MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK KÖZÉPSZINT

Számelmélet

A szürkített hátterű feladatrészek nem tartoznak az érintett témakörhöz, azonban szolgálhatnak fontos információval az érintett feladatrészek megoldásához!

1) Egy számtani sorozat második tagja 17, harmadik tagja 21.
   a) Mekkora az első 150 tag összege? (5 pont)

   Kiszámoltuk ebben a sorozatban az első 111 tag összegét: 25 863.
   b) Igaz-e, hogy 25 863 számjegyeit tetszőleges sorrendben felírva mindig hárommal osztható számot kapunk? (Válaszát indokolja!) (3 pont)
   c) Gábor olyan sorrendben írja fel 25 863 számjegyeit, hogy a kapott szám néggyel osztható legyen. Milyen számjegy állhat a tízes helyiértéken? (Válaszát indokolja!) (4 pont)

2) Peti felírt egy hárommal osztható hétjegyű telefonszámot egy cédulára, de az utolsó jegy elmosódott. A barátja úgy emlékszik, hogy az utolsó jegy nulla volt. A kiolvasható szám: 314726Δ. Igaza lehetett-e Peti barátjának? Válaszát indokolja! (2 pont)

3) Tekintse a következő állításokat, és a táblázatban mindegyik betűjele mellé írja oda, hogy igaz, vagy hamis állításról van-e szó!
   a) Két pozitív egész közül az a nagyobb, amelyiknek az abszolút-értéke nagyobb. (1 pont)
   b) Két egész szám közül az a nagyobb, amelyiknek az abszolút-értéke nagyobb. (1 pont)
   c) Negatív szám egész kitevőjű hatványai között pozitívak és negatívak is vannak. (1 pont)

4) Összeadtunk ötvenöt egymást követő pozitív páratlan számot, az összeg értéke 3905.
   a) Melyik volt az összegben az első, illetve az ötvenötödik páratlan szám? (8 pont)
   b) Melyik az összeadottak között a legkisebb olyan szám, amelynek a prímtényezős felbontásában két különböző prímszám szerepel, és a négyzete ötre végződik? (4 pont)

5) A pozitív egészeket növekvő sorrendbe állítjuk. Melyik szám nagyobb: a hetedik 13-mal osztható pozitív egész, vagy a tizenharmadik 7-tel osztható pozitív egész? (2 pont)

6) Háromjegyű számokat írtunk fel a 0; 5 és 7 számjegyekkel. Írja fel ezek közül azokat, amelyek öttel oszthatók, és különböző számjegyekből állnak! (2 pont)

7) Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz és melyik hamis!
   a) Ha egy természetes szám osztható hattal és tízzel, akkor osztható hatvannal. (1 pont)
   b) A 20-nál kisebb pozitív prímszámok összege páratlan. (1 pont)
   c) A deltoid átlói felezik a belső szögeket. (1 pont)

8) Adja meg a $\left]-\frac{3}{8};-\frac{1}{8}\right[$ nyílt intervallum két különböző elemét! (2 pont)

9) Írja fel két egész szám hányadosaként a $2+\frac{2}{3}$ szám reciprokának értékét! (2 pont)

10) Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyek felhasználásával ötjegyű számokat készítünk az összes lehetséges módon (egy számjegyet többször is felhasználhatunk). Ezek között hány olyan szám van,
a) amely öt azonos számjegyből áll; (3 pont)
b) amelyik páros; (4 pont)
c) amelyik 4-gyel osztható? (5 pont)

11) Adja meg a 24 egyjegyű pozitív osztóinak halmazát! (2 pont)

12) Írja fel 24 és 80 legkisebb közös többszörösét! Számítását részletezze! (3 pont)

13) Sorolja fel a 2010-nek mindazokat a pozitív osztóit, amelyek prímszámok! (2 pont)

14) Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz és melyik hamis!

I. Minden prímszám páratlan. (1 pont)
II. Létezik páratlan prímszám. (1 pont)
III. Minden egész szám racionális szám. (1 pont)
IV. Van olyan irracionális szám, amelyik felírható két egész szám hányadosaként (1 pont)

15) Adottak a következő számok: $a=2^3\cdot 5\cdot 7^2\cdot 11^4$ és $b=2\cdot 5^2\cdot 11^3\cdot 13$.
Írja fel a és b legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét! A kért számokat elegendő prímtényezős alakban megadni. (2 pont)

16) Döntse el az alábbi állítások mindegyikéről, hogy igaz-e vagy hamis!
A: Ha két szám négyzete egyenlő, akkor a számok is egyenlők. (1 pont)
B: A kettes számrendszerben felírt 10100 szám a tízes számrendszerben 20. (1 pont)
C: Egy hatoldalú konvex sokszögnek 6 átlója van. (1 pont)

17) Írja fel prímszámok szorzataként a 420-at! (2 pont)

18) Bontsa fel a 36000-et két részre úgy, hogy a részek aránya 5:4 legyen! (2 pont)

19) Adja meg a következő állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!
A) A $\{0;1;2;3;4\}$ adathalmaz szórása 4.
B) Ha egy sokszög minden oldala egyenlő hosszú, akkor a sokszög szabályos.
C) A 4 és a 9 mértani közepe 6. (2 pont)

20) Döntse el, melyik állítás igaz, melyik hamis!
a) A valós számok halmazán értelmezett $f(x)=4$ hozzárendelési szabállyal megadott függvény grafikonja az x tengellyel párhuzamos egyenes. (1 pont)
b) Nincs két olyan prímszám, amelyek különbsége prímszám. (1 pont)
c) Az 1 cm sugarú kör kerületének cm-ben mért számértéke kétszer akkora, mint területének cm^2-ben mért számértéke. (1 pont)

