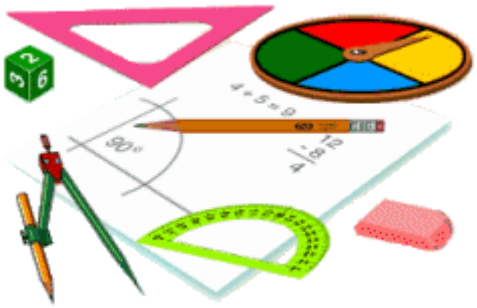
						–			

PRÓBAÉRETTSÉGI

2003. május-június

MATEMATIKA

EMELT SZINT



Kiss Árpád OKSZI
Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény
Vizsgafejlesztő Központ

OKÉV
ORSZÁGOS KÖZOKTATÁSI ÉRTÉKELÉSI ÉS VIZSGAKÖZPONT

Kedves Tanuló!

Kérjük, hogy a feladatsort legjobb tudása szerint oldja meg!

A feladatsorban található szürke téglalapokat mindenhol hagyja üresen!

A II. részben öt feladat közül (5.–9.) csak négynek a megoldását kell elkészítenie. Csak a kiválasztott *négy* feladat megoldására kap pontot.

Kérjük, a munka befejeztével írja be az alábbi négyzetbe, hogy melyik feladatot **nem** választotta!

A javító tanár tölti ki!

	1a	1b	1c	2a	2b	2c	2d	3a	3b	4a	4b	5	6a	6b	7a	7b	7c	7d	8a	8b	9	össz.
max. pont	2	5	5	4	2	4	3	11	2	6	7	16	5	11	4	3	6	3	9	7	16	115
javító tanár 1.																						
javító tanár 2.																						
egyez-tetett																						

....

javító tanár 1. javító tanár 2.

A feladatsorban található szürke téglalapokat mindenhol hagyja üresen!

I. rész

1. Adott két egyenes egyenlete:

   e: $3x - y = 2$

   f: $x + 3y = -6$

   a) Határozza meg az egyenesek metszéspontjának koordinátáit!

2 pont		

   b) Számítsa ki a két egyenes hajlásszögét!

5 pont		

   c) Mekkora távolságra van az origó az e egyenestől?

5 pont		

Megoldás:

2. Tekintse az alábbi táblázatot!

Korcsoport	A nők száma (ezer főben)	Ezer nőre jutó szülések száma	A nők száma (ezer főben)	Ezer nőre jutó szülések száma
	1930	1930	1995	1995
15 – 19	253	40,9	417	33,6
20 – 24	217	158,5	372	113,9
25 – 29	181	151,8	331	110,3
30 – 34	173	110,7	305	50,2
35 – 39	194	74,8	382	17,2
40 – 44	205	15,7	418	2

a) Hány gyerek született összesen 1930-ban és hány született 1995-ben?

4 pont		

b) Hány százalékkal nőtt vagy csökkent a szülések száma 1930 és 1995 között 1930-hoz képest?

2 pont		

c) Hány százalékkal nőtt vagy csökkent az ezer nőre jutó szülések száma 1930 és 1995 között 1930-hoz képest?

4 pont		

d) Egy 1995 szilveszterén készült tv-interjúhoz véletlenszerűen választottak ki egy riportalanyt a 20–24 év közötti női lakosok közül. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott nő szült abban az évben? Válaszát indokolja!

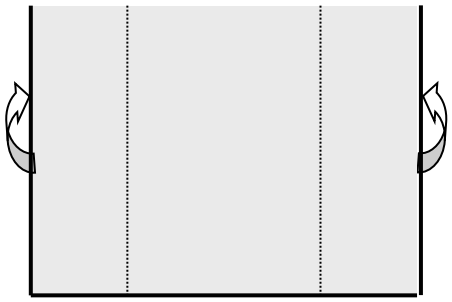
3 pont		

3. Egy 80 cm széles bádoglemez két párhuzamos szélének egyforma felhajtásával téglalap keresztmetszetű vízlevezetőt készítünk úgy, hogy a víz a lehető leggyorsabban folyjon át rajta. (Ez akkor következik be, ha a keresztmetszetének a területe a lehető legnagyobb.)

a) Határozza meg a felhajtott rész szélességét!

