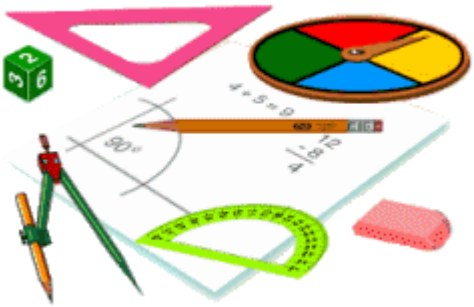
PRÓBAÉRETTSÉGI

2003. május-június

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINT

JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ



Kiss Árpád OKSZI
Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény
Vizsgafejlesztő Központ

OKÉV
Országos Közoktatási Értékelési és Vizsgaközpont

Kedves Kolléga!

Kérjük, hogy a dolgozatok javítását a javítási útmutató alapján végezze, a következők figyelembevételével.

Formai kérések:

- Kérjük, hogy *piros tollal* javítson, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölje a hibákat, hiányokat stb.

- A feladatok mellett található üres négyzetek közül mindig az elsőt töltse ki.
  Kifogástalan megoldás esetén elég a megfelelő maximális pontszám beírása a szürke négyzetekbe.
  Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes *részpontszámokat* is írja rá a dolgozatra.

- Kérjük, hogy a dolgozat javítása után a füzetek belső borítóján található *szürke táblázatot* is töltse ki.

Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól *eltérő megoldás* születik, kérjük, hogy keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit és ennek alapján pontozzon.

- A pontozási útmutató pontjai további részpontokra *bonthatók.*

- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél *kevésbé részletezett.*

- Ha a megoldásban *számolási hiba*, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.

- *Elvi hiba* esetén, egy gondolati egységen belül a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban az elhibázott részt egy újabb részkérdés követi, és a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot.

Munkájukat, együttműködésüket előre is köszönjük.

I. rész

Az I. részben a 4. és a 6. feladat kivételével a helyes válasz indoklás nélkül is teljes pontszámot ér.

1. feladat

0,5 liter · 0,028 = 0,014 liter	2 pont	Az átváltás és a százalékszámítás sorrendje tetszőleges.
0,14 dl	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

2. feladat

a) $\log_2 32 = 5$ 2 pont

Összesen: 2 pont

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \frac{3^5}{2^5} = \frac{3^5}{32} = \left(\frac{3}{2}\right)^5 = 7{,}59375$ 2 pont Bármilyen helyes megoldás elfogadható.

Összesen: 2 pont

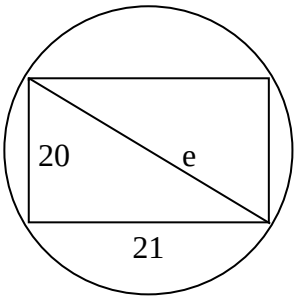
3. feladat

$4 - x < 0$ 1 pont

$x > 4$ 1 pont

Összesen: 2 pont

4. feladat



$e^2 = 21^2 + 20^2$ 1 pont

$e = 29$

Az átmérő legalább 29 cm. 2 pont Mértékegység nélkül a 2 pontból 1 pont adható.

Összesen: 3 pont

5. feladat

a)

A	B	C	D	E
2	4	1	1	6

2 pont

Ez a két pont akkor adható, ha legalább 4 válasz helyes. 1 pont akkor adható, ha 2 vagy 3 jó válasz van.

Összesen: 2 pont

b) 3 mérkőzés van még hátra. 2 pont

Összesen: 2 pont

6. feladat

x legyen a fehér golyók száma.
$5 + x$ golyó van összesen.

$$\frac{x}{x+5} = 0{,}8$$

2 pont Az egyenlet felírásáért vagy jó gondolatmenetért (szöveges okoskodásért).

$$x = 0{,}8x + 4$$

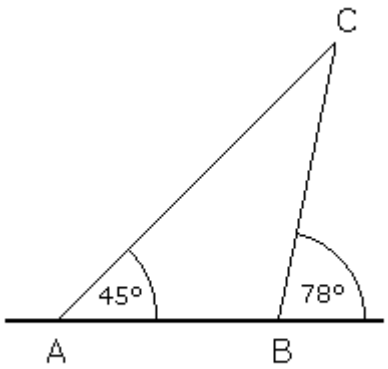
$$0{,}2x = 4$$

$$x = 20$$

2 pont A jó végeredményért.

