MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK
EMELT SZINT

Függvények – Analízis

A szürkített hátterű feladatrészek nem tartoznak az érintett témakörhöz, azonban szolgálhatnak fontos információval az érintett feladatrészek megoldásához!

1) Legyen f és g a valós számok halmazán értelmezett függvény:

$$f(x)=\begin{cases}-1 & \text{ha } x\le -1\\ 2x+1 & \text{ha } -1<x<0\\ 1 & \text{ha } x\ge 0\end{cases} \quad \text{és} \quad g(x)=x^2-2$$

a) Ábrázolja ugyanabban a koordinátarendszerben mindkét függvényt! Adja meg az $f(x)=g(x)$ egyenlet valós megoldásait! (6 pont)

b) Számítsa ki a két függvény grafikonja által közrefogott zárt síkidom területét! (8 pont)

2) Legyen adott az $f:[-2,5;2,5]\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3x$ függvény.

a) Határozza meg az f függvény zérushelyeit! (4 pont)

b) Vizsgálja meg az f függvényt monotonitás szempontjából! (6 pont)

c) Adja meg az f függvény legnagyobb és legkisebb értékét! (4 pont)

3)

a) Ábrázolja függvény-transzformációk segítségével a $[-3;4]$ intervallumon az $x\mapsto x^2-2|x|-3$ hozzárendelési szabállyal megadott függvényt! (6 pont)

b) Legyen az f, a g és a h függvények értelmezési tartománya a valós számok halmaza, hozzárendelési szabályuk: $f(x)=x^2-2x-3$; $g(x)=x-3$, $h(x)=|x|$.

Képezzünk egyszeresen összetett függvényeket a szokásos módon. Például: $(g\circ f)(x)=g(f(x))=(x^2-2x-3)-3=x^2-2x-6$.

Készítse el – a fenti példának megfelelően – az f, g és h függvényekből a pontosan két különböző felhasználásával képezhető egyszeresen összetett függvényeket! Sorolja fel valamennyit! (6 pont)

c) Keressen példát olyan p és t, a valós számok halmazán értelmezett függvényre, amelyre $(p\circ t)(x)=(t\circ p)(x)$!

Adja meg a p és t függvény hozzárendelési szabályát! (4 pont)

4) Egy arborétumban 1969 óta figyelik a fák természetes növekedését. Úgy tapasztalták, hogy a mandzsu fűzfa magasságát közelítően jól írja le az $m(t)=12-\frac{10}{t+1}$ képlet;
a hegyi mamutfenyő magasságát közelítően jól írja le a következő formula: $h(t)=5\cdot\sqrt{0,4t+1}+0,4$.
Mindkét formulában t az 1969 óta eltelt időt jelöli években $(t\geq 1)$, és a magasságot méterben számolják.

a) Szemléltesse a mandzsu fűzfa és a hegyi mamutfenyő magasságának változását, olyan közös oszlopdiagram, amely a magasság értékét az 1970 és 2000 közötti időszakban 10 évenként mutatja! A diagramon tüntesse fel a számított magasságértékeket! (6 pont)

b) A mamutfenyő melyik évben érte el 10,5 méteres magasságot? (4 pont)

c) Indokolja, hogy nem lehet olyan fa az arborétumban, amely magasságát a $g(t)=t^3-16,5t^2+72t+60$ képlet írja le. (A magasságot centiméterben számolják, t az 1985 óta eltelt időt jelöli években, és $t\leq 21$.) (6 pont)

5)

a) Határozza meg a valós számoknak azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a $\sqrt{x^2-6x+9}$ kifejezés értelmezhető! (2 pont)

b) Ábrázolja a $[-5;8]$ intervallumon értelmezett $f:x\mapsto\sqrt{x^2-6x+9}$ függvényt! (5 pont)

c) Melyik állítás igaz és melyik hamis a fenti függvényre vonatkozóan? Válaszát írja a sor végén lévő téglalapba! (Az indoklást nem kell leírnia.)
A: Az f értékkészlete: $[0;5]$
B: Az f függvény minimumát az $x=-3$ helyen veszi fel.
C: Az f függvény szigorúan monoton nő a $[4;8]$ intervallumon. (3 pont)

A	
B	
C	

d) Határozza meg az $\int_{-3}^{3}(x^2-6x+9)\,dx$ értékét! (6 pont)

