Azonosító jel:

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2026. május 5.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2026. május 5. 9:00

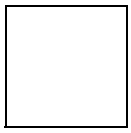
Időtartam: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek az átlag és a szórás kiszámítására abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, így azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

I.

1. **a)** Oldja meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert!

$$\begin{cases} 3x + 18 \cdot 3^y = 26 \\ 5x - 27 \cdot 3^y = 37 \end{cases}$$

b) Egy n oldalú szabályos sokszög belső szögeinek összege 20-szor akkora, mint az 5-tel kisebb oldalszámú szabályos sokszög egy külső szöge. Határozza meg n értékét!

a)	7 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	12 pont	

2. Egy új teherautó értéke megvásárlásakor 24 millió Ft. A teherautó leltár szerinti értéke egy év elteltével az újkori értékének 5%-ával csökken. Ezután minden további év elteltével a leltár szerinti érték tovább csökken az előző évi érték 5%-ával.

a) A megvásárlástól számított hét év elteltével az újkori értékének hány százalékát éri leltár szerint a teherautó? Ez hány forintnak felel meg?

b) A megvásárlástól számítva hány teljes év elteltével csökken a teherautó leltár szerinti értéke 13 millió Ft alá?

A teherautó téglatest alakú rakodóterének a szélessége 2,4 méter, a magassága 3,2 méter, a testátlója pedig 10,4 méter hosszú. A rakodótér négy oldallapja és a teteje ponyvával van fedve.



c) Mekkora a ponyva területe?

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

3. Ha a 49-hez hozzáadjuk a számjegyei felcserélésével kapott számot, akkor a kapott összeg éppen 11-szerese lesz az eredeti szám számjegyei összegének ($143 = 11 \cdot 13$).

a) Igazolja, hogy ez a tulajdonság bármely 10-zel nem osztható kétjegyű pozitív egész számra teljesül!

Jelölje $\overline{ab}$ azt a 10-zel nem osztható kétjegyű pozitív egész számot, melynek első számjegye a, második számjegye pedig b ($a \neq 0$ és $b \neq 0$). Jelölje $S(\overline{ab})$ az $\overline{ab}+\overline{ba}$ összeget.

b) Határozza meg a és b lehetséges értékeit, ha $S(\overline{ab})$ osztható 17-tel!

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy véletlenszerűen választott 10-zel nem osztható kétjegyű pozitív egész $\overline{ab}$ szám esetén $S(\overline{ab})$ háromjegyű?

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	13 pont	

4. Ernő előző tanévben biológiából szerzett jegyeit az alábbi táblázat tartalmazza.

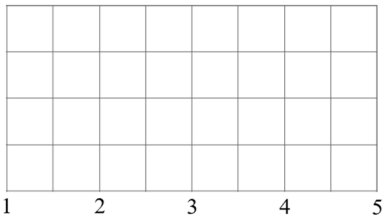
Első félév	1, 3, 3, 4, 4
Második félév	2, 4, 4, 5, 5

a) Igaz-e, hogy Ernő második félévben szerzett jegyeinek szórása egyenlő az első félévben szerzett jegyeinek szórásával? Válaszát indokolja!

Ernő osztályában az egyik biológiadolgozat osztályzatainak eloszlását a következő gyakorisági táblázat tartalmazza.

Osztályzat	1	2	3	4	5
Gyakoriság	3	5	8	14	2

b) Készítsen dobozdiagramot a táblázat adatai alapján!



Ernő osztályának tanulói közül az A halmazba azok a tanulók tartoznak, akik angolból, az M halmazba azok, akik magyarból, a T halmazba pedig azok, akik történelemből jelesre érettségiztek. Az A, M és T halmazokról a következőket tudjuk:

(1) $|A \cup M \cup T| = 32$
(2) $A \setminus (M \cup T) = M \setminus (A \cup T) = T \setminus (A \cup M) = \varnothing$
(3) $|A \cap M \cap T| = 3$
(4) $|A| = 27$
(5) $|A \cap T| + |M \cap T| = |A \cap M|$

c) Határozza meg Ernő osztályában a magyarból, illetve a történelemből jelesre érettségiző tanulók számát!

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	14 pont	

II.

Az 5–9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5. Bence az elmúlt évek során teljesítette az Országos Kéktúra 1172 km-es távját. Összesen 56 napon gyalogolt, legtöbbször hétvégén, de néha hétköznap is. A hétvégi túranapokon átlagosan napi 22 km-t, a hétköznapi túranapokon átlagosan napi 17 km-t teljesített.

a) Hány hétvégi és hány hétköznapi túranapon gyalogolt Bence?

Bence és öt barátja kempingezni mentek. Egy egyszemélyes, egy kétszemélyes és egy háromszemélyes sátrat vittek magukkal.

b) Hányféleképpen tudják a sátorbeosztást kialakítani? (Két beosztást különbözőnek tekintünk, ha van két olyan ember, akik az egyik beosztásban egy sátorba kerülnek, a másikban nem.)

