MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK MEGOLDÁSAI
EMELT SZINT

Szöveges példák

A szürkített hátterű feladatrészek nem tartoznak az érintett témakörhöz, azonban szolgálhatnak fontos információval az érintett feladatrészek megoldásához!

1) Panni és Kati elvállalta, hogy a szövegszerkesztővel legépelik Dani szakdolgozatát. A két lány együttes munkával 12 munkaóra alatt végezne a gépeléssel.
Kedden reggel 8 órakor kezdett Panni a munkához, Kati 10 órakor fogott hozzá. Megállás nélkül ki-ki egyenletes sebességgel dolgozott kedden 14 óráig, ekkor a kézirat 40%-ával végeztek, és abbahagyták a munkát.
a) Hány óra alatt gépelné le Panni, illetve Kati a teljes szakdolgozatot (állandó munkatempót, és megszakítás nélküli munkát feltételezve)? (9 pont)
Szerdán reggel egyszerre kezdtek 9 órakor a gépeléshez, és együtt egyszerre fejezték be. Szerdán Panni fél óra ebédszünetet tartott, Kati pedig a délelőtti munkáját egy órányi időtartamra megszakította.
b) Hány órakor végeztek a lányok a munkával szerdán? (7 pont)

Megoldás:

a) Jelölje x azt az időt órában, amennyi idő alatt Panni egyedül begépelte volna a kéziratot, y pedig azt, amennyi alatt Kati végezte volna el ugyanezt a munkát egyedül. Panni szerdán t órát fordított gépelésre.
Foglaljuk táblázatba a szövegből kiolvasható adatokat:

	A teljes munka elvégzése (h)	1 óra alatti teljesítmény	Gépelésre fordított idő (h) kedden
Panni	x	$\frac{1}{x}$	6
Kati	y	$\frac{1}{y}$	4
együtt	12	$\frac{1}{12}$	

A táblázat helyes kitöltése (3 pont)
Mindezekből tudhatjuk
A munka elvállalásakor $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12}$ (1 pont)
a keddi nap végén $\frac{6}{x}+\frac{4}{y}=\frac{2}{5}$ (2 pont)
A két egyenletből: $x=30$ óra és $y=20$ óra (2 pont)
A feladat feltételeinek megfelelően **Panni 30 óra, Kati 20 óra alatt végzett volna egyedül a munkával.** (1 pont)

b) Szerdán Panni t, Kati $t-\frac{1}{2}$ órát gépelt (1 pont)

Szerda délután, a munka befejezésekor $\frac{t}{30}+\frac{t-\frac{1}{2}}{20}=\frac{3}{5}$ (2 pont)

Ebből $t=7{,}5$ óra (1 pont)

Panni fél órát ebédelt, így a gépelésre fordított 7,5 óra 8 óra munkaidőre változik.

Kati szerdán $7{,}5-0{,}5=7$ órát gépelt, és egy órával több (vagyis 8) volt a munkaideje. (2 pont)

Szerdán 9 órakor kezdtek, és mindketten 8 óra munkaidő után fejezték be a gépelést, vagyis **17 órára lettek készen a kézirattal.** (1 pont)

Összesen: 16 pont

2) A világhírű GAMMA együttes magyarországi koncertkörútja során öt vidéki városban lépett fel. Az alábbi táblázat tartalmazza a körút néhány üzleti adatát.

város	fizető nézők száma	egy jegy ára (Ft)	bevétel a jegyeladásból (ezer Ft)
Debrecen	12350		14820
Győr	8760		12264
Kecskemét		1600	22272
Miskolc	9970	1500	
Pécs		1300	15405

a) A koncertturné során melyik városban adták el a legtöbb jegyet? (3 pont)

b) Mennyi volt az összes eladott jegy átlagos ára? (4 pont)

Bea elment Budapesten a GAMMA együttes koncertjére, és becslése szerint 50000 ember hallgatta a zenét. Peti Prágában volt az együttes koncertjén, ahol a nézők számát 60000 főre becsülte. A GAMMA együttes menedzsere, aki ismerte a tényleges nézőszámokat, elárulta, hogy:

- **Budapesten a tényleges nézőszám nem tér el 10%-nál többel a Bea által adott becsléstől**
- **Peti becslése nem tér el 10%-nál többel a tényleges prágai nézőszámtól**

c) Mekkora a budapesti nézőszám és a prágai nézőszám közötti eltérés lehetséges legnagyobb értéke, a kerekítés szabályainak megfelelően ezer főre kerekítve? (6 pont)

d) A fenti adatok ismeretében előfordulhatott-e, hogy Budapesten és Prágában ugyanannyi ember volt a GAMMA együttes koncertjén? (3 pont)

Megoldás:

a) A kitöltött táblázat:

város	fizető nézők száma	egy jegy ára (Ft)	bevétel a jegyeladásból (ezer Ft)
Debrecen	12350	**1200**	14820
Győr	8760	**1400**	12264
Kecskemét	**13920**	1600	22272
Miskolc	9970	1500	**14955**
Pécs	**11850**	1300	15405

Kecskeméten 13920, Pécsett 11850 fizető néző volt (2 pont)
A legtöbb fizető néző **Kecskeméten** volt (1 pont)

b) Az öt városban összesen 56850 fizető néző volt (1 pont)
Miskolcon a jegyeladásból 14955 ezer Ft bevétel származott (1 pont)
Az öt városban az összes bevétel 79716 ezer Ft volt (1 pont)
Az átlagos jegyár $\frac{79716000}{56850} = \mathbf{1402}$ Ft volt (1 pont)

c) Bea becslése 50000 fő, ennek 10%-a 5000 fő. Ha a tényleges nézőszám Budapesten b, akkor $45000 \le b \le 55000$ (1 pont)
Peti becslése 60000 fő, ennek 10%-a 6000 fő. Ha a tényleges nézőszám Prágában p, ennek a 10%-a $0{,}1p$, akkor $0{,}9p \le 60000 \le 1{,}1p$ (2 pont)
Innen $54546 \le p \le 66666$. (1 pont)
A legnagyobb eltérés akkor van a két nézőszám között, ha $b = 45000$ és $p = 66666$. Ekkor az eltérés $66666 - 45000 = 21666$ fő (1 pont)
A nézőszámok közötti lehetséges legnagyobb eltérés ezresekre kerekített értéke **22 ezer fő** (1 pont)

d) A b-re kapott és p-re kapott reláció miatt az azonos b és p értékeket a $[45000;55000]$ és az $[54546;66666]$ intervallumok közös egész elemei adják (1 pont)
Tehát $b = p$, ha mindkét nézőszám ugyanazon eleme az $[54546;55000]$ intervallumnak (1 pont)
Mindezekből következik, hogy **lehetséges, hogy a két fővárosban azonos számú néző hallgatta a GAMMA együttest.** (1 pont)

