# MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK KÖZÉPSZINT

## Egyenletek, egyenlőtlenségek

**A szürkített hátterű feladatrészek nem tartoznak az érintett témakörhöz, azonban szolgálhatnak fontos információval az érintett feladatrészek megoldásához!**

1)

a) Oldja meg a $7+x<-2\cdot(x-2)$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! (2 pont)

b) Oldja meg az $x^2+x-6\le 0$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! (4 pont)

c) Legyen az $A$ halmaz a $7+x<-2\cdot(x-2)$ egyenlőtlenség valós megoldásainak halmaza, $B$ pedig az $x^2+x-6\le 0$ egyenlőtlenség valós megoldásainak halmaza. Adja meg az $A\cup B$, $A\cap B$ és $B\setminus A$ halmazokat! (6 pont)

2) Az $a=2$ és $b=-1$ esetén számítsa ki $C$ értékét, ha $\frac{1}{C}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$! (2 pont)

3) Oldja meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert!

$$\left.\begin{aligned} x\cdot y&=600\\ (x-10)\cdot(y+5)&=600\end{aligned}\right\}$$

(12 pont)

4) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet: $-2x^2+13x+24=0$! (2 pont)

5)

a) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$(x+2)^2-90=5\cdot(0{,}5x-17)$$

(5 pont)

b) Oldja meg a valós számok halmazán $\frac{3-x}{7x}<2$ egyenlőtlenséget! (7 pont)

6) Ha az eredetileg $I_0\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$ intenzitású lézersugár $x$ mm $(x\ge 0)$ mélyre hatol egy bizonyos anyagban, akkor ebben a mélységben intenzitása $I(x)=I_0\cdot 0{,}1^{\frac{x}{6}}\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$ lesz. Ezt az anyagot $I_0=800\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$ intenzitású lézersugárral világítják meg.

a) Töltse ki az alábbi táblázatot! (Az intenzitásra kapott mérőszámokat egészre kerekítve adja meg!) (3 pont)

| $x$ (mm) | 0 | 0,3 | 0,6 | 1,2 | 1,5 | 2,1 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $I(x)\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$ | 800 | | | | | | |

b) Mekkora mélységben lesz a behatoló lézersugár intenzitása az eredeti

érték $(I_0)$ 15%-a? (A választ tizedmilliméterre kerekítve adja meg!) (6 pont)

c) Egy gyermekszínház műsorának valamelyik jelenetében dekorációként az ábrán látható elrendezés szerinti négy csillag közül egyeseket zöld vagy kék lézerfénnyel rajzolnak ki. Hány különböző dekorációs terv készülhet, ha legalább egy csillagot ki kell rajzolni a lézerrel? (8 pont)

7) Oldja meg az egyenletet a valós számok halmazán!

$x^2 - 25 = 0$ (2 pont)

8) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenségeket!

a) $x - \frac{x-1}{2} > \frac{x-3}{4} - \frac{x-2}{3}$ (5 pont)

b) $-3x^2 - 1 \le -4$ (7 pont)

Mindkét esetben ábrázolja a megoldáshalmazt számegyenesen!

9) Mekkora az $x^2 - 6{,}5x - 3{,}50$ egyenlet valós gyökeinek összege, illetve szorzata? Válaszát indokolja! (3 pont)

10) Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $5^{x+1} + 5^{x+2} = 30$ (5 pont)

b) $\frac{3}{x} - \frac{2}{x+2} = 1$, ahol $x \neq 0$ és $x \neq -2$ (7 pont)

11)

a) Oldja meg a valós számok halmazán az $\frac{x+2}{3-x} \ge 0$ egyenlőtlenséget! (7 pont)

b) Adja meg az $x$ négy tizedesjegyre kerekített értékét, ha $4 \cdot 3^x + 3^x = 20$. (4 pont)

c) Oldja meg a $2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$ egyenletet a $[-\pi;\pi]$ alaphalmazon. (6 pont)