A sátorbeosztást végül sorsolással alakítják ki. Egy kalapba betesznek hat cédulát az 1, 2, 2, 3, 3, 3 feliratokkal, és mindenki annyi férőhelyes sátorba kerül, amilyen feliratú cédulát húz.

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Bence és legjobb barátja, Csaba ugyanabba a sátorba kerülnek!

Bence és barátai az egyik napra egy 12 km-es túrát terveznek. Elhatározzák, hogy a táv teljesítése közben egy vagy két rövidebb pihenőt tartanak.

d) Hányféleképpen oszthatják fel a 12 km-t kettő vagy három, egész kilométer hosszúságú szakaszra, ha az egyes szakaszok hosszának sorrendje is számít (például a 2 + 2 + 8 felosztás különbözik a 2 + 8 + 2 felosztástól)?

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5–9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. Adott az $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$ függvény.

a) Igazolja, hogy $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

b) Írja fel az f grafikonjához az $x = 4$ koordinátájú pontjában húzott érintőegyenes egyenletét!

c) Konvex vagy konkáv az f függvény a $]-\infty; 2[$ intervallumon? Válaszát indokolja!

d) Igazolja, hogy az $]1; 2[$ intervallumon $f(x) > 0$.

e) Határozza meg az f függvény grafikonja és az x tengely által közrezárt síkidom területét az $[1; 2]$ intervallumon!

a)	2 pont	
b)	5 pont	
c)	3 pont	
d)	2 pont	
e)	4 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5–9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. Egy toronyépítő játék tíz pohárkából (építőelemből) áll. Az egymás mellé tett tíz pohárka magassága (mm-ben mérve) egy olyan számtani sorozat tíz egymást követő tagja, amelynek differenciája 1 mm. Az ábrán látható torony összeépítésekor a pohárkák egyenként 2 mm-t belelógnak a felettük lévő pohárkába. A felépített torony magassága 42,7 cm.



a) Határozza meg, hogy milyen magas a legalacsonyabb, illetve a legmagasabb pohárka!

Az egyik pohárka belsejének alakja olyan forgáshenger, amelynek a magassága megegyezik a belső átmérőjével. A pohárka 50 ml vízzel tölthető tele.

b) Határozza meg a pohárka belső alapkörének sugarát!

Egy forgáshenger magasságának és alapköre sugarának összege 10,5 cm.

c) Mekkorának válasszuk a henger alapkörének sugarát és a henger magasságát, hogy a térfogata maximális legyen?

a)	5 pont	
b)	4 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5–9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8. Egy n pontú fagráfnak és egy $4n$ pontú fagráfnak együttesen 10-zel több éle van, mint az n pontú teljes gráfnak.

a) Határozza meg n értékét!

Legyen G egy tetszőleges 10 pontú egyszerű gráf.

b) Igazolja, hogy G-nek vagy $\overline{G}$-nek (G komplementer gráfjának) legalább 23 éle van!

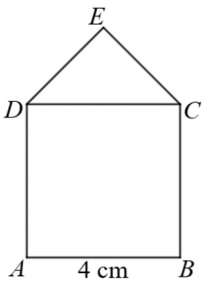
Egy m pontú teljes gráf pontjait megszámoztuk 1-től m-ig ($m \geq 3$). A gráf élei közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet.

c) Határozza meg m értékét, ha 0,35 annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott élnek legalább az egyik végpontja a gráf 1-es, 2-es vagy 3-as sorszámú csúcsa!

a)	6 pont	
b)	3 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	16 pont	

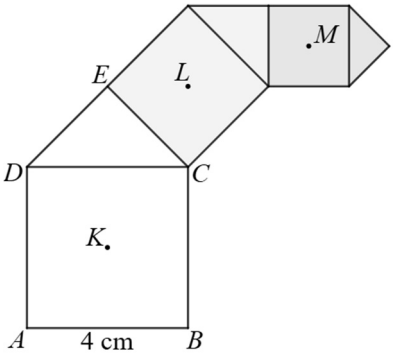
Az 5–9. feladatok közül tetszése szerint választott négyet kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Az *ABCD* négyzet oldalai 4 cm hosszúak. A négyzet *CD* oldalára az ábrán látható módon a *CED* egyenlőszárú derékszögű háromszöget rajzoljuk úgy, hogy a négyzet oldala a háromszög átfogója legyen.



a) Határozza meg az *ABCD* négyzet középpontjának és a *CED* háromszög súlypontjának a távolságát!

