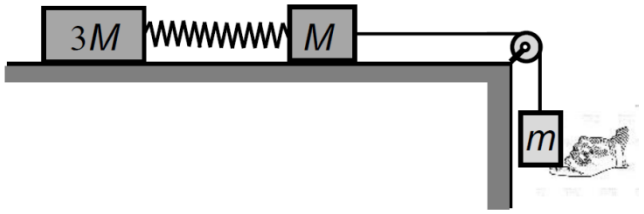
JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ

42. MIKOLA SÁNDOR FIZIKAVERSENY DÖNTŐ

PÉCS 2023

GIMNÁZIUM 10. OSZTÁLY (II. kat.)

1.Feladat:



a) Legyen a rugó direkciós ereje *D*, megnyúlása a 3*M* tömegű test megmozdulásának pillanatában *y*! A megmozdulás pillanatában:

$$Dy = 3\mu Mg.$$

m értéke akkor a legkisebb, ha a kérdéses pillanatban az *m* és *M* tömegű testek sebessége zérus. A munkatételből:

$$mgy - \frac{1}{2}Dy^2 - \mu Mgy = 0.$$

Ezekből:

$$mg - \frac{3}{2}\mu Mg - \mu Mg = 0.$$

A keresett legkisebb *m* tömeg:

$$\boldsymbol{m = \frac{5}{2}\mu M = 0,3\ \mathrm{kg}}.$$

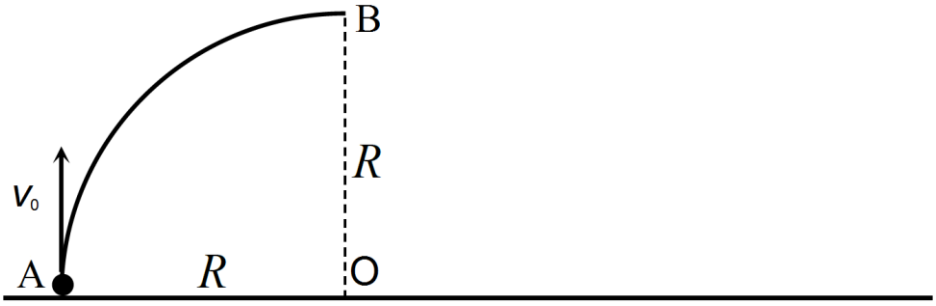
b) A mozgás során az *m* és *M* tömegű testek sebessége akkor a legnagyobb, amikor a testekre ható erők eredője zérus. Legyen a rugóban ébredő, keresett erő F_r, a fonálban ébredő erő *K*! A feltételek szerint:

$$mg - K = 0,$$
$$K - F_r - \mu Mg = 0,$$
$$\frac{5}{2}\mu Mg - F_r - \mu Mg = 0.$$

A rugóban ébredő erő a legnagyobb sebességű pillanatban:

$$\boldsymbol{F_r = \frac{3}{2}\mu Mg = 1,8\ \mathrm{N}}.$$

2.Feladat:



a) A test sebessége a pálya elhagyásának pillanatában a munkatétel alapján:

$$-mgR = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad \rightarrow \qquad v = \sqrt{v_0^2 - 2gR}.$$

Az ezután következő vízszintes hajítás ideje és vízszintes irányú távolsága:

$$t = \sqrt{\frac{2R}{g}},$$

$$x = vt = \sqrt{(v_0^2 - 2gR)\frac{2R}{g}} = \sqrt{\frac{2v_0^2}{g}R - 4R^2}.$$

Ennek a függvénynek keressük a maximumhelyét és a maximumát az *R* sugár függvényében!
A gyök alatti másodfokú kifejezés maximumhelyét többféleképp is meghatározhatjuk, pl. a zérus helyek számtani közepeként (kihasználva a függvény tengelyes szimmetriáját):

$$R\left(\frac{2v_0^2}{g} - 4R\right) = 0,$$

$$R_1 = 0 \quad \text{és} \quad R_2 = \frac{v_0^2}{2g}.$$

A maximumhely tehát:

$$R_{\max} = \frac{R_1 + R_2}{2} = \frac{v_0^2}{4g}.$$

A keresett maximális távolság az *O* ponttól mérve:

