2. FÜGGVÉNYEK HATÁRÉRTÉKE, FOLYTONOSSÁGA

Határozzuk meg a következő függvények véges helyen vett határértékét (2.1. - 2.44.):

2.1. $\lim\limits_{-2} \dfrac{4-x^2}{x+2}$.

2.2. $\lim\limits_{1} \dfrac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$.

2.3. $\lim\limits_{0} \dfrac{x^3-x}{x^4+x^2+1}$.

2.4. $\lim\limits_{2} \sqrt{x-2}$.

2.5. $\lim\limits_{3} \dfrac{x^2-9}{x^2-3x}$.

2.6. $\lim\limits_{-2} \dfrac{x+2}{x^2-4}$.

2.7. $\lim\limits_{0} \dfrac{2x^3+3x^2}{5x^4-2x}$.

2.8. $\lim\limits_{1} \dfrac{x^2+2x-3}{x^2-8x+7}$.

2.9. $\lim\limits_{2} \dfrac{x^2-7x+10}{x^2-5x+6}$.

2.10. $\lim\limits_{4} \dfrac{x^2-4x}{x^2-16}$.

2.11. $\lim\limits_{-3} \dfrac{x^2+6x+9}{9-x^2}$.

2.12. $\lim\limits_{-5} \dfrac{x^2+2x-15}{x^2+4x-5}$.

2.13. $\lim\limits_{9} \dfrac{x-3\sqrt{x}}{x-9}$.

2.14. $\lim\limits_{a} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{x-a}$. $a \in \mathrm{R}^+$.

2.15. $\lim\limits_{0} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x}$.

2.16. $\lim\limits_{8} \dfrac{\sqrt[3]{x}-2}{x-8}$.

2.17. $\lim\limits_{4} \dfrac{x^4-5x^2+4}{x^4-2x^2-8}$.

2.18. $\lim\limits_{-2} \dfrac{x^4+2x^2-24}{x^2-4}$.

2.19. $\lim\limits_{1} \dfrac{(x-1)\sqrt{5x^2+4}}{x^2+x-2}$.

2.20. $\lim\limits_{-\sqrt{5}} \dfrac{x^4-2x^2-15}{x^4-6x^2+5}$.

2.21. $\lim\limits_{2} \dfrac{x^4-16}{x^2-5x+6}$.

2.22. $\lim\limits_{\sqrt{3}} \dfrac{x^2-3\sqrt{3}x+6}{x^2-3}$.

2.23. $\lim\limits_{1}\left(\dfrac{3}{x^3-1}-\dfrac{2}{x^2-1}\right)$.

2.24. $\lim\limits_{1}\dfrac{x^2-1}{\sqrt{2-x}-\sqrt{x}}$.

2.25. $\lim\limits_{a}\dfrac{x^2-a^2}{x^3-a^3}$.

2.26. $\lim\limits_{2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^3-2x^2-x+2}$.

2.27. $\lim\limits_{1}\dfrac{x^6-1}{x^5-1}$.

2.28. $\lim\limits_{0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{x}$.

2.29. $\lim\limits_{0}\dfrac{x^3-x^2}{x^4+x^3+x^2}$.

2.30. $\lim\limits_{5}\dfrac{2-\sqrt{x-1}}{x^2-25}$.

2.31. $\lim\limits_{1}\dfrac{x^2+4x-5}{x^2+6x-7}$.

2.32. $\lim\limits_{3}\dfrac{x^2+5x-24}{x^2-8x+15}$.

2.33. $\lim\limits_{3}\dfrac{x^2+2x-15}{x^2-4x+3}$.

2.34. $\lim\limits_{6}\dfrac{\sqrt{x+3}-3}{\sqrt{(x+3)^3}-27}$.

2.35. $\lim\limits_{1}\dfrac{\frac{1}{x^2}-1}{x-1}$.

2.36. $\lim\limits_{1}\dfrac{x^n-1}{x-1}$.

2.37. $\lim\limits_{0}(x\cdot\ln x)$.

2.38. $\lim\limits_{0}\dfrac{1}{1-e^x}+\dfrac{1}{x}$.

2.39. $\lim\limits_{2}\left(3x+\dfrac{4}{x-2}\right)$

2.40. $\lim\limits_{0}x^3\cdot\ln x^3$

2.41. $\lim\limits_{0}x^2\cdot\ln 6x$.

