{D}{2}}{m_2},$$

ahonnan a rendezés után:

$$m_1 = 4m_2.$$

c) Ezt a kérdést érdemes kissé részletesebben vizsgálni. A felfüggesztett rugón rezgő testek esetén a rezgő rendszerre érvényes, hogy a rezgés összenergiája állandó, azaz

$$\frac{1}{2}D \cdot A^2 = \frac{1}{2}D \cdot y^2 + \frac{1}{2}m \cdot v^2,$$

ha az y kitérést a rugóra akasztott test egyensúlyi helyzetétől mérjük. Ilyenkor természetesen y nem egyezik meg a rugó y_r megnyúlásával ($y_r = y + \frac{m \cdot g}{D}$) és $\frac{1}{2}D \cdot y^2$ sem azonos a rugóenergiával.

A feladat kérdése nyilván a rugó maximális megnyúlására és a rezgő rendszer összenergiájára vonatkozik, azaz

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot D \cdot \left(y - \frac{4m \cdot g}{2D}\right)^2 = D \cdot \left(y - \frac{2 \cdot m \cdot g}{D}\right)^2$$

$$E_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{D}{2} \cdot \left(y - \frac{m \cdot g}{\frac{D}{2}}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot D \cdot \left(y - \frac{2 \cdot m \cdot g}{D}\right)^2.$$

Tehát $E_1 = 4 \cdot E_2$.

d) Az előző kérdésre adott válasz alapján:

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot D \cdot \left(y_1 - \frac{2 \cdot m \cdot g}{D}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{D}{2} \cdot \left(y_2 - \frac{2 \cdot m \cdot g}{D}\right)^2,$$

$$2 \cdot \left(y_1 - \frac{2 \cdot m \cdot g}{D}\right) = y_2 - \frac{2 \cdot m \cdot g}{D},$$

$$y_2 = 2 \cdot \left(y_1 - \frac{m \cdot g}{D}\right).$$

I.

617. A rezgőmozgást végző test helyzeti energiája:

$$E_h = \frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{2}D(A\sin\omega t)^2 = \frac{1}{2}DA^2\sin^2\omega t = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2\omega t,$$

ahol felhasználásra került:

$$\omega^2 = \frac{D}{m} \quad \rightarrow \quad D = m\omega^2.$$

A rezgőmozgást végző test mozgási energiája:

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(A\omega\cos\omega t)^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2\omega t.$$

A feltétel szerint a rezgőmozgást végző test helyzeti energiája megegyezik a mozgási energiájával:

$$E_h = E_m,$$

$$\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2\omega t = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2\omega t,$$

$$\sin^2\omega t = \cos^2\omega t,$$

$$\sin\omega t = \cos\omega t \qquad \text{vagy} \qquad \sin\omega t = -\cos\omega t.$$

Ekkor:

$$\omega t = \frac{3\pi}{4} + k\pi,$$

amiből:

$$t = \left(\frac{1}{4}+k\right)\frac{\pi}{\omega} = \left(\frac{1}{4}+k\right)\frac{\pi}{\frac{2\pi}{T}} = \left(\frac{1}{4}+k\right)\cdot\frac{T}{2}, \qquad t = \left(\frac{3}{4}+k\right)\cdot\frac{T}{2}.$$

A két megoldástípus összefoglalható az

$$\omega t = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$$

képlettel, illetve

$$t = \left(\frac{1}{4}+\frac{k}{2}\right)\cdot\frac{T}{2}.$$

Ha az egyensúlyi helyzettől mérik az időt, akkor a teljes periódus alatt a helyzeti energia a mozgási energiával a következő időpontokban egyezik meg:

$$k = 0 \quad \rightarrow \quad t_1 = \frac{T}{8}, \qquad k = 1 \quad \rightarrow \quad t_2 = 3\frac{T}{8},$$

$$k = 2 \quad \rightarrow \quad t_3 = 5\frac{T}{8}, \qquad k = 3 \quad \rightarrow \quad t_4 = 7\frac{T}{8}.$$

618. *a)* A megadott grafikon alapján az amplitúdó: $A = 5$ cm,
a rezgésidő: $T = 12$ s,
a kezdőfázis: $\varphi_0 = \frac{\pi}{3}$.

b) A kitérés-idő függvény:

$$y = A\sin(\omega t + \varphi_0) = 5\text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{12\text{ s}} \cdot t + \frac{\pi}{3}\right) = 5\text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\,\frac{1}{\text{s}} \cdot t + \frac{\pi}{3}\right).$$

A sebesség-idő függvény:

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0) = 5\text{ cm} \cdot \frac{2\pi}{12\text{ s}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\,\frac{1}{\text{s}} \cdot t + \frac{\pi}{3}\right),$$

$$v = 2{,}6\,\frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\,\frac{1}{\text{s}} \cdot t + \frac{\pi}{3}\right).$$

A gyorsulás-idő függvény:

$$a = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 y = -\left(\frac{2\pi}{12\text{ s}}\right)^2 \cdot 5\text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\,\frac{1}{\text{s}} \cdot t + \frac{\pi}{3}\right),$$

$$a = -1{,}37\,\frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\,\frac{1}{\text{s}} \cdot t + \frac{\pi}{3}\right).$$

c) A rezgő test kitérése 1 s elteltével:

$$y = 5\text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\,\frac{1}{\text{s}} \cdot t + \frac{\pi}{3}\right) = 5\text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\,\frac{1}{\text{s}} \cdot 1\text{ s} + \frac{\pi}{3}\right) =$$

$$= 5\text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 5\text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 5\text{ cm} \cdot \sin\frac{\pi}{2} = 5\text{ cm}.$$

A rezgő test sebessége 1 s elteltével:

$$v = 2{,}6\,\frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\,\frac{1}{\text{s}} \cdot t + \frac{\pi}{3}\right) = 2{,}6\,\frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\,\frac{1}{\text{s}} \cdot 1\text{ s} + \frac{\pi}{3}\right) =$$

$$= 2{,}6\,\frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 2{,}6\,\frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \cos\frac{\pi}{2} = 0.$$

A rezgő test gyorsulása 1 s elteltével:

$$a = -1{,}37\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\,\frac{1}{\text{s}} \cdot t + \frac{\pi}{3}\right) = -1{,}37\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\,\frac{1}{\text{s}} \cdot 1\text{ s} + \frac{\pi}{3}\right) =$$

$$= -1{,}37\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = -1{,}37\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot \sin\frac{\pi}{2} = -1{,}37\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}.$$

I.

619. *a)* A megadott grafikon alapján a legnagyobb sebesség: $v_{max} = 3\ \frac{cm}{s}$,

a rezgésidő: $T = 8$ s,

a kezdőfázis: $\varphi_0 = \frac{3\pi}{4}$.

b) A rezgőmozgás amplitúdója:

$$A = \frac{v_{max}}{\omega} = \frac{v_{max}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T \cdot v_{max}}{2\pi} = \frac{8\ s \cdot 3\ \frac{cm}{s}}{2\pi} = 3{,}8\ cm.$$

A kitérés-idő függvény:

$$y = A \sin(\omega t + \varphi_0) = 3{,}8\ cm \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{8\ s} \cdot t - \frac{3\pi}{4}\right) = 3{,}8\ cm \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\ \frac{1}{s} \cdot t - \frac{3\pi}{4}\right).$$

A sebesség-idő függvény:

$$v = v_{max} \cos(\omega t + \varphi_0) = 3\ \frac{cm}{s} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\ \frac{1}{s} \cdot t - \frac{3\pi}{4}\right),$$

A gyorsulás-idő függvény:

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 y = -\left(\frac{2\pi}{8\ s}\right)^2 \cdot 3{,}8\ cm \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\ \frac{1}{s} \cdot t - \frac{3\pi}{4}\right) =$$

$$= -2{,}34\ \frac{cm}{s^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\ \frac{1}{s} \cdot t - \frac{3\pi}{4}\right).$$

c) A rezgő test kitérése 1 s elteltével:

$$y = 3{,}8\ cm \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\ \frac{1}{s} \cdot 1\ s - \frac{3\pi}{4}\right) = 3{,}8\ cm \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{3\pi}{4}\right) = 3{,}8\ cm \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right),$$

$$y = -3{,}8\ cm.$$

A rezgő test sebessége 1 s elteltével:

$$v = 3\ \frac{cm}{s} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\ \frac{1}{s} \cdot 1\ s - \frac{3\pi}{4}\right) = 3\ \frac{cm}{s} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{3\pi}{4}\right) = 3\ \frac{cm}{s} \cdot \cos\frac{\pi}{2} = 0.$$

A rezgő test gyorsulása 1 s elteltével:

$$a = -2{,}34\ \frac{cm}{s^2} \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = +2{,}34\ \frac{cm}{s^2}.$$

620. $l = 25{,}3\ \text{cm} = 0{,}253\ \text{m},\ \ g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A matematikai (fonál) inga lengésideje:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}253\ \text{m}}{10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}} = 1\ \text{s}.$$

621. $T = 2{,}4\ \text{s},\ \ g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A matematikai (fonál) inga hossza:

$$l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(2{,}4\ \text{s})^2 \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4\pi^2} = 1{,}46\ \text{m}.$$

622. $n_1 = 44,\ \ n_2 = 55,\ \ l_1 - l_2 = 9\ \text{cm} = 0{,}09\ \text{m}$.

A feltétel szerint:

$$t = n_1 T_1 = n_2 T_2,$$

$$n_1 \cdot 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = n_2 \cdot 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}.$$

Az egyenlet rendezése után:

$$\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 = \frac{l_2}{l_1},$$

$$\left(\frac{44}{55}\right)^2 l_1 = l_1 - 0{,}09\ \text{m}.$$

Az egyik inga hossza:

$$0{,}64 l_1 = l_1 - 0{,}09\ \text{m},$$

$$l_1 = 0{,}25\ m = 25\ \text{cm}.$$

A másik inga hossza:

$$l_2 = 0{,}16\ m = 16\ \text{cm}.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

623. Az óra felhúzásakor az óra spirálrugója feszített állapotba kerül. A feszítéskor végzett munka megegyezik a rugó rugalmas helyzeti energiájával. Ahogyan az emberi szervezet addig működik, ameddig a szív dobog, az óra is addig ketyeg, amíg a benne lévő rugó feszítésekor felhalmozott energiát az óraszerkezet működtetése során fel nem használja.

I.

624. A rezgőmozgás során fellépő fékező hatások (külső és belső súrlódás, közegellenállás stb.) a rugó energiáját fokozatosan elhasználják.

625. Nem. A dugattyú elhagyja a testet, ha a lefelé irányuló mozgásánál a gyorsulása nagyobb lesz a nehézségi gyorsulásnál:

$$A\omega^2 > g \quad \rightarrow \quad 4A\pi^2 f^2 > g \quad \rightarrow \quad f > \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{A}}.$$

626.

	Első eset	Második eset
A kifejtett erő	F	$2F$
A rugók megnyúlása	$x_1 = \frac{F}{D}$	$x_2 = \frac{2F}{D} = 2x_1$
A rugók megfeszítéséhez szükséges munka	$W_1 = \frac{Fx_1}{2}$	$W_2 = \frac{2Fx_2}{2} = \frac{4Fx_1}{2} = 4W_1$

627. Az ugródeszka mint laprugó működik. Az ugródeszkán történő megfelelő rugózással az ugró eléri, hogy az ugródeszkából és az ugróból álló rendszer sajátfrekvenciájával megegyező lengéseket végezzen, azaz rezonancia jöjjön létre. Ekkor a rezgés amplitúdója megnő, az ugró magasabbra tudja ellökni magát, így több ideje lesz gyakorlatának szép kivitelű bemutatására.

628. Az autó által e sebesség mellett keltett rezgések frekvenciája megegyezik a karosszéria rezgéseinek sajátfrekvenciájával. Rezonancia jön létre, mely nagyobb sebesség esetén megszűnik.

629. A kéz által végzett rezgések frekvenciája megegyezett a rugóra függesztett test sajátfrekvenciájával, rezonancia jött létre.

630. Az egyenetlen, gödrös út ütései a gépkocsit sajátfrekvenciájának ütemében érték. A jelenség a rezonanciával magyarázható.

631. A hidat érő erős szél miatt a hídról periodikusan örvények váltak le, a leváló örvények lökéseinek üteme megegyezett a híd sajátfrekvenciájával, és rezonancia jött létre. A nagyméretű kilengések következtében a híd szétszakadt és összeomlott.

632. A gépkocsi megfelelő ütemű „hintáztatásával" a segítők a rezonancia révén akkora amplitúdójú rezgésbe hozták a kocsit, hogy az el tudta hagyni a gödröt.

633. Szeles időben a hajó erőteljes dülöngélése rezonancia hatására jön létre. Ha a hajó sebessége vagy menetiránya megváltozik, akkor a rezonancia megszűnik, illetve ennek következtében a hajó erős dülöngélése is.

634. Ha a testre való ráfújás frekvenciája megegyezik az inga frekvenciájával, akkor rezonancia jön létre, és fújás által létrehozott kis erők hatására az inga jelentős kitéréssel lengéseket fog végezni.

635. Az ingaóra csak meghatározott lengésidő, illetve ezzel matematikailag összefüggő hosszúság esetén mutatja a pontos időt. Ez a hosszúság meghatározott hőmérséklethez tartozik. Ennél magasabb hőmérsékleten az inga a hitelesnél hosszabb, a lengésideje nagyobb, az óra késik. Alacsonyabb hőmérsékleten a hossz és a lengésidő kisebb, az óra siet.

636. Adatok: T, y, n, A, v, ω, a, v_{max}

Állandó az a mennyiség, amely nem függ az időtől.

Állandó	*Változó*
T rezgésidő	y kitérés
f frekvencia	v sebesség
A amplitúdó	a gyorsulás
ω körfrekvencia	
v_{max} sebességamplitúdó	

637. Adatok: T, v_{max}, ω, n, a_{max}

a) Ha a rezgésidő állandó, akkor az amplitúdótól nem függ.

b) A maximális sebesség függ az amplitúdótól, mert $v_{max} = A\omega = A\frac{2\pi}{t}$.

c) A körfrekvencia nem függ az amplitúdótól, mert $\omega = 2\frac{\pi}{t}$.

d) A rezgésszám nem függ az amplitúdótól, mert $n = \frac{1}{T}$.

e) A maximális gyorsulás függ az amplitúdótól, mert $a_{max} = A\omega^2$.

Mechanikai hullámok

Tesztfeladatok

638. Nem igaz a B), mert transzverzális hullám csak szilárd halmazállapotú közegben jöhet létre.

639. Nem igaz az A), mert a hullámmozgásnál az egymáshoz legközelebb lévő azonos fázisú pontok távolsága a hullámhossz.

640. D) a hullámhossz (λ).

I.

641. B) a hullámhossz fele $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$.

642. Hamis a B), mert a fáziskülönbsége 4π.

643. Hamis a C), mert ellentétes fázisban vannak.

644. B) távolsága λ, fáziskülönbsége 2π.

645. A) távolsága $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$, fáziskülönbsége π.

646. A) 0,6 m.

$$\lambda = 3{,}6 \text{ m}, \quad \Delta\varphi = \frac{\pi}{3}.$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x \quad \rightarrow \quad \Delta x = \frac{\Delta\varphi\lambda}{2\pi} = \frac{\frac{\pi}{3} \cdot 3{,}6 \text{ m}}{2\pi} = 0{,}6 \text{ m}.$$

647. C) 4 m.

$$\Delta x = 1{,}5 \text{ m}, \quad \Delta\varphi = \frac{3\pi}{4}.$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi\,\Delta x}{\Delta\varphi} = \frac{2\pi \cdot 1{,}5 \text{ m}}{\frac{3\pi}{4}} = 4 \text{ m}.$$

648. C) $\frac{2\pi}{3}$. $\lambda = 0{,}9$ m, $\Delta x = 0{,}3$ m.

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x = \frac{2\pi}{0{,}9 \text{ m}} \cdot 0{,}3 \text{ m} = \frac{2\pi}{3}.$$

649. A) 0,02 s.

$$c = 8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \lambda = 1{,}6 \text{ m}, \quad \Delta\varphi = \frac{\pi}{5}.$$

A vízhullámok frekvenciája:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}6 \text{ m}} = 5\,\frac{1}{\text{s}}.$$

A keresett idő:

$$t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi \cdot f} = \frac{\frac{\pi}{5}}{2 \cdot \pi \cdot 5\,\frac{1}{\text{s}}} = 0{,}02\ \text{s}.$$

650. C) 0,128 s.

$$\Delta\varphi = \frac{5\pi}{8}, \quad t = 0{,}04\ \text{s}.$$

$$\Delta\varphi = \omega t = \frac{2\pi}{T}t \quad \rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\Delta\varphi}t = \frac{2\pi}{\frac{5\pi}{8}} \cdot 0{,}04\ \text{s} = 0{,}128\ \text{s}.$$

651. D) $7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$$\lambda = 1{,}4\ \text{m}, \quad \Delta\varphi = \frac{6\pi}{5}, \quad t = 0{,}12\ \text{s}.$$

$$\Delta\varphi = \omega t = 2\pi \cdot f \cdot t \quad \rightarrow \quad f = \frac{\Delta\varphi}{2\pi t} = \frac{\frac{6\pi}{5}}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}12\ \text{s}} = 5\ \frac{1}{\text{s}}.$$

$$c = \lambda \cdot f = 1{,}4\ \text{m} \cdot 5\ \frac{1}{\text{s}} = 7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

652. A) π.

$$c = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \lambda = 2\ \text{m}, \quad t = 0{,}2\ \text{s}.$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\ \text{m}} = 2{,}5\ \frac{1}{\text{s}}.$$

$$\Delta\varphi = \omega t = 2\pi \cdot f \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot 2{,}5\ \frac{1}{\text{s}} \cdot 0{,}2\ \text{s} = \pi.$$

653. B) mindig kisebb lesz, mint a beesési szög.

654. A) mindig nagyobb lesz, mint a beesési szög. D) értéke éppen $\frac{\pi}{2}$ lesz egy adott beesési szögnél (határszög).

655. Hamis a C), mert akkor jöhet létre teljes visszaverődés, ha a hullám a hullámtanilag sűrűbb közegből a hullámtanilag ritkább közeg felé halad.

656. Hamis a D), mert a gumikötélen kialakuló állóhullámoknál a duzzadóhelyek és a csomópontok száma nem egyezik meg.

I.

657. Nem igaz a C), mert a mindkét végén rögzített, rugalmas húron úgy alakulnak ki az állóhullámok, hogy a rögzített végeken csomópont lesz.

658. Hamis a D), mert az egyik végén szabad, l hosszúságú rugalmas húron létrejövő hullámok alapfrekvenciája: $f = \frac{c}{4l}$.

659. Nem igaz a B), mert a polarizáció csak a transzverzális hullámok esetében tapasztalható jelenség.

660. Nem igaz a D), mert a különböző frekvenciájú, de azonos amplitúdójú hullámok találkozásánál nem mindig tapasztalható erősítés.

661. Nem igaz a D), mert állóhullámok transzverzális és longitudinális hullámoknál is kialakulhatnak.

662. Hamis az A), mert az állóhullámoknál két szomszédos duzzadóhely egymástól való távolsága nem egyezik meg a hullámhosszal.

663. Nem igaz a B), mert állóhullámok longitudinális és transzverzális hullámoknál is kialakulhatnak.

Számításos feladatok

664. $f = 50\ \frac{1}{\text{s}}$.

a) A frekvencia ismeretében a körfrekvencia:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 50\ \frac{1}{\text{s}} = 314{,}15\ \frac{1}{\text{s}}.$$

b) A frekvencia ismeretében a periódusidő:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50\ \frac{1}{\text{s}}} = 0{,}02\ \text{s}.$$

c) Az ábráról az amplitúdó leolvasható:

$$A = 4\ \text{cm}.$$

d) Az ábráról a hullámhossz is leolvasható:

$$\lambda = 4\ \text{cm}.$$

e) A terjedési sebesség:

$$c = \lambda \cdot f = 4\ \text{cm} \cdot 50\ \frac{1}{\text{s}} = 200\ \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

665. $c = 120\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

a) Az ábráról a hullámhossz is leolvasható:

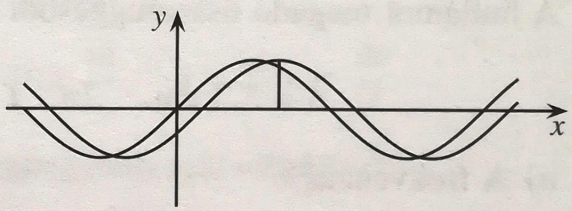
$$\lambda = 10\ \text{cm} = 0{,}1\ \text{m}.$$

b) A hullám terjedési sebességének és hullámhosszának ismeretében a hullám frekvenciája:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{120\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}1\ \text{m}} = 1200\ \frac{1}{\text{s}}.$$

c) A hullámfüggvény felírása nehéz. Szemléletesen a következőképpen járhatunk el. Egészítsük ki negatív irányban egy félhullámmal a hullámról készült pillanatfelvételt.

Mivel a hullám pozitív irányban terjed, felrajzolhatjuk Δt idővel később a hullámról készíthető pillanatfelvételt. Ebből azonnal látszik, hogy az origóbeli pont kitérése negatív lesz. Amennyiben az origóbeli pontot kívánjuk „referenciapontként" használni, akkor nyilvánvaló, hogy a hullám kitérés-idő függvénye



$$y(x, t) = -A \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right),$$

illetve mivel $-\sin\alpha = \sin(-\alpha)$

$$y(x, t) = A \sin \left(\frac{\omega}{c} x - \omega t \right).$$

Az adatokkal $\omega = 2\pi f = 7536$, $\frac{\omega}{c} = 62{,}8$.

$$y(x, t) = 0{,}025\ \text{m} \sin \left(63\ \frac{1}{\text{m}} x - 7536\ \frac{1}{\text{s}} \cdot t \right).$$

I.

666. $\lambda = 100$ cm, $x_1 = 80$ cm, $x_2 = 110$ cm, $x_3 = 50$ cm, $x_4 = 120$ cm, $x_5 = 70$ cm, $x_6 = 120$ cm.

a) A fáziskülönbség:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{100\text{ cm}}(110\text{ cm} - 80\text{ cm}) = \frac{3\pi}{5}.$$

b) A fáziskülönbség:

$$\varphi_4 - \varphi_3 = \frac{2\pi}{\lambda}(x_4 - x_3) = \frac{2\pi}{100\text{ cm}}(150\text{ cm} - 50\text{ cm}) = 2\pi.$$

A pontok azonos fázisban vannak.

c) A fáziskülönbség:

$$\varphi_6 - \varphi_5 = \frac{2\pi}{\lambda}(x_6 - x_5) = \frac{2\pi}{100\text{ cm}}(120\text{ cm} - 70\text{ cm}) = \pi.$$

A pontok ellentétes fázisban vannak.

667. $y = A\sin\left(2\pi \cdot f \cdot t - \frac{2\pi \cdot f}{c}x\right) = 3{,}2\text{ cm} \cdot \sin\left(314\,\frac{1}{\text{s}}t - 12{,}56\,\frac{1}{\text{m}}x\right)$.

A hullámot megadó összefüggésből kiolvasható:

$$A = 3{,}2\text{ cm}, \quad 2\pi \cdot f = 314\,\frac{1}{\text{s}}, \quad \frac{2\pi \cdot f}{c} = 12{,}56\,\frac{1}{\text{m}}.$$

a) A frekvencia:

$$f = \frac{314}{2\pi}\,\frac{1}{\text{s}} = 50\,\frac{1}{\text{s}}.$$

b) A hullám terjedési sebessége:

$$c = \frac{2\pi \cdot 50\,\frac{1}{\text{s}}}{12{,}56\,\frac{1}{\text{m}}} = 25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

c) A kitérés a megadott helyen és időben:

$$y = A\sin(2\pi \cdot f \cdot t) = 3{,}2\text{ cm} \cdot \sin\left(314\,\frac{1}{\text{s}} \cdot 0{,}002\text{ s}\right) = 1{,}88\text{ cm}.$$

668. A megadott és az ábráról leolvasható adatok:

$$c = 90\,\frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad A = 8\text{ cm} = 0{,}08\text{ m}, \quad \lambda = 4\text{ m}, \quad x = 1{,}2\text{ m}.$$

a) A hullám fázisa a kérdezett helyen:

$$\varphi = 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda} = 2\pi\,\frac{1{,}2\text{ m}}{4\text{ m}} = \frac{3\pi}{5}.$$

b) A hullám frekvenciája:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{90\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4\ \text{m}} = 22{,}5\ \frac{1}{\text{s}}.$$

Az A pont kitérése:

$$y = A \sin \omega t = A \sin \varphi = 0{,}08\ \text{m} \cdot \sin \frac{3\pi}{5} = 0{,}076\ \text{m} = 7{,}6\ \text{cm}.$$

c) Az A pont sebessége:

$$v = A\omega \cos \omega t = A2\pi \cdot f \cdot \cos \varphi = 0{,}08\ \text{m} \cdot 2\pi \cdot 22{,}5\ \frac{1}{\text{s}} \cdot \cos \frac{3\pi}{5} = -3{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

d) Az A pont gyorsulása:

$$a = -A\omega^2 \sin \omega t = -y\omega^2 = -0{,}076\ \text{cm} \cdot \left(2\pi \cdot 22{,}5\ \frac{1}{\text{s}}\right)^2 = -1519\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

669. A megadott és az ábráról leolvasható adatok:

$$\lambda = 0{,}8\ \text{m}, \quad x = 0{,}3\ \text{m}, \quad v_{\max} = 10\pi\ \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad a = 2000\pi\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

a) A kötél rezgőmozgást végző pontjainak legnagyobb sebessége:

$$v_{\max} = A\omega = A \cdot 2\pi \cdot f.$$

A kötél rezgőmozgást végző pontjainak legnagyobb gyorsulása:

$$a_{\max} = A\omega^2 = A(2\pi \cdot f)^2.$$

A kapott értékek hányadosa:

$$\frac{a_{\max}}{v_{\max}} = \frac{A(2\pi \cdot f)^2}{A \cdot 2\pi \cdot f} = 2\pi \cdot f.$$

A megadott értékek behelyettesítésével:

$$\frac{2000\pi\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{10\pi\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2\pi \cdot f,$$

ahonnan a hullám frekvenciája:

$$f = \frac{100}{\pi}\ \frac{1}{\text{s}} = 31{,}83\ \frac{1}{\text{s}}.$$

I.

b) A hullám terjedési sebessége:

$$c = \lambda \cdot f = 0{,}8 \text{ cm} \cdot 31{,}83 \frac{1}{\text{s}} = 25{,}5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

c) A B pont fázisa:

$$\varphi = 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda} = 2\pi \cdot \frac{0{,}3 \text{ m}}{0{,}8 \text{ m}} = \frac{3\pi}{4}.$$

A rezgések amplitúdója:

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{v_{\max}}{2\pi \cdot f} = \frac{10\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\pi \cdot \frac{100}{\pi} \frac{1}{\text{s}}} = \frac{\pi}{20} \text{ m} = 0{,}157 \text{ m}.$$

A B pont kitérése:

$$y = A \sin \omega t = A \sin \varphi = 0{,}157 \text{ m} \cdot \sin \frac{3\pi}{4} = 0{,}111 \text{ m} = 11{,}1 \text{ cm}.$$

A B pont sebessége:

$$v = A\omega \cos \varphi = 0{,}157 \text{ m} \cdot 2\pi \cdot \frac{100}{\pi} \frac{1}{\text{s}} \cdot \cos \frac{3\pi}{4} = -22{,}2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A B pont gyorsulása:

$$a = -A\omega^2 \sin \varphi = -y\omega^2 = -0{,}111 \text{ m} \cdot \left(2\pi \cdot \frac{100}{\pi} \frac{1}{\text{s}}\right)^2 = -4440 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

670. $f = 50 \frac{1}{\text{s}}$, $\lambda = 0{,}4$ m, $A = 5$ mm $= 0{,}005$ m.

a) A hullám terjedési sebessége:

$$c = \lambda \cdot f = 0{,}4 \text{ m} \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A megadott adatok és a számított érték alapján a hullámfüggvény:

$$y = A \sin\left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right] = A \sin\left(2\pi \cdot f \cdot t - \frac{2\pi \cdot fx}{c}\right) =$$

$$= 0{,}005 \text{ m} \cdot \sin\left(2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} t - \frac{2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} x}{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) =$$

$$= 0{,}005 \text{ m} \cdot \sin\left(314 \frac{1}{\text{s}} t - 15{,}7 \frac{1}{\text{m}} x\right).$$

b) A húr pontjainak legnagyobb sebessége:

$$v_{max} = A\omega = A \cdot 2\pi \cdot f = 0{,}005\ \text{m} \cdot 2\pi \cdot 50\ \frac{1}{\text{s}} = 1{,}57\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

c) A húr pontjainak legnagyobb gyorsulása:

$$a_{max} = A\omega^2 = A(2\pi \cdot f)^2 = 0{,}005\ \text{m} \cdot \left(2\pi \cdot 50\ \frac{1}{\text{s}}\right)^2 = 493\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

671. $f = 1{,}2\ \text{kHz} = 1200\ \frac{1}{\text{s}}$, $c = 30\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $x_1 = 25\ \text{cm}$, $x_2 = 55\ \text{cm}$.

A gömbhullámok hullámhossza:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{30\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1200\ \frac{1}{\text{s}}} = 0{,}025\ \text{m} = 2{,}5\ \text{cm}.$$

A hullámok fázisaira fennáll:

$$\varphi_1 = 2\pi \cdot \frac{x_1}{\lambda} \qquad \text{és} \qquad \varphi_2 = 2\pi \cdot \frac{x_2}{\lambda}.$$

A gömbhullámok fáziskülönbsége:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{2{,}5\ \text{cm}}(55\ \text{cm} - 25\ \text{cm}) = 24\pi.$$

672. $t = 27\ \text{s}$, $t_1 = 12\ \text{s}$, $n = 20$, $\lambda = 1\ \text{m}$.

A periódusidő:

$$T = \frac{t_1}{n} = \frac{12\ \text{s}}{20} = 0{,}6\ \text{s}.$$

A hullámok terjedési sebessége:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{1\ \text{m}}{0{,}6\ \text{s}} = \frac{5}{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A csónak távolsága a parttól:

$$d = ct = \frac{5}{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 27\ \text{s} = 45\ \text{m}.$$

673. $t = 1\ \text{s}$, $n_1 = 6$, $n_2 = 4$, $\lambda = 4\ \text{m}$.

Ha a hajó a hullámok terjedési sebességével ellentétes irányban halad:

$$(c + v)t = 6\lambda,$$

ahol v a hajó sebessége, c a hullámok terjedési sebessége.

I.

Ha a hajó a hullámok terjedési sebességével megegyező irányban halad:

$$(c - v)t = 4\,\lambda\,.$$

A két egyenletet összeadva:

$$2c \cdot t = 10 \cdot \lambda,$$

ahonnan a hullámok terjedési sebessége:

$$c = \frac{10 \cdot \lambda}{2t} = 5 \cdot \frac{4\ \text{m}}{1\ \text{s}} = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A hajó sebessége:

$$v = \frac{6\lambda}{t} - c = \frac{6 \cdot 4\ \text{m}}{1\ \text{s}} - 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

674. $\alpha = 18°$, $c_1 = 1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $c_1 = 4200\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $f = 1{,}35\ \text{kHz} = 1350\ \frac{1}{\text{s}}$.

a) A hullámok törésére vonatkozó összefüggésből az ismert adatok felhasználásával a törési szög meghatározható:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2},$$

ahonnan:

$$\sin\beta = \frac{c_2}{c_1} \cdot \sin\alpha = \frac{4200\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot \sin 18°,$$

$$\beta = 59{,}9°.$$

Az eredeti iránytól való eltérülés szöge:

$$\beta - \alpha = 59{,}9\ ° - 18° = 41{,}9°.$$

b) A hullámhossz megváltozása:

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{c_2}{f} - \frac{c_1}{f} = \frac{c_2 - c_1}{f} = \frac{4200\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1350\ \frac{1}{\text{s}}} = 2\ \text{m}.$$

675. $\alpha = 30°$, $\lambda_2 = 1{,}12\lambda_1$.

a) A hullámok törésére vonatkozó törvényből:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\lambda_1 \cdot f}{\lambda_2 \cdot f} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_1}{1{,}12\lambda_1} = \frac{1}{1{,}12},$$

ahonnan a sebességekre adódik:

$$c_2 = 1{,}12c_1.$$

A terjedési sebesség is 12%-kal nő.

b) Az előző összefüggés alapján:

$$\sin\beta = 1{,}12 \cdot \sin\alpha = 1{,}12 \cdot \sin 30° = 1{,}12 \cdot 0{,}5 = 0{,}56,$$

ahonnan:

$$\beta = 34°.$$

676. $l = 4\ \text{m}$, $f = 15\ \frac{1}{\text{s}}$, $n = 7$.

a) A gumikötélen a feltétel szerint hat darab félhullám alakult ki:

$$l = 6\frac{\lambda}{2},$$

ahonnan a hullámhossz:

$$\lambda = \frac{2l}{6} = \frac{2 \cdot 4\ \text{m}}{6} = \frac{4}{3}\ \text{m} \approx 1{,}33\ \text{m}.$$

b) A hullám terjedési sebessége:

$$c = \lambda \cdot f = \frac{4}{3}\ \text{m} \cdot 15\ \frac{1}{\text{s}} = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

677. $l = 75\ \text{cm} = 0{,}75\ \text{m}$, $c = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $n = 3$.

A gumikötélen a feltétel szerint három darab félhullám alakul ki:

$$l = 3\frac{\lambda}{2},$$

ahonnan a hullámhossz:

$$\lambda = \frac{2l}{3} = \frac{2 \cdot 0{,}75\ \text{m}}{3} = 0{,}5\ \text{m}.$$

I.

Az állóhullámok frekvenciája:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}5\ \text{m}} = 10\ \frac{1}{\text{s}}.$$

678. $f = 12\ \frac{1}{\text{s}}$, $c = 1{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $x_1 = 15$ cm, $x_2 = 25$ cm, $x_3 = 17$ cm, $x_4 = 22$ cm.

A hullámhossz:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{1{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{12\ \frac{1}{\text{s}}} = 0{,}1\ \text{m} = 10\ \text{cm}.$$

Mindegyik esetben az interferencia jelensége figyelhető meg.

a) Az útkülönbségre:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 25\ \text{cm} - 15\ \text{cm} = 10\ \text{cm} = \lambda.$$

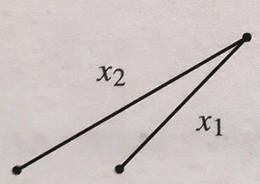
A hullámok azonos fázisban találkoznak, maximális az erősítés.

b) Az útkülönbségre:

$$\Delta x = x_4 - x_3 = 22\ \text{cm} - 17\ \text{cm} = 5\ \text{cm} = \frac{\lambda}{2}.$$

A hullámok ellentétes fázisban találkoznak, és kioltják egymást.

679. $f = 6{,}25\ \frac{1}{\text{s}}$, $x_1 = 18$ cm, $x_2 = 26$ cm.



Az útkülönbségre kioltás esetén fennáll:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 26\ \text{cm} - 18\ \text{cm} = 8\ \text{cm} = \frac{\lambda}{2},$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

$$8\ \text{cm} = \frac{\lambda}{2} \qquad \lambda = 16\ \text{cm},$$

$$8\ \text{cm} = 3\ \frac{\lambda}{2} \qquad \lambda = \frac{16}{3}\ \text{cm},$$

ahonnan a hullámhossz:

$$\lambda = 16\ \text{cm}.$$

A terjedési sebesség:

$$c = \lambda \cdot f = 0{,}16\ \text{m} \cdot 6{,}25\ \frac{1}{\text{s}} = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}, \qquad \frac{1}{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

680. Az árapály jelenség a Földet borító tengerek, óceánok szintváltozása, amit a Nap (döntően) és a Hold tömegvonzása hoz létre. A Földnek a Hold felé eső és azzal ellentétes oldalán van dagály, a Hold-Föld egyenesre merőleges irányokban pedig apály. A Föld forgása miatt a Föld adott helyén naponta kétszer van dagály és apály is. A nyílt tengereken keletkezett hullámzás nem jelentős, annál inkább a szárazföldbe mélyedő öblökben, folyótorkolatokban. A nagy terjedési sebességgel magasra csapódó, és a folyókba nagy távolságokra is eljutó hullámok jelentős pusztítást végezhetnek.

681. A szökőár olyan árapályjelenség, ami akkor jön létre, amikor a Nap és a Hold delelése egybeesik. Ekkor a két égitest árapálykeltő hatása összeadódik. Katasztrófát idézhet elő, ha a hullámzást a tenger felől fújó viharos szél tovább erősíti.

682. Az azonos frekvenciájú, amplitúdójú hullámok a feltétel szerint azonos fázisban találkoznak, nincs útkülönbség, így a harmadik ágban maximális erősítés jön létre. Az amplitúdó az eredeti amplitúdó kétszerese lesz.

683. Az azonos frekvenciájú, amplitúdójú hullámok a feltétel szerint ellentétes fázisban találkoznak, nincs útkülönbség, így a harmadik ágban nem jön létre hullámmozgás.

684. A transzverzális hullámok csak szilárd közegben alakulnak ki, illetve terjednek. A szilárd földkéreg vastagsága a megadott érték, és ennél mélyebben a Föld legbelső magja valószínűleg folyékony.