$$\boldsymbol{x_{max}} = \sqrt{\frac{2v_0^2}{g}R_{\max} - 4R_{\max}^2} = \boldsymbol{\frac{v_0^2}{2g} = 2R_{max}}.$$

b) A pálya által a testre kifejtett kényszererő az *A* pontban megegyezik az eredő erő centripetális komponensével:

$$K_0 = ma_{cp,0} = m\frac{v_0^2}{R_{\max}} = 4mg.$$

A *B* pontban, a pálya elhagyásának pillanatában a kényszererő a dinamikai alapegyenletből:

$$K = ma_{cp} - mg = m\frac{v^2}{R_{\max}} - mg.$$

A test sebessége a pálya elhagyásának pillanatában:

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gR_{\max}} = \frac{v_0}{\sqrt{2}}.$$

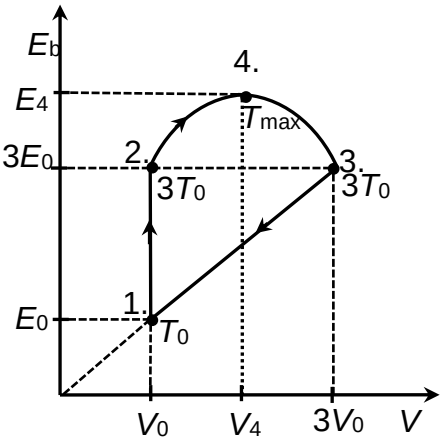
A kényszererő tehát ekkor:

$$K = m\frac{v^2}{R_{\max}} - mg = m\frac{v_0^2}{2 \cdot \frac{v_0^2}{4g}} - mg = mg.$$

A kényszererő a negyedére csökken.

3.Feladat:

a) Egy adott állapotban az egyatomos ideális gáz belső energiáját az $E_b = \frac{3}{2}pV = \frac{3}{2}NkT$ formula felhasználásával határozhatjuk meg. Látható, hogy ott lesz maximális a hőmérséklet, ahol a belső energia maximális, azaz a 4. állapotban, amelyhez szimmetria viszonyok miatt $V_4 = 2V_0$ térfogat tartozik. V_4 értékét számítással is meghatározhatjuk. A 2. és 3. állapotjelzői kielégítik $E_b = -aV^2 + bV$ függvényt.



$$3E_0 = -aV_0^2 + bV_0,$$
$$3E_0 = -9aV_0^2 + 3bV_0.$$

Ezekből:

$$b = 4aV_0.$$
$$E_b = aV(4V_0 - V).$$

Látható, hogy az E_b függvény zérus helyei $V_1 = 0$ és $V_2 = 4V_0$. A függvénynek a következő térfogatnál van maximuma:

$$V_4 = \frac{V_1 + V_2}{2} = 2V_0.$$

Az eddigieket felhasználva a belső energiák a 2. és 4 állapotokban:

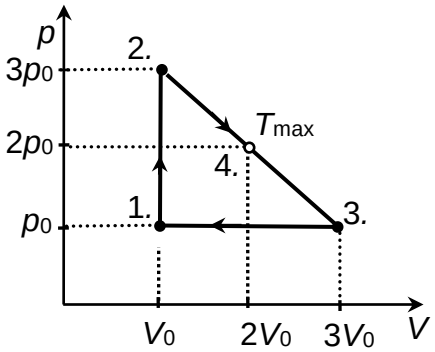
$$3E_0 = 3aV_0^2 = \frac{3}{2}Nk \cdot 3T_0,$$
$$E_4 = 4aV_0^2 = \frac{3}{2}NkT_{\max}.$$

Ezekből a maximális hőmérséklet:

$\frac{T_{\max}}{3T_0} = \frac{4}{3}$,

$$\boldsymbol{T_{\max} = 4T_0 = 1040\ \mathrm{K}}.$$

b) Az ábrázoláshoz vizsgáljuk az egyes folyamatokat! Az 1.→ 2. folyamatban a térfogat állandó. Mivel a belső energia 3-szorosára növekedett, ezért ez nyomásra, és hőmérsékletre is igaz. $p_2 = 3p_1 = 3p_0$, $T_2 = 3T_0$.