12) Legyenek $f$ és $g$ a valós számok halmazán értelmezett függvények, továbbá: $f(x) = 5x + 5{,}25$ és $g(x) = x^2 + 2x + 3{,}5$

a) Számítsa ki az alábbi táblázatok hiányzó értékeit! (3 pont)

| $x$ | 3 | $x$ | |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $g(x)$ | 2,5 |

b) Adja meg a $g$ függvény értékkészletét! (3 pont)

c) Oldja meg az $5x + 5{,}25 > x^2 + 2x + 3{,}5$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! (6 pont)

13) Mely $x$ valós számokra igaz, hogy $x^2 = 9$? (2 pont)

14)

a) Melyik $(x;y)$ valós számpár megoldása az alábbi egyenletrendszernek?

$$\left.\begin{aligned} 2x - 6y &= 4 \\ 3x + 5y &= 20 \end{aligned}\right\}$$

(6 pont)

b) Oldja meg az alábbi egyenletet!

$\sqrt{x+2} = x$ (6 pont)

15) Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\frac{x-1}{2} + \frac{2x}{5} = 4$ (5 pont)

b) $\lg(x-1) + \lg 4 = 2$ (7 pont)

16)

a) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$x + 4 = \sqrt{4x+21}$ (6 pont)

b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert, ahol $x$ és $y$ valós számot jelöl!

$$\left.\begin{aligned} 3x + y &= 16 \\ 5x - 2y &= 45 \end{aligned}\right\}$$ (6 pont)

17) Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$(x-3)^2 + 2x = 14$

Válaszát indokolja! (3 pont)

18) Anna és Zsuzsi is szeretné megvenni az újságosnál az egyik magazint, de egyik lánynak sincs elegendő pénze. Anna pénzéből hiányzik a magazin árának 12%-a, Zsuzsi pénzéből pedig az ár egyötöde. Ezért elhatározzák, hogy közösen veszik meg a magazint. A vásárlás után összesen 714 Ft-juk maradt.

a) Mennyibe került a magazin, és mennyi pénzük volt a lányoknak külön-külön a vásárlás előtt? (10 pont)

b) A maradék 714 Ft-ot igazságosan akarják elosztani, azaz úgy, hogy a vásárlás előtti és utáni pénzük aránya azonos legyen. Hány forintja maradt Annának, illetve Zsuzsinak az osztozkodás után? (7 pont)

19) 2001-ben a havi villanyszámla egy háztartás esetében három részből állt. az alapdíj 240 Ft, ez független a fogyasztástól, a nappali áram díja 1 kWh fogyasztás esetén 19,8 Ft, az éjszakai áram díja 1 kWh fogyasztás esetén 10,2 Ft. A számla teljes értékének 12 %-át kell még általános forgalmi adóként (ÁFA) kifizetnie a fogyasztónak.

a) Mennyit fizetett forintra kerekítve egy család abban a hónapban, amikor a nappali fogyasztása 39 kWh, az éjszakai fogyasztása 24 kWh volt? (3 pont)

b) Adjon képletet a befizetendő számla $F$ összegére, ha a nappali fogyasztás $x$ kWh, és az éjszakai fogyasztás pedig $y$ kWh! (3 pont)

c) Mennyi volt a család fogyasztása a nappali illetve és az éjszakai áramból abban a hónapban, amikor 5456 Ft-ot fizettek, és tudjuk, hogy a nappali fogyasztásuk kétszer akkora volt, mint az éjszakai? (8 pont)

d) Mekkora volt a nappali és az éjszakai fogyasztás aránya abban a hónapban, amikor a kétféle fogyasztásért (alapdíj és ÁFA nélkül) ugyanannyit kellett fizetni? (3 pont)

20) Egy farmernadrág árát 20 %-kal felemelték, majd amikor nem volt elég nagy a forgalom, az utóbbi árat 25 %-kal csökkentették. Most 3600 Ft-ért lehet a farmert megvenni. Mennyi volt az eredeti ára? Válaszát számítással indokolja! (4 pont)