685. A tapasztalt jelenség a hullámok elhajlása. A hullámhosszal összemérhető keskeny réseken, akadályokon a hullámok elhajlanak, és abban a térrészben is észlelhetők, ahova az árnyékolás miatt nem juthattak volna el.

686. A megfigyelt jelenség az interferencia. Ahol a vízfelszínen a hullámforrástól mért utak különbsége a hullámhossz felének páros számú többszöröse, ott maximális erősítés, ahol az útkülönbség a hullámhossz felének páratlan számú többszöröse, ott kioltás jön létre.

687. A part felé tartó hullámok sebessége az egyre sekélyebb vízben fokozatosan csökken, megváltozik a törésmutató. A sorozatos törések után a partra már azzal párhuzamosan érnek.

688. A szilárd anyagokban a longitudinális hullámok terjedési sebessége nagyobb, mint a transzverzális hullámoké. A terjedési sebességek és a mért időkülönbség alapján a távolság nagy pontossággal meghatározható.

I.

Hangtan

Tesztfeladatok

689. Hamis az A), mert a hanghullámok esetén a részecskék longitudinális (hosszirányú) rezgéseket végeznek.

690. B) Ha a hang frekvenciája kisebb, akkor a hullámhossza nagyobb.

691. A) A kétszer nagyobb frekvenciájú hang hullámhossza feleakkora, mint az eredeti hullámhossz.

692. Igaz: A) A hang hullámhossza a vízben nagyobb.

$$c_1 = 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad c_2 = 1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A hanghullám frekvenciája nem változik meg, ha a levegőből vízbe lép:

$$f = \frac{c_1}{\lambda_1} = \frac{c_2}{\lambda_2}.$$

A feltétel szerint $c_2 > c_1$, ezért $\lambda_2 > \lambda_1$.

693. Hamis a C), mert a vízben megváltozik a hullámhossz.

694. A) a frekvenciája.

695. C) 0,226.

$$c_1 = 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad c_2 = 1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A víz levegőre vonatkoztatott törésmutatója:

$$n_{2,1} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0{,}226.$$

696. D) 13,1°.

$$c_1 = 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad c_2 = 1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Az ismert adatok alapján:

$$\sin\alpha_h = n_{2,1} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{340\ \frac{m}{s}}{1500\ \frac{m}{s}} = 0{,}2266 \quad \rightarrow \quad \alpha_h = 13{,}1°.$$

697. Hamis: C), hiszen az első esetben az első, a második esetben a harmadik felhang alakult ki a húron.

698. Hamis: B), mert az ember a 20 Hz és 16 000 Hz frekvenciaértékek közé eső hangokat érzékeli.

699. Hamis az A), mert amikor a hangot kibocsátó jármű a helyét nem változtató megfigyelőhöz közeledik, akkor a hangot magasabbnak észleli a megfigyelő, ha távolodik tőle, akkor mélyebbnek.

700. B)

701. C)

Számításos feladatok

702. $f = 500\ \frac{1}{s}$, $c = 340\ \frac{m}{s}$.

A hangvilla által keltett hang hullámhossza:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{340\ \frac{m}{s}}{500\ \frac{1}{s}} = 0{,}68\ \text{m}.$$

Rezonancia esetén a levegőoszlop frekvenciája megegyezik a hangvilla frekvenciájával. Ekkor a mérőhengerben lévő levegőoszlop hossza a hullámhossz negyedrésze.

$$l = \frac{\lambda}{4} = \frac{0{,}68\ \text{m}}{4} = 0{,}17\ \text{m} = 17\ \text{cm}.$$

703. $t_1 = 5{,}8\ \text{s}$, $c_1 = 340\ \frac{m}{s}$, $c_2 = 1500\ \frac{m}{s}$.

A hang által megtett út (a tó szélessége a mérés helyén) levegőben:

$$s = c_1 \cdot t,$$

illetve vízben:

$$s = c_2 \cdot (t - t_1).$$

I.

A két egyenlet összevetéséből:

$$c_1 \cdot t = c_2 \cdot (t - t_1),$$

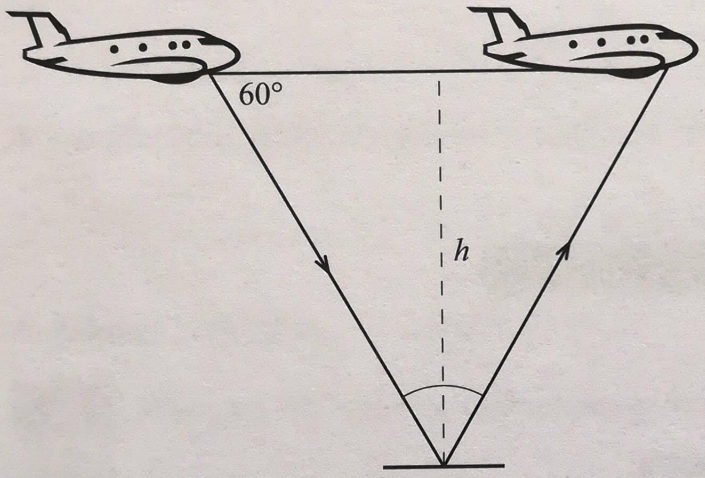
ahonnan:

$$t = \frac{c_2 \cdot t_1}{c_2 - c_1} = \frac{1500 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5{,}8 \text{ s}}{1500 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 7{,}5 \text{ s}.$$

A tó szélessége a mérés helyén:

$$s = c_1 \cdot t = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 7{,}5 \text{ s} = 2550 \text{ m}.$$

704. $\alpha = 60°$, $t = 12$ s, $c_1 = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



a) Az ábráról leolvasható, hogy a hangjel az egyenlő oldalú háromszög két oldalát futja be:

$$2s = ct \quad \rightarrow \quad \frac{s}{t} = \frac{c}{2}.$$

A repülőgép ez alatt a háromszög egyik oldalának megfelelő utat teszi meg:

$$v = \frac{s}{t}.$$

A két egyenletből a repülőgép sebessége:

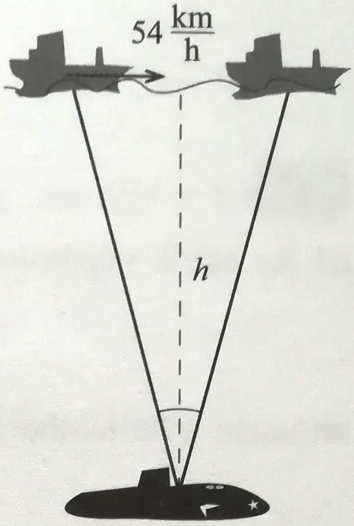
$$v = \frac{s}{t} = \frac{c}{2} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = 170 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 612 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

b) A gép repülési magassága megegyezik a szabályos háromszög magasságával:

$$h = \frac{s \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{v \cdot t \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{170 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 12 \text{ s} \cdot \sqrt{3}}{2} = 1767 \text{ m}.$$

705. $v = 54\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $c = 1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t = 2{,}4$ s.

A hang útja az ábra alapján:



$$2s = ct \quad \rightarrow \quad s = \frac{ct}{2}.$$

A hajó útja ez alatt az idő alatt:

$$s_1 = vt.$$

A tenger mélysége a csatahajó elsüllyedésének helyén:

$$h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{s_1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{ct}{2}\right)^2 - \left(\frac{vt}{2}\right)^2} = \frac{t}{2} \cdot \sqrt{c^2 - v^2} =$$

$$= \frac{2{,}4\ \text{s}}{2} \cdot \sqrt{\left(1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 1799{,}91\ \text{m}.$$

706. $\Delta\varphi = \pi$, $d = 40\ \text{cm} = 0{,}4\ \text{m}$, $c = 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A feltétel szerinti ellentétes fázis esetén a fáziskülönbség:

$$\Delta\varphi = \pi,$$

amiből következik:

$$\lambda = 2d = 2 \cdot 0{,}4\ \text{m} = 0{,}8\ \text{m}.$$

A hang frekvenciája:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}8\ \text{m}} = 425\ \frac{1}{\text{s}}.$$

707. $l = 25\ \text{cm} = 0{,}25\ \text{m}$, $c = 950\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

a) Az egyik végén rögzített pálca hossza alaprezgéseknél:

$$l = \frac{\lambda_1}{4} \quad \rightarrow \quad \lambda_1 = 4l = 4 \cdot 0{,}25\ \text{m} = 1\ \text{m}.$$

A frekvencia:

$$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{950\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1\ \text{m}} = 950\ \frac{1}{\text{s}}.$$

b) A közepén rögzített pálca hossza alaprezgéseknél:

$$l = \frac{\lambda_2}{2} \quad \rightarrow \quad \lambda_2 = 2l = 2 \cdot 0{,}25\ \text{m} = 0{,}5\ \text{m}.$$

A frekvencia:

$$f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{950\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}5\ \text{m}} = 1900\ \frac{1}{\text{s}}.$$

708. $l = 119\ \text{cm},\ f = 500\ \frac{1}{\text{s}},\ n = 3.$

a) Az egyik végén nyitott levegőoszlop hosszára fennáll:

$$l = (2n+1)\frac{\lambda}{4} = (2\cdot 3+1)\frac{\lambda}{4} = \frac{7\lambda}{4},$$

ahonnan a hullámhossz:

$$\lambda = \frac{4l}{7} = \frac{4\cdot 119\ \text{cm}}{7} = 68\ \text{cm}.$$

b) A hang terjedési sebessége:

$$c = \lambda \cdot f = 0{,}68\ \text{m}\cdot 500\ \frac{1}{\text{s}} = 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

c) Az alaphang frekvenciája:

$$f_\circ = \frac{c}{4l} = \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4\cdot 1{,}19\ \text{m}} = 71{,}43\ \frac{1}{\text{s}}.$$

709. $f = 400\ \frac{1}{\text{s}},\ c = 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$

Nyílt síp esetén:

$$l_1 = \frac{\lambda}{2} \quad \rightarrow \quad \lambda = 2l_1.$$

Másképpen:

$$\lambda = \frac{c}{f}.$$

A hullámhosszra kapott összefüggések egybevetéséből:

$$2l_1 = \frac{c}{f},$$

ahonnan:

$$l_1 = \frac{c}{2f} = \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\cdot 400\ \frac{1}{\text{s}}} = 0{,}425\ \text{m} = 42{,}5\ \text{cm}.$$

Zárt síp esetén:

$$l_2 = \frac{\lambda}{4} \quad \rightarrow \quad \lambda = 4l_2.$$

Másképpen:

$$\lambda = \frac{c}{f}.$$

A hullámhosszra kapott összefüggések egybevetéséből:

$$4l_2 = \frac{c}{f},$$

ahonnan:

$$l_2 = \frac{c}{4f} = \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \cdot 400\ \frac{1}{\text{s}}} = 0{,}2125\ \text{m} = 21{,}25\ \text{cm}.$$

710. $\alpha = 90° - 30° = 60°$, $f = 6 \cdot 10^4\ \frac{1}{\text{s}}$, $c_1 = 1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $c = 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

a) A hang frekvenciája nem változik meg, ha vízből az ultrahang a levegőbe lép.

b) Az ultrahang hullámhossza vízben:

$$\lambda_1 = \frac{c_1}{f} = \frac{1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \cdot 10^4\ \frac{1}{\text{s}}} = 0{,}025\ \text{m} = 2{,}5\ \text{cm}.$$

Az ultrahang hullámhossza levegőben:

$$\lambda_2 = \frac{c_2}{f} = \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \cdot 10^4\ \frac{1}{\text{s}}} = 5{,}66 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 5{,}66\ \text{mm}.$$

c) A hullámtörés törvénye alapján:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2},$$

ahonnan:

$$\sin\beta = \frac{c_2}{c_1} \cdot \sin\alpha = \frac{340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot \sin 60° \quad \rightarrow \quad \beta = 11{,}32°.$$

A vízből kilépő ultrahang vízszintessel bezárt szöge:

$$\gamma = 90° - \beta = 90° - 11{,}32° = 78{,}68°.$$

711. $l_1 = 4{,}2$ m, $l_2 = 3{,}4$ m, $c = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Azonos fázisú hullámok találkozásakor kioltás akkor jön létre, ha a hullámforrásoktól a találkozási helyig mért utak különbségére fennáll:

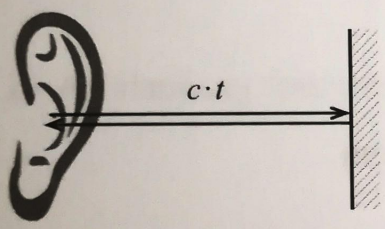
$$l_1 - l_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

ahonnan a hullámhossz:

$$\lambda = \frac{2(l_1 - l_2)}{2k+1} = \frac{2(4{,}2\text{ m} - 3{,}4\text{ m})}{2k+1} = \frac{1{,}6\text{ m}}{2k+1}.$$

A hangforrás frekvenciája:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (2k+1)}{1{,}6\text{ m}} = (2k+1) \cdot 212{,}5 \frac{1}{\text{s}}.$$



712. A falról a fülünkig $t = \frac{2s}{c}$ idő alatt jut a hang, azaz $0{,}1 < \frac{2s}{c}$ esetén a visszhang elkülönül saját hangunktól.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

713. A beömlő víz csobogása rezgésbe hozza a hengeres edényben, a víz felett lévő levegőoszlopot. A levegőoszlop hossza fokozatosan csökken, ezáltal a kialakuló állóhullámok hossza is. Ez a frekvencia növekedését jelenti, vagyis a hangot egyre magasabbnak lehet hallani.

714. A környezet zaja rezgésbe hozza a pohárban, kagylóban lévő levegőt. A rezgések között lesznek olyanok is, melyek frekvenciája megegyezik a pohár, a kagyló sajátfrekvenciájával. Rezonancia jön létre, és a gyenge zaj felerősödik.

715. Az ultrahang frekvenciája nagy, hullámhossza kicsi. Jól irányítható, nem szóródik a közegben. Visszaverődése után az érzékelőben megfelelő erősségben jól felfogható.

716. A szócsőből a hanghullámok a többszörös visszaverődés után közel párhuzamosan lépnek ki, kevésbé szóródnak, és a megadott irányba haladnak.

717. A hang terjedési sebessége sokkal kisebb a fény terjedési sebességénél, így néhány másodperc múlva érkezik csak a fülhöz a gépzaj. Ennyi idő alatt a repülőgép elég messzire került attól a helytől, ahonnan a hang megérkezett.

718. Az emberi fül két hanghatást csak akkor tud megkülönböztetni, ha közöttük legalább 0,1 s telik el. Ez alatt a hang 34 m utat tesz meg. Ahhoz, hogy Kati a visszhangot a teremben is észlelje, annak legalább 17 m hosszúnak kell lenni. A megadott méretű szobában (főképpen, ha üres) is észlelhető valamiféle utóhang, utózengés, de az nem visszhang.

719. A nagyobb méretű termek akusztikája főképpen a visszaverődési és az elnyelési viszonyoktól függ. Az egyenes, sík falakkal határolt termekben a kialakuló visszhang, illetve a hosszú időtartamú utózengés károsan befolyásolhatja a beszéd érthetőségét, a zene élvezhetőségét. Ezért a tervezők és a berendezők különböző építészeti megoldásokkal, a falak hangelnyelő anyaggal való borításával, drapériák, virágok és a széksorok megfelelő elhelyezésével igyekeznek minimálisra csökkenteni a visszhangok és a hosszabb idejű utózengések káros hatását.

720. Levegőben a hallható hang hullámhossza durván 1,7 cm és 17 m közé esik. A hang akadályokon, réseken, nyílásokon való áthaladásakor elhajlik. A magasabb (nagy frekvenciájú) hang csak a kisebb méretű akadályokon, réseken, az alacsonyabb (kis frekvenciájú) hang a nagyobb méretű akadályokon, réseken hajlik el. Így a másik utcába bekanyarodó zenekar hangszereinek hangját – főleg a mélyeket – a geometriai árnyéktérben álló személy is hallhatja.

721. A víz feletti légrétegek hőmérséklete, így a hang terjedési sebessége is felfelé egyre nagyobb lesz. A különböző szögben kiinduló hanghullámok a folytonos törések, majd a teljes visszaverődés következtében visszaérkeznek a vízfelszínre.

722. Nem, mert a felszínről a delfinek számára felfogható hangok, füttyjelek teljesen visszaverődnek. A határszög levegő-víz esetén 13,1°, aminél a beesési szög nagyobb.

723. A kézben tartott. A fadoboz rezonancia révén felerősíti a hangot, a hangvilla energiája gyorsabban fogy a nagyobb intenzitású kisugárzás miatt.

724. A két hangvilla frekvenciája megegyezett, rezonancia jött létre, és a másik hangvilla is rezgésbe jött.

725. Tegyük szembe a hangvillákat, egyiket szólaltassuk meg, majd kisvártatva fogjuk le kezünkkel. A másik hangvilla halk hangot bocsát ki, mert az első hangvillából kibocsátott hang rezgésbe hozta.

I.

1.5. MUNKA, ENERGIA, TELJESÍTMÉNY

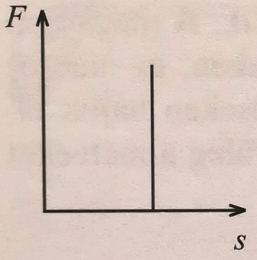
Munka

Tesztfeladatok

726. C) Ha az erő és az elmozdulás egy egyenesbe esik, akkor a $W = F \cdot s$ képlet használható, mert $\alpha = 0°$ vagy $\alpha = 180°$ lehet, így a $W = F \cdot s \cdot \cos\alpha$ képletből a $\cos\alpha$ abszolút értéke 1 lesz.

727. A) A munka mindig számolható a $W = F \cdot s \cdot \cos\alpha$ képlettel.

728. D) válasz a hamis, azaz ha az erő és az elmozdulás párhuzamos, ekkor ugyanis nem mindig negatív a munka. Ha az erő és elmozdulás egyirányú, akkor pozitív, ha az erő és elmozdulás ellentétes irányú, akkor negatív a munka.



729. A C) grafikon nem ábrázol munkavégzést, mert változó nagyságú erőhatás van, de elmozdulás nincs.

730. D) Munka = erő nagysága szorozva az elmozdulás nagyságával nem általános érvényű, mert csak egyirányú erő és elmozdulásnál használható.

731. C) esetben van munkavégzés, mert ha Juli a felfelé egyenletesen haladó mozgólépcsőn állva tartja a nehéz iskolatáskáját, akkor az erő irányában van elmozdulás.

732. A B) $\mathrm{W} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ nem ad munka mértékegységet, mert a watt $[\mathrm{W}] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}$, így a $\mathrm{W} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{Jm}}{\mathrm{s}^2}$ lett, amelyből csak a J a munka mértékegysége.

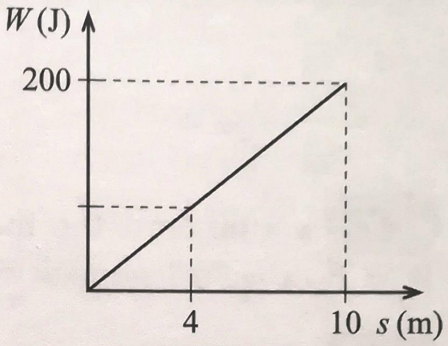
733. C) Mindkét grafikonon állandó nagyságú az erő. Ez a II. grafikonról leolvasható. Az I. ábránál a munka egyenesen arányos az elmozdulással, amely csak állandó nagyságú erő esetén igaz ($F = \frac{W}{s}$ is ezt mutatja).

734. A D) reláció a hibás, hiszen ugyanakkora erővel az első esetben végzünk több munkát a nagyobb elmozdulás miatt.

735. C) Ha felemelünk az asztalra egy ládát, akkor a nehézségi erő munkája negatív, hiszen a gravitációs erő irányával ellentétes irányú az elmozdulás.

736. B) 0 kJ, mert 60 kJ a fölfelé, és −60 kJ a lefelé végzett munkája a nehézségi erő ellenében a meghajtómotornak.

737. C) 80 J a munkavégzés a végzett munka és az elmozdulás egyenes arányossága miatt. Így 4 m : 10 m = W : 200 J, innen $W = \frac{4\text{ m} \cdot 200\text{J}}{10\text{ m}} = 80$ J a grafikon adatai alapján a munka.



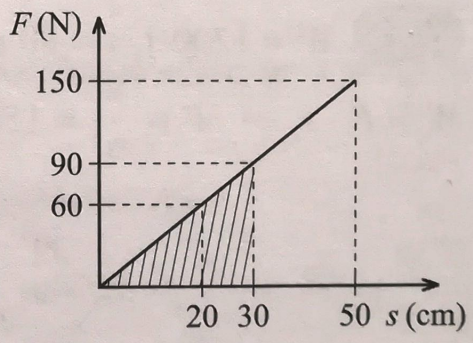
738. A) 20 N erő munkáját ábrázolja a grafikon, mert $F = \frac{W}{s} = \frac{200\text{ J}}{10\text{ m}} = 20$ N.

739. A) Ha lövünk az íjjal, akkor pozitív az íj munkája, mert a nyílvesszőre ható erő és a nyíl elmozdulása egyirányú.

740. C) Ha felhúzzuk a légpuskát, mert a rugóerővel ellentétes irányba nyomjuk össze a rugót, azaz mi végzünk munkát a rugón.

741. C) A vadász az íjon 0 J munkát végez, mert a megfeszítéskor végzett 40 J és az ellazításkor végzett −40 J munka előjelesen összeadva 0 J munkát ad eredményül.

742. D) 13,5 J a munkavégzés, mert a munka a grafikon alatti terület nagyságával egyezik meg, így $W = \frac{Fs}{2} = \frac{90\text{ N} \cdot 0{,}3\text{ m}}{2} = 13{,}5$ J.



743. A) 70 J a helyes válasz.
Ha a rugót háromnegyed részéig kihúzva $W_3 = 90$ J munkát végeztünk, akkor negyedrészéig, azaz harmadannyira kihúzva harmadannyi erővel, kilencedrésznyi, $W_1 = 10$ J a munkánk. Így ha az expander rugóját teljesen, azaz négynegyed részéig húzzuk ki, akkor 4-szer akkora erővel 16-szor akkora $W_4 = 160$ J a végzett munkánk.
Az utolsó negyedrész kihúzásához szükséges munka $W_4 - W_3 = 160\text{ J} - 90\text{ J} = 70$ J.
Tehát a háromnegyed részéig kihúzott expandernél a teljes kihúzáshoz, vagyis az utolsó negyedrész kihúzásához 70 J munka kell még.

744. D) Mindenhol egyenlő az emelési munka, hiszen mindig 10 N erővel kell 1 méter magasra emelni a testet.

745. B) 8 J munkát végeztünk a súrlódási erő ellenében, mert mindkét esetben az általunk kifejtett erő irányába történt az elmozdulás, így a munkák összeadódtak, 4 J + 4 J = 8 J.

I.

746. D) Rugalmas erő munkáját ábrázolja a grafikon, mert a rugalmas erővel arányos megnyúlással négyzetesen nő a rugalmas erő munkája.
Megjegyzés. A gyorsítási erő nem „erőfajta", így természetesen ha egy testet éppen rugalmas erő gyorsít, akkor C) is lehet helyes válasz.

Számításos feladatok

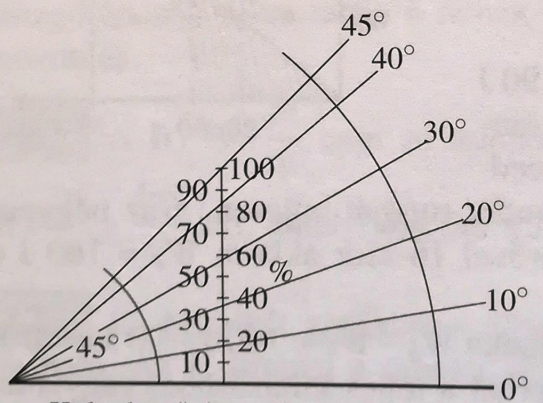
747. $s = 60\ \text{cm} = 0{,}6\ \text{m}$, $F = 50\ \text{N}$.
$W = F \cdot s = 30\ \text{J}$ munkát végzett az asztalos.

748. $F = 600\ \text{N}$, $s = 8\ \text{km} = 8000\ \text{m}$.
$W = F \cdot s = 600\ \text{N} \cdot 8000\ \text{m} = 4\,800\,000\ \text{J} = 4800\ \text{kJ}$ munkát végzett a ló.

749. $m = 2\ \text{t} = 2000\ \text{kg} \rightarrow G = 20\,000\ \text{N}$, $h = 8\ \text{m}$.
$W = G \cdot h = 160\,000\ \text{J} = 160\ \text{kJ}$ munkát végzett a daru, ha egyenletes mozgással, lassan emelte a testet.

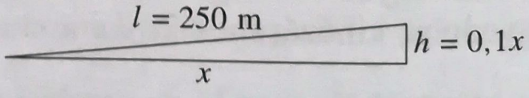
750. $W = 60\ \text{J}$, $F = 1500\ \text{N}$.
$W = F \cdot s \rightarrow s = \dfrac{W}{F} = 0{,}04\ \text{m} = 4\ \text{cm}$, $l = 1\ \text{cm} + 4\ \text{cm} = 5\ \text{cm}$ a kihúzott szög hossza.

751. $W = 1200\ \text{J}$, $s = 80\ \text{cm} = 0{,}8\ \text{m}$.
$W = F \cdot s \rightarrow F = \dfrac{W}{s} = 1500\ \text{N}$. A szekrényt 1500 N erővel toltuk el.



Különböző útemelkedési százalékok és fokok közötti összefüggés

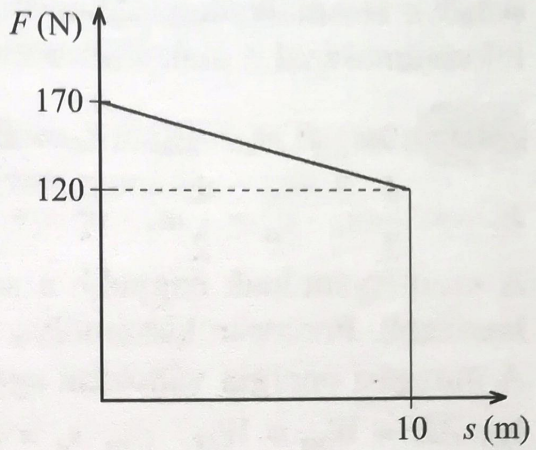
752. A lejtő mértékét (meredekségét) általában százalékban szokás megadni, vagyis a 100 m-re eső emelkedést (lejtést) m-ben vagy a lejtő szögét.
$l = 250\ \text{m}$, $F = 100\ \text{N}$, $m = 80\ \text{kg} \rightarrow G = 800\ \text{N}$.
Tehát lejtőnél az emelkedésen a hajlásszög tangensét értjük:



a) $W = F \cdot l = 25\,000\ \text{J} = 25\ \text{kJ}$ munkát végeztünk, míg a kocsit felhúztuk a lejtőn.
b) Az emelési munka $W_e = G \cdot h = 800\ \text{N} \cdot 24{,}87\ \text{m} = 19\,896\ \text{J}$.
c) A nehézségi erő munkája $W_g = -19\,896\ \text{J}$.
d) A munkatétel alapján $W + W_s + W_g = 0 \rightarrow W_s = -(W + W_g) = -5104\ \text{J}$ a súrlódási munka.

753. $F = 8$ N, $s = 50$ m.
$F_t = F \cdot \cos\alpha = 4$ N, $W = F_t s = 200$ J munkát végeztünk a felmosáskor.

754. $m_V = 12$ kg, $m_L = 5$ kg, $l = s = 10$ m.
A lánc és a vödör tömege és súlya együtt: $m_0 = m_V + m_L = 17$ kg $\rightarrow$ $G_0 = m_0 \cdot g = 170$ N.
A vödör súlya: $G_v = m_v \cdot g = 120$ N.
A grafikon alapján: $W = \frac{G_0 + G_V}{2} \cdot s = 1450$ J munkát végeztünk a vödör felhúzásakor.



755. $m = 90$ kg, $a = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $s = 20$ m.
$W = F \cdot s = m \cdot a \cdot s = 3600$ J a gyorsítási munka.

756. $s = 100$ m, $F = 300$ N, $m = 200$ kg $\rightarrow$ $G = 2000$ N, $\mu = 0{,}035$.
Mivel a súrlódási erő az elmozdulással ellentétes irányú, ezért $F_s = -\mu mg$, tehát $W_s = -\mu mgs = -\mu Gs = -7000$ J $= -7$ kJ a súrlódási erő munkája.
A súrlódási erő ellenében végzett munka így $W_{se} = 7$ kJ.
A dámszarvas munkája: $W = F \cdot s = 30\,000$ J $= 30$ kJ és $W = W_{se} + W_{gy} \rightarrow$ $\rightarrow$ $W_{gy} = W - W_{se} = 23$ kJ a gyorsítási munka.

757. $W = 324$ kJ, $v = 18\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t = 6$ s.
A terepjáró gyorsulása: $a = \frac{v}{t} = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, és a gyorsulás közben megtett út: $s = \frac{at^2}{2} = 54$ m.
$W = F \cdot s = m \cdot a \cdot s \rightarrow m = \frac{W}{a \cdot s} = 2000$ kg a terepjáró tömege.
A kerekekre ható súrlódási erő gyorsítja a terepjárót, ami kiszámolva $F_s = \frac{W}{s} = 6000$ N.

758. $F = 240$ N, $s = 60$ cm $= 0{,}6$ m.
A munka számértékileg egyenlő a grafikon alatti területtel, ami derékszögű háromszög területe.
A végzett munka a rugó kihúzásakor: $W = \frac{F \cdot s}{2} = 72$ J.

759. $s = 15$ cm $= 0{,}15$ m, $W = 60$ J.
a) Ha mi 60 J munkával nyomtuk be a légrugót, akkor a légrugó munkája a mi munkánkkal ellentétes előjelű: $W_r = -60$ J a légrugó munkája.
b) A légrugó 15 cm-es összenyomásához $W = \frac{F \cdot s}{2} \rightarrow F = 2\frac{W}{s} = 800$ N maximális nyomóerő kellett.

I.

760. A mellső fekvőtámasz közben, amikor egyenletesen leengedte magát, $W_{le} = -Fh = -200$ J a diák által végzett munka, mivel az erő és elmozdulás ellentétes irányú.
Amikor felemelkedett, akkor $W_{fel} = Fh = 200$ J munkát végzett. Ezért egy mellső fekvőtámasznál a diák összes munkája $W = W_{le} + W_{fel} = 0$ J!

761. $9m_a = m_k$, $E_a = E_k = E$.

$$E \rightarrow \frac{1}{2}m_a \cdot v_a^2 = \frac{1}{2}m_k \cdot v_k^2 \rightarrow m_a \cdot v_a^2 = m_k \cdot v_k^2 = 9m_a \cdot v_k^2 \rightarrow v_a = 3v_k.$$

A személyautónak nagyobb a sebessége, és így várhatóan az optimális fékútja is hosszabb. Pontosan kiszámolva: $\mu_a = \mu_k = \mu$.
A mozgási energia változása egyenlő a súrlódási munkával.
Így $\Delta E = W_{sa} = W_{sk}$, $F_{sa} \cdot s_a = F_{sk} \cdot s_k$, $\mu \cdot m_a \cdot g \cdot s_a = \mu \cdot m_k \cdot g \cdot s_k$, $m_a \cdot s_a = m_k \cdot s_k$, $m_a \cdot s_a = 9m_a \cdot s_k$, $s_a = 9s_k$.
A személyautónak 3-szor nagyobb a sebessége és 9-szer hosszabb a fékútja!

Jelenségek, kísérletek, kérdések

762. Joule angol származású fizikus volt, és a XIX. században élt.

763. Definíció szerint: A munka az erő és az elmozdulás ún. skaláris szorzata, azaz az erő nagyságának, az elmozdulás nagyságának és az erő és elmozdulás által alkotott szög koszinuszának szorzata.

764. Negatív, mert $W = F \cdot s \cdot \cos\alpha = F \cdot s \cdot \cos 180° = F \cdot s \cdot (-1) = -Fs$, mivel $\cos 180° = -1$.

765. A súly elmozdulása a nehézségi erő irányával ellentétes, így a nehézségi erő munkája negatív.

766. A rugó munkája a légpuska felhúzásakor negatív, mert az erő és az elmozdulás ellentétes irányú. A rugón végzett munka pozitív, mert az erő és az elmozdulás egyirányú.

767. A súrlódási erő ellentétes irányú az elmozdulással, ezért a súrlódási erő munkája a kerékpáron negatív.

768. A súrlódási erő és az elmozdulás iránya egyezik, ezért a súrlódási erő munkája pozitív.

769. Itt az elmozdulás állandó, ekkor a munka egyenesen arányos az erővel.

770. Ha a munka állandó, akkor az erő és az elmozdulás fordítottan arányos.

771. A megnyúlás négyzetével arányos a munkavégzés a rugónál.

772. Nem végez munkát a Föld gravitációs mezője, mert az erőre mindig merőleges az elmozdulás. Más magyarázattal: a Földtől mindig ugyanakkora távolságra marad a műhold, tehát így az erő irányába nincs elmozdulás.

773. Mellső fekvőtámasz közben, fizikai értelemben a diák által végzett munkák összege 0 J, mert miközben leengedi magát, a végzett munkája -160 J.

Energia

Tesztfeladatok

774. C) $E = m \cdot v$ összefüggés a hibás, mert $m \cdot v$ szorzat a lendületet adja meg.

775. D) $\frac{\text{kgm}}{\text{s}}$ a lendület mértékegysége.

776. C) A sebesség négyzetével arányos a mozgási energia, hiszen $E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ képlet szerint számolható ki.

777. A) A személygépkocsinak 2-szeres a mozgási energiája.

A furgon mozgási energiája: $E_{\text{fu}} = \frac{1}{2} 2m \cdot v^2 = m \cdot v^2$.

A személyautó mozgási energiája: $E_{\text{sza}} = \frac{1}{2} m \cdot (2v)^2 = 2m \cdot v^2 = 2E_{\text{fu}}$. Így látható, hogy a személyautó mozgási energiája 2-szer akkora, mint a furgoné.

778. D) Nem lehet a tömegek ismerete nélkül eldönteni, hiszen a tömegtől is függ a mozgási energia.

779. C) A 9-szerese lett a mozgási energiája, mert a sebesség négyzetével arányos a mozgási energia, és 3-szoros sebességnél a kerékpárosnak $3^2 = 9$-szeres a mozgási energiája.

780. D) Az $E = F \cdot v$ nem energiaképlet, mert az $F \cdot v$ szorzat nem energiadimenziójú:

$$\frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{s}} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W},$$

amely a teljesítmény mértékegysége.

I.

781. C) Egyenletesen kanyarodva, azaz amikor nem változott a sebesség nagysága, akkor maradt az eredeti a kerékpár mozgási energiája.

782. A) A tengerszintjén az Egyenlítőn, mert ott vagyunk legtávolabb a Föld középpontjától (közel 20 km-rel távolabb, mint a sarkoknál), mivel a Föld geoid alakú, azaz Egyenlítőjén kicsit „hasas", a sarkokon kicsit belapult. A g értékét kereken 10-nek, azaz a test súlyát mindenütt 20 N-nak vehetjük. (Ha nem tekintünk el a kicsit kisebb gravitációs gyorsulástól az Egyenlítőn, akkor is ott lesz legnagyobb a helyzeti energia.)

783. B) A 3. emeleten lévő lakásban az íróasztalnál, amikor Pista tanul belőle.

784. D) Az áldozatára lecsapó sólyomnak van mozgási energiája, hiszen a felsoroltak közül csak a sólyom mozog biztosan.

785. C) A felhúzott súlyú ingaórának nincs rugalmas energiája, hiszen a súly felhúzásakor (felemelésekor) a súly helyzeti energiáját növeljük, és nem egy rugót feszítünk meg.

786. D) A monitoron kivetített mozgóképnek nincs mozgási energiája, mert ott a mozgóképnek megfelelően csak a nyugvó monitoron villannak fel a képpontok.

787. D) A huzatnak van mozgási energiája, hiszen a huzatnál a levegő mozog, és tömege is lévén természetesen van mozgási energiája.

788. B) A labda helyzeti energiája nő, a mozgási energiája csökken, hiszen egyre feljebb repülve egyre lassúbb a mozgása, így a mozgási energiája alakul át helyzeti energiává.

789. A) Mindegyiknek ugyanakkora a helyzeti energiája, mert $E_g = m \cdot g \cdot h$ képletből is látható, hogy a gravitációs vagy helyzeti energia három tényezőtől (m, g, és h) függ, és a felsorolt testeknél mindhárom ugyanakkora.

790. C) A felfújt lufinak biztosan van rugalmas energiája, a többi testnek csak akkor, ha megfeszített vagy összenyomott állapotba kerülnek.

791. B) A legkisebb lapjára állítva legnagyobb a tégla helyzeti energiája, mert ekkor kerül legmagasabbra a tömegközéppontja.

792. D) 75 mJ a jó válasz, mert a rugalmas energia nagysága $E_{rug} = \frac{F \cdot l}{2}$ képlettel számolható ki, amelybe behelyettesítve $l = 3$ cm $= 0{,}03$ m, és $F = G = m \cdot g = 5$ N értékeket, eredményül $0{,}075$ J $= 75$ mJ-t kapunk.

793. B) A 4-szerese lehetett a helyzeti energiája a kétszer annyi ideig zuhanó diónak, mert a négyzetes úttörvény alapján négyszer magasabbról zuhant le egyenletesen gyorsulva, mint a másik azonos tömegű dió.