Összesen: 16 pont

3) Az érett szilva tömegének kb. 5%-a mag közepe. A kimagozott szilva átlagosan 90% vizet és ún. szárazanyagot tartalmaz. A szilva aszalásakor a szárítási technológia során addig vonunk el vizet a kimagozott szilvából, amíg a megmaradt tömegének csak az 5%-a lesz víz, a többi a változatlan szárazanyag-tartalom. Az így kapott terméket nevezzük aszalt szilvának.

a) A fentiek figyelembevételével mutassa meg, hogy 10 kg leszedett szilvából 1 kg aszalt szilva állítható elő! (6 pont)

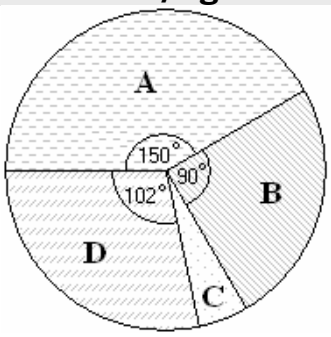
Az aszalt szilva kilóját 1400 Ft-ért, a nyers szilvát pedig 120 Ft-ért lehet értékesíteni.

b) Kovács úr szilvatermésének felét nyersen, másik felét pedig aszalt szilvaként adta el. Hány kg volt Kovács úr szilvatermése, ha a nyers és az aszalt szilvából összesen 286000 Ft bevételhez jutott? (3 pont)

A piacon egy pénteki napon összesen 720 kg szilvát adtak el. Ez a mennyiség az alábbi kördiagram szerint oszlik meg az *A*, *B*, *C* és *D* fajták között.

c) Átlagosan mennyit fizettek a vevők egy kilogrammért az adott napon, ha az egyes fajták ára:

A- 120 Ft/kg
B- 200 Ft/kg
C- 230 Ft/kg
D- 260 Ft/kg (7 pont)



Megoldás:

a) 10 kg leszedett szilvából kimagozás után 9,5 kg szilva lesz (1 pont)
A 9,5 kg kimagozott szilvából 90% víz, míg 10%, azaz 0,95 kg a szárazanyag-tartalom (1 pont)
A 10 kg nyers szilvából készült aszalt szilvában ez a 0,95 kg a feltétel szerint a tömeg 95%-a, hiszen csak 5%-a víz. (2 pont)
Tehát keressük, hogy hány kg-nak a 95%-a lesz 0,95 kg. Így adódik a 100%-ra **1 kg**. (1 pont)
Azaz 10 kg szilvából valóban mindössze 1 kg aszalt szilva lesz. (1 pont)

b) Ha x kg volt a termése, akkor a feltétel szerint: $\frac{x}{2}\cdot 120+\frac{x}{2}\cdot 0{,}1\cdot 1400=286000$ (2 pont)

$\boldsymbol{x=2200}$ **kg** (1 pont)

c) A: $150°$ $\frac{150°}{360°}=\frac{5}{12}$ rész (300 kg)

B: $90°$ $\frac{90°}{360°}=\frac{1}{4}$ rész (180 kg)

C: $18°$ $\frac{18°}{360°}=\frac{1}{20}$ rész (36 kg)

D: $102°$ $\frac{102°}{360°}=\frac{17}{60}$ rész (204 kg) (4 pont)

Az átlagár súlyozott közép:

$$\frac{120\cdot\frac{5\cdot720}{12}+200\cdot\frac{720}{4}+230\cdot\frac{720}{20}+260\cdot\frac{17\cdot720}{60}}{720}=$$ (2 pont)

$$=\frac{1111}{6}\approx185{,}17$$

Tehát az átlagár kb. **185 Ft.** (1 pont)

Összesen: 16 pont

4) Egy üzletben háromféle palackozott ecet van a polcon: 12 db 10%-os, 8 db 15%-os és 5 db 20%-os. Mindegyiket azonos csomagolásban, 1 literes kiszerelésben árulják.

a) Hány százalékos ecetet kapnánk, ha a polcon lévő összes ecetet összeöntenénk? (3 pont)

Kázmér elképzelése az, hogy egy palack ecet árát az üres palack árából, a tömény ecet valamint a tiszta víz literenként árából kalkulálják ki.

b) Az üres palack ára 30 Ft, a tömény ecet literje 500 Ft, a tiszta víz literje 10 Ft. Mennyibe kerülne a három különböző töménységű palackozott ecet az üzletben, ha a fogyasztói ár a Kázmér elképzelése szerint kalkulált ár 120%-a? (A fogyasztói árat a végén kerekítik egész forintra.) (5 pont)

Kázmér felírta a literes palackok bolti árait: a 10%-os ecet 144 Ft, a 15%-os 150 Ft, a 20%-os 156 Ft.

c) Ha ezeket az árakat a b) részben leírtak szerint kalkulálták, akkor ki lehet-e mindezekből számítani az üres palack, a tömény ecet és a tiszta víz árát? (8 pont)

Megoldás:

a) A 12 liter 10%-os ecet tömény tartalma: 1,2 liter, a 8 liter 15%-os eceté is 1,2 liter, az 5 liter 20%-osé pedig 1 liter. (1 pont)

Az összehasonlítás utáni 25 liter keverékben a tömény ecet 3,4 liter. (1 pont)

Ezért a keverék $\frac{3{,}4}{25}=\frac{13{,}5}{100}=$ **13,6%-os** (1 pont)

b) Ha a palackban a tömény ecet mennyisége a, a tiszta vízé b (liter), Kázmér számolása szerint egy palack ára $1{,}2\cdot(500a+10b+30)$ forint (2 pont)

ami a 10%-os palackesetén $1{,}2\cdot(500\cdot 0{,}1+10\cdot 0{,}9+30)\approx$ **107 Ft** (1 pont)

a 15%-os palack estén $1{,}2\cdot(500\cdot 0{,}15+10\cdot 0{,}85+30)\approx$ **136 Ft** (1 pont)

a 20%-os palack esetén $1{,}2\cdot(500\cdot 0{,}2+10\cdot 0{,}8+30)\approx$ **166 Ft** (1 pont)

c) Kázmér kalkulációja alapján a kereskedelmi árrés nélkül megállapított árak a 10%-os palack esetén 120 Ft, a 15%-os palackra 125 Ft, a 20%-osra pedig 130 Ft (2 pont)