Összesen: 4 pont

7. feladat



A C csúcsnál lévő belső szög: $\gamma = 78° - 45° = 33°$ 2 pont

Összesen: 2 pont

8. feladat

a) $30 - 25 = 5$
5 nap 2 pont

Összesen: 2 pont

b)
$12 + 25 - x = 30$
$x = 7$
7 nap 2 pont

Mértékegység nélkül is jár a pont.

Összesen: 2 pont

9. feladat

A b) válasz a jó. 2 pont .

Összesen: 2 pont

10. feladat

$x^2 - 2x - 8 = 0$ egyenlet gyökei lesznek a zérushelyek:

$x_1 = -2$ 1 pont

$x_2 = 4$ 1 pont

Összesen: 2 pont

II./A rész

11. feladat

a)

1. megoldás

$27 \cdot 3^x = 3 \cdot 3^{2x}$ 1 pont

$3^{2x} - 9 \cdot 3^x = 0$ 1 pont

$3^x(3^x - 9) = 0$ 1 pont

$3^x = 0$, ennek nincs megoldása 1 pont

vagy $3^x = 9$, tehát $x = 2$ 1 pont

Ellenőrzés. 1 pont

Vagy a megoldóképlet alkalmazása.

Ha 3^x-ből nem számol x-et, akkor összesen 3 pont adható.

2. megoldás

$3^x \cdot 3^3 = 3^{2x+1}$ *1 pont*

$3^{x+3} = 3^{2x+1}$ *2 pont*

$x + 3 = 2x + 1$ *1 pont*

$x = 2$ *1 pont*

Ellenőrzés. *1 pont*

Összesen: 6 pont

b)

$\sqrt{3x+1} = \sqrt{5-x^2}$

$3x + 1 = 5 - x^2$ 1 pont

$x^2 + 3x - 4 = 0$ 1 pont

$x_1 = 1$ 1 pont

$x_2 = -4$ 1 pont

Ellenőrzés: – 4 hamis gyök 1 pont

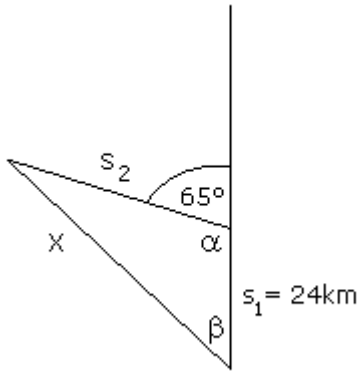
Az $x = 1$ a megoldás. 1 pont

Ha az értelmezési tartomány helyes felírásából derül ki, hogy melyik a jó megoldás, akkor is jár a 6 pont. (Ha az értelmezési tartományt helyesen megállapítja, de utána nem tudja megoldani az egyenletet, akkor 2 pont.)

Összesen: 6 pont

12. feladat

a)



1 pont — A jó ábra 1 pontot ér, de a kifogástalan megoldás ábra nélkül is 12 pontos.

Az elfordulás utáni út menetideje:

$t_2 = 150 - 40 = 110$

$t_2 = \frac{11}{6}\ h$ — 1 pont — t_2 megállapításáért.

Az elfordulás utáni út: s = v·t

$s_2 = \frac{11}{6}\ h \cdot 42\ \frac{km}{h}$ — 1 pont

$s_2 = 77\ km$ — 1 pont — s_2 kiszámításáért összesen 2 pont.

$\alpha = 115^\circ$ — 1 pont

$x^2 = 24^2 + 77^2 - 2 \cdot 24 \cdot 77 \cdot \cos 115^\circ$ — 2 pont — A koszinusz tétel helyes felírásáért összesen 2 pont.

$x^2 = 8066{,}98$

$x = 89{,}8$ km — 2 pont — Mértékegység nélkül csak 1 pont jár. (Nem számít hibának, ha mértékegységet csak a végeredményben tüntet fel a vizsgázó, amennyiben közben helyesen számol.)

Összesen: 9 pont

b)

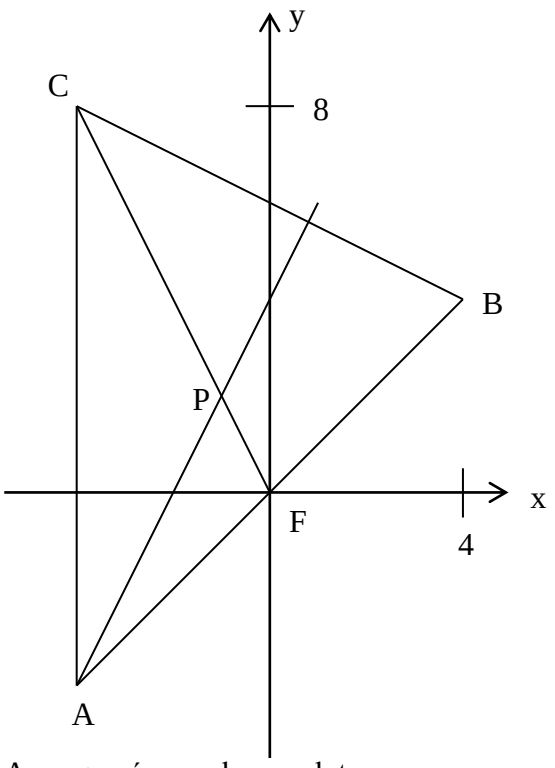
$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{s_2}{x}$ — 1 pont

$\sin\beta = \sin 115^\circ \cdot \frac{77}{89{,}8} = 0{,}7771$ — 1 pont

$\beta = 50{,}99^\circ \approx 51^\circ$ — 1 pont

Összesen: 3 pont

13. feladat



A magasságvonal egyenlete:

$\overrightarrow{BC}$ (–8; 4)	2 pont	
$\underline{n}$ = (–2; 1)		
A (–4; –4)		
$-2x + y = 4$	3 pont	A magasságvonal egyenletéért 5 pont.

A súlyvonal egyenlete:

F (0; 0)	1 pont	
$\overrightarrow{FC}$ (–4; 8)	1 pont	
$\underline{n}$ = (2; 1)	1 pont	
$2x + y = 0$	2 pont	A súlyvonal egyenletéért 5 pont.

A metszéspontjuk az egyenletrendszer megoldása:

P (–1; 2)	2 pont	A metszéspont kiszámításáért 2 pont.

Ha egy pontos rajzról leolvassa a jó végeredményt, akkor összesen 3 pont adható.

Összesen: 12 pont

II./B rész

Az alábbi három feladat (14 – 16.) közül tetszés szerint választott *kettőt* kellett megoldani és *kettőt* kell értékelni!

14. feladat

a)

Az oszlopok hossza nem arányos az ábrázolt mennyiségekkel, így az ábra jóval nagyobb növekedést sugall, mint a valóság. 3 pont

