MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK EMELT SZINT

Számelmélet

A szürkített hátterű feladatrészek nem tartoznak az érintett témakörhöz, azonban szolgálhatnak fontos információval az érintett feladatrészek megoldásához!

1) Az 52941 számjegyeit leírjuk az összes lehetséges sorrendben.
   a) Az 52941 számmal együtt hány ötjegyű számot kapunk? (2 pont)
   b) Ezen számok közül hány osztható 12-vel? (6 pont)
   c) Bizonyítsa be, hogy e számok egyik sem négyzetszám! (4 pont)

2)
   a) Hány olyan tízjegyű pozitív szám van, amelynek minden számjegye a $\{0;8\}$ halmaz eleme? (3 pont)
   b) Írja fel 45-nek azt a legkisebb pozitív többszörösét, amely csak a 0 és 8-as számjegyeket tartalmazza! (7 pont)

3) Két valós szám összege 29. Ha az egyikből elveszünk 15-öt, a másikhoz pedig hozzáadunk 15-öt, az így kapott két szám szorzata éppen ötszöröse lesz az eredeti két szám szorzatának. Melyik lehet ez a két szám? (13 pont)

4) Melyek azok a tízes számrendszerben kétjegyű természetes számok, amelyekben a számjegyek számtani és harmonikus közepének a különbsége 1? (16 pont)

5)
   a) Egy téglalapot 720 darab egybevágó kis téglalapra daraboltunk szét. A kis téglalapok oldalai közül az egyik 1 cm-rel hosszabb, mint a másik. Hány cm hosszúak egy-egy kis téglalap oldalai, ha a nagy téglalap területe 2025 cm^2? (7 pont)
   b) Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből összesen 720 olyan hatjegyű szám képezhető, melynek számjegyei között nincsenek egyenlők. Ezek között hány 12-vel osztható van. (5 pont)

6) Adott síkbeli derékszögű koordináta-rendszerben az $y = 3x^2 - x^3$ egyenletű görbe.
   a) Igazolja, hogy ha $x \in]0;3[$, akkor $y > 0$. (4 pont)
   b) Írja fel a görbe 3 abszcisszájú pontjában húzható érintőjének egyenletét! (abszcissza: első koordináta) (5 pont)
   c) Számítsa ki annak a síkidomnak a területét, amelyet a görbe első síknegyedbe eső íve és az x tengely fog közre! (5 pont)