

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2017. május 9.**

# MATEMATIKA

## KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

**2017. május 9. 8:00**

**I.**

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA**

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$x^2 + 2x = 0$$

	2 pont	
--	--------	--

2. Egy tavaszi felmérés során olyan diákokat kérdeztek meg terveikről, akik a nyári szünetben a LESZ vagy a FOLYÓ fesztivál közül legalább az egyiket szeretnék venni. A 29 megkérdezett diák közül 23 szívesen menne a LESZ fesztiválra, 19-en pedig részt vennének a FOLYÓ fesztiválon.  
Hányan vannak a megkérdezettek között olyanok, akik mindkét fesztiválon részt vennének?

	2 pont	
--	--------	--

3. Írja fel kettes számrendszerben a tízes számrendszerbeli 23-at!

	2 pont	
--	--------	--

4. Egy ötfős társaság tagjai találkozáskor üdvözölték egymást. Néhányan kezet is fogtak egymással. Feljegyeztük, hogy az egyes személyek hányszor fogtak kezet: 2, 3, 4, 3, 2. Hány kézfogás történt összesen? Válaszát indokolja!

	2 pont	
A kézfogások száma:	1 pont	

5. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív valós számok halmazán!

$$\log_2(4x) = 6$$

	2 pont	
--	--------	--

6. Az  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto 2 - 3x$  függvény melyik számhoz rendel 5-öt?

$x =$	2 pont	
-------	--------	--

7. Egy 50 számból álló adatsokaságnak ismerjük az átlagát, a mediánját, a móduszát, a terjedelmét és a szórását.

Az alábbiak közül melyik szerepel **biztosan** az adatok között is?

A: az átlag      B: a medián      C: a módusz      D: a terjedelem      E: a szórás

	2 pont	
--	--------	--

8. Egy szabályos háromszög alapú egyenes hasáb minden éle 4 cm hosszú. Számítsa ki a test térfogatát! Számításait részletezze!

	3 pont	
$V =$ $\text{cm}^3$	1 pont	

9. Mely  $x$  valós számokra értelmezhető a  $\sqrt{5x+8}$  kifejezés?

	2 pont	
--	--------	--

**10.** Határozza meg a következő állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

A: Ha egy szám osztható 24-gyel, akkor osztható 6-tal és 4-gyel is.

B: Ha egy szám osztható 6-tal és 4-gyel, akkor osztható 24-gyel is.

C: Ha egy szám osztható 24-gyel, akkor a számjegyeinek összege osztható 3-mal.

A:		
B:	2 pont	
C:		

**11.** Legyen  $A = \{a; b; c; d; e; f\}$ ,  $B = \{d; e; f; g; h\}$ ,  $C = \{c; d; e; f; g\}$ .  
Elemi felsorolásával adja meg az  $A \cap B \cap C$  és az  $(A \cup B) \setminus C$  halmazt!

$A \cap B \cap C =$	2 pont	
$(A \cup B) \setminus C =$	2 pont	

- 12.** Egy piros és egy fehér szabályos dobókockával egyszerre dobunk.  
Mennyi a valószínűsége annak, hogy a dobott számok szorzata 9 lesz?  
Válaszát indokolja!

	2 pont	
A valószínűség:	1 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	2	
	4. feladat	3	
	5. feladat	2	
	6. feladat	2	
	7. feladat	2	
	8. feladat	4	
	9. feladat	2	
	10. feladat	2	
	11. feladat	4	
	12. feladat	3	
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>30</b>	

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

	pontszáma <b>egész számra</b> kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

dátum

\_\_\_\_\_

javító tanár

\_\_\_\_\_

jegyző

**Megjegyzések:**

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!



**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2017. május 9.**

# MATEMATIKA

## KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

**2017. május 9. 8:00**

**II.**

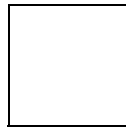
Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

**EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA**

## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás,  $n!$ ,  $\binom{n}{k}$  kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése ( $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{tg}$ ,  $\log$  és ezek inverzei), a  $\pi$  és az  $e$  szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek az átlag és a szórás kiszámítására abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, így azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

**A**

**13. a)** Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x + 2y = 12 \end{cases}$$

**b)** Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$2 \cdot 5^x + 3 \cdot 5^{x+1} = 425$$

<b>a)</b>	5 pont	
<b>b)</b>	5 pont	
<b>Ö.:</b>	10 pont	



**14.** Legyen  $f: [-2; 5] \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = |x-4|$ , és  
 $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $g(x) = 2x+1$ .