21) Az erdőgazdaságban háromféle fát nevelnek (fenyő, tölgy, platán) három téglalap elrendezésű parcellában. A tölgyfák parcellájában 4-gyel kevesebb sor van, mint a fenyőfákéban, és minden sorban 5-tel kevesebb fa van, mint ahány fa a fenyő parcella egy sorában áll. 360-nal kevesebb tölgyfa van, mint fenyőfa. A platánok telepítésekor a fenyőkéhez viszonyítva a sorok számát 3-mal, az egy sorban lévő fák számát 2-vel növelték. Így 228-cal több platánfát telepítettek, mint fenyőt.

a) Hány sor van a fenyők parcellájában? Hány fenyőfa van egy sorban? (10 pont)

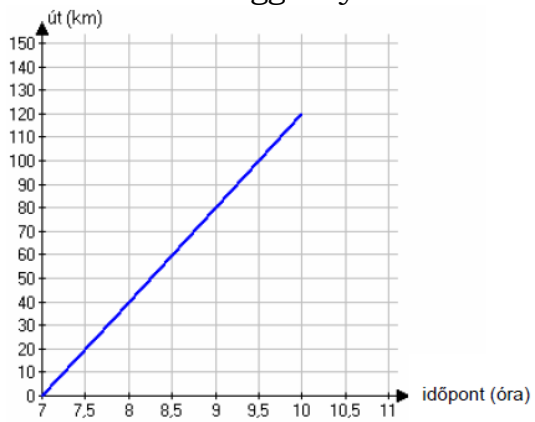
b) Hány platánfát telepítettek? (2 pont)

22) Bea édesapja két és félszer olyan idős most, mint Bea. 5 év múlva az édesapa 50 éves lesz. Hány éves most Bea? Válaszát indokolja! (3 pont)

23) Ha fél kilogramm narancs 75 Ft-ba kerül, akkor hány kilogramm narancsot kapunk 300 Ft-ért? (2 pont)

24) Egy vállalat 250 000 Ft-ért vásárol egy számítógépet. A gép egy év alatt 10%-ot veszít az értékéből. Mennyi lesz a gép értéke 1 év elteltével? Írja le a számítás menetét! (3 pont)

25) Budapestről reggel 7 órakor egy tehervonat indul Debrecenbe, amely megállás nélkül egyenletes sebességgel halad. A koordinátarendszerben a tehervonat által megtett utat ábrázoltuk az idő függvényében.




a) Mekkora utat tett meg a tehervonat az első órában? (2 pont)

b) Számítsa ki, hogy hány óra alatt tesz meg a tehervonat 108 kilométert? (2 pont)

Budapestről reggel 7 óra 30 perckor egy gyorsvonat is indul ugyanazon az útvonalon Debrecenbe, amely megállás nélkül 70 km/h állandó nagyságú sebességgel halad.

c) Rajzolja be a fenti koordinátarendszerbe a gyorsvonat út-idő grafikonját a 7 óra 30 perc és 9 óra 30 perc közötti időszakban! (2 pont)

d) Számítsa ki, hogy mikor és mekkora út megtétele után éri utol a gyorsvonat a tehervonatot! (11 pont)

26) Egy új típusú, az alacsonyabb nyomások mérésére kifejlesztett műszer tesztelése során azt tapasztalták, hogy a műszer által mért $p_m$ és a valódi $p_v$ nyomás között a $\lg p_m = 0{,}8 \cdot \lg p_v + 0{,}301$ összefüggés áll fenn.