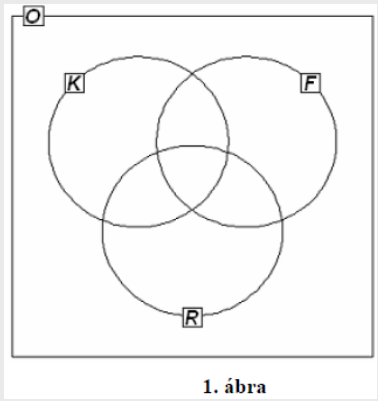
d) Ha egy adathalmaz átlaga 0, akkor a szórása is 0. (1 pont)

(3 pont)

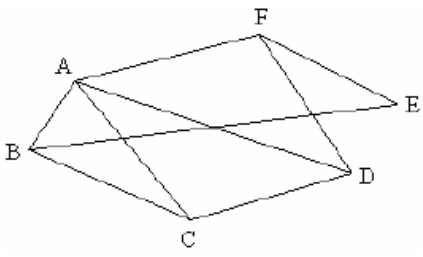
21) Egy érettségiző osztály félévi matematika osztályzatai között elégtelen nem volt, de az összes többi jegy előfordult. Legkevesebb hány tanulót kell kiválasztani közülük, hogy a kiválasztottak között biztosan legyen legalább kettő, akinek azonos volt félévkor a matematika osztályzata? (2 pont)

22) Egy osztályban a következő háromféle sportkört hirdették meg: kosárlabda, foci és röplabda. Az osztály 30 tanulója közül kosárlabdára 14, focira 19, röplabdára 14 tanuló jelentkezett. Ketten egyik sportra sem jelentkeztek. Három gyerek kosárlabdázik és focizik, de nem röplabdázik, hatan fociznak és röplabdáznak, de nem kosaraznak, ketten pedig kosárlabdáznak és röplabdáznak, de nem fociznak. Négyen mind a háromféle sportot űzik.

a) Írja be a megadott halmazábrába (1. ábra) a szövegnek megfelelő számokat! (4 pont)



1. ábra



2. ábra

b) Fogalmazza meg a következő állítás tagadását!

A focira jelentkezett tanulók közül mindenkinek van testvére. (2 pont)

c) A focira jelentkezett 19 tanulóból öten vehetnek részt egy edzőtáborban. Igazolja, hogy több, mint 10 000-féleképpen lehet kiválasztani az öt tanulót! (3 pont)

d) Az iskolák közötti labdarúgóbajnokságra jelentkezett 6 csapat között lejátszott mérkőzéseket szemlélteti a 2. ábra. Hány mérkőzés van még hátra, ha minden csapat minden csapattal egy mérkőzést játszik a bajnokságban? (Válaszát indokolja!) (3 pont)

23)

a) Iktasson be a 6 és az 1623 közé két számot úgy, hogy azok a megadottakkal együtt egy számtani sorozat szomszédos tagjai legyenek! (5 pont)

b) Számítsa ki a 6 és az 1623 közötti néggyel osztható számok összegét! (7 pont)

24) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)! (2 pont)

a) Két különböző pozitív egész szám legnagyobb közös osztója mindig kisebb mindkét számnál.

b) Két különböző pozitív egész szám legnagyobb közös osztója mindig osztója a két szám összegének.

c) Két különböző pozitív egész szám legnagyobb közös osztója nem lehet 1.

25) Adja meg annak az eseménynek a valószínűségét, hogy egy szabályos dobókockával egyszer dobva a dobott szám osztója a 60-nak! Válaszát indokolja! (3 pont)

26) Legyen A halmaz a 8-nál nem nagyobb pozitív egész számok halmaza, B pedig a 3-mal osztható egyjegyű pozitív egész számok halmaza.
Elemeinek felsorolásával adja meg az A, a B, az $A \cap B$ és az $A \setminus B$ halmazt!
(4 pont)

27) Melyik számjegy állhat a $\overline{2582X}$ ötjegyű számban az X helyén, ha a szám osztható 3-mal? Válaszát indokolja! (3 pont)

28) Jelölje $\mathbb{N}$ a természetes számok halmazát, $\mathbb{Z}$ az egész számok halmazát és $\varnothing$ az üres halmazt! Adja meg az alábbi halmazműveletek eredményét!
a) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z}$
b) $\mathbb{Z} \cup \varnothing$
c) $\varnothing \setminus \mathbb{N}$ (3 pont)

29) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!
A: Minden valós szám abszolút értéke pozitív.
B: $16^{\frac{1}{4}} = 2$
C: Ha egy szám osztható 6-tal és 9-cel, akkor biztosan osztható 54-gyel is.
(2 pont)

30) Milyen számjegy állhat az X helyén, ha a négyjegyű $\overline{361X}$ szám 6-tal osztható? (2 pont)

31) Két különböző színű szabályos dobókockával egyszerre dobunk. Adja meg annak a valószínűségét, hogy a dobott számok szorzata prímszám lesz! Megoldását részletezze! (4 pont)

32) Az A halmaz elemei a 28 pozitív osztói, a B halmaz elemei a 49 pozitív osztói. Adja meg az $A \cap B$ és a $B \setminus A$ halmazokat elemeik felsorolásával! Megoldását részletezze! (3 pont)

33) Az 50-nél nem nagyobb pozitív páros számok közül egyet véletlenszerűen kiválasztunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy néggyel osztható számot választunk? Válaszát indokolja! (3 pont)

3) A

dja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!
A: Ha egy szám osztható 6-tal és 8-cal, akkor osztható 48-cal is.
B: Ha egy pozitív egész szám minden számjegye osztható 3-mal, akkor a szám is osztható 3-mal.
C: A 48 és a 120 legnagyobb közös osztója a 12. (2 pont)