MATEMATIKA ÉRETTSÉGI TÍPUSFELADATOK EMELT SZINT

Abszolútértékes és Gyökös kifejezések

A szürkített hátterű feladatrészek nem tartoznak az érintett témakörhöz, azonban szolgálhatnak fontos információval az érintett feladatrészek megoldásához!

1) Igazolja, hogy az alábbi négy egyenlet közül az a) és b) jelű egyenletnek pontosan egy megoldása van, a c) és d) jelű egyenletnek viszont nincs megoldása a valós számok halmazán!

a) $\dfrac{2x^2+x-10}{2^{x-1}-2}=0$ (4 pont)

b) $\sqrt{x+16}+\sqrt{x-9}=5$ (4 pont)

c) $\lg\left(x^2+x-6\right)=\lg\left(1-x^2\right)$ (4 pont)

d) $\sin x-1=\sqrt{\lg\left(\cos^2 x-1{,}5\cos x\right)}$ (4 pont)

2) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket:

a) $(x-2)\cdot\lg\left(x^2-8\right)=0$ (5 pont)

b) $x^2-|x|=6$ (5 pont)

3)

a) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$x^2=|x-6|$ (5 pont)

b) Oldja meg a valós számpárok halmazán az alábbi egyenletrendszert!

$$\left.\begin{aligned}\lg(x+y)&=2\lg x\\ \lg x&=\lg 2+\lg(y-1)\end{aligned}\right\}$$ (9 pont)

4) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2-3}=2$ (10 pont)

5)

a) Mely valós számok elégítik ki az alábbi egyenlőtlenséget?

$(x-1)^3-(x+1)^3>-8$ (4 pont)

b) Az alábbi f és g függvényt is a $[-3;6]$ intervallumon értelmezzük. $f(x)=\sqrt{x+3}$ és $g(x)=-0{,}5x+2{,}5$.

Ábrázolja közös koordináta-rendszerben az f és g függvényt a $[-3;6]$ intervallumon! Igazolja számítással, hogy a két grafikon metszéspontjának mindkét koordinátája egész szám! (4 pont)

c) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$0{,}5x+\sqrt{x+3}\le 2{,}5$ (6 pont)

6)

a) Ábrázolja a derékszögű koordinátarendszerben az $f:[0;5]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left|x^2-4x+3\right|$ függvényt! (5 pont)

b) Tekintsük az $\left|(x-2)^2-1\right|=k$ paraméteres egyenletet, ahol k valós paraméter. Vizsgálja a megoldások számát a k paraméter függvényében! (7 pont)

c) Ábrázolja a megoldások számát megadó függvényt a $k\in\left]-6;6\right[$ intervallumon! (2 pont)

d) Adja meg a c)-beli függvény értékkészletét! (2 pont)

7) Az alábbi három kifejezés mindegyike esetén adja meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen a kifejezés értelmezhető!

a) $\cos\left(\log_2\sqrt{x}\right)$ (3 pont)

b) $\sqrt{\log_2(\cos x)}$ (5 pont)

c) $\log_{\sqrt{x}}\left(\cos^2 x\right)$ (5 pont)

8) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket!

a) $\sqrt{x+2}=-x$ (4 pont)

b) $2^{2(x-1)(x+4)}=4^{\frac{x-1}{x+4}}\quad(x\neq-4)$ (7 pont)

9) Jelölje H a $\sqrt{5{,}2-x}\le 3$ egyenlőtlenség pozitív egész megoldásainak halmazát. Jelölje továbbá B azon pozitív egész b számok halmazát, amelyekre a $\log_b 2^6$ kifejezés értéke is pozitív egész szám. Elemeinek felsorolásával adja meg a H, a B, a $H\cap B$ és a $B\setminus H$ halmazt! (11 pont)

10) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket!

a) $\sin x-\cos^2 x=-1$ (6 pont)

b) $\left|x-|x|\right|=2x+1$ (7 pont)