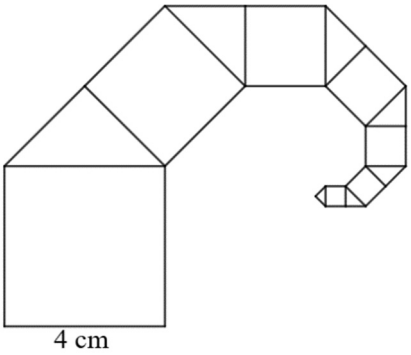
A négyzet és a háromszög egyesítésével létrejött *ABCED* ötszöget *házikónak* nevezzük. Az ötszög *CE* oldalára egy újabb, az eredetihez hasonló házikót rajzolunk, és annak a tetejére ismét egy hasonló házikót az ábra szerint. A három négyzet középpontját jelölje rendre *K*, *L* és *M*.



b) Igazolja, hogy két egymást követő házikó hasonlóságának aránya $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

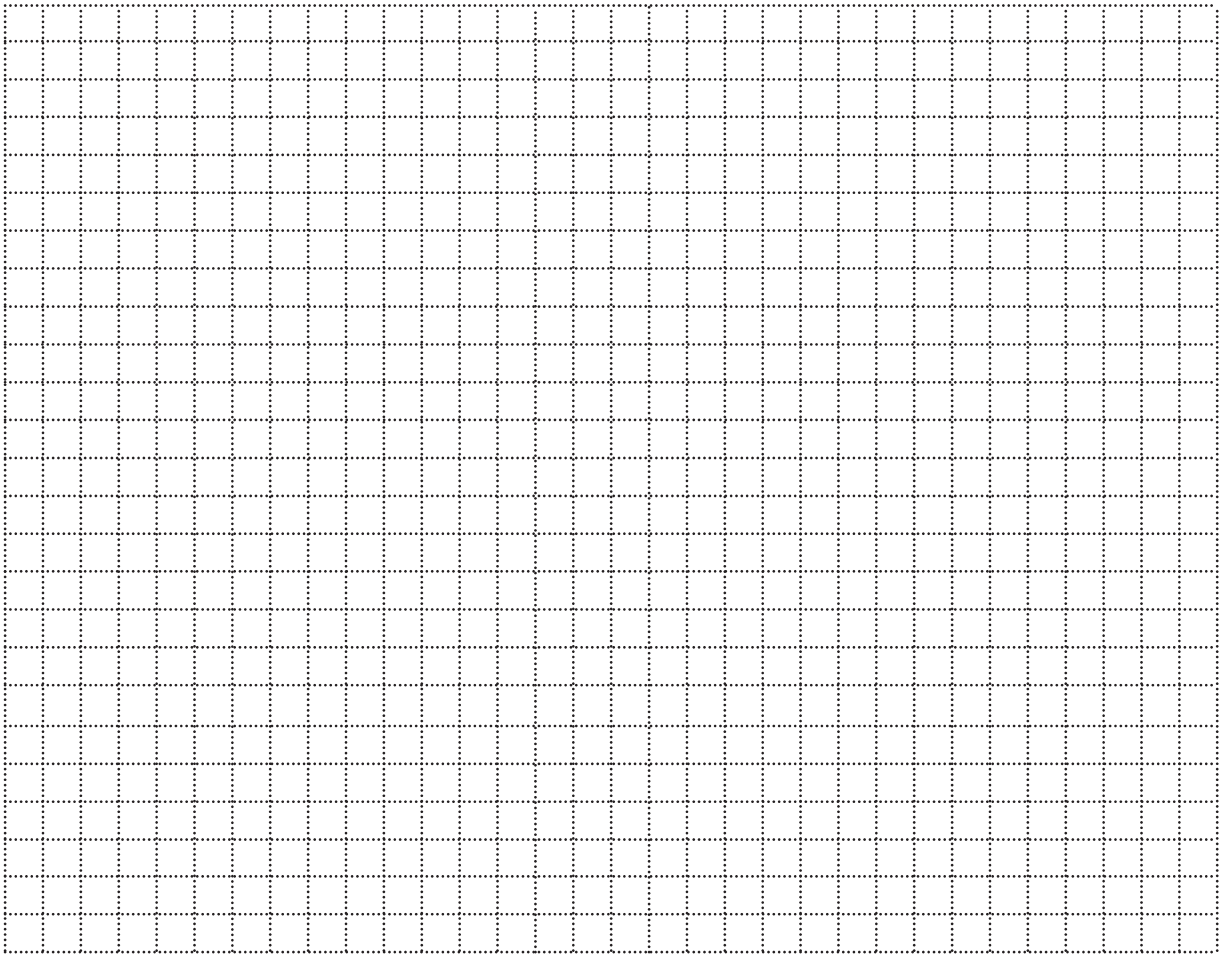
c) Számítsa ki a *KLM* háromszög területének pontos értékét!

A fenti eljárást folytatva, *n* darab házikót egymáshoz illesztve egy *házrendszert* kapunk. Az ábrán az $n = 7$ eset látható.



d) Határozza meg az *n* házikóból álló házrendszer területének határértékét, ha $n \to \infty$.

a)	2 pont	
b)	2 pont	
c)	7 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	16 pont	



	a feladat sorszáma	pontszám			
		maximális	elért	maximális	elért
I. rész	1.	12		**51**	
	2.	12			
	3.	13			
	4.	14			
II. rész		16		**64**	
		16			
		16			
		16			
		← nem választott feladat			
Az írásbeli vizsgarész pontszáma				**115**	

dátum

javító tanár

	pontszáma **egész számra** kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző