ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2005. október 25.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2005. október 25., 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.

A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot!

A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!

Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!

A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.

A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető!

Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető.

Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

I.

1. Egy háromszög két csúcsa $A(8; 2)$, $B(-1; 5)$, a C csúcs pedig illeszkedik az y tengelyre. A háromszög köré írt kör egyenlete: $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 12 = 0$.

a) Adja meg a háromszög oldalfelező merőlegesei metszéspontjának koordinátáit!

b) Adja meg a háromszög súlypontjának koordinátáit!

a)	**3 pont**	
b)	**8 pont**	
Ö.:	**11 pont**	

2. Aladár, Béla, Csaba, Dani és Ernő szombat délutánonként együtt teniszeznek. Mikor megérkeznek a teniszpályára, mindegyik fiú kezet fog a többiekkel.

a) Hány kézfogás történik egy-egy ilyen közös teniszezés előtt?

Legutóbb Dani és Ernő együtt érkezett a pályára, a többiek különböző időpontokban érkeztek.

b) Hány különböző sorrendben érkezhettek ezen alkalommal?

c) A fiúk mindig páros mérkőzéseket játszanak, ketten kettő ellen. (Egy páron belül a játékosok sorrendjét nem vesszük figyelembe, és a pálya két térfelét nem különböztetjük meg.)
Hány különböző mérkőzés lehetséges?

a)	**3 pont**	
b)	**3 pont**	
c)	**6 pont**	
Ö.:	**12 pont**	

3. Péter nagypapája minden évben félretett némi pénzösszeget egy perselybe unokája számára. 5000 Ft-tal kezdte a takarékoskodást 1996. január 1-én. Ezután minden év első napján hozzátett az addig összegyűlt összeghez, mégpedig az előző évben félretettnél 1000 Ft-tal többet. 2004. január 1-jén a nagypapa bele tette a perselybe a megfelelő összeget, majd úgy döntött, hogy a perselyt unokájának most adja át.

a) Mekkora összeget kapott Péter?

b) Péter nagypapája ajándékából vett néhány apróságot, de elhatározta, hogy a kapott összeg nagyobb részét 2005. január 1-jén bankszámlára teszi. Be is tett 60000 Ft-ot évi 4%-os kamatos kamatra (a kamatok minden évben, év végén hozzáadódnak a tőkéhez). Legalább hány évig kell Péternek várnia, hogy a számláján legalább 100000 Ft legyen úgy, hogy közben nem fizet be erre a számlára?

a)	**5 pont**	
b)	**9 pont**	
Ö.:	**14 pont**	

4. **a)** Ábrázolja derékszögű koordinátarendszerben az

$$f:[0;7]\to R,\ f(x)=\left|x^2-6x+5\right|$$

függvényt!

b) Adja meg az *f* függvény értékkészletét!

c) A *p* valós paraméter értékétől függően hány megoldása van az

$$\left|x^2-6x+5\right|=p$$

egyenletnek a $[0;7]$ intervallumon?

a)	**4 pont**	
b)	**2 pont**	
c)	**8 pont**	
Ö.:	**14 pont**	

II.

Az 5.-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!

5. Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!

$$\left.\begin{aligned} \log_x\left(x^2y^3\right)+\log_y\left(x^3y\right)&=9 \\ \cos(x+y)+\cos(x-y)&=0 \end{aligned}\right\}$$

16 pont	

Az 5.-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!

6. A következő táblázat egy 30 fős kilencedik osztály első félév végi matematikaosztályzatainak megoszlását mutatja.

Érdemjegy	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**
Tanulók száma	4	7	9	8	2

a) Ábrázolja az érdemjegyek eloszlását oszlopdiagramon!

b) Mennyi a jegyek átlaga?

c) Véletlenszerűen kiválasztjuk az osztály egy tanulóját. Mi a valószínűsége annak, hogy ez a tanuló legalább 3-ast kapott félév végén matematikából?

d) Két tanulót véletlenszerűen kiválasztva mennyi a valószínűsége annak, hogy érdemjegyeik összege osztható 3-mal?

a)	**3 pont**	
b)	**2 pont**	
c)	**3 pont**	
d)	**8 pont**	
Ö.:	**16 pont**	

Az 5.-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!

6. **a)** A KLMN derékszögű trapéz alapjai KL= $2\sqrt{12}$ és MN= $3\sqrt{75}$ egység hosszúak, a derékszögű szár hossza $10\sqrt{2}$ egység. A trapézt megforgatjuk az alapokra merőleges LM szár egyenese körül.

Számítsa ki a keletkezett forgástest térfogatát! (π két tizedesjegyre kerekített értékével számoljon, és az eredményt is így adja meg!)

b) Az ABCD derékszögű érintőtrapéz AB és CD alapjai ($AB > CD$) hosszának összege 20. A beírt körnek az alapokra nem merőleges AD szárral vett érintési pontja negyedeli az AD szárat.

Számítsa ki a trapéz oldalainak hosszát!

a)	**4 pont**	
b)	**12 pont**	
Ö.:	**16 pont**	

Az 5.-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!

8. **a)** Egy osztály tanulói a tanév során három kiránduláson vehettek részt. Az elsőn az osztály tanulóinak 60 százaléka vett részt, a másodikon 70 százalék, a harmadikon 80 százalék. Így három tanuló háromszor, a többi kétszer kirándult.
Hány tanulója van az osztálynak?

b) A három közül az első kiránduláson tíz tanuló körmérkőzéses asztalitenisz-bajnokságot játszott. (Ez azt jelenti, hogy a tíz tanuló közül mindenki mindenkivel pontosan egy mérkőzést vívott.)
Mutassa meg, hogy 11 mérkőzés után volt olyan tanuló, aki legalább háromszor játszott!

c) A második kirándulásra csak az osztály kosárlabdázó tanulói nem tudtak elmenni, mivel éppen mérkőzésük volt. A kosarasok átlagmagassága 182 cm, az osztály átlagmagassága 174,3 cm.
Számítsa ki a kiránduláson részt vevő tanulók átlagmagasságát!

a)	**6 pont**	
b)	**4 pont**	
c)	**6 pont**	
Ö.:	**16 pont**	

Az 5.-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!

9. Egy centiméterben mérve egész szám élhosszúságú kockát feldaraboltunk 99 kisebb kockára úgy, hogy közülük 98 darab egybevágó, 1 cm élű kocka.
Számítsa ki az eredeti kocka térfogatát!

16 pont	

	a feladat sorszáma	elért pontszám	összesen	maximális pontszám
I. rész	1.			11
	2.			12
	3.			14
	4.			14
II. rész				16
				16
				16
				16
		← nem választott feladat		
	MINDÖSSZESEN			**115**

dátum

javító tanár

	a feladat sorszáma	elért pontszám	programba beírt pontszám
I. rész	1.		
	2.		
	3.		
	4.		
II. rész			

dátum

javító tanár

jegyző