11 pont		

b) Határozza meg, mekkora a lehető legnagyobb keresztmetszet területe?



2 pont		

Megoldás:

4. Egy repülőgépnek 2400 km utat kellett megtennie. Az út első harmadában a rossz időjárási viszonyok miatt az eredetileg tervezett sebességét 25%-kal csökkentette.

a) Az eredetileg tervezetthez képest hány százalékkal kellene növelnie a sebességét az út hátralevő részében, ha késés nélkül szeretne leszállni?

6 pont		

b) Sajnos az időjárás nem javult lényegesen, így a gép az út második részében az *eredetileg tervezett sebességénél* 160 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$-val kisebb sebességgel tudott haladni. Mekkora volt az eredetileg tervezett átlagsebessége és menetideje, ha így egy óra késéssel érkezett a célállomásra?

7 pont		

Megoldás:

II. rész

Az alábbi öt feladat (5.–9.) közül tetszés szerint választott *négyet* kell megoldania!

5. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számpárok halmazán:

$$16x^2 - (8\cos y)x + 1 = 0$$

16 pont		

Megoldás:

6. a) Igazolja, hogy az $n^3 - n$ kifejezés osztható hattal, ha n természetes szám!

5 pont		

b) Melyek azok a k egész számok, amelyekre a $k^2 - 3k$ kifejezés egy prímszám négyzetével egyenlő?

11 pont		

Megoldás:

7. a) Legalább hány tanuló jár abba az iskolába, ahol a tanulók megkérdezése nélkül is biztosan tudjuk, hogy van három olyan diák, aki ugyanazon a napon ünnepli a születésnapját?

4 pont		

Az iskolában 3 különböző szakkör működik: dráma, fotó, népi tánc. Egy 22 fős osztály minden tanulója legalább az egyik szakkörön részt vesz. Az osztályfőnök számítógépes nyilvántartást vezet a tanulókról, amelyben egy számhármassal jellemzi azt, hogy ki melyik szakkörre jár. Az első szám a dráma, a második a fotó, a harmadik a népi táncra vonatkozik. Egyes jelzi, ha valaki részt vesz a szakkör munkájában, nulla, ha nem. Pl. ha egy diák a drámaszakkörre jár, a fotóra nem és a néptáncra igen, az azt jelenti, hogy az ő kódszáma:

1	0	1

b) Hány különböző számhármas szerepelhet a tanár nyilvántartásában?

3 pont		

c) Mutassa meg, hogy van legalább 4 olyan tanuló, aki pontosan ugyanazokat a szakköröket látogatja!

6 pont		

d) A 22 tanulóból pontosan két szakkört látogat 16 tanuló, és van 3 olyan, aki mindegyikre jár. Hány tanuló jár pontosan egy szakkörre?

3 pont		

Megoldás:

8. Legyen adott a valós számok halmazán értelmezett

$$f(x)=|x|+|x-4| \qquad \text{és} \qquad g(x)=-\frac{2}{7}x+10 \quad \text{függvény.}$$

a) Mely x értékek esetén teljesül, hogy $f(x)=g(x)$?