6) Adott az f függvény: $f:]-1;6[\to\mathbb{R};\ f(x)=-4x^3+192x$

a) Határozza meg f zérushelyeit és elemezze az f függvényt monotonitás szempontjából! (7 pont)

Jelölje c az f értelmezési tartományának egy pozitív elemét

b) Határozza meg c értékét úgy, hogy az x tengely $[0;c]$ szakasza, az $x-c=0$ egyenletű egyenes és az f grafikonja által közbezárt síkidom területe 704 területegységnyi legyen! (9 pont)

7)

a) Értelmezzük a valós számok halmazán az f függvényt az $f(x)=x^3+kx^2+9x$ képlettel! (A k paraméter valós számot jelöl).
Számítsa ki, hogy k mely értéke esetén lesz $x=1$ a függvénynek lokális szélsőértékhelye a függvénynek!
Állapítsa meg, hogy az így kapott k esetén $x=1$ a függvények lokális maximumhelye vagy lokális minimumhelye!
Igazolja, hogy a k ezen értéke esetén a függvénynek van másik lokális szélsőértékhelye is! (11 pont)

b) Határozza meg a valós számok halmazán a $g(x)=x^3-9x^2$ képlettel értelmezett g függvény inflexiós pontját! (5 pont)

8) Adott a $K(t)=t^2+6t+5$ polinom. Jelölje H a koordinátasík azon $P(x;y)$ pontjainak halmazát, amelyekre $K(x)+K(y)\le 0$.

a) A H halmaz pontjai közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott pont az $C(-3;3)$ ponttól 2 egységnél nem nagyobb távolságra van? (9 pont)

Az f függvényt a következőképpen definiáljuk:

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2+6x+5$$

b) Számítsa ki az f függvény grafikonja és az x tengely által közbezárt síkidom területét! (7 pont)

9) Egy egyenlő szárú háromszög szárainak metszéspontja $C(0;7)$ pont, a szárak hossza $\sqrt{53}$ egység. A háromszög másik két csúcsa (A, B) illeszkedik az $y=-\frac{1}{4}x^2+1$ egyenletű parabolára.

a) Számítsa ki az A és a B pont koordinátáit! (6 pont)

b) Írja fel az ABC háromszög egyik száregyenesének egyenletét! Ennek az egyenesnek és a parabolának további közös pontja D. Határozza meg a D pont koordinátáit! (4 pont)

c) Mekkora területű részekre bontja az ABC háromszöget a parabola íve? (6 pont)

10) Adott f és g függvény.

$$f:\ D_f=\mathbb{R}\setminus\left\{k\cdot\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\right\}\quad x\mapsto(\operatorname{tg}x+\operatorname{ctg}x)\cdot\sin 2x$$

a) Igazolja, hogy az így definiált f függvény konstans! (3 pont)

$$g:\quad D_g=[-7;7]\quad x\mapsto x^2-6|x|$$

b) Számítsa ki g függvény zérushelyeit! (3 pont)

c) Adja meg g függvény értékkészletét! (3 pont)

11) Legyen $f(x) = -\frac{4x^3}{a} + \frac{3x^2}{a} + \frac{2x}{a} - a$, ahol a pozitív valós szám és $x \in \mathbb{R}$.

a) Igazolja, hogy $\int_0^a f(x)\,dx = -a^3 + a$! (6 pont)

b) Mely pozitív a számokra teljesül, hogy $\int_0^a f(x)\,dx \geq 0$? (4 pont)

c) Az x mely pozitív valós értéke lesz a $g(x) = -x^3 + x$ függvények lokális (helyi) minimuma? (6 pont)

12) Az $x^2 = 2y$ egyenletű parabola az $x^2 + y^2 \leq 8$ egyenletű körlapot két részre vágja. Mekkora a konvex rész területe? Számolása során ne használja a π közelítő értékét! (16 pont)

13) Egy kozmetikumokat gyártó vállalkozás nagy tételben gyárt egyfajta krémet. A termelés havi mennyisége (x mennyisége) 100 és 700 kg közé esik, amelyet egy megállapodás alapján a gyártás hónapjában el is adnak egy nagykereskedőnek. A megállapodás azt is tartalmazza, hogy egy kilogramm krém eladási ára: $(36 - 0{,}03x)$ euró.

a) Számítsa ki, hogy hány kilogramm krém eladása esetén lesz az eladásból származó havi bevétel a legnagyobb! Mekkora a legnagyobb havi bevétel? (6 pont)

b) Adja meg a krémgyártással elérhető legnagyobb havi nyereséget! Hány kilogramm krém értékesítése esetén valósul ez meg? (nyereség = bevétel – kiadás) (10 pont)