794. D) Kilencedrésze a helyes válasz, mert a harmadannyi ideig eső közel azonos tömegű dió kilencedakkora magasságból esett le a négyzetes úttörvény alapján. Így helyzeti energiája is kilencedrésznyi. Ez alakul át kilencedrésznyi mozgási energiává a földet érésig.
Másképpen indokolva: Harmadannyi idő alatt harmadakkora sebességet ér el, így mozgási energiája kilencedrésznyi.

795. A) A mozgási energiája négyszeres és a sebessége $\sqrt{2}$-szörös, mert a rugalmas energia a kitérés négyzetével arányos, így kétszeres kitérésnél négyszeres lett, és a sebesség pedig a $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ miatt $4E_m$ és $2m$ behelyettesítése után a $\sqrt{2}$-szeresére változik.

796. D) Negyedakkora a mozgási energiája és feleakkora a sebessége. Ugyanis negyedakkora magasságban negyedakkora a helyzeti energiája, és ez alakul át mozgási energiává esés közben. A sebesség pedig a $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ képlet értelmében a mozgási energia négyzetgyökével arányos.

797. D) Ahányszor nagyobb a sebessége, annak négyzetével arányos a mozgási energiája a helyes válasz, hiszen a mozgási energia a sebesség négyzetével arányos az $E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ képlet alapján.

798. D) 2 J volt a mozgási energiája, és kétszeres lett a sebessége, mert $E_m + 6\ \text{J} = 4E_m \rightarrow E_m = 2\ \text{J}$, és mivel a tömeg állandó, az $E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ képlet alapján a sebesség 2-szeres lett.

799. A munkatétel mindig alkalmazható.

800. C) 320 J-lal nőtt a galamb helyzeti energiája, mert $\Delta E_g = m \cdot g \cdot \Delta h =$
$= 0{,}8\ \text{kg} \cdot 10\ \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}} \cdot 40\ \text{m} = 320\ \text{J}$.

801. D) Sem erőt, sem munkát nem takarítunk meg vele, csak az erő irányát tesszük kedvezőbbé a munkánk során.

I.

802. C) A szánkót 400 J munkával lehet a dombtetőre visszahúzni, mert 4 méterrel került lejjebb az 5 kg tömegű szánkó, eközben $\Delta E_g = m \cdot g \cdot \Delta h$ képlet alapján 200 J-lal csökkent a helyzeti energiája, és ez mozgás során a csúszás közben súrlódási munkára fordítódott teljes egészében, mire végül leállt a szánkó. Ha vissza akarjuk húzni a szánkót, akkor 200 J munkát a súrlódásra és 200 J munkát a helyzeti energia növelésére kell fordítani. Ezek összege 400 J.

803. D) A golyók együttes mechanikai energiája csökkent az ütközéskor válasz a helytelen, mert a tökéletesen rugalmas ütközéskor a mechanikai energiák összege nem változik, a többi válasz helyes.

804. C) A 25-szörörösére nő a talpas mérleg rugalmas energiája, mert 5-ször akkora súly esetén a kitérés is ötszörös lesz, és a rugalmas energia a kitérés négyzetével arányos.

805. B) A gyengébb rugónak, mert ennél nagyobb lesz a kitérés, és így a rugalmas energia is. Ez jól látszik a grafikonok alatti területekből is.

806. A) Az első rugónak lesz nagyobb a rugalmas energiája.

Mivel $D_1 < D_2$, ezért $\Delta l_1 > \Delta l_2$ és $h_1 > h_2$. Így a leeső golyó helyzeti energiájának csökkenése (ami h-val arányos) egyenlő lesz a rugó rugalmas energiájának növekedésével, az energiamegmaradás törvénye értelmében. Ebből következik, hogy az első puhább rugó jobban összenyomódik → nagyobb a golyó helyzeti energiájának csökkenése → nagyobb a rugó rugalmas energiája.

807. A) Azonos erő hatására a D rugóállandójú rugónak kétszeres a rugalmas energiája a másikhoz képest, mivel $F_1 = 2D \cdot x$, $F_2 = D \cdot 2x$ és $F_1 = F_2$, így $E_1 = \frac{1}{2} 2D \cdot x^2 = D \cdot x^2$ a $2D$ rugóállandójú és $E_2 = \frac{1}{2} D \cdot (2x)^2 = 2D \cdot x^2 = 2E_1$ a D rugóállandójú rugó energiája.

808. B) A $3D$ rugóállandójú rugónak 3-szor akkora a rugalmas energiája, mert ugyanakkora megnyúlásnál 3-szor akkora a rugalmas erő.

809. D) A nagyobb tömegű alacsonyabban van, mert a helyzeti energia $E_h = m \cdot g \cdot h$ képlet szerint számítható ki, és ebből jól látható, hogy ahányszor nagyobb a test tömege ($k \cdot m$), annyiszor alacsonyabban $\left(\frac{h}{k}\right)$ kell legyen ($E_h = k \cdot m \cdot g \cdot \frac{h}{k} = m \cdot g \cdot h$).

810. D) Nem dönthető el, mert nem tudjuk, hogy az egyenlő tömegű testek közül melyiknek van magasabban a tömegközéppontja.

811. C) A test helyzeti energiája nő a Földtől távolodva, mert minél messzebbről indítunk egy testet a Föld felé, annál nagyobb sebességgel ér le (hiszen szabadesés közben végig gyorsítja a Föld gravitációs vonzóereje). Nagyobb mozgási energiát nagyobb helyzeti energiából nyerhet a zuhanó test.

812. B) Az erősebb rugónak lesz kisebb a rugalmas energiája, mert ugyanakkora erő hatására az erősebb rugó kevésbé nyomódik be, és az $E = \frac{1}{2}D \cdot x^2$ képletből jól látható, hogy a rugalmas energia a benyomódás négyzetével arányos.

813. C) A hosszabb rugónak lesz kisebb a rugalmas energiája, mert 1 cm-rel kisebb (feleakkora) erővel lehet kinyújtani. A hosszabb rugónak kisebb (fele) lesz a rugóállandója.

814. B) A rugó $\frac{1}{4}$ részének a rugalmas energiája harmadakkora a $\frac{3}{4}$ rész energiájához képest, a következők miatt: a rövidebb rész rugóállandója $D_1 = 3D_2$ és összenyomódása $x_1 = \frac{1}{3}x_2$, így

$$E_1 = \frac{1}{2}2D_1 \cdot x_1^2 = D_1 \cdot x_1^2 = 3D_2 \cdot \left(\frac{1}{3}x_2\right)^2 = \frac{1}{3}D_2 \cdot x_2 = \frac{1}{3}E_2.$$

Másik gondolatmenet: mivel a rugó homogén, a rugalmas energia egyenletesen oszlik el benne. Tehát a rugalmas energia és a rugóhossz hányadosa tetszőleges rugódarabra állandó.

$$\frac{E_{1/4}}{\frac{1}{4}l} = \frac{E_{3/4}}{\frac{3}{4}l} \quad \Rightarrow \quad 3 = \frac{E_{3/4}}{E_{1/4}}.$$

815. A) A hosszabb rugónak lett nagyobb a rugalmas energiája, hiszen az eredeti hosszuk kétszeresére ugyanakkora erővel tudtuk megnyújtani a rugókat, viszont a hosszabbik rugó megnyúlása eközben kétszeres volt a rövidebbik megnyúlásához képest.

816. A) A két rugórész rugalmas energiája egyenlő. A rugórészek hossza 1 : 4-hez aránylik, így a rugórészek rugóállandója 4 : 1 arányú, azaz $D_2 = \frac{D_1}{4}$. A feladat szerint a rugók megnyúlása $2x_1 = x_2$. Ezekből matematikailag könnyen igazolható az energiák egyenlősége: a rövidebb rugó energiája $E_1 = \frac{1}{2}D_1 \cdot x_1^2$, a hosszabbé

$$E_2 = \frac{1}{2}D_2 \cdot x_2^2 = \frac{1}{2}\frac{D_1}{4} \cdot (2x_1)^2 = \frac{1}{2}D_1 \cdot x^2 = E_1.$$

I.

817. B) Egyenlő mértékben nőtt mindkét esetben a ládák helyzeti energiája, mert ugyanannyival kerültek magasabbra.

818. D) Nem dönthető el, mert nem ismerjük a golyók tömegét.

819. A) A kisebb rugóállandójúnak, mert ugyanakkora erő hatására a kisebb rugóállandójú, azaz a gyengébb rugó nyomódik be jobban, és az $E = \frac{1}{2}D \cdot x^2$ képletből jól látható, hogy a rugalmas energia a benyomódás négyzetével arányos.

820. B) Mindegyiknél egyenlő a helyzeti energia változása, mert 2-szer, 3-szor nagyobb tömegű súlyzót fele, harmad magasságba emelt fel. E fordított arányosság csak akkor áll fenn, ha a helyzeti energia változása állandó. Ez a $\Delta E_g = m \cdot g \cdot \Delta h$ képletből jól látható.

821. C) A 25-szörösére nő, mert 5-ször akkora erő 5-ször akkora megnyúlást hoz létre, így $5^2 = 25$-szörös lett a rugalmas energia, mivel az erővel és a megnyúlással is egyenesen arányos a rugalmas energia a $E_{rug} = \frac{F \cdot x}{2}$ képlet alapján.

Számításos feladatok

822. $m = 70$ kg, $v = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. $E_m = \frac{1}{2}mv^2 = 21875$ J $= 21{,}875$ kJ a kerékpáros mozgási energiája.

823. $h = 20$ m, $V = 5$ m^3 $\rightarrow$ $m = 5000$ kg $\rightarrow$ $G = 50\,000$ N. $E_{gr} = m \cdot g \cdot h = G \cdot h = 1\,000\,000$ J $= 1000$ kJ $= 1$ MJ energia szabadul fel percenként.

824. $m = 2$ t $= 2000$ kg, $W = \Delta E = 6$ kJ $= 6000$ J.

$\Delta E = m \cdot g \cdot h \rightarrow h = \frac{\Delta E}{m} \cdot g = 0{,}3$ m magasra emelte fel a daru a vasbeton elemet.

825. Mivel a szabadesés egyenletesen gyorsuló mozgás, ezért kétszer annyi idő alatt kétszeres lett a végsebesség is ($v_1 = 2v_2$). A helyzeti energia átalakult mozgási energiává, így $E_2 = \frac{1}{2}m_2 \cdot v_2^2 = m_2 \cdot g \cdot h_2$ ebből m_2-vel való egyszerűsítés után $h_2 = \frac{v_2^2}{2g}$, $E_1 = \frac{1}{2}m_1 \cdot v_1^2 = m_1 \cdot g \cdot h_1$, ebből $h_1 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{4v_2^2}{2g} = 4h_2$.

Tehát a cserép négyszer magasabbról esett le.

Egyszerűbben kinematikailag: függőleges irányban a megtett utat a $h = \frac{g}{2}t^2$ képlet írja le, mely szerint 2-szeres időhöz 4-szeres magasság tartozik.

826. $F = 25$ N, $l = 7{,}5$ cm $= 0{,}075$ m.

$E_r = \frac{1}{2} F \cdot l = 0{,}9375$ J $\approx 0{,}94$ J a maximális rugalmas energiája az erőmérőnek.

827. $F_1 = 20$ N, $l_1 = 6$ cm, $F_2 = 10$ N. Mivel a megnyúlás egyenesen arányos az erővel, ezért $\frac{F_2}{F_1} = \frac{l_2}{l_1} \rightarrow l_2 = l_1 \cdot F \frac{2}{F_1} = 3$ cm $= 0{,}03$ m. $E_r = \frac{F_2 \cdot l_2}{2} = 0{,}15$ J $=$ $= 150$ mJ az erőmérő rugalmas energiája.

828. $V = 2$ cm^3 $\rightarrow$ $m = 2$ g, $E_m = 16$ mJ. $E_m = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_m}{m}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ volt a kilőtt víz sebessége.

829. $E_r = 0{,}5$ J, $m = 50$ g $= 0{,}05$ kg. $E_r = E_m = \frac{m \cdot v^2}{2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_r}{m}} =$ $= 4{,}47 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ a szivacsgolyó sebessége kilövéskor.

830. $m = 100$ g $= 0{,}1$ kg, $F = 1{,}5$ N, $\Delta l = l = 4$ cm $= 0{,}04$ m. $E_m = E_r \rightarrow$ $\rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{F \cdot l}{2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{Fl}{m}} = 0{,}77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ volt a kiskocsi kezdeti sebessége.

831. $m = 50$ g $= 0{,}05$ kg, $l = 6$ cm $= 0{,}06$ m, $F = 0{,}28$ N.
Az energiamegmaradás törvénye értelmében: $E_g = E_m = E_r \rightarrow m \cdot g \cdot h =$ $= \frac{F \cdot l}{2} \rightarrow h = \frac{F \cdot l}{2} \cdot m \cdot g = 0{,}0168$ m $= 16{,}8$ mm ≈ 17 mm magas a lejtő.

832. $h = 3$ m, $E_g = E_m \rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2} \rightarrow v = \sqrt{2gh} = 7{,}74 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ lett a gördeszkás sebessége.

833. $F_1 = 25$ N, $W_1 = 3750$ mJ, $F_2 = 5$ N $= \frac{1}{5} F_1 = 0{,}2 F_1$.

Mivel a megnyúlás az erővel arányos, ezért $\frac{1}{5}$-akkora erőnél $\frac{1}{5}$ akkora a megnyúlás is.

$\frac{l_2}{l_1} = \frac{F_2}{F_1} \rightarrow l_2 = \frac{l_1 \cdot F_2}{F_1} = 0{,}2 l_1$, így $W_2 = \frac{F_2 \cdot l_2}{2} = 0{,}2 F_1 \cdot 0{,}2 l_1 = 0{,}04 F_1 l_1 =$
$= 0{,}04 W_1 = 150$ mJ a rugalmas energia 5 N erőnél.
Másképp megoldva: erővel, megnyúlással egyenesen arányos a rugalmas energia, ezért ötödakkora erőnél és ötödakkora megnyúlás 25-öd résznyi, azaz 150 mJ a rugalmas energia.

I.

834. $h_F = 1{,}5$ m, $g_F = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $g_H = 1{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

$\Delta E_F = \Delta E_H \rightarrow m \cdot g_F \cdot h_F = m \cdot g_H \cdot h_H \rightarrow h_H = \frac{g_F \cdot h_F}{g_H} \approx 9{,}4$ m magasra kellene a Holdon emelni a testet.

835. $D = 500\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $E_r = 2{,}5$ J.

$E = \frac{Dl^2}{2} \rightarrow l = \sqrt{\frac{2E}{D}} = 0{,}1$ m-rel kell összenyomni a rugót.

836. $m = 120$ kg, $v_1 = 36\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = 54\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$W_{gy} = E_2 - E_1 = \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = 7500$ J volt a gyorsítási munka.

837. A lecsúszó szánkó helyzeti energiájának csökkenése egyenlő a szánkó súrlódási munkájával a leállásig, azaz $\Delta E_g = W_s$. A szánkó visszahúzásakor munkát kell végezni a súrlódási erő ellenében $W_1 = W_s$, és emelési munkát is kell végezni a felfelé húzáskor $W_2 = \Delta E_g$. Így az összes munka $W = W_1 + W_2 = 2\Delta E_g = 1400$ J.

Ebből $\Delta E_g = \frac{W}{2} = 700$ J a helyzeti energia növekedése.

Ugyanakkor $\Delta E_g = mgh$, és innen $h = \frac{\Delta E_g}{m} \cdot g = 3{,}5$ m magas volt a domb.

838. $\Delta t = 2$ s, $\Delta h = 40$ m.

$\Delta h = \frac{v_1 + v_2}{2}t \rightarrow v_1 + v_2 = \frac{2\,\Delta h}{t} = 40\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, és $v_2 = v_1 + g \cdot t = v_1 + 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

ezekből $v_1 + v_2 = v_1 + v_1 + 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2v_1 + 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 40\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow v_1 = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, így

$v_2 = v_1 + 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 30\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A zuhanó repülőgép sebessége 3-szoros lett, így mozgási energiája 9-szeresére nőtt.

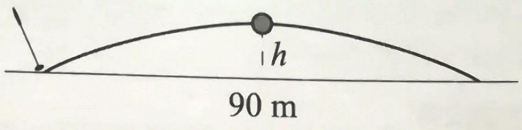
839. $m = 140$ kg, $\alpha = 45°$, $l = 20$ m, $t = 2$ s.

Az egyenlő szárú derékszögű vektorháromszög alapján $v_y = v_x$ és $v_x = \frac{l}{t} = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

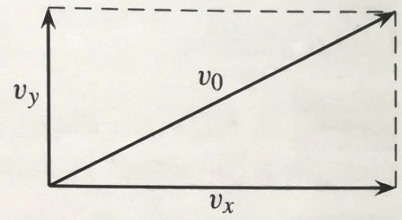
a derékszögű háromszög átfogója $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 14{,}14\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A mozgási energiája $E_m = \frac{m \cdot v^2}{2} = 14\,000$ J $= 14$ kJ volt a motorosnak.

840. $m = 45\ \text{g} = 0{,}045\ \text{kg}$, $t = 3\ \text{s}$, $l = 90\ \text{m}$, a repülési idő feléig emelkedett: $t_e = \frac{t}{2} = 1{,}5\ \text{s}$.



A repülési pálya legmagasabb pontján $v_y = 0$, így $v = v_x = \frac{l}{t} = 30\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, ezért a golflabda mozgási energiája: $E_{mx} = \frac{m \cdot v^2}{2} = 20{,}25\ \text{J}$.



E pontnál legnagyobb a helyzeti, és legkisebb a mozgási energiája a repülő golflabdának.

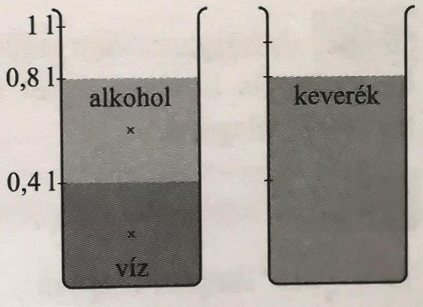
Addig emelkedik a labda, míg $v_y - g \cdot t_e = 0$ nem teljesül. Ebből a kezdeti függőleges irányú sebesség-összetevő $\rightarrow$ $v_y = g \cdot t_e = 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. A sebesség vektorháromszögéből az átfogó, a kezdeti sebesség: $v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 33{,}54\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$E_m = \frac{m v_0^2}{2} = 25{,}3\ \text{J}$ a kezdeti mozgási energia. $\frac{E_{mx}}{E_m} = 0{,}8$. A kezdeti mozgási energiának a 80%-ával repült a golflabda a pályája legmagasabb pontján.

A golflabda emelkedési magassága $h = \frac{g}{2} t_e^2 = 11{,}25\ \text{m}$ volt.

841. Keveredés után a víz és az alkohol tömegközéppontja is h magasságba kerül, azaz a helyzeti energia változása:

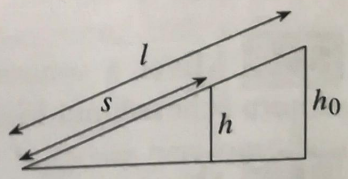
$$\Delta E = m_1 g \frac{h}{2} + m_2 g 1{,}5h - (m_1 + m_2) g h.$$



$V = V_1 = V_2 = 4\ \text{dl} = 400\ \text{cm}^3$, $h_1 = h_2 = h = 10\ \text{cm} = 0{,}1\ \text{m}$, $\rho_1 = 1\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $\rho_2 = 0{,}8\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $m_1 = \rho_1 \cdot V = 400\ \text{g} = 0{,}4\ \text{kg}$, $m_2 = \rho_2 \cdot V = 320\ \text{g} = 0{,}32\ \text{kg}$, $E_{g1} = \frac{m_1 \cdot g \cdot h}{2} = 0{,}2\ \text{J}$, $E_{g2} = \frac{m_2 \cdot g \cdot 3h}{2} = 0{,}48\ \text{J}$, $E_g = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h = 0{,}72\ \text{J}$. $E - (E_{g1} + E_{g2}) = 0{,}72\ \text{J} - 0{,}68\ \text{J} = 0{,}04\ \text{J}$. A folyadék helyzeti energiája 0,04 J-lal nőtt.

842. $v = 6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $l = 10\ \text{m}$, $h_0 = 2\ \text{m}$. $E_m = E_g \rightarrow$

$\rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = m g h \rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = 1{,}8\ \text{m}$.



Hasonló háromszögek alapján: $\frac{s}{l} = \frac{h}{h_0} \rightarrow s = \frac{h}{h_0} l =$

$= 9\ \text{m}$ hosszan gurul fel a labda a lejtőre.

I.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

843. Az agár mozgási energiája a sebessége négyzetével arányos az $E = \frac{1}{2}mv^2$ képlet alapján.

844. A nagyobb tömegű kutyának nagyobb a mozgási energiája, mert a mozgási energia a tömeggel egyenesen arányos.

845. A 4-szer akkora tömegű motorcsónaknak 4-szer akkora a mozgási energiája, mert az $E = \frac{1}{2}mv^2$ képlet alapján a tömeggel egyenesen arányos a mozgási energia.

846. Úgy, hogy a nagyobb sebességű madárnak kisebb a tömege. Ez az $E = \frac{1}{2}mv^2$ képlet alapján belátható, hiszen ha az energia állandó, akkor a tömeg (m) és a sebesség négyzete (v^2) fordítottan arányos.

847. Igen, mégpedig akkor lehet egyenlő a kétszer akkora sebességű motoros és az autó mozgási energiája, ha a motoros tömege negyede az autó tömegének, mert a tömeg (m) és a sebesség négyzete (v^2) fordítottan arányos ugyanakkora mozgási energiánál.

848. A helyzeti energiája csökken, a mozgási energiája nő, mivel gyorsulva esik le. Zuhanás közben a két energia összege állandó marad az energiamegmaradás törvénye alapján.

849. A szabadon eső test mozgási energiája a sebesség négyzetével arányos az $E = \frac{1}{2}mv^2$ képlet alapján.

850. Mivel egyenletesen gyorsulva esik le, ezért a pillanatnyi sebesség az eltelt idővel arányos, így a zuhanási idő négyzetével arányos a szabadon eső test mozgási energiája. Ez látható az $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(gt)^2$ képletből.

851. Mivel a sebesség négyzetével arányos a mozgási energia, ezért harmadakkora sebességnél kilencedrésznyi lett a az autó mozgási energiája.

852. Mivel az egyenletesen szálló repülőgépnek folyamatosan csökken az üzemanyaga, az útja során mozgási energiája csökken, és a csökkenés egyenesen arányos a tömege csökkenésével.

853. Egyenletes körmozgásnál például nem, mert itt a gyorsulás nem a sebesség nagyságát változtatja, hanem a sebesség irányát, így a mozgási energiája nem változik.

854. Mivel dagálykor megemelkedik a vízszint, így a helyzeti energiája nőtt, hiszen nagyobb lett a víz tömege is, és magasabbra került a tömegközéppontja is. Dagálykor az odaáramló víznek van mozgási energiája is, de ez elhanyagolható a helyzeti energia változásához képest.

855. A mozgási energiája csökken, pályája csúcsán leáll egy pillanatra a labda, így mozgási energiája nulla – az összes mozgási energia helyzeti energiává alakult –, majd megint nő a mozgási energiája, miközben gyorsulva esik lefelé. Az egész repülés során a mechanikai energiák összege állandó marad az energiamegmaradás törvénye alapján, ha a közegellenállástól eltekintünk.

856. Az egyenlő tömegű testek közül amelyiknek a tömegközéppontja magasabban van, annak nagyobb a helyzeti energiája az $E = m \cdot g \cdot h$ képlet alapján.

857. A test tömege és a helyzeti energiája egymással egyenesen arányos. Ez látható az $E = m \cdot g \cdot h$ képletből.

858. A lócán lévő korsóban lévő víznek úgy csökkenthető a helyzeti energiája, hogy vagy kiöntünk belőle, vagy lejjebb tesszük, vagy átöntjük egy laposabb edénybe.

859. A tömege és a magassága is nőtt a folyamat során, így sokszorosára nőtt a helyzeti energiája.

860. Az asztalról leeső radír helyzeti energiája az esés közben mozgási energiává alakul. A padlón, miután a radír pattogva megállt, az energia hő formájában szészóródott a környezetben.

861. A felfelé repülő labda mozgási energiája láthatóan helyzeti energiává alakul, hiszen egyre magasabban lesz.

862. A leeső labda helyzeti energiája mozgásivá, majd a talajra éréskor rugalmas energiává alakul. Ez visszapattanáskor ismét mozgási energiává, majd felfelé repülve helyzeti energiává alakul vissza. Innen ismétlődik minden, csak a veszteségek miatt egyre alacsonyabbra pattan fel a labda.

863. A falnak pattanó rugalmas labda benyomódik, egyre nagyobb benyomódása egyre nagyobb rugalmas energiát jelez.

I.

864. Esés közben a labda helyzeti energiájából mozgási energia lesz. A padlóra eső labda mozgási energiája benyomódásakor rugalmas energiává alakul át, majd visszapattanáskor ismét mozgási energiává, és tovább felfelé repülve helyzeti energiává alakul vissza. A közben fellépő veszteségeket a kosárlabdázó a keze ütésével pótolja.

865. A balta fába csapódásakor a mozgási energia változása egyenlő a súrlódási munkával, amit az él végez, amikor belehatolva a fába széthasítja azt.

866. Az íj rugalmas energiája lövéskor a nyílvessző mozgási energiájává alakul, így a nyílvesszőnek 10 J lesz a mozgási energiája.

867. Az autó mozgási energiájának csökkenése – ami ilyen nagy sebességeknél, erőteljes fékezéseknél tetemes lehet – a súrlódási munkával egyenlő. A fékpofákon fellépő hatalmas csúszási súrlódási erő munkája hővé alakul. (Nem a gumik csúsznak, hanem a fékbetétek a féktárcsán!)

868. A labdára ható erő által végzett munka egyenlő a labda mozgási energiájának megváltozásával a munkatétel szerint, így 30 J lesz a labda mozgási energiája.

Teljesítmény

Tesztfeladatok

869. Az A) Ws nem a teljesítmény mértékegysége, hanem a munkáé.

870. A B) Watt a XVIII. században élt, és angol volt.

871. A C) válasz a helyes, azaz ha 1 s alatt 60 J munkát végez a ventilátor.

872. A D) $P = W \cdot t$ a hibás képlet.

873. A D) 0,05 MW = 5 kW átváltás a hibás, helyesen: 0,05 MW = 50 kW.

874. C) 5 W a villanyborotva teljesítménye, mert ha 30 s alatt 150 J, akkor 1 s alatt 5 J a munkavégzés, így 5 W a teljesítmény. Ezt az eredményt kapjuk akkor is, ha a $P = \frac{W}{t}$ képlettel számolunk.

875. D) A IV. grafikon szerint nem állandó a teljesítmény, mert $P = F \cdot v$, és a grafikon szerint az erő és a sebesség is nő, így a szorzatuk nem lehet állandó.

876. A) Egyenes arányosság van a teljesítmény és a munkavégzés között, ez a $P = \frac{W}{t}$ képletből jól látható.

877. B) Ugyanakkora lesz a munka, mert $P = \frac{W}{t} \rightarrow W = P \cdot t$, vagyis a szorzat nem változik, ha az egyik tényező kétszeresére nő, a másik pedig felére csökken.

878. B) Kilencszeres lett a teljesítményünk, mert $P = \frac{3W}{\frac{t}{3}} = 3W \cdot \frac{3}{t} = 9 \cdot \frac{W}{t}$.

879. C) Fordított arányosság van a teljesítmény és az idő között, ha a munka állandó, mert $P \cdot t = W$, vagyis a két mennyiség szorzata állandó.

880. B) Egyenlő a teljesítményük, mert $W_2 = 2W_1$ és $t_2 = 2t_1$, vagyis a $P = \frac{W}{t}$ képletben a hányados nem változik, ha a számláló és a nevező is a kétszeresére nő.

881. A) Az 1. esetben nagyobb a teljesítményük, mert $W_1 = 100\ \text{J} > W_2 = 50\ \text{J}$ és $t_1 < t_2 \rightarrow P_1 > P_2$.

882. D) Nem lehet eldönteni, mert nem ismerjük az elvégzett munka nagyságát. Lehet nehéz munkát lassan és lehet könnyű munkát gyorsan végezni.

883. D) $\eta = \frac{W_{be}}{E_h}$ a helytelen összefüggés, ha a betűk a szokásos jelentéssel bírnak.

884. A C) válasz a helyes, azaz $\eta < 1$, vagyis $\eta < 100\%$, mert mindig van valamilyen veszteség.

885. A) Az 1. esetben nagyobb a hatásfok, mert a 2. esetben jóval több a befektetett munka, mivel kétszer kellett magunkat is „felvinni" az emeletre ugyanazon hasznos munka elvégzéséhez.

886. D) 5. fokozatban jobb a hatásfok, mert azonos hasznos munka esetén kevesebb a fogyasztás, vagyis a befektetett energia.

887. Mindegyik állítás elfogadható. Legkevésbé pontos a B), mert az összes munka kevésbé utal az üzemanyag energiájára, mint a többi állításban szereplő kifejezések.

888. C) A csigán átvetett kötéllel jobb hatásfokú a munka, mert így saját magunkat nem kell felvinni.

I.

889. A) A vékony falú edényben jobb a melegítés hatásfoka, mert az edény melegítésére kevesebb energia fordítódik.

890. A) Merülőforralóval melegítve jobb a teavíz melegítésének hatásfoka, mert villanytűzhelyen melegítve a tűzhelyt és a környező levegőt is melegítjük.

891. B) Keményre felfújt gumival kerékpározunk jobb hatásfokkal, mert ebben az esetben a benyomódásra jóval kevesebb munka fordítódik a talajjal való érintkezésnél, mint a puha guminál.

892. D) Kicsit nedves talajt lehet jobb hatásfokkal felásni, mert jóval kisebb erővel, és így kevesebb munkával lehet a földbe benyomni az ásót. Ezáltal kevesebb energia befektetésével tudjuk a puhább talajt felásni, még akkor is, ha kicsit nehezebb a nedves talaj.

893. B) 66,7% a fúrás hatásfoka, mert $W_h = 24\,000$ J, $P = 600$ W, $t = 1$ min = $= 60$ s, $W_{be} = P \cdot t = 36\,000$ J, és így $\eta = \frac{W_h}{W_{be}} = 66{,}7\%$.

Számításos feladatok

894. $W = 200$ J, $t = 20$ s.

$P = \frac{W}{t} = \frac{200\text{ J}}{20\text{ s}} = 10$ W a fűrészelésünk teljesítménye.

895. $m = 160$ kg, $t = 4$ s, $h = 210$ cm $= 2{,}1$ m.

$P = \frac{\Delta E}{t} = \frac{mgh}{t} = 840$ W a súlyemelő teljesítménye.

896. $m = 19{,}5$ t $= 19\,500$ kg, $h = 9$ m, $t = 0{,}5$ min $= 30$ s, $\varrho_1 = 7800\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $\varrho_2 = 1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

A roncsra ható nehézségi erő: $F_g = mg = 195\,000$ N. A roncs térfogata: $V = \frac{m}{\varrho_1} =$ $= 2{,}5\ \text{m}^3$.

A roncsra ható felhajtóerő: $F_f = \varrho_2 \cdot g \cdot V = 25\,000$ N. A roncsot emelő erő: $F = F_g - F_f = 170\,000$ N.

Az emelés teljesítménye $P = \frac{F \cdot h}{t} = 51\,000$ W $= 51$ kW.

897. $v_1 = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = 72\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $m = 100$ kg, $t = 6$ s.

$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = m\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = 19\,800$ J.

$P = \frac{\Delta E}{t} = 3300$ W $= 3{,}3$ kW a gokart motorjának teljesítménye.

898. $P = 2{,}4$ kW, $t = 0{,}25$ h.

$W = P \cdot t = 0{,}6$ kWh $= 2\ 160\ 000$ J $= 2160$ kJ munkát végeztünk a rotációs kapával.

899. $P = 1500$ W, $W = 6$ kJ $= 6000$ J.

$t = \frac{W}{P} = 4$ s alatt vágtuk át a fát.

900. $F = 60$ N, $v = 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = F \cdot v = 900$ W a teljesítményünk.

901. $P = 42$ kW $= 42\,000$ W, $v = 120\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 33{,}3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$P = F \cdot v \rightarrow F = \frac{P}{v} = 1260$ N erőt fejt ki az autó motorja.

902. $v_1 = 90\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = 0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $m = 800$ kg, $s = 25$ m, $\Delta E = E$, mert a végén leállt.

$W = E = \frac{mv^2}{2}$ és $t = \frac{2s}{v} \rightarrow P = \frac{W}{t} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{2s}{v}} = \frac{mv^3}{4s} = 125\,000$ W $= 125$ kW

a fékezés teljesítménye.

903. $E_{be} = 7000$ kJ, $W_h = 2500$ kJ.

$\eta = \frac{W_h}{E_{be}} = 0{,}357 \approx 36\%$ a motor hatásfoka.

904. $E_{be} = 25\,200$ kJ, $E_h = 1$ kWh $= 3600$ kJ.

$\eta = \frac{E_h}{E_{be}} = 0{,}143 \approx 14\%$ a motoros generátor hatásfoka.

I.

905. A grafikonról leolvasva például: $E_{be} = 30$ J, $W_h = 12$ J, vagy $E_{be} = 50$ J, $W_h = 20$ J.

$\eta = \frac{W_h}{E_{be}} = \frac{12\text{ J}}{30\text{ J}} = \frac{20\text{ J}}{50\text{ J}} = 0{,}4 = 40\%$ a gép hatásfoka.

906. $W_h = 900$ J, $\eta = 60\% = 0{,}6$.

$\eta = \frac{W_h}{E_{be}} \rightarrow E_{be} = \frac{W_h}{\eta} = 1500$ J a befektetett összes energia.

907. $P_{be} = 800$ W, $\eta = 55\% = 0{,}55$.

$\eta = \frac{P_h}{P_{be}} \rightarrow P_h = \eta \cdot P_{be} = 440$ W a fúrási teljesítmény.

908. $P_{be} = 2$ kW $= 2000$ W, $V = 16$ m^3, $h = 18$ m, $t = 1$ h $= 3600$ s.

$m = \varrho \cdot V = 16\,000$ kg,

$P_h = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = 800$ W.

$\eta = \frac{P_h}{P_{be}} = 0{,}4 = 40\%$ a szivattyú hatásfoka.

909. $m_1 = 80$ kg, $h = 10$ m, $m_2 = 20$ kg.

A hasznos munka egyenlő a csomag helyzeti energiájának növekedésével: $W_{ha} = \Delta E_{g2} = m_2 gh$. A befektetett munka a postás és a csomag együttes helyzetienergia-növekedésével egyenlő: $W_{be} = \Delta E_{g1} + \Delta E_{g2} = (m_1 + m_2)gh$.

$\eta = \frac{W_{ha}}{W_{be}} = \frac{m_2 gh}{(m_1 + m_2)gh} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = 0{,}2 = 20\%$ a csomagfelvitel hatásfoka a magasságtól függetlenül.

910. $m_t = 1$ t $= 1000$ kg, $h = 450$ m, $m = 0{,}3$ kg, $L_é = 45\,000\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

$E_h = m_t gh = 4500$ kJ, $E_ö = L_é \cdot m = 13\,500$ kJ.

$\eta = \frac{E_h}{E_ö} \approx 0{,}33 = 33\%$ volt az autó hatásfoka.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

911. A motor 3,5 kW teljesítményt tud leadni, azaz a hasznos teljesítménye maximum 3,5 kW lehet.

912. A fúrógépnél ez a befektetett vagy összes teljesítményt jelenti, és ennek is ez a maximális értéke.

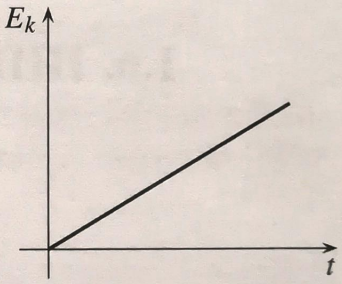
913. Az 1 kW a befektetett vagy összes teljesítmény és a 600 W generátor a hasznosított vagy leadott teljesítménye. Ez a leadott elektromos teljesítménye.

914. Ha a teljesítmény állandó, akkor az eltelt idővel egyenesen arányos a végzett munka, mert a hányadosuk állandó ($P = \frac{W}{t}$).

915. A kerékpáros teljesítménye a grafikonról leolvasott adatok alapján, például $W = 200$ J, $t = 10$ s, és a $P = \frac{W}{t}$ képlet szerint kiszámolva: 20 W.

916. Nem nagy sebességek esetén, egyenletes mozgásnál az erő független a sebességtől. A $P = F \cdot v$ képlet szerint a teljesítmény egyenesen arányos a sebességgel ($P \sim v$).
Nagyobb sebességnél nagyobb erővel kell hajtani a kerékpárt a megnövekedett közegellenállás miatt, így egyenlő időközök alatt egyre több munkát végez a kerékpáros, ezért a teljesítménye a sebességgel és az erővel is arányosan nő.

917. A teljesítmény az idő függvényében rohamosan csökken. (Fordított arányosság.)



918. A teljesítmény ugyanakkora marad, hiszen ekkor a munka egyenesen arányos az eltelt idővel.

919. Egyenes arányosság.

920. A teljesítmény és az idő között fordított az arányosság, ha a munkavégzés állandó, mivel $P = \frac{W}{t} \rightarrow W = P \cdot t$, így a szorzatuk állandó.