Jelölje a palack árát forintban p, a tömény ecet literjének árát t és a víz literjének árát v. Felírhatók az alábbi egyenletek:

(1) $p+0{,}1\cdot t+0{,}9\cdot v=120$

(2) $p+0{,}15\cdot t+0{,}85\cdot v=125$

(3) $p+0{,}2\cdot t+0{,}8\cdot v=130$ (3 pont)

A (2)-(1) egyenletekből kapjuk, hogy $0{,}05\cdot t-0{,}05\cdot v=5$ (1 pont)

Ugyanezt kapjuk a (3)-(2) egyenletekből (1 pont)

A három egyenlet tehát nem független egymástól. A *p*, *t* és *v* egyértelmű értékeinek megállapítása ezekből az adatokból nem lehetséges. (1 pont)

Összesen: 16 pont

5) Egy áruházban egy mosóport négyféle kiszerelésben árusítanak. Az első kiszerelés 50%-kal drágább a harmadiknál, és 20%-kal kevesebb mosópor van benne, mint a másodikban. A második 50%-kal több mosóport tartalmaz, mint a harmadik, és 25%-kal többe kerül, mint az első.

a) Az első három kiszerelés közül melyikben a legalacsonyabb a mosópor egységára? (13 pont)

A negyedik fajta kiszerelést úgy állították össze, hogy annak dobozán a feltüntetett egységár megegyezett az első három kiszerelés átlagos egységárával.

b) Ha a legolcsóbb kiszerelésű dobozon 600 Ft egységárat tüntettek fel, akkor hány forint egységár szerepel a negyedik fajta dobozon?(3 pont)

Megoldás:

a) (12 pont)

	1.	2.	3.
ár	$1{,}5x$	$1{,}25\cdot 1{,}5x=$ $=1{,}875x$	x
tömeg	$1{,}5\cdot 0{,}8y=$ $=1{,}2y$	$1{,}5y$	y
$\text{egységár}=$ $=\dfrac{\text{ár}}{\text{tömeg}}$	$\dfrac{1{,}5x}{1{,}2y}=$ $=1{,}25\dfrac{x}{y}$	$\dfrac{1{,}875x}{1{,}5y}=$ $=1{,}25\dfrac{x}{y}$	$\dfrac{x}{y}$

Tehát a harmadik kiszerelés egységára a legalacsonyabb (1 pont)

b) Ha a legolcsóbb kiszerelés egységára 600 Ft, a másik kettőé ennek a 125%-a, azaz 750-750 Ft (1 pont)

A három kiszerelés átlagos egységára: $\frac{600+750+750}{3}=700$ (1 pont)

A negyedik kiszerelésen **700 Ft** egységár szerepel (1 pont)

Összesen: 16 pont

6) Egy egyetem 10 580 hallgatójának tanulmányi lapjáról összesítették az angol és német nyelvvizsgák számát. Kiderült, hogy a német nyelvvizsgával nem rendelkezők 70%-ának, a német nyelvvizsgával rendelkezők 30%-ának nincs angol nyelvvizsgája. Az angol nyelvvizsgával nem rendelkezők 60%-ának nyelvvizsgája sincs.

a) Ezek közül a hallgatók közül hányan rendelkeznek angol és hányan német nyelvvizsgával? (12 pont)

b) A hallgatók hány százaléka rendelkezett angol és német nyelvvizsgák mindegyikével? (4 pont)

Megoldás:

a) Szemléltessük a feltételeket ábrával, ahol a hallgatók közül x főnek nincs német nyelvvizsgája és $(10580-x)$ főnek van német nyelvvizsgája,

	nincs német nyelvvizsgája (x fő)	van német nyelvvizsgája $(10580-x)$
nincs angol nyelvvizsgája	nincs sem német, sem angol nyelvvizsgája	van német, de nincs angol nyelvvizsgája
van angol nyelvvizsgája	nincs német, de van angol nyelvvizsgája	német és angol nyelvvizsgája is van

A feladat helyes értelmezése (komplementer halmazok) (1 pont)

A feladat feltétele alapján az x fő 70%-ának, vagyis $0{,}7x$ főnek nincs sem német, sem angol nyelvvizsgája (1 pont)

és a $(10580-x)$ fő 30%-ának vagyis főnek van német, de nincs angol nyelvvizsgája (1 pont)

Tehát nincs angol nyelvvizsgája $0{,}7x+0{,}3\cdot(10580-x)=$ (1 pont)

$=3174+0{,}4x$ főnek (1 pont)

Így a feladat feltétele szerint a $(3174+0{,}4x)$ fő 60%-ának, vagyis $0{,}6\cdot(3174+0{,}4x)$ főnek nincs sem német, sem angol nyelvvizsgája (1 pont)

Innen $x=4140$ (2 pont)

$0{,}7x=0{,}6\cdot(3174+0{,}4x)$ (1 pont)

A német nyelvvizsgával rendelkezők száma: $(10580-x)=$ **6440 fő** (1 pont)

Nincs angol nyelvvizsgája $3174+0{,}4x=4830$ főnek (1 pont)

Van angol nyelvvizsgája $10580-4830=$ **5750 főnek** (1 pont)

b) A német vizsgával rendelkezők 6440 fő 30%-a, (vagyis 1932 fő) nem vizsgázott angolból (1 pont)
vagyis a német nyelvvizsgával rendelkezők 70%-a angolból is vizsgázott, ezek száma 4508 fő (1 pont)
$\frac{4508}{10580} = 0,426$ (1 pont)
A hallgatók **42,6%**-ának van angolból és németből is vizsgája (1 pont)
Összesen: 16 pont

7) Egy város sportklubjának 640 fős tagságát felnőttek és diákok alkotják. A tagság 55%-a sportol rendszeresen. A rendszeresen sportoló tagok számának és a sportklub teljes taglétszámának az aránya $\frac{11}{8}$-szor akkora, mint a rendszeresen sportoló felnőttek számának aránya a felnőtt klubtagok számához viszonyítva. A rendszeresen sportolók aránya a felnőtt tagságban fele akkora, mint amekkora ez az arány a diákok között. Hány felnőtt és hány diák tagja van ennek a sportklubnak? (13 pont)