A 2.→ 3. folyamat minden állapotára igaz, hogy

$$\frac{3}{2}pV = -aV^2 + bV,$$
$$p = -\frac{2}{3}aV + \frac{2}{3}b.$$

Ez azt jelenti, hogy a p - V diagramon 2. állapotból a 4. állapoton keresztül egy negatív meredekségű szakasz vezet a 3. állapotba.

A 3.→ 1. folyamat minden állapotára igaz, hogy $\frac{E_b}{V} = \frac{3}{2}p$=állandó. Ez tehát izobár folyamat p_0 nyomáson.

A p – V diagram alapján a és b értéke is meghatározható.

$$\frac{2}{3}a = \frac{p_0}{V_0}, \qquad a = \frac{3}{2}\frac{p_0}{V_0}, \quad b = 6p_0.$$

c) Az 1.→ 4. folyamatban a gáz által végzett munka:

$$W_{14}^* = \frac{3p_0 + 2p_0}{2} \cdot V_0 = \frac{5}{2}p_0V_0.$$

A felvett hő:

$$Q_{14} = E_4 - E_1 + W_{14}^*,$$
$$Q_{14} = \frac{3}{2} \cdot (4p_0V_0 - p_0V_0) + \frac{5}{2}p_0V_0 = 7p_0V_0.$$

A keresett hányados:

$$\boldsymbol{x = \frac{W_{14}^*}{Q_{14}} = \frac{5}{14}}.$$

4.Feladat:

Az ábrán látható és az eredeti állapotra felírva a lendület megmaradásának törvényét:

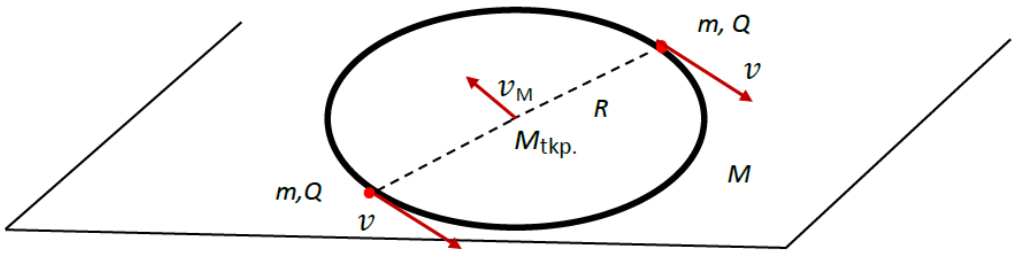
$$\sum \mathbf{I} = \text{áll.},$$
$$0 = 2mv_M - 2mv,$$
$$v_M = v.$$

A folyamatra alkalmazva az energia megmaradásának törvényét:

$$\sum E_{\text{mech.}} = \text{áll.},$$
$$k\frac{Q^2}{R\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\,2mv_M^2 + 2\frac{1}{2}mv^2 + k\frac{Q^2}{2R}.$$

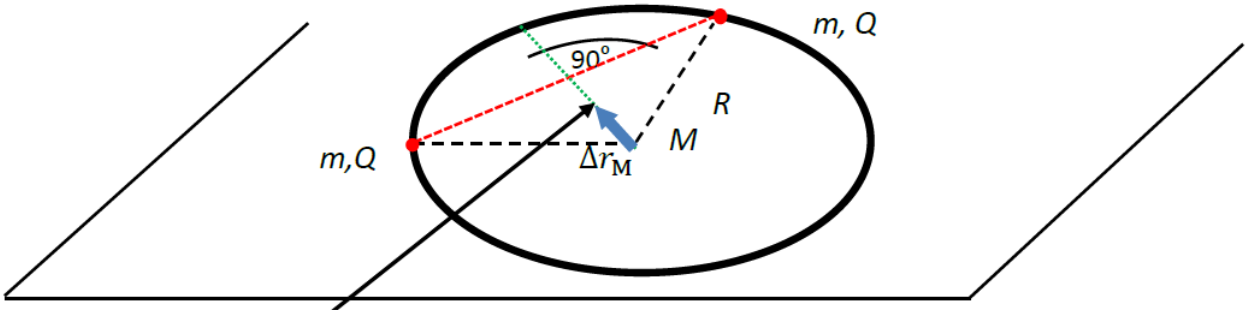
Az előző eredményt az egyenletbe helyettesítve, és az egyenletet átrendezve:

$$k\frac{Q^2}{R\sqrt{2}} - k\frac{Q^2}{2R} = \frac{1}{2}\,2mv_M^2 + 2\frac{1}{2}m(v_M)^2,$$
$$v_M = Q \cdot \sqrt{\frac{k}{4mR}\frac{(2-\sqrt{2})}{\sqrt{2}}},$$
$$v_M = \frac{Q}{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{mR}(\sqrt{2}-1)},$$
$$\boldsymbol{v_M = 3{,}41\ \frac{m}{s}}.$$



A gyöngyök sebessége megegyezik a karika tömegközéppontjának sebességével.

b) Mivel a külső erők eredője zérus, a rendszer tömegközéppontja helyben marad.



A rendszer tömegközéppontja a kezdő helyzetben a derékszögű háromszög átfogóhoz tartozó magasságának a felezőpontjában (azaz az R oldalú négyzet átlójának negyedében) van.

Az ábra alapján a karika tömegközéppontja a gyöngyszemeket összekötő húr felezőpontján átmenő sugár mentén mozdul el. Az elmozdulás nagysága megegyezik a karika középpontjának a tömegközépponttól való kezdeti távolságával:

$$\Delta r_M = \frac{R\sqrt{2}}{4},$$

$$\mathbf{\Delta r_M = 2\sqrt{2}\ 10^{-2}\ m.}$$

c) Ebben a pillanatban a karika nem gyorsul, tehát alkalmazhatjuk a karika rendszerében a dinamika alapegyenletét a gyöngyökre. A karika tömegközéppontjához viszonyítva a gyöngyök R sugarú körpályán mozognak $v_{rel.}$ sebességgel:

$$\sum \mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}_{cp},$$

$$F_k - k\frac{Q^2}{4R^2} = m\,\frac{v_{rel.}^2}{R}\,.$$

A relatív sebesség meghatározása:

$$v_{rel.} = v_M + v,$$

$$v_{rel.} = 2v.$$

Ezt felhasználva:

$$F_k = m\,\frac{(2v)^2}{R} + k\,\frac{Q^2}{4R^2}\,,$$

$$F_k = k\,\frac{Q^2}{R^2}\left(\sqrt{2} - \frac{3}{4}\right)$$

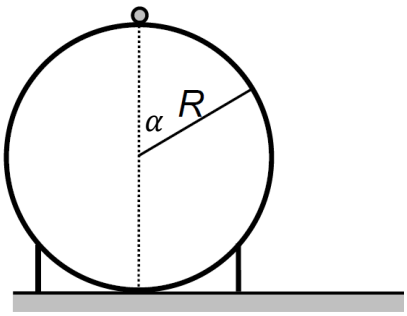
$$\mathbf{F_k = 3{,}72N.}$$

TECHNIKUM 10. OSZTÁLY (IV. kat.)

1.Feladat:

a) Az elválás pillanatában a kényszererő zérus. A dinamika alapegyenletéből :

$$m\frac{v_1^2}{R} = mg\cos\alpha.$$



Az energia-megmaradásból:

$$mgR(1-\cos\alpha) = \frac{1}{2}mv_1^2.$$

Ezekből: $$\cos\alpha = \frac{2}{3},$$

$$\boldsymbol{\alpha = 48.19°}.$$

illetve:

$$v_1 = \sqrt{gR\cos\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}gR}.$$

b)