921. A daráló felvett teljesítménye 200 W, mely azt adja meg, hogy másodpercenként 200 J energiát használ fel a daráló.

922. A daráló másodpercenként 120 J munkát végez, ha a hasznos teljesítménye 120 W.

923. Állandó hatásfok mellett egyenes arányosság van a befektetett energia és a hasznosított energia között, hiszen a hányadosuk állandó ($\eta = \frac{E_h}{E_{be}}$).

924. Nem lehet egy gép hatásfoka 100%, mert munkavégzéskor, energiaátalakuláskor mindig van veszteség a súrlódás, a közegellenállás vagy egyéb ok miatt.

I.

925. Az izom hatásfoka akkor 30%, ha az izom által elhasznált energiának a 30%-a az izom munkája, azaz ha a felvett energia 30%-át hasznosította munkavégzéskor az izom.

926. Akkor 40% a gőzturbina hatásfoka, ha a gőzturbinába bevezetett gőz energiájának a 40%-át hasznosítja, azaz alakítja mozgási energiává.

927. Az izzólámpa másodpercenként 60 J energiát használ.

928. $P = 95$ W, $t = 2$ h.
1 kWh elektromos energia díja 25,40 Ft + 25% áfa (2004. márciusi adat).
Elhasznált energia: 0,19 kWh.
Az energia díja: 4,8 Ft + 1,2 Ft.
A villanyszámla 6 Ft-tal lesz magasabb.

929. A lámpáknál gyárilag a felvett összteljesítményt, azaz a betáplált teljesítményt írják rá a lámpákra és nem a kisugárzott fényteljesítményt.

1.6. HIDROSZTATIKA (Kiegészítő anyag)

Tesztfeladatok

930. A B) válasz a helyes, a légnyomás számértékileg megegyezik az 1 m^2 terület felett elhelyezkedő légoszlop súlyából származó nyomással.

931. A B) válasz a helyes, mert a folyadék belsejében a folyadék felszínére ható légnyomás és a folyadékoszlop nyomása együttesen adja a nyomást.

932. A C) válasz a helyes.

933. Ebben a feladatban is az A) válasz a helyes, mert egyenlő tömegű vízmennyiségek súlya is egyenlő.

934. A C) válasz a helyes, mert a meleg víz sűrűsége kisebb, mint a hideg vízé, tehát csak akkor lesz a cső alján mindkét szárban ugyanakkora a hidrosztatikai nyomás, ha a melegvíz-oszlop magassága nagyobb. A D) válaszban leírt eset nem következhet be, mert akkor nem lenne azonos súlyú tömeg az egyes szárakban.

935. A D) állítás a hibás, mert a folyadékba merülő testre ható felhajtóerő függ a folyadék sűrűségétől.

936. A C) válasz a helyes, mert a Holdon is van súlya a testeknek. A légkörtől nem függ a felhajtóerő.

937. Az adatokból következik, hogy a rézhengernek kisebb a térfogata, így kisebb térfogatú folyadékot szorít ki, tehát a C) válasz a helyes. A B) válasz is ezt állítja, de rossz az indoklás.

938. Az A) válasz a helyes. Az indoklás meg is magyarázza az okot.

939. A C) indoklása tökéletesen megmagyarázza a jelenséget, tehát a C) válasz a helyes.

940. A fahasáb doboz nélkül is úszik a vízen, ezért mindkét esetben ugyanannyi vizet szorít ki, tehát az A) válasz a helyes. A B) válasz is azt állítja, hogy nem változik a vízszint, de helytelen az indoklás.

941. A C) válasz a helyes, mert a megolvadt jégkockából éppen annyi víz lesz, mint amennyit a jégkocka kiszorít a vízből.

942. Az A) válasz a helyes, amit az indoklás tökéletesen megmagyaráz.

943. Az A) válasz a helyes, mert a test a deszkán lógva a ráható felhajtóerő következtében kisebb erővel húzza a deszkát, mint amekkora erővel a deszkán fekve terheli azt.

944. A B) válasz a helyes, mert a víz alatt a mérlegen lévő testekre felhajtóerő hat, ami az alumíniumkockára nagyobb, mint a vaskockára.

945. A C) válasz a helyes, mert bár a B válasz szerint növekvő magassággal csökken a hőmérséklet, ezzel a levegő sűrűségének növekednie kellene, ám a magassággal a légnyomás gyorsabban csökken, így a sűrűség is csökken.

946. A D) válasz a helyes, mert a higanyoszlop magassága a fontos, nem a keresztmetszete.

947. A B) válasz a helyes, mert a higany sűrűsége nagyobb, mint a legtöbb fém sűsűsége.

948. A B) válasz a helyes, mert a fenéken lévő nyomás a folyadékoszlopok magasságától függ, és nem függ sem a nyomott felület nagyságától, sem a folyadék mennyiségétől. (Hidrosztatikai paradoxon.)

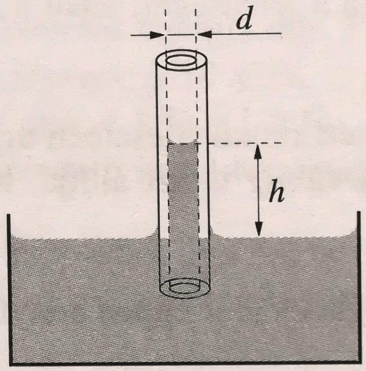
949. Az A) válasz a helyes, mert ugyan a D) válasz is azt állítja, amit az A) válasz, de az indoklás hiányos.

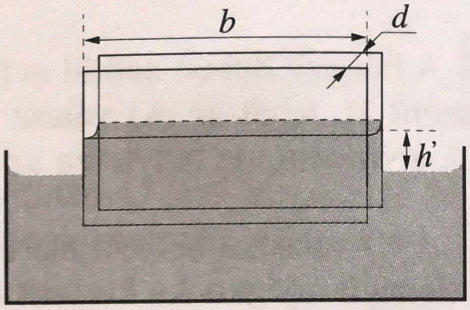
I.

950. A D) válasz a helyes, de ehhez számolni is kell egy kicsit. Az üvegcsőben a h magasságú nedvesítő folyadékoszlopot a felületi feszültségből adódó erő tartja egyensúlyban a külső folyadék felszínénél nagyobb magasságban:

$$h_1 \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot \varrho \cdot g = \alpha \cdot d \cdot \pi,$$

amiből $h_1 = \dfrac{4 \cdot \alpha}{d \cdot \varrho \cdot g}$.





Ugyanez az üveglapok között:

$$h_2 \cdot b \cdot d \cdot \varrho \cdot g = \alpha \cdot 2 \cdot b,$$

így $h_2 = \dfrac{2 \cdot \alpha}{d \cdot \varrho \cdot g}$. Tehát $h_1 = 2h_2$.

951. A B) válasz a helyes. A víz a cső végénél ki fog dudorodni, és a víz felszínén fellépő felületi feszültség akadályozza a vízoszlop további emelkedését.

952. A B) válasz a helyes.

Számításos feladatok

953. A nyomás a hidrosztatikai nyomás és a légnyomás összege.
A hidrosztatikai nyomás:

$$p_1 = h_1 \cdot \varrho_v \cdot g = 34\ \text{m} \cdot 1034\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3{,}52 \cdot 10^5\ \text{Pa}.$$

A légnyomás: $p_2 = 10^5$ Pa.
A teljes nyomás: $p = 4{,}52 \cdot 10^5$ Pa.

954. Az ajtóra a víz felől ható nyomóerő:

$$F = pA = (h \cdot \varrho \cdot g + p_0)A,$$

ahol $p_0 = 10^5$ Pa, a légnyomás.

$$F = 2{,}78 \cdot 10^6 \text{ N} + 10^5 \text{ N} = 2{,}88 \cdot 10^6 \text{ N}.$$

Ember számára kinyithatatlan.

955. A normál légnyomás 10^5 Pa. Ennek a 3-szorosa $3 \cdot 10^5$ Pa $= h \cdot \varrho \cdot g$,

$$h = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{\varrho g} = 30 \text{ m}.$$

956. Az akvárium fenekére ható hidrosztatikai nyomás:

$$p = \frac{m \cdot g}{A} = 2{,}66 \cdot 10^3 \text{ Pa}.$$

957. Jelöljük a-val a négyzet oldalát és x-szel a vízmagasságot! Az alapterületből adódik, hogy $a = 3$ dm. Az oldallapra a mélységgel arányosan növekvő nyomás nehezedik. Ilyenkor a nyomóerőt az átlagos nyomással számolhatjuk ki. Jelen esetben ez az átlagos nyomás megegyezik az oldal középmagasságban uralkodó nyomással: $p_{\text{átl}} = \frac{x}{2} \cdot \varrho g$.

A fenékre ható nyomóerő: $F_1 = a^2 \cdot x \cdot \varrho \cdot g$.

Az oldalfalra ható nyomóerő pedig: $F_2 = a \cdot x \cdot \frac{x}{2} \cdot \varrho \cdot g$. F_1 és F_2 egyenlőségéből

$$a^2 \cdot x \cdot \varrho \cdot g = a \cdot x \cdot \frac{x}{2} \cdot \varrho \cdot g,$$

amiből $x = 2a = 6$ dm.

A szükséges vízmennyiség: $V = a^2 x = 54$ liter.

958. A felhajtóerő:

$$F = V \cdot \varrho_{\text{víz}} \cdot g,$$

ahol V a kő térfogata.

$$V = \frac{m_{\text{kő}}}{\varrho_{\text{kő}}}.$$

$$F = \frac{m_{\text{kő}}}{\varrho_{\text{kő}}} \cdot \varrho_{\text{víz}} \cdot g.$$

$$F = 5 \text{ N}.$$

I.

959. A fenékre ható nyomás a folyadékoszlopoktól származó nyomás és a felszínre ható légnyomás összege:

$$p = h_1 \cdot \varrho_{\text{víz}} \cdot g + h_2 \cdot \varrho_{\text{olaj}} \cdot g + p_0 = 104{,}34 \cdot 10^3 \text{ Pa}.$$

960. A fenékre ható nyomóerő a rézhasáb súlyának és a ráható felhajtó erőnek a különbsége:

$$F = m_{\text{réz}} \cdot g - V_{\text{réz}} \cdot \varrho_{\text{víz}} \cdot g.$$

V a rézhasáb térfogata: $V_{\text{réz}} = \dfrac{m_{\text{réz}}}{\varrho_{\text{réz}}}$,

$$F = m_{\text{réz}} \cdot g - \frac{m_{\text{réz}}}{\varrho_{\text{réz}}} \cdot \varrho_{\text{víz}} \cdot g = 7{,}1 \text{ N}.$$

961. A fahasáb 2,5 liter vizet szorít ki, amikor a víz alá nyomjuk, tehát a ráható felhajtóerő 25 N, a nyomóerő 15 N, így a fahasáb súlya 10 N. Térfogata 2,5 liter, 0,0025 m^3.
Mivel

$$G = V \cdot \varrho_{\text{fa}} \cdot g,$$

$$\varrho_{\text{fa}} = \frac{G}{V \cdot g} = 400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

962. A fémdarab súlyából adódik a fémdarab tömege: $m = 2{,}4$ kg. A folyadékban mért súlyából a felhajtóerő: 8 N.

$$F_f = V \cdot \varrho_{\text{folyadék}} \cdot g = 8 \text{ N}.$$

Ebből a fém térfogata:

$$V = \frac{F_f}{\varrho_{\text{folyadék}} \cdot g} = 1 \text{ l},$$

a sűrűsége:

$$\varrho_{\text{fém}} = \frac{m}{V} = 2{,}4 \frac{\text{kg}}{\text{liter}} = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

963. A deszka térfogata $V = A \cdot d = 0{,}06A$ m^3, ahol A jelöli a deszka területét. A deszka tömege:

$$m = A \cdot d \cdot \varrho_{\text{fa}} = A \cdot 0{,}06 \text{ m} \cdot 600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 36A \text{ kg}.$$

A teherrel együtt a deszka maximális vízkiszorítása annyi, mint a teljes térfogata. Az úszás feltételéből

$$V \cdot \varrho_{\text{víz}} \cdot g = m \cdot g + G_{\text{teher}}$$

Az adatokat behelyettesítve:

$$600 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot A = 360 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} A + 240 \text{ N},$$

$$A = 1 \text{ m}^2.$$

964. A fémhasáb belógatásakor a vízszint úgy emelkedik meg, mintha az edénybe 0,4 dm^3 vizet öntöttünk volna. Az edény fenekét terhelő erő tehát 0,4 dm^3 víz súlyával. 4 N-nal lesz több: $\Delta F = 4$ N.

965. Mivel a glicerin beöntése után a higanyszintek azonos magasságban állnak a csőben, a vízoszlop és a glicerinoszlop hidrosztatikai nyomása is azonos a higanyszintek magasságában.

$$h_v \cdot \varrho_v \cdot g = h_g \cdot \varrho_g \cdot g.$$

$$h_g = \frac{h_v \cdot \varrho_v}{\varrho_g}.$$

$$h_g = 24{,}6 \text{ cm}.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

966. A gátak alsó része mélyebben van a víz színe alatt, mint a felső része, ezért oldalirányban is nagyobb hidrosztatikai nyomás nehezedik rá. Általában a gátak alul mindig szélesebbek, mint felül, ettől a gát fala nem csak vastagabb, hanem ferde is. Függőleges falakkal kevésbé tudna ellenállni a nagy nyomásnak.

967. Igen, ez megvalósul abban az esetben, ha az edény felfelé keskenyedik. Ugyanis a hidrosztatikai nyomás nem függ az edény alakjától, csak a vízoszlop magasságától, így az edény fenekére ható nyomóerő akkora, mintha felette egy henger- és nem csonkakúp alakú vízoszlop lenne.

968. A „Kartéziusz búvárnak" nevezett fiolában a vízen kívül bőven található levegő is. Éppen ezzel a levegővel lehet az eszköz készítésénél beszabályozni a fiolát a kellő tömegűre. A jelenséget megmagyarázhatjuk úgy, hogy „búvárnak" tekintjük a fiolával együtt a bezárt levegőt és a fiolában lévő vizet is. Ekkor, ha megnöveljük a flakonban a nyomást a flakon falának a megnyomásával, akkor összenyomódik a fiolában lévő levegő, helyére víz hatol a fiolába, ezáltal megnő a „búvár" tömege. A felhajtóerő nem változik, tehát a „búvár" lesüllyed. Lényeges tehát azt észrevenni, hogy a fiolába kevéske víz hatol be, amikor a flakont megnyomjuk. Ha csak a fiolát és a bezárt levegőt tekintjük „búvárnak", akkor a nyomás megnövelésével csökkentjük a „búvár" térfogatát, hiszen összenyomódott a bezárt levegő, így kisebb lett a felhajtóerő, miközben a „búvár" tömege nem változott, tehát lesüllyed.

I.

969. Oldalról figyelve lehet jól látni, hogy a víz kissé behatol a pohárba, amikor nyílásával lefelé víz alá nyomjuk. Egyszerű a magyarázat: a víz alatt nagyobb a nyomás, mint a szabad levegőn, ezért a pohárba bezáródó levegő térfogata csökken, helyére víz áramlik.

970. A légnyomást egy adott helyen az illető hely felett elhelyezkedő légoszlop súlya okozza. Felfelé haladva a légkör vastagsága, ezzel a légoszlop súlya is csökken. A levegő esetében ez a csökkenés fokozottabb, mint az összenyomhatatlannak tekinthető folyadékokban, mert a légnyomás csökkenésével a levegő sűrűsége is csökken.

971. Bizonyára azzal is kísérletezett, de csak azt tapasztalta, hogy a vízből semennyi sem folyik ki a csőből. Ahhoz több, mint 10 m-es üvegcsőre lett volna szüksége, hogy a higannyal tapasztalt légüres teret megfigyelhesse.

972. A felső végén befogott csőben lévő vízre alulról $p_0 = 10^5$ Pa nagyságú légnyomás hat, ami felfelé beszorítja a vizet a csőbe. Ha tudnánk 10 m-nél hosszabb csővel kísérletezni, akkor kiderülne, hogy csak 10 m-nél valamivel hosszabb vízoszlop maradna a csőben, a többi kifolyik, mert a légnyomás csak 10 m-es vízoszlopot képes egyensúlyban tartani. Ehhez még az is szükséges, hogy a cső elég kis átmérőjű legyen, hogy a cső nyílásánál a felületi feszültség megakadályozza, hogy légbuborékok juthassanak a csőbe. A feladat elolvasása után senki nem gondol ilyen hosszú csőre. A szobában elférő csövek esetén valóban nem fog a víz kifolyni.

973. A papírlapot kívülről a légnyomás nyomóereje szorítja a pohárban lévő vízhez. A pohárban lévő vízoszlop súlya jóval kisebb, mint a kívülről ható légnyomás nyomóereje. Felmerülhet az a kérdés, hogy minek a papírlap? A lap nélkül a víz kifolyik a pohárból. Ilyenkor ugyanis – az előző feladattal ellentétben – a víz felületi feszültsége nem tudja a légbuborékok behatolását megakadályozni, és a víz kiömlik.

974. A szívószálat „megszívva” csökkentjük a levegő nyomását, ezért a külső légnyomás folyadékot présel a csőbe.

975. A csónakot a vízben csak akkora erővel kell emelnünk, amekkora a csónak súlyának és a csónakra ható felhajtóerőnek a különbsége. A parton már nincs felhajtóerő.

976. Először megmérjük a kavics súlyát a levegőben: G_1.

Ebből megtudjuk, hogy mennyi a kavics tömege: $m = \frac{G_1}{g}$.

Ezután a cérnaszálra kötött kavicsot vízbe lógatjuk, és ott is megmérjük a súlyát: G_2.

A két mérési adat különbségéből ismertté válik a felhajtóerő: $F_f = G_1 - G_2$.

Ebből kiszámítható a kavics térfogata: $V = \dfrac{G_1 - G_2}{\varrho_v g}$.

A kavics tömegének és térfogatának a hányadosa a kavics sűrűségével egyenlő:

$$\varrho_{\text{kő}} = \frac{m}{V} = \frac{G_1}{G_1 - G_2}\varrho_v.$$

977. A levegővel töltött zárt léggömb nem emelkedik fel, mert a ballon súlya ezt lehetetlenné teszi. Léteznek viszont manapság a hőlégballonok, amiket levegő, pontosabban meleg levegő tölt meg. A meleg levegő kisebb sűrűsége miatt a hőlégballon összsúlya kisebb lesz, mint a felhajtóerő, ezért képes lesz a levegőbe emelkedni.

978. Megfigyelhetjük, hogy a víz felszíne a borotvapenge súlya alatt a penge pereme körül enyhén besüllyed. A penge és a folyadék határán fellépő felületi feszültség miatt a pengére ferdén felfelé mutató erő lép fel, ami a víz felszínén tartja a borotvapengét. A kísérlet sikeréhez szükséges, hogy a víz ne nedvesítse a penge felső felszínét.

979. Többféle módszerrel elvégezhető a mérés.

Az egyik módszer szerint a kapilláris csőben megfigyelhető folyadékszint-emelkedést mérjük.

Mivel l hosszú él mentén αl erő adódik a felületi feszültségből, az r sugarú kapillárisban a $2\pi rd$ erő tart egyensúlyt a folyadékoszlop $\pi r^2 \varrho g h$ súlyával:

$$\pi \cdot r^2 \cdot \varrho \cdot g \cdot h = 2\pi \cdot r \cdot \alpha.$$

Ebből

$$\alpha = \frac{h \cdot r \cdot \varrho \cdot g}{2}.$$

I.

1.7. HIDRODINAMIKA (Kiegészítő anyag)

Tesztfeladatok

980. A B) válasz a helyes.

981. A C) válasz a helyes. Ez az áramlás sebességének a definíciója.

982. A D) válasz a helyes, a folyadékok nagymértékben összenyomhatatlanok.

983. A B) válasz a helyes, a kontinuitási egyenlet összenyomható folyadék esetén is érvényes $A \cdot \varrho \cdot v = \text{állandó}$.

984. A C) válasz a helyes: Bernoulli törvénye szerint.

985. Az A) válasz a helyes: a kontinuitási egyenlet szerint.

986. A B) válasz a helyes: a megadott magyarázat szerint.

987. A C) válasz a helyes. Ilyenkor a cső alsó végén kidomborodó folyadékfelszín figyelhető meg. Ez a felszín felfelé irányuló felületi feszültséget eredményez, ami valamennyi folyadékot visszatart.

988. A D) válasz a helyes. A lángok között áramló levegőben lecsökken a nyomás, ezért oldalról a nyugvó, nagyobb nyomású levegő egymás felé fordítja a lángnyelveket.

989. Az A) válasz a helyes, mert a levelek felett áramló levegőben kisebb a nyomás, mint a levelek alatti kevésbé mozgó levegőben.

Számításos feladatok

990. A folyadékban mozgó légbuborék sebessége megegyezik a folyadék áramlási sebességével:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{0{,}3\ \text{m}}{12\ \text{s}} = 0{,}025\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

991. A locsolócsőben a víz egy 0,18 dm átmérőjű hengerben áramlik. Számítsuk ki, hogy milyen hosszú hengerbe fér be az 1 liter víz! A henger sugara: 0,09 dm.
$V = r^2\pi l$.
Ebből l-et kifejezve és az adatokat behelyettesítve azt kapjuk, hogy

$$l = \frac{V}{r^2\pi} = \frac{1\ \text{dm}^3}{0{,}09^2 \cdot 3{,}14\ \text{dm}^2} = 39{,}3\ \text{dm} = 3{,}93\ \text{m}.$$

Ilyen hosszú folyadékoszlopnak kell kifolyni a csövön a megadott idő alatt. A víz részecskéi tehát 18 s alatt 3,93 m utat tesznek meg. Az áramlás sebessége:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{3{,}93\ \text{m}}{18\ \text{s}} = 0{,}22\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

992. 1 óra alatt $vt = l$ hosszúságú vízoszlop halad át a cső keresztmetszetén.

$$l = 0{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3600\ \text{s} = 720\ \text{m}.$$

Kérdés tehát, hogy milyen átmérőjű legyen a cső, ha a hossza 720 m és térfogata $0{,}2\ \text{m}^3$.

$$\frac{d^2}{4}\pi \cdot 720\ \text{m} = 0{,}2\ \text{m}^3.$$

Az egyenletből

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}2\ \text{m}^3}{\pi \cdot 720\ \text{m}}} = 0{,}0188\ \text{m} = 1{,}9\ \text{cm}.$$

adódik.

993. A cső nyílásán kiáramló víz mozgási energiája gravitációs helyzeti energiává alakul. Ezek egyenlőségét kifejező egyenlet:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh.$$

Ebből

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2\ \text{m}} = 6{,}32\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

994. A kontinuitási egyenlet szerint $A_1 v_1 = A_2 v_2$, ahol A_1 a cső keresztmetszetét, v_1 a csőben áramló víz sebességét, A_2 és v_2 pedig a csap hasonló adatait jelöli.
Ebből

$$v_1 = \frac{A_2 \cdot v_2}{A_1} = \frac{0{,}8\ \text{cm}^2 \cdot 0{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2{,}54\ \text{cm}^2} = 0{,}063\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

I.

995. A 4 m magasra felemelkedő víz mozgási energiája a csőből kilépve az energiamegmaradás törvénye szerint:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh,$$

a csőből kilépő víz sebessége:

$$v = \sqrt{2gh} = 8{,}94\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A kontinuitási egyenlet szerint:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2,$$

ahol A_1 most a cső keresztmetszete, ami a cső átmérőjéből kiszámítható:

$$A_1 = \frac{d^2\pi}{4} = 2{,}54\ \text{cm}^2,$$

v_1 a csőben áramló víz sebessége, v_2 a nyíláson kilépő víz sebessége, A_2 pedig a kilépő nyílás keresztmetszete:

$$A_2 = \frac{A_1 \cdot v_1}{v_2} = \frac{2{,}54\ \text{cm}^2 \cdot 0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8{,}94\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0{,}14\ \text{cm}^2.$$

A keresett átmérő:

$$d_2 = \sqrt{\frac{4A_2}{\pi}} = 0{,}43\ \text{cm}.$$

996. *a)* Ha a szappanoldat felülete szilárd felülettel érintkezik, akkor az érintkezési felület minden méterére 0,07 N erőt fejt ki. A jelen esetben a szappanoldat hártya formájú, tehát két felületével érintkezik a keret 5 cm hosszú mozgó oldalával. Így a keresett erő:

$$F = 2 \cdot l \cdot \alpha = 0{,}1\ \text{m} \cdot 0{,}07\ \frac{\text{N}}{\text{m}} = 7 \cdot 10^{-3}\ \text{N}.$$

b) Az erő nem függ a felület nagyságától, tehát az erő változatlan.

997. A tökéletesen nedvesítő folyadék, mint amilyen a víz is, úgy érintkezik a szilárd felülettel, hogy a felületi feszültségből adódó erő a felület síkjában fekszik. A kapillárisban az érinkező felület határának a hossza akkora, mint a kapilláris kerülete, tehát a folyadékot

$$F = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \alpha$$

erő emeli. Annyi folyadék fog felemelkedni, aminek a súlya egyenlő ezzel az emelőerővel. A felemelt folyadék térfogata:

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h,$$

súlya tehát

$$G = r^2 \cdot \pi \cdot h \cdot \varrho \cdot g.$$

Az erő és a súly egyenlőségéből:

$$r^2\pi \cdot h \cdot \varrho \cdot g = 2r \cdot \pi \cdot \alpha,$$

ebből pedig $\alpha = \dfrac{r \cdot h \cdot \varrho \cdot g}{2}$ adódik. Az adatokat behelyettesítve:

$$\alpha = \frac{4 \cdot 10^{-4}\ \text{m} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \cdot 10^3\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2} = 0{,}036\ \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

998. A Bernoulli-törvény szerint a súrlódásmentes áramlás esetén az áramlási csőben a nyomás és az áramlás sebessége között a következő összefüggés érvényes:

$$p_1 + \frac{1}{2}\varrho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\varrho v_2^2.$$

Feladatunkban p_1 a tágabb csőrészben lévő nyomást, v_1 ugyanott az áramlási sebességet, p_2 és v_2 ugyanezeket az adatokat a szűkebb csőben, ϱ pedig az áramló folyadék sűrűségét jelöli. A nanométerek adataiból következik, hogy a két különböző keresztmetszetű csőben a nyomások különbsége a 10 mm magas folyadékoszlop hidrosztatikai nyomásával azonos. $p_2 = p_1 - h\varrho g$. Esetünkben tehát a Bernoulli-törvény így alakul:

$$p_1 + \frac{1}{2}\varrho v_1^2 = p_1 - h\varrho g + \frac{1}{2}\varrho v_2^2.$$

Az egyenletet ϱ-val osztva és 2-vel szorozva azt kapjuk, hogy

$$v_2^2 - v_1^2 = 2hg,$$

amiből

$$v_2 = \sqrt{2hg + v_1^2} = 0{,}47\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

999. Induljunk ki a Bernoulli-törvényből! A porlasztóban a benzinbe benyúló cső fölött nagy sebességgel áramlik a levegő, így a csőben a fölötte áramló levegő miatt kisebb a nyomás, mint a tartályban lévő benzin fölött. A két említett helyen lévő nyomások különbségének legalább akkorának kell lennie, mint amekkora a

I.

12 mm magas benzinoszlop hidrosztatikai nyomásának, hogy a benzin fel tudjon emelkedni a kifolyó nyílás magasságába. Az idézett törvény szerint:

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \cdot \varrho_{\text{levegő}} \cdot (v_2^2 - v_1^2) = h \cdot \varrho_{\text{benzin}} \cdot g.$$

Esetünkben $v_1 = 0$, mert a benzin felett nem áramlik a levegő. Így

$$v_2 = \sqrt{\frac{2h \cdot \varrho_{\text{benzin}} \cdot g}{\varrho_{\text{levegő}}}} = 11{,}36 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

1000. Azért, mert ugyanakkora folyadékmennyiség, mint a nagyobb keresztmetszeten, a kisebb keresztmetszeten csak nagyobb sebesség esetén tud átlépni.

1001. Ránézéssel a színes folyadék áramlását nem tudjuk megállapítani. Láthatóvá az áramlás akkor válik, ha például apró, eltérő színű részecskéket vagy buborékokat keverünk az áramló folyadékba.

1002. Az üvegcsőben áramló folyadék sebessége (az előző feladatnak megfelelően) a hozzákevert részecskék sebességének megfigyelésével mérhető. Másik módja az áramlási sebesség mérésének, ha kis lapátkerék forgási sebességét mérjük vagy valamely, az áramlás útjába helyezett testre ható erőt, és ebből állapítjuk meg az áramlás sebességét.

1003. A szűkített nyíláson nagyobb sebességgel kilépő folyadék távolabb jut el.

1004. Mivel a vízcseppekre a hajítás mechanikai törvényei érvényesek, a locsolócső talaj feletti magasságából, hajlásszögéből és a vízcseppek talajra érésének távolságából a kilépési sebesség meghatározható.

1005. A háztető felett áramló sebes szélben a nyomás csökken, és ezért a fellépő szívóhatás tépi le a cserepeket.

1006. A labda melletti szűk térrészben a levegő felgyorsul, és az ennek következtében fellépő szívóhatás szorítja a labdát a tölcsér tövéhez.

1007. A gyorsan áramló levegő szívóhatása felkapja, majd a légáram belesodorja az érmét a dobozba. Hasonló figyelhető meg az őszi falevelek esetében, amikor a szél magasba kapja őket.

1008. A zászló körül örvényes áramlás alakul ki. Az örvények ellentétes forgásiránnyal hol egyik, hol másik oldalról válnak le. A leváló örvények felváltva az egyik, illetve másik irányba mozdítják, „meglobogtatják" a zászló selymét.

1009. Ha a labda tér ki, a jobb oldalán lesz gyorsabb az áramlás, tehát jobbra lép fel szívóhatás. Ellenkező kitérés esetén ez fordítva játszódik le, tehát összességében az áramlás tengelyében marad a könnyű labda.

1010. Az alkohol elegyedik a vízzel, de közben megváltozik a víz felületi feszültsége. Ezáltal az úszó fadarab egyik oldalára nagyobb erő hat, és ezért elmozdul.

2. HŐTAN

II.

2.1. EMPIRIKUS HŐMÉRSÉKLETI SKÁLÁK, HŐTÁGULÁS

Tesztfeladatok

1011. A) Az abszolút hőmérsékleti skálán az egységek ugyanakkorák, mint Celsius-féle skálán.

1012. B) A gázok legfeljebb 0 K hőmérsékletre hűthetők le.

1013. D) A víz hőtágulási együtthatója nem állandó.

1014. A hamis állítás a B), mert az adott tömegű víz térfogata 4 °C hőmérsékleten a legkisebb.

1015. C) A megnyúlás az eredeti megnyúlás 1,5-szeresének a fele, azaz $\frac{3}{4}$-szerese lesz.

1016. B) Az ingaórák ingáját készíthetik olyan fémötvözetből is, amely a hőmérséklet-változás esetén sem változtatja meg a hosszúságát.

1017. A hamis állítás az A), mert azonos hőmérséklet-emelkedés esetén az acél nagyobb mértékben tágul, mint a fa, ezért kell a melegebb helyre vitt gitárt újra hangolni.

1018. A hamis állítás a D), mert a kovácsműhelyben a fából készült kerékre magas hőmérsékleten teszik fel a fémabrocsot, így a lehűlés után sokkal szorosabban illeszkedik.

1019. D) A meleg levegő felszáll, mert a sűrűsége csökken.

1020. D) Erős széllel szemben haladva, nehezebben kapunk levegőt.

1021. C) Ha egy test kitágul, részecskéi távolabb kerülnek egymástól, a test sűrűsége csökken.

1022. C) −273 °C-on.

1023. C)

1024. C) Az alumínium hőtágulási együtthatója nagyobb, mint a rézé.

1025. B) A gáz térfogata is, nyomása is nő, ez csak úgy lehetséges, ha a hőmérséklete is nő.

Számításos feladatok

A hőtágulási együtthatót 0 °C-os vagy 20 °C-os kezdeti hosszra vonatkozóan szokás megadni. A szilárd anyagok hőtágulási együtthatója azonban olyan kicsiny, hogy a megadott értékek tetszőleges kezdeti hőmérséklet esetén ugyanakkorák.

1026. $l_0 = 5\ \text{km} = 5000\ \text{m}$, $T_0 = 15\ ^\circ\text{C}$, $T_1 = 35\ ^\circ\text{C}$, $T_2 = -25\ ^\circ\text{C}$,

$$\alpha = 1{,}6 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{\text{K}}.$$

A hőtágulás törvénye szerint a huzal hosszúsága nyáron:

$$l_1 = l_0(1 + \alpha(T_1 - T_0)) = 5001{,}6\ \text{m}.$$

A huzal hosszúsága télen:

$$l_2 = l_0(1 + \alpha(T_2 - T_0)) = 4996{,}8\ \text{m}.$$

1027. $l_0 = 100\ \text{m}$, $\Delta l = 8\ \text{mm} = 8 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$, $T_2 - T_1 = 5\ ^\circ\text{C}$.
A hőtágulás törvénye szerint:

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot (T_2 - T_1).$$

Ebből a lineáris hőtágulási együttható:

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot (T_2 - T_1)} = 1{,}6 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{\text{K}}.$$

1028. $l_{01} = 50\ \text{cm} = 0{,}5\ \text{m}$, $l_{02} = 50{,}2\ \text{cm} = 0{,}502\ \text{m}$, $T_1 = 100\ ^\circ\text{C}$,

$$\alpha_1 = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{\text{K}}, \quad \alpha_2 = 2{,}9 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{\text{K}}.$$

Legyen a keresett hőmérséklet T_2. Ezen a hőmérsékleten a rudak hosszúsága:

$$l_1 = l_{01} \cdot (1 + \alpha_1(T_2 - T_1)),$$
$$l_2 = l_{02} \cdot (1 + \alpha_2(T_2 - T_1)).$$

A feladat feltétele szerint:

$$l_{01} \cdot (1 + \alpha_1 \cdot (T_2 - T_1)) = l_{02} \cdot (1 + \alpha_2 (T_2 - T_1)).$$

Ebből T_2 hőmérséklet könnyen számolható:

$$T_2 = T_1 + \frac{l_{01} - l_{02}}{\alpha_2 \cdot l_{02} - \alpha_1 \cdot l_{01}} = -133{,}7\ ^\circ\mathrm{C}.$$

1029. $T_0 = 0\ ^\circ\mathrm{C}$, $l_0 = 1000$ mm, $T_1 = 100\ ^\circ\mathrm{C}$, $l_1 = 1002$ mm,

$$l_2 = 1011{,}6 \text{ mm}.$$

Legyen a rúd anyagának lineáris hőtágulási együtthatója α, a keresett hőmérséklet pedig T_2. A hőtágulás törvénye szerint:

$$l_1 = l_0 \cdot (1 + \alpha(T_1 - T_0)),$$
$$l_2 = l_0 \cdot (1 + \alpha(T_2 - T_0)).$$

Ezekből a lineáris hőtágulási együtthatót kifejezve, és jobb oldalakat egyenlővé téve:

$$\frac{l_1 - l_0}{l_0 \cdot (T_1 - T_0)} = \frac{l_2 - l_0}{l_0 \cdot (T_2 - T_0)}.$$

A T_2 hőmérsékletet kifejezve:

$$T_2 = T_0 + \frac{l_2 - l_0}{l_1 - l_0}(T_1 - T_0) = 580\ ^\circ\mathrm{C}.$$

1030. $A_0 = 10\ \mathrm{cm}^2$, $d_0 = 30$ cm, $T_1 - T_0 = 80^\circ\mathrm{C}$, $\alpha = 9 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\mathrm{K}}$.

Legyen az üvegcső térfogata kezdetben V_0, ahol $V_0 = A_0 d_0$. A térfogati hőtágulás szerint a térfogat a lézer működése során:

$$V_1 = V_0(1 + 3\alpha(T_1 - T_0)),$$
$$V_1 = A_0 \cdot d_0 \cdot (1 + 3\alpha(T_1 - T_0)) = 300{,}65\ \mathrm{cm}^3.$$

1031. $\varrho_0 = 19\,300\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, $T_0 = 18\ ^\circ\mathrm{C}$, $T_1 = 419\ ^\circ\mathrm{C}$,

$$\alpha = 1{,}4 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{\mathrm{K}}.$$

Legyen az m tömegű arany térfogata T_0 hőmérsékleten: V_0, T_1 hőmérsékleten: V_1. Jelöljük a kérdéses sűrűséget ϱ_1-gyel! A tömeg mindkét hőmérsékleten azonos:

$$\varrho_0 \cdot V_0 = \varrho_1 \cdot V_1.$$

Ebből:

$$\varrho_1 = \frac{V_0}{V_1}\varrho_0.$$

A térfogati hőtágulás szerint:

$$V_1 = V_0(1 + 3\alpha(T_1 - T_0)).$$

Ezt V_1 helyébe beírva:

$$\varrho_1 = \frac{\varrho_0}{1 + 3\alpha(T_1 - T_0)} = 18\,980{,}3\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

1032. A mérőszalag hosszúsága a hőmérséklet emelkedésével megnövekszik, ezért amit például 100 m hosszúságúnak mérünk, az valójában nincs egészen 100 m. Természetesen ez a pontatlanság főleg elvi jelentőségű, mert a 100 m hosszúságú úttest mérése során ez csupán 2,2 cm pontatlanságot jelentene.