Megoldás:

Jelölje f a sportklub felnőtt tagjainak számát. Ekkor a diákok száma a sportklubban $640 - f$. (1 pont)
A rendszeresen sportolók száma 640-nek a az 55%-a, $0,55 \cdot 640 = 352$ fő. (1 pont)
A rendszeresen sportolók aránya a teljes tagságban 0,55. Ennek a $\frac{8}{11}$-ed része, vagyis $0,55 \cdot \frac{8}{11} = 0,4$ a rendszeresen sportolók aránya a felnőttek között. (2 pont)
A rendszeresen sportolók aránya a diákok között ennek az arányszámnak a kétszerese, vagyis 0,8 (1 pont)
A rendszeresen sportoló felnőttek száma $0,4 \cdot f$ (1 pont)
A rendszeresen sportoló diákok száma $0,8 \cdot (640 - f)$ (1 pont)
A rendszeresen sportolók száma e két létszám összege:
$0,4f + 0,8 \cdot (640 - f) = 352$ (2 pont)
Innen $f = 400$ (1 pont)
és $640 - f = 240$ (1 pont)
A felnőtt tagok száma 400, a diákok száma 240 (1 pont)
Ellenőrzés (1 pont)
Összesen: 13 pont

8) A nyomda egy plakátot 14400 példányban állít elő. A költségeket csak a nyomtatáshoz felhasznált nyomólemezek (klisék) darabszámának változtatásával tudják befolyásolni. Egy nyomólemez 2500 Ft-ba kerül, és a nyomólemezek mindegyikével óránként 100 plakát készül. A nyomólemezek árán felül, a lemezek számától függetlenül, minden nyomtatásra fordított munkaóra további 40000 Ft költséget jelent a nyomdának. A ráfordított idő és az erre az időre jutó költség egyenesen arányos.

a) Mennyi a nyomólemezek árának és a nyomtatásra fordított munkaórák miatt fellépő költségek összege, ha a 14400 plakát kinyomtatásához 16 nyomólemezt használnak? (4 pont)

b) A 14400 plakát kinyomtatását a nyomda a legkisebb költséggel akarja megoldani. Hány nyomólemezt kell ekkor használnia? Mennyi ebben az esetben a nyomólemezekre és a ráfordított munkaidőre jutó költségek összege? (12 pont)

Megoldás:

a) 16 nyomólemez óránként 16000 plakát elkészítését tesz lehetővé (1 pont)

ezért a teljes mennyiséghez $\frac{14400}{1600}=9$ óra szükséges (1 pont)

A nyomólemezek előállítási költsége és a munkaidő további költségének összege: $16\cdot 2500+9\cdot 40000=$ **400000 Ft** (2 pont)

b) Ha a nyomda x darab nyomólemezt használ, akkor ennek a költsége $2500x$ (1 pont)

Az x darab lemezzel óránként $100x$ darab plakát készül el, ezért a 14400 darab kinyomtatásához $\frac{14400}{100x}=\frac{144}{x}$ órát vesz igénybe (1 pont)

és ez további $\frac{5{,}76\cdot 10^6}{x}$ forint, (1 pont)

A két költség összege $K(x)=2500x+\frac{5{,}76\cdot 10^6}{x}$, ahol x pozitív egész (1 pont)

Tekintsük a pozitív valós számok halmazán a K utasítása szerint értelmezett függvényt (1 pont)

Az így megadott K függvény minimumár keressük. A K függvény deriválható és minden $0<x$ esetén $K'(x)=2500-\frac{5{,}76\cdot 10^6}{x^2}$. (1 pont)

A szélsőérték létezésének szükséges feltétele, hogy $K'(x)=0$ (1 pont)

$2500-\frac{5{,}76\cdot 10^6}{x^2}=0$, innen $x^2=2304$ (1 pont)

$x=48$, mert $x>0$ (1 pont)

Annak igazolása, hogy az $x=48$ (abszolút) minimumhely: $\left(K''(x)=\frac{1{,}152\cdot 10^7}{x^3}\right)$ (1 pont)

Azaz 48 nyomólemez alkalmazása esetén lesz minimális a költség (1 pont)

48 darab nyomólemez alkalmazása esetén a nyomólemezekre és a ráfordított munkaidőre jutó költségek összege: $\boldsymbol{K(48) = 240\,000}$ **Ft** (1 pont)

Összesen: 16 pont

9) Egy 2011-ben készült statisztikai összehasonlításban az alábbiakat olvashatjuk:
„Ha New York-ban az átlagfizetést és az átlagos árszínvonalat egyaránt 100%-nak vesszük, akkor Budapesten az átlagfizetés 23,6%, az átlagos árszínvonal pedig 70,9%. (Az árszínvonal számításához 122 áru és szolgáltatás árát hasonlították össze.)”
Feltételezve, hogy az idézet megállapításai igazak, válaszoljon az alábbi kérdésekre!

a) Ha Budapesten az átlagfizetés 150 ezer forint, akkor hány dollár ($) a havi átlagfizetés New York-ban, 190 forint/dollár ($) árfolyammal számolva? Válaszát egész dollárra kerekítve adja meg! (4 pont)

b) Ha a New York-i havi átlagfizetésből egy bizonyos termékből 100 kg-ot vásárolhatunk New York-ban, akkor körülbelül hány kg-ot vásárolhatunk ugyanebből a termékből a budapesti havi átlagfizetésből Budapesten? (Feltehetjük, hogy a termék egységára 70,9%-a a termék New York-i egységárának.) (7 pont)

Megoldás:

a) első megoldás:

A New York-i átlagfizetés $\dfrac{150000}{0,236}(\approx 635\,593)$ forint, (2 pont)

ami $\dfrac{150000}{0,236\cdot 190}\approx$ (1 pont)

≈ 3345 $-nak felel meg. (1 pont)

második megoldás röviden

150000 Ft megfelel $\dfrac{150000}{190}(\approx 789,5)$ dollárnak. Ez 23,6%-a a New York-is átlagfizetésnek, amely így $\dfrac{150000}{0,236\cdot 190}\approx$ **3345 $**.

b) New Yorkban 3345$-ért 100 kg vehető, tehát 1 kg ára 33,45 $ (1 pont)
Budapesten 1 kg árut ennek 70,9%-áért lehet vásárolni, azaz $33,45\cdot 0,709(\approx 23,72)$$-ért. (2 pont)

Ez megfelel $33,45\cdot 0,709\cdot 190(\approx 4506)$ Ft-nak. (1 pont)

A budapesti átlagfizetésből ennyi pénzért $\dfrac{150000}{33,45\cdot 0,709\cdot 190}\approx$ (2 pont)

$\approx$ **33,3 kg** terméket lehet vásárolni. (1 pont)

Összesen: 11 pont

10) A „TOJÁS” farmon átlagosan 10000 tyúkot tartanak. Ezek egy év alatt mintegy 2,20 millió tojást tojnak. A tenyésztők azt tapasztalták, hogy – valószínűleg a zsúfoltság csökkenése miatt– ha a tyúkok számát 4%-kal csökkentik, akkor az egy tojóra jutó átlagos tojástermelés 8%-kal nő.

a) A tyúkok számának 4%-os csökkentése után, mennyi lett a tojásfarmon az évi termelés? (5 pont)

Az a tapasztalat, hogy a tyúkok számának p%-kal történő csökkenése $2p$%-kal növeli az egy tyúkra vonatkozó tojásmennyiséget, csak $p<30$ esetén érvényes.

b) Hány százalékkal csökkentették tavaly a tyúkok számát, ha ezzel évi 8%-os termelésnövekedést értek elegy év alatt? (11 pont)

Megoldás:

a) A tyúkok számát 4%-kal csökkentve $10000\cdot 0,96=9600$ tyúk lesz (1 pont)

az 1 tojóra jutó tojástermelés $\frac{2,2\cdot 10^6}{10000}\cdot 1,08=237,6$ lett (2 pont)

Tehát az évi termelés $10000\cdot 0,96\cdot\frac{2,2\cdot 10^6}{10000}\cdot 1,08$ (1 pont)

azaz $2280960\approx 2,28\cdot 10^6$. Tehát az **évi termelés 2,28 millió tojás.** (1 pont)

b) A keresett százalékot p-vel jelölve $(p<30)$, a tyúkok számát p%-kal csökkentve adódik, hogy számuk $10000\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)$ (1 pont)

Az 1 tojóra jutó termelés $\frac{2,2\cdot 10^6}{10000}\cdot\left(1+\frac{2p}{100}\right)$ lett (2 pont)

A szöveg szerint $10000\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)\cdot\frac{2,2\cdot 10^6}{10000}\cdot\left(1+\frac{2p}{100}\right)=2,2\cdot 10^6\cdot 1,08$ (1 pont)

Azaz $\left(1-\frac{p}{100}\right)\left(1+\frac{2p}{100}\right)=1,08$ (1 pont)

Az egyenlet mindkét oldalát 10000-el beszorozva $(100-p)(100+2p)=10800$ (1 pont)

A szorzás elvégzése után: $10000+100p-2p^2=10800$ (1 pont)

Rendezés után: $p^2-50p+400=0$ másodfokú egyenlethez jutunk (1 pont)

Ennek megoldásai: 40 és 10 (1 pont)

Mivel $p<30$, így csak 10 lehet a megoldás (1 pont)

Ellenőrizve, ha a 9000-re csökkentett létszám esetén 20%-kal nő az egy tyúkra jutó tojásmennyiség, azaz $\frac{2,2\cdot 10^6}{10000}\cdot 1,2$ lesz, ekkor az évi termelés $2,2\cdot 10^6\cdot 1,08$. Tehát **10%-kal kell csökkenteni** a tyúkok számát. (1 pont)

Összesen: 16 pont

11) Egy új típusú sorsjegyből 5 millió darab készült, egy sorsjegy ára 200 Ft. Minden egyes sorsjegyen vagy a „Nyert” vagy a „Nem nyert” felirat található, és a nyertes sorsjegyen feltüntetik a nyertes szelvény tulajdonosa által felvehető összeget is. A gyártás során a mellékelt táblázat szerinti eloszlásban készült el az 5 millió sorsjegy.

sorsjegy (db)	nyeremény (Ft)
4	10 000 000
40	50 000
800	10 000
150 000	1 000
400 000	500
1 000 000	200
3 449 156	0

a) Ha minden sorsjegyet eladnának és a nyertesek minden nyereményt felvennének, akkor mekkora lenne a sorsjegyek eladásából származó bevétel és a kifizetett nyeremény különbözete? (3 pont)

b) Aki a kibocsátás után az első sorsjegyet megveszi, mekkora valószínűséggel nyer a sorsjegy áránál többet? (4 pont)

c) Számítsa ki, hogy ebben a szerencsejátékban az első sorsjegyet megvásárló személy nyereségének mennyi a várható értéke! (A nyereség várható értékének kiszámításához nemcsak a megnyerhető összeget, hanem a sorsjegy árát is figyelembe kell venni.) (4 pont)

Megoldás:

a) A bevétel: $5\cdot10^6\cdot200=10^9$ Ft (1 pont)

A kifizetett nyeremény:

$4\cdot10^7+2\cdot10^6+8\cdot10^6+1{,}5\cdot10^8+2\cdot10^8=6\cdot10^8$ Ft (1 pont)

Tehát a különbözet 400 millió Ft. (1 pont)

b) Az 5 millió sorsjegy bármelyikét egyenlő valószínűséggel húzhatjuk

A kedvező esetek száma 550844 (2 pont)

Tehát a keresett valószínűség: $p=\dfrac{550844}{5\cdot10^6}\approx$ **0,11**. (2 pont)

c) A felvehető nyeremény várható értéke:

$$\frac{4\cdot10^7+2\cdot10+8\cdot10^6+1{,}5\cdot10^8+2\cdot10^8}{5\cdot10^6}=120\text{ Ft}$$ (3 pont)

A nyereség várható értéke tehát $120-200=-$**80 Ft**. (1 pont)

Összesen: 11 pont

12) Arany ékszerek készítésekor az aranyat mindig ötvözik valamilyen másik fémmel. A karát az aranyötvözet finomságát jelöli. Egy aranyötvözet 1 karátos, ha az ötvözet teljes tömegének $\frac{1}{24}$ része arany, a k karátos aranyötvözet tömegének $\frac{k}{24}$ része arany.

