MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK KÖZÉPSZINT

Síkgeometria

A szürkített hátterű feladatrészek nem tartoznak az érintett témakörhöz, azonban szolgálhatnak fontos információval az érintett feladatrészek megoldásához!

1) Döntse el, hogy a következő állítások közül melyik igaz és melyik hamis!
   a) A háromszög köré írható kör középpontja mindig valamelyik súlyvonalra esik. (1 pont)
   b) Egy négyszögnek lehet 180°-nál nagyobb belső szöge is. (1 pont)
   c) Minden trapéz paralelogramma. (1 pont)

2) Egy derékszögű háromszög egyik befogójának hossza 3 cm, a vele szemközti szög 18,5°. Mekkora a másik befogó? Készítsen vázlatot, és válaszát számítással indokolja! (3 pont)

3) Egy derékszögű háromszög átfogója 4,7 cm hosszú, az egyik hegyesszöge 52,5°. Hány cm hosszú a szög melletti befogó? Készítsen vázlatot az adatok feltüntetésével! Válaszát számítással indokolja, és egy tizedes jegyre kerekítve adja meg! (3 pont)

4) Döntse el, hogy a következő állítások közül melyik igaz, melyik hamis!
   a) A szabályos ötszög középpontosan szimmetrikus. (1 pont)
   b) Van olyan háromszög, amelynek a súlypontja és a magasságpontja egybeesik. (1 pont)
   c) Minden paralelogramma tengelyesen szimmetrikus. (1 pont)

5) Egy háromszög belső szögeinek aránya 2:5:11. Hány fokos a legkisebb szög? (2 pont)

6) Egy függőleges tartórúdra a talajtól 4 m magasan mozgásérzékelőt szereltek, a hozzákapcsolt lámpa 140°-os nyílásszögű forgáskúpban világít függőlegesen lefelé.
   a) Készítsen vázlatrajzot az adatok feltüntetésével! (2 pont)
   b) Milyen messze van a lámpától a legtávolabbi megvilágított pont? (4 pont)
   c) Megvilágítja-e az érzékelő lámpája azt a tárgyat, amelyik a talajon a tartórúd aljától 15 m távolságra van? (4 pont)
   d) A tartórúdon méterenként kampókat helyeztünk el, amelyekre fel tudjuk akasztani a mozgásérzékelő lámpáját. Alulról számítva hányadik kampót használjuk, ha azt akarjuk, hogy a vízszintes talajon ne világítson meg a lámpa 100 m2-nél nagyobb területet? (7 pont)

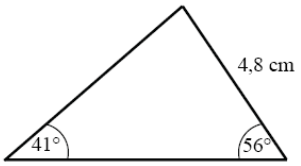
7) Mekkora az egységsugarú kör 270°-os középponti szögéhez tartozó ívének hossza? (2 pont)

8) Döntse el, hogy az alábbi *B* állítás igaz vagy hamis!
   B: Ha egy négyszög két szemközti szöge derékszög, akkor az téglalap.
   Írja le az állítás megfordítását (*C*).
   Igaz vagy hamis a *C* állítás? (3 pont)

9) Egy háromszög egyik oldalának hossza 6 cm. Az ezeken nyugvó két szög 50° és 60°. A háromszög beírt körének középpontját tükröztük a háromszög oldalaira. E három pont a háromszög csúcsaival együtt egy konvex hatszöget alkot.
   a) Mekkorák a hatszög szögei? (6 pont)
   b) Számítsa ki a hatszög azon két oldalának hosszát, amely a háromszög 60°-os szögének csúcsából indul! (5 pont)
   c) Hány négyzetcentiméter a hatszög területe? (6 pont)
   A b) és a c) kérdésekben a választ egy tizedes pontossággal adja meg!

10) Egy háromszög oldalhosszúságai egész számok. Két oldala 3 cm és 7 cm. Döntse el a következő állításokról, hogy igaz vagy hamis! (2 pont)
   1. állítás: A háromszög harmadik oldala lehet 9 cm.
   2. állítás: A háromszög harmadik oldala lehet 10 cm.