Összesen: 3 pont

b) 2000: 1000 peták/m^2

2001: 1200 peták/m^2 1 pont

2002: 1600 peták/m^2 1 pont

2000: $\frac{1{,}2 \cdot 10^7}{10^3}$ m^2 = 12 000 m^2 új lakás épült. 1 pont

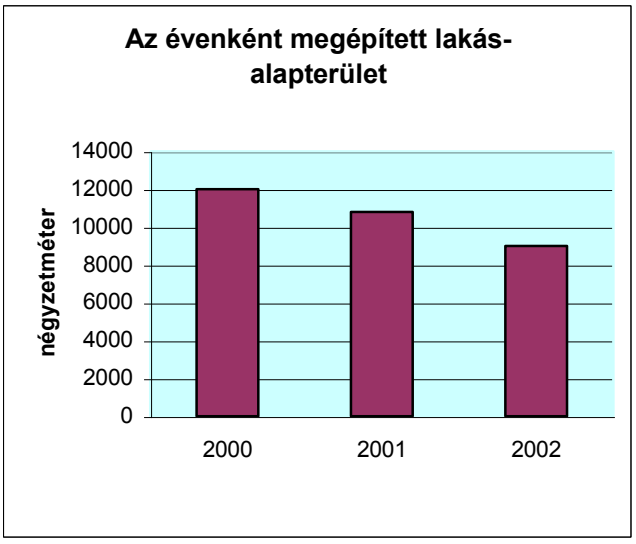
2001: $\frac{1{,}296 \cdot 10^7}{1200} m^2 = 10\,800\ m^2$ új lakás épült. 1 pont

2002: $\frac{1{,}44 \cdot 10^7}{1600} m^2 = 9000\ m^2$ új lakás épült. 1 pont

Tehát az egy év alatt felépített bérlakások összes alapterülete évről évre csökkent. 3 pont.

Összesen: 8 pont

c)



3 pont

Összesen: 3 pont

d)

A megadott adatokból nem állapítható meg, mert nem tudjuk egy-egy lakás alapterületét (ami igen változó lehet). 3 pont

Összesen: 3 pont

15. feladat

a)

$E_1 = 10 \cdot \lg \frac{10^{-12}}{10^{-12}}$ — 2 pont — A képlet értelmezéséért.

$E_1 = 10 \cdot \lg 1 = 0$
$E_1 = 0$ decibel — 2 pont — Mértékegység nélkül 1 pont.

$E_2 = 10 \cdot \lg \frac{10^{-6}}{10^{-12}}$ — 2 pont — A képlet értelmezéséért.

$E_2 = 10 \cdot \lg 10^6 = 60$
$E_2 = 60$ decibel — 2 pont — Mértékegység nélkül 1 pont.

Összesen: 8 pont

b)

$$I = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$$

Legyen E_m a motor szubjektív hangerőssége,
I_m az objektív hangerőssége.

$E_m = 130$ decibel — 1 pont — Az adat értelmezéséért,

$130 = 10 \cdot \lg \frac{I_m}{10^{-12}}$ — 3 pont — Az egyenlet felírásáért.

$13 = \lg \frac{I_m}{10^{-12}}$ — 1 pont

$10^{13} = \frac{I_m}{10^{-12}}$ — 3 pont — A logaritmus értelmezéséért.

Tehát a motorzaj objektív hangerőssége a halk suttogás objektív hangerősségének a 10^{13}-szorosa. — 1 pont

Összesen: 9 pont

16. feladat

a) $T = \frac{a \cdot m}{2}$, ahol $m = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ tehát $T = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 0{,}5$ 2 pont

$a = \sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}} \approx 1{,}07$ 2 pont

A köré írható kör átmérőjét keressük. 1 pont

A sugár a súlyvonal 2/3-ad része. 1 pont

$R = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 2 pont

$R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3\sqrt{3}}}$ 1 pont

124 cm is elfogadható. Ha kerekítés miatt ennél kisebb értéket kap, akkor ez a pont nem jár.

Legalább 125 cm átmérőjű terítő kell. 1 pont

Összesen: 10 pont

b)

1. megoldás

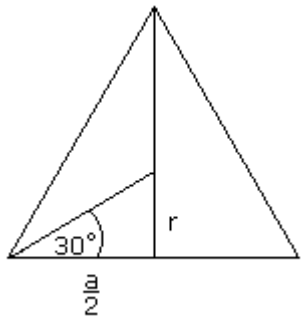
A beírt kör sugarát keressük, ami a körülírt kör sugarának a fele.

$r = \frac{R}{2}$ 5 pont

Tehát a tál átmérője: 0,62 m = 1 pont

= 62 cm 1 pont

2. megoldás



1 pont

$tg30° = \frac{r}{\frac{a}{2}}$ *2 pont*

$r = \frac{a}{2} \cdot tg30°$ *1 pont*

r = 0,31 *1 pont*

d = 0,62 m *1 pont*

d = 62 cm *1 pont*

Összesen: 7 pont