Kata örökölt a nagymamájától egy 17 grammos, 18 karátos aranyláncot. Ebből két darab 14 karátos karikagyűrűt szeretne csináltatni.

a) Legfeljebb hány gramm lehet a két gyűrű együttes tömege, ha aranytartalmuk összesen sem több mint az aranylánc aranytartalma? (4 pont)

b) Kata végül két olyan gyűrűt készíttetett, amelyek együttes tömege 16 gramm. (A megmaradó 14 karátos aranyötvözetet törtaranyként visszakapta.) Az elkészült két karikagyűrű tekinthető két lyukas hengernek, amelyek szélessége (a lyukas hengerek magassága) megegyezik. Az egyik gyűrű belső átmérője 17 mm, és mindenhol 1,5 mm vastag, a másik gyűrű belső átmérője 19,8 mm, vastagsága pedig mindenhol 1,6 mm.
Hány mm a gyűrűk szélessége, ha a készítésükhöz használt 14 karátos aranyötvözet sűrűsége 15 $\frac{g}{cm^3}$? **(10 pont)**

Válaszait egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Megoldás:

a) A 17 gramm 18 karátos ékszer aranytartalma $17 \cdot \frac{18}{24} = 12,75$ (gramm). (2 pont)

x gramm 14 karátos ékszer aranytartalma: $x \cdot \frac{14}{24} = 12,75$ (gramm). (1 pont)

Ebből $x \approx 21,86$, így a két gyűrű együttes tömege legfeljebb **21,9 gramm**. (1 pont)

b) A két gyűrű térfogatának összege $V = \frac{m}{\rho} = \frac{16}{15} \approx 1,0667 \text{ cm}^3 = 1066,7 \text{ mm}^3$. (2 pont)

Egy gyűrű térfogata két henger térfogatának különbsége. (1 pont)

Az egyik gyűrű belső sugara 8,5 mm, külső sugara 10 mm, és ha x a keresett szélesség, akkor $V_1 = 10^2 \cdot \pi \cdot x - 8,5^2 \cdot \pi \cdot x \approx 87,2x$ (mm³). (2 pont)

A másik gyűrű belső sugara 9,9 mm, külső sugara 11,5 mm, így $V_2 = 11,5^2 \cdot \pi \cdot x - 9,9^2 \cdot \pi \cdot x \approx 107,6x$ (mm³) (2 pont)

$V = V_1 + V_2$, azaz $1066,7 = 87,2x + 107,6x$. (1 pont)

Ebből $x \approx 5,48$ mm. (1 pont)

A gyűrűk szélessége **5,5 mm**. (1 pont)

Összesen: 14 pont

13) A tavaszi idény utolsó bajnoki mérkőzésén a Magas Fiúk Kosárlabda Klubjának (MAFKK) teljes csapatából heten léptek pályára. A mérkőzés után az edző elkészítette a hét játékos egyéni statisztikáját. Az alábbi táblázat mutatja a játékosok dobási kísérleteinek számát és az egyes játékosok dobószázalékát egészre kerekítve. (A dobószázalék megmutatja, hogy a dobási kísérleteknek hány százaléka volt sikeres.)

Játékos mezszáma	Dobási kísérletek száma	Dobószázalék
4	2	50
5	3	0
6	10	60
7	8	25
10	7	43
13	6	33
15	14	57

a) Számítsa ki, hogy mennyi volt a csapat dobószázaléka ezen a mérkőzésen! (5 pont)

Az őszi idény kezdete előtt egy hónappal a MAFKK csapatához csatlakozott egy 195 cm magas játékos, így a csapattagok magasságának átlaga a korábbi átlagnál 0,5 cm-rel nagyobb lett. Pár nap múlva egy 202 cm magas játékos is a csapat tagja lett, emiatt a csapattagok magasságának átlaga újabb 1 cm-rel nőtt.

b) Hány tagja volt a MAFKK-nak, és mekkora volt a játékosok magasságának átlaga a két új játékos csatlakozása előtt? (11 pont)

Megoldás:

a) Az egyes játékosok sikeres dobásainak száma rendre:
1, 0, 6, 2, 3, 2 és 8. (2 pont)
A csapat dobási kísérleteinek a száma a mérkőzésen 50, (1 pont)
a sikeres dobások száma 22 volt. (1 pont)
A csapat dobószázaléka 44. (1 pont)

b) A két új játékos csatlakozása előtt a csapat tagjainak száma x a tagok magasságának átlaga pedig y cm volt $(x \in \mathbb{N},\ y > 0)$. (1 pont)

(Az első játékos belépése előtt a csapattagok magasságának összege xy volt, az új játékos után $xy + 195$ lett, tehát) $\dfrac{xy+195}{x+1} = y + 0{,}5$. (2 pont)

Az előzőhöz hasonló gondolatmenettel kapjuk, hogy a második új játékos belépését követően $\dfrac{xy+195+202}{x+2} = y + 1{,}5$. (2 pont)

Az egyenletek rendezése után a

$$\left.\begin{aligned} 0{,}5x + y &= 194{,}5 \\ 1{,}5x + 2y &= 394 \end{aligned}\right\}$$ egyenletrendszerhez jutunk. (2 pont)

$x = 10$ és $y = 189{,}5$. (2 pont)

A csapat tagjainak száma 10, az átlagos magasságuk pedig 189,5 cm volt. (1 pont)

Ellenőrzés. (1 pont)

Összesen: 16 pont

14) Egy kisvárosban hét nagyobb üzlet található. A tavalyi évben elért, millió forintra kerekített árbevételeikről tudjuk, hogy az átlaguk 120 millió Ft, és ez megegyezik a mediánjukkal. A hét adat egyetlen módusza 100 millió Ft. Két üzletben éppen átlagos, azaz 120 millió forintos a kerekített bevétel, a legnagyobb bevétel pedig 160 millió forint volt.

a) Számítsa ki a kerekített bevételek szórását! (6 pont)

A városban az egyik ruhakereskedéssel foglalkozó kisvállalkozás 80%-os haszonkulccsal dolgozik. Ez azt jelenti, hogy például egy 10 000 Ft-os beszerzési értékű terméket 18 000 Ft-ért árulnak az üzletükben. Amikor akciós időszak van, akkor a „rendes" eladási árból 50%-os árengedményt adnak minden eladott termékre.

b) Mekkora volt az eladásból származó árbevételnek és az eladott áru beszerzési értékének a különbsége (vagyis az „árnyereség") a tavalyi évben, ha összesen 54 millió Ft volt az éves árbevétel, és ebből 9 millió Ft-ot az akciós időszakban értek el? (4 pont)