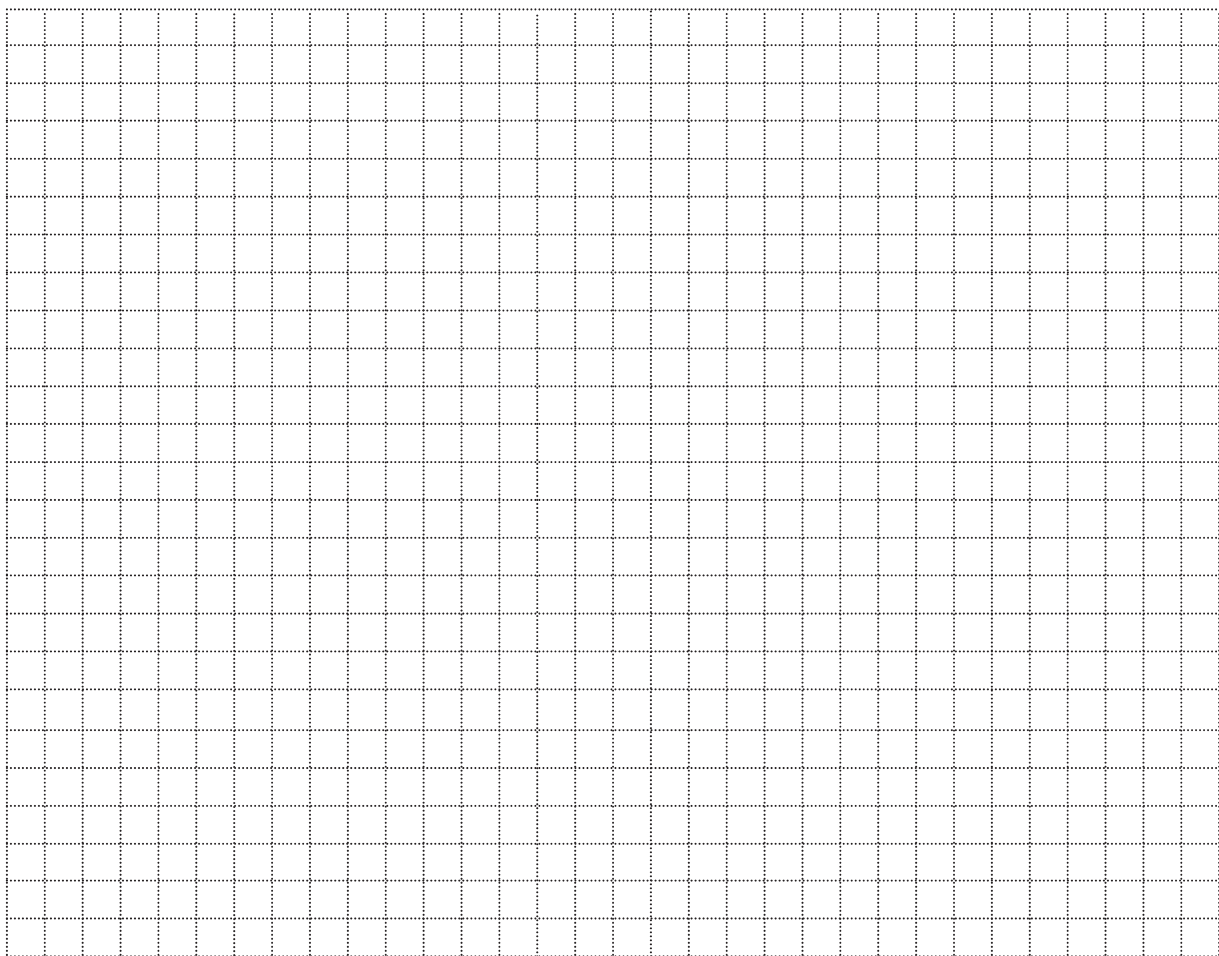
a) Ábrázolja az  $f$  függvényt!

b) Határozza meg,  $x$  mely értéke esetén lesz az  $f$  és a  $g$  függvény értéke egyenlő!