9 pont		

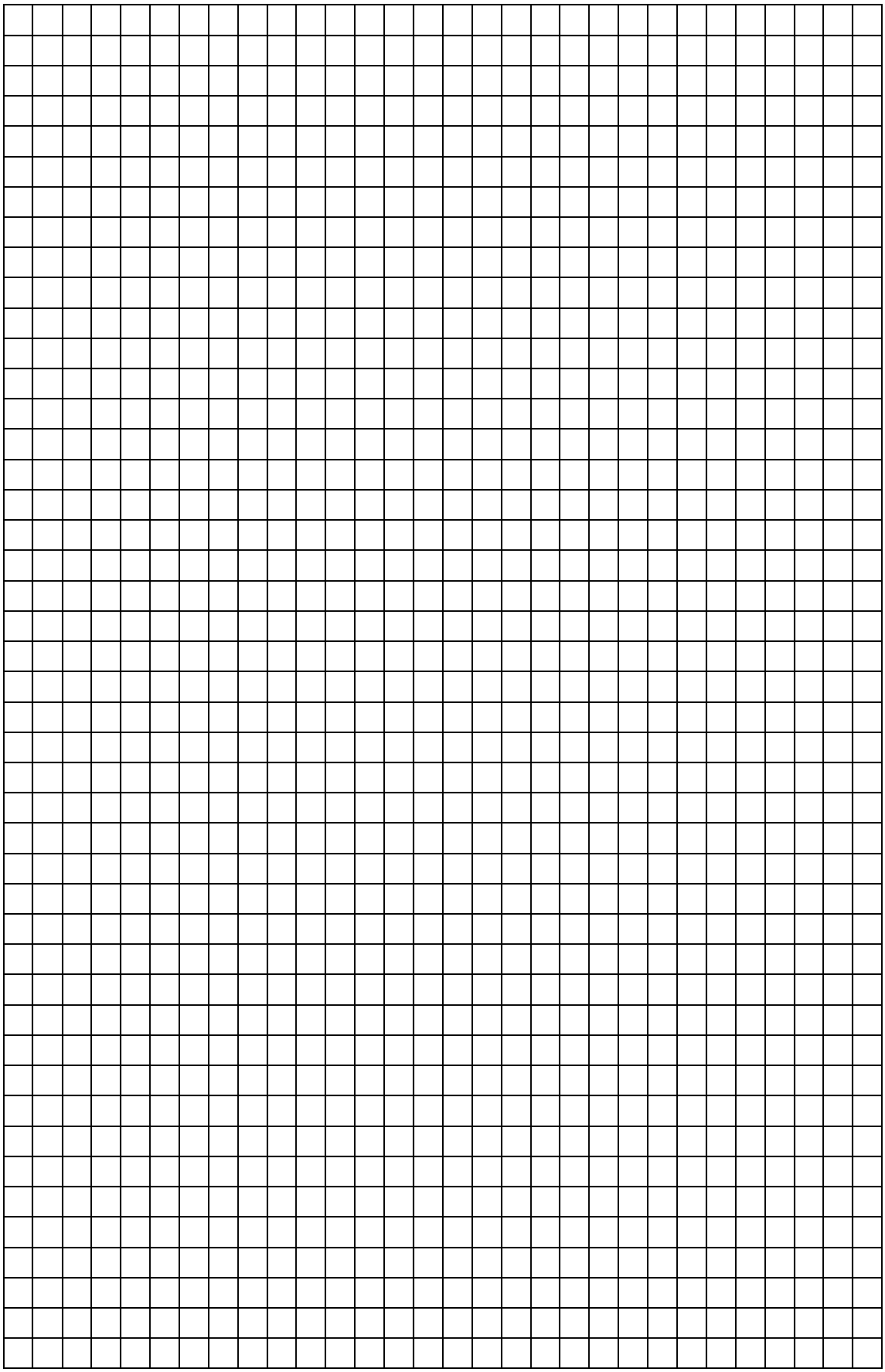
b) Értelmezzük a h függvényt a [– 5; 10] intervallumon a következőképpen:

$$h(x)=\begin{cases} f(x), \text{ ha } f(x)\geq g(x) \\ g(x), \text{ ha } g(x)\geq f(x) \end{cases}$$

Ábrázolja az f, a g és a h függvényeket a $[-5;10]$ intervallumon, közös koordinátarendszerben!

7 pont		

Megoldás:



9. Egy vízszintes egyenes úton haladunk. Az út bal oldalán a hegy tetején egy kilátót veszünk észre. Ennek a kilátónak a tetejét az útról 30°-os emelkedési szögben látjuk. Fél km-t továbbhaladva az emelkedési szög már 45°-os. Újabb 500 méter megtétele után már 60°-os az emelkedési szög. Milyen magasan van az úthoz képest a kilátó teteje? Készítsen ábrát!

16 pont		

Megoldás: