Minta feladatsor, Gazdasági matematika 1 kollokvium, 70 pont, 2012/2013. tanév
(Minden feladat 14 pontos)

1. feladat:

Fogalmazza meg és bizonyítsa be két függvény szorzatának differenciálására vonatkozó tételt!

2. feladat:

a) Számítsa ki az $a_n = \frac{3-4n}{5+4n}$ sorozat határértékének az $\varepsilon = \frac{1}{100}$ sugarú környezetéhez tartozó küszöbszámot.

b) Számítsa ki a következő sor összegét: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+2}}{5^n}$.

3. feladat:

Egy étteremben egy új étel specialitást vezetnek be. Az előzetes számítások alapján a keresletet leíró függvény képlete:

$$f(x) = x^2 \cdot e^{-x^2}, \quad x \in R^+,$$

ahol x az egységárat jelenti ezer Ft-ban, $f(x)$ pedig a havonta ebből a specialitásból várhatóan értékesítendő adagok számát ezer db-ban megadva.
a) Határozza meg azt az optimális árat, amely esetén a kereslet maximális lesz, és azt is, hogy mekkora a maximális kereslet.
b) Számítsa ki a keresleti függvénynek az $x = 2$ pontjához tartozó elaszticitását, és a kapott eredményt értelmezze.

4. feladat:

a) Mennyi az $\int_2^{\infty} \frac{1}{x^3} dx$ improprius integrál számértéke?

b) Számítsa ki az $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ függvény grafikonja, valamint a függvény zérushelyeibe húzható érintők által határolt zárt síkrész területét.

5. feladat:
Egy vállalat kétféle terméket hoz forgalomba. Az elsőt x €-os egységáron, a másodikat y €-os egységáron értékesítik. Az első termék iránti keresletet a $K_1(x, y) = 2y - 4x + 200$, a második irántit a $K_2(x, y) = 400 - y$ függvény írja le.
a) Adja meg a vállalat bevételét kifejező kétváltozós függvényt.
b) Határozza meg az x, y egységárakat úgy, hogy a bevétel maximális legyen.
c) Számítsa ki a bevétel maximumát.