11) Az ábrán látható háromszögben hány cm hosszú az 56°-os szöggel szemközti oldal? (Az eredményt egy tizedes jegy pontossággal adja meg!) Írja le a számítás menetét! (3 pont)



12) Egy négyzet és egy rombusz egyik oldala közös, a közös oldal 13 cm hosszú. A négyzet és a rombusz területének az aránya 2:1.
   a) Mekkora a rombusz magassága? (5 pont)
   b) Mekkorák a rombusz szögei? (3 pont)
   c) Milyen hosszú a rombusz hosszabbik átlója? A választ két tizedesjegyre kerekítve adja meg! (4 pont)

13) Adja meg az alábbi állítások igazságértékét (igaz vagy hamis), majd döntse el, hogy a b) és a c) jelű állítások közül melyik az a) jelű állítás megfordítása! (4 pont)
   a) Ha az *ABCD* négyszög téglalap, akkor átlói felezik egymást.
   b) Ha az *ABCD* négyszög átlói felezik egymást, akkor ez a négyszög téglalap.
   c) Ha az *ABCD* négyszög nem téglalap, akkor átlói nem felezik egymást.

14) Hányszorosára nő egy 2 cm sugarú kör területe, ha a sugarát háromszorosára növeljük? (2 pont)

15) Egy derékszögű háromszög egyik befogója 5 cm, az átfogója 13 cm hosszú. Mekkorák a háromszög hegyesszögei? (Válaszát egész fokra kerekítve adja meg!) (2 pont)

16) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét! A táblázatban karikázza be a helyes választ! (4 pont)
   A állítás: Minden rombusznak pontosan két szimmetriatengelye van. (1 pont)
   B állítás: Minden rombusznak van két szimmetriatengelye. (1 pont)
   C állítás: Van olyan rombusz, amelynek pontosan két szimmetriatengelye van. (1 pont)
   D állítás: Nincs olyan rombusz, amelynek négy szimmetriatengelye van. (1 pont)

17) Valamely derékszögű háromszög területe 12 cm², az α hegyesszögéről pedig tudjuk, hogy $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{3}$.

a) Mekkorák a háromszög befogói? (8 pont)

b) Mekkorák a háromszög szögei, és mekkora a köré írt kör sugara? (A szögeket fokokban egy tizedesjegyre, a kör sugarát cm-ben szintén egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!) (4 pont)

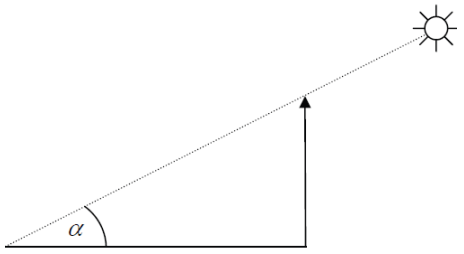
18) A következő kérdések ugyanarra a 20 oldalú szabályos sokszögre vonatkoznak.

a) Mekkorák a sokszög belső szögei? Mekkorák a külső szögek? (3 pont)

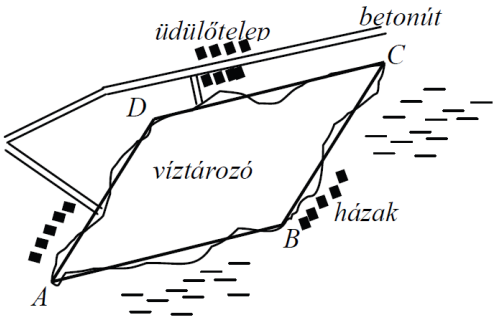
b) Hány átlója illetve hány szimmetriatengelye van a sokszögnek? Hány különböző hosszúságú átló húzható egy csúcsból? (6 pont)

c) Milyen hosszú a legrövidebb átló, ha a szabályos sokszög beírt körének sugara 15 cm? A választ két tizedesjegyre kerekítve adja meg! (8 pont)

19) Egy torony árnyéka a vízszintes talajon kétszer olyan hosszú, mint a torony magassága. Hány fokos szöget zár be ekkor a Nap sugara a vízszintes talajjal? A keresett szöget fokban, egészre kerekítve adja meg! (2 pont)



20) Egy víztározó víztükrének alakját az ábrán látható módon az *ABCD* paralelogrammával közelítjük. A paralelogrammának az 1:30000 méretarányú térképen mért adatai: $AB = 4{,}70$ cm, $AD = 3{,}80$ cm és $BD = 3{,}30$ cm.



a) A helyi önkormányzat olyan kerékpárút építését tervezi, amelyen az egész víztározót körbe lehet kerekezni. Hány km hosszúságú lesz ez az út, ha hossza kb. 25%-kal több a paralelogramma kerületénél? Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg! (4 pont)

b) Mekkora az a legnagyobb távolság, amelyet motorcsónakkal, irányváltoztatás nélkül megtehetünk a víztározó víztükrén? Válaszát km-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg! (7 pont)

c) Körülbelül hány m³-rel lesz több víz a víztározóban, ha a vízszintet 15 cm-rel megemelik? Válaszát ezer m³-re kerekítve adja meg! (6 pont)

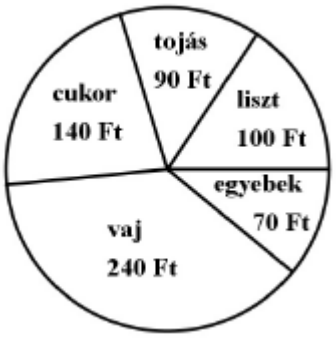
21) Egy egyenlő szárú háromszög alapja 5 cm, a szára 6 cm hosszú. Hány fokosak a háromszög alapon fekvő szögei? A szögek nagyságát egész fokra kerekítve adja meg! Válaszát indokolja! (3 pont)

22) Tekintsük azt a derékszögű háromszöget, amelyben az átfogó hossza 1, az α hegyesszög melletti befogó hossza pedig $\sin\alpha$. Mekkora az α szög? Válaszát indokolja! (3 pont)

23) Egyenlő szárú háromszög alapja 40 cm, szárainak hossza 52 cm. A háromszöget megforgatjuk a szimmetriatengelye körül.
(A válaszait két tizedesjegyre kerekítve adja meg!)
a) Készítsen vázlatrajzot az adatok feltüntetésével, és számítsa ki, hogy mekkora a keletkező forgáskúp nyílásszöge? (4 pont)
b) Számítsa ki a keletkező forgáskúp térfogatát! (3 pont)
c) Mekkora a felszíne annak a gömbnek, amelyik érinti a kúp alapkörét és a palástját? (6 pont)
d) Mekkora a kúp kiterített palástjának területe? (4 pont)

24) Az ABC hegyesszögű háromszögben $BC = 14$ cm, $AC = 12$ cm, a BCA szög nagysága pedig 40°.
a) Számítsa ki a BC oldalhoz tartozó magasság hosszát! (2 pont)
b) Számítsa ki az AB oldal hosszát! (3 pont)
Válaszait cm-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!
Az AB oldal felezőpontja legyen E, a BC oldal felezőpontja pedig legyen D.
Határozza meg az $AEDC$ négyszög területét!
c) Válaszát cm^2-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg! (7 pont)

25) Az ábra egy sütemény alapanyagköltségeinek megoszlását mutatja. Számítsa ki a „vaj” feliratú körcikk középponti szögének nagyságát fokban! Válaszát indokolja! (3 pont)



26) A vízszintessel 6,5°-ot bezáró egyenes út végpontja 124 méterrel magasabban van, mint a kiindulópontja.
Hány méter hosszú az út? Válaszát indokolja! (3 pont)

27) Két gömb sugarának aránya $2:1$. A nagyobb gömb térfogata k-szorosa a kisebb gömb térfogatának.
Adja meg k értékét! (2 pont)

28) Az $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektorok 120°-os szöget zárnak be egymással, mindkét vektor hossza 4 cm. Határozza meg az $\vec{a}+\vec{b}$ vektor hosszát! (2 pont)

29) Számítsa ki a szabályos tizenkétszög egy belső szögének nagyságát! Válaszát indokolja! (3 pont)

30) Döntse el, melyik állítás igaz, melyik hamis!

a) A valós számok halmazán értelmezett $f(x)=4$ hozzárendelési szabállyal megadott függvény grafikonja az x tengellyel párhuzamos egyenes. (1 pont)

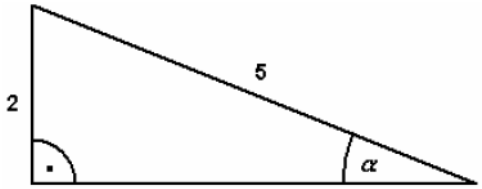
b) Nincs két olyan prímszám, amelyek különbsége prímszám. (1 pont)

c) Az 1 cm sugarú kör kerületének cm-ben mért számértéke kétszer akkora, mint területének cm^2-ben mért számértéke. (1 pont)

d) Ha egy adathalmaz átlaga 0, akkor a szórása is 0. (1 pont)

