MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK MEGOLDÁSAI
KÖZÉP SZINT

Egyszerűsítések, átalakítások

A szürkített hátterű feladatrészek nem tartoznak az érintett témakörhöz, azonban szolgálhatnak fontos információval az érintett feladatrészek megoldásához!

1) Egyszerűsítse a következő törtet! (x valós szám, $x \neq 0$) **(2 pont)**

$$\frac{x^2 - 3x}{x}$$

Megoldás:

A számláló átalakítva: $x(x-3)$ (1 pont)

Látjuk, hogy x ismeretlennel le tudunk egyszerűsíteni.
A tört egyszerűsítve: $x-3$. (1 pont)

Összesen: 2 pont

2) A d és az e tetszőleges valós számot jelöl. Adja meg annak az egyenlőségnek a betűjelét, amelyik biztosan igaz (azonosság)! **(2 pont)**

a) $d^2 + e^2 = (d+e)^2$

b) $d^2 + 2de + e^2 = (d+e)^2$

c) $d^2 + de + e^2 = (d+e)^2$

Megoldás:

b) (teljes négyzet) (2 pont)

3) Írja fel az $\left(\frac{x}{y}\right)^{-2}$ kifejezést (ahol x és y nem 0) úgy, hogy ne szerepeljen benne negatív kitevő! **(2 pont)**

Megoldás:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-2} = \left(\frac{y}{x}\right)^{2} = \frac{y^2}{x^2} = \frac{1}{\frac{x^2}{y^2}} = \frac{1}{\left(\frac{x}{y}\right)^2}$$ (2 pont)

4) Döntse el mindegyik egyenlőségről, hogy igaz, vagy hamis minden valós szám esetén! **(1+1+1 pont)**

a) $b^3 + b^7 = b^{10}$

b) $\left(b^3\right)^7 = b^{21}$

c) $b^4 b^5 = b^{20}$

Megoldás:

A hatványozás azonosságai alapján:

a) **hamis** (1 pont)

b) **igaz** (1 pont)

c) **hamis** (1 pont)

Összesen: 3 pont

5) Jelölje meg annak a kifejezésnek a betűjelét, amelyik az $ax^2+dx+e=0$ egyenlet diszkriminánsa, ha

a) d^2-ae

b) d^2-4ae

c) $\sqrt{d^2-4ae}$ **(2 pont)**

Megoldás:

A keresett betűjel: **b)** (2 pont)

6) Az a és b valós számokról tudjuk, hogy $\frac{a^2-b^2}{a-b}=20$. Mekkora $a+b$ értéke? **(2 pont)**

Megoldás:

Az egyszerűsítés után marad, hogy $a+b=20$. (2 pont)

7) Válassza ki azokat az egyenlőségeket, amelyek nem igazak minden valós számra: **(2 pont)**

a) $\sqrt{(x-2)^4}=(x-2)^2$

b) $\sqrt{(x-2)^2}=(x-2)$

c) $\sqrt{(x-2)^2}=2-x$

Megoldás:

b), c) (1+1 pont)

8) Egyszerűsítse a következő törtet! (a; b valós szám, $a\cdot b\neq 0$)!

$$\frac{a^2b-2ab}{ab}$$ **(2 pont)**

Megoldás:

$$\frac{ab\cdot(a-2)}{ab}=a-2$$ (2 pont)

9) Egyszerűsítse az $\frac{x+8}{x^2+8x}$ algebrai törtet! Tudjuk, hogy $x\notin\{-8;0\}$. (2 pont)

Megoldás:

Az egyszerűsített tört: $\frac{1}{x}$ (2 pont)

10) Egyszerűsítse a következő törtet, ahol $b \neq 6$

$$\frac{b^2 - 36}{b - 6}$$ **(2 pont)**

Megoldás:

Az egyszerűsítés utáni alak: $b + 6$ (2 pont)

11) Ha $a \neq 1$, akkor az alábbi egyenletek közül melyik azonosság?

a) $\frac{a^2 - a}{a - 1} = a - 1$

b) $\frac{a^2 - a}{a - 1} = a$

c) $\frac{a^2 - a}{a - 1} = a + 1$

d) $\frac{a^2 - a}{a - 1} = 0$ **(2 pont)**

Megoldás:

b). (2 pont)

12) Egyszerűsítse az alábbi törtet: $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$, ahol $x \neq \pm 3$! **(3 pont)**

Megoldás:

A tört egyszerűsített alakja: $\frac{x - 3}{x + 3}$ (3 pont)

13) Végezze el a következő műveleteket, és vonja össze az egynemű kifejezéseket! A számítás menetét részletezze!

$$(x - 3)^2 + (x - 4) \cdot (x + 4) - 2x^2 + 7x$$ **(3 pont)**

Megoldás:

$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$ (1 pont)

$(x - 4)(x + 4) = x^2 - 16$ (1 pont)

Az összevont alak: $x - 7$ (1 pont)

Összesen: 3 pont

14) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

A: Minden valós szám abszolút értéke pozitív.

B: $16^{\frac{1}{4}} = 2$

C: Ha egy szám osztható 6-tal és 9-cel, akkor biztosan osztható 54-gyel is. **(2 pont)**

Megoldás:

A: **Hamis**
B: **Igaz**
C: **Hamis** (2 pont)

15) Egyszerűsítse az $\frac{a^3 + a^2}{a + 1}$ **törtet, ha** $a \neq -1$**.** **(2 pont)**

Megoldás:

Az egyszerűsítés utáni alak: a^2 (2 pont)