1033. A szoba hőmérsékletének emelkedésével az óra ingahossza megnövekszik, ami az ismert formula szerint, a lengésidő növekedéséhez vezet. Növekszik a lengésidő, az inga hosszabb idő alatt jut az egyik szélső helyzetből a másikba, ami az óra lassúbb járásához vezet. Az óra késni fog, az adatok ismeretében ki is számolható, hogy milyen mértékben.

1034. A nagyon szorosan illeszkedő vasabroncs méretét roncsolásmentesen meg kellett növelni, majd lecsökkenteni. Ezt kovács úgy érte el, hogy a vasabroncsot felmelegítette. Melegen, kitágulva húzta rá a kerékre, majd a kereket hideg vízbe tette. Az abroncs lehűlve, nagyon szorosan illeszkedett a kerékre, amit azután a kovács még csavarokkal is rögzített.

1035. A felmelegített fémtető esetén a befőttesüveg könnyebb nyitása két effektussal is kapcsolatba hozható. A melegen eltett befőttek esetén a befőtt lehűlése során a befőtt feletti zárt térben lévő levegő nyomása kisebbé válik a külső légnyomásnál, ezért a fedél leemelése nem könnyű. Melegítés esetén a bezárt levegő nyomása nő, ami könnyebbé teszi a tető levételét. Másrészt a hőtágulás miatt a fémtető átmérője is növekszik, ami a könnyebb lecsavarást eredményezi.

1036. A hőmérővel való mérés megkezdésekor a higanyt tartalmazó üvegedény kezd először melegedni. Bár az üveg hőtágulási együtthatója kisebb a higanyénál, a behelyezéskor mégis az üveg tágul jobban, ami azt a látszatot kelti, mintha a higanyszál hossza csökkenne. Miután a higany is átveszi a környezet hőmérsékletét, akkor jelentősebben tágul, mint az üveg, így a higanyszint emelkedését figyelhetjük meg.

1037. A fogtömés során a fogorvos a fúróval kifúrt lyukat amalgámmal tölti ki. A fog melegedése során az amalgám is melegszik. A fogtól eltérő hőtágulási együtthatójú amalgám komoly problémát okozna. Abban az esetben, ha kisebb lenne a hőtágulási együtthatója, akkor kevésbé tágulna, és könnyen kieshetne. Nagyobb hőtágulási együttható esetén jelentős feszítőerő lépne fel, ami a fog károsodásához vezetne.

1038. A családi házak fűtését sok esetben úgy oldják meg, hogy a legalsó szinten lévő kazán felmelegíti a vizet, amely a csőrendszeren hőáramlással, illetve a keringető szivattyú rásegítésével jut el a helyiségekben lévő radiátorokba. A víz melegítéskor kitágul, a bekövetkező térfogatváltozás a rendszerben nagy nyomásnövekedést okozna, ami tömítések és az egész rendszer meghibásodásához vezetne. A rendszer a kiegyenlítő tartály alkalmazása miatt azonban nem zárt, ezért a víz szabadon tágulhat. A különböző vízhőmérséklet csupán azt eredményezi, hogy a kiegyenlítő tartályban változik a vízoszlop magassága.

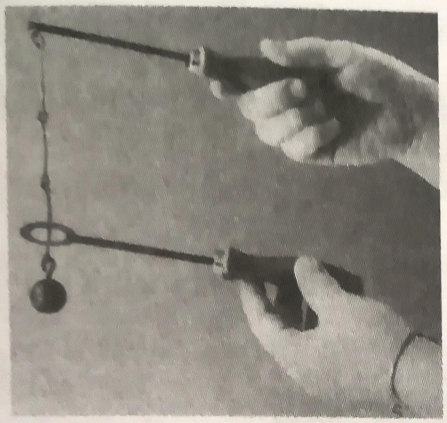
1039. A mérleg kezdetben egyensúlyban van, a továbbiakban azt kell vizsgálni, mi történik, ha a golyók a folyadékba merülnek. Ebben az esetben mindkét golyóra hat a függőlegesen felfelé mutató felhajtóerő. A feltétel szerint a folyadékok sűrűsége azonos, a felhajtóerő értéke mégis különböző lesz, hiszen a két különböző anyagú golyó térfogata nem azonos mértékben növekszik. Az alumíniumgolyó térfogata jobban növekszik, így rá nagyobb felhajtóerő hat. A mérleg tehát a vasgolyó irányába el fog billenni.

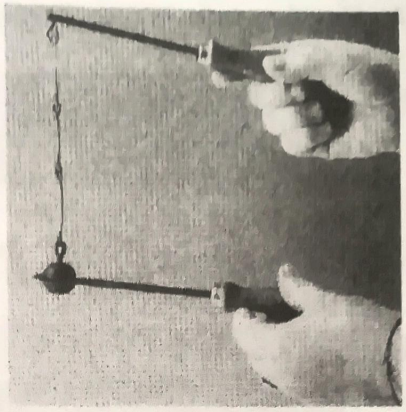
1040. A kísérlet során a fahasáb hőmérséklete állandó és így a térfogata is. A fahasáb úszása során egyensúlyban van, a nehézségi erő és a felhajtóerő kiegyenlíti egymást, a hasáb egy része bemerül a folyadékba. A folyadék hőmérsékletének emelkedésekor sűrűsége csökken, ezért a hasábnak ugyanazon felhajtóerő biztosításához jobban be kell merülnie a melegebb folyadékba.

1041. Mindkét jelenségnek az az oka, hogy üveg rossz hővezető képessége miatt hőmérséklet-különbség alakul ki vastag üvegfal két oldalán. A hidegebb és melegebb részek másképpen tágulnak, ez nagy feszültség kialakuláshoz vezet, amely az üvegedény elpattanását okozza.

1042. A folyadékok térfogati hőtágulási együtthatójának mérését valóban nagyon nehezíti az üvegedény tágulása. Állandó térfogatú üvegedényt úgy tudunk biztosítani, hogy az edénybe megfelelő térfogatú, az üveg térfogati hőtágulási együtthatójánál nagyobb térfogati hőtágulási együtthatójú ötvözetet helyezünk. A hőtágulási együtthatók ismeretében kiszámolható, hogy az üvegedény hányadrészét kell az ötvözettel megtölteni ahhoz, hogy az üvegedény és az ötvözet térfogatkülönbsége minden hőmérsékleten azonos legyen.

1043.





1044. Hőmérséklet-növekedés hatására a két fémlemez megnyúlik, a nagyobb hőtágulási együtthatójú nagyobb, a másik kisebb mértékben. Ezért a szalag meggörbül és hozzáér az érintkezőhöz, zárja az áramkört, és a csengő megszólal. Ahhoz, hogy a szalag a megfelelő irányba görbüljön, a kisebb hőtágulási együtthatójú fémnek kell közelebb lennie az érintkezőhöz.

1045. A grafikonról leolvasható, hogy a víz sűrűsége 0 °C-ról melegítve nő, azaz térfogata csökken. Amíg a hőmérséklete a 4 °C fokot eléri, melegítés hatására nem tágul, hanem összehúzódik. További melegítés hatására sűrűsége csökken, azaz tágulni fog, vagyis ebben a tartományban már „normálisan" viselkedik. Ennek az a következménye, hogy a természetes vizekben (tavak, folyók) télen a 4 °C-os víz alul helyezkedik el, így azok alul nem fagynak be még viszonylag kemény teleken sem. Ez teszi lehetővé a vizek élővilágának áttelelését.

2.2. GÁZTÖRVÉNYEK, ÁLLAPOTEGYENLET

Tesztfeladatok

1046. C) A térfogat és az anyagmennyiség feleződik.

1047. A hamis állítás a B), mert a kialakuló közös hőmérséklet a tartályokban lévő gázok tömegétől és hőmérsékletétől függ, tehát nem minden esetben $\frac{T_1 + T_2}{2}$ értékű lesz.

1048. D) A gázok térfogata és nyomása között, ha a gáz tömege és hőmérséklete állandó.

1049. C) A gáz nyomása és tömege állandó.

1050. A) A gáz térfogata és tömege állandó.

1051. B)

p (kPa)	120	60	200
V (dm^3)	5	10	3

1052. C) $\Delta V = \frac{1}{273\ °C} V_0 \Delta T$ és $\frac{V}{T}$ = állandó.

1053. B)

V (dm^3)	8	10	12	6
T (K)	300	375	450	225

1054. D) A folyamat során a gáz hőmérséklete állandó és pV = állandó.

1055. C) A folyamat során a gáz nyomása állandó és $\frac{V}{T}$ = állandó.

1056. A hamis állítás a C), mert abban az állapotban, amikor a gáz térfogata $4V_0$, akkor a gáz nyomása $1{,}25p_0$ lenne.

1057. A hamis állítás a D), mert abban az állapotban, amikor a gáz térfogata $2{,}5V_0$, akkor a gáz hőmérséklete $2{,}5T_0$ lenne.

1058. A hamis állítás az A), mert a végállapotban a gáz hőmérséklete $3T_0$.

1059. A hamis állítása a D), mert a nyomás állandósága azzal van kapcsolatban, hogy a folyamatot V-T grafikonon ábrázoló szakasz meghosszabítása átmegy az origón.

1060. C) Az ábra alapján $\frac{V}{T}$ = állandó, ezért a folyamat során a gáz nyomása állandó.

1061. A hamis állítás az A), mert a térfogat állandósága azzal van kapcsolatban, hogy a folyamatot p-T grafikonon ábrázoló szakasz meghosszabítása átmegy az origón.

1062. D) Az ábra alapján $\frac{p}{T}$ = állandó, ezért a folyamat során a gáz térfogata állandó.

1063. A hamis állítás a C), mert a Gay-Lussac-törvények következnek az egyesített gáztörvényből.

1064. D)

p	$3p_0$	$0{,}75p_0$	$1{,}5p_0$
V	V_0	$2V_0$	$1{,}5V_0$
T	$2T_0$	T_0	$1{,}5T_0$

1065. A) A gáz nyomása 3-szorosára növekedett.

1066. A hamis állítása a C), mert a gáz nyomása a végállapotban $1{,}75p_0$.

1067. A hamis állítás a B), mert a gáz térfogata a végállapotban $6V_0$.

1068. C) Valamennyi gázra nézve azonos értéket ad, és értéke $8{,}314\ \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$.

1069. D)

Számításos feladatok

1070. $V_1 = 7\ \text{dm}^3$, $V_2 = 4\ \text{dm}^3$, $\Delta p = 90\ \text{kPa}$.
Legyen a gáz kezdeti nyomása p_1. A Boyle–Mariotte-törvény szerint:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2,$$
$$p_1 \cdot V_1 = (p_1 + \Delta p) \cdot V_2.$$

Ebből a keresett nyomás:

$$p_1 = \frac{V_2}{V_1 - V_2} \cdot \Delta p = 1{,}2 \cdot 10^5\ \text{Pa}.$$

1071. Jelöljük a henger keresztmetszetét A-val. $V_1 = L \cdot A$, $V_2 = \frac{3}{4}L \cdot A$, $V_3 = \frac{5}{4}L \cdot A$.
a) Legyen a gáz kezdeti nyomása p_1, a dugattyú elmozdítása után pedig p_2. A hőmérséklet állandó, így a a Boyle–Mariotte-törvény alapján:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2,$$
$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2}.$$

A feltétel szerint:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{L \cdot A}{\frac{3}{4}L \cdot A} = \frac{4}{3}.$$

b) A jobbra mozgatás esetén:

$$p_1 \cdot V_1 = p_3 \cdot V_3,$$
$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{L \cdot A}{\frac{5}{4}L \cdot A} = \frac{4}{5}.$$

1072. $A = 1\ \text{dm}^2 = 10^{-2}\text{m}^2$, $L = 7\ \text{dm} = 0{,}7\ \text{m}$, $p_0 = 10^5\ \text{Pa}$, $F = 400\ \text{N}$.
A gáz térfogata kezdetben:

$$V_0 = L \cdot A = 7 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3.$$

Az összenyomott gáz nyomása a végállapotban:

$$p_1 = p_0 + \frac{F}{A} = 1{,}4 \cdot 10^5\ \text{Pa}.$$

Mivel feltételeztük, hogy a hőmérséklet állandó, így

$$p_0 \cdot V_0 = p_1 \cdot V_1.$$

Az új térfogat:

$$V_1 = \frac{p_0}{p_1} \cdot V_0,$$

$$V_1 = \frac{p_0}{p_1} \cdot L \cdot A = 5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3.$$

A dugattyú elmozdulása:

$$d = \frac{V_0 - V_1}{A} = 0{,}2\ \text{m}.$$

1073. $p_0 = 7 \cdot 10^3\ \text{Pa}$, $V_1 = \frac{7}{4}V_0$, $V_2 = \frac{1}{4}V_0$.
Legyen a bal oldali térrészben a gáz nyomása a dugattyú elmozdítása után p_1, a jobb oldaliban pedig p_2. A henger hővezető anyagból készült, így a hőmérséklet állandó. A Boyle–Mariotte-törvényt mindkét térrész két állapotára alkalmazva:

$$p_0 \cdot V_0 = p_1 \cdot \frac{7}{4} \cdot V_0,$$

$$p_0 \cdot V_0 = p_2 \cdot \frac{1}{4} \cdot V_0.$$

Ezekből: $p_1 = \frac{4}{7}p_0$, $p_2 = 4p_0$.
A nyomások különbsége:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{24}{7} \cdot p_0 = 2{,}4 \cdot 10^4\ \text{Pa}.$$

1074. $V_2 = 2{,}5V_1$, $p_0 = 10^5\ \text{Pa}$, $\varrho_{\text{víz}} = 1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.
Legyen a víz mélysége h. A tó alján a gázbuborékban lévő gáz nyomása a külső légnyomás és a h magasságú vízoszlop nyomásának összegével egyenlő.

$$p_1 = p_0 + \varrho g h.$$

A víz felszínén a gáz nyomása a külső légnyomással azonos:

$$p_2 = p_0.$$

A Boyle–Mariotte-törvény alapján:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2,$$
$$(p_0 + \varrho g h)V_1 = p_0 \cdot 2{,}5V_1.$$

Ebből a vízoszlop magassága:

$$h = \frac{1{,}5 \cdot p_0}{\varrho \cdot g} = 15 \text{ m}.$$

1075. $T_1 = 0\ ^\circ\text{C} = 273\ \text{K}$, $V_1 = 8\ \text{dm}^3 = 8 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3$, $T_2 = 120\ ^\circ\text{C} = 393\ \text{K}$.
Gay-Lussac I. törvénye alapján:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Ebből a keresett térfogat:

$$V_2 = \frac{T_2}{T_1} V_1 = 11{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3 = 11{,}5\ \text{dm}^3.$$

1076. $L = 58\ \text{cm} = 0{,}58\ \text{m}$, $T_1 = 17\ ^\circ\text{C} = 290\ \text{K}$, $T_2 - T_1 = 60\ \text{K}$.
Legyen a cső keresztmetszete A. A gáz kezdeti térfogata $V_1 = L \cdot A$. A higanyszál szabadon mozoghat, ezért a nyomás állandó. Gay-Lussac I. törvénye alapján:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Az új térfogat:

$$V_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot V_1.$$

A higanyszál elmozdulása:

$$d = \frac{V_2 - V_1}{A},$$
$$d = \frac{T_2 - T_1}{T_1} \cdot \frac{V_1}{A},$$
$$d = \frac{T_2 - T_1}{T_1} \cdot L = 0{,}12\ \text{m}.$$

1077. $\Delta V = 0{,}75\ \text{dm}^3 = 7{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^3$, $\dfrac{T_2}{T_1} = 1{,}6$.

Mivel a levegő nyomása állandó, ezért:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Továbbá:

$$V_2 = V_1 + \Delta V.$$

Ezekből:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_1 + \Delta V}{V_1}.$$

A levegő kezdeti térfogata:

$$V_1 = \frac{\Delta V}{\dfrac{T_2}{T_1} - 1} = 1{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3 = 1{,}25\ \text{dm}^3.$$

1078. $\varrho_2 = 0{,}4 \cdot \varrho_1$.

Legyen a kérdéses gáz tömege m, a térfogatok a kezdő- és végállapotban V_1, illetve V_2. A gáz sűrűsége a két állapotban:

$$\varrho_1 = \frac{m}{V_1}, \quad \varrho_2 = \frac{m}{V_2}.$$

Ezek aránya:

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{V_2}{V_1}.$$

Gay-Lussac I. törvényéből:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

A hőmérsékletek arányát a sűrűségekkel kifejezve:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2} = 2{,}5.$$

1079. $T_1 = 27\ ^\circ\text{C} = 300\ \text{K}$, $p_1 = 2{,}4 \cdot 10^5\ \text{Pa}$, $T_2 = -13\ ^\circ\text{C} = 260\ \text{K}$.

A feladat feltétele szerint a gáz térfogata állandó, így Gay-Lussac II. törvénye szerint:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

Ebből a keresett nyomás:

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot p_1 = 2{,}08 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

1080. $T_1 = 22\ ^\circ\text{C} = 295\ \text{K}$, $T_2 = 258\ ^\circ\text{C} = 531\ \text{K}$.
Az izzólámpában lévő gáz térfogata állandó, ezért Gay-Lussac II. törvénye szerint:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

A nyomások aránya:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} = 1{,}8.$$

1081. $T_1 = 17\ ^\circ\text{C} = 290\ \text{K}$, $A = 3\ \text{cm}^2 = 3 \cdot 10^{-4}\text{m}^2$, $p_1 = 10^5\ \text{Pa}$, $F = 9\ \text{N}$.
A levegő nyomása a dugó kirepülésének pillanatában:

$$p_2 = p_1 + \frac{F}{A} = 1{,}3 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

Gay-Lussac II. törvénye szerint:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

A levegő hőmérséklete a dugó kirepülésének pillanatában:

$$T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = 377\ \text{K} = 104\ ^\circ\text{C}.$$

1082. $p_1 = 10^5\ \text{Pa}$, $V_1 = 1{,}2\ \text{m}^3$, $T_1 = 27\ ^\circ\text{C} = 300\ \text{K}$, $p_2 = 1{,}2 \cdot 10^4\ \text{Pa}$,

$$T_2 = -33\ ^\circ\text{C} = 240\ \text{K}.$$

Az egyesített gáztörvény alapján:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}.$$

A hőlégballon térfogata a kérdéses magasságban:

$$V_2 = \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot V_1 = 8\ \text{m}^3.$$

1083. $T_1 = 40\ ^\circ\text{C} = 313\ \text{K}$, $T_2 = 300\ ^\circ\text{C} = 573\ \text{K}$, $V_1 = 0{,}75\ \text{dm}^3$,

$$V_2 = 0{,}15\ \text{dm}^3, \quad p_1 = 9 \cdot 10^4\ \text{Pa}.$$

II.

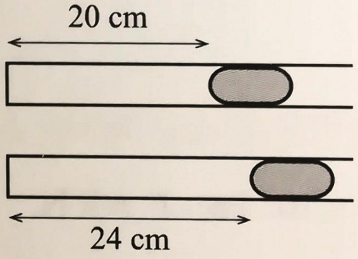
Az egyesített gáztörvény alapján:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}.$$

A keresett nyomás:

$$p_2 = \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} p_1 = 8{,}24 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

1084. $T = 293\ ^\circ\text{C}$, p = állandó.



A Gay-Lussac-törvény szerint

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T_1}, \quad V_0 = l_0 A, \quad V_1 = l_1 A.$$

$$\frac{l_0}{T_0} = \frac{l_1}{T_1}, \text{ ebből } T_1 = \frac{l_1 T_0}{l_0}. \quad T_1 = 351{,}6 \text{ K}.$$

Igen, az eszköz skálázható hőmérséklet mérésére, a cső hosszának megfelelő hőmérséklet-tartományban.

1085. $p = 3 \cdot 10^5$ Pa, $V = 20\ \text{dm}^3 = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3$, $T = 289\text{K}$, $M = 28 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$.

a) A gázok állapotegyenlete szerint:

$$pV = nRT.$$

Ebből a mólok száma:

$$n = \frac{pV}{RT} = 2{,}5 \text{ mol}.$$

b) A tartályban lévő nitrogén tömege:

$$m = nM = 7 \cdot 10^{-2} \text{ kg}.$$

1086. $A = 1\ \text{dm}^2 = 10^{-2}\text{m}^2$, $D = 1000\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $V_1 = 6\ \text{dm}^3 = 6 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3$,

$$p_1 = 10^5 \text{ Pa}, \quad y = 2 \text{ dm} = 0{,}2 \text{ m}, \quad T_1 = 300 \text{ K}.$$

Határozzuk meg a gáz térfogatát és nyomását a végállapotban!

$$V_2 = V_1 + A \cdot y = 8 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3.$$

A dugattyú egyensúlyban van, ezért a ráható erők eredője zérus:

$$p_2 \cdot A - p_1 \cdot A - D \cdot y = 0,$$

$$p_2 = p_1 + \frac{D \cdot y}{A} = 1{,}2 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

Az egyesített gáztörvény alapján:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}.$$

A keresett hőmérséklet:

$$T_2 = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{V_2}{V_1} T_1 = 480 \text{ K}.$$

1087. $L = 1$ m, $d = 20$ cm $= 0{,}2$ m,

$$y = 10 \text{ cm} = 0{,}1 \text{ m}, \quad \varrho = 13\,600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Legyen a cső keresztmetszete A, a gázok kezdeti hőmérséklete T_0, nyomásuk a cső átfordítása után p_1 és p_2! A nyomásokra igaz, hogy

$$p_2 = p_1 + \varrho g d.$$

Írjuk fel az egyesített gáztörvényt a cső bal oldali és jobb oldali térrészében elhelyezkedő gázokra!

$$p_0 \frac{L-d}{2} \cdot A \cdot T_0 = p_1 \left(\frac{L-d}{2} + y \right) \cdot A \cdot 3 \cdot T_0,$$

$$p_0 \frac{L-d}{2} \cdot A \cdot T_0 = p_2 \left(\frac{L-d}{2} - y \right) \cdot A \cdot 3 \cdot T_0.$$



Ezekből a nyomásokat kifejezve:

$$p_1 = \frac{3(L-d)}{L-d+2y} \cdot p_0 = \frac{12}{5} p_0,$$

$$p_2 = \frac{3(L-d)}{L-d-2y} \cdot p_0 = 4 p_0.$$

Ezeket a nyomások összefüggését kifejező egyenletbe beírva:

$$4 p_0 = \frac{12}{5} p_0 + \varrho g d.$$

Ebből a keresett p_0 nyomás:

$$p_0 = \frac{5}{8} \varrho g d = 17\,000 \text{ Pa}.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

1088. A csapot kinyitva a víz kezd kifolyni, a bent lévő levegő térfogata növekszik, ezért a nyomása a Boyle–Mariotte-törvény szerint csökken. Amikor a bezárt levegő nyomásának és a víz hidrosztatikai nyomásának az összege egyenlő válik a külső légnyomással, akkor a víz kifolyása megszűnik. Az összes vizet úgy tudjuk kiengedni a tartályból, hogy a gumidugót kivesszük a felső lapon lévő nyílásból.

1089. A magas nappali hőmérséklet miatt a levegő melegedni kezd, és egy része távozik a csőből, hiszen a belső nyomás nem növekedhet. Este azonban a levegő hőmérséklete és így a nyomása is csökkenni kezd, ezért a külső levegő felnyomja a vizet a csőbe. A beáramlás addig tart, amíg az adott hőmérsékleten a csőben lévő levegő nyomásának és a vízoszlop nyomásának az összege egyenlő nem lesz a külső levegő nyomásával.

1090. Barátunknak igaza van. Mérjük meg a cső vízszintes helyzetében a levegőoszlop hosszát! Ez arányos a kezdeti térfogattal, az elzárt levegő nyomása pedig egyenlő a külső légnyomással. Állítsuk a csövet függőleges helyzetbe nyílásával felfelé. Ekkor is megmérhetjük a bezárt levegőoszlop hosszát. Most a bezárt levegő nyomása annyival nagyobb a külső légnyomásnál, mint amennyi a higanyoszlop hidrosztatikai nyomása. Felírva a nyomás és térfogatának állandóságát, olyan egyenletet kapunk, amelyben csak egy ismeretlen van, a külső p_0 nyomás.

1091. A gumiból készült tapadókorongot úgy helyezzük fel egy sima felületre, hogy összenyomjuk, a levegő egy részét kiszorítjuk a tapadókorong és a felület közötti térből. A tapadókorong azonban rugalmassága miatt kissé visszanyeri eredeti alakját, térfogata növekszik, a benne lévő levegő nyomása pedig, a Boyle–Mariotte-törvény szerint csökken. A bent lévő levegő nyomás kisebb, mint a külső légnyomás, ezért a levételéhez jelentős erőt kell kifejteni.

1092. Az üvegpohár a rászorítás pillanatában meleg levegőt tartalmaz, ami lassan hűlni kezd, és a nyomás az állandó térfogat miatt csökken. A külső levegő nyomása változatlan marad, ezért jóval nagyobb erő hat a felső lapra függőlegesen lefelé, mint belülről függőlegesen felfelé. A leválasztáshoz ezért kell elég nagy erőt kifejtenünk.

1093. A higanyszál egyensúlyban van, így a gázok nyomása egyenlő, ami a feltételek miatt azt is jelenti, hogy a 2-szer nagyobb térfogatú lombikban 2-szer több gázrészecske található. Ebből az következik, hogy egységnyi térfogatban mindkét lombikban azonos számú részecske van. Az állapotegyenlet szerint a gázok nyomása:

$$p = \frac{N}{V} kT.$$

Tehát a nyomás az egységnyi térfogatban lévő részecskék számától és a hőmérséklettől függ. Tegyük fel, hogy a lombikok azonos módon hűlnek! Így minden állapotban azonos a hőmérsékletük, de akkor a nyomásuk is. Ez azt jelenti, hogy higanyszál nem fog elmozdulni.

1094. Az állapotegyenletből következik, hogy a hidrogénmolekulák és oxigénmolekulák száma egyenlő. Az olvadó jégbe való behelyezése után mivel a dugattyú szabadon mozoghat a gázok nyomása újra egyenlő lesz. Végeredményben tehát a lehűtés után az oxigén és hidrogén nyomása, hőmérséklete, mólszáma is megegyezik. Az állapotegyenlet szerint ekkor a térfogatuknak is azonosnak kell lenni. Ez azt jelenti, hogy a dugattyú úgy mozdul el, hogy az oxigén térfogata csökken, a hidrogén térfogata pedig növekszik.

1095. Az állapotegyenlet alapján könnyű belátni, hogy a gáz nyomásának és térfogatának szorzata akkor állandó, ha a gáz tömege és hőmérséklete állandó, hiszen

$$pV = \frac{m}{M}RT.$$

A levegő egy részének kiengedése esetén akkor kapjuk ugyanazt az izotermát, ha a pV szorzat érték változatlan marad. Ennek pedig az a feltétele, hogy az mT szorzat se változzon. Mivel a kísérlet második részében a levegő tömege $\frac{3}{4}$-szeresére változott, ezért az azonos izoterma érdekében abszolút hőmérsékletét $\frac{4}{3}$-szorosára kell növelni.

1096. Abban az esetben, ha hosszabb ideig nem nyitjuk ki a mélyhűtő ajtaját, akkor bár a bent lévő levegő hőmérséklete jóval alacsonyabb, mint külső környezeté, a bent lévő hidegebb levegő nyomása majdnem megegyezik a külső levegő nyomásával, hiszen a szigetelés nem zár tökéletesen. Így viszonylag könnyű az ajtót kinyitni. Az ajtó első kinyitásakor a melegebb levegő rövid idő alatt is bejut a belső térbe, és az ajtó zárása után hirtelen lehűl, ezért a belső térben a nyomás csökken. A mélyhűtő ajtajára kintről befelé a külső légnyomás miatt nagyobb erő hat, mint bentről kifelé, így észrevehetően nagyobb erőt kell a háziasszonynak kifejteni, amikor az első nyitás után kis idő elteltével másodszorra nyitja az ajtót.

1097. A személygépkocsik gumiabroncsai jelentősen melegszenek az úton való haladás során. Erről könnyen meggyőződhetünk, ha egy nagyobb távolság megtétele után megérintjük azokat. Ezt azt jelenti, hogy az abroncsban lévő levegő hőmérséklete, és így az állandónak vehető térfogat miatt, a nyomása is növekszik a személygépkocsi mozgása során. A személygépkocsik gumitömlőiben tehát mindig nagyobb a nyomás a mozgás során, mint álló helyzetben. Ezt vették figyelembe a nyomás beállításakor.

1098. A szifonban a víz betöltése után jelentős mennyiségű levegő maradt. Az eltelt néhány óra alatt az állandó térfogatúnak tekinthető levegő hőmérséklete, és így a nyomása is, megnövekedett. A szelep kinyitásakor a külső levegő nyomásánál nagyobb nyomású levegő játszotta a szén-dioxid-gáz szerepét. Természetesen a kiáramlott víz mennyisége nem volt jelentős, hiszen a belső és külső nyomás gyorsan kiegyenlítődött.

1099. Könnyű belátni, hogy a levegő nyomása a kérdéses folyamat során a külső légnyomás és a függőleges szárakban lévő higanyoszlopok hidrosztatikai nyomásának az összege. A higanyoszlopok hidrosztatikai nyomásának az összege a melegítés folyamán végig állandó lesz, ezért a folyamat izobár. A szakköri tagok a gáz térfogatát az abszolút hőmérséklet függvényében ábrázolva origóból induló félegyenest kaptak. Azt tapasztalták, hogy a gáz abszolút hőmérséklete éppen 2-szeresére növekedett.

2.3. AZ ANYAG ATOMOS, MOLEKULÁRIS SZERKEZETE

Tesztfeladatok

1100. Nem tartozik ezek közé: B). A hőmennyiség kiszámítási módjának értelmezése.

1101. D) Különböző gázok egyenlő térfogataiban, azonos nyomáson és hőmérsékleten, anyagi minőségtől függetlenül azonos számú atom vagy molekula van.

1102. A hamis állítás az A), mert az elvégzett kísérlet ugyan a vízmolekulák létezésére utal, de a mikroszkóp segítségével nem a mozgó vízmolekulákat látjuk.

1103. A hamis állítás a C), mert az Avogadro-állandó értéke: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$.

1104. A hamis állítása a C), mert a moláris tömeg ugyan számolható a tömeg és az anyagmennyiség ismeretében, de $M = \frac{m}{n}$.

1105. B) 3 mol oxigéngáz $1{,}806 \cdot 10^{24}$ db oxigénmolekulát tartalmaz.

1106. B) Valamennyi gáz térfogata azonos: $22{,}414 \cdot 10^{-3}$ m^3.

1107. A hamis állítás a C), mert igaz, hogy a gáztérben lévő gázrészecskék mozgására érvényesek a mechanika törvényei, de a részecskék nagy száma miatt az összes részecske mozgását pontosan nem tudjuk követni.

1108. D) A modellben feltételezzük, hogy a részecskék között a rugalmas ütközést kivéve semmilyen kölcsönhatás nincs.

1109. A hamis állítás az A), mert azonos térfogatú tartályok esetén a tartály falára kifejtett nyomás nem függ a tartály alakjától.

1110. B) A szabadsági fok megmutatja, hogy anyag részecskéinek energiája hány, egymástól független négyzetes tagból tehető össze.

1111. D) Az egyatomos ideális gáz belső energiájának meghatározásához elegendő ismerni az anyagmennyiséget és a gáz hőmérsékletét.

1112. C)

1113. B) Magyarázat: A párolgó kölni részecskéi akkor is eljutnak a szoba távolabbi részeibe is, ha a szobában nincs légmozgás.

1114. C)

Számításos feladatok

1115. $M = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$.

A moláris tömeg éppen 1 mól mennyiségű oxigén tömegét jelenti. Így az oxigénmolekula tömege:

$$m_0 = \frac{M}{N_A} = 5{,}32 \cdot 10^{-26} \text{ kg}.$$

1116. $p_0 = 101\,325$ Pa, $V = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$, $T_0 = 273$ K.

Az állapotegyenlet felhasználásával:

$$N = \frac{p_0 \cdot V}{k \cdot T} = 2{,}685 \cdot 10^{19}.$$

1117. $d = 2{,}9 \cdot 10^{-10}$ m, $p_0 = 101\,325$ Pa, $T_0 = 273$ K,

$$V = 0{,}5 \text{ cm}^3 = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3.$$

A $pV = NkT$ állapotegyenlet felhasználásával az oxigénmolekulák száma könnyen számolható:

$$N = \frac{p_0 \cdot V}{k \cdot T}.$$

Ezzel a lánc keresett hossza:

$$L = \frac{p_0 \cdot V}{k \cdot T} d = 3{,}85 \cdot 10^9 \text{ m}.$$

1118. $m_0 = 3{,}35 \cdot 10^{-26}$ kg, $p_0 = 101\,325$ Pa, $T_0 = 273$ K.
A gázok állapotegyenletéből a sűrűség megkapható:

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

$$\varrho = \frac{m}{V} = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}.$$

A moláris tömeg az atom tömegének és az Avogadro-állandónak a szorzata, ezt beírva:

$$\varrho = \frac{p \cdot N_A \cdot m_0}{R \cdot T}.$$

A Boltzmann-állandó definícióját felhasználva:

$$\varrho = \frac{p \cdot m_0}{k \cdot T} = 0{,}9 \ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

1119. $M = 18 \cdot 10^{-3} \ \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$, $\varrho = 1000 \ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.
Határozzuk meg az 1 mól mennyiségű víz térfogatát!

$$V_M = \frac{M}{\varrho} = 18 \cdot 10^{-6} \ \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}.$$

Rendeljünk minden vízmolekulához egy d élű kockát, ahol d a molekula átmérője. Egy ilyen kocka térfogata:

$$V = V_M \cdot N_A = 2{,}99 \cdot 10^{-29} \text{ m}^3.$$

Ebből a vízmolekula becsült átmérője:

$$d = \sqrt[3]{V} = 3{,}1 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

1120. $V = 20 \text{ dm}^3 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$, $M = 2 \cdot 10^{-3} \ \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$

$$N = 10^{23}, \quad \overline{v^2} = 3{,}75 \cdot 10^6 \ \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}.$$

a) A hidrogénmolekulák átlagos mozgási energiája az ekvipartíció törvényéből (az energia egyenletes eloszlásából) számolható:

$$\frac{m_0 \cdot \overline{v^2}}{2} = \frac{3}{2} kT.$$

Ebből a keresett hőmérséklet:

$$T = \frac{m_0 \cdot \overline{v^2}}{3k}.$$

A hidrogénmolekula tömege:

$$m_0 = \frac{M}{N_A}.$$

Ezt beírva:

$$T = \frac{M \cdot \overline{v^2}}{3k \cdot N_A},$$

$$T = \frac{M \cdot \overline{v^2}}{3R} = 300{,}7 \text{ K}.$$

b) Az állapotegyenletből:

$$p = \frac{N \cdot k \cdot T}{V} = 2{,}07 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

1121. $T = 27\ ^\circ\text{C} = 300$ K, $M = 32 \cdot 10^{-3} \dfrac{\text{kg}}{\text{mol}}$.

Az ekvipartíció tétele szerint:

$$\frac{m_0 \cdot \overline{v^2}}{2} = \frac{3}{2} kT.$$

Ebből:

$$\overline{v^2} = \frac{3kT}{m_0}.$$

A sebesség becsült értéke:

$$v_0 = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}.$$

A molekula tömegét az ismert módon beírva:

$$v_0 = \sqrt{\frac{3kN_AT}{M}},$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 483{,}6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

1122. $T = 17\ ^\circ\text{C} = 290\ \text{K}$.

a) Az ekvipartíció elve szerint:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2}kT = 2 \cdot 10^{-21}\ \text{J}.$$

b) A haladó mozgás során a molekula 3-féle módon tárol energiát.

$$\varepsilon = \frac{3}{2}kT = 6 \cdot 10^{-21}\ \text{J}.$$

1123. $V = 25\ \text{dm}^3 = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3$, $p = 8 \cdot 10^5\ \text{Pa}$, $f_1 = 3$, $f_2 = 5$.

a) Az egyatomos gáz belső energiája:

$$E_1 = \frac{3}{2}NkT.$$

A $pV = NkT$ állapotegyenlet felhasználásával látható, hogy a belső energia a gáz nyomásával és térfogatával is megadható.

$$E_1 = \frac{3}{2}pV = 3 \cdot 10^4\ \text{J}.$$

b) A kétatomos gáz belső energiája:

$$E_2 = \frac{5}{2}NkT,$$

$$E_2 = \frac{5}{2}pV.$$

A változás:

$$E_2 - E_1 = pV = 2 \cdot 10^4\ \text{J}.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

1124. Mindkét esetben a gázok spontán keveredéséről, diffúzióról van szó. A diffúzió a molekulák létezésének és hőmozgásának egyik bizonyítéka. A diffúzió sebessége függ a molekulák átlagos sebességétől. A hidrogénmolekulák tömege 14-szer kisebb, mint a nitrogénmolekuláké. A hőmérséklet egyenlősége miatt az átlagos mozgási energiájuk azonban megegyezik. Így a kisebb tömegű hidrogénmolekulák sebessége jelentősen nagyobb, ezért a hidrogén sokkal gyorsabban keveredik a brómmal.

