Minta feladatsor, Gazdasági matematika 1 kollokvium, 100 pont, 2012/2013. tanév

1. feladat (3+3+14 pont)

a) Adja meg a primitív függvény definícióját!

b) Adja meg a függvény véges helyen vett véges határértékének a definícióját!

c) Írja le két konvergens sorozat összegének határértékére vonatkozó tételt és bizonyítsa is be azt!

2. feladat (10 pont)

a) Határozza meg a következő számsorozat határértékét!

$$a_n = \left(\frac{3n-2}{3n+5}\right)^{2n}$$

b) Konvergens-e az alábbi sor? Konvergencia esetén határozza meg a sor összegét!

$$3+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$$

3. feladat (10 pont)

a) Határozza meg az f függvény határértékeit az 3 és a -1 helyeken!

$$f(x)=\frac{x^2-x-6}{x^2-2x-3}, x \in R\{-1,3\}$$

b) Döntse el, hogy folytonos-e a következő függvény legyen az x = 3 helyen!

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-6}{x^2-2x-3}, & \text{ha } x \in R\text{-}\{-1,3\} \\ 5 & \text{ha } x=3\end{cases}$$

4. feladat (20 pont)

Valamely áru iránti kereslet az $f(x)=\frac{300}{x}+e^{-\frac{x}{5}+2}$ függvénnyel írható le, ahol x az egységárat ezer forintban, f(x) pedig a hozzá tartozó keresletet jelenti 1000 darabban.

a) Milyen egységár mellett maximális az árbevétel?

b) Mekkora a kereslet tartozik ehhez az egységárhoz?

c) Hogyan változik az árbevétel, ha az egységárat a 10000 forintról 1 %-kal növeljük?

5. feladat (20 pont)

a) Végezze el a következő műveleteket.

$$\int \frac{1}{x^3}\cdot e^{\frac{4}{x^2}}dx = ?$$

b) Számítsa ki annak a síkidomnak a területét, amelyet az x tengely, az y tengely, az $f(x)=\sqrt{x-2}$ függvény grafikonja, és ennek az $x_0=6$ abszcisszájú pontjához húzott érintője bezár.

6. feladat (20 pont)

Egy üzem két terméket állít elő. A két termék eladásából származó havi árbevételt az $R(x,y)=-x^2-y^2+20x+20y-60$ (x>0; y>0) függvény, a havi költséget pedig a $C(x,y)=4x+8y+20$ (x>0; y>0) függvény írja le. Az x és y a két termék mennyiségét jelenti tonnában, az árbevétel és a költség millió forintban értendő.

a) Írja fel az árbevétel függvény esetén a $(2;4)$ ponthoz tartozó x változó szerinti szintvonalfüggvényt!

b) Határozza meg, hogy mely x, y esetén lesz a profit maximális és adja meg a maximális profitot!