A kisvállalkozás üzletében az egyik fajta férfizakóból négyféle méretet árusítanak (S, M, L, XL). Nyitáskor egy rögzített állvány egyenes rúdjára mindegyik méretből 4-4 darabot helyeztek el (minden zakót külön vállfára akasztva, egymás mellett). A nap folyamán ezek közül megvettek 4 darab S-es, 3 darab M-es, és 2 darab L-es méretűt, a megmaradt zakók pedig összekeveredtek.

c) Az üzlet zárásakor hányféle sorrendben lehetnek (balról jobbra nézve) a rúdra akasztva a megmaradt zakók, ha az azonos méretű zakókat nem különböztetjük meg egymástól? (3 pont)

Megoldás:

a) A kerekített bevételek összege $7 \cdot 120 = 840$ (millió Ft). (1 pont)
A medián 120 millió forint, és két 120 millió forintos árbevétel volt, ezért legfeljebb három 120 millió forintnál kisebb bevétel lehet. (1 pont)
Mivel a módusz 100 millió forint, ezért három 100 millió forintos árbevétel volt. (1 pont)
A 160 millió Ft-os árbevétel figyelembevételével a hetedik árbevétel $(840 - 3 \cdot 100 - 2 \cdot 120 - 160 =) 140$ millió forintnak adódik. (1 pont)
A (kerekített) bevételek szórása:
$\sqrt{\frac{3 \cdot (100-120)^2 + 2 \cdot (120-120)^2 + (140-120)^2 + (160-120)^2}{7}} \approx$ (1 pont)
≈ 21,4 millió (Ft). (1 pont)

b) A rendes eladási ár árengedmény nélkül $(54 + 9 =) 63$ millió Ft lett volna. (1 pont)
Tehát az eladott áru beszerzési értéke $\frac{63}{1,8} = 35$ millió Ft, (2 pont)
az árnyereség pedig $(54 - 35 =)$ **19 millió Ft volt.** (1 pont)

c) Megmaradt 1 darab M-es, 2 darab L-es és 4 darab XL-es zakó. (1 pont)
Ezek lehetséges sorrendjeinek száma $\frac{7!}{2! \cdot 4!} =$ (1 pont)
=105. (1 pont)

Összesen: 13 pont

15) A fénymásoló gépekhez is használt téglalap alakú papírlapok mindegyikének olyan a méretezése, hogy a hosszabb és a rövidebb oldal aránya (megközelítőleg) $\sqrt{2}$. Ezt a számot röviden a téglalap alakú papírlap *méretarányának* is nevezik.

a) Mutassa meg, hogy ha egy $\sqrt{2}$ méretarányú papírlapot félbevágunk úgy, hogy a vágási él merőleges a papírlap hosszabb oldalára, akkor az így keletkező két egybevágó papírlap ugyancsak $\sqrt{2}$ méretarányú lesz! (4 pont)

A szabványos papírlapok méretét egy nagybetűvel és a betű után írt természetes számmal jelölik (például A0, A1, B5). Az A0-s papírlap méretaránya $\sqrt{2}$, a területe pedig éppen 1 m².

b) Számítsa ki az A0-s papírlap oldalainak hosszát egész milliméterre kerekítve! (4 pont)

Ha az A0-s papírlapot hosszabb élére merőlegesen félbevágjuk, akkor két A1-es papírlapot kapunk. Az eljárást tovább folytatva kapjuk az A3-as, A4-es, A5-ös papírlapokat. A leggyakrabban használt irodai másolópapír

A4-es méretű és „80 g-os”. A „80 g-os” jelzés azt jelenti, hogy 1 m² területű másolópapír tömege 80 gramm.

c) Egy csomagban 500 darab A4-es „80 g-os” papírlap van. Hány kg egy ilyen csomag tömege, ha a csomagolóanyag tömege 20 g? (5 pont)

Megoldás:

a) Az eredeti papírlap rövidebb oldala legyen x hosszúságú, ekkor a hosszabb oldala $\sqrt{2}\,x$ hosszúságú. (1 pont)
A félbevágással kapott papírlap egyik oldalának hossza x, a másik oldalának hossza pedig $\frac{\sqrt{2}}{2}x$ lesz. (1 pont)
(Mivel $\frac{\sqrt{2}}{2}<1$, ezért) $\frac{\sqrt{2}}{2}x$ a rövidebb oldal hosszúsága. (1 pont)

A félbevágással kapott papír méretaránya $\boldsymbol{x:\frac{\sqrt{2}}{2}x=\sqrt{2}}$, ez valóban megegyezik az eredetivel. (1 pont)

b) (Ha a rövidebb oldal hossza x méter, akkor) a papír területe: $x\cdot\sqrt{2}x=1$ (m²). (1pont)
A papír rövidebb oldala $x=\sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}}\approx 0{,}841$ (cm), (1pont)
azaz 841 (mm), (1pont)
hosszabb oldala $\sqrt{2}\,x\approx$ **1189 (mm).** (1pont)

c) Egy A4-es lap az 1 m2 -es A0-s lap négyszeri félbevágásával kapható (A0→A1→A2→A3→A4), (1 pont)
tehát 16 darab A4-es lap együttes területe 1 m². (1 pont)
Az 500 darab A4-es lap területe összesen 31,25 m². (1 pont)
Ezért 1 csomag tömege $31{,}25\cdot 80+20=2520$ gramm, (1 pont)
azaz **2,52 kg**. (1 pont)

Összesen: 13 pont

16) Egy városi piacon a piros almát 5 kg-os csomagolásban árulják. A csomagokon olvasható felirat szerint egy-egy csomag tömege „5 kg ±10 dkg". (Az almák nagy mérete miatt az 5 kg pontosan nem mérhető ki.) A minőség-ellenőrzés során véletlenszerűen kiválasztanak nyolc csomagot, és ezek tömegét méréssel ellenőrzik. Csak akkor engedélyezik az almák árusítását, ha egyik csomag tömege sem kevesebb 4 kg 90 dkg-nál, és a nyolc mérési adat 5 kg-tól mért átlagos abszolút eltérése nem haladja meg a 10 dkg-ot. A mérések eredménye a következő:

mérés sorszáma	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
mért tömeg (dkg)	506	491	493	512	508	517	493	512

a) A mérési eredmények alapján engedélyezik-e az almák árusítását? (4 pont)

b) Határozza meg a nyolc mérési eredmény átlagát és szórását!(3 pont)