14) A nyomda egy plakátot 14400 példányban állít elő. A költségeket csak a nyomtatáshoz felhasznált nyomólemezek (klisék) darabszámának változtatásával tudják befolyásolni. Egy nyomólemez 2500 Ft-ba kerül, és a nyomólemezek mindegyikével óránként 100 plakát készül. A nyomólemezek árán felül, a lemezek számától függetlenül, minden nyomtatásra fordított munkaóra további 40000 Ft költséget jelent a nyomdának. A ráfordított idő és az erre az időre jutó költség egyenesen arányos.

a) Mennyi a nyomólemezek árának és a nyomtatásra fordított munkaórák miatt fellépő költségek összege, ha a 14400 plakát kinyomtatásához 16 nyomólemezt használnak? (4 pont)

b) A 14400 plakát kinyomtatását a nyomda a legkisebb költséggel akarja megoldani. Hány nyomólemezt kell ekkor használnia? Mennyi ebben az esetben a nyomólemezekre és a ráfordított munkaidőre jutó költségek összege? (12 pont)

15)

a) Két szabályos dobókockát egyszerre feldobunk. Számítsa ki a következő két esemény valószínűségét:
A: a dobott számok összege prím
B: a dobott számok összege osztható 3-mal (6 pont)

b) Az 1;2;3;4;5;6 számjegyekből véletlenszerűen kiválasztunk három különbözőt. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott számjegyek mindegyikének egyszeri felhasználásával 4-gyel osztható háromjegyű számot tudunk képezni? (5 pont)

c) Az $ABCD$ négyzet csúcsai: $A(0;0)$, $B\left(\frac{\pi}{2};0\right)$, $C\left(\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$, $D\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$. Véletlenszerűen kiválasztjuk a négyzet egy belső pontját. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott pont a koordinátatengelyek és az $f:\left[0;\frac{\pi}{2}\right]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\cos x$ függvény grafikonja által határolt tartomány egyik pontja? (5 pont)

16) Legyen p valós paraméter. Tekintsük a valós számok halmazán értelmezett f függvényt, amelynek hozzárendelési szabálya:

$$f(x)=-3x^3+(p-3)x^2+p^2x-6.$$

a) Számítsa ki a $\int_0^2 f(x)dx$ határozott integrált, ha $p=3$ (4 pont)

b) Határozza meg p értékét úgy, hogy az $x=1$ zérushelye legyen az f függvénynek! (3 pont)

c) Határozza meg p értékét úgy, hogy az f függvény deriváltja az $x=1$ helyen pozitív legyen! (7 pont)

17)

a) Ábrázolja derékszögű koordinátarendszerben az $f:[0;7]\to\mathbb{R}$, $f(x)=|x^2-6x+5|$ függvényt! (4 pont)

b) Adja meg az f függvény értékkészletét! (2 pont)

c) A p valós paraméter értékétől függően hány megoldása van az $|x^2-6x+5|=p$ egyenletnek a $[0;7]$ intervallumon? (8 pont)

18) Egy üzemben olyan forgáshenger alakú konzervdoboz gyártását szeretnék elkezdeni, amelynek térfogata 1000 cm^3. A doboz aljának és tetejének anyagköltsége 0,2 cm^2 Ft, míg oldalának anyagköltsége 0,1 cm^2 Ft.

a) Mekkorák legyenek a konzervdoboz méretei (az alapkör sugara és a doboz magassága), ha a doboz anyagköltségét minimalizálni akarják? Válaszát cm-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg! Számítsa ki a minimális anyagköltséget is egész forintra kerekítve! (13 pont)

A megtöltött konzervdobozokat tizenkettesével csomagolták kartondobozokba. Egy ellenőrzés alkalmával 10 ilyen kartondoboz tartalmát megvizsgálták. Minden kartondoboz esetén feljegyezték, hogy a benne található 12 konzerv között hány olyat találtak, amelyben a töltősúly nem érte el az előírt minimális értéket. Az ellenőrök a 10 kartondobozban rendre 0;1;0;0;2;0;0;1;3;0 ilyen konzervet találtak, s ezeket a konzerveket selejtesnek minősítették.

b) Határozza meg a kartondobozonkénti selejtes konzervek számának átlagát, és az átlagtól mért átlagos abszolút eltérését! (3 pont)