Tekintsük azt a számtani sorozatot, amelynek első tagja 3, differenciája 2. Összeadjuk a sorozat tagjait az 5. tagtól kezdve az 50. tagig.

c) Számítsa ki ezt az összeget!

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	5 pont	
<b>Ö.:</b>	12 pont	

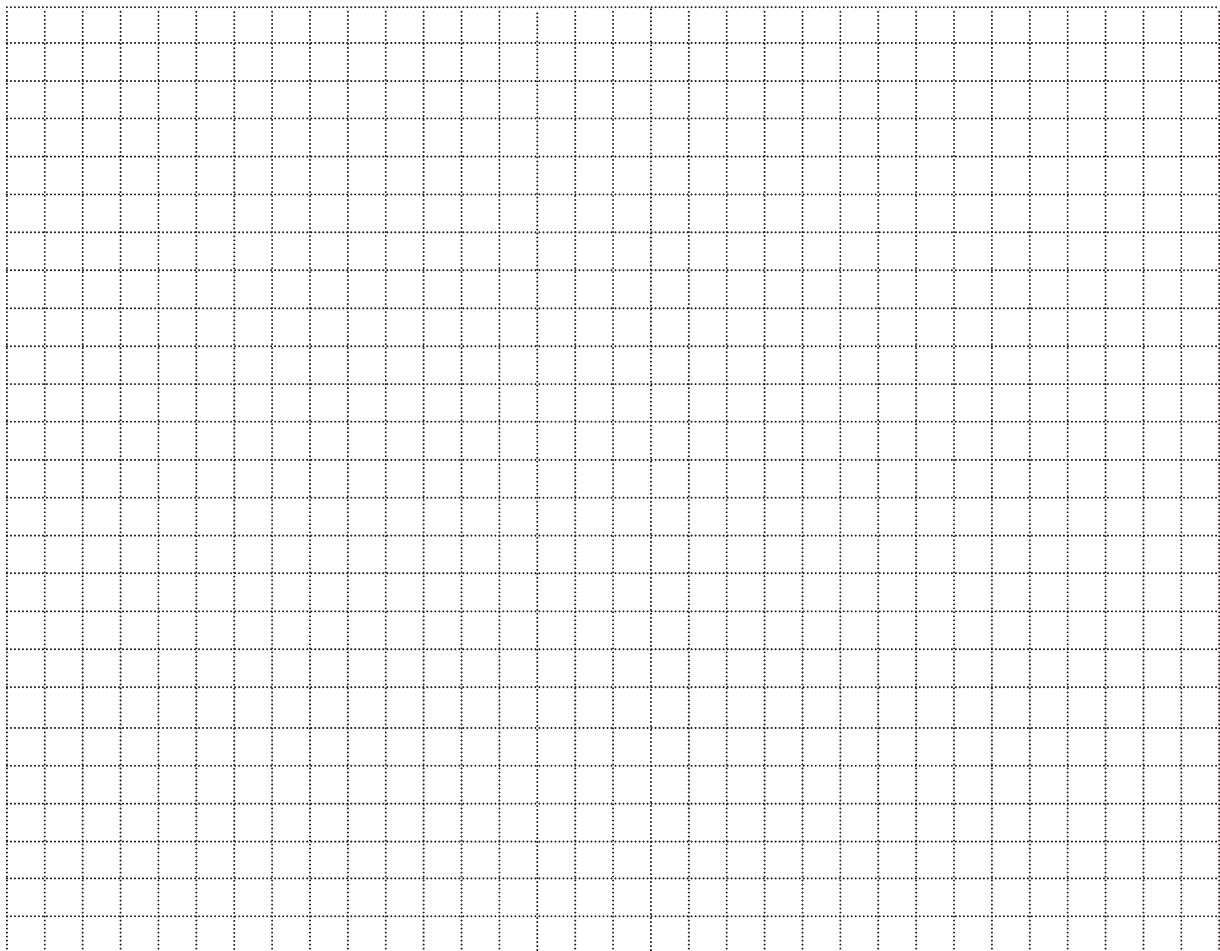




**15.** Egy háromszög csúcsai:  $A(-4; -10)$ ,  $B(6; 14)$ ,  $C(11; -2)$ .

- a) Számítsa ki az  $ABC$  háromszög  $AB$  oldallal párhuzamos középvonalának hosszát!
- b) Írja fel az  $ABC$  háromszög  $AB$  oldalához tartozó magasságvonalának egyenletét!
- c) Számítsa ki a háromszög  $A$  csúcsánál lévő belső szög nagyságát!