A piac egyik eladójához friss eper érkezett. Az eladó eredetileg azt tervezte, hogy az I. osztályú epret 800 Ft/kg, a II. osztályút 650 Ft/kg, a

III. osztályút pedig 450 Ft/kg egységáron értékesíti. A piacon azonban túlkínálat volt eperből, ezért úgy döntött, hogy az összes epret egy kupacba önti össze, és akciós egységáron árulja. Az akciós eladási egységár kialakításakor úgy számolt, hogy ha az összes epret ezen az egységáron adja el, akkor a bevétele (körülbelül) 15%-kal lesz csak kevesebb, mint azt eredetileg tervezte.

c) Mennyi legyen az akciós egységár, ha az összeöntött eper 35%-a I. osztályú, $\frac{3}{8}$ része II. osztályú, a többi 33 kg pedig III. osztályú volt eredetileg? Válaszát egész értékre kerekítve adja meg! (7 pont)

Megoldás:

a) A mért tömegek között nincs 490 dkg-nál kisebb, tehát az első feltétel teljesül. (1pont)

Az 5 kg-tól való eltérések (dkg-ban) rendre 6, 9, 7, 12, 8, 17, 7, 12. (1pont)

Az eltérések átlaga $\left(\frac{78}{8}=\right)$ 9,75 (dkg). (1pont)

Az árusítást engedélyezik. (1pont)

b) A mért adatok átlaga $\left(\frac{4032}{8}=\right)$ 504 (dkg), (1pont)

szórása $\sqrt{\frac{2\cdot 13^2+2\cdot 11^2+2\cdot 8^2+4^2+2^2}{8}}=\sqrt{\mathbf{91}}\approx\mathbf{9,54}$ (2pont)

c) Az eper $\left(1-\frac{7}{20}-\frac{3}{8}=\right)\frac{11}{40}$ része III. osztályú. (1 pont)

Az eredetileg tervezett árakkal számolva az átlagos egységár kilogrammonként $0{,}35\cdot 800+\frac{3}{8}\cdot 650+\frac{11}{40}\cdot 450\left(=647{,}5\right)$ Ft lett volna. (3pont)

A kereskedő bevétele akkor lesz az eredetileg tervezett bevétel 85%-a, ha az epret az eredeti átlagos egységár 85%-áért értékesíti. Az eredeti átlagos egységár 85%-a 550,375 Ft/kg. (2 pont)

Az akciós egységár **550 Ft/kg** legyen. (1 pont)

Összesen: 11 pont

17) A repülőgépek üzemanyag-fogyasztását számos tényező befolyásolja. Egy leegyszerűsített matematikai modell szerint (a vizsgálatba bevont repülőgépek esetében) az egy óra repülés alatt felhasznált üzemanyag tömegét az $f(x)=\frac{1}{20}\left(x^2-1800x+950\,000\right)$ összefüggés adja meg. Ebben az összefüggésben *x* a repülési átlagsebesség km/h-ban $(x<0), f(x)$ pedig a felhasznált üzemanyag tömege kg-ban.

a) A modell alapján hány km/h átlagsebesség esetén lesz minimális az egy óra repülés alatt felhasznált üzemanyag tömege? Mekkora ez a tömeg?

(5 pont)

Egy repülőgép Londonból New Yorkba repül. A repülési távolság 5580 km.

b) Igazolja, hogy v km/h átlagsebesség esetén a repülőgép üzemanyag-felhasználása ezen a távolságon (a modell szerint) $279v - 502200 + \frac{265050000}{v}$ **kg lesz!** $(v > 0)$ **(3 pont)**

A vizsgálatba bevont, Londontól New Yorkig közlekedő repülőgépek v átlagsebességé-re teljesül, hogy 800 km/h $\le v \le$ 1100 km/h.

c) A megadott tartományban melyik átlagsebesség esetén a legnagyobb, és melyik esetén a legkisebb az egy útra jutó üzemanyag-felhasználás?

(5 pont)

Megoldás:

a) $f(x) = \frac{1}{20}\left((x-900)^2 - 810000 + 950000\right) =$ (2 pont)

$= \frac{1}{20}(x-900)^2 + 7000$ (1 pont)

(Mivel $(x-900)^2 \ge 0$, és egyenlőség pontosan akkor van, ha $x = 900$, ezért) az óránkénti üzemanyag-fogyasztás 900 km/h átlagsebesség esetén minimális, (1 pont)

és ez a minimum **7000 kg** óránként. (1 pont)

b) A repülési idő órában: $t = \frac{5580}{v}$ (1 pont)

Az út során elfogyasztott üzemanyag kg-ban:

$t \cdot f(v) = \frac{5580}{v} \cdot \frac{1}{20}\left(v^2 - 1800v + 950000\right) =$ (1 pont)

$= 279v - 502200 + \frac{265050000}{v}$. (1 pont)

c) A pozitív valós számok halmazán értelmezett $g(v) = 279v - 502200 + \frac{265050000}{v}$ függvénynek ott lehet szélsőértéke, ahol a deriváltja 0. (1 pont)

$g'(v) = 279 - \frac{265050000}{v^2}$ (1 pont)

$g'(v) = 0$, ha $v = 100\sqrt{95}$ $(\approx 974{,}68)$ $(\text{mert } v > 0)$ (1 pont)

A deriváltfüggvény értékei $v < 100\sqrt{95}$ esetén negatívak, $v > 100\sqrt{95}$ esetén pedig pozitívak. Ezért a $100\sqrt{95}$ a g függvénynek abszolút minimumhelye.

(1pont)

(A deriváltfüggvény előjele alapján tehát) a g függvény a $\left[800;100\sqrt{95}\right]$ zárt intervallumon szigorúan csökkenő, a $\left[100\sqrt{95};1100\right]$ zárt intervallumon pedig szigorúan növekvő, ezért a g függvény [800; 1100] intervallumra való leszűkítése a maximumát vagy 800-nál vagy 1100-nál veszi fel. (1 pont)

$g(800)=52\,312,5$

$g(1100)=45\,654,5$ (1 pont)

Tehát a modell szerint 800 km/h átlagsebesség esetén a legnagyobb,

(1pont)

és $\left(100\sqrt{95}\approx\right)$ **975 km/h** átlagsebesség esetén a legkisebb az egy útra jutó üzemanyag-felhasználás. (1 pont)

Összesen 16 pont