2.42. $\lim\limits_{2}\dfrac{x+7}{x^2-5x+6}$.

2.43. $\lim\limits_{1}\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x^2-1}\right)$.

2.44. $\lim\limits_{1}e^{\frac{5}{1-x}}$.

Határozzuk meg az alábbi függvények bal és jobboldali határértékét a megadott helyen (2.45.-2.51.):

2.45. $\lim\limits_{2} \dfrac{x-2}{|x-2|}$.

2.46. $\lim\limits_{3} \dfrac{7x+1}{x-3}$.

2.47. $\lim\limits_{1} 3^{\frac{1}{x-1}}$.

2.48. $\lim\limits_{0} \dfrac{x-5}{x^2}$.

2.49. $\lim\limits_{-6} \dfrac{x}{x+6}$.

2.50. $\lim\limits_{0} \dfrac{|x|}{x}$.

2.51. $\lim\limits_{\substack{0 \\ 1 \\ -1}} \dfrac{x^3-x^2+x-1}{x^3-x}$.

Határozzuk meg az alábbi függvények határértékét (2.52. - 2.71.):

2.52. $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{\sqrt{x^4+2x^2+3}}{3x^2-x+5}$.

2.53. $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{2x+1}{3x-5}$.

2.54. $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{1}{x^2-2x+5}$.

2.55. $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{10x^2+x+1}{5x^2-x+2}$.

2.56. $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{3x-x^2}{x+1}$.

2.57. $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{2x-1}{3x^2+x+2}$.

2.58. $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{2x^3+5x^2-3}{x^2-4x+1}$.

2.59. $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{3x-2}{x^2+1}$.

2.60. $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$.

2.61. $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{\sqrt[4]{x^3+x}-\sqrt{x}}{x+2+\sqrt{x+1}}$.

2.62. $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}$.

2.63. $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{x}{3^x}$.

2.64. $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{e^x}{3x}$.

2.65. $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{3x}{\ln 5x}$.

2.66. $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{\ln x}{x}$.

2.67. $\lim\limits_{+\infty} \left(\dfrac{x^3-1}{x^3}\right)^{-\frac{x^3}{2}}$.

2.68. $\lim\limits_{+\infty} \left(\dfrac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+2}$.

2.69. $\lim\limits_{+\infty} \left(\dfrac{x+3}{x-2}\right)^{2x+1}$.

2.70. $\lim\limits_{+\infty} \left(\sqrt{x+3}-\sqrt{x}\right)$.

2.71. $\lim\limits_{+\infty} \left(\dfrac{x+1}{x}\right)^{2x}$.

Állapítsa meg, hogy folytonosak-e a következő függvények (2.72.- 2.79.):

2.72. *f*: $f(x)=|x|$.

2.73. *f*: $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$, $x \in \mathrm{R}\setminus\{0\}$.

2.74. *f*: $f(x)=\begin{cases} x^2, & \text{ha } x \in \mathrm{R}^-, \\ 1, & \text{ha } x = 0, \\ 2^x+1, & \text{ha } x \in \mathrm{R}^+. \end{cases}$

2.75. f: $f(x)=\sqrt{x+2}$, $x \in [-2, +\infty)$.

2.76. *f*: $f(x)=2^{x+1}$.

2.77. *f*: $f(x)=\begin{cases} x, & \text{ha } x \in \mathrm{R}_0^+, \\ -1, & \text{ha } x \in \mathrm{R}^-. \end{cases}$

2.78. f: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}, & \text{ha } x<-1,\\ -1, & \text{ha } x=0,\\ \ln x, & \text{ha } x>1.\end{cases}$

2.79. f: $f(x)=[x]$.

Kiterjeszthetők-e az alábbi függvények úgy, hogy folytonosak legyenek, és ha igen, írja fel a folytonos függvényt (2.80.; 2.81.):

2.80. f: $f(x)=\dfrac{x^2-9}{x+3}$, $x\in \mathrm{R}\setminus\{-3\}$.

2.81. f: $f(\mathrm{x})=\log_2|x|$, $x\in \mathrm{R}\setminus\{0\}$.

Oldja meg intervallum-felezéssel az alábbi egyenleteket (2.82.; 2.83.):

2.82. $2^x+3x-6=0$.

2.83. $\ln x+x-3=0$.