Feladatok az A1 (VBK) tárgy hallgatói számára
2018/19/ősz, 7. hét

1. Számoljuk ki a határértékeket:

a) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\sqrt{4x^2+3x}-2x\right)$ b)[hf] $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^2-4x}+x}$ c) $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{2}{x^2-1}+\dfrac{3}{x^3-1}\right)$

d)[hf] $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x^5-3x^2+1}{x^7+4x^3+5}$ e) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 9x^2}{x^2}$ f) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5x-\sin 8x}{7x+\sin 2x}$

2. Számoljuk ki a megadott függvények deriváltját a megadott pontban, a definíció alapján.

a) x^2-x+3, $x_0=-1$ b) $\sqrt{2x-5}$, x_0-ban

c)[hf] $\frac{2x-1}{x+3}$, $x_0=3$ d)[hf] $\sqrt[3]{2x-1}$, $x_0=1$.

e) $|x|$, $x_0=0$

3. Hol deriválhatóak a megadott függvények? Számoljuk ki a deriváltakat.

a) $x^7+\dfrac{2}{x}-\sqrt{x}$ b) $x^7\cdot\dfrac{2}{x}\cdot\sqrt{x}$ c) $\operatorname{ctg}x\cdot e^x\cdot\sqrt[5]{x}-3$ d) $e^x+x^e+e^e$

e) $\dfrac{x^2+2x-1}{x^7+2x+1}$ f) $\sin(2x-1)$ g) $\operatorname{tg}(\pi x)$ h) $e^{\frac{1-x}{1+x}}$

i) $\sin x^2+\sin^2 x$ j) $\ln\left(e^x+e^{-x}\right)$ k) $\sqrt[3]{x+\sqrt[3]{x}}$ l) $\dfrac{\operatorname{arctg}\frac{1}{x}}{\operatorname{arsh}\sqrt[3]{x}}$

m) $\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$ n)[hf] $\operatorname{sgn}x$ o)[hf] $x\sin x\cos x$ p)[hf] $\log_x x$

q)[hf] $(x^3-3x+8)^{2014}$ r)[hf] $\dfrac{x^2+1}{\sqrt{1+2x^2}}$ s)[hf] $(\sin^3(x)+2)^7$

4. Legyen

$$f(x)=\begin{cases}\operatorname{arctg}\frac{1+x}{1-x}, & \text{ha } x\neq1,\\ \beta, & \text{ha } x=1.\end{cases}$$

a) Megválasztható-e β értéke úgy, hogy az f függvény folytonos legyen $x=1$-ben?

b) $f'(x)=?$, ha $x\neq1$

c) $\lim\limits_{x\to1}f'(x)=?$ Létezik-e $f'(1)$?

Emlékeztető

– Ha az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvény értelmezve van x_0 egy környezetében, akkor a $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ számot (amennyiben létezik és véges) f x_0-beli *deriváltjának* nevezzük, és $f'(x_0)$-val jelöljük.

– Az $x\mapsto f'(x)$ függvényt f *derivált függvényének*, vagy röviden *deriváltjának* nevezzük, és f'-vel jelöljük.