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
<b>Ö.:</b>	14 pont	







## B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 16.** Édesanya egy plüss hóembert készít a kisfiának. A hóember testét két – szivacsstörmelékkel kitömött – gömbből varrja össze. A töltőanyag a tömörítés miatt 20%-kal kisebb térfogatú lesz a töltés során.



- a)** Hány liter (tömörítetlen) töltőanyagra volt szükség a test megtöltéséhez, ha a gömbök 20 cm, illetve 16 cm átmérőjűek?

A hóember orra forgáskúp alakú lesz. A kúp alapja egy 2 cm sugarú kör, magassága 4,8 cm. A kúp palástjának elkészítéséhez egy körcikket kell kivágni narancssárga anyagból.

- b)** Számítsa ki a körcikk sugarát és középponti szögét!  
(Az illesztéshez szükséges ráhagyást ne vegye figyelembe!)

Édesanya kijelölte a hóember két szemének és három kabátgombjának helyét. A varrodobozában hatféle különböző méretű fekete gombot talált, mindegyik méretből legalább hármat. Tervei szerint két egyforma méretű gomb lesz a hóember két szeme, a kabátgombok pedig föntről lefelé haladva egyre nagyobbak lesznek. A kabátgombok lehetnek ugyanakkorák, kisebbek vagy nagyobbak is, mint a hóember szeme.

- c)** Hány különböző tervet készíthetett édesanya?  
(Két terv akkor különböző, ha a tervek alapján elkészített két hóember a felvarrt gombok mérete alapján megkülönböztethető.)

<b>a)</b>	6 pont	
<b>b)</b>	6 pont	
<b>c)</b>	5 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon lévő üres négyzetbe!**

**17.** Az autók átlagfogyasztását Magyarországon literben, 100 kilométerre vetítve szokták megadni.

Kovács úr egyik útja során autójával először 1 órán keresztül 70 km/h átlagsebességgel haladt. A fedélzeti számítógép szerint ez alatt az autó átlagos üzemanyag-fogyasztása (100 kilométerre vetítve) 6,0 liter volt. Ezután 1 órán keresztül 120 km/h átlagsebességgel haladt, ami alatt az átlagos fogyasztás (100 kilométerre vetítve) 8,5 liter volt.

- a)** Számítsa ki az autó átlagfogyasztását a teljes útra vonatkoztatva!  
Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Kovács úr üzleti útra Washingtonba utazik. Amikor megérkezik, autót bérel. Az egyik autón ez olvasható: „Ez az autó átlagosan 25 mérföld utat tesz meg 1 gallon benzinnel.” Tudjuk, hogy 1 gallon körülbelül 3,8 liter, 1 mérföld pedig kb. 1600 méter.

- b)** Számítsa ki, hogy ez az autó hány liter benzint fogyaszt 100 kilométeren!

Kovács úr hét napon keresztül minden nap utazott a bérelt autóval. Megfigyelte, hogy a második naptól kezdve minden nap 10%-kal rövidebb utat tett meg, mint az azt megelőző napon.

- c)** Hány mérföldet tett meg az első napon, ha a hetedik napon 186 mérföldet tett meg?

Washingtonban az autók rendszáma hét karakterből áll: az első három karakter betű, az utolsó négy pedig szám (pl. APR 0123). (Előfordulhat, hogy mind a négy szám nulla.) Az APR betűkkel kezdődő rendszámokat már mind kiadták, ezek közül egyet véletlenszerűen kiválasztunk.

