Gyakorló feladatok határozott integrálásra

1. Számítsa ki az alábbi határozott integrálok számértékét.

a) $\int_{-1}^{1} 3x^3 dx$; b) $\int_{0}^{4} \left(3x - \sqrt{x} dx\right)$; c) $\int_{0}^{3} e^{-x} dx$;

d) $\int_{1}^{e} \frac{1}{x} dx$; e) $\int_{-1}^{2} 2x^2 \cdot \sqrt{x^3 + 2}\, dx$; f) $\int_{1}^{2} \frac{3x^2 + x}{2x^3 + x^2} dx$.

2. Számítsa ki az $f(x) = -x^3 + 2x^2 + 15x$ grafikonja és az x tengely által közrezárt síkrész területét a [-3; 8] intervallumon.

3. Számítsa ki az alábbi függvények grafikonjai, illetve a megadott egyenesek által határolt zárt síkrészek területét.

a) $f(x) = x^2 - 9x + 26, \quad g(x) = -x^2 + 9x - 14$

b) $f(x) = x^4 - 2x^2, \quad g(x) = 2x^2$

c) $f(x) = 4 + 2x, \quad g(x) = 7 - x, \quad h(x) = -3 + 4x$

d) $f(x) = e^x, \quad g(x) = e^{-x}, \quad x = -1, \quad x = 1, \quad y = 0$

4. Oldja meg az alábbi feladatokat a parciális integrálási szabály segítségével.

a) $\int_{1}^{e} x^2 \ln x\, dx$; b) $\int_{1}^{2} x \cdot (x+2)^5 dx$; c) $\int_{-1}^{4} \frac{x^2}{\sqrt{x+5}}$.

5. Számítsa ki az alábbi improprius integrálok számértékét (ha létezik).

a) $\int_{1}^{+\infty} \frac{3}{x} dx$; b) $\int_{-\infty}^{1} \frac{1}{x^2} dx$; c) $\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot e^{-x^2} dx$;

d) $\int_{1}^{3} \frac{1}{x-1} dx$; e) $\int_{0}^{3} \frac{2x}{\sqrt[3]{(x^2-1)^2}} dx$; f) $\int_{2}^{+\infty} \frac{3}{(x-2)^3} dx$.

6. Egy új számítógép használatával a cég $s(t) = 800 - 0.5 \cdot t^2$ dollárt spórol havonta, ahol *t* a gép beszerzésétől eltelt idő hosszát jelenti, hónapokban kifejezve. Az új gép által produkált megtakarítás időben csökken és 40 hónap alatt teljesen megszűnik. Számítsuk ki a cég teljes pénzbeli megtakarítását, amelyet ez az új számítógép beállítása jelent ($\int_{0}^{40} s(t) dt$).