1125. Miután a hidrogén kívülről körbevette a cseréphengert, a manométer jobb oldali ágában a folyadékszint megemelkedett, jelezve, hogy a cseréphenger belsejében a nyomás megnövekedett. Ez azt jelenti, hogy a cseréphenger belsejében nőtt

a gázmolekulák száma, azaz diffúzió játszódott le a porózus falon keresztül. Több hidrogénmolekula jutott be a belső térbe, mint amennyi molekula onnan távozott. Ennek oka az, hogy hidrogénmolekulák átlagos sebessége jóval nagyobb, mint a levegőt alkotó oxigén- és nitrogénmolekuláké.

1126. A főzőpohár eltávolításakor a cseréphenger belsejét olyan gázelegy tölti ki, amely hidrogénből és levegőből áll, míg a külső térben levegő található. A belső térből a nagyobb sebességű hidrogénmolekulák jelenléte miatt nagyobb valószínűséggel lép ki részecske a külső térbe, mint a külső térből befelé. Ennek megfelelően a belső térben a nyomás csökkeni kezd, és kisebb lesz, mint a külső légnyomás. Ezt makroszkopikusan az jelzi, hogy most a manométer bal oldali ágában áll magasabban a víz.

1127. A Brown-mozgás gázok esetén is az atomok, molekulák létezésének, hőmozgásának meggyőző bizonyítéka. A levegőt alkotó molekulákat nem látjuk, csupán a bennük lévő, makroszkopikus méretű koromszemcséket figyelhetjük meg. Utóbbiak azonban a tapasztalat szerint rendezetlen hőmozgást végeznek. Ez csak annak a következménye lehet, hogy folyamatosan, véletlenszerűen ütköznek a levegő mozgó molekuláival, ez okozza zegzugos mozgásukat.

1128. A hőmérséklet azonossága és az ekvipartíció elve miatt a részecskék átlagos mozgási energiája megegyezik. Az *A* típusú részecske intenzívebb hőmozgása azt jelenti, hogy az átlagos sebessége nagyobb, azaz a tömege kisebb.

1129. A két különböző anyag elpárolgott részecskéinek átlagos mozgási energiája megegyezik, így a 2,15-szor nagyobb tömegű hidrogén-klorid-részecskék sebességnégyzeteinek átlaga ennyiszer kisebb, így az átlagsebességük is kisebb. Ennek megfelelően az ammónia részecskéi nagyobb sebességgel tudnak előrehaladni a csőben, így a fehéres köd nem a cső közepénél jelenik meg, hanem az ammóniával átitatott vattától távolabb.

1130. Ez a jelenség a temodiffúzió. Lényege, hogy hőmérséklet-különbség esetén a nagyobb tömegű részecskék a hidegebb térrész felé, a kisebb tömegűek a melegebb térrész felé mozdulnak el. Így esetünkben a brómgőz egyenletes térkitöltése megszűnik. A fűtőszál környezetében a levegő, azon kívül pedig a brómgőz helyezkedik el. Mivel a brómgőz sűrűsége nagyobb, ezért az lesüllyed a henger aljára, így a hengerben alul helyezkedik el a brómgőz, felül pedig a levegő. Így a két anyagot sikerül szétválasztani. Természetesen, ha elegendő ideig várunk, akkor diffúzió útján ismét bekövetkezik a teljes összekeveredés, az előző módon azonban ismét szétválaszthatjuk a két anyagot.

1131. A hőmérséklet állandósága miatt, ha a gáz térfogata felére csökken, akkor a nyomás 2-szeresére nő. Ez a valóságban azt jelenti, hogy a dugattyún egységnyi idő alatt bekövetkező lendületváltozás 2-szeres. Mivel a hőmérséklet nem változik,

és így a részecskék átlagsebessége állandó, ezért a ütközések számának kell nőni. A hangjelzések számára vonatkozó programozást úgy kell elvégezni, hogy feleakkora térfogatnál egységnyi idő alatt 2-szer annyi korong ütközzön a mozgatható falnak, és 2-szer annyi hangjelet észleljünk időegység alatt.

1132. Gay-Lussac I. törvénye szerint, ha a térfogat állandó, akkor a gáz nyomása egyenesen arányos a gáz abszolút hőmérsékletével. A hőmérséklet emelésével nőni kell a nyomásnak, több részecskének kell egységnyi idő alatt az edény falaival ütközni. Mivel a térfogat nem változik, a korongok sebességét kell növelni. A programozónak úgy kell eljárni, hogy annyiszor több ütközés legyen az edény falaival egységnyi idő alatt, mint ahányszorosra nő gáz abszolút hőmérséklete.

2.4. A TERMODINAMIKA ELSŐ FŐTÉTELE ÉS ALKALMAZÁSAI

Tesztfeladatok

1133. A hamis állítása a B), mert a hőmennyiség a munkával, és nem az energiával analóg fogalom.

1134. A hamis állítás a D), mert a hőtan első főtétele általános érvényű, és nem csupán a gázok állapotváltozásaira alkalmazható.

1135. C) A közölt hő a folyamattól, nem csupán a kezdő- és a végállapottól függ.

1136. A hamis állítás a D), mert a felvett hő a 1. folyamat esetén a legnagyobb.

1137. B) A rendszeren végzett munka nem azonos a belső energia megváltozásával.

1138. C) A fajhő számértékileg megmutatja, hogy mennyi energia szükséges 1 kg tömegű anyag hőmérsékletének 1 °C-kal való emeléséhez.

1139. A hamis állítás a B), mert azonos tömegű testek esetén a nagyobb fajhőjű test azonos értékű felmelegítéséhez több energia szükséges.

1140. D) $1\ \frac{J}{kg \cdot K} = 1\ \frac{J}{kg \cdot °C}$.

1141. A) Mindkét testtel azonos mennyiségű hőt közöltünk.

1142. A hamis állítás a C), mert a kisebb fajhőjű platina hőmérséklet-növekedése nagyobb lesz.

1143. C) Az ólomból készült test tömege 9-szer nagyobb.

1144. C) A cseppfolyós anyag fajhője 2-szer nagyobb.

1145. B) Az 1. jelű test fajhője harmadrésze a 2. jelű test fajhőjének.

1146. D) Az 1. jelű test tömege 4-szerese a 2. jelű test tömegének.

1147. C) Ha adott mennyiségű ideális gáz hőmérsékletét állandó nyomáson meghatározott értékkel növeljük, akkor ehhez több energia szükséges, mintha állandó térfogaton tesszük meg ugyanezt.

1148. D) Ideális gáz izotermikus folyamata során a gáz belső energiája állandó.

1149. A) Izobár folyamat esetén a gázzal közölt hő egy része a gáz belső energiáját növeli, a másik része pedig munkavégzésre fordítódik.

1150. C) Ideális gázok izobár tágulása során növekszik a gáz hőmérséklete.

1151. A hamis állítás a B), mert abban az esetben, ha normálállapotú hidrogén térfogatát izobár összenyomással a felére csökkentjük, akkor a Kelvin-skálán mért hőmérséklete is felére csökken.

1152. A hamis állítás az A), mert az izobár folyamat esetén az adott tömegű és anyagi minőségű gáz belsőenergia-változásának számításakor az állandó térfogaton vett fajhőt szorozzuk a gáz tömegével és a hőmérséklet megváltozásával.

1153. A hamis állítás a C), mert az ideális gáz izotermikus tágulása esetén a részecskék átlagos mozgási energiája nem változik.

1154. C) A gáz által végzett munka megegyezik az izoterma alatti területtel.

1155. A hamis állítás a D), mert a folyamatot p-V diagramon hiperbola ábrázolja.

1156. A) A gáz hőt ad le a környezetének.

1157. B) A gázon végzett munka nem függ attól, hogy mekkora p nyomáson történik az ábra szerinti összenyomás.

II.

1158. B) A leadott hő függ attól, hogy milyen gáz végzi a folyamatot.

1159. A hamis állítás a C), mert a gáz által felvett hő $Q = \frac{7}{2} \cdot \frac{R}{M} \cdot m \cdot (T_2 - T_1)$.

1160. A) A gáz által végzett munka: $W^* = 2p_0 \cdot V_0$.

1161. A hamis állítás a B), mert a tágulási munka a két esetben azonos.

1162. A hamis állítás az A), mert eldönthető, hogy a gáz mindkét folyamat során azonos nagyságú hőt vesz fel a környezettől.

1163. A hamis állítás a C), mert az azonos hőmérséklet-változás miatt mindkét folyamatban azonos értékkel növekszik a hidrogénmolekulák átlagos mozgási energiája.

1164. B) Magyarázat: a folyadékba merülő hőmérő megváltoztatja a folyadék hőmérsékletét, a kisebb tömegűét nagyobb mértékben. A hőmérővel valójában a víz és a hőmérő közös hőmérsékletét mérjük.

Számításos feladatok

1165. $m = 2{,}5$ kg, $Q_1 = 90$ kJ, $\Delta T_1 = 120$ °C, $Q_2 = 120$ kJ,

$$\Delta T_2 = 80\ ^\circ\text{C}.$$

A fajhő definíciója alapján:

$$c_1 = \frac{Q_1}{m \cdot \Delta T_1} = 0{,}3\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}},$$

$$c_2 = Q_2 \cdot m \cdot \Delta T_2 = 0{,}6\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}.$$

1166. $m_1 = 1000$ kg, $V_2 = 10^{-3}\text{m}^3$, $\varrho = 1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$,

$$T_1 = 100\ ^\circ\text{C}, \quad T_2 = 20\ ^\circ\text{C}, \quad c = 4{,}2\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}.$$

A víz tömege:

$$m_2 = \varrho \cdot V_2 = 1\ \text{kg}.$$

A feladat feltétele szerint a víz belső energiájának csökkenése egyenlő lesz az m_1 tömegű test helyzeti energiájának növekedésével:

$$c \cdot m_2 \cdot (T_1 - T_2) = m_1 \cdot g \cdot h.$$

A keresett h magasság:

$$h = \frac{c \cdot m_2 \cdot (T_1 - T_2)}{m_1 \cdot g} = 33{,}6 \text{ m}.$$

1167. $P = 1800\text{W}$, $t = 1{,}4 \text{ h} = 5040 \text{ s}$, $m = 50 \text{ kg}$,

$$T_1 = 20\ ^\circ\text{C}, \quad \eta = 75\% = 0{,}75, \quad c = 4{,}2\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}.$$

A hatásfokot a közölt hő és a befektetett munka hányadosaként számolhatjuk:

$$\eta = \frac{c \cdot m \cdot (T_2 - T_1)}{P \cdot t}.$$

Ebből a keresett hőmérséklet:

$$T_2 = \frac{\eta \cdot P \cdot t}{c \cdot m} + T_1 = 52{,}4\ ^\circ C.$$

1168. $\alpha = 30\ ^\circ$, $h = 2 \text{ m}$, $c = 130\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}$, $\mu = 0{,}4$.

Legyen az ólomtárgy tömege m! A mechanikai energiaveszteség azért következik be, mert a súrlódási erő munkát végez. Ennek nagysága:

$$W_s = \mu \cdot m \cdot g \cdot s \cdot \cos\alpha,$$

$$W_s = \mu \cdot m \cdot g \cdot \frac{h}{\sin\alpha} \cdot \cos\alpha.$$

A feladat feltétele szerint:

$$c \cdot m \cdot (T_2 - T_1) = \mu \cdot m \cdot g \cdot \frac{h}{\sin\alpha} \cdot \cos\alpha.$$

Ebből a hőmérséklet változása:

$$T_2 - T_1 = \frac{\mu \cdot g \cdot h}{c \cdot \text{tg}\,\alpha} = 0{,}107\ ^\circ\text{C}.$$

1169. $A = 12 \text{ cm}^2 = 1{,}2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$, $h = 0{,}75 \text{ mm} = 7{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$,

$$M = 4{,}92 \text{ Nm}, \quad c = 385\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}, \quad \varrho = 8900\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Legyen a henger magassága H! A menetmetszés során végzett munkát úgy számíthatjuk ki, hogy az állandó M forgatónyomatékot szorozzuk a $\frac{H}{h} \cdot 2\pi$ szögelfordu-

II.

lással. A végzett munka egyenlő a belső energia megváltozásával:

$$M \cdot \frac{H}{h} \cdot 2\pi = c \cdot A \cdot H \cdot \varrho \cdot (T_2 - T_1).$$

A rézhenger hőmérsékletének növekedése:

$$T_2 - T_1 = \frac{2\pi \cdot M}{h \cdot c \cdot A \cdot \varrho} = 10\ ^\circ\mathrm{C}.$$

1170. Legyen az azonos hőmérsékletű testek tömege m, az összetapadt testek közös sebessége v_1! Ez a lendületmegmaradásból meghatározható:

$$m \cdot 3v_0 - m \cdot v_0 = 2m \cdot v_1,$$

$$v_1 = v_0.$$

A mechanikai energia vesztesége az összetapadt testek belső energiáját növeli.

$$c \cdot 2m(T_2 - T_1) = \left(\frac{1}{2}m(3v_0)^2 + \frac{1}{2}mv_0^2\right) - \frac{1}{2}2mv_0^2,$$

$$4c(T_2 - T_1) = 9v_0^2 + v_0^2 - 2v_0^2.$$

A testek hőmérséklet-emelkedése:

$$T_2 - T_1 = \frac{2v_0^2}{c}.$$

1171. $m_1 = 2$ kg, $T_1 = 40\ ^\circ\mathrm{C}$, $m_2 = 3$ kg, $T_2 = 70\ ^\circ\mathrm{C}$.
Jelöljük a víz fajhőjét c-vel, a termikus kölcsönhatás lezajlása után kialakult közös hőmérsékletet T_k-val! A folyadékok összeöntése során a rendszer belső energiája állandó, azaz a belső energia változása zérus. Ezt felhasználva:

$$c \cdot m_1 \cdot (T_\mathrm{k} - T_1) + c \cdot m_2 \cdot (T_\mathrm{k} - T_2) = 0.$$

Ebből a közös hőmérséklet könnyen meghatározható:

$$T_\mathrm{k} = \frac{m_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot T_2}{m_1 + m_2} = 58\ ^\circ\mathrm{C}.$$

1172. $V = 80\ \mathrm{dm}^3$, $T_1 = 20\ ^\circ\mathrm{C}$, $T_2 = 60\ ^\circ\mathrm{C}$, $T_\mathrm{k} = 42{,}5\ ^\circ\mathrm{C}$.
Legyen a víz fajhője c, sűrűsége ϱ, a szükséges hideg víz térfogata V_1, a meleg víz térfogata V_2! A folyadékok összeöntése során a rendszer belső energiája állandó, azaz a belső energia változása zérus. Ezt felhasználva:

$$c \cdot \varrho \cdot V_1 \cdot (T_\mathrm{k} - T_1) + c \cdot \varrho \cdot V_2 \cdot (T_\mathrm{k} - T_2) = 0.$$

Továbbá a térfogatokra igaz, hogy:

$$V = V_1 + V_2.$$

Ezekből:

$$c \cdot \varrho \cdot V_1 \cdot (T_k - T_1) + c \cdot \varrho \cdot (V - V_1)(T_k - T_2) = 0.$$

Ezekből a hideg víz V_1 térfogata:

$$V_1 = \frac{T_2 - T_k}{T_2 - T_1} V = 35 \text{ dm}^3.$$

A meleg víz V_2 térfogata:

$$V_2 = V - V_1 = 45 \text{ dm}^3.$$

1173. $m_1 = 1$ kg, $T_1 = 80$ °C, $m_2 = 2$ kg, $T_2 = 50$ °C,

$m_3 = 3$ kg, $T_3 = 40$ °C, $m_4 = 4$ kg, $T_4 = 70$ °C.

Jelöljük a víz fajhőjét c-vel, a termikus kölcsönhatás lezajlása után kialakult közös hőmérsékletet T_k-val! A folyadékok összeöntése során a rendszer belső energiája állandó, azaz a belső energia változása zérus. Ezt felhasználva:

$$c \cdot m_1 \cdot (T_k - T_1) + c \cdot m_2 \cdot (T_k - T_2) + c \cdot m_3 \cdot (T_k - T_3) + c \cdot m_4 \cdot (T_k - T_4) = 0.$$

Ebből a közös hőmérséklet:

$$T_k = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2 + m_3 T_3 + m_4 T_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} = 58 \text{ °C}.$$

1174. $m_1 = 1$ kg, $T_1 = 20$ °C, $T_{k1} = 40$ °C, $T_{k2} = 50$ °C.

Használjuk fel, hogy a termikus kölcsönhatások során a hidegebb víz belső energiájának növekedése egyenlő a melegebb víz belső energiájának csökkenésével, azaz a belső energiák változása zérus!

$$c \cdot m_1 \cdot (T_{k1} - T_1) + c \cdot m_2 \cdot (T_{k1} - T_2) = 0,$$
$$c(m_1 + m_2)(T_{k2} - T_{k1}) + c \cdot m_2(T_{k2} - T_2) = 0.$$

A fajhővel egyszerűsítve, az adatokat beírva:

$$1 \text{ kg} \cdot (40 \text{ °C} - 20 \text{ °C}) + m_2(40 \text{ °C} - T_2) = 0,$$
$$(1 \text{ kg} + m_2) \cdot (50 \text{ °C} - 40 \text{ °C}) + m_2(50 \text{ °C} - T_2) = 0.$$

Ezekből:

$$m_2 \cdot T_2 = 20 \text{ kg} \cdot \text{°C} + m_2 \cdot 40 \text{ °C},$$
$$m_2 \cdot T_2 = 10 \text{ kg} \cdot \text{°C} + m_2 \cdot 60 \text{ °C}.$$

A jobb oldalak összehasonlításából:

$$10\ \text{kg} \cdot {}^\circ\text{C} + m_2 \cdot 60\ {}^\circ\text{C} = 20\ \text{kg} \cdot {}^\circ\text{C} + m_2 \cdot 40\ {}^\circ\text{C},$$
$$m_2 = 0{,}5\ \text{kg}.$$

A keresett hőmérséklet:

$$T_2 = \frac{10\ \text{kg} \cdot {}^\circ\text{C} + m_2 \cdot 60\ {}^\circ\text{C}}{m_2} = 80\ {}^\circ\text{C}.$$

1175. $m_1 = 4\ \text{kg}$, $c_1 = 0{,}47\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}$, $m_2 = 70{,}5\ \text{kg}$, $c_2 = 4{,}2\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}$,

$$T_2 = 19{}^\circ\text{C}, \quad T_\text{k} = 26{}^\circ\text{C}.$$

A víz és acéltárgy alkotta rendszer belső energiája az acéltárgy behelyezésével nem változik:

$$c_1 \cdot m_1 \cdot (T_\text{k} - T_1) + c_2 \cdot m_2 \cdot (T_\text{k} - T_2) = 0.$$

Ebből az acéltárgy kezdeti hőmérséklete:

$$T_1 = \frac{c_2 \cdot m_2 \cdot (T_\text{k} - T_2)}{c_1 \cdot m_1} + T_\text{k} = 1128{,}5\ {}^\circ\text{C}.$$

1176. $m_1 = 0{,}3\ \text{kg}$, $c_1 = 0{,}465\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}$, $m_2 = 1{,}27\ \text{kg}$, $c_2 = 4{,}2\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}$,

$$T_2 = 15{}^\circ\text{C}, \quad m_3 = 0{,}2\ \text{kg}, \quad c_3 = 0{,}385\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}, \quad T_\text{k} = 32\ {}^\circ\text{C}.$$

Legyen a kemence kezdeti hőmérséklete T_1! A rézedény és víz alkotta rendszer hőmérséklete azonos, T_2. A vashenger behelyezése után a rézedény és víz alkotta rendszer belső energiája növekszik, a vashengeré pedig csökken. Az egész rendszer belső energiája azonban nem változik. Ezt felhasználva:

$$c_1 \cdot m_1 \cdot (T_\text{k} - T_1) + (c_2 \cdot m_2 + c_3 \cdot m_3)(T_\text{k} - T_2) = 0.$$

Ebből a kemence hőmérséklete könnyen számolható:

$$T_1 = \frac{(c_2 \cdot m_2 + c_3 \cdot m_3)(T_\text{k} - T_2)}{c_1 \cdot m_1} + T_\text{k} = 691{,}4\ {}^\circ\text{C}.$$

1177. $W = 600\text{J}$, $Q = 1100\ \text{J}$.

A termodinamika első főtétele szerint:

$$\Delta E_\text{b} = Q + W.$$

A továbbiakban, ahol a fizikai tartalom érzékeltetése megköveteli, a belső energia változását $E_2 - E_1$-gyel jelöljük. Ezzel az első főtétel:

$$E_2 - E_1 = Q + W.$$

Feladatunkban a termodinamikai rendszer belső energiájának megváltozása:

$$\Delta E_b = Q + W = 1700 \text{ J}.$$

1178. $Q = 2400\text{J}$, $\Delta E_b = 1500$ J.
A termodinamika első főtételét alkalmazva:

$$\Delta E_b = Q + W.$$

Itt W a környezet által végzett munkát jelenti, a rendszer által végzett munka pedig $-W$, amit a továbbiakban W^*-gal is jelölünk.
A végzett munkát kifejezve:

$$-W = Q - \Delta E_b,$$
$$W^* = -W = Q - \Delta E_b = 900 \text{ J}.$$

1179. $A = 1$ dm^2, $m = 10$ kg, $h = 18$ cm $= 0{,}18$ m, $p_0 = 10^5$ Pa.
Legyen a bezárt levegő nyomása p! A dugattyú minden pillanatban egyensúlyban van, így a rá ható erők eredője zérus:

$$p_0 \cdot A + m \cdot g - p \cdot A = 0.$$

Ebből a nyomás:

$$p = p_0 + \frac{mg}{A} = 1{,}1 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

A nyomás a folyamat során állandó, így a végzett munka:

$$W^* = p(V_2 - V_1),$$
$$W^* = p \cdot A \cdot h = 198 \text{ J}.$$

1180. $p = 9 \cdot 10^4$ Pa, $V_1 = 10$ dm$^3 = 10^{-2}$ m^3, $V_2 = 2$ dm$^3 = 2 \cdot 10^{-3}$ m^3.
a) A gázon végzett munka:

$$W = -p(V_2 - V_1) = 720 \text{ J}.$$

b) A belső energia megváltozását a termodinamika első főtételéből kapjuk:

$$\Delta E_b = Q + W = -1080 \text{ J}.$$

1181. $W = 350$ J.

a) Az adott tömegű ideális gáz belső energiája csak a hőmérsékletétől függ:

$$E = \frac{f}{2} NkT.$$

Esetünkben a belső energia megváltozása:

$$E_2 - E_1 = \frac{f}{2} Nk(T - T) = 0.$$

b) A termodinamika első főtételét felhasználva:

$$E_2 - E_1 = Q + W,$$
$$0 = Q + W.$$

Az energiacsere mértéke:

$$Q = -W = -350 \text{ J}.$$

1182. $Q = 500$ J.

a) Az adott tömegű ideális gáz belső energiájának változását az állandó térfogaton vett fajhő felhasználásával is meghatározhatjuk:

$$E_2 - E_1 = c_V \cdot m \cdot (T - T) = 0.$$

b) A termodinamika első főtétele szerint:

$$E_2 - E_1 = Q + W,$$
$$0 = Q + W.$$

A gáz által végzett munka:

$$W^* = -W = Q = 500 \text{ J}.$$

1183. $m = 5 \text{ g} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, $T_1 = 20 \text{ °C}$, $T_2 = 80 \text{ °C}$,

$$c_V = 740 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}.$$

a) Az állandó térfogaton közölt hő:

$$Q = c_V \cdot m \cdot (T_2 - T_1) = 222 \text{ J}.$$

b) A termodinamika első főtétele szerint:

$$\Delta E_b = Q + W.$$

Mivel a térfogat állandó, így $W = 0$.

A belső energia megváltozása:

$$\Delta E_b = Q = 222 \text{ J}.$$

1184. $V = 20 \text{ dm}^3 = 2 \cdot 10^{-2} \text{m}^3$, $p_1 = 2 \cdot 10^5$ Pa,

$$\Delta p = 2{,}5 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad f = 5.$$

a) Az f szabadsági fokú ideális gáz belső energiája a gáz nyomásával és térfogatával is kifejezhető:

$$E = \frac{f}{2} NkT,$$

$$E = \frac{f}{2} pV.$$

Ezt a két állapotra felírva, és kivonva egymásból kapjuk a belső energia megváltozását:

$$E_2 - E_1 = \frac{f}{2} \cdot V \cdot (p_2 - p_1).$$

$$E_2 - E_1 = \frac{f}{2} \cdot V \cdot \Delta p = 1250 \text{ J}.$$

b) A termodinamika első főtétele szerint:

$$E_2 - E_1 = Q + W.$$

Mivel a térfogat állandó, így $W = 0$.
A felvett hő:

$$Q = E_2 - E_1 = 1250 \text{ J}.$$

1185. $n = 1{,}5$ mol, $T_2 = 200$ K, $f = 3$.
a) Legyen a gáz kezdeti hőmérséklete T_1. Gay-Lussac II. törvénye alapján:

$$\frac{3p_0}{T_1} = \frac{p_0}{T_2},$$

$$T_1 = 3T_2.$$

Az f szabadsági fokú, n mol mennyiségű, T abszolút hőmérsékletű gáz belső energiája:

$$E = \frac{f}{2} nRT.$$

Ezt a két állapotra felírva és kivonva egymásból, megkapjuk a belső energia megváltozását. $R = 8{,}314 \dfrac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$.

$$E_2 - E_1 = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R(T_2 - T_1),$$

$$E_2 - E_1 = -\frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot 2T_2 = -7482{,}6 \text{ J}.$$

b) A termodinamika első főtétele szerint:

$$E_2 - E_1 = Q + W.$$

Mivel a térfogat állandó, így $W = 0$.
A leadott hő:

$$-Q = E_1 - E_2 = 7482{,}6 \text{ J}.$$

1186. $p = 10^5$ Pa, $V_1 = 3 \text{ dm}^3 = 3 \cdot 10^{-3} \text{m}^3$, $V_2 = 8 \text{ dm}^3 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, $f = 5$.
a) A gáz által végzett munka:

$$W^* = p(V_2 - V_1) = 500 \text{ J}.$$

b) A belső energia megváltozása:

$$E_2 - E_1 = \frac{f}{2}(pV_2 - pV_1),$$

$$E_2 - E_1 = \frac{f}{2} p(V_2 - V_1) = 1250 \text{ J}.$$

c) Az első főtételből:

$$Q = E_2 - E_1 - W,$$
$$Q = E_2 - E_1 + W^* = 1750 \text{ J}.$$

1187. $m = 16 \text{ g} = 1{,}6 \cdot 10^{-2}$ kg, $T_1 = 20$ °C, $T_2 = 220$ °C,

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}, \quad c_p = 920 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}.$$

a) Az állandó nyomáson közölt hő:

$$Q = c_p \cdot m \cdot (T_2 - T_1) = 2944 \text{ J}.$$

b) A gáz által végzett munka:

$$W^* = p(V_2 - V_1).$$

Írjuk fel az állapotegyenletet a két állapotra!

$$pV_1 = \frac{m}{M}RT_1,$$

$$pV_2 = \frac{m}{M}RT_2.$$

Ezeket kivonva:

$$p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M}R(T_2 - T_1).$$

A végzett munka:

$$W^* = \frac{m}{M}R(T_2 - T_1) = 831{,}4 \text{ J}.$$

c) A termodinamika első főtételét felhasználva:

$$\Delta E_b = Q + W,$$

$$\Delta E_b = Q - W^* = 2112{,}6 \text{ J}.$$

1188. $V_1 = 2 \text{ dm}^3 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, $T_1 = 27 \text{ °C} = 300 \text{ K}$, $W^* = 300 \text{ J}$,

$$p_0 = 10^5 \text{ Pa}, \quad M = 4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}, \quad c_V = 3200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}.$$

a) A táguló hélium által végzett munka:

$$W^* = p(V_2 - V_1).$$

Ebből a V_2 térfogat:

$$V_2 = \frac{W^*}{p} + V_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Gay-Lussac I. törvényéből:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

A keresett hőmérséklet:

$$T_2 = \frac{V_2}{V_1}T_1 = 750 \text{ K}.$$

b) A hélium tömege a kezdőállapotra felírt állapotegyenletből meghatározható:

$$m = \frac{p_0 \cdot V_1 \cdot M}{R \cdot T_1} = 3{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ kg}.$$

A belső energia megváltozása:

$$\Delta E_b = c_V \cdot m \cdot (T_2 - T_1) = 461 \text{ J}.$$

A közölt hő:

$$Q = \Delta E_b + W^* = 761 \text{ J}.$$

1189. $p = p_0$, $V_1 = 4V_0$, $V_2 = V_0$, $f = 3$.

a) A belső energia megváltozása:

$$E_2 - E_1 = \frac{f}{2}(pV_2 - pV_1),$$

$$E_2 - E_1 = \frac{f}{2}(p_0V_0 - p_0 \cdot 4V_0),$$

$$E_2 - E_1 = -\frac{9}{2}p_0V_0.$$

b) A végzett munka:

$$W = -p(V_2 - V_1),$$

$$W = -p_0(V_0 - 4V_0),$$

$$W = 3p_0V_0.$$

Az első főtétel alapján:

$$E_2 - E_1 = Q + W.$$

A környezetnek leadott hő:

$$Q^* = -Q = E_1 - E_2 + W,$$

$$Q^* = \frac{15}{2}p_0V_0.$$

1190. $m = 12\ \text{g} = 1{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{kg}$, $W = 744\ \text{J}$, $T_2 = 128\ ^\circ\text{C}$,

$$c_V = 620\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}.$$

a) A termodinamika első főtétele szerint:

$$\Delta E_\text{b} = Q + W.$$

Mivel $Q = 0$, ezért

$$\Delta E_\text{b} = W = 744\ \text{J}.$$

b) A belső energia megváltozása:

$$\Delta E_\text{b} = c_V \cdot m \cdot (T_2 - T_1).$$

Ebből a kezdeti hőmérséklet:

$$T_1 = T_2 - \frac{\Delta E_\text{b}}{c_V \cdot m} = 28\ ^\circ\text{C}.$$

1191. $m = 30\ \text{g} = 3 \cdot 10^{-2}\ \text{kg}$, $T_1 = 250\ ^\circ\text{C}$, $T_2 = -20\ ^\circ\text{C}$.

$$c_V = 740\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}.$$

a) A belső energia megváltozása:

$$E_2 - E_1 = c_V \cdot m \cdot (T_2 - T_1) = -5994\ \text{J}.$$

b) A termodinamika első főtétele szeint:

$$E_2 - E_1 = Q + W.$$

Mivel $Q = 0$, ezért

$$E_2 - E_1 = W.$$

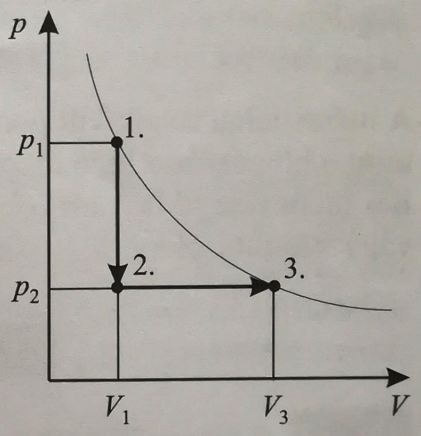
Ebből a végzett munka:

$$W^* = -W = E_1 - E_2 = 5994\ \text{J}.$$

1192. $n = 2\ \text{mol}$, $p_1 = 3 \cdot 10^5\ \text{Pa}$, $T_1 = 600\ \text{K}$, $p_2 = 1{,}25 \cdot 10^5\ \text{Pa}$.

a) Mivel a gáz hőmérséklete a végállapotban is T_1, így a belső energia megváltozása:

$$E_3 - E_1 = c_V \cdot m \cdot (T_1 - T_1) = 0.$$



b) Legyen a gáz térfogata az 1. állapotban V_1, a 3. állapotban V_3, a hőmérséklet a 2. állapotban T_2! Gay-Lussac II. törvényéből:

$$T_2 = \frac{p_2}{p_1} \cdot T_1 = 250\ \text{K}.$$

A gáz által végzett munka az ábra alapján:

$$W^* = p_2(V_3 - V_1).$$

Az állapotegyenlet már ismert módon történő felhasználásával:

$$W^* = \frac{m}{M} R(T_1 - T_2),$$

$$W^* = nR(T_1 - T_2) = 5819{,}8\ \text{J}.$$

1193. $m_1 = 2{,}5\ \text{g} = 0{,}0025\ \text{kg}$, $c_1 = 2400\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, $t_1 = 20\ ^\circ\text{C}$, $m_2 = 5\ \text{g} = 0{,}005\ \text{kg}$, $c_2 = 4200\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, $t_2 = 80\ ^\circ\text{C}$

A vízbe mártott hőmérőben lévő alkohol felmelegszik, a víz lehűl, mindaddig, amíg t hőmérsékletük egyenlő nem lesz. A hőmérő ezt a közös hőmérsékletet fogja mutatni.

A lehűlt víz által leadott hőmennyiség egyenlő a felmelegedett alkohol által felvett hőmennyiséggel:

$$Q_{\text{le}} = Q_{\text{fel}},$$

$$m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta t_1 = m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta t_2,$$

$$0{,}005\ \text{kg} \cdot 4200\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (80\ ^\circ\text{C} - t) = 0{,}0025\ \text{kg} \cdot 2400\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (t - 20\ ^\circ\text{C}).$$

Egyszerűsítések után:

$$5 \cdot 42 \cdot (80\ ^\circ\text{C} - t) = 2{,}5 \cdot 24 \cdot (t - 20^\circ\text{C}),$$

$$16\,800\ ^\circ\text{C} - 210t = 60t - 1200\ ^\circ\text{C},$$

$$t = 66{,}7\ ^\circ\text{C}.$$

A mérés tehát rendkívül pontatlan lesz, mivel a mérendő folyadék tömege alig több, mint a hőmérőben lévő alkoholé, ezért jelentős hőmérséklet-változás következik be. Kis mennyiségű folyadékok hőmérsékletének mérésére ez a módszer nem alkalmas, vagy számításokkal kell korrigálni a hibát.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

1194. A termodinamika első főtétele szerint egy rendszer belső energiája termikus kölcsönhatás és munkavégzés során változhat. Két lehetőségünk van. Valamilyen módon melegítjük a hengert, illetve mechanikai munkát végzünk rajta.

Ez utóbbit megoldhatjuk úgy, hogy vízszintesen elhelyezett hengert befogjuk egy hajtókarral ellátott szerkezetbe, palástjára műanyag zsineget tekerünk, amelynek egyik vége szabadon van, másik végére pedig egy 5 kg tömegű nehezéket akasztunk. A hajtókart olyan szögsebességgel forgatjuk, hogy az 5 kg tömegű nehezék a talajról felemelkedjen, és egy adott szinten nyugalomban maradjon, azaz a henger súrlódva csúszik a rátekert kötél menetein. Így elvileg a végzett munkát is számolni tudjuk.

1195. A víz a természetben nagy mennyiségben áll rendelkezésre, a kérdéses célra való felhasználása nem költséges, hiszen erre akár az esővíz is alkalmas. A hűtés azért hatékony, mert a víz fajhője viszonylag nagy, a vas fajhőjének 9-szerese.

Így termikus kölcsönhatásban azonos tömegek esetén a víz hőmérséklet-változása 9-ed része a vas hőmérséklet-változásának. Esetünkben azonban a tartályban lévő víz tömege sokszorosa a patkó tömegének. Ez azt jelenti, hogy a hűtővíz hőmérséklete alig emelkedik a tüzes patkó behelyezésekor, ezért a kovács a tartályban lévő vizet lecserélés nélkül folyamatosan használhatja hűtésre.

1196. Tegyük fel, hogy a radiátorba állandó hőmérsékletű víz érkezik a mérés ideje alatt. Tulajdonképpen azt kell meghatározni, hogy a radiátor mennyi hőt ad le környezetének. Ehhez mérni kell a beérkező és távozó víz hőmérsékletét, továbbá a működés alatt átáramló víz mennyiségét. Természetesen bonyolultabb megoldással a felhasznált energia akkor is megmérhető, ha a beérkező és a távozó víz hőmérséklete nem állandó.

1197. A hűtőakku alkalmazásakor az cél, hogy az akku hőmérsékletét minél tovább megőrizze, azaz hőmérséklete energiafelvétel esetén se változzék jelentősen. Tehát szilárd halmazállapotban is nagy fajhőjű folyadékkal kell feltölteni az akkukat.

1198. A víznek majdnem 5-ször nagyobb a fajhője, mint talajnak, ezért lassabban melegszik fel, de lassabban is hűl le. Nyáron a szárazföldnél lassabban melegedő víz a tengerpart környékén hűti, télen pedig a lassúbb lehűlés miatt melegíti a levegőt. Így a tenger partvidékén kisebb a téli és nyári hőmérséklet közötti ingadozás, mint kontinentális éghajlati viszonyok között.

1199. A fajhő számolása során ismernünk kell a kezdő és közös hőmérsékleteket, a szilárd anyag és víz tömegét, továbbá a mérés során megköveteljük, hogy ne történjék halmazállapot-változás. A 100 °C-nál magasabb hőmérsékletű anyag behelyezése esetén a víznek a magas hőmérsékletű anyaggal érintkező része hirtelen párologni kezd. Ezt az effektust nem tudjuk kvantitatív módon figyelembe venni, így a mérésből számolt fajhő nem lesz pontos.

1200. A golyók fajhője, tömege azonos, ezért, ha a hőmérsékletük is azonos módon változik, akkor a belsőenergia-változásuk is megegyezik. Figyelembe kell azonban azt is venni, hogy a golyók tágulnak is, így tömegközéppontjuk helyzete is megváltozik. A vízszintes talajon lévő golyó tömegközéppontja emelkedik, a felfüggesztetté pedig süllyed. Ez azt jelenti, hogy a vízszintes talajon lévő súlygolyóval kell több hőt közölni.