31) Egy háromszög egyik oldalának hossza 10 cm, a hozzá tartozó magasság hossza 6 cm. Számítsa ki a háromszög területét! (2 pont)

32) Számítsa ki az α szög nagyságát az alábbi derékszögű háromszögben! (2 pont)



33) Egy kör sugara 6 cm. Számítsa ki ebben a körben a 120°-os középponti szöghöz tartozó körcikk területét! (2 pont)

34) Egy 5 cm sugarú kör középpontjától 13 cm-re lévő pontból érintőt húzunk a körhöz. Mekkora az érintőszakasz hossza? Írja le a számítás menetét! (3 pont)

35) Adja meg, hogy az alábbi geometriai transzformációk közül melyek viszik át önmagába az ábrán látható, háromszög alakú (sugárveszélyt jelző) táblát! (2 pont)



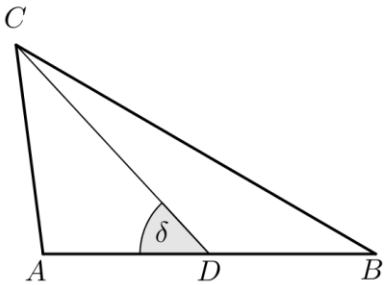
a) 60°-os elforgatás a tábla középpontja körül.

b) 120°-os elforgatás a tábla középpontja körül.

c) Középpontos tükrözés a tábla középpontjára.

d) Tengelyes tükrözés a tábla középpontján és a tábla egyik csúcsán átmenő tengelyre.

36) Az ábrán látható ABC háromszögben a D pont felezi az AB oldalt. A háromszögben ismert: $AB=48$ mm, $CD=41$ mm, $\delta=47°$.



a) Számítsa ki az ABC háromszög területét! (5 pont)

b) Számítással igazolja, hogy (egész milliméterre kerekítve) a háromszög BC oldalának hossza 60 mm! (4 pont)

c) Számítsa ki a háromszög B csúcsánál lévő belső szög nagyságát! (3 pont)

37) Egy téglalap szomszédos oldalainak hossza 4,2 cm és 5,6 cm. Mekkora a téglalap körülírt körének sugara? Válaszát indokolja! (3 pont)

38)

a) Egy háromszög oldalainak hossza 5 cm, 7 cm és 8 cm. Mekkora a háromszög 7 cm-es oldalával szemközti szöge? (4 pont)

b) Oldja meg a $[0;2\pi]$ intervallumon a következő egyenletet!

$$\cos^2 x = \frac{1}{4} \quad (x \in \mathbb{R}).$$ (6 pont)

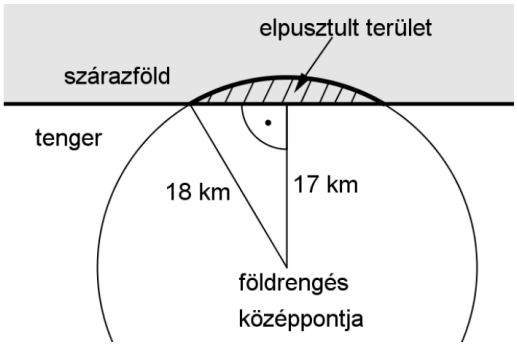
c) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)! (2 pont)

I) Az $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, f(x) = \sin x$ függvény páratlan függvény.

II) Az $g : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, g(x) = \cos 2x$ függvény értékkészlete a $[-2;2]$ zárt intervallum.

III) A $h : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, $h(x) = \cos x$ függvény szigorúan monoton növekszik a $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$ intervallumon.

39) Újsághír: *„Szeizmológusok számításai alapján a 2004. december 26-án Szumátra szigetének közelében kipattant földrengés a Richter-skála szerint 9,3-es erősségű volt; a rengést követő cunami (szökőár) halálos áldozatainak száma megközelítette a 300 ezret.”*



A földrengés Richter-skála szerinti „erőssége” és a rengés középpontjában felszabaduló energia között fennálló összefüggés: $M = -4,42 + \frac{2}{3}\lg E$.