A továbbiakban a v_1 sebesség *x* komponense nem fog változni. Ennek értéke:

$$v_x = v_1\cos\alpha = \sqrt{\frac{8}{27}gR}.$$

Határozzuk meg, hogy mekkora v_0 sebességgel ütközik a rugalmas golyó a talajba! Az energia-megmaradásból:

$$mg\cdot 2R = \frac{1}{2}mv_0^2,$$

$$v_0 = 2\sqrt{gR}.$$

A becsapódás α_0 szöge és a sebesség függőleges komponense az ütközés előtti és utáni pillanatban:

$$\cos\alpha_0 = \frac{v_x}{v_0} = \sqrt{\frac{2}{27}}, \quad \sin\alpha_0 = \sqrt{\frac{25}{27}}.$$

$$v_y = v_0\sin\alpha_0 = \sqrt{\frac{100}{27}gR}.$$

Vizsgáljuk a továbbiakban a v_0 sebességgel, α_0 szöggel elhajított golyó mozgását! A repülési idő, azaz a két ütközés között eltelt t_0 idő:

$$t_0 = \frac{2v_y}{g},$$

$$\boldsymbol{t_0 = 2\cdot\sqrt{\frac{100}{27}\frac{R}{g}} = \sqrt{\frac{2}{5}}s = 0{,}63\ \mathrm{s}}.$$

3.Feladat:

Mivel izoterm folyamatban a hőmérséklet nem változik, ezért az izokor folyamatban ugyanakkora kell legyen a hőmérséklet változás, mint az izobárt folyamatban. Jelöljük ezt a hőmérséklet változást ΔT-vel. A közölt hő legyen *Q*, a gázmennyiség *n*, a szabadsági fok *f*. Ezekkel az izokor folyamatban (mechanikai munka hiányában) a felvett hő az első főtétel szerint

$$\frac{Q}{2} = \Delta E = \frac{f}{2} nR\Delta T .$$

Az izobár részben legyen a felvett hő a teljes hőmennyiség x-szerese. Állandó nyomáson a felvett hő

$$xQ = \frac{f+2}{2} nR\Delta T .$$

Osszuk el ez utóbbi egyenletet az előzővel

$$2x = \frac{f+2}{f}$$

$$x = \frac{f+2}{2f} .$$

Ezzel az állandó hőmérsékletű szakaszban felvett hő $Q - xQ = (1-x)Q = yQ$, azaz

$$y = 1 - x = 1 - \frac{f+2}{2f} = \frac{f-2}{2f} .$$

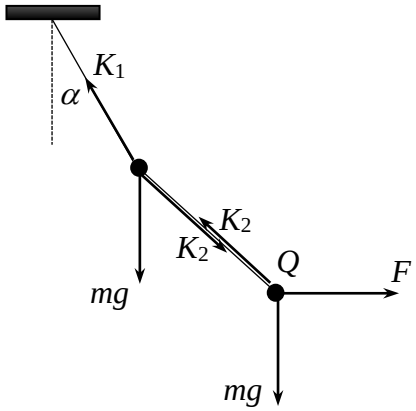
A keresett arány

$$\frac{xQ}{yQ} = \frac{x}{y} = \frac{\frac{f+2}{2f}}{\frac{f-2}{2f}} = \frac{f+2}{f-2} .$$

Tehát az izobár folyamatban felvett hő $\frac{f+2}{f-2} = \frac{7}{3}$ szorosa az izotermben felvettnek.

4.Feladat:

Az ábra a testekre ható erőket szemlélteti, ahol K_1 és K_2 a két fonálerő, *F* pedig az elektrosztatikus erő. A *Q* töltésű test egyensúlyát leíró egyenletek:



$$\left.\begin{aligned} \frac{\sqrt{2}}{2} K_2 &= mg \\ EQ &= \frac{\sqrt{2}}{2} K_2 \end{aligned}\right\} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} K_2 = \sqrt{2} mg = \mathbf{0,141\ N}. \\ E = \dfrac{mg}{Q} = \mathbf{50000\ \dfrac{N}{C}} \end{cases}$$

A töltés nélküli test egyensúlyát leíró egyenletek:

$$\left.\begin{aligned} K_{1x} &= \frac{\sqrt{2}}{2} K_2 \\ K_{1y} &= mg + \frac{\sqrt{2}}{2} K_2 \end{aligned}\right\} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} K_{1x} = mg \\ K_{1y} = 2mg \end{cases}$$

A felső fonalat feszítő erő és a függőlegessel bezárt szöge:

$$K_1 = \sqrt{K_{1x}^2 + K_{1y}^2} = \sqrt{5}mg = \mathbf{0,224\ N}.$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{K_{1x}}{K_{1y}} = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\alpha = 26,6°}$$