1201. A szobában lévő levegő tömege a levegő kis sűrűsége miatt viszonylag kis érték, így a levegő alacsony fajhője miatt a szobában lévő levegő hőkapacitása a bent lévő tárgyak, a falak hőkapacitásához képest nagyon kicsi. Így érthető, hogy a szellőztetés után lejátszódó termikus kölcsönhatás után a felfrissített levegő hőmérséklete gyorsan eléri a bent lévő tárgyak, a falak hőmérsékletét.

1202. A cserépkályha anyaga főleg kerámia, melynek fajhője 2–2,5-ször nagyobb, mint a vasé. Ugyanakkor, általában a cserépkályha tömege is nagyobb. A vaskályhát kisebb hőkapacitása miatt gyorsabban fel lehet fűteni, de a cserépkályha nagyobb hőkapacitása miatt sokkal tovább meleg marad, akár 7–8 órán át is. Ez számunkra sokkal kellemesebb, gazdaságosabb.

1203. Vizsgáljuk meg, mi történt! A szoba levegője felmelegedett, hőmérséklete növekedett, nyomása, térfogata azonban nem változott. Az állapotegyenlet szerint ez azt jelenti, hogy a szoba levegőjének egyrésze a szabadba távozott. A problémát úgy közelíthetjük meg legegyszerűbben, ha a belső energiát a szabadsági fokból, a nyomásból és a térfogatból számítjuk. Ismert, hogy a belső energia az $E = \frac{f}{2} pV$ formula alapján számolható. A formulában szereplő mennyiségek közül egyik sem változik a fűtés során, tehát a szoba levegőjének belső energiája nem változik.

1204. A dugattyú gyors lenyomásakor adiabatikus folyamat játszódik le, hiszen a folyamat olyan gyors, hogy a hengerben lévő levegőnek nincs ideje termikus kölcsönhatást létesíteni környezetével. Ismert, hogy adiabatikus folyamat esetén a végzett munka teljes egészében a belső energia növelésére fordítódik. A kísérletben az általunk végzett térfogati munka teljes egészében a hengerben lévő levegő belső energiáját növeli. Emiatt a levegő hőmérséklete annyira megnövekszik, hogy a kis pamutszál meggyullad.

1205. A dugattyú rögzítésének megszüntetése után a gáz adiabatikusan nagyon gyorsan kitágul. Munkát nem tud végezni, hőt nem vesz fel, ezért belső energiája és így a hőmérséklete sem változik. Amikor lassan adiabatikusan összenyomjuk a gázt, hőfelvétel az előzőhöz hasonlóan nincs, de a gázon munkát végzünk. Emiatt a gáz belső energiája annyival nő, amennyi munkát végzünk rajta. A belső energia növekedése hőmérséklet-növekedéssel jár. Az eredeti térfogat elérésekor a gáz hőmérséklete és nyomása is nagyobb lesz, mint a kiinduló állapotban.

1206. A gázok nyomása nem azonos, de a melegítés hatására mindkét gáz izobár módon tágul. Izobár folyamat esetén a közölt hő az állandó nyomáson vett fajhőtől, a gáz tömegétől és a hőmérséklet megváltozásától függ. Ezek a mennyiségek mindkét esetben azonosak. Ez azt jelenti, hogy a két esetben azonos hőt kell közölni a gázokkal.

1207. A patronban nagy nyomású szén-dioxid-gáz van, amely a patron nyílásának szabaddá tétele után nagy sebességgel kiáramlik, és tágulása során munkát végez. A folyamat nagyon gyors, adiabatikusnak tekinthető. A szén-dioxid munkavégzése teljes egészében a belső energia csökkenésének rovására történik. A belső energia csökkenése nagymértékű hőmérséklet-csökkenéssel jár, és emiatt a patronra ráfagy a levegőben lévő vízpára.

1208. A dugattyú lenyomásakor a levegőt összenyomjuk, így annak belső energiája nő. Mivel itt a belsőenergia-növelés mechanikai munkavégzéssel történt, ezért erőt kell kifejtenünk a dugattyúra.

1209. A meleg víz izochor módon energiát ad át a gáznak, növeli a hőmérsékletét. Mivel a térfogat állandó, a gáz nyomása is nő. Emiatt a gáz nagyobb sebességgel áramlik ki a palackból.

1210. Hőszigetelt hengerben lévő gázt lassan nyomjunk össze! A gáz belső energiája és így a hőmérséklete is növekszik. Tudjuk, hogy a hőfelvétel ebben a folyamatban zérus. Mivel van hőmérséklet-változás, a hőmennyiség csak úgy lehet zérus, ha fajhő is zérus. A gázok adiabatikus folyamata során a fajhő zérus.

2.5. A TERMODINAMIKA MÁSODIK FŐTÉTELE

Tesztfeladatok

1211. C) Rögzített dugattyúval elzárt hengerben lévő, nagynyomású gáz a dugattyú rögzítésének megszüntetése után kitágul.

1212. C) A reverzíbilis folyamat a valóságban nem létezik, modellfolyamatként használjuk.

1213. C) A folyamat irreverzíbilis.

1214. B) Hőerőgép csak akkor működhet, ha legalább két energiatartállyal van kapcsolatban.

1215. D) A hőerőgép működéséhez legalább két, különböző hőmérsékletű energiatartályra van szükség.

1216. A hamis állítás a C), mert tetszőleges körfolyamatot p-V diagramon ábrázolva a bezárt terület számértékileg éppen a végzett munkát adja.

1217. A) Abban az esetben, ha a p-V digaramon ábrázolt, megfordítható körfolyamatot az óramutató járásával ellentétes irányba működtetünk, akkor a hőerőgépmodellből hűtőgépmodellt kapunk.

1218. B)

Számításos feladatok

1219. $Q_1 = 40$ kJ, $Q_2^* = 31{,}4$ kJ.

a) A munkát a felvett és leadott hőmennyiségek különbsége adja:

$$W_h^* = Q_1 - Q_2^* = 8{,}6 \text{ kJ}.$$

b) A hatásfok definíciója szerint:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2^*}{Q_1} = 0{,}215 = 21{,}5\%.$$

1220. $\eta = 0{,}32$, $t = 1{,}5$ h $= 5400$ s, $Q = 7{,}425 \cdot 10^6$ MJ $= 7{,}425 \cdot 10^{12}$ J.

A reaktorblokk hőteljesítménye:

$$P_{hő} = \frac{Q}{t} = 1{,}375 \cdot 10^9 \text{ W}.$$

A hatásfok definíciója szerint:

$$\eta = \frac{P_{\text{elektromos}}}{P_{\text{hő}}}.$$

A blokk elektromos teljesítménye:

$$P_{\text{elektromos}} = \eta \cdot P_{\text{hő}} = 440 \cdot 10^6 \text{ W} = 440 \text{ MW}.$$

1221. $p_0 = 10^5$ Pa, $V_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ m^3, $f = 5$.

a) A munkát a közbezárt terület adja:

$$W_h^* = (2p_0 - p_0)(4V_0 - V_0),$$
$$W_h^* = 3p_0 \cdot V_0 = 600 \text{ J}.$$

b) Hőfelvétel az 1–2. és 2–3. szakaszokon van. Az izochor és izobár folyamatokat együtt vizsgálva a felvett hőt az első főtétel alapján számolhatjuk:

$$Q_{\text{fel}} = E_3 - E_1 + W_{23}^*,$$

$$Q_{\text{fel}} = \frac{5}{2}(2p_0 \cdot 4V_0 - p_0 \cdot V_0) + 2p_0 \cdot (4V_0 - V_0),$$

$$Q_{\text{fel}} = \frac{47}{2} p_0 \cdot V_0.$$

A hatásfok:

$$\eta = \frac{W_h^*}{Q_{\text{fel}}} = \frac{3p_0 \cdot V_0}{\frac{47}{2} p_0 \cdot V_0}, \qquad \eta = \frac{6}{47} = 0{,}1277 = 12{,}77\%.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

1222. A készülék hőerőgépet modellez, érzékeltetve azt, hogy a villanymotor csak akkor működik, ha készülék két fémlába között hőmérséklet-különbség van. A forró vizet és az olvadó jeget tartamazó edény tölti be a két energiatartály szerepét. A kísérlet azt demonstrálja, hogy hőerőgép működéséhez legalább két, különböző hőmérsékletű energiatartályra van szükség. Ugyanezt a következtetést vonhatjuk le a termodinamika második főtételéből is.

1223. Ez a légkondicionálás nem lesz sikeres. Ahhoz ugyanis, hogy a konyha levegőjétől Q_2^* hőt elvonjunk, az elektromos motornak W munkát kell végezni, és a hűtőgépnek Q_1 hőt kell leadni a környezetének, ahol

$$Q_1 = Q_2^* + W.$$

Most a környezet is a szoba levegője, tehát a leadott hő nagyobb, mint az elvont. Ez a gép nem hűtőgépként fog működni, hanem fűtőgépként. A konyha levegőjének hőmérséklete nem csökken, hanem növekszik.

1224. A légkondicionáló berendezés elvileg úgy működik, mint egy hűtőszekrény. Munkavégzés árán energiát von el a hűtendő tértől, de több energiát ad le a környezetének. A légkondicionálás csak akkor eredményes, ha a leadott energiát az épületen kívüli levegő veszi fel, nem pedig az iroda levegője.

1225. A fonálinga mozgásáról készített felvételt visszafelé lejátszva nem veszünk észre semmi lényeges különbséget, nem tűnik elképzelhetetlennek a látvány. Ennek oka az, hogy az ingamozgás reverzíbilis, megfordítható folyamatnak tekinthető. A második felvétel visszafelé történő lejátszása nagyon meglepő. Az eltört tojások összeállnak az eredeti, töretlen tojásokká, utána pedig maguktól felemelkednek a konyha ablakába. Ez nem csupán meglepő, de elképzelhetetlen is. Ennek oka az, hogy a tojások leejtésekor, eltörésekor lejátszódó folyamat irreverzíbilis, azaz megfordíthatatlan folyamat.

1226. A válaszfal kivétele után a méhek az egész kaptárt elfoglalják, az egész térben repkednek, egyenletesen kitöltve azt. Ezzel az analógiával a gázok vákuumba tágulását modelleztük. A válaszfal kivétele után mindkét esetben olyan folyamat indul el, amely az egyenletes térkitöltés elérésére irányul. A második főtétel szerint azért az egyenletes eloszlás valósul meg, mert ennek a bekövetkezése a legvalószínűbb, ehhez a makroállapothoz tartozik a legtöbb mikroállapot.

1227. A hőerőgép hőenergiát vesz fel egy magasabb hőmérsékletű helyről (kazán), és a felvett energiát alakítja át mechanikai munkává. Ahhoz, hogy a hőerőgép

periodikusan működhessen, vissza kell jutnia eredeti állapotába. Ehhez hőt kell leadnia egy alacsonyabb hőmérsékletű helyre (hűtő). Ezért a felvett energiát nem alakítja át teljes egészében hasznos munkává, így hatásfoka kisebb 1-nél.

1228. A folyamat során egyéb változás, koncentrációkiegyenlítődés is történik. Ez működteti a hőáramlást.

2.6. HALMAZÁLLAPOT-VÁLTOZÁSOK

Tesztfeladatok

1229. C)	**1230.** A)	**1231.** B)	**1232.** A)
1233. C)	**1234.** B)	**1235.** C)	**1236.** A)
1237. B)	**1238.** B)	**1239.** B)	**1240.** A)
1241. C)	**1242.** B)	**1243.** A)	**1244.** C)
1245. B)	**1246.** C)	**1247.** B)	**1248.** C)
1249. A)	**1250.** D)	**1251.** C)	**1252.** B)
1253. A)	**1254.** D)	**1255.** A)	**1256.** C)
1257. A)	**1258.** C)	**1259.** C)	**1260.** B)
1261. C)	**1262.** C)		

1263. Hamis állítás a D), mert a telített gőzökre nem mindig érvényesek a gáztörvények. (Hiszen a telített gőzök nyomása nem függ a térfogattól, így a Boyle–Mariotte-törvény nem érvényes.)

1264. Hamis állítás a B). A telített gőznyomás növekszik a hőmérséklet emelkedésével, ugyanis a forráspont az a hőmérséklet, amelyen a telített gőznyomás megegyezik a külső légnyomással.

1265. Hamis állítás a D). A szilárd testek az adott nyomáshoz tartozó olvadáspontjuk fölé nem melegíthetők.

1266. Igaz állítás az A). A telített gőzök nyomása a térfogattól független, az anyagi minőségen kívül csak a hőmérséklettől függ.

1267. Hamis állítás a C). Nyitott edényben a folyadék mindaddig párolog, míg a felszín feletti tér a folyadék gőzével telítetté nem válik.

1268. Hamis állítás a B), mert alacsonyabb hőmérsékleten a kohéziós erők legyőzéséhez szükséges munka, és ezzel a párolgáshő is nagyobb.

1269. Igaz állítás a D). A krioforral, amelynek felső gömbjében víz, többi részében pedig telített vízgőz van, megfagyasztható a víz, ha az alsó részét hűtőkeverékkel veszik körül.

1270. Igaz állítás a D). A jég szublimálni, a víz forrni kezd.

1271. C) A 73 K hőmérsékletű oxigén folyékony halmazállapotú.

1272. C) A naftalin szobahőmérsékleten szublimál, és telített gőze kellemetlen légkört hoz létre a molyok számára, ami elriasztja őket.

Számításos feladatok

1273. *a)* Az arany olvasztásához az energiaigény:

$$Q = m \cdot L_0 = 0{,}005\ \text{kg} \cdot 0{,}65\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 3{,}25\ \text{J}.$$

b) Az energiaigény arányos a tömeggel, tehát 12 g arany megolvasztásához $\frac{12}{5} =$ $= 2{,}4$-szeresére nő az energiaszükséglet.

1274. *a)* Az vas felmelegítéséhez

$$Q_1 = c \cdot m \cdot \Delta T = 0{,}462\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\ ^\circ\text{C}} \cdot 2000\ \text{kg} \cdot 1519\ ^\circ\text{C} = 1{,}4 \cdot 10^6\ \text{kJ}$$

energia kell. Az olvasztáshoz

$$Q_2 = m \cdot L_0 = 2000\ \text{kg} \cdot 273\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 5{,}46 \cdot 10^5\ \text{kJ}.$$

A szükséges összes energia:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 1{,}95 \cdot 10^6\ \text{kJ}.$$

b) A melegítéshez kell a több energia, mert $Q_1 > Q_2$.

1275. *a)* A jeget

$$Q_1 = m_j \cdot L_o = 0{,}015\ \text{kg} \cdot 340\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 5{,}1\ \text{kJ}$$

energia olvasztja meg. Ehhez az energiát az x tömegű víz szolgáltatja:

$$Q_2 = c_v \cdot x \cdot \Delta T = 4{,}2\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\ ^\circ\text{C}} \cdot x \cdot 50\ ^\circ\text{C} = 210 \cdot x\ \text{kJ}.$$

$$Q_1 = Q_2,$$

$$5{,}1\ \text{kJ} = 210 \cdot x\ \text{kJ},$$

$$x = 0{,}024\ \text{kg} = 24\ \text{g}.$$

b) Kevesebb vízzel nem olvad meg az összes jég. A végállapotban ekkor 0 °C-on jég és víz lesz egyensúlyban.

1276. *a)* A jég által felvett energiát a lehűlő kóla energiacsökkenése fedezi.

$$x \cdot L_o + c_v \cdot x \cdot T_1 = c_v \cdot m_v \cdot (T_2 - T_1),$$

ahol x a jég tömegét jelöli. $T_1 = 8\ ^\circ\text{C}$, $T_2 = 22\ ^\circ\text{C}$, $m_v = 0{,}3$ kg, $c_v = 4{,}2\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\ ^\circ\text{C}}$.

$$x = \frac{c_v \cdot m_v \cdot (T_2 - T)}{L_o + c_v T} = \frac{4{,}2\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0{,}3\ \text{kg} \cdot 14\ ^\circ\text{C}}{340\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 4{,}2\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 8\ ^\circ\text{C}} = 0{,}047\ \text{kg} = 47\ \text{g}.$$

1277. A fagyi testhőmérsékletre melegítéséhez szükséges hő (a test által leadott hő):

$$Q_{le} = L_o \cdot m_f + c_v \cdot m_f \cdot (t - 0\ ^\circ\text{C}) = 167\,480\ \text{J} + 75\,294\ \text{J} = 242\,774\ \text{J} = 242{,}8\ \text{kJ}.$$

A cukor elfogyasztásakor keletkező energia:

$$Q_{fel} = H \cdot m_c = 7{,}15 \cdot 10^5\ \text{J} = 715\ \text{kJ}.$$

Mivel $Q_{fel} > Q_{le}$, ezért a szervezet energiát nyer: $Q_{fel} - Q_{le} = 472{,}2$ kJ energiát, ezért a fogyókúra pusztán energetikai szempontokat figyelembe véve sem lehetséges ezzel a módszerrel.

1278. A víz tömege 1 kg. Ha eltekintünk az edény melegítéséhez szükséges hőtől, a víz 100 °C-ra történő melegítéséhez és 1 kg mennyiség elforralásához szükséges hő:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t + L_f \cdot m = 1\ \text{kg} \cdot 4200\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\ ^\circ\text{C}} \cdot 82\ ^\circ\text{C} + 2{,}26 \cdot 10^6\ \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 1\ \text{kg} = 2{,}6 \cdot 10^6\ \text{J}.$$

Ehhez a tűzhelynek $E = \frac{Q}{\eta} = \frac{2{,}6 \cdot 10^6 \text{ J}}{0{,}8} = 3{,}25 \cdot 10^6 \text{ J}$ energiát kellett leadnia.

Az ehhez szükséges idő: $t = \frac{E}{P} = 1625 \text{ s} = 27$ perc, vagyis majdnem fél órát beszéltek.

1279. A jégtakaró térfogata: $V = h \cdot A = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot 5{,}95 \cdot 10^8 \text{ m}^2 = 2{,}975 \cdot 10^5 \text{ m}^3$.

Tömege: $m = V \cdot \varrho = 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2{,}975 \cdot 10^5 \text{ m}^3 = 2{,}737 \cdot 10^8 \text{ kg}$.

Ekkora tömegű víz megfagyásakor felszabaduló hő:

$$Q = L_o \cdot m = 3{,}33 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 2{,}737 \cdot 10^8 \text{ kg} = 9{,}11 \cdot 10^{13} \text{ J} = 9{,}11 \cdot 10^4 \text{ GJ}.$$

A Balaton nagyon ritkán fagy be. Ez az energia nagy területen szétszóródik a környezetbe.

1280. Leolvasható adatok:

Kezdeti hőmérséklet: 0 °C.

A jég teljes egészében megolvadt, a keletkezett víz 20 °C-ra melegedett.

A jég megolvadásához szükséges hő: $Q = 6{,}6 \cdot 10^4$ J (ennél nagyobb pontossággal nem olvasható le).

A víz felmelegedéséhez szükséges hő: $Q = 1{,}7 \cdot 10^4$ J (ennél nagyobb pontossággal nem olvasható le).

Kiszámítható adatok:

A felmelegedéshez szükséges hőből és a hőmérséklet-változásból a tömeg ismeretében meghatározható a víz fajhője:

$$c_{\text{víz}} = \frac{Q}{m \, \Delta T} = \frac{1{,}7 \cdot 10^4 \text{ J}}{0{,}2 \cdot 20} = 4{,}25 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}.$$

A víz olvadáshője:

$$L_o = \frac{Q}{m} = \frac{6{,}6 \cdot 10^4 \text{ J}}{0{,}2 \text{ kg}} = 330 \text{ kJ}.$$

1281. *a)* A kávé energiaigényét a lecsapódó és lehűlő vízgőz fedezi.

$$x \cdot L_f + c_v \cdot x \cdot (T_1 - T) = c_v \cdot m_k \cdot (T - T_2),$$

ahol x jelöli a gőz tömegét, $T_1 = 100$ °C, $T_2 = 35$ °C, $T = 60$ °C.

$$x = \frac{c_v \cdot m_k \cdot (T - T_2)}{L_f + c_v \cdot (T - T)_1} = \frac{4{,}2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{°C}} \cdot 0{,}15 \text{ kg} \cdot 25 \text{ °C}}{2260 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 4{,}2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{°C}} \cdot 40 \text{ °C}} = 6{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 6{,}5 \text{ g}.$$

II.

b) A gőzölés előnye, hogy kevésbé hígul fel a kávé.

1282. *a)* A kövek lehűlve elgőzölik a vizet.

$$c_v \cdot m_v \cdot \Delta T_1 + m_v \cdot L_f = c_{kő} \cdot m_{kő} \cdot \Delta T_2,$$

ahol $\Delta T_1 = 80\ °C$, ΔT_2 a kövek hőmérséklet-változása.

$c_v = 4{,}2\ \frac{kJ}{kg\ °C}$, $m_v = 0{,}5\ kg$, $m_{kő} = 50\ kg$, $L_f = 2260\ \frac{kJ}{kg}$, $c_{kő} = 0{,}9\ \frac{kJ}{kg\ °C}$.

$$\Delta T_2 = \frac{c_v \cdot m_v \cdot \Delta T_1 + L_f}{c_{kő} \cdot m_{kő}} = 54\ °C.$$

b) A lehűlő vas a vizet melegíti.

1283. *a)* A kaloriméterben a jég és a víz egyensúlya azt jelenti, hogy ezek 0 °C hőmérsékletűek. Az alumínium behelyezése után a termikus egyensúly hőmérsékletét jelöljük T-vel. Az alumínium által leadott energia:

$$Q_1 = c_{Al} \cdot m_{Al} \cdot (T_1 - T).$$

Ezt a jég és a víz veszi fel:

$$Q_2 = m_j \cdot L_o + c_v \cdot (m_j + m_v) \cdot T.$$

A kettő egyenlőségéből

$$c_{Al} \cdot m_{Al} \cdot (T_1 - T) = m_j \cdot L_o + c_v \cdot (m_j + m_v) \cdot T,$$

amiből

$$T = \frac{c_{Al} \cdot m_{Al} \cdot T_1 - m_j \cdot L_o}{c_v \cdot (m_j + m_v) + c_{Al} \cdot m_{Al}}.$$

Az adatok: $m_j = 0{,}04\ kg$, $m_v = 0{,}15\ kg$, $m_{Al} = 0{,}15\ g$, $T_1 = 200\ °C$, $c_{Al} = 0{,}924\ \frac{kJ}{kg\ °C}$. Ezek behelyettesítése után:

$$T = 15\ °C.$$

b) Az alumínium

$$Q_1 = c_{Al} \cdot m_{Al} \cdot (T_1 - T) = 25{,}64\ kJ$$

energiát adott le.

1284. *a)* A kanál és a forró kávé között termikus kiegyenlítődés játszódik le. A kávé lehűl, és lead

$$Q_1 = c_v \cdot m_k \cdot (T_1 - T)$$

energiát, ahol T jelöli a közös hőmérsékletet. A kanál ettől az energiától felmelegszik ugyancsak T hőmérsékletre.

$$Q_2 = c_w \cdot m_w \cdot (T - T_2),$$

$$c_v \cdot m_k(T_1 - T) = c_w \cdot m_w \cdot (T - T_2).$$

Az adatok: $m_k = 0{,}12$ kg, $T_1 = 80$ °C, $m_w = 0{,}1$ kg, $T_2 = 18$ °C, $c_w = 0{,}87 \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg °C}}$.

Ezekből

$$T = 70{,}8 \text{ °C}$$

adódik. Igen ám! De a kanál már 60 °C-nál elolvad! Mennyi energia kell a kanál elolvadásához?

$$Q = m_w \cdot L_o = 0{,}1 \text{ kg} \cdot 33{,}6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 3{,}36 \text{ kJ}.$$

Ennyi energiát a kávé

$$Q = c_v \cdot m_k \cdot \Delta T$$

összefüggés alapján már

$$\Delta T = \frac{Q}{c_v \cdot m_v} = \frac{3{,}36 \text{ kJ}}{4{,}2 \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg °C}} \cdot 0{,}12 \text{ kg}} = 6{,}6 \text{ °C}$$

hőmérséklet-csökkenés mellett lead. Ettől elolvad a fém, de az olvadt fém még csak 60 °C hőmérsékletű, a víz pedig még mindig 73,4 °C-os. A további folyamat során a víz tovább hűl, a fém pedig olvadt állapotban tovább melegszik. A tréfa ebben az esetben az volt, hogy a kanál a vendégek elképedése mellett elolvadt.

1285. *a)* A sok és forró vízben valószínűleg az összes jég elolvad, sőt fel is melegszik. Tegyük fel, hogy ez történik! Az egyensúlyi állapot hőmérsékletét jelöljük T-vel! A termikus kölcsönhatás során leadott és felvett energiák egyenlőségét kifejező egyenlet:

$$c_j \cdot m_j \cdot (0 - T_1) + m_j \cdot L_o + c_v \cdot m_j \cdot (T - 0) = c_v \cdot m_v \cdot (T_2 - T).$$

A feladatban megadott adatok alapján $T = 20{,}4$ °C.

b) Igen kiszámítható. Ki kell számítani, hogy mennyi energia kell a jég megolvadásához, és mennyi energiát adhat le a víz, miközben 0 °C-ra hűl:

$$Q_1 = c_j \cdot m_j \cdot (0 - T_1) + m_j \cdot L_o = 45{,}84 \text{ kJ}$$

energia árán megolvad a jég, a víz pedig 0 °C-ra hűlve

$$Q_2 = c_v \cdot m_v \cdot (T_2 - O) = 67{,}2 \text{ kJ}$$

energiát adhat le, ami több, mint ami ennyi jég megolvadásához kell. A jég tehát meg fog olvadni. Helyes volt a kiinduló feltevés.

1286. *a)* A jég 60%-ának a megolvasztásához

$$Q = m_j \cdot 0{,}6 \cdot L_o = 0{,}3 \text{ kg} \cdot 0{,}6 \cdot 340 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 61{,}2 \text{ kJ}$$

energia szükséges. Ekkora energiát

$$m_v = \frac{Q}{c_v \cdot \Delta T} = 0{,}66 \text{ kg}$$

22 °C-os csapvíz tud leadni 0 °C-ra hűlve.
b) A folyamat végére 0 °C hőmérsékletű, 0,96 liter víz lesz a kaloriméterben.

1287. *a)* Célszerű ennek a feladatnak a megoldását rögtön úgy kezdeni, hogy ellenőrizzük, vajon megolvad-e az összes jég? A jég olvadása

$$Q_1 = c_j \cdot m_j \cdot 10 + m_j \cdot L_o = 2{,}1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg °C}} \cdot 0{,}4 \text{ kg} \cdot 10 \text{ °C} + 0{,}4 \text{ kg} \cdot 340 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 144{,}4 \text{ kJ}$$

energiát igényel. A víz le tud adni $Q_2 = c_v \cdot m_v \cdot 25 = 84$ kJ-t.
Ennyi energia elegendő ahhoz, hogy az összes jég felmelegedjen 0 °C-ra, de csak egy része fog felolvadni. Jelöljük a felovadó jég tömegét x-szel!

$$c_j \cdot m_j \cdot 10 + x \cdot L_o = Q_2.$$

Adatokkal:

$$2{,}1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg °C}} \cdot 0{,}4 \text{ kg} \cdot 10 \text{ °C} + 340 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot x = 84 \text{ kJ}.$$

Ebből $x = 0{,}22$ kg.
Az egyensúlyi állapotban lesz 1,02 liter víz és 0,18 kg jég.
b) A megolvadt jég mennyisége 0,22 kg.

1288. *a)* 10 perc alatt a merülőforraló 15 kJ energiát ad át az alkoholnak. Ennyi energia 16,5 g alkoholt forral el. A forráshő tehát

$$L_f = \frac{Q}{m} = \frac{15 \text{ kJ}}{0{,}0165 \text{ kg}} = 909 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}.$$

b) Mivel az elforralt mennyiség arányos a betáplált energiával, a 15% energiahiány 15%-kal kevesebb alkoholt forralna el percenként.

1289. $m = 1\ \text{kg}$, $T_1 = 20\ ^\circ\text{C}$, $T_0 = 1063\ ^\circ\text{C}$, $c = 130\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $\Delta E_b = 202\ \text{kJ}$.

Az aranyrúd belső energiája két részfolyamatban növekszik, a melegítési és az olvasztási folyamatban. Ezt felhasználva:

$$\Delta E_b = c \cdot m \cdot (T_0 - T_1) + L_o \cdot m.$$

Az arany olvadáshője:

$$L_o = \frac{\Delta E_b - c \cdot m \cdot (T_0 - T_1)}{m} = 66{,}41\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}.$$

1290. $m = 4\ \text{kg}$, $\Delta T = 300\ ^\circ\text{C}$, $Q = 96\ \text{kJ}$.

a) Az olvadás közben felvett energia:

$$Q = L_o \cdot m.$$

A keresett olvadáshő:

$$L_o = \frac{Q}{m} = 24\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}.$$

b) Az olvadáspont és az olvadáshő ismeretében könnyen látható, hogy az ismeretlen anyag csak az ólom lehet.

1291. $m = 2{,}4\ \text{kg}$, $T_f = 100\ ^\circ\text{C}$, $L_f = 2260\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, $p_0 = 10^5\ \text{Pa}$, $\kappa_v = 1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $\kappa_g = 0{,}6\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

a) Az elforraláshoz szükséges hőmennyiség:

$$Q = L_f \cdot m = 5424\ \text{kJ}.$$

b) Az elforralás során a gőzzé alakulás során a térfogat jelentősen megnövekszik, miközben a nyomás állandó. Így a forrás izobár folyamatnak tekinthető. A térfogatok ismeretében a gőz által végzett munka könnyen számolható. Legyen a víz térfogata V_v, a gőz térfogata V_g.

$$V_v = \frac{m}{k_v} = 2{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3,$$

$$V_g = \frac{m}{k_g} = 4\ \text{m}^3.$$

A gőz által végzett munka:

$$W = p_0 \cdot (V_g - V_v) = 399{,}76\ \text{kJ}.$$

1292. $m_1 = 12\ \text{kg}$, $c_1 = 4{,}2\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}$, $T_\text{k} = 70\ {}^\circ\text{C}$, $m_2 = 1{,}2\ \text{kg}$, $T_\text{f} = 100\ {}^\circ\text{C}$, $L_\text{f} = 2260\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

Legyen a víz kezdeti hőmérséklete T_1. A lejátszódó folyamat során az edényben lévő víz belső energiájának növekedése egyenlő lesz a gőz által leadott energiával:

$$c_1 \cdot m_1 \cdot (T_\text{k} - T_1) = L_\text{f} \cdot m_2 + c_1 \cdot m_2 \cdot (T_\text{f} - T_\text{k}).$$

Ebből a víz kezdeti hőmérséklete:

$$T_1 = T_\text{k} - \frac{L_\text{f} \cdot m_2 + c_1 \cdot m_2 \cdot (T_\text{f} - T_\text{k})}{c_1 \cdot m_1} = 13{,}2\ {}^\circ\text{C}.$$

1293. $T_1 = 20\ {}^\circ\text{C}$, $c = 1{,}8\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}$, $L_\text{f} = 336\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, $t_1 = 6\ \text{min}$, $t_2 = 4\ \text{min}$.

Legyen a kérdéses folyadék tömege m, forráspontja T_f, a melegítőberendezés kezdeti teljesítménye P. A teljesítmény definíciója szerint:

$$P = \frac{c \cdot m \cdot (T_\text{f} - T_1)}{t_1},$$

$$2P = \frac{L_\text{f} \cdot m}{t_2}.$$

Ezen egyenletek felhasználásával:

$$2 \cdot \frac{c \cdot m \cdot (T_\text{f} - T_1)}{t_1} = \frac{L_\text{f} \cdot m}{t_2}.$$

Ebből a keresett forráspont:

$$T_\text{f} = T_1 + \frac{L_\text{f}}{2 \cdot c} \cdot \frac{t_1}{t_2} = 160\ {}^\circ\text{C}.$$

1294. $T_0 = 0\ {}^\circ\text{C}$, $c = 4{,}2\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}$, $t_1 = 20\ \text{min} = 1200\ \text{s}$, $L_\text{o} = 340\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, $t_2 = 30\ \text{min} = 1800\ \text{s}$, $T_2 = 17\ {}^\circ\text{C}$.

a) Legyen a melegítőberendezés teljesítménye P, és t_2 ideig történő melegítéssel elért hőmérséklet T_1! A melegítőberendezés által közölt energia mindkét esetben a rendszer belső energiáját növelte:

$$P \cdot t_1 = L_\text{o} \cdot m,$$

$$P \cdot t_2 = L_\text{o} \cdot m + c \cdot m \cdot (T_1 - T_0).$$

Az egyenleteket elosztva egymással:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{L_o + c \cdot (T_1 - T_0)}{L_o}.$$

Ebből a keresett T_1 hőmérséklet:

$$T_1 = \frac{t_2 - t_1}{t_1} \cdot \frac{L_o}{c} + T_0 = 40{,}5\ ^\circ\text{C}.$$

b) A melegítő teljesítménye az első egyenletből:

$$P = \frac{L_o \cdot m}{t_1}.$$

Tegyük fel, hogy a T_2 hőmérséklét eléréséig a jég elolvadásától számítva Δt telik el! Ezen időtartamra vonatkozó energiamérleg:

$$\frac{L_o \cdot m}{t_1} \cdot \Delta t = c \cdot m \cdot (T_2 - T_0).$$

Ebből: $\Delta t = \dfrac{c \cdot (T_2 - T_0)}{L_o} t_1 = 4{,}2$ min.

A bekapcsolástól számított idő:

$$t_3 = t_1 + \Delta t = 24{,}2 \text{ min}.$$

1295. $T_1 = 19\ ^\circ\text{C}$, $t_2 = 6000$ s, $m = 0{,}1$ kg, $c_1 = 4{,}2\ \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $t_1 = 1425$ s, $c_2 = 2{,}1\ \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $T_0 = 0\ ^\circ\text{C}$, $T_2 = -6\ ^\circ\text{C}$.

a) A hűtőszekrény hűtőteljesítménye:

$$P_h = \frac{c_1 \cdot m \cdot (T_1 - T_0)}{t_1} = 5{,}6 \text{ W}.$$

A fagyás során t_2 idő alatt elvont energia:

$$L_o \cdot m = P_h \cdot t_2.$$

Az olvadáshő:

$$L_o = \frac{P_h \cdot t_2}{m} = 336\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}.$$

b) Jelöljük t_3-mal azt az időt, amely a fagyás befejezésétől a T_2 hőmérsékletre való lehűtéskor eltelik.

$$P_h \cdot t_3 = c_2 \cdot m \cdot (T_0 - T_2),$$

$$t_3 = \frac{c_2 \cdot m \cdot (T_0 - T_2)}{P_h} = 225 \text{ s}.$$

A keresett idő:

$$t_ö = t_1 + t_2 + t_3 = 7650 \text{ s}.$$

1296. $T_1 = 10\ °C$, $m_2 = 1{,}3$ kg, $L_o = 24 \frac{kJ}{kg}$, $T_2 = 95\ °C$, $T_3 = 94\ °C$, $c_2 = 4{,}2 \frac{kJ}{kg \cdot °C}$, $T_4 = 327\ °C$, $Q = 27{,}145$ kJ.

a) Az elvégzett kísérlet alapján a fémtárgy tömege és fajhője határozható meg.

b) Legyen a fémtárgy tömege m_1, fajhője c_1! A kaloriméteres kísérletben fémtárgy belső energiájának növekedése egyenlő a víz belső energiájának csökkenésével.

$$c_1 \cdot m_1 \cdot (T_3 - T_1) = c_2 \cdot m_2 \cdot (T_2 - T_3).$$

Ebből a fajhő és tömeg szorzata:

$$c_1 \cdot m_1 = \frac{c_2 \cdot m_2 \cdot (T_2 - T_3)}{(T_3 - T_1)} = 65 \frac{J}{°C}.$$

Az olvasztókemencében a $T_3 = 94\ °C$ hőmérsékletű fémtárgy először felmelegszik a $T_4 = 327\ °C$ olvadáspontra, majd megolvad.

A közölt energia:

$$Q = c_1 \cdot m_1 \cdot (T_4 - T_3) + L_o \cdot m_1.$$

Ebből a tömeg:

$$m_1 = \frac{Q - c_1 \cdot m_1 \cdot (T_4 - T_3)}{L_o} = 0{,}5 \text{ kg}.$$

Ismerve a $c_1 m_1$ szorzatot a fajhő kiszámolható:

$$c_1 = \frac{c_1 \cdot m_1}{m_1} = 130 \frac{J}{kg \cdot °C}.$$

1297. $L_o = 340 \frac{kJ}{kg}$, $L_p = 2480 \frac{kJ}{kg}$.

Legyen a víz tömege kezdetben m_0 az elpárolgott víz tömege m_1, a keletkezett jég tömege m_2! A párolgáshoz energia szükséges, ami a lombikban lévő víz belső energiájának csökkenéséhez vezet, és így a víz megfagy.

$$L_p \cdot m_1 = L_o \cdot m_2,$$

továbbá: $m_0 = m_1 + m_2$.

Ezekből:

$$\frac{m_1}{m_0} = \frac{L_o}{L_o + L_p} = 0{,}1206 \Rightarrow 12{,}06\%.$$

1298. $T_1 = -10\ °C$, $T_0 = 0\ °C$, $c = 4{,}2\ \frac{kJ}{kg \cdot °C}$, $L_o = 340\ \frac{kJ}{kg}$.