19) Egy teherszállító taxikat üzemeltető társaság egyik, elsősorban városi forgalomban alkalmazott kocsijának teljes működtetési költsége két részből tevődik össze:

- az üzemeltetési költség $x\frac{\text{km}}{\text{h}}$ átlagsebesség esetén $400+0,8x$ Ft kilométerenként;
- a gépkocsivezető alkalmazása 2200 Ft óránként.

a) Mekkora átlagsebesség esetén minimális a kocsi kilométerenkénti működtetési költsége? Válaszát $\frac{\text{km}}{\text{h}}$-ban, egészre kerekítve adja meg!(8 pont)

b) A társaság emblémájának alaprajzát az f és $-f$ függvények grafikonjai által közrezárt síkidommal modellezhetjük, ahol

$$f:[0;6]\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases}\sqrt{x} & \text{ha } x\in[0;4]\\ \dfrac{x^2-12x+36}{2} & \text{ha } x\in\,]4;6]\end{cases}$$

Számítsa ki az embléma modelljének területét! (8 pont)

20) Az *ABCDEF* szabályos hatszögben a rövidebb átló hossza $5\sqrt{2}$.

a) Számolja ki a hatszög területének pontos értékét! (6 pont)

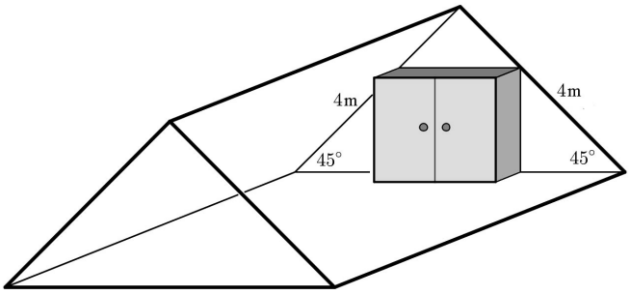
b) Az *ABCDEF* hatszög oldalfelező pontjai által meghatározott szabályos hatszög területét jelölje t_1, a t_1 területű hatszög oldalfelező pontjai által meghatározott szabályos hatszög területét t_2, és így tovább, képezve ezzel a $\{t_n\}$ sorozatot. Számítsa ki a $\lim\limits_{n\to\infty}(t_1+t_2+\ldots+t_n)$ határértékét! (Pontos értékkel számoljon!) (10 pont)

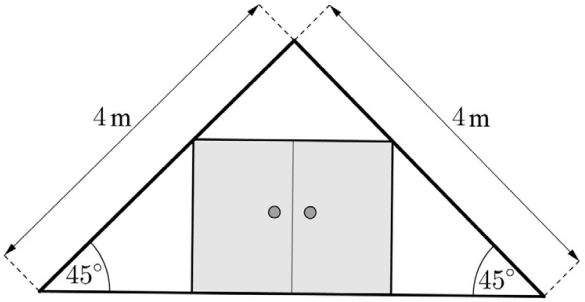
21)

a) Deriváltfüggvényének segítségével elemezze az $f:]-2;3[\to\mathbb{R}$; $f(x)=x^3-1{,}5x^2-6x$ függvényt a következő szempontok szerint: növekedés és fogyás, lokális szélsőértékek helye és értéke! (10 pont)

b) Adja meg azt a $g:]-2;3[\to\mathbb{R}$ függvényt, amelyre igaz, hogy $g'=f$ (tehát az f függvény a g deriváltfüggvénye) és ezen kívül $g(2)=0$ is teljesül! (4 pont)

22) Kovács úr a tetőterébe egy téglatest alakú beépített szekrényt készíttet. Két vázlatot rajzolt a terveiről az asztalosnak, és ezeken feltüntette a tetőtér megfelelő adatait is. Az első vázlat „térhatású”, a második pedig elölnézetben ábrázolja a szekrényt.