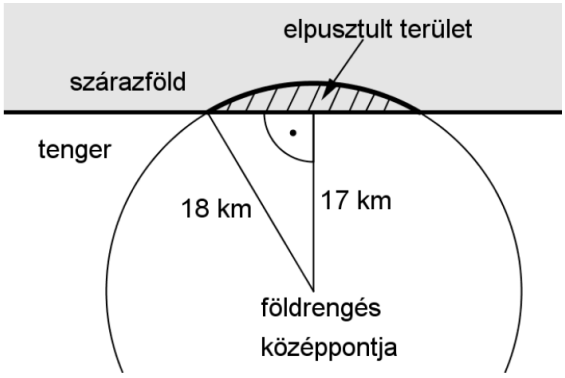
A műszer által mért és a valódi nyomás egyaránt pascal (Pa) egységekben szerepel a képletben.

a) Mennyit mér az új műszer 20 Pa valódi nyomás esetén? (4 pont)
b) Mennyi valójában a nyomás, ha a műszer 50 Pa értéket mutat? (6 pont)
c) Mekkora nyomás esetén mutatja a műszer a valódi nyomást? (7 pont)
A pascalban kiszámított értékeket egész számra kerekítve adja meg!

27) Egy szám $\frac{5}{6}$ részének a 20%-a 31. Melyik ez a szám? Válaszát indokolja!

(3 pont)

28) Újsághír: *„Szeizmológusok számításai alapján a 2004. december 26-án Szumátra szigetének közelében kipattant földrengés a Richter-skála szerint 9,3-es erősségű volt; a rengést követő cunami (szökőár) halálos áldozatainak száma megközelítette a 300 ezret.”*




A földrengés Richter-skála szerinti „erőssége” és a rengés középpontjában felszabaduló energia között fennálló összefüggés: $M = -4{,}42 + \frac{2}{3}\lg E$.

Ebben a képletben $E$ a földrengés középpontjában felszabaduló energia mérőszáma (joule-ban mérve), $M$ pedig a földrengés erősségét megadó nem negatív szám a Richter-skálán.

a) A Nagasakira 1945-ben ledobott atombomba felrobbanásakor felszabaduló energia $1{,}344 \cdot 10^{14}$ joule volt. A Richter-skála szerint mekkora erősségű az a földrengés, amelynek középpontjában ekkora energia szabadul fel? (3 pont)
b) A 2004. december 26-i szumátrai földrengésben mekkora volt a felszabadult energia? (3 pont)
c) A 2007-es chilei nagy földrengés erőssége a Richter-skála szerint 2-vel nagyobb volt, mint annak a kanadai földrengésnek az erőssége, amely ugyanebben az évben következett be. Hányszor akkora energia szabadult fel a chilei földrengésben, mint a kanadaiban? (5 pont)
d) Az óceánban fekvő egyik szigeten a földrengést követően kialakuló szökőár egy körszelet alakú részt tarolt le. A körszeletet határoló körív középpontja a rengés középpontja, sugara pedig 18 km. A rengés középpontja a sziget partjától 17 km távolságban volt (lásd a felülnézeti ábrán). Mekkora a szárazföldön elpusztult rész területe egész négyzetkilométerre kerekítve? (6 pont)

29) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\left.\begin{aligned} 5x + y &= 3 \\ x + y &= 7 \end{aligned}\right\}$$

Válaszát indokolja! (4 pont)

30) Az $x^2 + bx - 10 = 0$ másodfokú egyenlet diszkriminánsa 49. Számítsa ki $b$ értékét! Számítását részletezze! (3 pont)

31) Oldja meg az $x^2 - 4x - 21 = 0$ egyenletet a valós számok halmazán!

(2 pont)

32) Az $x$ -nél 2 -vel nagyobb számnak az abszolút értéke 6. Adja meg $x$ lehetséges értékeit!(2 pont)

33) Oldja meg az alábbi egyenletet a nemnegatív valós számok halmazán!

$$\sqrt{x} = 4^3$$ (2 pont)

34)

a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$7 - 2 \cdot (x + 5) = \frac{x+6}{4} + \frac{x+2}{2}$$ (5 pont)

b) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$x^2 - x - 2 \leq 0$$ (5 pont)