A fagyás a fagyásponton, a T_0 hőmérsékleten történik, ezért az m tömegű víz felmelegszik a fagyáspontra. Ehhez azonban energia szükséges, amit az biztosít, hogy a víz egy része megfagy. Legyen a megfagyott víz tömege x. Az energiamegmaradás miatt:

$$c \cdot m \cdot (T_0 - T_1) = L_o \cdot x.$$

A keresett arány:

$$\frac{x}{m} = \frac{c \cdot (T_0 - T_1)}{L_o} = 0{,}124.$$

1299. $A = 100\ cm^2$, $m = 20\ g$, $T_0 = 0\ °C$, $p_0 = 10^5\ Pa$, $c = 4{,}2\ \frac{kJ}{kg \cdot °C}$, $L_f = 2260\ \frac{kJ}{kg}$, $T_f = 100\ °C$, $Q = 20\ kJ$.

Először határozzuk meg a víz forráspontra melegítéséhez szükséges Q_1 hőt!

$$Q_1 = c \cdot m \cdot (T_f - T_1) = 8{,}4\ kJ.$$

Ennek alapján a keletkező vízgőz tömege:

$$m_g = \frac{Q - Q_1}{L_f} = 5{,}13\ g.$$

Tegyük fel, hogy a dugattyú h magasságig emelkedik! Az állapotegyenlet felhasználásával:

$$p_0 \cdot A \cdot h = \frac{m_g}{M_{víz}} \cdot R \cdot T_f.$$

Ebből a dugattyú h magassága:

$$h = \frac{m_g}{M_{víz}} \cdot \frac{R \cdot T_f}{p_0 \cdot A} = 0{,}884\ m.$$

1300. A 20 °C-os víz 0 °C-ra hűl, és eközben a jég egy része felolvad. Jelöljük x-szel a felolvadó jég tömegét.

$$x \cdot L_o = c \cdot m \cdot \Delta T,$$

$$x = \frac{c \cdot m \cdot \Delta T}{L_o} = \frac{4{,}18 \cdot 0{,}5 \cdot 20}{334} = 0{,}125\ kg.$$

Tehát 0,625 kg vízből és 0,375 kg jégből álló 0 °C-os keverék keletkezik.

II.

1301. $T_1 = -10\ °C$, $T_0 = 0\ °C$, $T_2 = 100\ °C$, $T_3 = 110\ °C$, $c_1 = 2{,}1\ \frac{kJ}{kg \cdot °C}$, $c_2 = 4{,}2\ \frac{kJ}{kg \cdot °C}$, $c_3 = 1{,}6\ \frac{kJ}{kg \cdot °C}$, $L_o = 340\ \frac{kJ}{kg}$, $L_f = 2260\ \frac{kJ}{kg}$.

A termikus kölcsönhatások során a jég energiaváltozása megegyezik a vízgőz energiaváltozásával.

a)

$$c_1 \cdot m_1 \cdot (T_0 - T_1) = L_o \cdot m_2 + c_2 \cdot m_2 \cdot (T_2 - T_0) + L_f \cdot m_2 + c_3 \cdot m_2 \cdot (T_3 - T_2),$$

ahonnan:

$$m_1 = \frac{L_o \cdot m_2 + c_2 \cdot m_2 \cdot (T_2 - T_0) + L_f \cdot m_2 + c_3 \cdot m_2 \cdot (T_3 - T_2)}{c_1 \cdot (T_0 - T_1)}.$$

Az adatok felhasználásával:

$$m_1 = 144{,}57 \cdot m_2.$$

A keresett arány:

$$\frac{m_1}{m_1 + m_2} = 0{,}993.$$

Az eredeti össztömeg 99,3%-a volt jég.

b)

$$c_1 \cdot m_1 \cdot (T_0 - T_1) + L_o \cdot m_1 = c_2 \cdot m_2 \cdot (T_2 - T_0) + L_f \cdot m_2 + c_3 \cdot m_2 \cdot (T_3 - T_2),$$

ahonnan:

$$m_1 = \frac{c_2 \cdot m_2 \cdot (T_2 - T_0) + L_f \cdot m_2 + c_3 \cdot m_2 \cdot (T_3 - T_2)}{c_1 \cdot (T_0 - T_1) + L_0}.$$

Az adatok felhasználásával:

$$m_1 = 7{,}47 \cdot m_2.$$

A keresett arány:

$$\frac{m_1}{m_1 + m_2} = 0{,}882.$$

Az eredeti össztömeg 88,2%-a volt jég.

c)

$$c_1 \cdot m_1 \cdot (T_0 - T_1) + L_o \cdot m_1 + c_2 \cdot m_1 \cdot (T_2 - T_0) = L_f \cdot m_2 + c_3 \cdot m_2 \cdot (T_3 - T_2),$$

ahonnan:

$$m_1 = \frac{L_f \cdot m_2 + c_3 \cdot m_2 \cdot (T_3 - T_2)}{c_1 \cdot (T_0 - T_1) + L_o + c_2 \cdot (T_2 - T_0)}.$$

Az adatok felhasználásával:

$$m_1 = 2{,}91 \cdot m_2.$$

A keresett arány:

$$\frac{m_1}{m_1 + m_2} = 0{,}744.$$

Az eredeti össztömeg 74,4%-a volt jég.

d)

$$c_1 \cdot m_1 \cdot (T_0 - T_1) + L_o \cdot m_1 + c_2 \cdot m_1 \cdot (T_2 - T_0) + L_f \cdot m_1 = c_3 \cdot m_2 \cdot (T_3 - T_2),$$

ahonnan:

$$m_1 = \frac{c_3 \cdot m_2 \cdot (T_3 - T_2)}{c_1 \cdot (T_0 - T_1) + L_o + c_2 \cdot (T_2 - T_0) + L_f}.$$

Az adatok felhasználásával:

$$m_1 = 5{,}26 \cdot 10^{-3} \cdot m_2.$$

A keresett arány:

$$\frac{m_1}{m_1 + m_2} = 5{,}23 \cdot 10^{-3}.$$

Az eredeti össztömeg 0,523%-a volt jég.

1302. $V = 1{,}5\ \text{l} = 1{,}5\ \text{dm}^3$, $\varrho = 1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $T_1 = 18\ ^\circ\text{C}$, $T_0 = 0\ ^\circ\text{C}$, $T_2 = -4\ ^\circ\text{C}$, $c_1 = 4{,}2\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $c_2 = 2{,}1\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $L_o = 340\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

A víz belső energiájának megváltozása:

$$\Delta E_b = c_1 \cdot \varrho \cdot V \cdot (T_1 - T_0) + L_o \cdot m + c_2 \cdot m \cdot (T_0 - T_2).$$

Az adatok behelyettesítése után:

$$\Delta E_b = 636\ \text{kJ}.$$

1303. $T_1 = 1250\ ^\circ\text{C}$, $m_1 = 1{,}2\ \text{kg}$, $c_1 = 860\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $T_2 = 20\ ^\circ\text{C}$, $c_2 = 4{,}2\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $T_3 = 100\ ^\circ\text{C}$, $L_f = 2260\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

Az acélabroncs energiaváltozása megegyezik a hűtővíz energiaváltozásával:

$$c_1 \cdot m_1 \cdot (T_1 - T_3) = c_2 \cdot m_2 \cdot (T_3 - T_2) + 0{,}08 \cdot L_f \cdot m_2.$$

A felhasznált hűtővíz tömege:

$$m_2 = \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot (T_1 - T_3)}{c_2 \cdot (T_3 - T_2) + 0{,}08 \cdot L_f}.$$

Az adatok behelyettesítése után:

$$m_2 = 2{,}296\ \text{kg}.$$

II.

1304. $T_1 = -4\ °C$, $T_0 = 0\ °C$, $c = 2{,}1\ \frac{kJ}{kg \cdot °C}$, $L_o = 340\ \frac{kJ}{kg}$.

Az energiamegmaradás törvénye szerint:

$$\frac{1}{2}mv^2 = c \cdot m \cdot (T_0 - T_1) + L_o \cdot m.$$

Az egyenlet rendezése után:

$$v = \sqrt{2\{c(T_0 - T_1) + L_o\}}.$$

Adatokkal a legkisebb sebesség:

$$v = 834{,}7\ \frac{m}{s}.$$

1305. $V = 5\ dl = 0{,}5\ dm^3$, $\varrho = 10^3\ \frac{kg}{m^3} = 1\ \frac{kg}{dm^3}$, $T_1 = 4\ °C$, $T_2 = 52\ °C$, $T_3 = 100\ °C$, $T_4 = 110\ °C$, $c_1 = 4{,}2\ \frac{kJ}{kg \cdot °C}$, $c_2 = 1{,}6\ \frac{kJ}{kg \cdot °C}$, $L_f = 2260\ \frac{kJ}{kg}$.

A feketekávé és a vízgőz belső energiájának megváltozása megegyezik:

$$c_1 \cdot \varrho \cdot V \cdot (T_2 - T_1) = c_2 \cdot m_2 \cdot (T_4 - T_3) + L_f \cdot m_2 + c_1 \cdot m_2 \cdot (T_3 - T_2).$$

A felhasznált vízgőz tömege:

$$m_2 = \frac{c_1 \cdot \varrho \cdot V \cdot (T_2 - T_1)}{c_2 \cdot (T_4 - T_3) + L_f + c_1 \cdot (T_3 - T_2)}.$$

Az adatok felhasználásával:

$$m_2 = 0{,}0407\ kg = 40{,}7\ g.$$

1306. $m_1 = 200\ g = 0{,}2\ kg$, $m_2 = 500\ g = 0{,}5\ kg$, $m_3 = 50\ g = 0{,}05\ kg$, $T_0 = 0\ °C$, $T_1 = 18\ °C$, $T_3 = -20\ °C$, $c_1 = 400\ \frac{J}{kg \cdot °C}$, $c_2 = 4{,}2\ \frac{kJ}{kg \cdot °C}$, $c_3 = 2{,}1\ \frac{kJ}{kg \cdot °C}$, $L_o = 340\ \frac{kJ}{kg}$.

Az energiamegmaradás törvénye értelmében:

$$(c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2)(T_1 - T_2) = c_3 \cdot m_3 \cdot (T_0 - T_3) + L_o \cdot m_3 + c_2 \cdot m_3 \cdot (T_2 - T_0),$$

ahonnan a közös hőmérséklet:

$$T_2 = \frac{(c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2)T_1 + c_3 \cdot m_3 \cdot T_3 - L_o \cdot m_3}{c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot (m_2 + m_3)}.$$

Az adatok behelyettesítésével:

$$T_2 = 8{,}4\ °C.$$

1307. $T_1 = 20\ °C$, $T_2 = 190\ °C$, $c = 2{,}1\ \frac{kJ}{kg \cdot °C}$, $t_1 = 42\ s$, $t_2 = 40\ s$.

A főzőlap teljesítménye a melegítés és a forralás során állandó:

$$\frac{c \cdot m \cdot (T_2 - T_1)}{t_1} = \frac{L_f \cdot m}{t_2}$$

ahonnan a petróleum forráshője:

$$L_f = \frac{c \cdot (T_2 - T_1) \cdot t_2}{t_1}.$$

Az adatok behelyettesítésével:

$$L_f = 340\ \frac{kJ}{kg}.$$

1308. $m = 200\ g = 0{,}2\ kg$, $T_1 = 20\ °C$, $T_2 = 78\ °C$, $c = 2{,}5\ \frac{kJ}{kg \cdot °C}$, $L_é = 3 \cdot 10^4\ \frac{kJ}{kg}$, $L_f = 900\ \frac{kJ}{kg}$.

a) Legyen az elégetett denaturált szesz tömege x. Az energiamegmaradás törvénye szerint:

$$L_é \cdot x = c \cdot (m - x)(T_2 - T_1) + L_f \cdot (m - x).$$

Az elégetett denaturált szesz tömege:

$$x = \frac{m[c \cdot (T_2 - T_1) + L_f]}{L_é + c \cdot (T_2 - T_1) + L_f}.$$

Az adatok behelyettesítésével:

$$x = 6{,}7\ g.$$

b) Tegyük fel, hogy a teljesítménye a melegítés és a forralás során állandó:

$$\frac{c(m - x)(T_2 - T_1)}{t_1} = \frac{L_f \cdot (m - x)}{t_2},$$

ahonnan az idők aránya:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{L_f}{c \cdot (T_2 - T_1)}.$$

Az adatok ismeretében:

$$\frac{t_2}{t_1} = 6{,}2.$$

II.

1309. $m_1 = 1\ \text{kg}$, $T_1 = 20\ ^\circ\text{C}$, $T_2 = 190\ ^\circ\text{C}$, $T_3 = 360\ ^\circ\text{C}$, $c_1 = 2{,}1\ \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $c_2 = 0{,}4\ \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$.

A petróleum és a vörösréz hasáb energiaváltozása megegyezik:

$$c_1 \cdot m_1 \cdot (T_2 - T_1) = c_2 \cdot m_2 \cdot (T_3 - T_2).$$

A vörösréz hasáb tömege:

$$m_2 = \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot (T_2 - T_1)}{c_2 \cdot (T_3 - T_2)}.$$

Az adatok ismeretében:

$$m_2 = 5{,}25\ \text{kg}.$$

Jelenségek, kísérletek, kérdések

1310. Az üvegben nagyobb volt a nyomás. Kinyitáskor a gáz (szén-dioxid) hirtelen kitágul, ennek következtében lehűl, és harmatpont alá hűti a környezet levegőjét. Tulajdonképpen ködképződést tapasztalhatunk.

1311. A víz 0 °C alatt megfagy. Mivel a jég sűrűsége 10%-kal kisebb, mint a víz sűrűsége, fagyáskor a víz térfogata 10%-kal megnő, ezért megrepesztheti akár a motorblokk öntvényét is.

1312. Az előző kérdésre adott válasz alapján a sziklák repedéseibe jutó víz fagyáskor szétrepesztheti a sziklákat. A cementet tömítés céljából alkalmazzák, hogy ne legyen repedés a sziklán, ahova bejuthat a víz.

1313. A víz 4 °C-on a legsűrűbb. Ha a tavak vize erre a hőmérsékletre hűl, akkor a tó alján az ilyen hőmérsékletű víz nagyon lassan hűl tovább, ha a kinti hőmérséklet tovább csökken, mert a tavak vize nem keveredik. Csak a felső rétegnek kell a fagypontra lehűlni. A felső réteg gyorsabban megfagy, mint folyóvizekben, ahol az állandó keveredés miatt az egész folyó vizének kell fagypontra hűlni.

1314. A hűtőszekrény levegőjébe menthetetlenül jut pára. Ez a pára a 4–5 °C-os levegőben gázként egyensúlyban lehet. A hűtőfelület közelében azonban a levegő hőmérséklete fagypont alatt lehet, ahol a pára már túltelítetté válik. Ez azután a hűtőtesten kifagy. Különösen gyorsan növekszik a jégréteg, ha melegen és fedetlenül helyezünk ételt a hűtőszekrénybe.

1315. Nem fagy meg, mert a 0 °C-os víz akkor fagy meg, ha tovább is tud leadni energiát termikus kölcsönhatás közben. 0 °C-on azonban a jég és a víz egyensúlyban van, tehát nincs energiaátadás, a víz nem fagy meg.

1316. A leheletben bőven van pára. Majdnem telített. A szemüveg lencséje mindig hidegebb, mint a lehelet. A lencsén tehát telítetté válik a levegő vízpárával, ezért kicsapódik a hidegebb lencse felületén. A nedves felületű lencsét pedig könnyebb tisztára törölni.

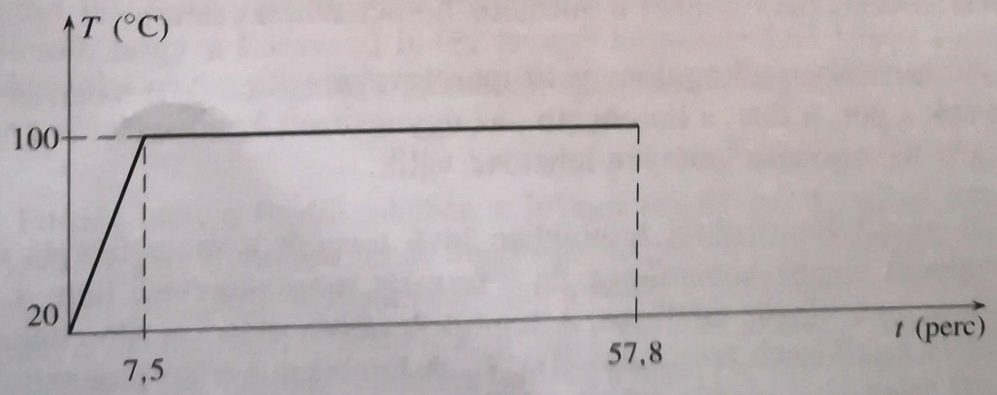
1317. Az agyagkorsó és a cserépedény likacsai csak akkorák, hogy beléjük tud hatolni a víz, de átfolyni rajtuk már nem tud, a víz viszonylag nagy felületi feszültsége miatt. Párologni viszont tud. A párolgás energiát von el az agyagkorsótól illetve a cserépedénytől. A folyamat tehát hűvösen tartja a vizet.

1318. A vízdesztilláló készülék hűtővize nem tud felforrni, mert 100 °C-on már megszűnik a hőcsere a gőz és a víz között, mint ahogy 0 °C-on már a jég és a víz között sincs hőcsere.

1319. A magyarázatot az adja, hogy a hideg vizet tartalmazó edény is melegszik. A lehűlő víz több energiát ad le, mint a melegedő víz. A különbözetet az edény veszi fel. Pontos kaloriméteres méréseknél ezt figyelembe kell venni.

1320. Az *A*-val jelölt folyadék a magasabb forráspontú, ám ennek a fajhője kisebb, mint a *B* jelű folyadék fajhője, mert rövidebb idő alatt nagyobb hőmérsékletváltozást szenved. Az *A* folyadék forráshője éppen kétszer akkora, mint a *B* folyadéké, mert a forralási idő az *A* folyadéknál éppen kétszer akkora, mint a *B* folyadéknál.

1321. A víz $\frac{3}{4}$ részének felmelegítéséhez minden szakaszban elegendő az eredeti idő $\frac{3}{4}$ része.



1322. Az éter erősen párolgó folyadék. A párolgást a levegőárammal még gyorsabbá tesszük, mivel eltávolítjuk a keletkező étergőzöket a folyadék fölül. A párol-

gáshoz jelentős energia kell, amit az éter a környezetéből vesz fel. Ez annyira lehűti a vizet (is), hogy megfagy. A kísérlet a párolgás nagy energiaigényét bizonyítja.

1323. A jéghasában átvetett rézhuzal jelentős nyomást fejt ki a jégre, mely nyomás hatására csökken a jég olvadáspontja, és a rézhuzal alatt a jég megolvad. A rézhuzal a vízen keresztül egyre mélyebbre kerül. A rézhuzal felett a vízben a nyomás a korábbi értékre (légköri) csökken, és a víz folyamatosan megfagy.

1324. A hóhatár felett leesett csapadékból kialakult, meglehetősen vastag jégréteg alján jelentős lesz a nyomás, ennek hatására csökken a jég olvadáspontja, és a jég egy vékony rétegben megolvad. A gleccser ezen a vízrétegen mozdul el viszonylag nagyon lassan.

1325. A gépkocsik hűtővizébe úgynevezett fagyálló folyadékot tesznek. A hűtővíz még a -30 °C-os hidegben sem fagy meg. A szakember a hűtővíz kémiai összetételét vizsgája meg és állítja be a helyes értékre.

1326. Tiszta kémcsőben a megolvasztott tiszta naftalin rázkódásmentes helyen a fagyáspontja alatti hőmérsékleten is lehet folyékony, úgynevezett túlhűtött állapotban. A túlhűtött folyadék nincs egyensúlyi állapotban. Az egyensúlyi olvadáspont alá került folyadékban néhány beledobott naftalinkristály hatására azonnal megindul a fagyás, a kristályosodás, miközben a hőmérséklet az egyensúlyi állapotnak megfelelő 80 °C-ra emelkedik. A keverék hőmérsékletet a túlhűtött folyadék kristályosodás során felszabaduló energiája emeli az egyensúlyi fagyáspontra.

1327. A víz sűrűségénél kisebb sűrűségű olvadt zsír szétterül a tányérba merített leves felszínén, és akadályozza annak párolgását. Mivel ekkor a kilépő részecskék száma csekély, ezért a leves belső energiájának csökkenése nem jelentős. Kevergetéssel és a kilépő részecskék elfújásával a folyamatot fel lehet gyorsítani.

1328. A bőrfelületre jutott izzadság (sós víz) elpárolgásához szükséges hőt a felhevült, a természetesnél magasabb hőmérsékletű emberi test szolgáltatja. A test a hőelvonás következtében lehűl a normális hőmérsékleti értékre.

1329. A városokban a forgalom és az ipari tevékenység révén a levegőben meglehetősen sok a por, a füst, a korom stb., az úgynevezett kondenzációs gócok, amiken a vízgőz lecsapódása könnyen lehetővé válik.

1330. A vízzel félig töltött lombikban lévő levegőt a melegítés és a forralás során keletkező vízgőz kiszorította, és a forralás megszüntetése után a víz felett gyakorlatilag csak vízgőz található. A lombik lezárása után kis idő elteltével a víz hőmérséklete már kisebb lesz, mint 100 °C. A lombikra kerülő hidegvíz sugár hatására a víz felett lévő vízgőz erősen lehűl, lecsapódik. A víz feletti nyomás csökkenésével a forráspont is csökkent, és az alacsonyabb hőmérsékletű víz is forrásnak indul.

1331. A felfelé tartott fecskendőből a dugattyú mozgatásával a levegőt szinte teljesen kiszorították. Amikor a dugattyút hirtelen kifelé húzták a fecskendőből, a kis mennyiségű levegő térfogatának növelésével a nyomást csökkentették le oly mértékben, hogy a fecskendőben lévő 50 °C hőmérsékletű víz forrásba jött.

1332. A kuktafazékon lévő szelep beállításától függ, hogy milyen gőznyomásnál nyit ki. Ha a szelepet $1{,}5 \cdot 10^5$ Pa értékre állították, akkor a fazékban lévő bableves 112 °C hőmérsékleten forr. Magasabb hőmérsékleten a főzés során végbemenő kémiai reakciók rövidebb idő alatt mennek végbe, így gyorsabban készül el az ebéd.

1333. Ha az alumíniumlap hőmérséklete elég magas, akkor vízcseppből az alumíniumlappal közvetlenül érintkező rész gyorsan elforr, gőzzé alakul. A létrejött gőz által kifejtett nyomóerő a lap fölé emeli a vízcseppet. A vízgőz rossz hővezető, és megakadályozza a vízcsepp további gyors elforralását, a vízcsepp az alumíniumlapon lévő gőzpárnán gördül ide-oda. A vízcsepp mérete csak kismértékben változik, hiszen az oldalra kiáramló gőz helyébe újabb részecskék lépnek. Ha az alumíniumlap melegítését megszüntetik, az hűlni kezd, a vízgőzréteg vastagsága fokozatosan csökken. A vízcsepp széle már itt-ott a forró laphoz ér, és a csepp sercegve, táncoló mozgással nagyon gyorsan fogyni kezd, majd a lapra ülve megsemmisül.

1334. A jód intenzív melegítés hatására a folyékony fázis kihagyásával (szublimáció) légnemű halmazállapotba került, és az alacsonyabb hőmérsékletű óraüvegen és a lombik falán szintén a folyékony fázis kihagyásával a jódgőz kikristályosodott, megszilárdult.

1335. A jég szublimációjával magyarázható a jelenség. A megfagyott ruhából a vízmolekulák elpárolognak, a ruha megszárad.

1336. A jég olvadásához energia szükséges, a víz fagyásakor azonban energia szabadul fel. Nagy mennyiségű víz megfagyásakor felszabaduló energia olyan nagyságrendű, hogy a környező hideg levegő hőmérsékletét képes kissé növelni. Ennek a természeti jelenségnek a mérsékelt égöveken hőmérséklet-kiegyenlítő szerepe van.

1337. Fürdés után a fürdőszobában a levegő relatív páratartalma közel 100%. A jelen levő vízgőz nyomása tehát majdnem megegyezik a szobahőmérséklethez tartozó telítési nyomással. A fürdőszobában a hideg vizet szállító cső hőmérséklete alacsonyabb a szobahőmérsékletnél, a meleg vizes cső hőmérséklete pedig magasabb. A hidegebb cső hőmérsékletéhez tartozó telítési nyomás kisebb, mint a jelen levő vízgőz nyomása, ezért a hidegebb csövön lecsapódik a vízgőz, a melegebb pedig száraz marad.

II.

1338. A nedves fapálca a folyékony ólomba helyezésekor a víz hirtelen párologni, forrni kezd, és vízgőzréteg veszi körül a fapálcát. A vízgőz nagyon rossz hővezető, ezért a rövid idő alatt a fa nem éri el gyulladási hőmérsékletét, ellentétben a száraz fapálcával, amely azonnal meggyullad.

1339. Miután a vízcsepp a meleg főzőlapra kerül, a víz az érintkezési felületen hirtelen párologni kezd. A főzőlap felszíne és vízcsepp között vékony gőzréteg alakul ki, ami viszont nagyon rossz hővezető. Így a vízcsepp nem tud hirtelen elpárologni, elforrni. Az állandóan keletkező és asszimmetrikusan kiáramló gőz a vízcseppet „táncoló" mozgásba hozza.

1340. Mint ismeretes, a jég olvadáspontja függ a nyomástól. A nyomás növelésével az olvadáspont csökken. Esetünkben a nyomás alatt lévő jég hőmérséklete magasabb az olvadáspontnál, ezért a jég olvadni kezd. Az olvadáshoz szükséges energiát az biztosítja, hogy a 0 °C hőmérsékletű jéghasáb lehűl az adott nyomáshoz tartozó olvadáspontra. Az olvadáspont például 10^6 Pa nyomás esetén $-0{,}082$ °C. Ebből látható, hogy a jég jelentős olvadásához igen nagy nyomások kellenének.

1341. A lombikban lévő víz feletti teret a tojás nyílásra helyezése előtt vízgőz és levegő keveréke töltötte ki, melyek együttes nyomása a légköri nyomással volt egyenlő. A tojás felhelyezésével a tér zárttá vált, majd a hőmérséklet csökkenésével a vízgőz folyamatosan lecsapódott, ami a belső nyomás fokozatos csökkenését jelentette. A nagyobb külső nyomás miatt a tojásra egy függőleges irányú eredő erő hatott, ami miatt a tojás becsúszott a lombikba.

1342. Egy adag gőz bevezetésével alacsonyabb lesz az egyensúlyi hőmérséklet, mint két adag gőz bevezetésével. Két adag gőz esetén az egyensúlyi hőmérséklet magasabb. Ezért egyadagnyi gőz a dupla adag esetén nem hűl le arra a hőmérsékletre, mint egyetlen adag esetén. A két adag gőz összesen tehát kevesebb energiát ad le, mint az egy adag kétszerese. Ezért a víz hőmérséklete sem emelkedik kétszer akkorát.

1343. A víz felforralásával a doboz vízgőzzel telítődik. A vízbe merítéskor ez a gőz hirtelen lecsapódik, a dobozban a nyomás nagyon lecsökken, ezért a külső légnyomás összeroppantja a dobozt. Ha nincs vízgőz a dobozban, a nyomás jelentéktelen mértékben csökken csak, ettől a doboz nem roppan össze.

1344. Meleg vízgőz a csövön kiáramolva, a hideg levegővel találkozva lehűl, és apró vízcseppekké csapódik le, amit szemmel is jól megfigyelhetünk. A lecsapódást nagyban elősegítik a levegőben lévő, úgynevezett kondenzációs magok: apró porszemek, szennyeződések stb. Ezek hiányában a gőz túltelítetté is válhat. A cigarettafüst fújásával koromszemcséket juttatunk a gőz útjába, amelyek újabb kondenzációs magokként szolgálnak, és így erőteljesebb lesz a lecsapódás, jobban érzékeljük a kiáramló gőzt.

1345. *a)* A forralás végleges befejezése után a víz feletti teret 100 °C hőmérsékletű telített vízgőz tölti ki, amelynek nyomása 10^5 Pa. Ismert, hogy a telített vízgőz nyomása erősen függ a hőmérsékletétől. A melegítés befejezése után a vízgőz hőmérséklete, és így a nyomása is csökkenni kezd. A külső légnyomás változatlan, ezért a külső levegő annyi higanyt nyom fel a függőleges csőbe, hogy a külső légnyomás a telített gőz nyomásának és a higanyoszlop hidrosztatikai nyomásának az összege legyen.

b) Az előzőek miatt a higanyoszlop magasságának és a külső légnyomásnak ismeretében a telített vízgőz nyomása minden állapotban meghatározható. A hőmérsékletet is mérve megállapíthatjuk, hogy hogyan függ a telített vízgőz nyomása a hőmérséklettől. Ezzel tulajdonképpen azt is megvizsgáltuk, hogy hogyan függ a víz forráspontja a nyomástól.

c) Mivel a 100 °C hőmérsékletű telített vízgőz nyomása 10^5 Pa, azaz normál légköri nyomáson a víz 100 °C-on forr, ezért amikor a hőmérő 100 °C-ot, akkor a függőleges csőben a higanyszál magassága éppen nulla.

1346. A higanyszál mindkét csőben azonos magasságban áll, ezért a térfogatkülönbségek ellenére a telített étergőz nyomása mindkét esetben azonos. Értékét úgy határozhatnánk meg, a külső légnyomás értékéből levonnánk a függőleges csőben lévő, h magasságú higanyoszlop hidrosztatikai nyomását. A kísérlettel azt igazoltuk, hogy a telített gőz nyomása állandó hőmérsékleten nem függ a térfogattól, azaz a telített gőzökre nem érvényes a Boyle–Mariotte-törvény.

2.7. A HŐ TERJEDÉSE

Tesztfeladatok

1347. C) A hő terjedésének három módját ismerjük.

1348. C) A víz felmelegítésekor hőáramlás játszódik le.

1349. A hamis állítás a D), mert az üvegházhatás kapcsolatos a hősugarakkal.

1350. A hamis állítása a B), mert a hősugarak légüres térben is terjednek.

1351. A) Az üveg rosszabbul vezeti a hőt, mint a fémlap, ezért érhető el a gyulladási hőmérséklet.

1352. B) A füst azt a szerepet játssza, mint a felhős ég. A Földből kisugárzott hősugarakat visszaveri, így a talaj és a levegő nem tud annyira lehűlni, hogy a fagyás bekövetkezzen.

1353. C) Az üvegbura kéményként szolgált a láng részére, a huzatot jelentősen megnövelve. Az üvegburában a meleg levegő a hőáramlás törvénye szerint felszállt, és helyére oldalról, a láng környezetébe hidegebb levegő érkezett, jelentősen megnövelve az égés intenzitását.

1354. A hamis állítás a C), mert az üvegházhatás nagy szerepet játszik a Földön a levegő hőmérséklete, és így klíma alakulásában.

1355. A) Az üvegfelületek átengedik a napsugarakat, amelyek felmelegítik a falakat, tárgyakat. Ezek azonban olyan hullámhosszúságú hősugarakat bocsátanak ki, amelyek nem tudnak kilépni az ablaküvegen, és így a hősugarak szinte csapdába esnek. Ez az oka a levegő felmelegedésének.

1356. B) A szén-dioxid a légtérbe kerülve a Föld körül burkot képez, a Föld által kisugárzott hősugarak nagy részét visszaveri, ezért érvényesül az úgynevezett üvegházhatás, ami a Föld felszínének, illetve a légkörének fokozatos felmelegedéséhez vezethet.

Jelenségek, kísérletek, kérdések

1357. A különböző hőérzetet a két anyag különböző hővezető képessége magyarázza. A szőnyeg nem tömör, a benne lévő pólusokban sok a levegő, ami rossz hővezető. Tehát megállapítható, hogy a szőnyeg rosszabb hővezető, mint a csempe anyaga. A csempe időegység alatt több energiát vezet el a lábunktól, mint a szőnyeg, ezért érezzük hidegebbnek.

1358. A kísérletet elvégezve azt tapasztaljuk, hogy a papírnak az a része, amely a fával érintkezik meggyullad, a rézzel érintkező papír azonban nem. Ennek oka az, hogy a réz nagyon jó hővezető, az energia nagy részét gyorsan elvezeti, és a papír nem éri el a gyulladási hőmérsékletet. A fa nem vezeti ilyen jól a hőt, a vele érintkező papír meggyullad.

1359. Az előadó nem szenvedett égési sérülést. Ujjáról a víz hirtelen párologni kezdett, és azt gőzburok vette körül. A gőz nagyon rossz hővezető, egy pillanatig képes volt ilyen nagy hőmérséklet-különbség esetén is védelmet nyújtani.

1360. A gyertya égésekor a láng környezetében lévő levegő felmelegszik, a hőáramlás törvényszerűsége szerint felfelé emelkedik. Oldalról megközelíthetjük a lángot, nem fog megégni az ujjunk, felülről ezt nem tehetjük meg.

1361. A jelenség azzal magyarázható, hogy a víz nagyon rossz hővezető. A vízoszlop felső része nagyon felmelegedhet, anélkül, hogy az energia vezetéssel tovaterjedne. A víz felmelegedésekor más esetekben nem a hővezetés, hanem a hőáramlás játszik szerepet, amire itt kevésbé van mód.

1362. A központi fűtés radiátorait bekapcsolva, a szoba alján lévő levegő felmelegszik, majd felemelkedik, helyére hidegebb levegő érkezik, és folyamatos légáramlás indul be. Ez csak akkor következhet be, ha a radiátor alul van. Sok szempontból előnyösebb lenne felülre szerelni, hiszen akkor nem foglalna helyet, könnyebb lenne a bútorokat elrendezni, de a fűtés sokkal rosszabb hatásfokú lenne.

1363. A tejszínhab olyan réteget alkot a kávé felszínén, amelyben sok apró, levegővel teli üreg van. Ismerve, hogy a levegő nagyon rossz hővezető, a hab szinte hőszigetelést jelent a melegebb kávé és a hidegebb környezet között. Így az a barát járt jobban, aki habbal rendelte a kávét, mert az övé maradt melegebb.

1364. Mint minden test, a Föld felszíne is hősugarakat bocsát ki. Felhős éjszakán a hősugarak a felhők visszaverődve, melegítik a felhők és Föld felszíne közötti levegőt és a talajt. Így nem következik be olyan nagymértékű lehűlés, mint a felhők nélküli, derült éjszakán.

1365. A Napból érkező hősugarakat a sötét, érdes felületek jobban elnyelik, mint a világos, sima felületek. A fa törzse jobban nyeli el a hősugarakat, mint a hó felszíne. A fa törzsének nagyobb lesz a hőmérséklete, ezért itt kezd olvadni a hó.

1366. Az ilyen tranzisztoroknál az a cél, hogy működésük során ne melegedjenek fel. Hőt kell leadniuk a környezetüknek, többek között hősugárzással is. Tudjuk, hogy a sötét, matt felületek emisszióképessége nagyobb, mint a világos, sima felületeké. A sötét színű, matt hűtőborda több hősugarat tud kibocsátani.

II.

Tartalom

Előszó 3
1. MECHANIKA 5
1.1. KINEMATIKA 5
Az egyenes vonalú egyenletes mozgás 5
Az egyenes vonalú változó mozgás 17
Egyenletesen változó mozgás 26
Szabadesés, hajítások 34
1.2. NEWTON TÖRVÉNYEK 42
Mozgásállapot-változás, erő 42
Pontrendszerek 58
1.3. PONTSZERŰ ÉS MEREV TESTEK EGYENSÚLYA 66
1.4. MOZGÁSOK VIZSGÁLATA 81
Egyenletes körmozgás 81
Mechanikai rezgések 92
Mechanikai hullámok 115
Hangtan 128
1.5. MUNKA, ENERGIA, TELJESÍTMÉNY 136
Munka 136
Energia 141
Teljesítmény 152
1.6. HIDROSZTATIKA (Kiegészítő anyag) 158
1.7. HIDRODINAMIKA (Kiegészítő anyag) 166

2. HŐTAN 172
2.1. EMPIRIKUS HŐMÉRSÉKLETI SKÁLÁK, HŐTÁGULÁS 172
2.2. GÁZTÖRVÉNYEK, ÁLLAPOTEGYENLET 177
2.3. AZ ANYAG ATOMOS, MOLEKULÁRIS SZERKEZETE 188
2.4. A TERMODINAMIKA ELSŐ FŐTÉTELE ÉS ALKALMAZÁSAI 194
2.5. A TERMODINAMIKA MÁSODIK FŐTÉTELE 211
2.6. HALMAZÁLLAPOT-VÁLTOZÁSOK 214
2.7. A HŐ TERJEDÉSE 235

Nemzeti Tankönyvkiadó Rt.
A kiadásért felel: Jókai István vezérigazgató
Raktári szám: 81467
Felelős szerkesztő: Medgyes Sándorné
Műszaki igazgató: Babicsné Vasvári Etelka
Műszaki szerkesztő: Orlai Márton
Számítógépes tipográfia: Fried Katalin
Terjedelem: 21,45 (A/5) ív
1. kiadás, 2006.

Nyomta és kötötte a Szekszárdi Nyomda Kft.
Felelős vezető: Vadász József
Munkaszám: 06.0417