A tetőtér adottságai miatt a szekrény mélységének pontosan 60 cm-nek kell lennie.

a) Mekkora legyen a szekrény vízszintes és függőleges mérete (azaz a szélessége és a magassága), ha a lehető legnagyobb térfogatú szekrényt szeretné elkészíttetni? (A magasság, a szélesség és a mélység a szekrény külső méretei, Kovács úr ezekkel számítja ki a térfogatot.) (8 pont)

A szekrény elkészült. Az akasztós részébe Kovács úr vasárnap este 7 inget tesz be, a hét minden napjára egyet-egyet. Az ingek között van 2 fehér, 2 világoskék és 3 sárga. Reggelente nagyon siet, ezért Kovács úr csak benyúl a szekrénybe, és anélkül, hogy odanézne, véletlenszerűen kivesz egy inget.

b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a hét első három napján vagy három különböző színű vagy három egyforma színű inget választ? (Ha valamelyik nap viselt egy inget, azt utána már nem teszi vissza a szekrénybe.) (8 pont)

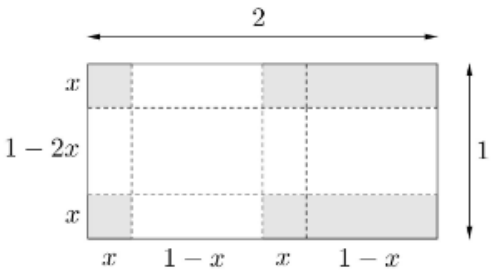
23) Adott síkbeli derékszögű koordináta-rendszerben az $y=3x^2-x^3$ egyenletű görbe.

a) Igazolja, hogy ha $x\in]0;3[$, akkor $y>0$. (4 pont)

b) Írja fel a görbe 3 abszcisszájú pontjában húzható érintőjének egyenletét! (abszcissza: első koordináta) (5 pont)

c) Számítsa ki annak a síkidomnak a területét, amelyet a görbe első síknegyedbe eső íve és az x tengely fog közre! (5 pont)

24) Egy üzemben egyforma, nagyméretű fémdobozok gyártását tervezik. A téglatest alakú doboz hálózatát egy 2 méter × 1 méteres téglalapból vágják ki az ábrán látható módon. A kivágott idom felhajtott lapjait az élek mentén összeforrasztják. (A forrasztási eljárás nem jár anyagveszteséggel.)



a) Hogyan válasszák meg a doboz méreteit, hogy a térfogata maximális legyen? Válaszát centiméterben, egészre kerekítve adja meg! (11 pont)

A dobozokat egy öt karakterből álló kóddal jelölik meg. Minden kódban két számjegy és három nagybetű szerepel úgy, hogy a két számjegy nincs egymás mellett. Mindkét számjegy eleme a $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ halmaznak, a betűket pedig a 26 betűs (angol) ábécéből választják ki (például 7WA3A egy lehetséges kód).

b) Hány különböző kód lehetséges? (5 pont)

25) Adott az f és g függvény:

$f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R};\ f(x) = 2x + 1;$

$g : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R};\ g(x) = x^2 - 2.$

a) Számítsa ki a $2f + g$ függvény zérushelyeit! (3 pont)

b) Számítsa ki az f és g függvények grafikonja által közbezárt területet! (7 pont)

c) Számítással igazolja, hogy a $h :]-\infty; -0,5[\Rightarrow \mathbb{R};\ h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ függvény szigorúan monoton növekedő! (6 pont)

26) Egy pénzintézet a tőle felvett H forint összegű hitel visszafizetésekor havi $p\%$-os kamattal számol $(p>0)$, ezért az adós havi törlesztőrészletét a $t_n = H \cdot \frac{q^n(q-1)}{q^n-1}$ képlettel számítja ki (minden hónapban ekkora összeget kell visszafizetni). A képletben $q = 1+\frac{p}{100}$, az n pedig azt jelenti, hogy összesen hány hónapig fizetjük a törlesztőrészletet (ez a hitel futamideje).

a) Fogyasztási cikkek vásárlására 1,6 millió forint hitelt vettünk fel a pénzintézettől; a havi kamat 2%. Összesen hány forintot fizetünk vissza, ha 72 hónap alatt törlesztjük a felvett hitelt?
Válaszát ezer forintra kerekítve adja meg! (4 pont)

b) Legkevesebb hány hónapos futamidőre vehetünk fel egy 2 millió forintos hitelt, ha legfeljebb 60 ezer forintot tudunk havonta törleszteni, és a havi kamat 2%-os? (8 pont)

c) Számítsa ki a $\lim\limits_{n\to\infty} t_n$ határértékét, ha $q = 1{,}02$ és $H = 2000000$! (4 pont)