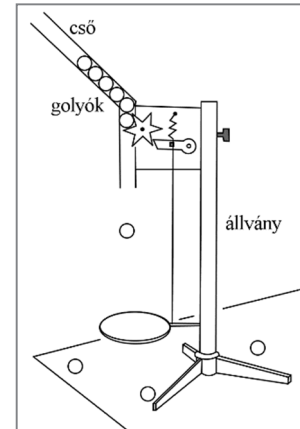
- d)** Melyik esemény a valószínűbb: az, hogy a kiválasztott rendszámon az APR betűk után négy különböző számjegy szerepel, vagy az, hogy a számjegyek között legalább kettő azonos?

<b>a)</b>	6 pont	
<b>b)</b>	3 pont	
<b>c)</b>	3 pont	
<b>d)</b>	5 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18.** Egy tanulókísérleti órán a diákok a nehézségi gyorsulást ( $g$ ) mérték egy úgynevezett ejtőgép segítségével. Az ejtőgép csövébe egy méréshez 10 egyforma vasgolyót töltenek, melyek egymás után esnek ki a csőből. A 10 golyó leesésének összidejéből számolható a  $g$  értéke.



Az órán öt mérőpár dolgozott, minden pár nyolc sikeres mérést végzett. Az egyik mérőpár a következő értékeket kapta:

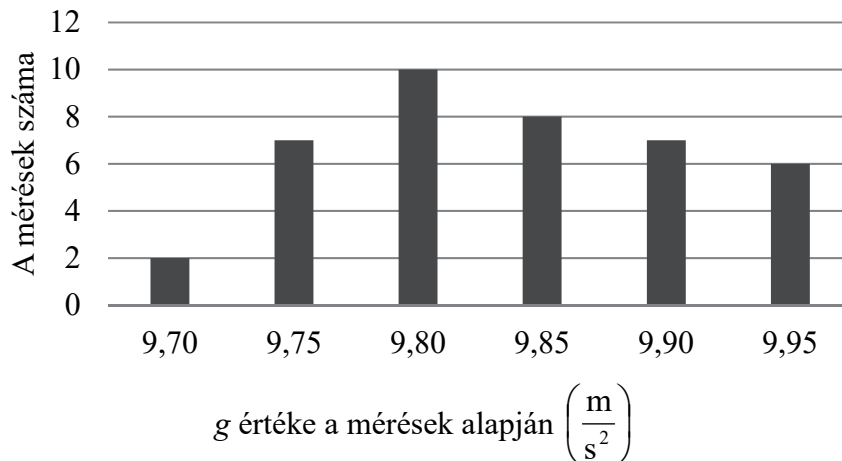
$$9,90; 9,95; 9,70; 9,85; 9,80; 9,95; 9,75; 9,90 \left( \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

A nyolc mérésből álló méréssorozat ezzel az eszközzel akkor

számít jónak, ha a kapott nyolc mérési eredmény szórása legfeljebb  $0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

- a)** Jónak számít-e a fenti méréssorozat?

Az alábbi diagram mutatja az öt mérőpár összesen 40 sikeres mérésének eredményét.



- b)** Adja meg a 40 mérési eredmény átlagát és mediánját!

Az egyik mérőpár készletéből hiányzott két vasgolyó, melyeket két egyforma rézgolyóval helyettesítettek.

- c)** Hányféle sorrendben tölthető a csőbe a 10 golyó, ha a két rézgolyó nem kerülhet egymás mellé, és az azonos anyagból készült golyókat nem különböztetjük meg egymástól?

Egy mérési folyamat során előfordulhat, hogy a 10 golyó egyike beragad. Ekkor ez a mérés sikertelen. Tudjuk, hogy 0,06 annak a valószínűsége, hogy egy mérés sikertelen.

- d)** Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy 40 mérés mindegyike sikeres lesz!

<b>a)</b>	4 pont	
<b>b)</b>	5 pont	
<b>c)</b>	5 pont	
<b>d)</b>	3 pont	
<b>Ö.:</b>	17 pont	

	a feladat sorszáma	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	10		
	14.	12		
	15.	14		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
<b>ÖSSZESEN</b>		<b>70</b>		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
<b>Az írásbeli vizsgarész pontszáma</b>	<b>100</b>	

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ javító tanár

	pontszáma <b>egész számra</b> kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ dátum

\_\_\_\_\_ javító tanár

\_\_\_\_\_ jegyző