Ebben a képletben E a földrengés középpontjában felszabaduló energia mérőszáma (joule-ban mérve), M pedig a földrengés erősségét megadó nem negatív szám a Richter-skálán.

a) A Nagasakira 1945-ben ledobott atombomba felrobbanásakor felszabaduló energia $1,344 \cdot 10^{14}$ joule volt. A Richter-skála szerint mekkora erősségű az a földrengés, amelynek középpontjában ekkora energia szabadul fel? (3 pont)

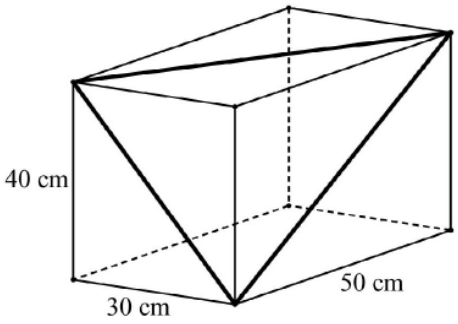
b) A 2004. december 26-i szumátrai földrengésben mekkora volt a felszabadult energia? (3 pont)

c) A 2007-es chilei nagy földrengés erőssége a Richter-skála szerint 2-vel nagyobb volt, mint annak a kanadai földrengésnek az erőssége, amely ugyanebben az évben következett be. Hányszor akkora energia szabadult fel a chilei földrengésben, mint a kanadaiban? (5 pont)

d) Az óceánban fekvő egyik szigeten a földrengést követően kialakuló szökőár egy körszelet alakú részt tarolt le. A körszeletet határoló körív középpontja a rengés középpontja, sugara pedig 18 km. A rengés középpontja a sziget partjától 17 km távolságban volt (lásd a felülnézeti ábrán). Mekkora a szárazföldön elpusztult rész területe egész négyzetkilométerre kerekítve? (6 pont)

40) Egy téglatest alakú akvárium egy csúcsból kiinduló élei 30 cm, 40 cm, illetve 50 cm hosszúak.

a) Hány literes ez az akvárium? (A számolás során tekintsen el az oldallapok vastagságától!) (3 pont)



Tekintsük azt a háromszöget, amelynek oldalait az ábrán látható téglatest három különböző hosszúságú lapátlója alkotja.

b) Mekkora ennek a háromszögnek a legkisebb szöge? Válaszát fokban, egészre kerekítve adja meg! (8 pont)

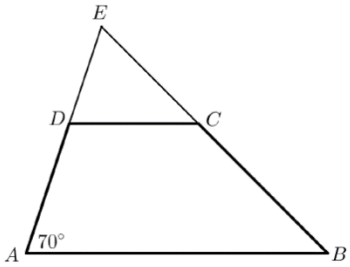
41) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

a) Minden paralelogramma tengelyesen szimmetrikus négyszög.

b) A kocka testátlója 45°-os szöget zár be az alaplappal.

c) A szabályos tizenhétszögben az egyik csúcsból kiinduló összes átló a tizenhétszöget 15 háromszögre bontja. (2 pont)

42) Az $ABCD$ trapéz oldalainak hossza: $AB = 10\,\text{cm}$; $CD = 6\,\text{cm}$; $AD = 7\,\text{cm}$. Az A csúcsnál fekvő belső szög nagysága 70°.



a) Mekkora távolságra van a D pont az AB oldaltól? (3 pont)

b) Számítsa ki a négyszög AC átlójának hosszát! (4 pont)

Az E pont az AD és BC szárak egyenesének metszéspontja.

c) Számítsa ki az ED szakasz hosszát! (4 pont)

43) Egy ABC háromszög A csúcsánál lévő külső szöge 104°-os, B csúcsnál lévő belső szöge 74°-os. Hány fokos a háromszög C csúcsnál lévő külső szöge? Válaszát indokolja! (3 pont)

44) Az ABC derékszögű háromszög AC befogója $6\,cm$, BC befogója $8\,cm$ hosszú.

a) Számítsa ki az ABC háromszög hegyesszögeinek nagyságát! (3 pont)

A DEF derékszögű háromszög DE befogója $7\,cm$-rel rövidebb, mint a DF befogó. Az átfogó $2\,cm$-rel hosszabb, mint a DF befogó.

b) Számítsa ki a DEF háromszög oldalainak hosszát! (8 pont)

45) Az $ABCD$ húrtrapéz oldalainak hossza:
$AB = 5\,cm$; $BC = 2{,}5\,cm$, $CD = 2\,cm$ és $DA = 2{,}5\,cm$.

a) Számítsa ki a trapéz szögeit! (5 pont)

b) Határozza meg az ABC és ACD háromszögek területének arányát! (5 pont)

c) A trapéz belső szögeit egy-egy $5\,mm$ sugarú körívvel jelöltük. Számítsa ki a négy körív hosszának összegét! (3 pont)