27) Két sportiskola legjobb teniszezői egyéni teniszbajnokság keretében mérték össze tudásukat. A verseny emblémáját parabolaszelet alakúra tervezték (lásd az ábrát). A koordináta-rendszerben készült tervrajzon a teniszlabda röppályáját jelképező $y = 4-x^2$ egyenletű parabola, valamint az x tengely határolja a parabolaszeletet. Az emblémán látható még a teniszlabdát jelképező kör is, ennek egyenlete $x^2+y^2-2{,}6y = 0$.

a) Hány százaléka a kör területe a parabolaszelet területének? A választ egészre kerekítve adja meg! (8 pont)

A Zöld Iskolából 8, a Piros Iskolából 10 tanuló versenyzett a bajnokságon. Mindenki mindenkivel egy mérkőzést játszott, az ugyanabba az iskolába járó tanulók is játszottak egymással. A verseny végén kiderült, hogy a Piros Iskola tanulói összesen kétszer annyi mérőzést nyertek meg, mint a Zöld Iskola tanulói. (Teniszben döntetlen nincs.)

b) A Zöld Iskola versenyzői összesen hány olyan mérkőzést nyertek meg, amelyet a Piros Iskola valamelyik teniszezőjével játszottak? (6 pont)

28) Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}; f(x) = x^4+8x^3-270x^2+275$ függvény.

a) Igazolja, hogy $x=-15$-ben abszolút minimuma, $x=0$-ban lokális maximuma, $x=9$-ben lokális minimuma van a függvénynek! (9 pont)

b) Igazolja, hogy f konkáv a $]-9;5[$ intervallumon! (4 pont)

c) A Newton-Leibniz-tétel segítségével határozza meg a $\int_0^5 f(x)\,dx$ határozott integrál értékét! (3 pont)

29)

a) Egy számtani sorozat differenciája 1,6. A sorozat első, harmadik és hetedik tagját (az adott sorrendben) tekinthetjük egy mértani sorozat első három tagjának is. Határozza meg ezt a három számot! (6 pont)

Tekintsük a következő állítást: *Ha az $\{a_n\}$ számsorozat konvergens, akkor az $\{a_n\}$ sorozat értékkészlete véges számhalmaz.* (Véges halmaz: elemeinek száma megadható egy természetes számmal.)

b) Döntse el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Válaszát indokolja! (3 pont)

c) Fogalmazza meg az állítás megfordítását, és döntse el a megfordított állításról, hogy igaz vagy hamis! Válaszát indokolja! (4 pont)

30) Adott az f, a g és a h függvény:

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2^x-1;$

$g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=3x+2;$

$h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, h(x)=12-x^2.$

a) Legyen a k összetett függvény belső függvénye az f és külső függvénye a h (vagyis $k(x)=h(f(x))$ minden x valós szám esetén). Igazolja, hogy $k(x)=11+2^{x+1}-4^x$. (3 pont)

b) Oldja meg az $f(g(x))<g(f(x))$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! (7 pont)

c) Mekkora a h és az $x\mapsto -4\,(x\in\mathbb{R})$ függvények görbéi által közbezárt (korlátos) terület? (6 pont)

31) A repülőgépek üzemanyag-fogyasztását számos tényező befolyásolja. Egy leegyszerűsített matematikai modell szerint (a vizsgálatba bevont repülőgépek esetében) az egy óra repülés alatt felhasznált üzemanyag tömegét az $f(x)=\frac{1}{20}\left(x^2-1800x+950\,000\right)$ összefüggés adja meg. Ebben az összefüggésben x a repülési átlagsebesség km/h-ban $(x<0)$, $f(x)$ pedig a felhasznált üzemanyag tömege kg-ban.

a) A modell alapján hány km/h átlagsebesség esetén lesz minimális az egy óra repülés alatt felhasznált üzemanyag tömege? Mekkora ez a tömeg? (5 pont)

Egy repülőgép Londonból New Yorkba repül. A repülési távolság 5580 km.

b) Igazolja, hogy v km/h átlagsebesség esetén a repülőgép üzemanyag-felhasználása ezen a távolságon (a modell szerint) $279v-502\,200+\frac{265\,050\,000}{v}$ kg lesz! $(v>0)$ (3 pont)

A vizsgálatba bevont, Londontól New Yorkig közlekedő repülőgépek v átlagsebességé-re teljesül, hogy 800 km/h $\le v\le$ 1100 km/h.

c) A megadott tartományban melyik átlagsebesség esetén a **legnagyobb**, és melyik esetén a **legkisebb** az egy útra jutó üzemanyag-felhasználás?
(5 pont)