# Feladatok az A1 (VBK) tárgy hallgatói számára
## 2018/19/ősz, 6. hét

1. Ábrázolja az adott függvényeket, és állapítsd meg, hogy milyen tulajdonságokkal rendelkeznek! (Páros? Páratlan? Periodikus? Értékkészlet? Értelmezési tartomány?) Amelyik invertálható, számolja ki az inverzét is!

   a) $-3x+4$ b) $-x^2+3x+1$ c) $\dfrac{1}{x+2}$ d) $e^{-x}$

   e) $\sin 2x$ f) $\ln x+1$ g)[hf] $\operatorname{tg}(-x)$ h)[hf] $\log_{1/3}(2x-1)$

   i)[hf] $\dfrac{2}{x^2}$

2. Számoljuk ki a határértékeket:

   a) $\lim\limits_{x\to-\infty}(-x^9+4x^6+1)$ b) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-3x+2}{(x^2-1)^2}$ c) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-3x+2}{(x^2-1)^2}$

   d) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-1}{\sqrt{3x^2+1}-2x}$ e)[hf] $\lim\limits_{x\to-\infty}x\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-3}\right)$ f)[hf] $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{9+x}-3}{\sqrt{4+x}-2}$

   g) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sin x}{x}$ h) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 5x}{x}$ i)[hf] $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$

   j) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\operatorname{tg} 7x}{\sin 3x}$ k) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}$ l)[hf] $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^3+x^2-5x+3}{x^3+9x^2+27x+27}$

3. Ábrázoljuk a függvényeket, majd határozzuk meg a határértékeket.

   a) $\lim\limits_{x\to\infty}\sin x$ b) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}\sin x$ c) $\lim\limits_{x\to0}\sin\dfrac{1}{x}$ d) $\lim\limits_{x\to0}x\sin\dfrac{1}{x}$

4.[hf] Mutassunk példát olyan $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvényre, amely

   a) minden pontban folytonos b) semelyik pontban sem folytonos

   c) pontosan egy pontban nem folytonos d) pontosan egy pontban folytonos

### Emlékeztető

- Egy $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvénynek *a határértéke $x_0$-ban $a$*, (jelölésben $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=a$), ha $\forall\varepsilon>0$-hoz $\exists\delta$, hogy $|x-x_0|<\delta$, és $x\neq x_0$ esetén $|f(x)-a|<\varepsilon$.
  A függvény féloldali határértékeinek értelmezése:
  *Baloldali*: $\lim\limits_{x\to x_0-}f(x)=c$, ha $\forall\varepsilon>0$-hoz $\exists\delta>0$, hogy $0<(x_0-x)<\delta$ esetén $|f(x)-c|<\varepsilon$.
  *Jobboldali*: $\lim\limits_{x\to x_0+}f(x)=c$, ha $\forall\varepsilon>0$-hoz $\exists\delta>0$, hogy $0<(x-x_0)<\delta$ esetén $|f(x)-c|<\varepsilon$.

- $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$, ha $\forall K$-hoz $\exists\delta>0$, hogy $0<(x_0-x)<\delta$ esetén $f(x)>K$.

- $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=c$, ha $\forall\varepsilon>0$-hoz $\exists H$, hogy $x>H$ esetén $|f(x)-c|<\varepsilon$.

- *$f$ folytonos az $x_0$ pontban*, ha $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$. *$f$ folytonos*, ha az értelmezési tartományának minden pontjában folytonos.